บทคัดย่อ

รหัสโครงการ : BRG / 8 / 2543

ชื่อโครงการ : Difference Method for Constructing Shape Preserving Splines

ชื่อนักวิจัย : Assoc. Prof. Dr. Boris I. Kvasov

E-mail Address : boris@math.sut.ac.th

ระยะเวลาโครงการ : 1 พฤศจิกายน 2542 ถึง 31 ตุลาคม 2544

งานวิจัยนี้ได้กล่าวถึงนิยามและการศึกษาสปลายน์เต็มหน่วยทั่วไปเป็นฟังก์ชันต่อเนื่องเป็นช่วงซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขปรับเรียบสำหรับความแตกต่างผลหารที่หนึ่งและที่สอง ณ ตำแหน่งน็อตสปลายน์เต็มหน่วย เป็นการวางนัยทั่วไปของทั้งสปลายน์ปรับเรียบและสปลายน์กำลังสามเต็มหน่วยแบบฉบับ เราพิจารณาโครงการแบบทั่วไปสำหรับสตีปในผลต่าง เราเสนอขั้นตอนวิธีในการสร้างสปลายน์ทั่วไปเต็มหน่วยและบีสปลายน์ทั่วไปเต็มหน่วย (โดยเรียกสั้น ๆ ว่า จีบีสปลายน์เต็ม-หน่วย) นอกจากนี้ เราได้สูตรชัดแจ้งและความสัมพันธ์เวียนเกิดสำหรับจีบีสปลายน์และศึกษาคุณสมบัติของจีบีสปลายน์เต็มหน่วยและอนุกรมด้วย เราแสดงว่าจีบีสปลายน์เต็มหน่วยเป็นระบบเชบีเชฟและอนุกรมของจีบีสปลายน์เต็มหน่วยมีคุณสมบัติลดความแปรปรวน การเสนอนี้ได้แสดงให้เห็นโดยกราฟของจีบีสปลายน์ ตัวอย่างของการกำหนดฟังก์ชันได้รวบรวมไว้ด้วย

ไฮเพอร์โบลิกความตึงสปลายน์ ได้ถูกนิยามเป็นผลเฉลยของปัญหาค่าขอบเขตแบบหลายจุดสำหรับสมการเชิงอนุพันธ์ ไฮเพอร์โบลิกความตึงสปลายน์แบบไม่ต่อเนื่องสามารถหาได้โดยใช้ตัวดำเนินการที่แตกต่างออกไปโดยการคำนวณ ไม่จำเป็นต้องใช้ฟังก์ชันเอ็กซโพเนนเชียลแบบไฮเพอร์โบลิก ซึ่งสามารถขยายฟังก์ชันดังกล่าวไปเป็นแบบต่อเนื่องโดยยังเป็นสปลายน์แบบไฮเพอร์โบลิก ในงานวิจัยนี้เราให้ความสนใจแง่มุมพื้นฐานของวิธีคำนวณและสาธิตให้เห็นจุดสำคัญของวิธีการนี้

สำหรับการวิจัยในอนาคต ควรจะมีการนำผลที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้ไปสร้างเป็นข้อสรุปทั่วไป เพื่อปรับใช้กับกรณีศึกษาที่มีมิติสำคัญที่หลากหลายต่อไป

คำหลัก : discrete generalized splines and GB-splines, recurrence relations, weak Chebyshev systems and variation diminishing property, multipoint boundary value problem, shape preserving interpolation.

Abstract

Project Code: BRG/8/2543

Project Title: Difference Method for Constructing Shape Preserving Splines

Investigator: Assoc. Prof. Dr. Boris I. Kvasov

E-mail Address: boris@math.sut.ac.th

Project Period: November 1, 1999 to October 31, 2001

This research report addresses the definition and the study of discrete generalized splines. Discrete generalized splines are continuous piecewise defined functions which meet some smoothness conditions for the first and second divided differences at the knots. They provide a generalization both of smooth generalized splines and of the classical discrete cubic splines. Completely general configurations for steps in divided differences are considered. Direct algorithms are proposed for constructing discrete generalized splines and discrete generalized B-splines (discrete GB-splines for short). Explicit formulae and recurrence relations are obtained for discrete GB-splines. Properties of discrete GB-splines and their series are studied. It is shown that discrete GB-splines form weak Chebyshev systems and that series of discrete GB-splines have a variation diminishing property. The presentation is illustrated by graphs of GB-splines. Examples of defining functions are also included.

A hyperbolic tension spline is defined as the solution of a differential multipoint boundary value problem. A discrete hyperbolic tension spline is obtained using the difference analogous of differential operators; its computation does not require exponential functions, even if its continuous extension is still a spline of hyperbolic type. We consider the basic computational aspects and show the main features of this approach.

In future research, one could try to generalize the results obtained here to the multidimensional case.

Keywords: Discrete generalized splines and GB-splines, recurrence relations, weak Chebyshev systems and variation diminishing property, multipoint boundary value problem, shape preserving interpolaion