



รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

โครงการ การหล่อขึ้นแบบฟิล์มผสมด้วยของไหลชนิดนอนนิวโทเนียน

สัญญาเลขที่ BRG5180019

รศ.ดร.มงคล มงคลวงศ์โรจน์และคณะ

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

มีนาคม 2556

รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

โครงการ การหล่อขึ้นแบบฟิล์มผสมด้วยของไหลชนิดนอนนิวโทเนียน

คณะผู้วิจัย

สังกัด

- | | |
|-----------------------------|-------------------------------|
| 1. รศ.ดร.มงคล มงคลวงศ์โรจน์ | ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล สจล. |
| 2. รศ.ดร.สุรเชษฐ ชูติมา | ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มจธ. |
| 3. นายฉัตรชัย เอี่ยมพรสิน | ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล สจล. |
| 4. นายเจษฎา พานิชกรณ | ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล สจล. |

สนับสนุนโดยสำนักกองทุนสนับสนุนการวิจัย
(ความเห็นในรายงานนี้เป็นของผู้วิจัย
สกว.ไม่จำเป็นต้องเห็นด้วยเสมอไป)

สารบัญ

หน้า

Executive Summary	3
1. วัตถุประสงค์	3
2. ผลงานวิจัยที่ตีพิมพ์ในวารสารวิชาการระดับนานาชาติ	4
3. จำนวนและรายละเอียดการได้รับเชิญไปเป็นวิทยากร	5
4. ปัญหาและอุปสรรค	5
5. งานวิจัยศึกษาพฤติกรรมของเทอร์โมไฮโดรไดนามิกส์แบริงเพลากลม	6
6. งานวิจัยศึกษาพฤติกรรมของเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์แบริงเพลากลม	25
7. งานวิจัยศึกษาเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของเฟืองและฟิล์มผสม	50
8. งานวิจัยศึกษาการเกิดฟิล์มอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มบางและตัวประกอบ	71
9. ภาคผนวกรายละเอียดผลงานวิจัยที่ตีพิมพ์ในวารสารวิชาการระดับนานาชาติ และหนังสือเชิญไปเป็นวิทยากร	91
9.1 “Analysis of a Flexible Web on a Grooved Concave Surface Under Soft EHL”	92
9.2 “TEHL Analysis of Rough Surface Spur Gears with Non-Newtonian Lubricants Under Sudden Overloads”	103
9.3 Effects of Surface Roughness on Elastohydrodynamic Lubrication in Elliptical Contact with Non-Newtonian Fluids”	118
9.4 “Effect of Solid Particle on TEHL Under Line Contact with Solid-Liquid Lubricant”	124

หน้า

9.5 “Transient EHL of Two Surfaces under Elliptical Contact with Non-Newtonian Lubricant”	130
9.6 “Influence of Speed-up and Speed-down on Internal Stresses Of Wound Rolls in Web handling Process”	136
9.7 “Effect of Liquid-Solid Lubricant on Mixed Lubrication in Line Contact”	142
9.8 “Analysis of Two Surfaces in line contact under TEHL with Non-Newtonian Lubricants”	150
9.9 “Stability Analysis of Rough Journal Bearings under TEHL With Non-Newtonian Lubricants”	158
9.10 “Effect of Solid Lubricant Particles on Rough Thermal Elastohydrodynamic Lubrication in Spur Gears”	166
9.11 หนังสือเชิญเป็นวิทยากรบรรยายพิเศษ	182

Executive Summary

การออกแบบพัฒนาชิ้นส่วนของเครื่องจักรกล สมัยใหม่จะต้องสามารถรับภาระและความเร็วได้สูงเกิดการสึกหรอต่ำใช้พลังงานน้อยที่สุดและมีอายุใช้งานยาวนาน การเคลื่อนไหวยของชิ้นส่วนเครื่องจักรกลนั้นผิวของชิ้นงานจะเกิดการกดอัดและถูไปบนผิวชิ้นงานอีกชิ้นหนึ่ง และจะทำให้เกิดฟิล์มของไหลคั่นระหว่างผิวของชิ้นงานที่เคลื่อนที่สัมผัสกัน ฟิล์มของไหลที่เกิดขึ้นจะกักเก็บสำคัญต่อการการสูญเสียพลังงานของชิ้นงาน ดังนั้นจึงจำเป็นต้องศึกษาการเกิดฟิล์มบางงานวิจัยนี้ได้นำเสนอโมเดลของของไหลนอนนิวโตเนียนชนิดใหม่เรียก Carreau viscosity model สามารถทำนายได้เป็นถูกต้องตามคุณสมบัติของของไหลนั้นๆ เนื่องจาก Power law model แสดงการเกิด shear thinning effects ของของไหลที่มีค่าคงที่สำหรับ Carreau viscosity model จะมี shear thinning effects ของของไหลหรือไม่มี shear thinning effects ก็ได้ เป็นปรากฏการณ์ที่ซับซ้อนต้องใช้การคำนวณขั้นสูงเพื่อให้สามารถหาคำตอบได้ถูกต้องและรวดเร็วเนื่องจากเป็นสมการที่ไม่เชิงเส้นมาก

วัตถุประสงค์และการดำเนินงานวิจัยประกอบด้วย การเขียนสมการดัดแปลงเรโนลด์ และสมการพลังงานของของไหลนอนนิวโตเนียนชนิด Carreau viscosity model การคำนวณได้ใช้วิธีเทคนิคของ Multi-grid Multi-level with full approximation method เพื่อทำให้การคำนวณเชิงตัวเลขเสถียรและใช้เวลาคำนวณด้วยคอมพิวเตอร์ต่ำที่สุด และสามารถ พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์จำลองพฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของแบร์ริงเพลากลมและเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ และอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของแผ่นฟิล์มบางโพลิเมอร์

ผลงานวิจัยนี้ได้ใช้ Carreau Model เขียนสมการดัดแปลงเรโนลด์ สมการพลังงานในกรณีที่เป็นฟิล์มบางและแก้ปัญหาการคำนวณเชิงตัวเลขของแบร์ริงเพลากลมได้สำเร็จถูกต้องเป็นครั้งแรก พบว่าพฤติกรรมสถิตย์ของแบร์ริงเพลากลมแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ สามารถรับภาระได้มากขึ้นมีความเสถียรมากขึ้นเนื่องจากฟิล์มมีความยืดหยุ่นน้อยลง จากผลการศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของการขบกันของเฟืองตรงพบว่า จะเกิดฟิล์มน้ำมันบางที่สุดขณะที่เฟืองเริ่มเข้าขบกันจึงมีอาสเสียหายได้มากที่สุด สำหรับพฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของแผ่นฟิล์มบางโพลิเมอร์ได้แสดงการลดแรงเสียดทานโดยเพิ่มพื้นที่สัมผัสและการลดความหนาของฟิล์มอากาศด้วยการใช้แบร์ริงรูพรุนเพื่อให้สามารถควบคุมค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของแผ่นฟิล์มบางโพลิเมอร์ที่ลอยอยู่บนตัวประกอบ

1. วัตถุประสงค์

1. ทดสอบหาคุณสมบัติและโมเดลของน้ำมันพืชและAdditive
2. พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์คำนวณพฤติกรรมของการเกิดฟิล์มของของไหลระหว่างผิวของชิ้นส่วนเครื่องจักรโดยใช้สารของไหลชนิด นอนนิวโตเนียนและประยุกต์การคำนวณเชิงตัวเลขด้วยวิธี Multigrid Multi level Technique with full approximate scheme
3. จำลองพฤติกรรมของการหล่อลื่นทางสถิตย์ และทางพลวัตชิ้นส่วนเครื่องจักรมีการหล่อลื่นแบบ Elastohydrodynamic และ Mixed film lubrication
4. ติดตั้งชุดทดลองเพื่อวัดความหนาฟิล์มและเปรียบเทียบกับผลการคำนวณทางทฤษฎี

2. ผลงานวิจัยที่ตีพิมพ์ในวารสารวิชาการระดับนานาชาติ จำนวน 9 บทความ

1. Mongkol Mongkolwongrojn, Puttha Jeenkour, “Analysis of a Flexible Web on a Grooved Concave Surface Under Soft EHL” , Tribology International, Vol.61, pp. 194-204, 2013. (2008 Impact factor 1.423)
2. Mongkol Mongkolwongrojn, Panichakorn, J., “TEHL Analysis of Rough Surface Spur Gears with Non-Newtonian Lubricants Under Sudden Overloads”, Trans. Of JSME Journal Of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing, Vol. 6 No. 7, pp. 1031-1045, 2012.
3. Rattapasakorn, S., Panichakorn, J., Mongkolwongrojn, M., “ Effects of Surface Roughness on Elastohydrodynamic Lubrication in Elliptical Contact with Non-Newtonian Fluids”, Advanced Materials Research, , vols. 482-484, pp.1057-1061,2012.
4. Rattapasakorn, S., Mongkolwongrojn, M., “Effect of Solid Particle on TEHL Under Line Contact with Solid-Liquid Lubricant”, Advanced Materials Research, vols. 482-484, pp.1426-1430, 2012.
5. Mongkolwongrojn, M., Panichakorn, J., “ Transient EHL of Two Surfaces under Elliptical Contact with Non-Newtonian Lubricant ”, Advanced Materials Research, , vol.452-453, pp. 1291-1295, 2012.
6. Mongkolwongrojn, M., Jeenkour, P., “Influence of Speed-up and Speed-down on Internal Stresses of Wound Rolls in Web handling Process”, Advanced Materials Research, vols. 452-453, pp. 1262-1266, 2012.
7. Rattapasakorn, S., Mongkolwongrojn, M., “ Effect of Liquid-Solid Lubricant on Mixed Lubrication in Line Contact ”, Applied Mechanics and Materials International Journal, vols. 148-149, pp. 778-784, 2012.
8. Rattapasakorn, S., Mongkolwongrojn, M., “ Analysis of Two Surfaces in line contact under TEHL with Non-Newtonian Lubricants ”, Applied Mechanics and Materials International Journal vols. 148-149, pp. 736-742, 2012.
9. Mongkol Mongkolwongrojn, Chatchai Aiumpornsin, “Stability Analysis of Rough Journal Bearings under TEHL with Non-Newtonian Lubricants” , Tribology International, Vol.43, pp.1027-1034, 2010. (2008 Impact factor 1.423)
10. Mongkol Mongkolwongrojn, Panichakorn, J., “Effect of Solid Lubricant Particles on Rough Thermal Elastohydrodynamic Lubrication in Spur Gears” Under review for publication in Trans. of JSME Journal Of Advanced Mechanical Design, Systems and Manufacturing.

3. จำนวนและรายละเอียดการได้รับเชิญไปเป็นวิทยากร

1. ได้รับเชิญไปเป็นวิทยากรบรรยายพิเศษให้นักศึกษาและอาจารย์หลักสูตรนานาชาติภาควิชา Bio-Medical Engineering จำนวน 1 ครั้ง เรื่อง “Theoretical Characteristics of Artificial Knee Joints under EHL” เป็นเวลา 2 ชั่วโมง เมื่อวันที่ 20 สิงหาคม พ.ศ.2552 เวลา 10.00น. ถึง 12.00 น.
2. ได้รับเชิญไปเป็นวิทยากรบรรยายพิเศษให้แก่วิศวกร นักวิทยาศาสตร์และช่างเทคนิคบริษัท Western Digital (Thailand) Company Limited เรื่อง Tribology for Engineer ที่ศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ สวทช. ในวันที่ 4 สิงหาคม พ.ศ.2553 เวลา 9.00น. ถึง 16.00 น.

4. ปัญหาอุปสรรค

ไม่มี

5. งานวิจัยศึกษาพฤติกรรมของเทอร์โมไฮโดรไดนามิกส์แบริง

งานวิจัยนี้ได้ทำการทดสอบหาคุณสมบัติของน้ำมันพืชโดยเติมสารเพิ่มคุณภาพ เพื่อลดการเกิดปฏิกิริยาออกซิเดชัน และพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์คำนวณหาพฤติกรรมการหล่อลื่นของแบริงเพลากลมแบบเทอร์โมไฮโดรไดนามิกส์และเปรียบเทียบกับผลการทดลอง

5.1 ขั้นตอนการศึกษา

1. ทดลองเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่าง shear stress และ shear strain rate ของน้ำมันพืชที่ผสมสารซิงค์ไดอัลไคลด์ไตรโอฟอสเฟส (ZDTP) ด้วยเครื่องวัดความหนืดแบบแกนหมุน
2. ติดตั้งอุปกรณ์เพื่อทดสอบหาพฤติกรรมของแบริงเพลากลมแบบเทอร์โมไฮโดรไดนามิกส์ด้วยน้ำมันพืช
3. พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์คำนวณหาพฤติกรรมของแบริงเพลากลมแบบเทอร์โมไฮโดรไดนามิกส์ด้วยน้ำมันพืช

5.2 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

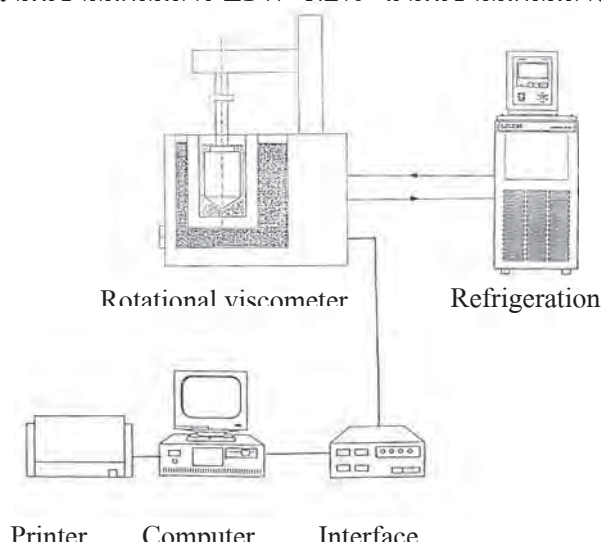
1. ด้านเศรษฐกิจเพิ่มมูลค่าผลผลิตทางภาคเกษตรอาจนำไปใช้ในภาคอุตสาหกรรมได้
2. ด้านสิ่งแวดล้อมน้ำมันพืชที่ใช้แล้วสามารถย่อยสลายได้ง่ายไม่เป็นมลพิษต่อสิ่งแวดล้อม

5.3 รายละเอียดงานวิจัย

5.3.1 การทดลองทางรีโอโลยี (Rheology Lab Test)

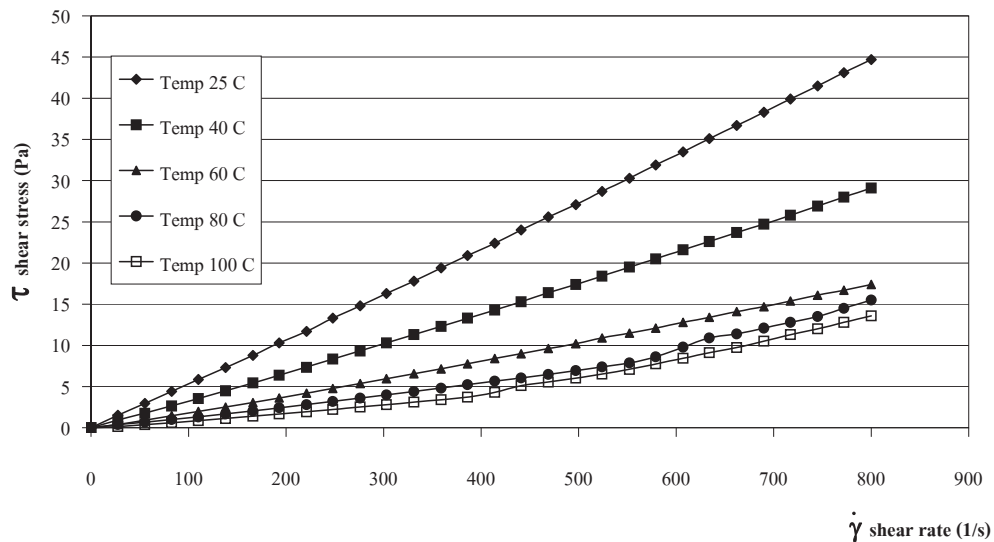
การทดลองทางรีโอโลยีเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือน (Shear Stress) และอัตราการเฉือน (Shear Rate) ของน้ำมันพืชที่ใช้ในการทดลองนี้มี 6 ประเภทดังนี้

น้ำมันถั่วเหลือง น้ำมันถั่วเหลืองผสมสาร ZDTP 0.2% น้ำมันถั่วเหลืองผสมสาร ZDTP 1%
น้ำมันปาล์ม น้ำมันปาล์มผสมสาร ZDTP 0.2% น้ำมันปาล์มผสมสาร ZDTP 1%



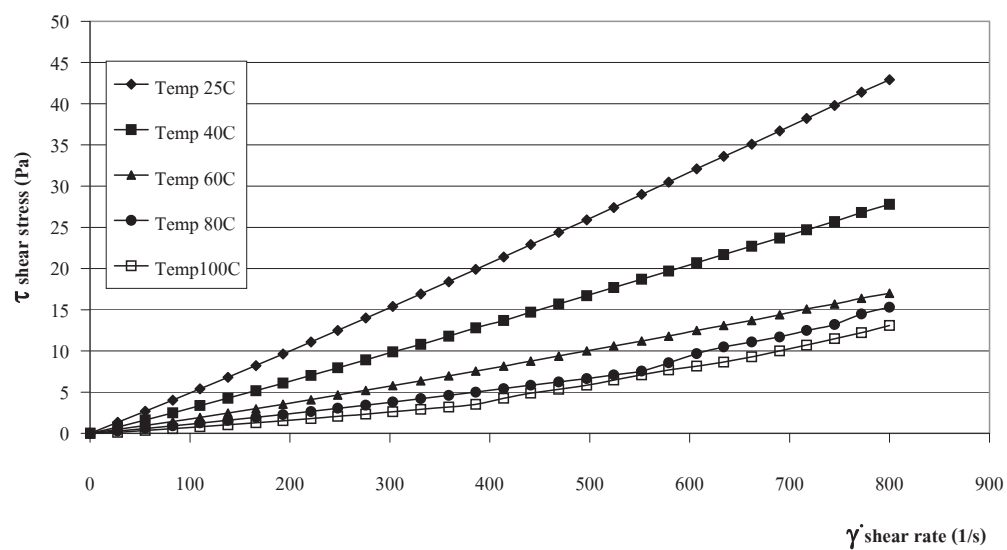
รูปที่ 1.1 แสดงผังไดอะแกรมของอุปกรณ์ การทดสอบทาง Rheology

ผลการทดสอบทาง Rheology ของน้ำมันถั่วเหลืองดังแสดงในรูปที่ 1.2 ที่อุณหภูมิต่าง ๆ



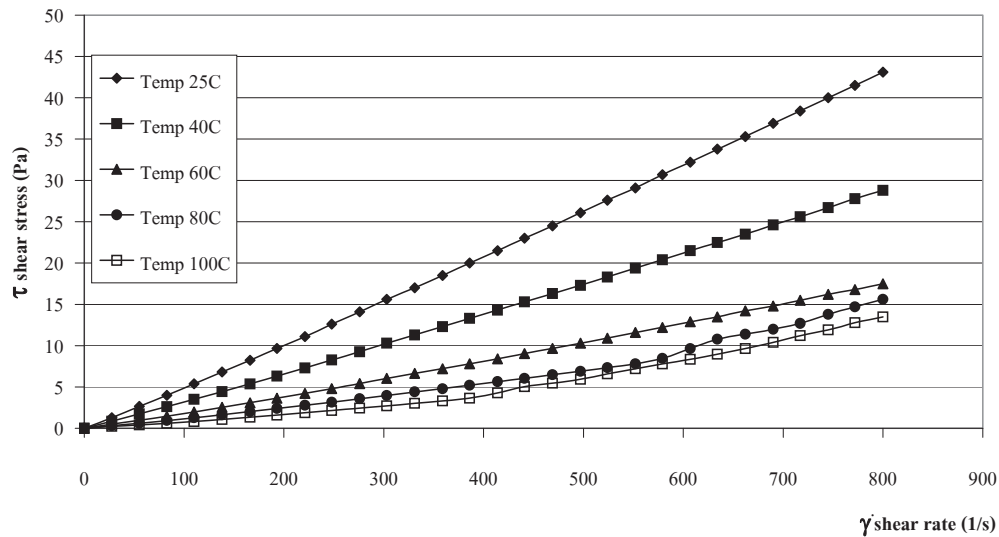
รูปที่ 1.2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราการเฉือนของน้ำมันถั่วเหลือง

เส้นกราฟการไหลของน้ำมันถั่วเหลืองที่ผสมสาร ZDTP 0.2% โดยน้ำหนักเพื่อป้องกันการสีกหรือและการทำปฏิกิริยากับออกซิเจน ระหว่างค่า shear stress กับ shear rate ที่อุณหภูมิต่าง ๆ

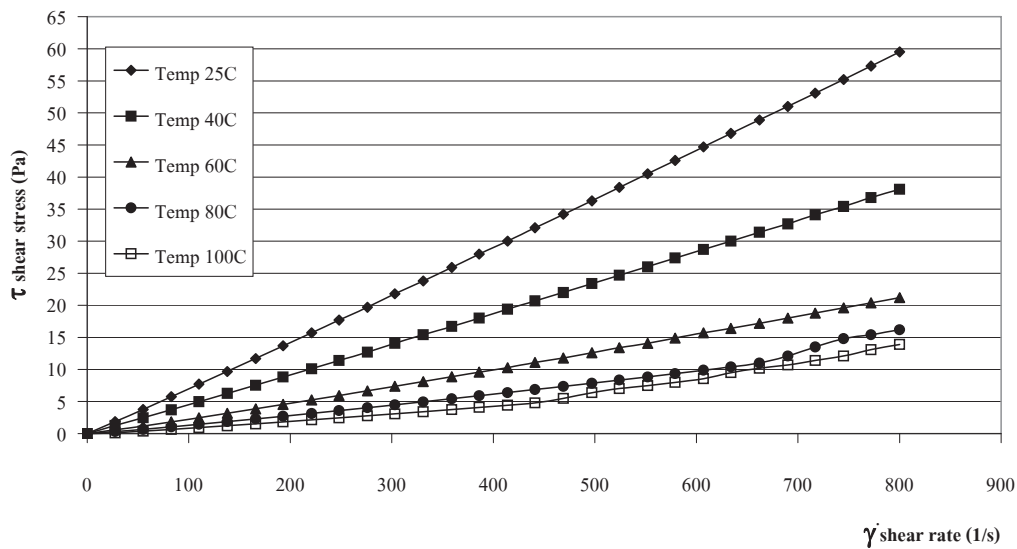


รูปที่ 1.3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราการเฉือนของน้ำมันถั่วเหลืองผสมสาร ZDTP 0.2% โดยน้ำหนัก

เส้นกราฟการไหลของน้ำมันถั่วเหลืองที่ผสมสาร ZDTP 1% โดยน้ำหนักที่อุณหภูมิต่าง ๆ

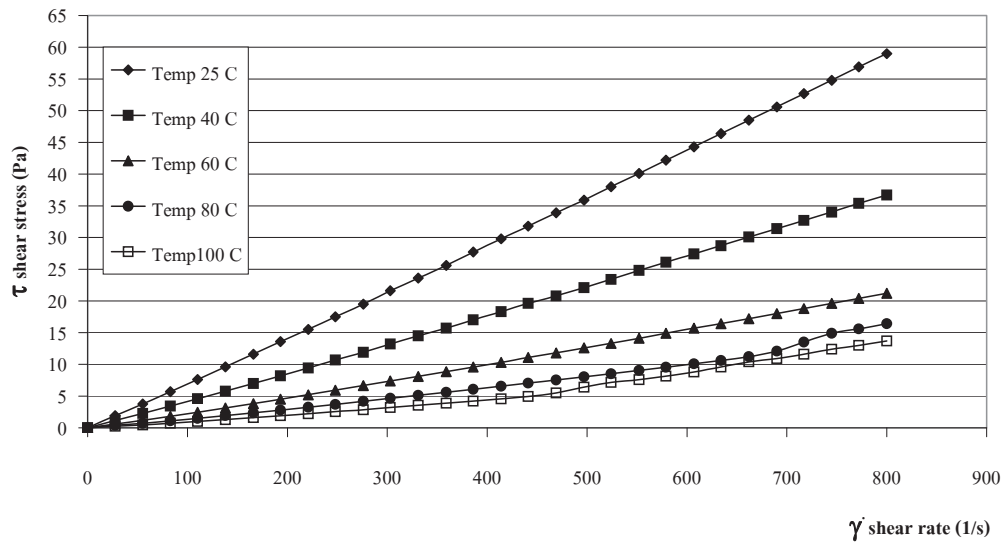


รูปที่ 1.4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราการเฉือนของน้ำมันถั่วเหลืองผสม



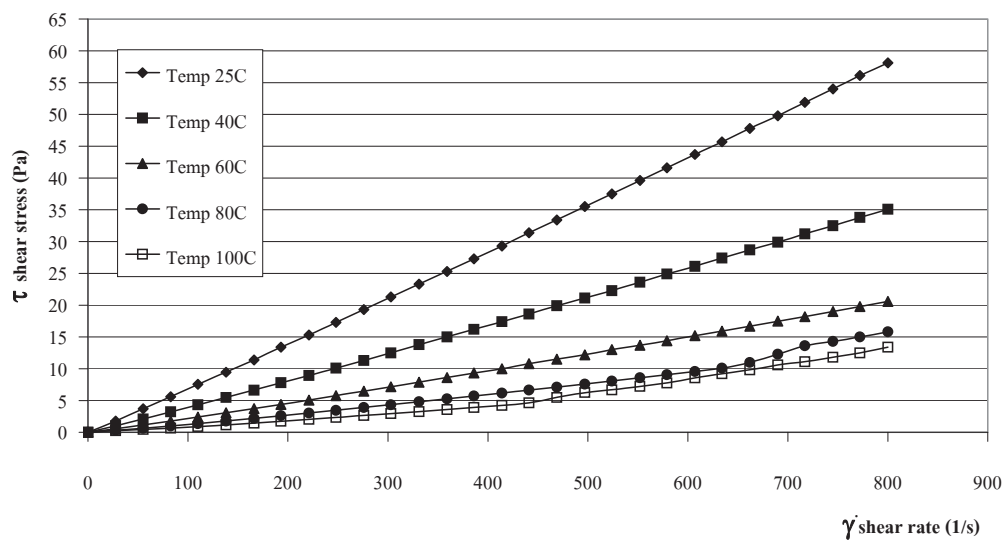
รูปที่ 1.5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราการเฉือน ของน้ำมันปาล์ม

แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราการเฉือน สันกราฟการไหลของน้ำมันปาล์ม ที่ผสมสาร ZDTP 0.2% โดยน้ำหนักที่อุณหภูมิต่าง ๆ



รูปที่ 1.6 เส้นกราฟแสดงการไหลของน้ำมันปาล์มผสมสาร ZDTP 0.2% โดยน้ำหนัก

แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราการเฉือนสำหรับเส้นกราฟการไหลของน้ำมันปาล์มที่ผสมสาร ZDTP 1% โดยน้ำหนัก ที่อุณหภูมิต่าง ๆ



รูปที่ 1.7 เส้นกราฟแสดงการไหลของน้ำมันปาล์มผสมสาร ZDTP 1% โดยน้ำหนัก

5.3.2 ทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย

สมการโมดิฟายเรโนลด์สำหรับของไหลนอนนิวโทเนียนของแบร์ริงเพลากลมที่ไม่มีความยืดหยุ่น ภายใต้หน่วยไร้มิติ

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[h^{*n+2} \frac{\partial P}{\partial \theta} \right] + \frac{n}{4} \left(\frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial y^*} \left[h^{*n+2} \frac{\partial P^*}{\partial y^*} \right] = 6n \frac{dh^*}{d\theta} \quad (1)$$

โดยที่ $x = R\theta$

$$y = Ly^*$$

$$h = ch^*$$

$$\mu = m \left[\frac{U}{c} \right]^{n-1}$$

$$P = \frac{mRU^n}{c^{n+1}} P^*$$

สมการพลังงาน

สมการพลังงานที่เป็นแอดเดียแบติกสำหรับของเหลวอัดตัวไม่ได้ และมีลักษณะการไหลแบบราบเรียบ

$$\rho J c_v \left\{ \left(\frac{hU}{2} - \frac{h^2}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{h^2}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right\} = \frac{\mu U^2}{h} + \frac{h^2}{12\mu} \left\{ \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial y} \right)^2 \right\} \quad (2)$$

สมการความหนาของฟิล์ม

สมการความหนาฟิล์มของแบร์ริงเพลากลมที่ไม่มีความยืดหยุ่น

$$h = C (1 + \varepsilon \cos \theta) \quad (1)$$

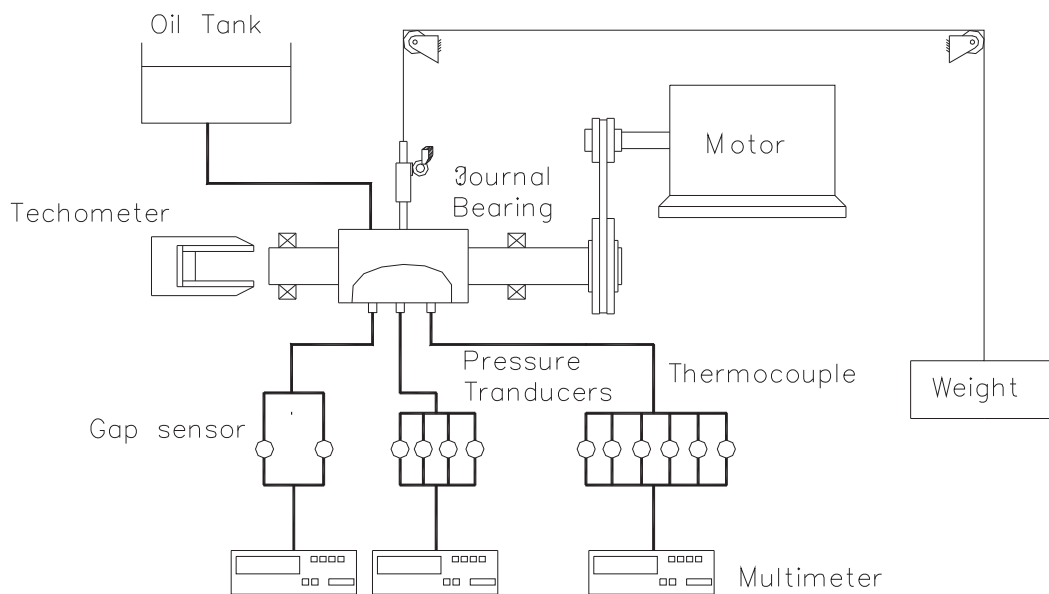
โดยที่ $C = R_1 - R_2 =$ รัศมีเฉลี่ยแลน

$$\varepsilon = \text{อัตราส่วนความเยื้องศูนย์กลาง} = \frac{e}{C}$$

5.3.3 การทดลองหาพฤติกรรมของแบร์ริงเพลากลมหล่อลื่นด้วยน้ำมันพืช

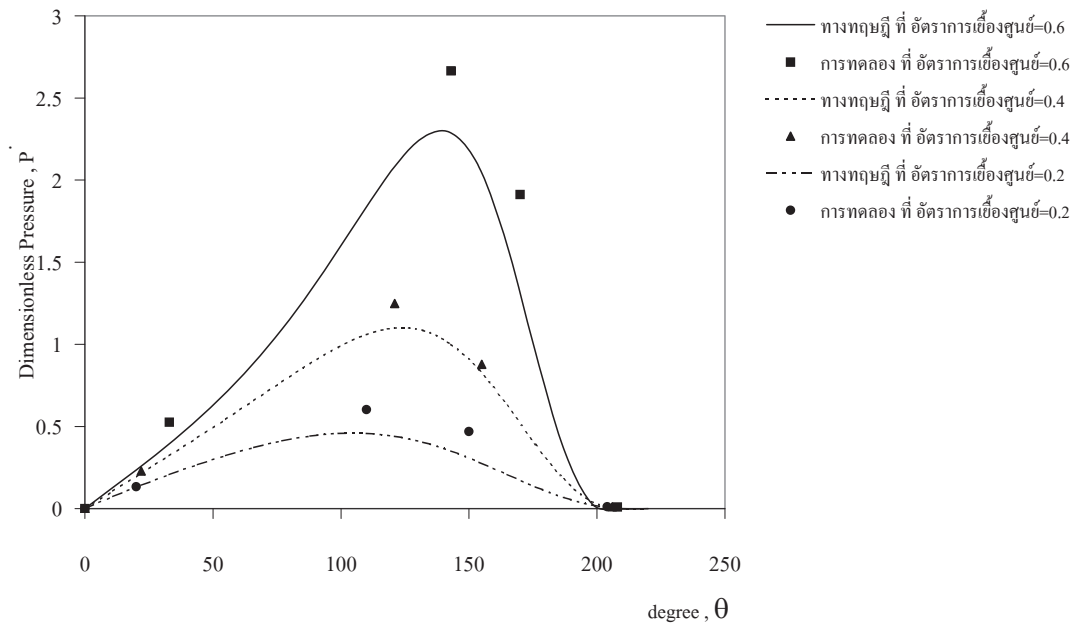
งานวิจัยนี้ได้ทำการทดลองหาพฤติกรรมแบร์ริงเพลากลมหล่อลื่นด้วยน้ำมันพืช กาบรองลื่นเพลากลม (Journal Bearing) ที่ใช้ในการทดลองมีค่าอัตราส่วนของ L/D เท่ากับ 1, 0.5 และค่าเคลียร์เรน 0.1 mm .การทดลองที่ได้ทำการทดลองที่ภาระและความเร็วต่างๆที่สภาวะคงตัว มีวิธีการทดลองดังนี้

1. ติดตั้งอุปกรณ์ตามที่แสดงในรูปที่ 1.8
2. เติมน้ำมันพืชที่ผสมสารเพิ่มคุณภาพแล้วลงในถังจ่ายน้ำมัน
3. ใส่น้ำหนักหรือภาระโดยการแขวนก้อนน้ำหนักให้ได้น้ำหนักรวมเท่ากับ 10 , 20 และ 30 กิโลกรัม
4. เปิดวาล์วให้น้ำมันไหลจากถังจ่ายน้ำมันไปยังหัวจ่ายน้ำมัน
5. เปิดสวิตช์ควบคุมการทำงานของมอเตอร์ แล้วปรับปุ่มควบคุมความเร็วของตัว Inverter ให้หมุนด้วยความเร็วรอบเท่ากับ 200 , 600 , 800 รอบ/นาที โดยอ่านจาก Techometer
6. รอจนระบบเข้าสู่สภาวะคงตัวแล้วจดบันทึกค่า

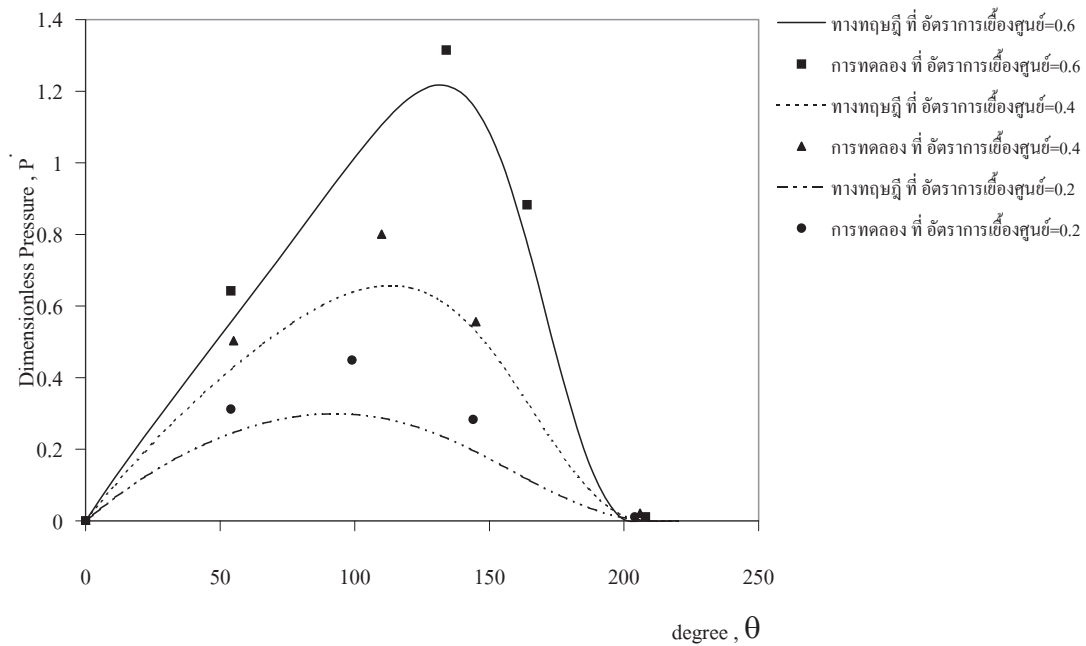


รูปที่ 1.8 แสดงผังไดอะแกรมของการติดตั้งอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง

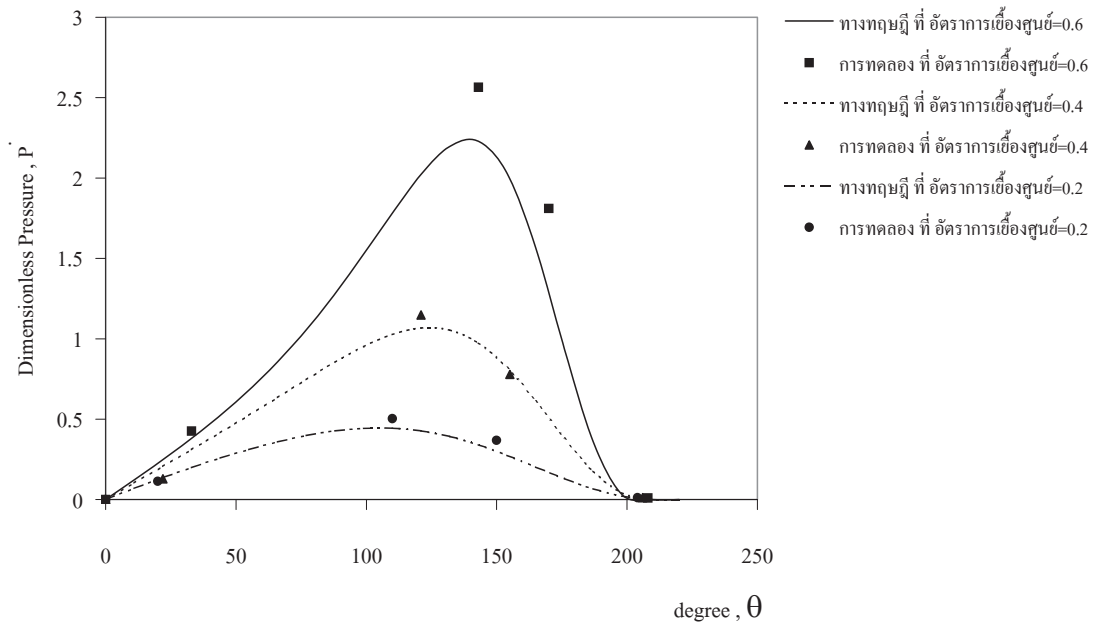
การกระจายความดันรัมีติของน้ำมันพืชในแบริงเพลากลม มีค่า $L/D=1$ ผลที่ได้จากการทดลองและการคำนวณจะเห็นว่าค่าการกระจายความดันของฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองจะมีค่าสูงกว่าที่ได้จากการคำนวณทั้งนี้เพราะว่าค่าความหนืดของสารหล่อลื่นที่ใช้ในการคำนวณกำหนดให้เปลี่ยนแปลงไปตามอุณหภูมิที่กระจายอยู่ในชั้นฟิล์มน้ำมันซึ่งจะได้อุณหภูมิที่สูงเป็นผลให้ค่าการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันหล่อลื่นลดต่ำลงไปตามทฤษฎี แต่ในการทดลองจริงไม่สามารถที่จะควบคุมอุณหภูมิที่ฟิล์มน้ำมันให้สูงที่สุดตามทฤษฎีได้ จึงทำให้ค่าการกระจายแรงดันในฟิล์มน้ำมันมีค่าสูงกว่าการคำนวณ แต่อย่างไรก็ตามแนวโน้มของค่าการกระจายความดันในชั้นฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการคำนวณและผลการทดลองก็มีลักษณะที่สอดคล้องกัน



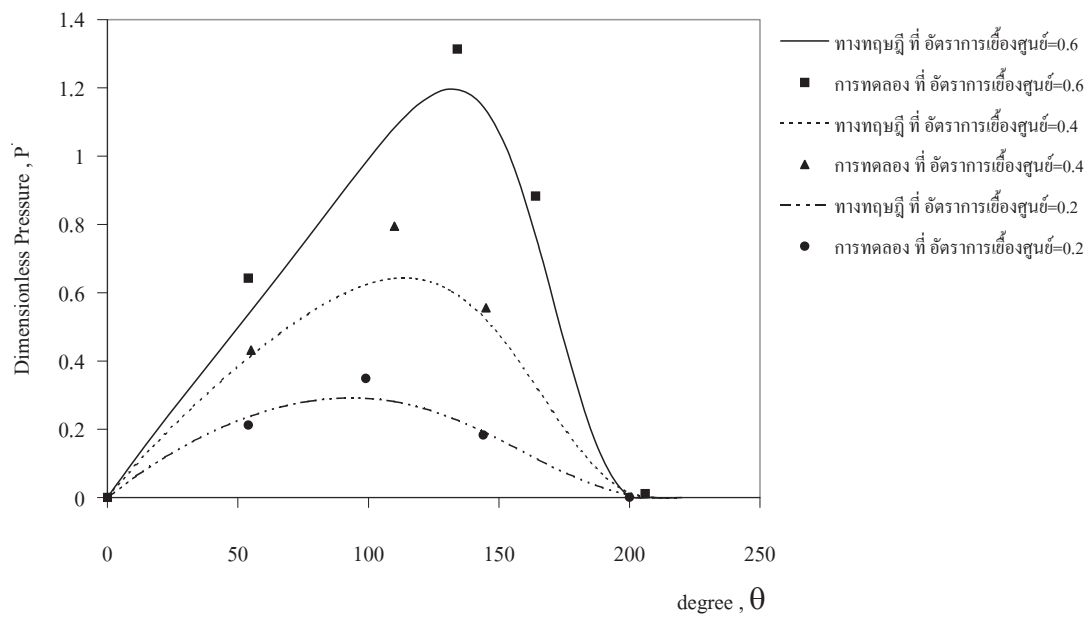
รูปที่ 1.9 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎี ที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 200\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลือง



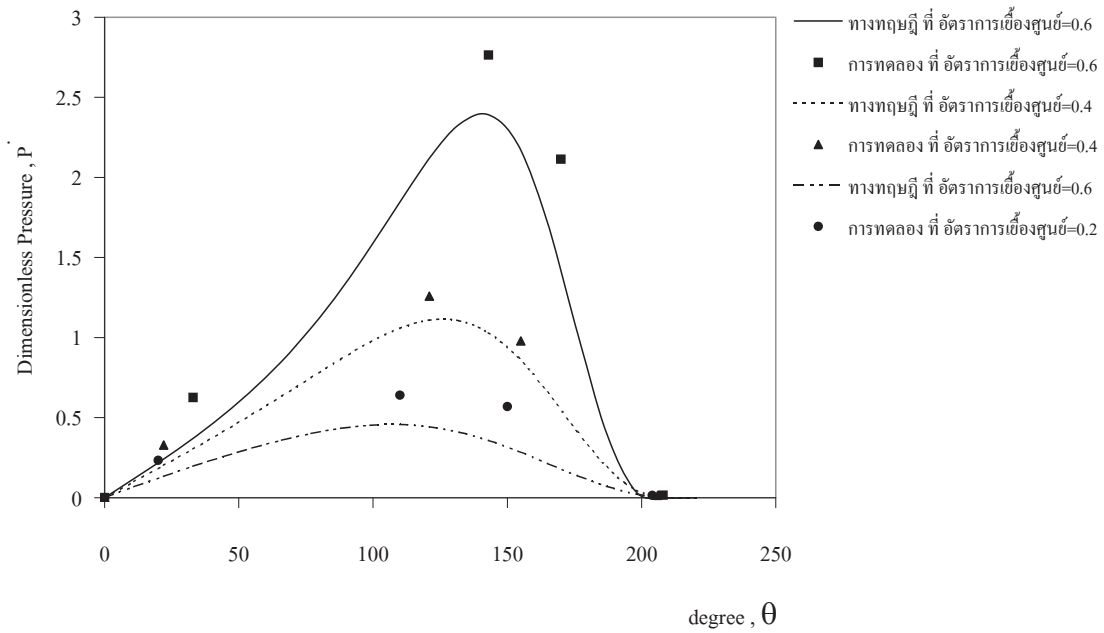
รูปที่ 1.10 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎี ที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 600\text{ rpm}$.และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลือง



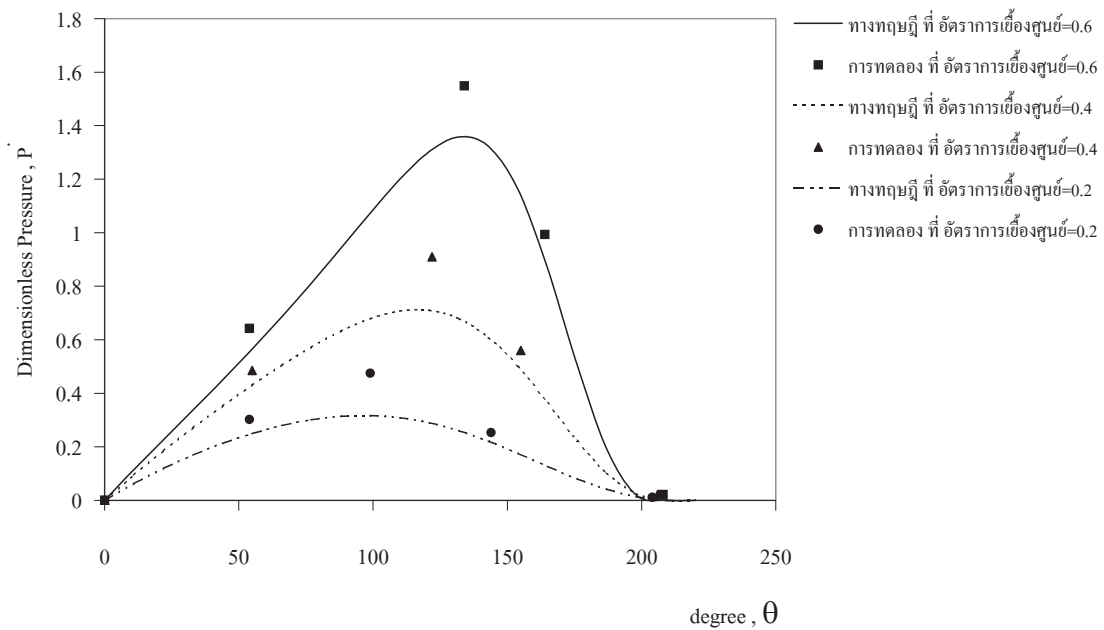
รูปที่ 1.11 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 200\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลืองผสม ZDTP 0.2%



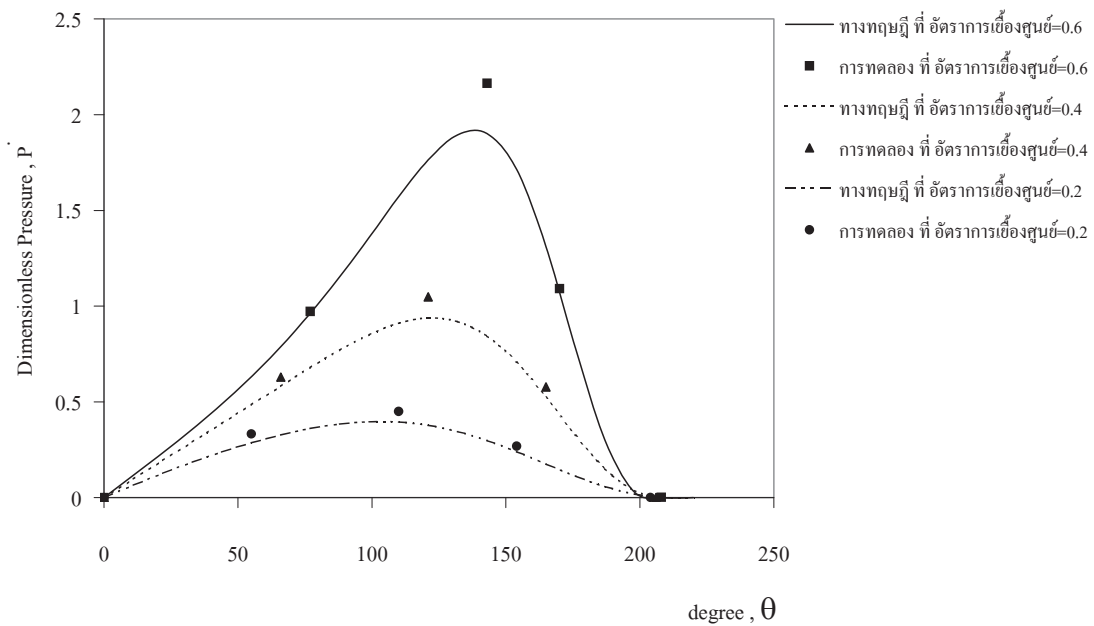
รูปที่ 1.12 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 600\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลืองผสม ZDTP 0.2%



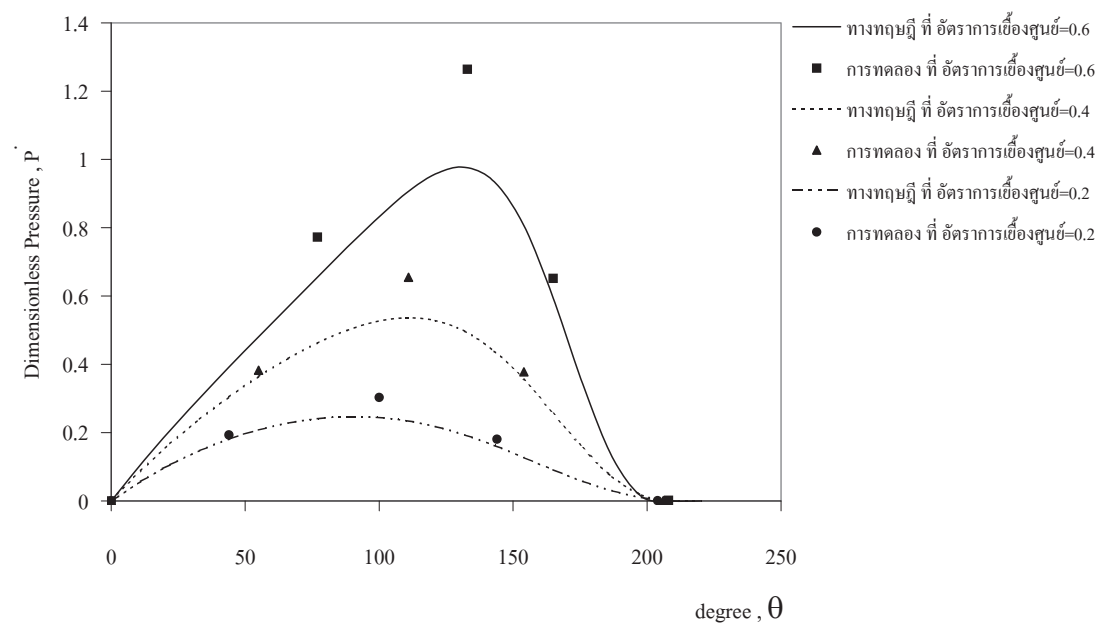
รูปที่ 1.13 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 200\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลืองผสม ZDTP 1%



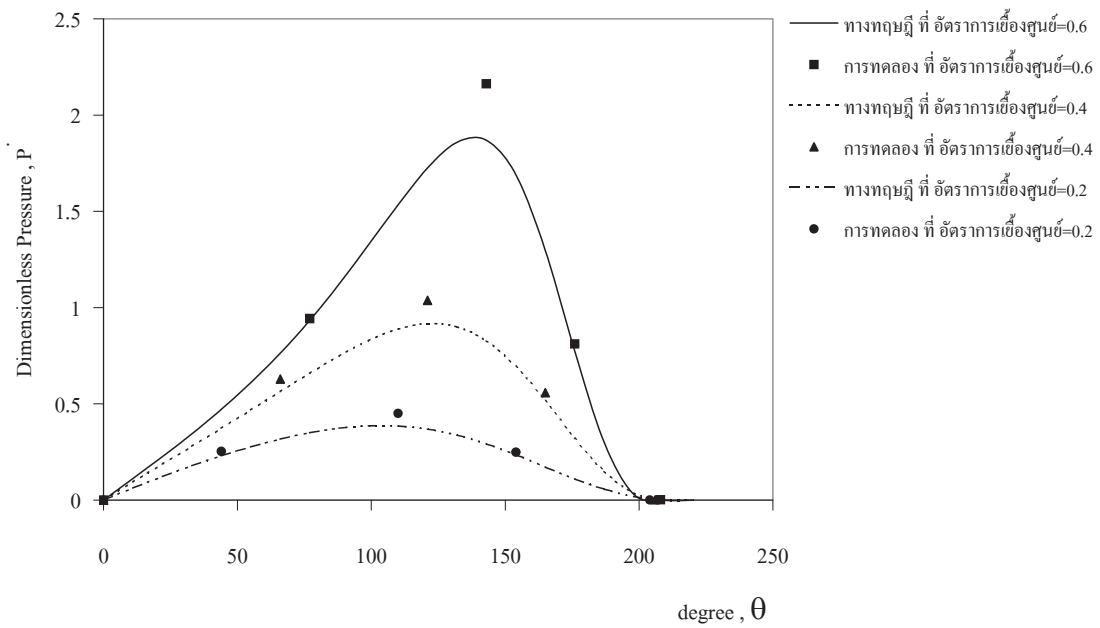
รูปที่ 1.14 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 600\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลืองผสม ZDTP 1%



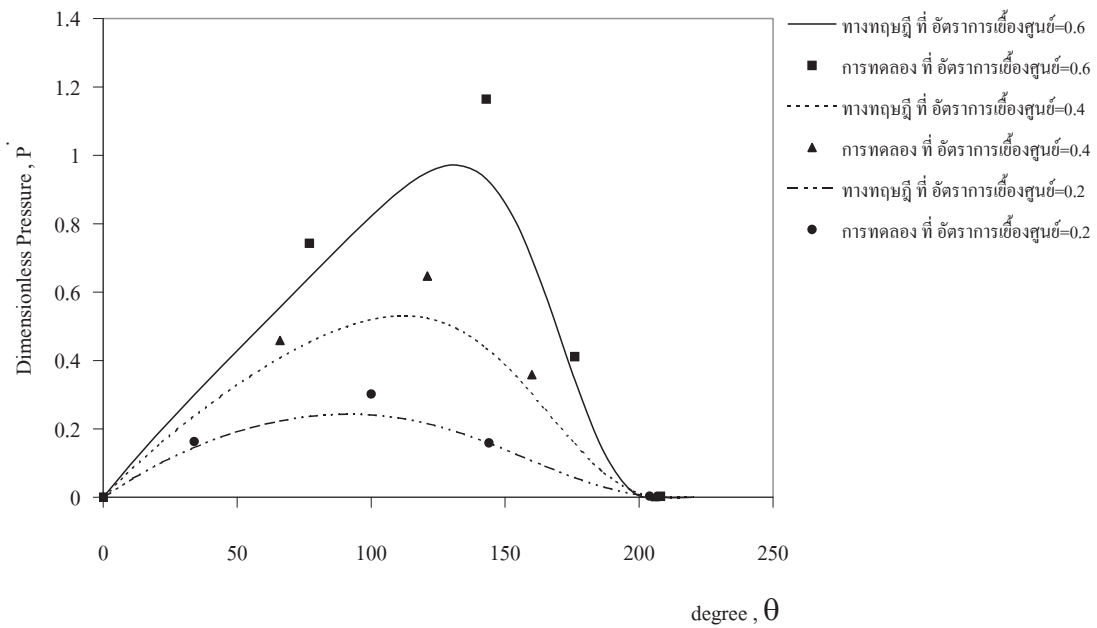
รูปที่ 1.15 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 200$ rpm. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์ม



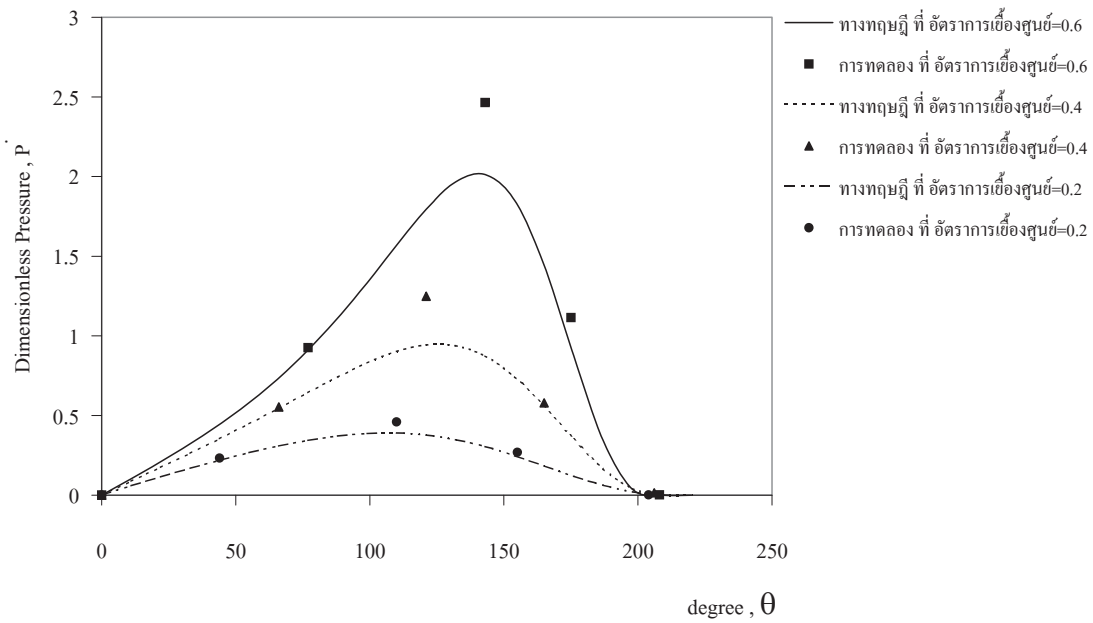
รูปที่ 1.16 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 600$ rpm. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์ม



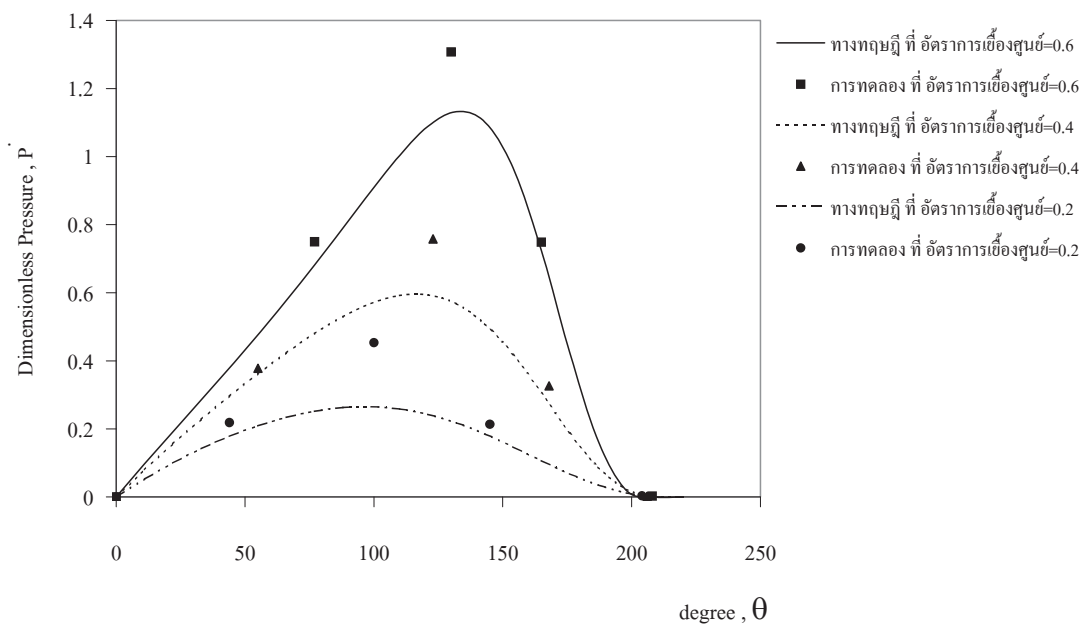
รูปที่ 1.17 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 200\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์มผสม ZDTP 0.2%



รูปที่ 1.18 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 600\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์มผสม ZDTP 0.2%

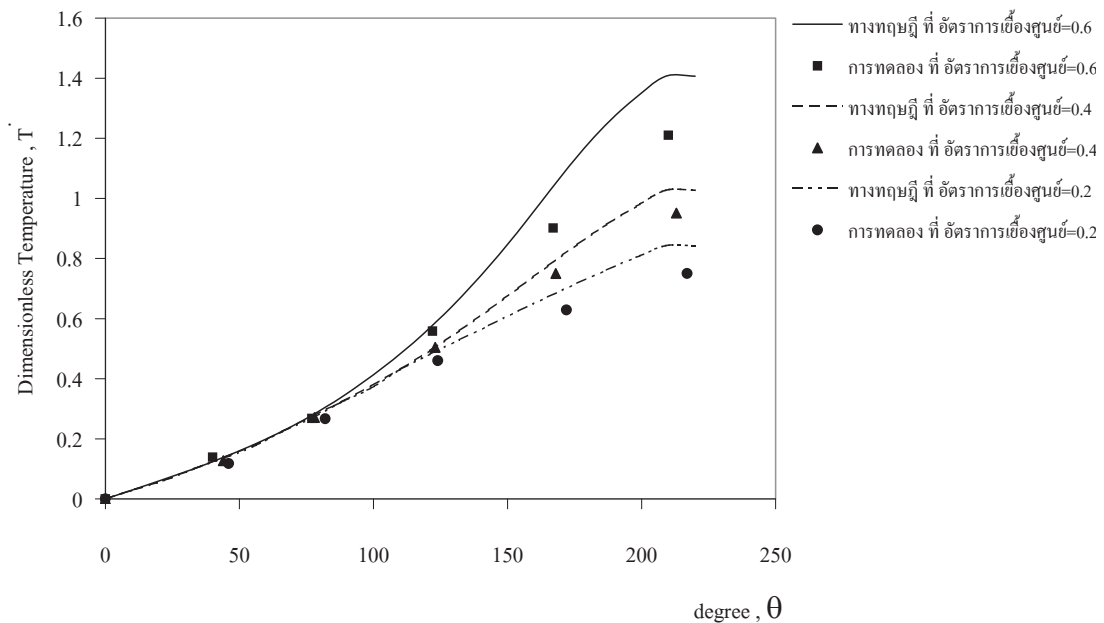


รูปที่ 1.19 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 200\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์มผสม ZDTP 1%

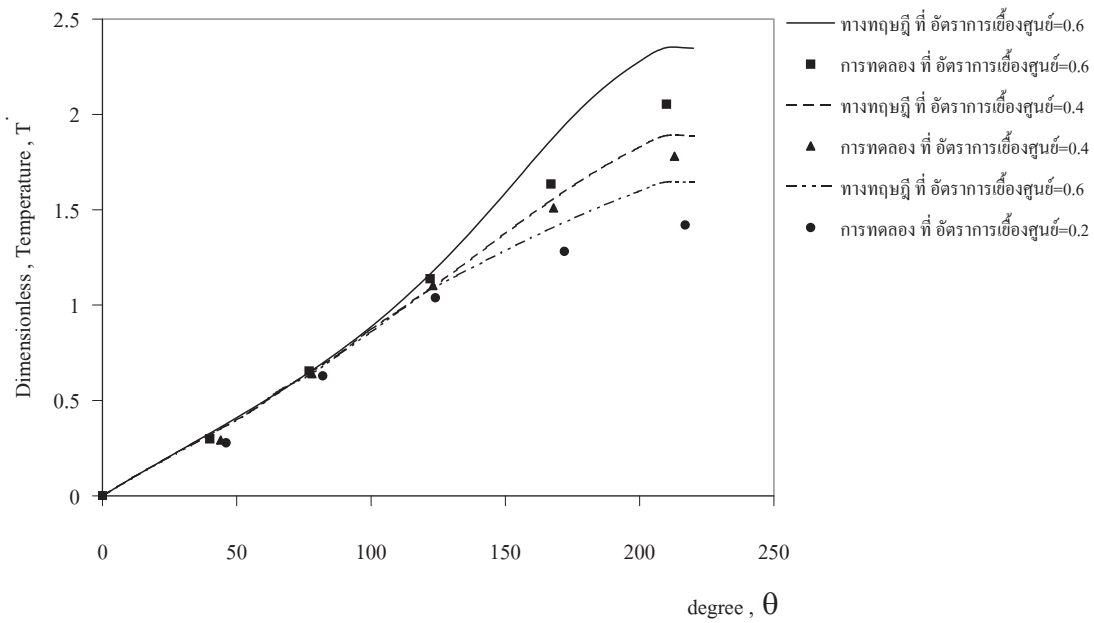


รูปที่ 1.20 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 600\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์มผสม ZDTP 1%

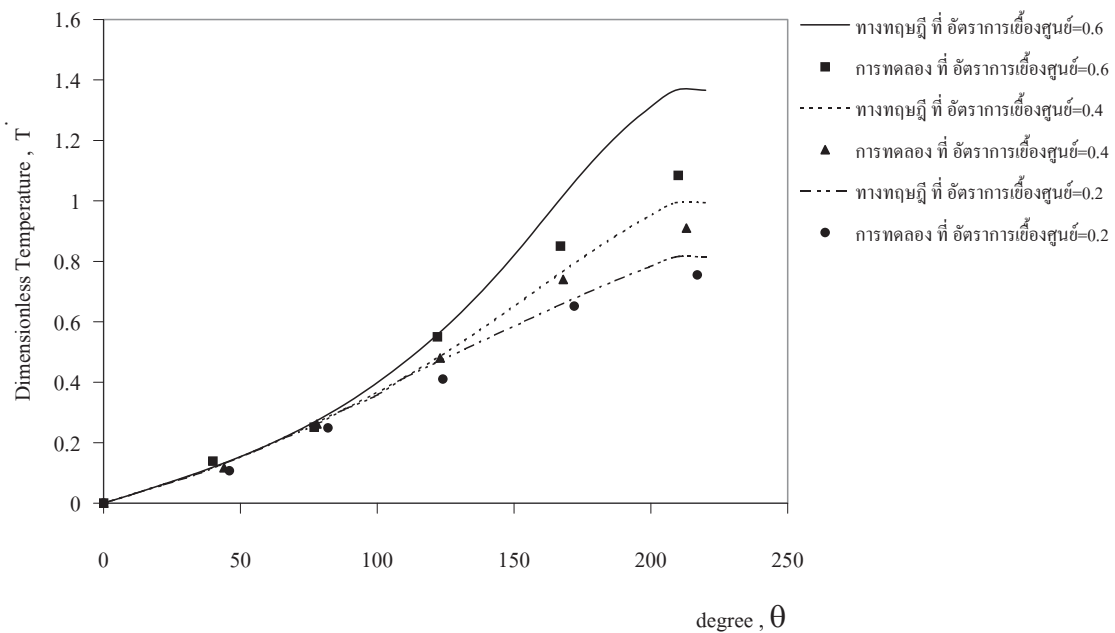
การกระจายอุณหภูมิของฟิล์มน้ำมันในรูปไร้มิติของแบร์ริงเพลากลมที่ค่า $L/D=1$ ผลที่ได้จากการทดลองและจากการคำนวณจะเห็นว่าค่าการกระจายอุณหภูมิของฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองจะมีค่าต่ำกว่าที่ได้จากการคำนวณทั้งนี้เพราะว่าค่าที่ใช้ในการคำนวณอุณหภูมิที่กระจายอยู่ในชั้นฟิล์มน้ำมันได้อุณหภูมิที่สูงตามทฤษฎี แต่ในการทดลองไม่สามารถที่จะควบคุมอุณหภูมิที่ฟิล์มน้ำมันให้สูงตามทฤษฎี แต่อย่างไรก็ตามแนวโน้มของค่าการกระจายอุณหภูมิในชั้นฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการคำนวณและการทดลองก็มีลักษณะที่สอดคล้องกัน



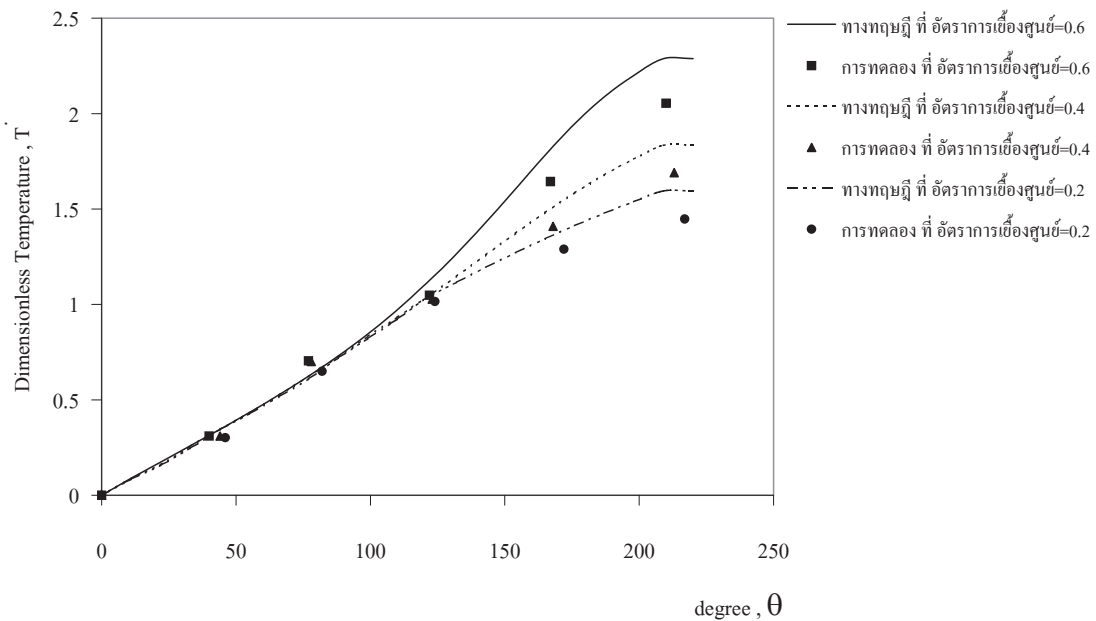
รูปที่ 1.21 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 200\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลือง



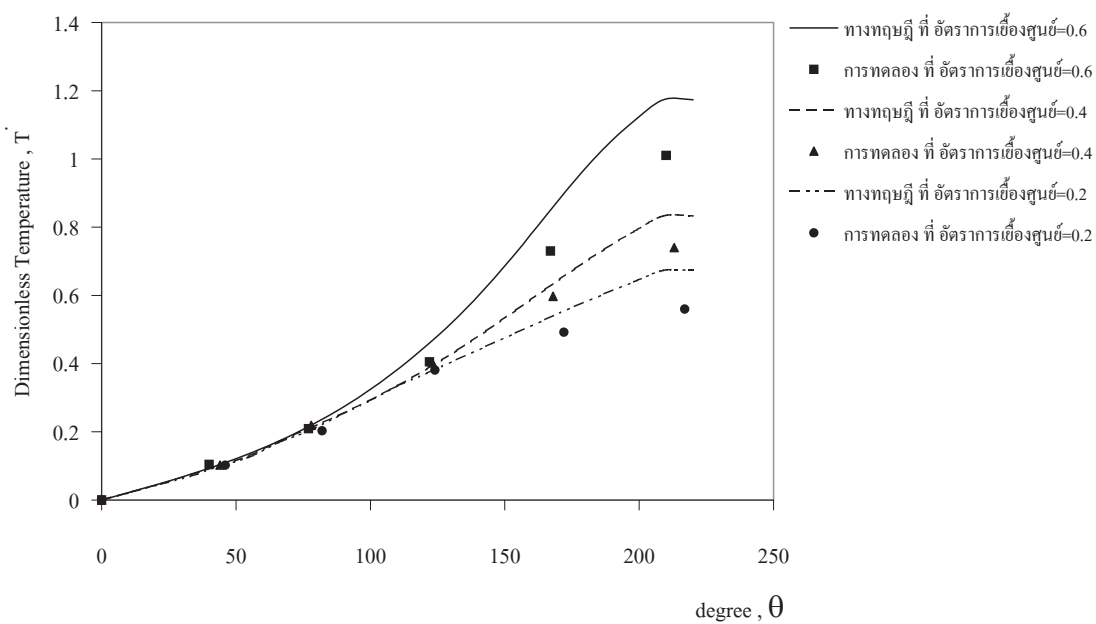
รูปที่ 1.22 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 600\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลือง



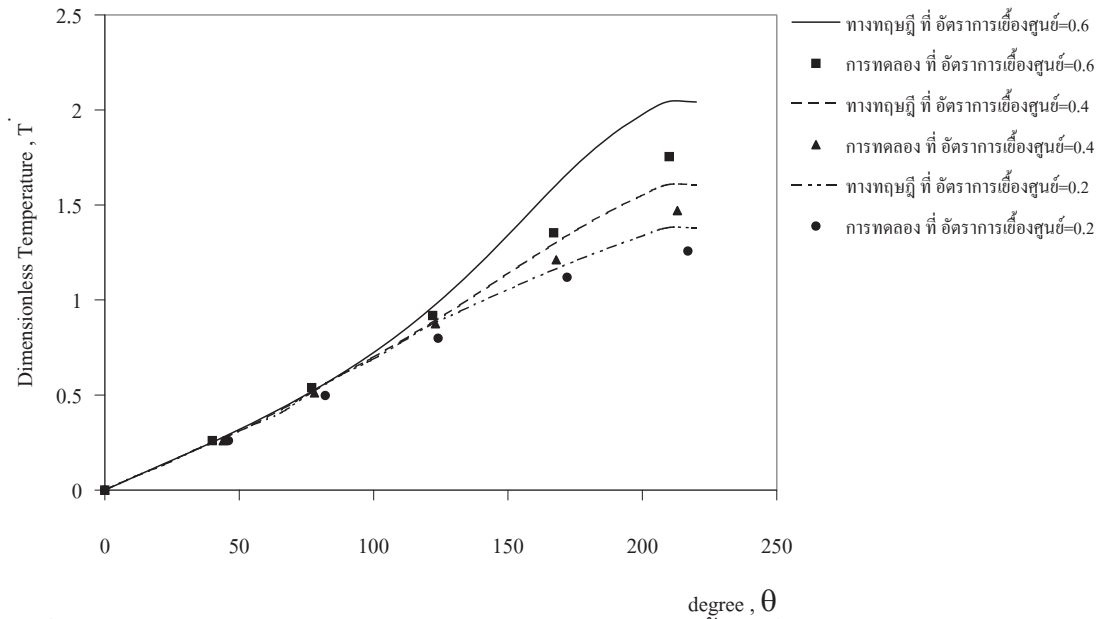
รูปที่ 1.23 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C=0.1\text{mm}$, $N = 200\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลืองผสม ZDTP 0.2%



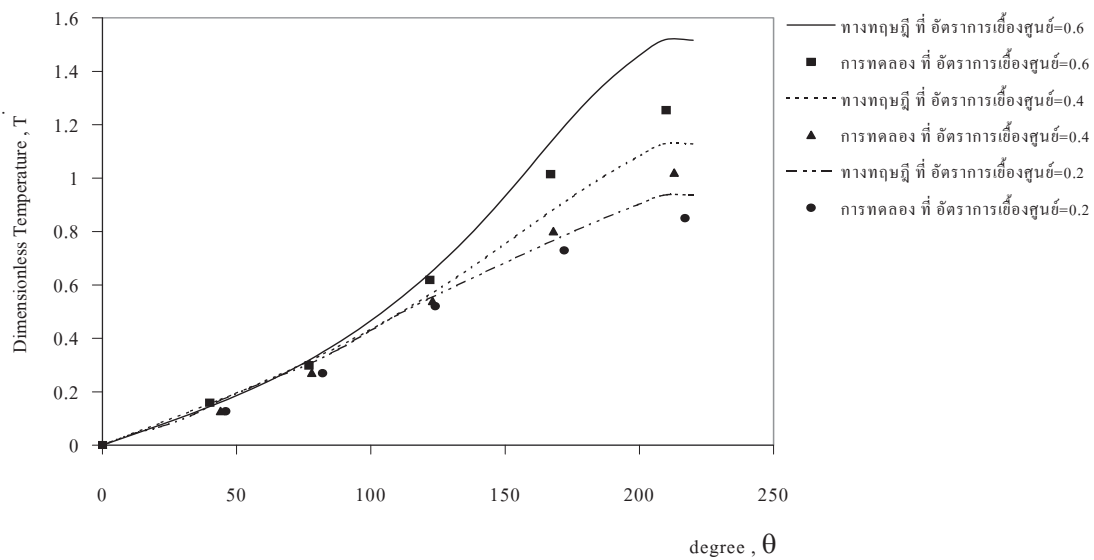
รูปที่ 1.24 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C=0.1\text{mm}$, $N = 600 \text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลืองผสม ZDTP 0.2%



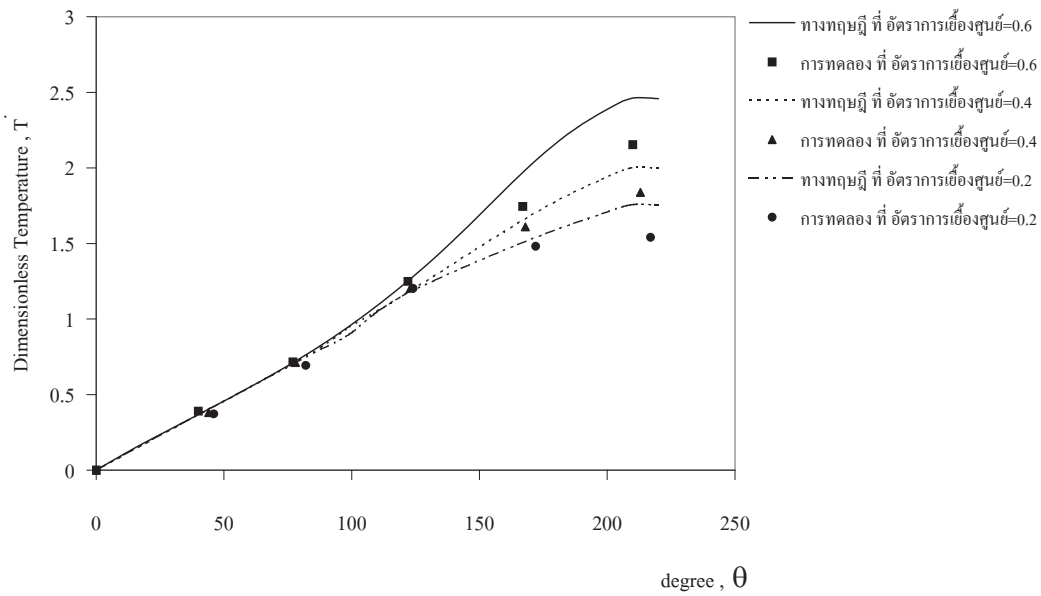
รูปที่ 1.25 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 200 \text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลืองผสม ZDTP 1%



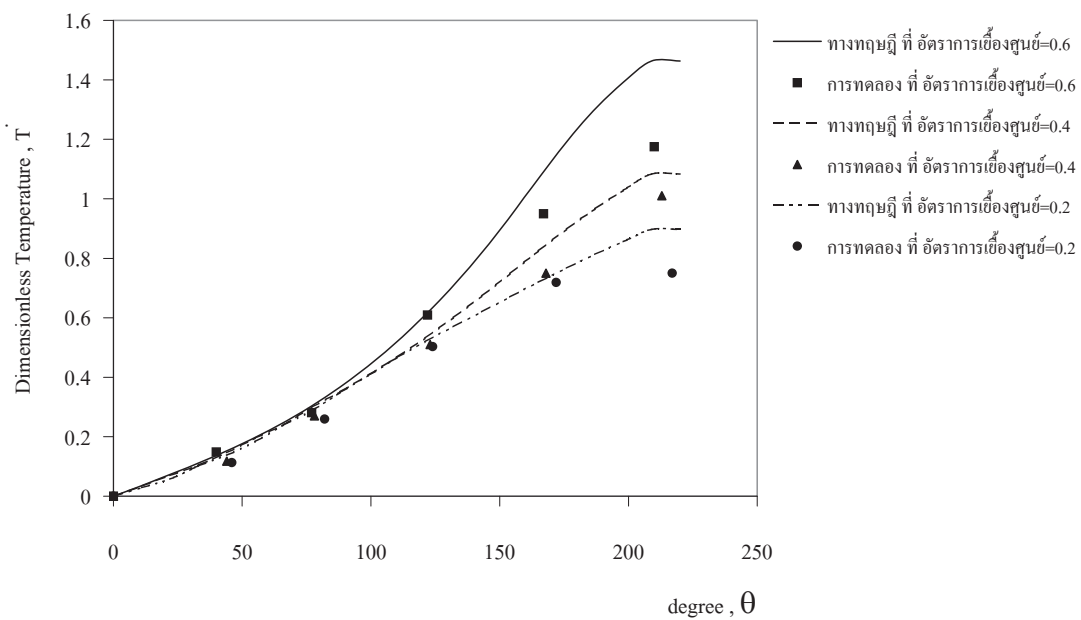
รูปที่ 1.26 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 600\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลืองผสม ZDTP 1%



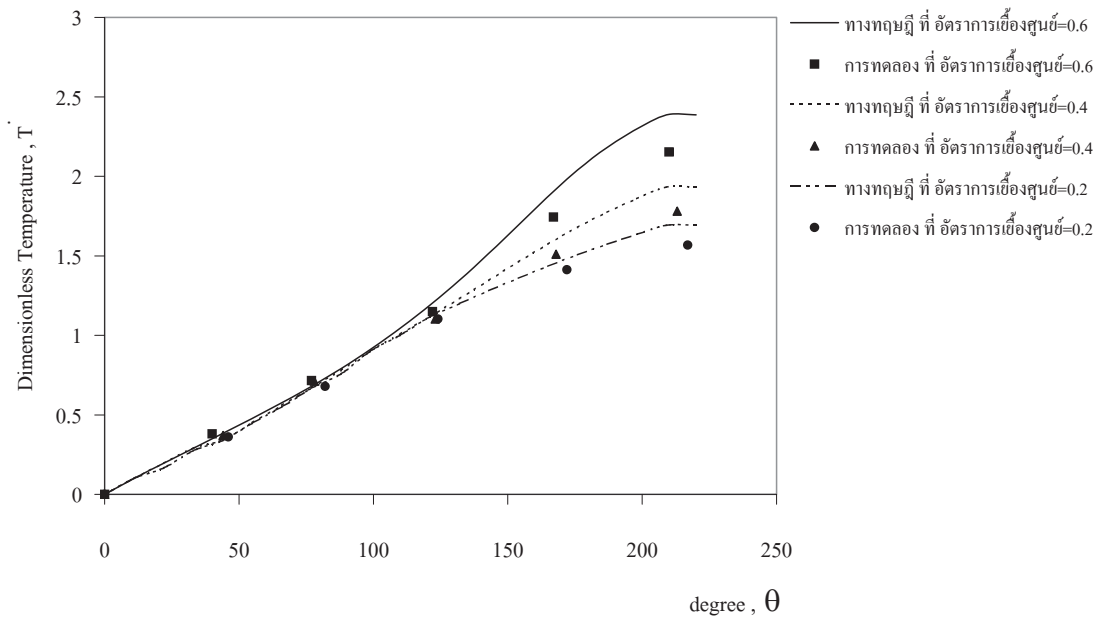
รูปที่ 1.27 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 200\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์ม



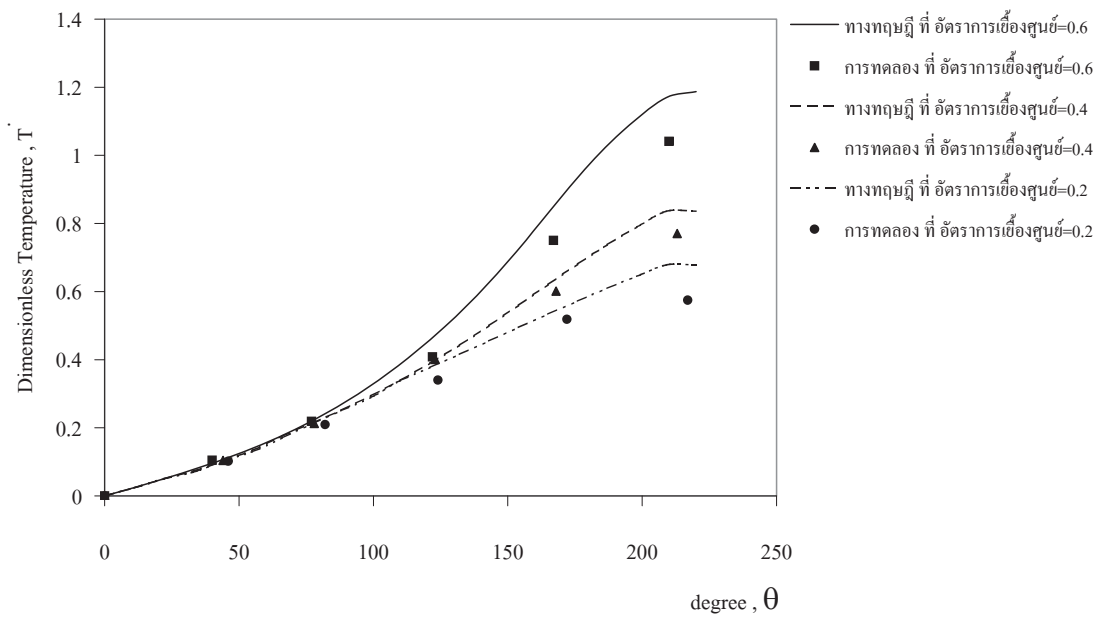
รูปที่ 1.28 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 600\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์ม



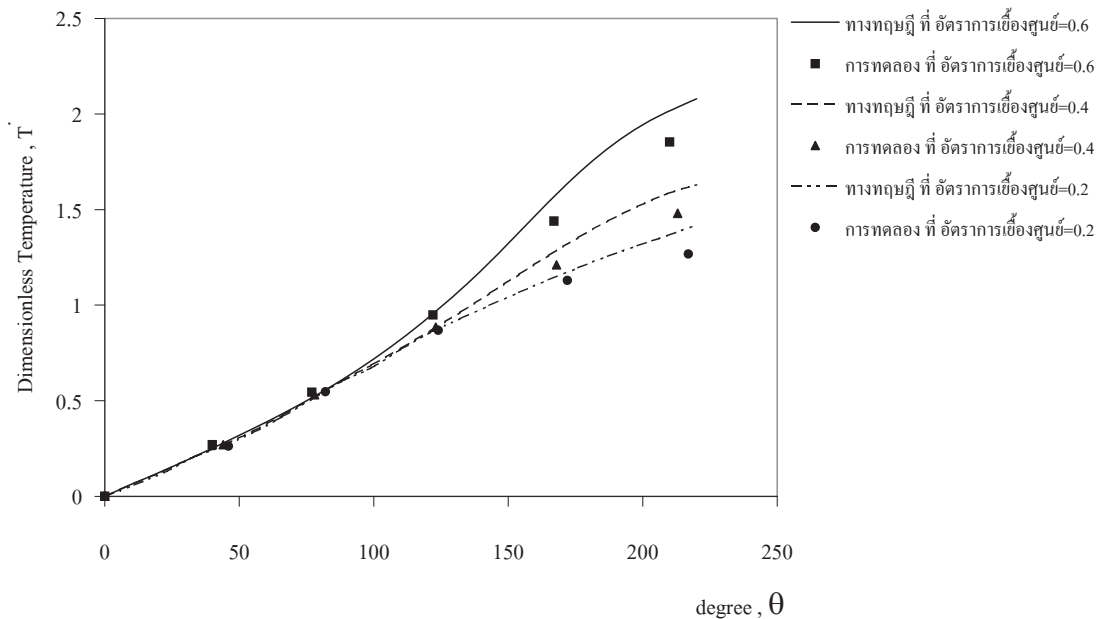
รูปที่ 1.29 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 200\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์มผสม ZDTP 0.2%



รูปที่ 1.30 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 600\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์มผสม ZDTP 0.2%



รูปที่ 1.31 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 200\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์มผสม ZDTP 1%



รูปที่ 1.32 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 600\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์มผสม ZDTP 1%

5.3.3 สรุป

งานวิจัยนี้ได้ศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นของกาบรอลนเพลากลมโดยใช้น้ำมันพืชผสมกับสารไดอัลไคลนไดไตรโอฟอสเฟส(dialkyldithiophosphates,ZDT)เป็นสารเพิ่มคุณภาพ มีคุณสมบัติต้านทานการเกิดออกซิเดชัน จากการหาความสัมพันธ์ของความเค้นเฉือนกับอัตราความเครียดเฉือน จากการใช้เครื่องวัดความหนืดแบบแกนหมุน พบว่าน้ำมันพืชมีคุณสมบัติเป็นของไหลแบบนอนนิวโตเนียน สามารถเขียนในรูป Power law model ได้ จากการวิเคราะห์ทางทฤษฎีโดยใช้แบบจำลองดังกล่าว กับสมการการไหลจะทำให้ได้สมการโมดิฟายด์เรย์โนลด์ และสมการพลังงานสำหรับกาบรอลนเพลากลมแบบเต็มวง จากสมการโมดิฟายด์เรย์โนลด์และสมการพลังงาน เมื่อทำการแก้สมการโดยใช้วิธีเชิงตัวเลข จะทำให้เราสามารถหาค่าการกระจายความดันและค่าการกระจายอุณหภูมิของฟิล์มน้ำมันได้ งานวิจัยนี้ได้ออกแบบพัฒนาสร้างกาบรอลนเพลากลมมีอัตราส่วน L/D เท่ากับ 1 และ 0.5 ตามลำดับ เพื่อเปรียบเทียบระหว่างผลจากการคำนวณเปรียบเทียบกับผลการทดลองสามารถสรุปได้ดังนี้

1. จากการศึกษาพบว่า การกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันตามทฤษฎีมีค่าสูงกว่าเมื่อเทียบกับการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลอง
2. จากผลการทดลองและผลการคำนวณการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมัน และการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันของกาบรอลนเพลากลมพบว่ามีแนวโน้มที่มีพฤติกรรมสอดคล้องกัน

6. งานวิจัยศึกษาพฤติกรรมของเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์แบร์ริง

6.1 สมการดัดแปลงเรโน้ดของไหลนอนนิวโตเนียน Carreau viscosity model

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราความเครียดเฉือนของไหลแบบนอนนิวโตเนียนสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบความหนืดสมมูล μ_{eq} ดังนี้

$$\tau_{zx} = \mu_{eq} \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \tau_{zy} = \mu_{eq} \frac{\partial v}{\partial z} \quad (1)$$

งานวิจัยนี้ใช้แบบจำลองนอนนิวโตเนียนในรูปแบบของ Carreau viscosity model [22, 23]

$$\mu_{eq} = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) \left(1 + \lambda^2 I\right)^{\frac{n-1}{2}} \quad (2)$$

$$I = \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 \quad (3)$$

ใช้ทฤษฎี perturbation method ซึ่งได้นำเสนอโดย Dien [24], ความเร็วของของไหล u และ v สามารถเขียนได้เป็น

$$u = u^* + \delta u' \quad (4)$$

$$v = v^* + \delta v' \quad (5)$$

เมื่อ δ เป็น nondimensional amplitude parameter ($\delta \ll 1$). จึงเขียน I ได้เป็น

$$I = \left\{ \left(\frac{\partial u^*}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v^*}{\partial z}\right)^2 \right\} + 2\delta \left\{ \frac{\partial u^*}{\partial z} \frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial v^*}{\partial z} \frac{\partial v'}{\partial z} \right\} = I^* + \delta I' \quad (6)$$

$$I^* = \frac{(u_2 - u_1)^2 + (v_2 - v_1)^2}{h^2} \quad (7)$$

กระจาย μ_{eq} ในรูปอนุกรมของ Taylor series จะได้

$$\mu = \mu(I^*) + \delta I' \left(\frac{\partial \mu}{\partial I} \right)_{I=I^*} = \mu^* + \delta \mu' \quad (8)$$

เมื่อ

$$\mu^* = \mu(I^*) = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) \left(1 + \lambda^2 I^*\right)^{\frac{n-1}{2}} \quad (9)$$

$$\mu' = 2 \left\{ \frac{\partial u^*}{\partial z} \frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial v^*}{\partial z} \frac{\partial v'}{\partial z} \right\} (\mu - \mu_\infty) \left(\frac{n-1}{2} \right) (1 + \lambda^2 I^*) \lambda^2 \quad (10)$$

จากสมการ momentum equation, เขียน pressure gradient ได้ในรูปแบบ

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \delta \frac{\partial \Xi}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu^* \frac{\partial u^*}{\partial z} \right) + \delta \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu^* \frac{\partial u'}{\partial z} + \mu' \frac{\partial u^*}{\partial z} \right) \quad (11)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \delta \frac{\partial \Xi}{\partial y} = \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu^* \frac{\partial v^*}{\partial z} \right) + \delta \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu^* \frac{\partial v'}{\partial z} + \mu' \frac{\partial v^*}{\partial z} \right) \quad (12)$$

เมื่อ Ξ เรียกว่า reference pressure. จากสมการ (3.20) และ (3.21) จะได้ว่า

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\mu^* \frac{\partial u^*}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu^* \frac{\partial v^*}{\partial z} \right) = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial \Xi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu^* \frac{\partial u'}{\partial z} + \mu' \frac{\partial u^*}{\partial z} \right) \quad (14)$$

$$\frac{\partial \Xi}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu^* \frac{\partial v'}{\partial z} + \mu' \frac{\partial v^*}{\partial z} \right) \quad (15)$$

กำหนด boundary conditions ดังนี้

$$u^*(z=0) = u_1, u^*(z=h) = u_2, v^*(z=0) = v_1, v^*(z=h) = v_2 \quad (16)$$

$$u'(z=0) = 0, u'(z=h) = 0, v'(z=0) = 0, v'(z=h) = 0 \quad (17)$$

อินทิเกรตสมการ (13), (14) และ (15) ด้วย boundary conditions ในสมการ (16) และ (17) จะได้ความเร็วของของไหลตามทิศทางของ x และทิศทางของ y ดังนี้

$$u = \left(\frac{u_2 - u_1}{h} \right) z + u_1 + \frac{z(z-h)}{2} \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (18)$$

$$v = \left(\frac{v_2 - v_1}{h} \right) z + v_1 + \frac{z(z-h)}{2} \frac{1}{\mu^*} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (19)$$

เมื่อ

$$\eta = \mu^* + 2 \left(\frac{u_2 - u_1}{h} \right)^2 (\mu_0 - \mu_\infty) \left(\frac{n-1}{2} \right) \left(1 + \lambda^2 \left(\frac{u_2 - u_1}{h} \right)^2 \right)^{\frac{n-3}{2}} \lambda^2 \quad (20)$$

แทนสมการที่ (18) และ (19) ลงในสมการ continuity equation จะได้สมการ Transient modified Reynolds equation สำหรับ Carreau viscosity model ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{\mu^*} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6\omega r \left(1 - \frac{2}{\omega} \dot{\Phi} \right) \frac{\partial \rho h}{\partial x} + 12\rho \dot{e} \cos(\theta - \Phi) \quad (21)$$

6.2 สมการพลังงานของไหลนอนนิวโตเนียน Carreau viscosity model

อุณหภูมิเฉลี่ยตามความหนาของฟิล์มน้ำมันของน้ำมันหล่อลื่นแบบ Carreau lubricant สามารถหาได้โดยการอินทิเกรตสมการพลังงานตลอดความหนาฟิล์ม สมมติเป็น adiabatic condition สมการพลังงานสำหรับสารหล่อลื่นนอนนิวโตเนียนโดยใช้แบบจำลอง Carreau Viscosity Model เขียนได้ดังสมการที่ (22) เมื่อ T เป็นอุณหภูมิเฉลี่ยตามความหนาของฟิล์มน้ำมัน

$$\begin{aligned} & \left(\rho c_f \frac{u_2}{2} h - \rho c_f \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \frac{\partial T}{\partial x} + \left(-\rho c_f \frac{h^3}{12\mu^*} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \\ &= \mu^* \left(\frac{u_2^2}{h} \right) + \left(\beta h T \frac{u_2}{2} \right) \frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{h^3}{12\eta} - \beta T \frac{h^3}{12\eta} \right) \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 \\ &+ \left(\frac{h^3}{12\mu^*} - \beta T \frac{h^3}{12\mu^*} \right) \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)^2 + \beta h T \frac{\partial p}{\partial t} - \rho c_f h \frac{\partial T}{\partial t} \end{aligned} \quad (22)$$

Boundary conditions

เพื่อวิเคราะห์การกระจายอุณหภูมิของฟิล์มน้ำมัน เมื่อใช้สารหล่อลื่นแบบ Carreau Viscosity Model การแก้ปัญหสมการที่ (21) และสมการที่ (22) ใช้ Boundary conditions ดังนี้

- 1) ที่ทางเข้าน้ำมัน : $x = \theta r = 0$, $p(\theta = 0) = 0$ and $T(\theta = 0) = T_0$
- 2) ที่ด้านข้างทั้งสองด้าน : $p(y = 0) = 0$ and $p(y = L) = 0$
- 3) ที่จุดเกิดคาวีเตชัน : $p(\theta_c) = \frac{\partial p}{\partial \theta} \Big|_{\theta_c} = 0$

Viscosity-Pressure-Temperature Relationship

ความดันและอุณหภูมิมีผลทำให้ความหนืดของสารหล่อลื่นเปลี่ยนไปตามทฤษฎี ของ Roelands [25].

$$\eta = \eta_0 \exp \left\{ (\ln \mu_0 + 9.67) \left(-1 + \left(1 + 5.1 \times 10^{-9} p \right)^z \right) - \gamma (T - T_0) \right\} \quad (23)$$

เมื่อ η_0 เป็นค่าที่อุณหภูมิอ้างอิงและความดันบรรยากาศ

Density-Pressure-Temperature Relationship

ความหนาแน่นของสารหล่อลื่นขึ้นกับอุณหภูมิและความดัน

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p} \right) (1 - \beta(T - T_0)) \quad (24)$$

6.3 การประยุกต์สมการเรโนลด์และสมการพลังงานกับแบร์ริงเพลากลม

แบร์ริงเพลากลมชนิดลื่นไหลเป็นแบร์ริงที่มีข้อได้เปรียบมากกว่าแบร์ริงชนิดอื่นคือสามารถรับภาระได้สูงให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานต่ำมีใช้แพร่หลายในอุตสาหกรรมโดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีเป็นแบร์ริงขนาดใหญ่ที่รับภาระสูงมาก ๆ ดังนั้นเมื่อแบร์ริงเพลากลมทำงานภายใต้ภาระโหลดที่หนักมากการบร่งลื่นของจะเกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่างจะทำให้สมรรถนะของแบร์ริงเพลากลมเปลี่ยนแปลง ทำให้ความดันของฟิล์มน้ำมันลดลงมากกว่ากรณีที่ไม่เกิดการการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง การลดลงของความดันนี้จะขึ้นกับคุณสมบัติความยืดหยุ่นของกาวบร่งลื่น ความหนาของกาวบร่งลื่น อัตราส่วนความเยื้องศูนย์ ความหนืดของน้ำมันหล่อลื่น และความเร็วของเพล

งานวิจัยจำนวนมากได้ศึกษาการหล่อลื่นแบบฮิสเทรีติกไฮโดรไดนามิกส์ของแบร์ริงเพลากลมแต่ไม่ได้พิจารณาผลของอุณหภูมิ ผลของน้ำมันที่เป็นนอนนิวโตเนียน แบบจำลอง Carreau viscosity model และผลของความหยาบของผิวกาวบร่งลื่น งานวิจัยนี้ได้วิเคราะห์คุณลักษณะแบร์ริงเพลากลมสำหรับการหล่อลื่นแบบเทอร์โมฮิสเทรีติกไฮโดรไดนามิกส์ด้วยของไหลนอนนิวโตเนียน Carreau viscosity model และอิทธิพลของความหยาบของผิวกาวบร่งลื่นต่อสมรรถนะแบร์ริง

ความหนาฟิล์มของของไหลในแบร์ริงเพลากลม

ในกรณีของแบร์ริงเพลากลมความหนาของฟิล์มน้ำมันขึ้นกับรัศมี อัตราความเยื้องศูนย์ และมุมยกเพลของแบร์ริง นอกจากนี้ยังขึ้นกับความหยาบของผิวกาวบร่งลื่นและผิวของเพลและการยุบตัวของผิวกาวบร่งลื่นดังสมการ

$$.h = c + e \cos(\theta - \Phi) + \delta h_D(x, y, p) \quad (25)$$

เมื่อ $\delta h_1(x, y)$ and $\delta h_2(x, y)$ เป็นความหยาบของผิว ถ้าความหยาบมีแอมพลิจูดเท่ากับ A_h และความยาวคลื่นของผิวหยาบเท่ากับ λ_l ซึ่งเขียนได้ในรูปของ

$$\delta h_1(x, y) = A_h \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda_l}\right) \quad (\text{กรณี transverse roughness}) \quad (26)$$

$$\delta h_1(x, y) = A_h \sin\left(\frac{2\pi y}{\lambda_l}\right) \quad (\text{กรณี longitudinal roughness}) \quad (27)$$

$\delta h_D(x, y, p)$ เป็นการยุบตัวของผิวแบร์ริง Dobrica [21] กล่าวว่าสำหรับพื้นผิวที่แบ่งเป็นกริด $M \times N$ การยุบตัวของแต่ละกริดจะขึ้นกับความดันที่กริดนั้น จะได้สมการการยุบตัวเป็น

$$\delta h_D(x, y, p) = \frac{1-\nu^2}{\pi E} \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N \int_{y_l - \frac{\Delta y}{2}}^{y_l + \frac{\Delta y}{2}} \int_{x_k - \frac{\Delta x}{2}}^{x_k + \frac{\Delta x}{2}} \frac{dxdy}{\sqrt{(x_i - x)^2 + (y_j - y)^2}} p_{k,l} \quad (28)$$

ความสามารถรับภาระโหลด (Load-Carrying Capacity)

แรงไฮโดรไดนามิกส์และแรงรับจากอนุภาคตามแนวตั้ง (F_ξ) และตามแนวระนาบ (F_ψ) เขียนได้เป็น

$$F_\xi = - \int_0^L \int_0^{\theta^*} p \cos \theta r d\theta dy \quad (29)$$

$$F_\psi = - \int_0^L \int_0^{\theta^*} p \sin \theta r d\theta dy \quad (30)$$

เมื่อเปลี่ยนแรงตามแนวตั้งและตามแนวราบให้อยู่ในพิกัดของแกนตามแนวเส้นวางตัว (line of centers) (F_r) และแกนตั้งฉาก (F_Φ) จะได้

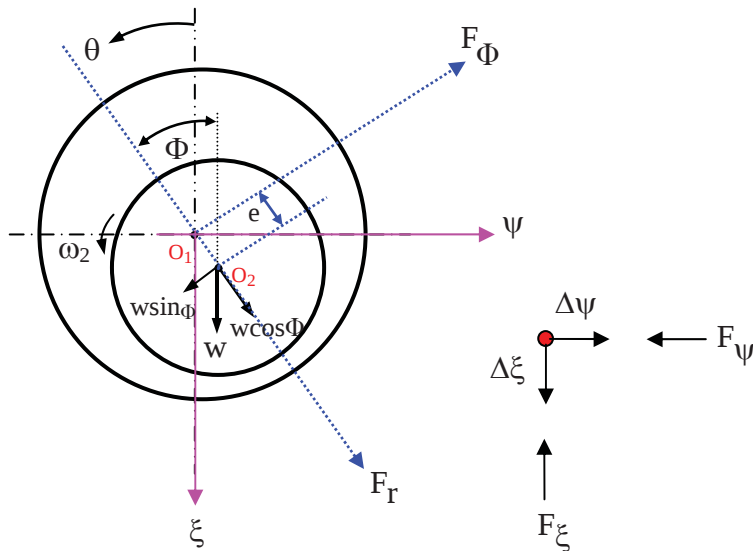
$$F_r = -F_\xi \cos \Phi - F_\psi \sin \Phi \quad (31)$$

$$F_\Phi = F_\xi \sin \Phi - F_\psi \cos \Phi \quad (32)$$

ภาระทั้งหมดที่น้ำมันหล่อลื่นรับได้ (W) และมุมวางตัว (Φ) หาได้จาก

$$W = (F_r^2 + F_\Phi^2)^{1/2} \quad (33)$$

$$\Phi = \tan^{-1} \left(-\frac{F_\Phi}{F_r} \right) \quad (34)$$



ภาพที่ 1 แรงที่กระทำต่อเจอร์นอลแบร์ริง

แรงเสียดทานการไหล (Friction Force)

แรงเสียดทานของสารหล่อลื่นประกอบด้วยสองส่วน คือจากความหนืดของน้ำมันและจากการเสียดสีของผิวแบร้งกับผิวอนุภาค ที่ผิวของเพลาเจอร์นอล หรือ $z = h$ ได้แรงเสียดทานจากน้ำมันเท่ากับ

$$F_{fric} = \iint \frac{\mu^* u_2}{h} dx dy + \iint \frac{h}{2} \frac{dp}{dx} dx dy \quad (35)$$

การวิเคราะห์เสถียรภาพของเพลา

ตามทฤษฎีของ Lund [28], มาประยุกต์ใช้กับสารหล่อลื่นที่เป็น Carreau viscosity model สามารถสร้างเมตริกของความดันตามแกน $\xi - \psi$ ได้ดังนี้

$$\left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\rho h_s^3}{12\eta} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h_s^3}{12\mu^*} \frac{\partial}{\partial y} \right) \right] \begin{Bmatrix} p_s \\ p_\xi \\ p_\psi \\ p_{\dot{\xi}} \\ p_{\dot{\psi}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{U}{2r} \frac{\partial(\rho \cos \theta)}{\partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\rho h_s^2 \cos \theta}{4\eta} \frac{\partial p_s}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h_s^2 \cos \theta}{4\mu^*} \frac{\partial p_s}{\partial y} \right) \\ \frac{U}{2r} \frac{\partial(\rho \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\rho h_s^2 \sin \theta}{4\eta} \frac{\partial p_s}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h_s^2 \sin \theta}{4\mu^*} \frac{\partial p_s}{\partial y} \right) \\ \rho \cos \theta \\ \rho \sin \theta \end{Bmatrix} \quad (36)$$

$$\text{เมื่อ } p_s = (p)_s, \quad p_\xi = \left(\frac{\partial p}{\partial \xi} \right)_s, \quad p_\psi = \left(\frac{\partial p}{\partial \psi} \right)_s, \quad p_{\dot{\xi}} = \left(\frac{\partial p}{\partial \dot{\xi}} \right)_s, \quad p_{\dot{\psi}} = \left(\frac{\partial p}{\partial \dot{\psi}} \right)_s \quad (37)$$

$$h = h_s + \Delta \xi \cos \theta + \Delta \psi \sin \theta \quad (37)$$

$$h_s = (c + e \cos(\theta - \Phi)) - \delta h_1(x, y) + \delta h_2(x, y) + \delta h_D(x, y, p) \quad (38)$$

ค่าสัมประสิทธิ์ของสปริงแบบไร้มิติ (dimensionless spring) และสัมประสิทธิ์ของแดมปีงแบบไร้มิติ (damping coefficients) เขียนในรูปเมตริกได้เท่ากับ

$$\begin{Bmatrix} K_{\xi\xi} & K_{\xi\psi} \\ K_{\psi\xi} & K_{\psi\psi} \end{Bmatrix} = \frac{c}{W} \begin{Bmatrix} -\int_0^L \int_0^{2\pi} p_\xi r \cos \theta d\theta dy & -\int_0^L \int_0^{2\pi} p_\psi r \cos \theta d\theta dy \\ -\int_0^L \int_0^{2\pi} p_\xi r \sin \theta d\theta dy & -\int_0^L \int_0^{2\pi} p_\psi r \sin \theta d\theta dy \end{Bmatrix} \quad (39)$$

$$\begin{Bmatrix} B_{\xi\xi} & B_{\xi\psi} \\ B_{\psi\xi} & B_{\psi\psi} \end{Bmatrix} = \frac{c\omega}{W} \begin{Bmatrix} -\int_0^L \int_0^{2\pi} p_{\dot{\xi}} r \cos \theta d\theta dy & -\int_0^L \int_0^{2\pi} p_{\dot{\psi}} r \cos \theta d\theta dy \\ -\int_0^L \int_0^{2\pi} p_{\dot{\xi}} r \sin \theta d\theta dy & -\int_0^L \int_0^{2\pi} p_{\dot{\psi}} r \sin \theta d\theta dy \end{Bmatrix} \quad (40)$$

ถ้าแบริงมีมวล m ซึ่งเขียนในรูปแบบไร้มิติได้เป็น $M = \frac{mc\omega^2}{W}$ สมการการเคลื่อนที่ของแบริงคือ

$$\begin{Bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \ddot{\xi} \\ \Delta \ddot{\psi} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} b_{\xi\xi} & b_{\xi\psi} \\ b_{\psi\xi} & b_{\psi\psi} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \dot{\xi} \\ \Delta \dot{\psi} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} k_{\xi\xi} & k_{\xi\psi} \\ k_{\psi\xi} & k_{\psi\psi} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \xi \\ \Delta \psi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (41)$$

$$\frac{1}{c\omega^2} \begin{Bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \ddot{\xi} \\ \Delta \ddot{\psi} \end{Bmatrix} + \frac{1}{c\omega} \begin{Bmatrix} B_{\xi\xi} & B_{\xi\psi} \\ B_{\psi\xi} & B_{\psi\psi} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \dot{\xi} \\ \Delta \dot{\psi} \end{Bmatrix} + \frac{1}{c} \begin{Bmatrix} K_{\xi\xi} & K_{\xi\psi} \\ K_{\psi\xi} & K_{\psi\psi} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \xi \\ \Delta \psi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (42)$$

คำตอบของสมการ (42) คือ

$$\frac{1}{\omega^2} \begin{Bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} \omega_p^2 e^{\omega_p t} + \frac{1}{\omega} \begin{Bmatrix} B_{\xi\xi} & B_{\xi\psi} \\ B_{\psi\xi} & B_{\psi\psi} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} \omega_p e^{\omega_p t} + \begin{Bmatrix} K_{\xi\xi} & K_{\xi\psi} \\ K_{\psi\xi} & K_{\psi\psi} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} e^{\omega_p t} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (43)$$

$$\begin{Bmatrix} \hat{M} & 0 \\ 0 & \hat{M} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} e^{\omega_p t} + \begin{Bmatrix} B_{\xi\xi} & B_{\xi\psi} \\ B_{\psi\xi} & B_{\psi\psi} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} \Omega e^{\omega_p t} + \begin{Bmatrix} K_{\xi\xi} & K_{\xi\psi} \\ K_{\psi\xi} & K_{\psi\psi} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} e^{\omega_p t} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (44)$$

เมื่อ $\hat{M} = \Omega^2 M$ สมการ (44) เขียนเป็นเมตริกได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} \hat{M} + \Omega B_{\xi\xi} + K_{\xi\xi} & \Omega B_{\xi\psi} + K_{\xi\psi} \\ \Omega B_{\psi\xi} + K_{\psi\xi} & \hat{M} + \Omega B_{\psi\psi} + K_{\psi\psi} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} e^{\omega_p t} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (45)$$

สมการคุณลักษณะ (characteristic equation) คือ

$$(\hat{M} + \Omega B_{\xi\xi} + K_{\xi\xi})(\hat{M} + \Omega B_{\psi\psi} + K_{\psi\psi}) - (\Omega B_{\psi\xi} + K_{\psi\xi})(\Omega B_{\xi\psi} + K_{\xi\psi}) = 0 \quad (46)$$

ด้วยวิธีการวิเคราะห์เสถียรภาพจากสมการคุณลักษณะ พบว่า mass parameter $\hat{M}$ หรือ $\Omega^2 M_{CR}$ มีค่า

$$\Omega^2 M_{CR} = \frac{B_{\xi\xi} K_{\psi\psi} + K_{\xi\xi} B_{\psi\psi} - B_{\psi\xi} K_{\xi\psi} - B_{\xi\psi} K_{\psi\xi}}{B_{\xi\xi} + B_{\psi\psi}} \quad (47)$$

$$\Omega^2 = \frac{(K_{\xi\xi} - \Omega^2 M_{CR})(K_{\psi\psi} - \Omega^2 M_{CR}) - K_{\xi\psi} K_{\psi\xi}}{B_{\xi\xi} B_{\psi\psi} - B_{\xi\psi} B_{\psi\xi}} \quad (48)$$

สมการการเคลื่อนที่ (Equation of motion)

สมการการเคลื่อนที่ของเพลามีมวล 2m รองรับด้วยแบร็งที่ปลายทั้งสองด้าน เขียนได้ตามทฤษฎีของ Ram Turaga [26] ถ้ากำหนดแกนตามแนว line of centers (F_r) และแนวตั้งฉากกับ line of centers (F_ϕ) ตามรูป จะเขียนสมการการเคลื่อนที่ได้ดังนี้

$$mc \left[\frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} - \varepsilon \left(\frac{d\Phi}{dt} \right)^2 \right] = F_r + W \cos \Phi \quad (49)$$

$$mc \left[\varepsilon \frac{d^2 \Phi}{dt^2} + 2 \frac{d\varepsilon}{dt} \frac{d\Phi}{dt} \right] = F_\phi - W \sin \Phi \quad (50)$$

สามารถเขียนเป็นตัวแปรไร้มิติได้ดังนี้

$$M\Omega^2 \left[\frac{d^2 \varepsilon}{d\tau^2} - \varepsilon \left(\frac{d\Phi}{d\tau} \right)^2 \right] = \frac{F_r + W \cos \Phi}{W} \quad (51)$$

$$M\Omega^2 \left[\varepsilon \frac{d^2 \Phi}{d\tau^2} + 2 \frac{d\varepsilon}{d\tau} \frac{d\Phi}{d\tau} \right] = \frac{F_\phi - W \sin \Phi}{W} \quad (52)$$

6.4 ผลงานวิจัยกรณีผิวการรองรับเรียบ

งานวิจัยนี้ค่าคุณสมบัติของแบร็งได้จากการทดสอบการรองรับที่หล่อจากโลหะผสมอลูมิเนียม และการรองรับชนิดเหล็กกล้ามีค่าคุณสมบัติทางกลตามตารางที่ 1 และใช้น้ำมัน SAE 10W50 ซึ่งมีคุณสมบัติตามตารางที่ 2 การกระจายความดันและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสามารถคำนวณได้จากสมการที่ (21) และ (22) ตามลำดับ ในงานวิจัยนี้สมมติว่าภาระโหลดมีขนาดคงที่และมีทิศทางในแนวตั้ง สมการการเคลื่อนที่ของเพลาดำเนินสมการที่ (32) and (33) แก้ได้โดยใช้วิธี Runge-Kutta method ด้วยการกำหนดค่าเริ่มต้น $\dot{\Phi} = \dot{\varepsilon} = 0$ เพื่อให้ได้ค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์ของเพลามุมมองตัวและค่าอนุพันธ์ตามเวลาต่างๆ จากนั้นหาค่าความดัน อุณหภูมิ ความหนาฟิล์ม ความหนืด ความหนาแน่น แรง hydrodynamic force เพื่อใช้ในการคำนวณหาตำแหน่งของเพลาลัดไป ทั้งนี้ค่าความถูกต้องในการคำนวณกำหนดให้น้อยกว่า 1×10^{-5} . การแบ่งกริดเท่ากับ 256×64 nodes ในทิศ x และ y ตามลำดับ

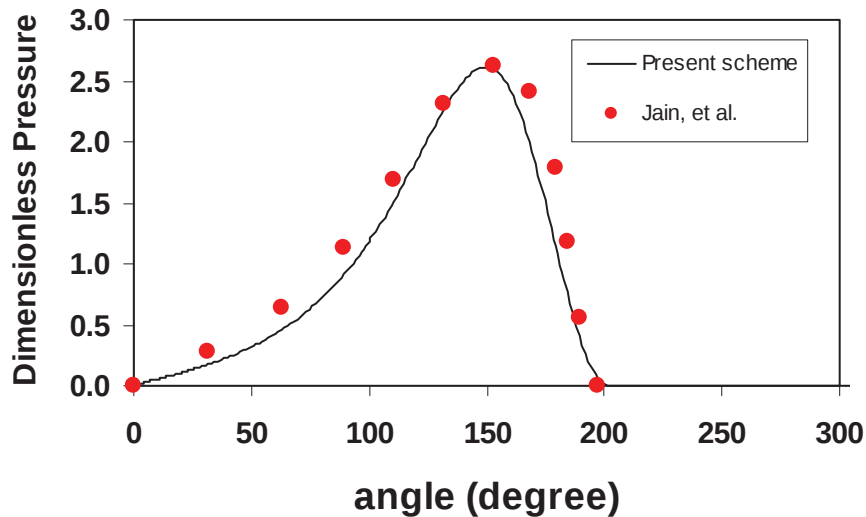
Table 1. Physical properties of journal bearing

Journal radius, r	0.015 m
Bearing length, L	0.030 m
Radius clearance, c	30 μ m
Rotational speed, N	3000 rpm
Material elastic modulus of bearing liner, E	70 GPa, 200 GPa
Poisson ratio of bearing, ν	0.3

Table 2. Physical properties of the lubricant

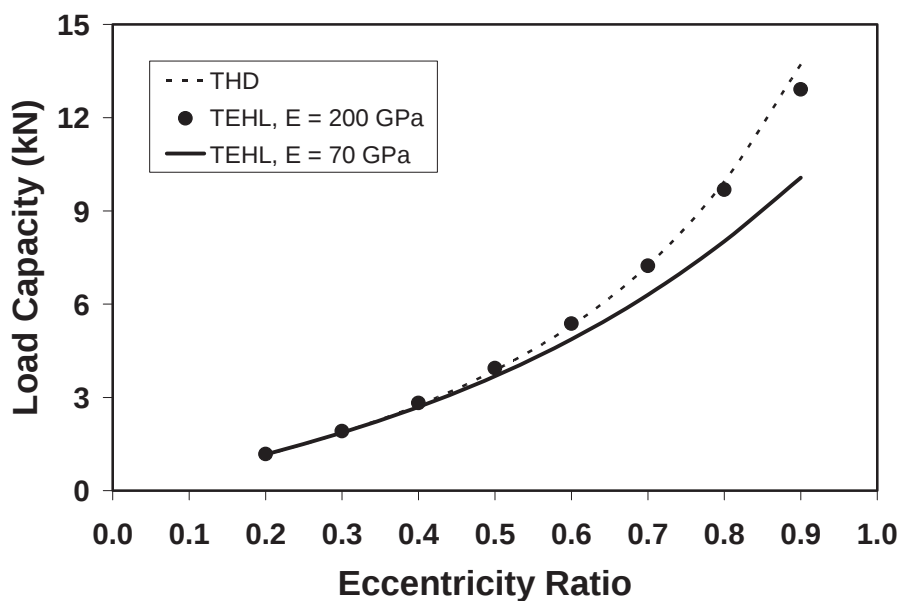
Lubricant type	SAE 10W50
Limiting viscosity at low shear rate, μ_0	0.107 Pa·s
Limiting viscosity at high shear rate, μ_∞	0.054 Pa·s
Power-law exponent, n	0.341
Characteristic relaxation time constant, λ	3.0E-06
Lubricant density, ρ	875 kg/m ³
Lubricant specific heat, c_f	1900 J/kg K
Inlet lubricant temperature, T_0	313 K
Viscosity-Pressure index, Z	0.60
Viscosity-Temperature coefficient, γ	0.0310174 K ⁻¹
Coefficient of thermal expansivity, β	0.000788 K ⁻¹

ภาพที่ 2 เป็นการพิสูจน์ความถูกต้องในการคำนวณ โดยการเปรียบเทียบความดันฟิล์มน้ำมัน ระหว่างผลที่ได้จากงานวิจัยนี้กับผลจากการทดลองของ Jain [5] ภายใต้เงื่อนไข isothermal เมื่อ $c/r = 8 \times 10^{-4}$, $\mu = 3.3 \times 10^{-4}$ Pa·s, $\omega = 100\pi$ rad/s, $r = 25 \times 10^{-3}$ m, $\varepsilon = 0.6$, $E = 162$ GPa, $\nu = 0.3$. จะสังเกตได้ว่าผลการจำลองของโปรแกรมที่สร้างขึ้นได้ค่าใกล้เคียง



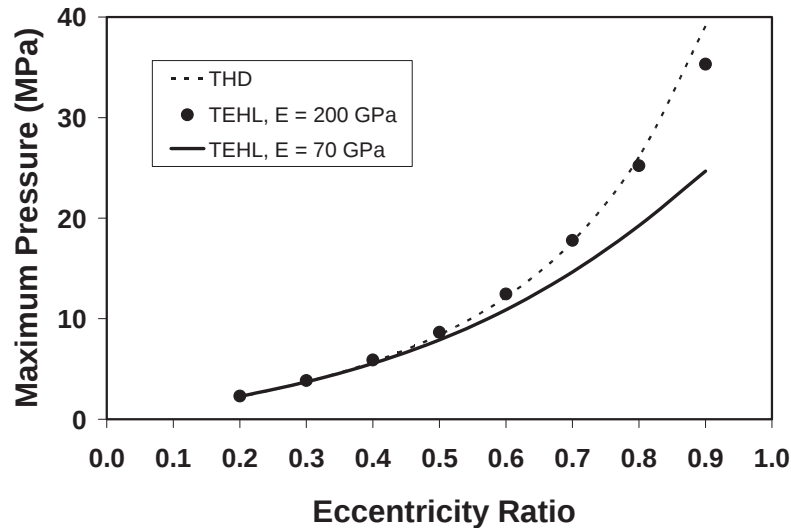
ภาพที่ 2 เปรียบเทียบผลการกระจายความดันระหว่างทฤษฎีที่ใช้ในงานวิจัยนี้กับผลของ Jain [5]

ภาพที่ 3 เป็นภาระโหลดที่รองรับได้ด้วยฟิล์มน้ำมัน โดยการเปรียบเทียบระหว่างกรณีที่เกิด TEHL (Thermoelastohydrodynamic) กับกรณีที่เป็น THD (Thermohydrodynamic) โดยใช้ น้ำมันที่มีแบบจำลองตาม Carreau Model แบริ่งจะรับภาระโหลดได้มากขึ้นเมื่อเพิ่มค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์ แต่แบริ่งจะรับภาระโหลดได้น้อยลงถ้าเป็นกรณี TEHL โดยเฉพาะเมื่อวัสดุมีความแข็งน้อยลง ทั้งนี้เป็นผลจากการยุบตัวของกาบรองลื่นและการเพิ่มขึ้นของค่าความหนืดเมื่อความดันเพิ่มขึ้นตามภาระโหลด



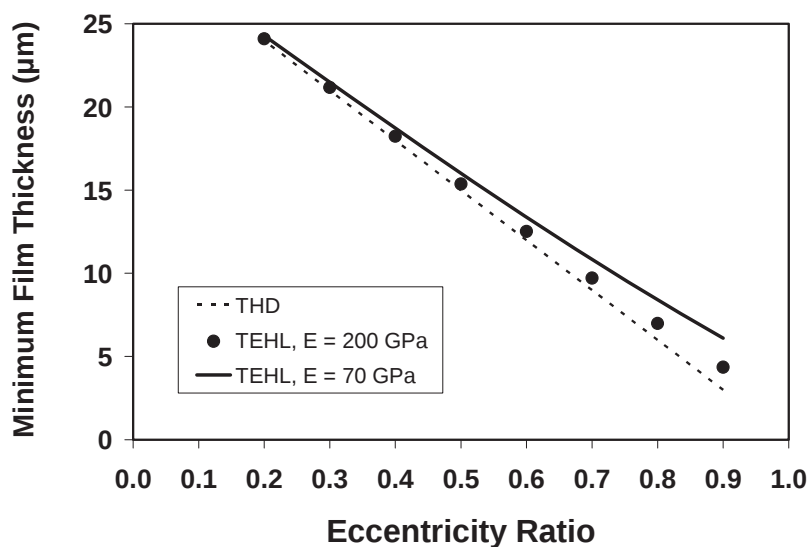
ภาพที่ 3 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์กับความสามารถในการรับภาระโหลด

ภาพที่ 4 แสดงค่าความดันสูงสุดที่เกิดขึ้นเมื่อเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์ ซึ่งจะได้ผลสอดคล้องกับภาพที่ 3 ที่อัตราส่วนเยื้องศูนย์เท่ากับ 0.9 จะได้ค่าความดันสูงสุดในกรณีของ THD, TEHL E = 200 GPa และ TEHL E = 70 GPa เท่ากับ 39.113 MPa , 35.318 MPa and 24.688 MPa ตามลำดับ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าการหล่อลื่นแบบ TEHL มีผลต่อค่าความดันสูงสุดและค่าความสามารถรับภาระโหลดได้น้อยลง



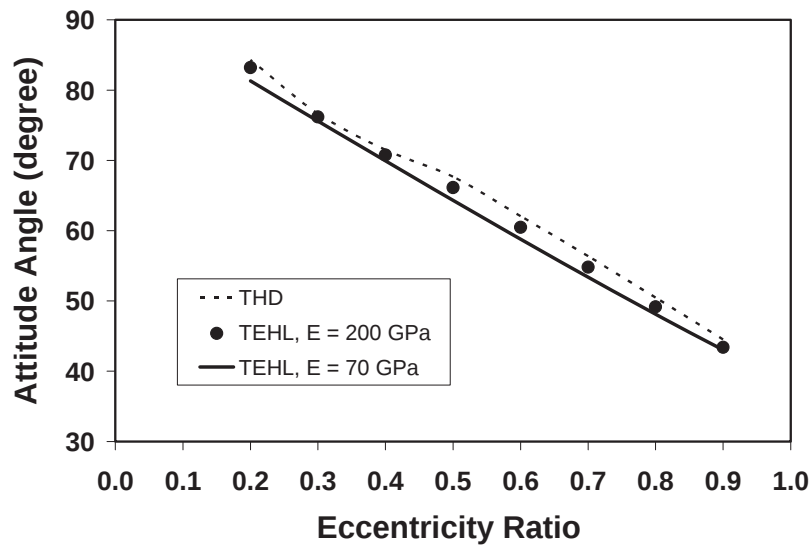
ภาพที่ 4 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์กับความดันสูงสุด

ภาพที่ 5 ความหนาฟิล์มน้อยที่สุดจะลดลงอย่างรวดเร็วเมื่ออัตราส่วนเยื้องศูนย์เพิ่มขึ้น ที่อัตราส่วนเยื้องศูนย์ 0.9 แบริงที่มีค่า E = 70 GPa , 200 GPa และ THD จะได้ค่าความหนาฟิล์มน้อยสุดเท่ากับ 6.100 μm , 4.357 μm และ 3.001 μm . ตามลำดับ แสดงว่าวัสดุการรองรับลื่นที่นุ่มจะมีผลอย่างมากต่อความหนาฟิล์ม



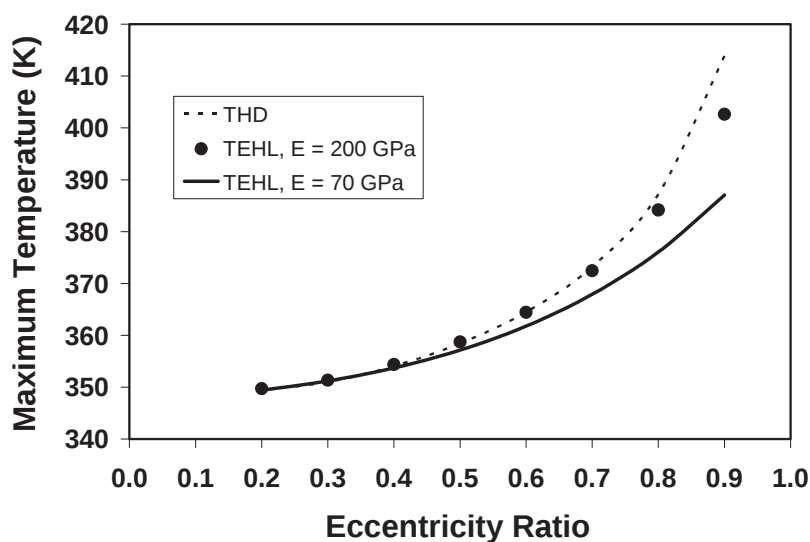
ภาพที่ 5 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์กับความหนาฟิล์มน้อยที่สุด

ภาพที่ 6 เป็นมุมวางตัวของเพลาส่งซึ่งจะลดลงเมื่อค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์เพิ่มขึ้น และที่อัตราส่วนเยื้องศูนย์ 0.9 จะได้ค่ามุมวางตัวเท่ากับ 44.514 degrees, 43.415 degree and 43.031 สำหรับแบบริงที่มีการหล่อลิ้นแบบ THD, TEHL E = 200 GPa และ TEHL E = 70 GPa ตามลำดับ

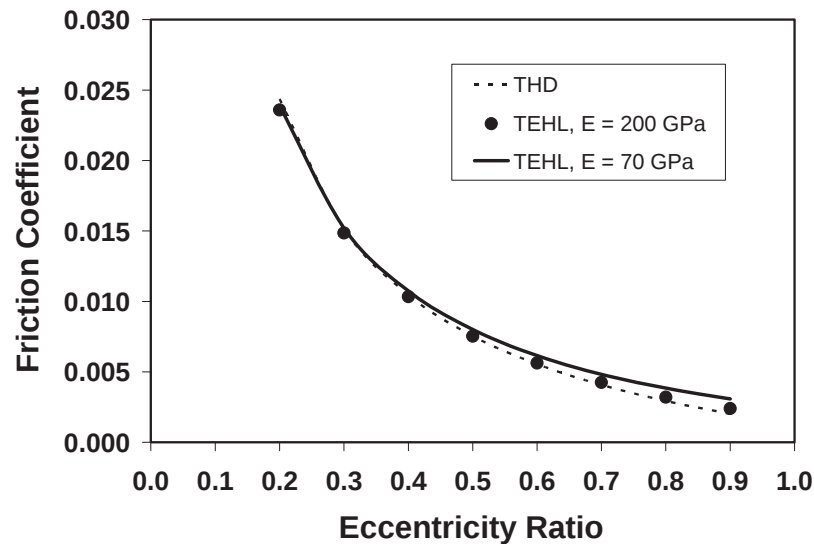


ภาพที่ 6 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์กับมุมวางตัว

ภาพที่ 7 เป็นค่าอุณหภูมิสูงสุดของฟิล์มน้ำมันเมื่อเปลี่ยนค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์ อุณหภูมิสูงสุดเพิ่มขึ้นเมื่ออัตราส่วนเยื้องศูนย์เพิ่มขึ้น และการหล่อลิ้นแบบ THD จะได้ค่าอุณหภูมิสูงสุดมากกว่าการหล่อลิ้นแบบ TEHL เช่นที่อัตราส่วนเยื้องศูนย์ 0.9 จะได้ค่าอุณหภูมิสูงสุดเท่ากับ 413.891 K, 402.642 K and 387.046 K สำหรับการหล่อลิ้นแบบ THD, TEHL E = 200 GPa และ TEHL E = 70 GPa



ภาพที่ 7 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์กับอุณหภูมิสูงสุด

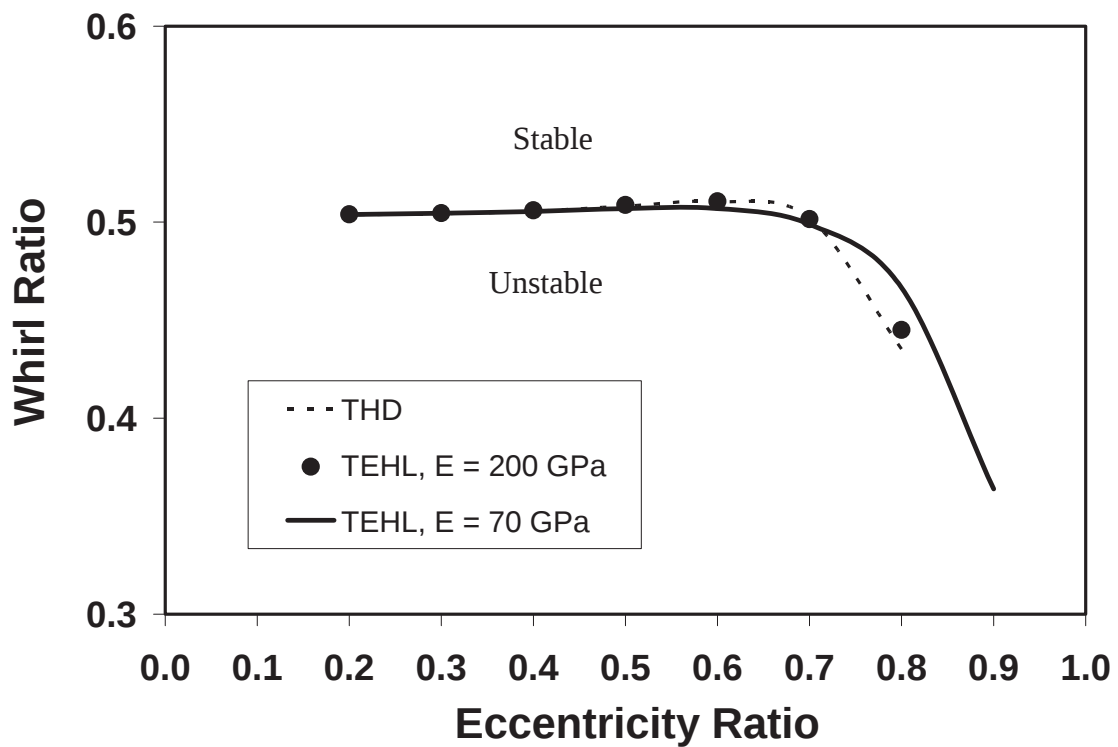
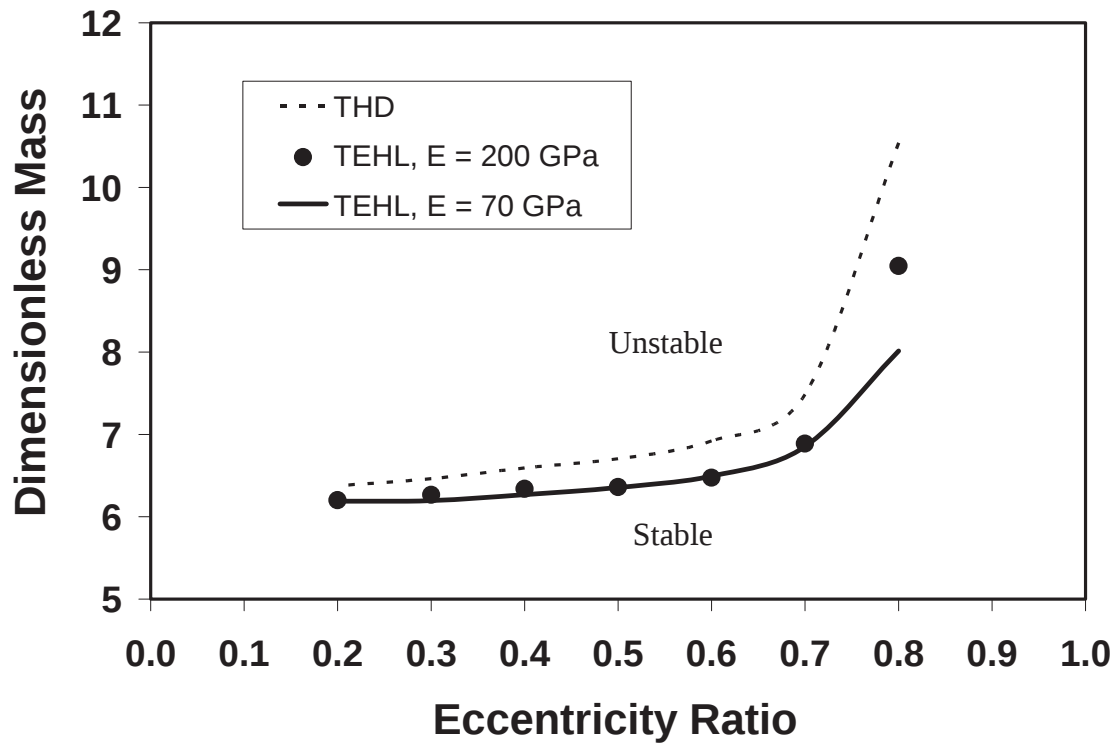


ภาพที่ 8 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์กลางกับสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน

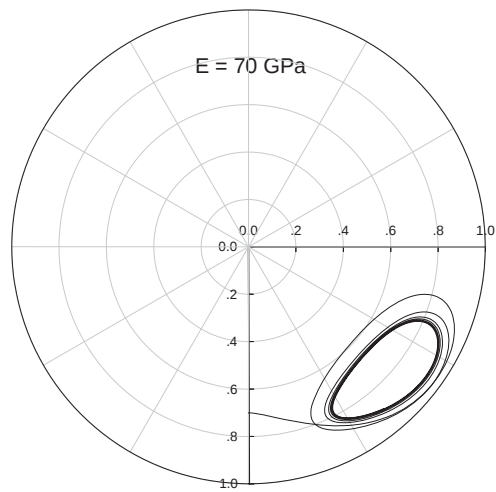
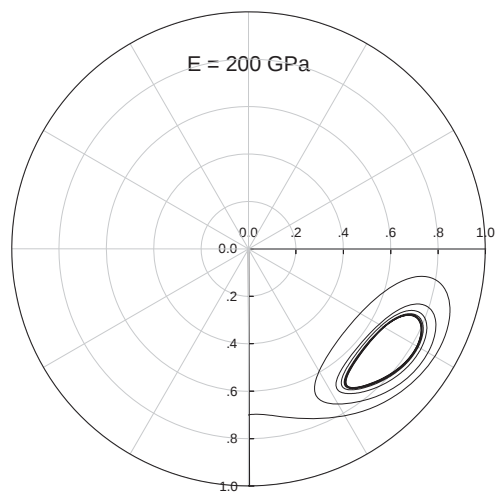
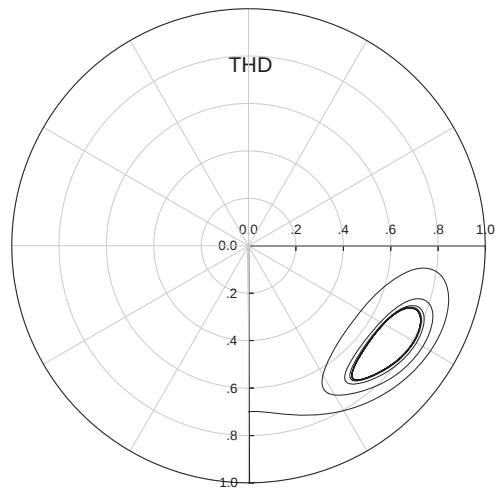
ภาพที่ 8 สัมประสิทธิ์ความเสียดทานลดลงเมื่อวัสดุการรองรับแข็งขึ้น ทั้งนี้เพราะสัมประสิทธิ์ความเสียดทานเป็นสัดส่วนระหว่างค่าแรงเสียดทานต่อแรงรับของฟิล์มน้ำมัน แรงรับของฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการหล่อลื่นแบบ THD มีค่ามากที่สุดและจาก TEHL E = 70 GPa มีค่าน้อยสุดตามภาพที่ 3 ดังนั้นค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของ THD จึงมีค่าน้อยสุด จากกราฟที่อัตราส่วนเยื้องศูนย์กลาง 0.9 ได้ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานเท่ากับ 0.0020, 0.0024, 0.0031 สำหรับการหล่อลื่นแบบ THD, TEHL E = 200 GPa และ TEHL E = 70 GPa ตามลำดับ

ภาพที่ 9 แสดงว่าเสถียรภาพของแบริ่งจะเพิ่มขึ้นเมื่อวัสดุของกาบรองรับแข็งมากขึ้น การหล่อลื่นแบบ THD ได้ค่าเสถียรภาพดีกว่าแบบ TEHL และที่อัตราส่วนเยื้องศูนย์กลางสูงๆ จะได้ค่าความแตกต่างของเสถียรภาพระหว่างกรณี TEHL E = 200 GPa ดีกว่ากรณี TEHL E = 70 GPa อย่างชัดเจน ทั้งนี้เพราะผลของ TEHL ต่อเจอร์นอลแบริ่งจะเพิ่มมากขึ้นเมื่อค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์กลางมากขึ้น

ภาพที่ 10 แสดงเส้นทางเคลื่อนที่ของเพลลา เมื่อเพลลาได้รับภาระในแนวตั้ง $W = 8$ kN และค่า Mass parameter ($M\Omega^2$) เท่ากับ 3.5 โดยเปรียบเทียบกรณี THD, TEHL E = 200 GPa และ TEHL E = 70 GPa สังเกตได้ว่าเพลลาของแบริ่งที่มีค่า E = 70 GPa จะแกว่งตัวเป็นวงใหญ่กว่าเพลลาของแบริ่งที่มีค่า E = 200 GPa และแบบ THD แสดงว่าแบริ่งที่มีการรองรับที่ทำด้วยวัสดุอ่อนจะมีเสถียรภาพลดลงเมื่อเทียบกับกาบรองรับที่ทำจากวัสดุที่แข็ง



ภาพที่ 9 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์กลางกับเสถียรภาพของเพลลาแบร์ริง



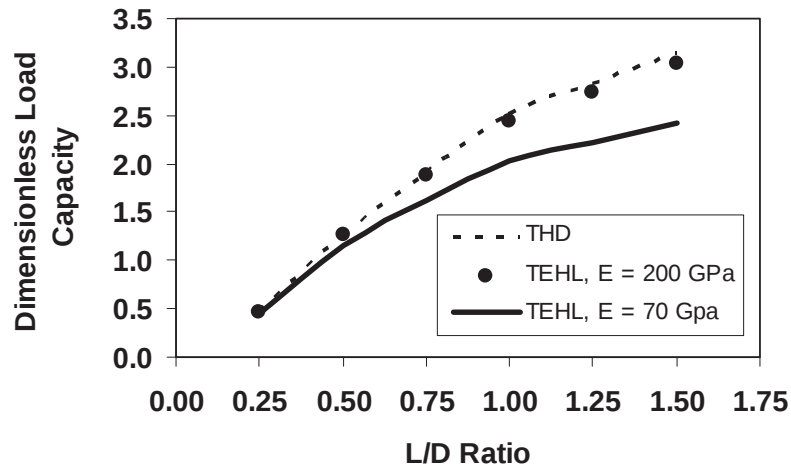
ภาพที่ 10 เส้นทางเดินของจุดศูนย์กลางของเพลลาภายใต้ภาระโหลด $W = 8 \text{ kN}$, และ $M\Omega^2 = 3.0$

Table 4. The characteristics of finite journal bearing under thermal elasto-hydrodynamic lubrication and thermal hydrodynamic lubrication at load $W = 8 \text{ kN}$.

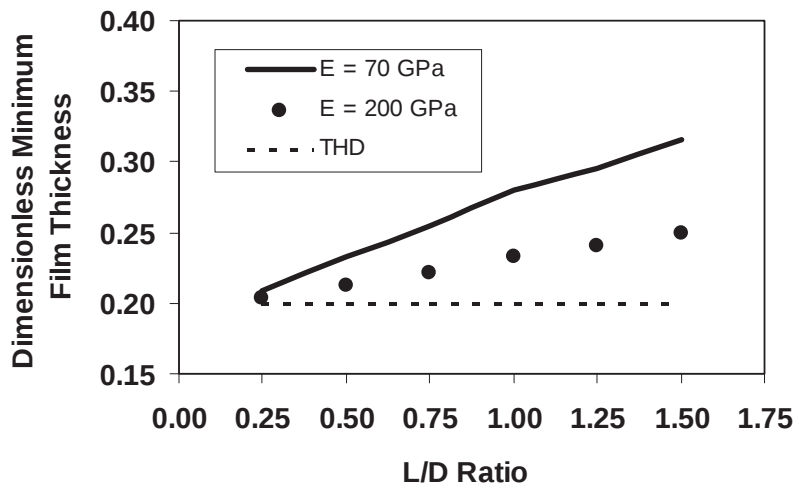
	THD	TEHL ($E=200\text{GPa}$)	TEHL ($E=70\text{GPa}$)
อัตราส่วนเยื้องศูนย์	0.736	0.739	0.797
มุมวางตัว ($^{\circ}$)	53.379	51.640	47.424
ความดันฟิล์มน้ำมันสูงสุด (MPa)	20.091	20.181	19.215
อุณหภูมิฟิล์มน้ำมันสูงสุด (K)	377.143	376.156	375.488
ความหนาฟิล์มน้ำมันน้อยสุด (μm)	7.910	8.262	8.483
สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน	0.003708	0.003866	0.003856

ตารางที่ 4 เป็นการเปรียบเทียบคุณลักษณะของแบริ่งที่มีการหล่อลื่นแบบ THD, TEHL $E = 200 \text{ GPa}$ และ TEHL $E = 70 \text{ GPa}$ เมื่อแบริ่งรับภาระโหลดเท่ากันคือ $W = 8 \text{ kN}$ จากตารางพบว่า แบริ่งจากที่มีกabarongลื่นอ่อนจะได้ค่าอัตราส่วนการเยื้องศูนย์ ความหนาฟิล์มน้อยสุด และสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน เพิ่มมากขึ้น และจะได้ค่า มุมวางตัว ความดันฟิล์มน้ำมันสูงสุด อุณหภูมิฟิล์มน้ำมันสูงสุด ลดน้อยลง

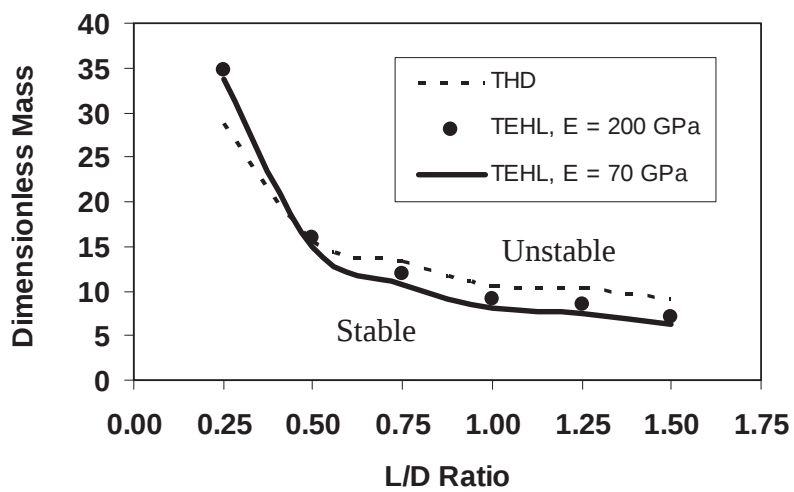
ภาพที่ 11 – 13 แสดงการคุณลักษณะของแบริ่งเมื่อเปลี่ยนค่า L/D โดยเป็นการเปรียบเทียบแบบตัวแปรไร้มิติ แบริ่งทำงานที่อัตราส่วนเยื้องศูนย์ 0.8 ภาพที่ 10 เป็นค่าความสามารถรับภาระโหลดแบบไร้มิติ จะสังเกตได้ว่ากabarongลื่นที่อ่อนจะทำให้ค่าความดันแบบไร้มิติน้อยสุด และจะเห็นผลแตกต่างกันมากขึ้นเมื่อค่า L/D มีค่ามากขึ้น ภาพที่ 11 เป็นค่าความหนาฟิล์ม แบบไร้มิติจะมีค่ามากขึ้นเมื่อสัดส่วน L/D มากขึ้นด้วย กรณี TEHL $E = 70 \text{ GPa}$ จะให้ค่าความหนาฟิล์มมากกว่ากรณี TEHL $E = 200 \text{ GPa}$ ถึง 50% เมื่อ $L/D = 1.50$ ทั้งนี้เพราะเมื่อ L/D เพิ่มมากขึ้นจะได้ค่าความดันมากขึ้น แบริ่งจึงเกิดการยุบตัวได้มากขึ้น แบริ่งที่มีกabarongลื่นที่อ่อนจึงยุบตัวได้มากกว่าแบริ่งที่มีกabarongลื่นที่แข็ง ภาพที่ 12 เป็นเสถียรภาพของเพลลาแบริ่ง ซึ่งจะมีค่าลดลงเมื่ออัตราส่วน L/D เพิ่มมากขึ้น



ภาพที่ 11 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วน L/D กับความสามารถรับภาระโหลดแบบไรมิติ



ภาพที่ 12 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วน L/D กับความหนาฟิล์มน้อยที่สุดแบบไรมิติ

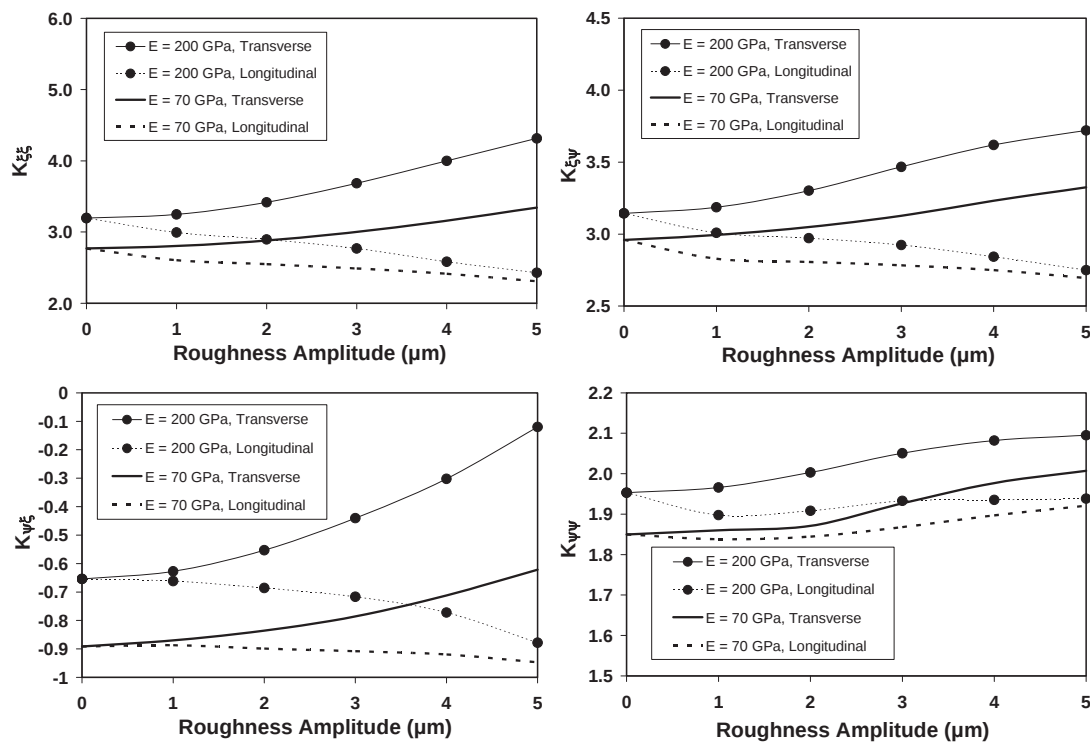


ภาพที่ 13 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วน L/D กับมวลวิกฤต M

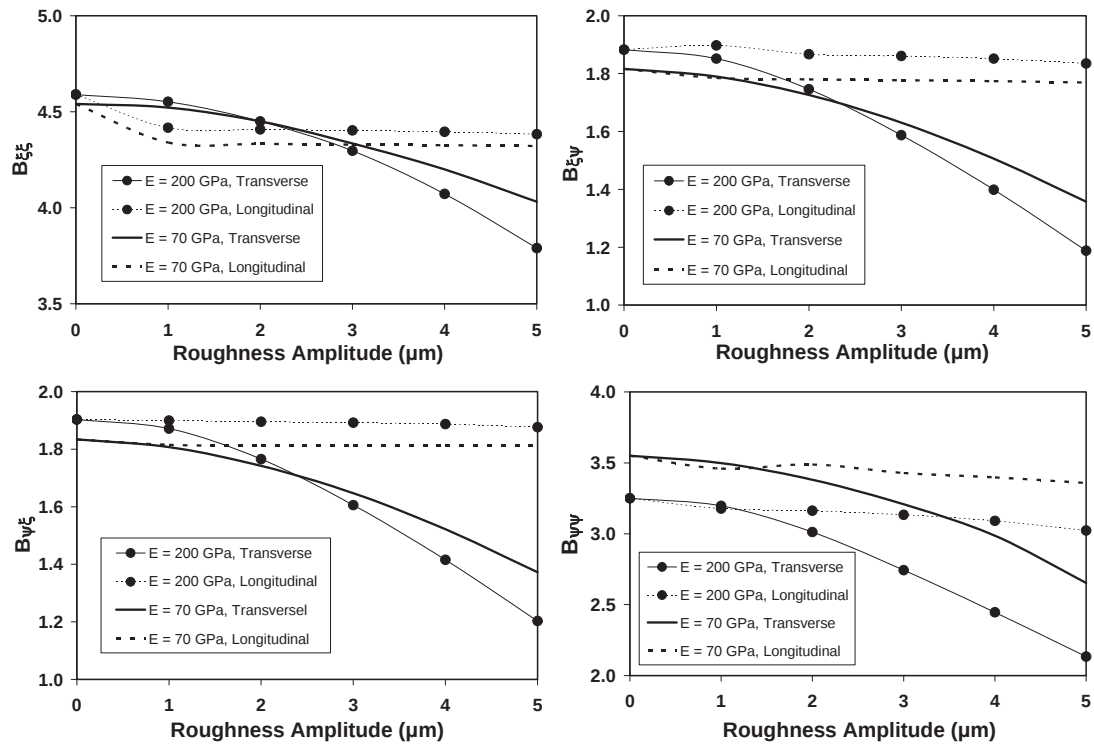
6.5 ผลงานวิจัยกรณีผิวการรองรับที่มีผิวหยาบ

งานวิจัยนี้ใช้การรองรับที่มีค่าความหยาบเป็น harmonic function ที่มีค่าความยาวคลื่น 5000 μm โดยรูปแบบความหยาบมี 2 กรณี คือมีผิวหยาบตามแนวขวางการไหลของน้ำมัน เรียกว่า Transverse roughness pattern ตามสมการที่ (26) และมีผิวหยาบตามแนวยาว เรียกว่า longitudinal roughness pattern ตามสมการที่ (27) ผลการวิเคราะห์คุณลักษณะไดนามิกส์ของ finite circular journal bearing ($L/D = 1$) แสดงในภาพที่ 14-18.

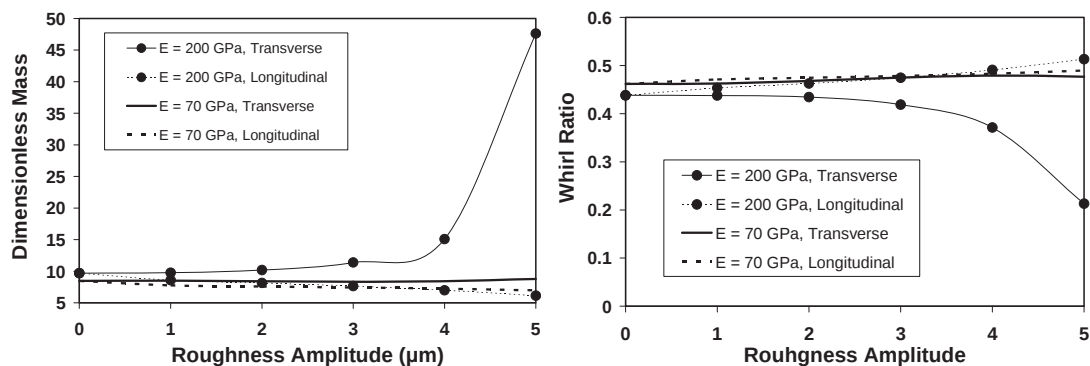
ภาพที่ 14 เป็นค่า stiffness coefficients หรือค่า K ของน้ำมัน พบว่าค่า K ของเจอร์นอลที่มีการรองรับแข็งหรือ 200 GPa จะมากกว่ากรณีที่มีค่าสัมประสิทธิ์ความยืดหยุ่น 70 GPa และเมื่อเพิ่มค่าแอมพลิจูดของความหยาบจะได้ค่า K เพิ่มขึ้นด้วยเมื่อผิวหยาบเป็นแบบหยาบตามขวาง (Transverse roughness) ภาพที่ 15 เป็น damping coefficients หรือค่า B ของน้ำมัน จะมีค่าลดลงเมื่อแอมพลิจูดความหยาบเพิ่มมากขึ้นโดยเฉพาะแบบหยาบตามขวาง ภาพที่ 16 แสดงเสถียรภาพของเฟลา จะสังเกตได้ว่าเจอร์นอลแข็งจะมีเสถียรภาพดีขึ้นเมื่อผิวการรองรับมีแอมพลิจูดความหยาบมากขึ้นและมีรูปแบบความหยาบเป็นตามขวาง และผลจะชัดเจนมากขึ้นเมื่อการรองรับมีค่า $E = 200$ GPa



ภาพที่ 14 ผลความหยาบและความแข็งของการรองรับ ที่มีต่อ Dimensionless Spring Coefficients เมื่อเฟลาหมุนด้วยความเร็วรอบ 3000 rpm และอัตราส่วนเยื้องศูนย์ 0.8

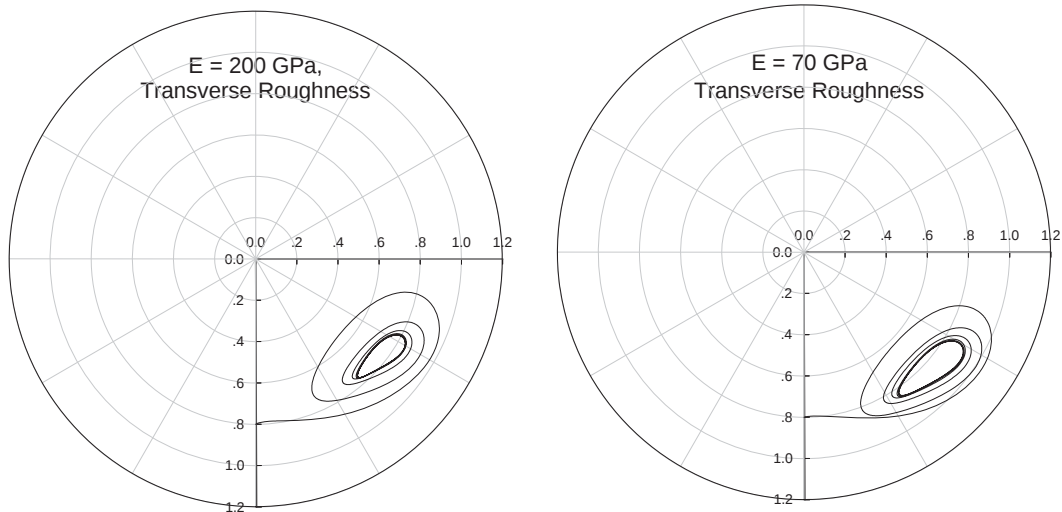


ภาพที่ 15 ผลความหยาบและความแข็งของกาบรองลื่นที่มีต่อ Dimensionless Damping Coefficients เมื่อเพลาลหมุนด้วยความเร็วรอบ 3000 rpm และอัตราส่วนเยื้องศูนย์กลาง 0.8

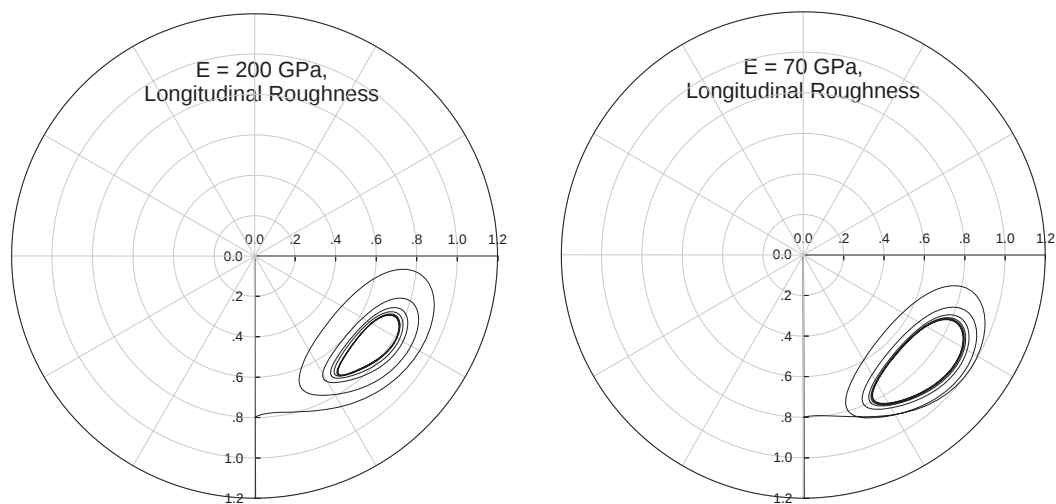


ภาพที่ 16 ผลความหยาบและความแข็งของกาบรองลื่น ที่มีต่อเสถียรภาพของเพลาลเจอร์นอล แบริงที่ความเร็วรอบ 3000 rpm และอัตราส่วนเยื้องศูนย์กลาง 0.8

ภาพที่ 17 และ 18 เป็นเส้นทางเดินของจุดศูนย์กลางเพลาลภายใต้ภาระโหลด 8 kN เปรียบเทียบระหว่างกรณีกาบรองลื่นมีค่า $E = 200$ GPa กับกรณี $E = 70$ GPa โดยใช้แอมพลิจูดผิวหยาบเท่ากับ $3 \mu m$ และ $M\Omega^2 = 3.5$ ภายใต้การหล่อลื่นแบบ TEHL ภาพที่ 17 เป็นผลกรณีที่ใช้ผิวหยาบแบบหยาบตามขวาง (transverse roughness surface) และภาพที่ 18 เป็นแบบหยาบตามยาว (longitudinal roughness surface) ผลพบว่าผิวหยาบตามขวางจะให้ค่าเสถียรภาพดีกว่าผิวหยาบตามยาว และกาบรองลื่นที่มีค่า $E = 200$ GPa จะมีเสถียรภาพดีกว่ากรณี $E = 70$ GPa

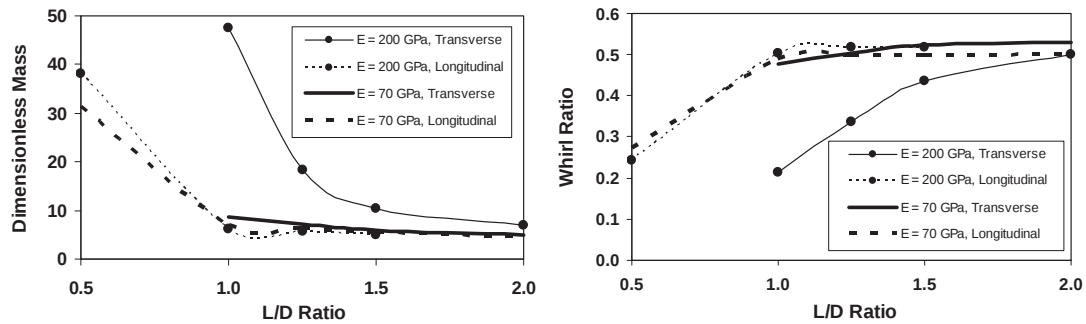


ภาพที่ 17 เส้นทางเดินของจุดศูนย์กลางเพลลาภายใต้การหล่อลื่นแบบ TEHL
การรองรับเส้นหยาบตามขวาง ภาระโหลด 8 kN และ $M\Omega^2 = 3.5$



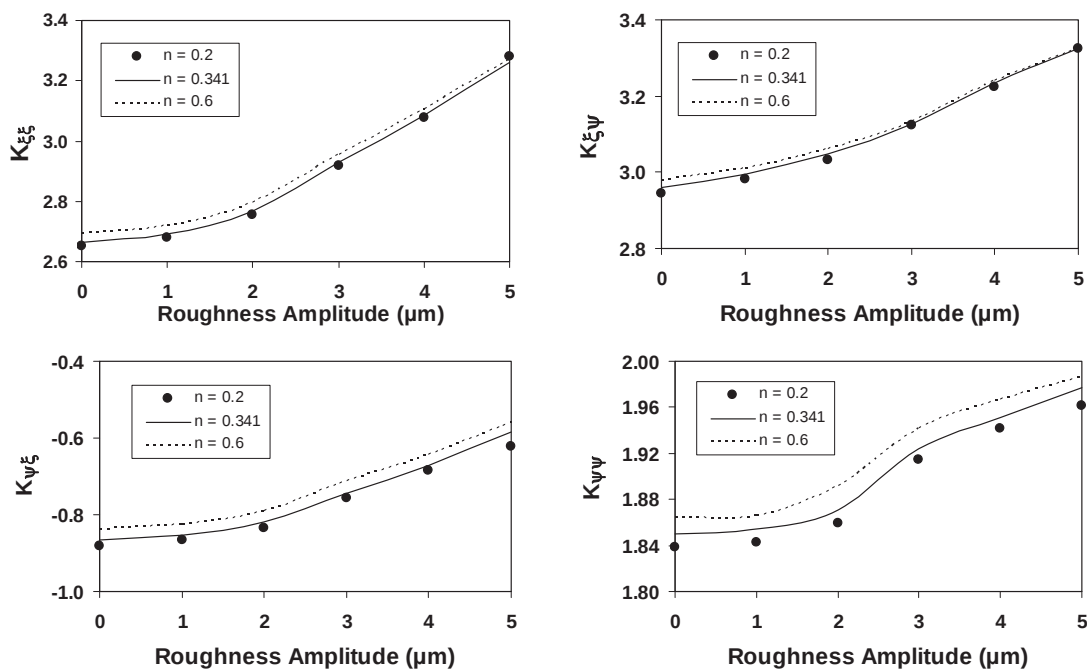
ภาพที่ 18 เส้นทางเดินของจุดศูนย์กลางเพลลาภายใต้การหล่อลื่นแบบ TEHL
การรองรับเส้นหยาบตามยาว ภาระโหลด 8 kN และ $M\Omega^2 = 3.5$

ผลของค่าอัตราส่วน L/D ที่มีต่อคุณลักษณะไดนามิกส์ของเจอร์นอลแบร์ริงภายใต้การหล่อลื่นแบบฮิสโตโรติกไดนามิกส์ด้วยน้ำมันหล่อลื่นตามแบบจำลอง Carreau Viscosity Model แสดงในภาพที่ 19 เมื่อใช้การรองรับมีค่าแอมพลิจูดความหยาบ $5 \mu\text{m}$ และความยาวคลื่นของความหยาบเท่ากับ $5000 \mu\text{m}$ เจอร์นอลทำงานที่อัตราส่วนเยื้องศูนย์กลางเท่ากับ 0.8. ผลการวิจัยแสดงว่าเสถียรภาพของเพลลาจะดีขึ้นเมื่อมีค่า L/D น้อยๆ และเมื่อเพิ่มค่า L/D จะทำให้เสถียรภาพจะลดลง ผิวการรองรับเส้นที่หยาบตามขวางจะให้ค่าเสถียรภาพดีกว่าผิวการรองรับเส้นที่หยาบตามยาว ค่าความยืดหยุ่นของวัสดุจะไม่มีผลต่อเสถียรภาพของเพลลาเมื่อผิวการรองรับเส้นหยาบแบบตามยาวและค่า L/D มากกว่า 1.5

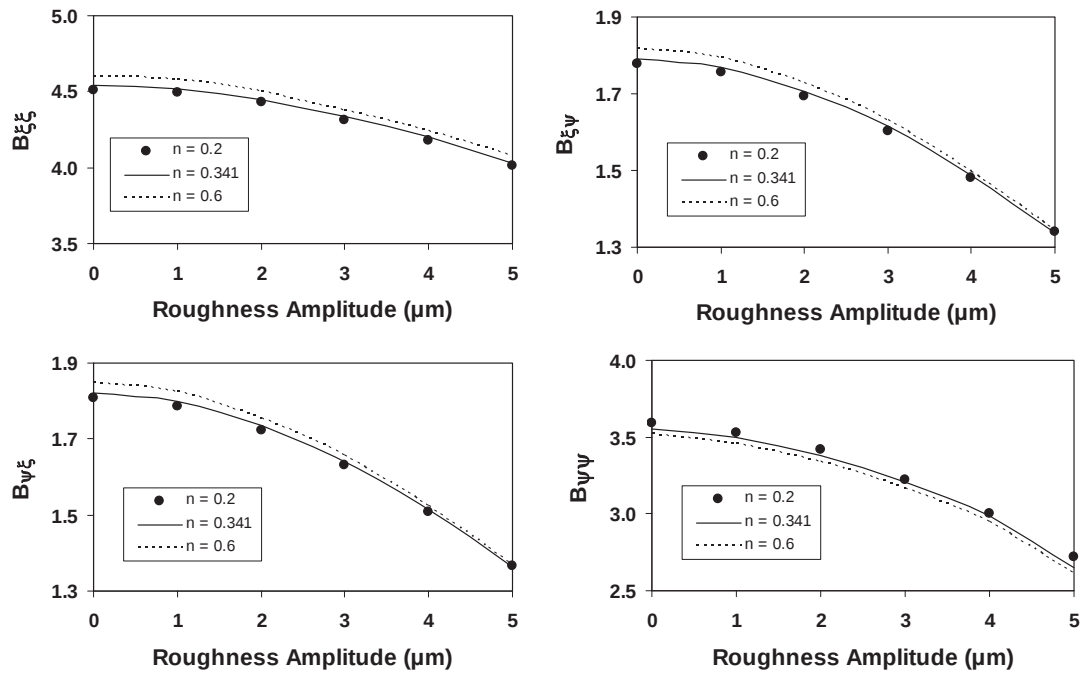


ภาพที่ 19 ผลของ L/D ที่มีต่อเสถียรภาพของเพลาจอร์นอลแบร์ริง ที่ความเร็วรอบ 3000 rpm, อัตราส่วนเยื้องศูนย์เท่ากับ 0.8, และความหยาบผิวการบรอนกลิ้งมีแอมพลิจูด 5 μm .

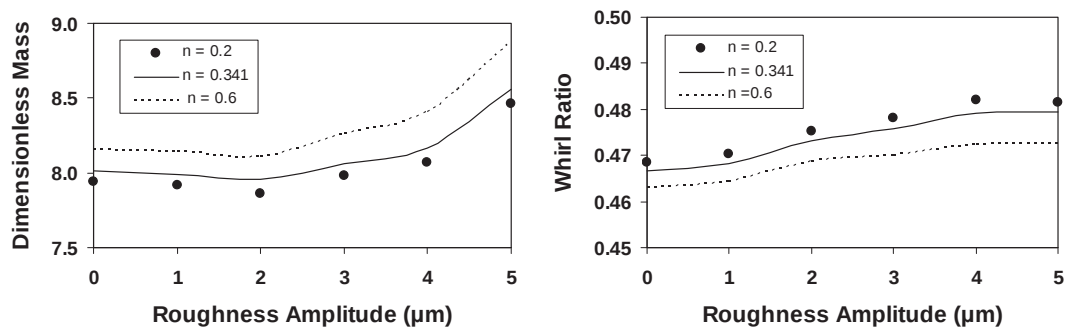
ภาพที่ 20-22 ผลของ power law index ของ Carreau Model ที่มีต่อคุณลักษณะไดนามิกของจอร์นอลแบร์ริงภายใต้การหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ ที่อัตราส่วนเยื้องศูนย์เท่ากับ 0.8 การบรอนกลิ้งมีค่าความยืดหยุ่น $E = 70 \text{ GPa}$ และมีความหยาบแบบตามขวาง ผลวิจัยแสดงค่าสัมประสิทธิ์ของสปริง K จะเพิ่มขึ้นเมื่อค่า power law index เพิ่มมากขึ้น สัมประสิทธิ์ของแดมปิ้ง B จะลดลงเมื่อค่า power law index เพิ่มมากขึ้น ทั้งนี้ยกเว้นกรณี $B_{\psi\psi}$ และมีผลทำให้ได้กราฟของเสถียรภาพดังภาพที่ 22 ซึ่งพบว่าเมื่อ power law index เพิ่มมากขึ้นจะได้เพลามีเสถียรภาพมากขึ้น โดยเฉพาะที่ผิวมีความหยาบมากๆ



ภาพที่ 20 ผลของ power law index ที่มีต่อสัมประสิทธิ์ของสปริง โดยใช้การบรอนกลิ้งมีแอมพลิจูดความหยาบต่างๆ แบบหยาบตามขวาง อัตราส่วนเยื้องศูนย์ 0.8 และความยืดหยุ่น $E = 70 \text{ GPa}$



ภาพที่ 21 ผลของ power law index ที่มีต่อสัมประสิทธิ์ของแดมปีง โดยใช้กาบรองเส้นมีแอมพลิจูดความหยาบต่างๆ แบบหยาบตามขวาง อัตราส่วนเยื้องศูนย์ 0.8 และความยืดหยุ่น $E = 70 \text{ GPa}$



ภาพที่ 22 ผลของ power law index ที่มีต่อเสถียรภาพของเพลาเจอร์นอลแบร์ริง โดยใช้กาบรองเส้นมีแอมพลิจูดความหยาบต่างๆ แบบหยาบตามขวาง อัตราส่วนเยื้องศูนย์ 0.8 และความยืดหยุ่น 70 GPa

6.6 สรุปผลงานวิจัย

งานวิจัยนี้ได้วิเคราะห์พฤติกรรมสถิตยและพฤติกรรมพลวัตของแบร็งเพลากลมมีผิวเรียบและผิวหยาบโดยใช้น้ำมันหล่อลื่น SAE 10W50 ซึ่งสามารถเขียนได้ในรูปแบบจำลองของ Carreau Viscosity Model ผลงานการวิจัยสรุปได้ว่า

- 1) งานวิจัยได้ใช้แบบจำลองของ Carreau Model ในการเขียนสมการดัดแปลงเรโนลด์ และสมการพลังงาน การแก้ปัญหสมการเรโนลด์และสมการพลังงานด้วยวิธีเชิงตัวเลขได้สำเร็จเป็นครั้งแรก
- 2) สำหรับการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ในแบร็งเพลากลม ความสามารถในการรับภาระโหลด แรงดันสูงสุดและอุณหภูมิสูงสุดของฟิล์มน้ำมันจะเพิ่มขึ้นอย่างไม่เป็นเชิงเส้น เมื่อค่าอัตราส่วนความเยื้องศูนย์เพิ่มขึ้น
- 3) สำหรับการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ในแบร็งเพลากลมค่ามูเมก ค่าความหนาฟิล์มน้ำมันต่ำสุดและค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจะลดลงอย่างไม่เชิงเส้น เมื่อค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์เพิ่มขึ้น
- 4) สำหรับการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ในแบร็งเพลากลม การเปลี่ยนแปลงรูปร่างของกาบรองลื่น การอัดตัวได้ของน้ำมัน ความเป็นนอนนิวโตเนียนของน้ำมัน มีผลทำให้ความสามารถรับภาระโหลด มุมวางตัว อุณหภูมิสูงสุดมีค่าลดน้อยลงเมื่อเปรียบเทียบกับกาบรองลื่นแบบไฮโดรไดนามิกส์
- 5) กาบรองลื่นที่มีทำจากวัสดุที่แข็ง จะทำให้เพลแบร็งมีเสถียรภาพดีกว่ากาบรองลื่นที่อ่อน
- 6) เสถียรภาพของเจอร์นอลแบร็งจะลดลง เมื่อเป็นการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์
- 7) เมื่อเปรียบเทียบผลการหล่อลื่นแบบไฮโดรไดนามิกส์ (THD) กับการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ (TEHL) ที่ค่า L/D ต่าง ๆ พบว่าการหล่อลื่นแบบ TEHL จะได้ผลในด้านความสามารถรับภาระโหลด ความหนาฟิล์ม และเสถียรภาพของเพล น้อยกว่าการหล่อลื่นแบบ THD และความแตกต่างนี้จะชัดเจนมากขึ้นเมื่อค่า L/D มีค่าสูง ๆ
- 8) ผิวกาบรองลื่นที่มีความหยาบตามแนวขวาง จะให้ค่าความเสถียรภาพของแบร็งมากกว่าผิวกาบรองลื่นที่มีความหยาบตามแนวยาว โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อค่าขนาดแอมพลิจูดความหยาบเพิ่มมากขึ้น และวัสดุของกาบรองลื่นมีความแข็งหรือความยืดหยุ่นต่ำ
- 9) สำหรับการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของแบร็งที่มีความหยาบตามแนวขวางจะมี เสถียรภาพของแบร็งเพิ่มมากขึ้นเมื่ออัตราส่วน L/D ลดน้อยลง
- 10) สำหรับการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของแบร็งที่มีความหยาบตามแนวขวาง ความเสถียรของแบร็งจะเพิ่มมากขึ้นเมื่อน้ำมันมีค่า power law index ของ Carreau viscosity model สูงขึ้น

Nomenclature

A_h	=	amplitude roughness, (m)
c	=	bearing radial clearance , (m)
c_f	=	specific heat of lubricant, (J/(kg·K))
e	=	eccentricity of journal bearing, (m)
h	=	oil film thickness, (m)
I	=	second invariant of the strain rate tensor
m	=	mass of journal, (kg)
n	=	the power law exponent.
p	=	fluid film pressure, Pa
r	=	journal radius, (m)
t	=	time, (s)
u	=	velocity of lubricant in x-direction, (m/s)
v	=	velocity of lubricant in y-direction, (m/s)
x	=	coordinate in circumferential direction, $x = \theta r$
y	=	coordinate in axial direction
E	=	Elastic Modulus of bearing liner (Pa)
F_ϕ	=	fluid force component perpendicular to line of center, (N)
F_R	=	fluid force component along line of center, (N)
L	=	journal bearing length along the axial axis, (m)
N	=	rotational speed, (rpm)
T	=	mean temperature of lubricant across the film, (K)
T_0	=	inlet fluid temperature, (K)
W	=	resultant fluid force, (N)
β	=	Coefficient of thermal expansion, (1/K),
γ	=	Viscosity-Temperature coefficient, (1/K)
ρ	=	density of the lubricant, (kg/m ³)
ρ_0	=	density of lubricant at ambient pressure and inlet temperature, (kg/m ³)
τ_{zx}	=	component of shear stress in x-direction, (Pa)
τ_{zy}	=	component of shear stress in y-direction, (Pa)
ν	=	Poisson ratio
Ω	=	whirl ratio, $\Omega = \omega_p / \omega$

ω	=	angular velocity of journal, (rad/s)
ω_p	=	angular velocity of whirl, (rad/s)
ε	=	eccentricity ratio of journal bearing
μ_0	=	limiting low shear viscosity, (Pa·s)
μ_∞	=	limiting high shear viscosity, (Pa·s)
λ	=	a characteristic relaxation time constant, (s)
θ	=	circumferential angle measured from the vertical axis, (rad)
Φ	=	attitude angle, (rad)
λ_l	=	wave length of roughness, (m)

Dimensionless form

$\bar{W}$	=	dimensionless load, $\bar{W} = \frac{1}{\mu_0 UL} \left(\frac{c}{r} \right)^2 W$
$\bar{F}_{fric}$	=	dimensionless friction force, $\bar{F}_{fric} = \frac{c}{\mu_0 ULr} F_{fric}$
M	=	dimensionless critical mass, $M = \frac{c\omega^2 m}{W}$
$\bar{h}$	=	dimensionless film thickness, $\bar{h} = \frac{h}{c}$

7. การศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิก

7.1 การหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิก

สมการเรย์โนลด์ดัดแปลงในรูปไร้มิติ

$$\frac{\partial}{\partial X} \left\{ \Phi \frac{\partial P}{\partial X} \right\} = \Lambda \left\{ C_{VT} \left[\frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho} H) + \left(\frac{S_X}{2} \right) \frac{\partial}{\partial X} \left(\bar{\rho} H \left(1 - 2 \frac{\left(\frac{1}{\bar{\mu}_{e1}} \right)}{\left(\frac{1}{\bar{\mu}_{e0}} \right)} \right) \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \bar{t}} (\bar{\rho} H) \right\} \quad (1)$$

เมื่อ

$$\Phi = \bar{\rho} H \left[\frac{1}{\bar{\mu}_{e2}} - \frac{\left(\frac{1}{\bar{\mu}_{e1}} \right)^2}{\left(\frac{1}{\bar{\mu}_{e0}} \right)} \right] \quad (2)$$

$$\frac{1}{\bar{\mu}_{e1}} = \int_0^1 \frac{Z^t}{\bar{\mu}^*} dZ \quad (3)$$

$$\Lambda = \frac{u_0 \mu_0 R_0^2}{b^3 P_H} \quad (4)$$

$$S_X = \frac{u_2(t) - u_1(t)}{\bar{u}} \quad (5)$$

$$C_{VT} = \frac{\bar{u}}{u_0} \quad (6)$$

โดยมีเงื่อนไขขอบสำหรับสมการเรย์โนลด์

$$P(X_{inlet}, \bar{t}) = 0, \quad P(X_{exit}, \bar{t}) = \frac{\partial P}{\partial X} = 0$$

$$P(X, V) \geq 0$$

ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นไร้มิติ

$$H = H_0 + \frac{X^2}{2C_{RT}} + D(X) - \frac{1}{\pi} \int_{X_{inlet}}^{X_{exit}} P(X') \ln|X - X'| dX' \quad (7)$$

สมการความหนาแน่นของสารหล่อลื่นไร้มิติ

$$\bar{\rho} = \frac{\left(1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} P_H P}{1 + 1.7 \times 10^{-9} P_H P} \right) (1 - \beta T_0 (\theta - 1))}{1 - \lambda \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_p} \right)} \quad (8)$$

สมการความหนืดของสารหล่อลื่นไร้มิติ

$$\bar{\mu}^* = \bar{\mu}_2 \bar{\mu}_P \bar{\mu}_K \quad (9)$$

โดยที่

$$\bar{\mu}_S = \left(\frac{m_0 u_0 R_0}{\mu_0 b^2} \right) \left| \frac{1}{H} \frac{\partial u^*}{\partial Z} \right|^{n-1} \quad (10)$$

$$\bar{\mu}_P = 1 + \frac{2.5 \lambda \rho_0}{\lambda \rho_0 + (1 - \lambda) \rho_p} \quad (11)$$

$$\bar{\mu}_R = \exp\{(\ln(\mu_0) + 9.67)(-1 + (1 + 5.1 \times 10^{-9} P_H P)^{2.2}) - \gamma T_0 (\theta - 1)\} \quad (12)$$

สมการสมการสมดุลแรงไรรมิติ

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(X) dX = C_{WT} \left(\frac{\pi}{2} \right) \left(\frac{W_T - W_P}{W_T} \right) \quad (13)$$

ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียหาย

$$f = \frac{\mu_0 u_0 R_0}{w_0' b C_{WT}} \int_{N_{init}}^{N_{exit}} \left(\frac{\bar{\mu}^*}{H} \right) \left(\frac{\partial u^*}{\partial Z} \right)_{z=0} dX + \frac{f_p E' R_0 W_P}{w_0' C_{WT}} \quad (14)$$

สมการพลังงานในรูปไร้มิติ

เพื่อหาการกระจายอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกของของผสมในรูปไร้มิติ

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 Q}{\partial Z^2} = & K_{T1} \frac{\bar{\mu} H^2}{\bar{k}_p} \left(\frac{\partial Q}{\partial \bar{k}} + u^* \frac{\partial Q}{\partial X} \right) - K_{T2} \frac{\bar{\mu}}{\bar{k}_p} \left(\frac{\partial u^*}{\partial X} \right)^2 - \\ & K_{T3} \frac{\partial H^2}{\bar{k}_p} \left(\frac{\partial P}{\partial \bar{k}} + u^* \frac{\partial P}{\partial X} \right) - K_{T4} |S_N C_{VT}| \frac{H^2}{\bar{k}_p} \frac{f_p W_P}{A_h} \end{aligned} \quad (15)$$

เมื่อ

$$K_{T1} = \frac{u_0 \rho_0 c_p b^3}{k_0 R_0^2} \quad (16)$$

$$K_{T2} = \frac{\mu_0 u_0^2}{k_0 T_0} \quad (17)$$

$$K_{T3} = \frac{\beta u_0 b^3 P_H}{k_0 R_0^2} \quad (18)$$

$$K_{T4} = \frac{2 u_0 E' b}{k_0 T_0} \quad (19)$$

โดยที่เงื่อนไขอุณหภูมิที่ผิวของวัสดุ

$$\begin{aligned} \theta_{1/2} - 1 \pm & \frac{k_0 R_0}{\sqrt{\pi \rho_{1/2} c_{p1/2} k_{1/2} b^3 u_0 C_{VT} \left(1 - \frac{S_0}{2} \right)}} \int_{N_{init}}^{N_{exit}} \left(\frac{\bar{k}_p}{H} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial Z} \right)_{z=0/1} \frac{dX'}{\sqrt{X - X'}} \\ \theta(X_{init}) = & 1 \end{aligned}$$

7.2 การหล่อลื่นแบบฟิล์มผสม (Mixed Film Lubrication)

ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นแบบฟิล์มผสม

$$h(x) = h_0 + \frac{x^2}{2R_H} - \frac{4\gamma_H}{\pi E'} \int_{-\infty}^{\infty} p(x') \ln(x - x')^2 dx' \quad (20)$$

จะได้สมการความหนาฟิล์มในรูปแบบไร้มิติ ตามสมการ

$$H = H_0 + \frac{X^2}{2C_{HT}} + D(X) - \frac{2\gamma_H}{\pi} \int_{X_{inlet}}^{X_{exit}} P(X') \ln|X - X'| dX' \quad (21)$$

สมการการรับภาระของผิวที่มีความหยาบ

ภาระที่รองรับบนผิวที่มีความหยาบในรูปแบบไร้มิติ เท่ากับผลคูณของความดันที่ความหยาบผิวชิ้นงานสัมผัสกัน (Contact Pressure) กับพื้นที่ ดังสมการ

$$\int_{-\infty}^{\infty} P_C(X) dX = W_C \quad (22)$$

เมื่อ

$$P_C(X) = \frac{2}{3} n \beta \sigma_s \sqrt{\frac{\sigma_s}{\beta} \left(\frac{E'}{P_H} \right)} F_{\frac{3}{2}} \left(\frac{H(X) - 1.15 \bar{\sigma}_s}{\bar{\sigma}_s} \right) \quad (23)$$

สมการสมการสมดุลแรงในรูปแบบไร้มิติ

$$\int_{-\infty}^{\infty} \gamma_H P(X) dX = C_{WT} \left(\frac{\pi}{2} \right) \left(\frac{W_T - W_P - W_C}{W_T} \right) \quad (24)$$

ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานในรูปแบบไร้มิติ

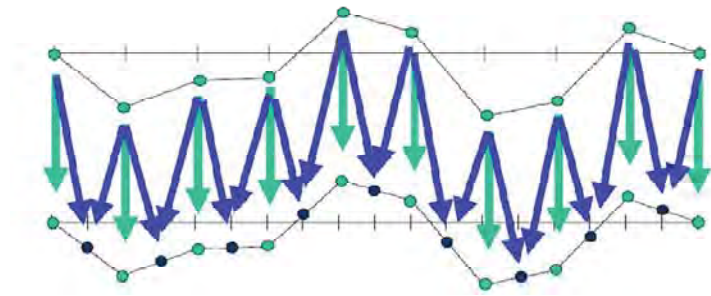
$$f = \frac{\mu_0 \mu_0 R_0}{b} \int_{X_{inlet}}^{X_{exit}} \left(\frac{\bar{\mu}^*}{H} \right) \left(\frac{\partial u^*}{\partial Z} \right)_{Z=0} dX + f_p E' R_0 W_P + f_c E' R_0 W_C \quad (25)$$

สมการพลังงานในรูปแบบไร้มิติ

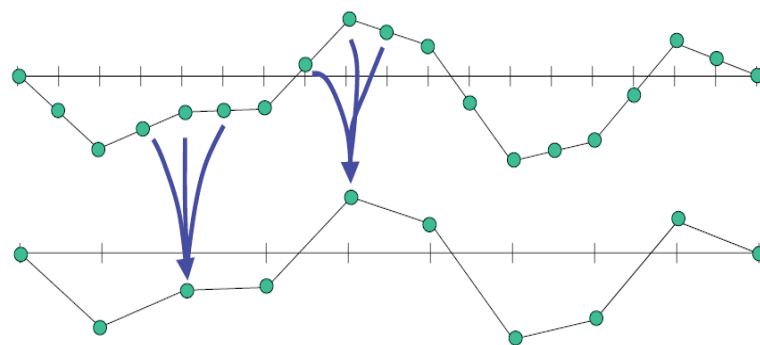
การกระจายอุณหภูมิของการหล่อลื่นแบบฟิล์มผสมในรูปแบบไร้มิติ

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} &= K_{T1} \frac{\bar{\rho} H^2}{k_p} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \bar{t}} + u^* \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) - K_{T2} \frac{\bar{\mu}}{k_p} \left(\frac{\partial u^*}{\partial X} \right)^2 - \\ &K_{T3} \frac{\theta H^2}{k_p} \left(\frac{\partial P}{\partial \bar{t}} + u^* \frac{\partial P}{\partial X} \right) - K_{T4} |S_N C_{UT}| \frac{H^2}{A_n k_p} (f_p W_P + f_c W_C) \end{aligned} \quad (26)$$

7.3 ระเบียบวิธีมัลติกริด (Multigrid Method)



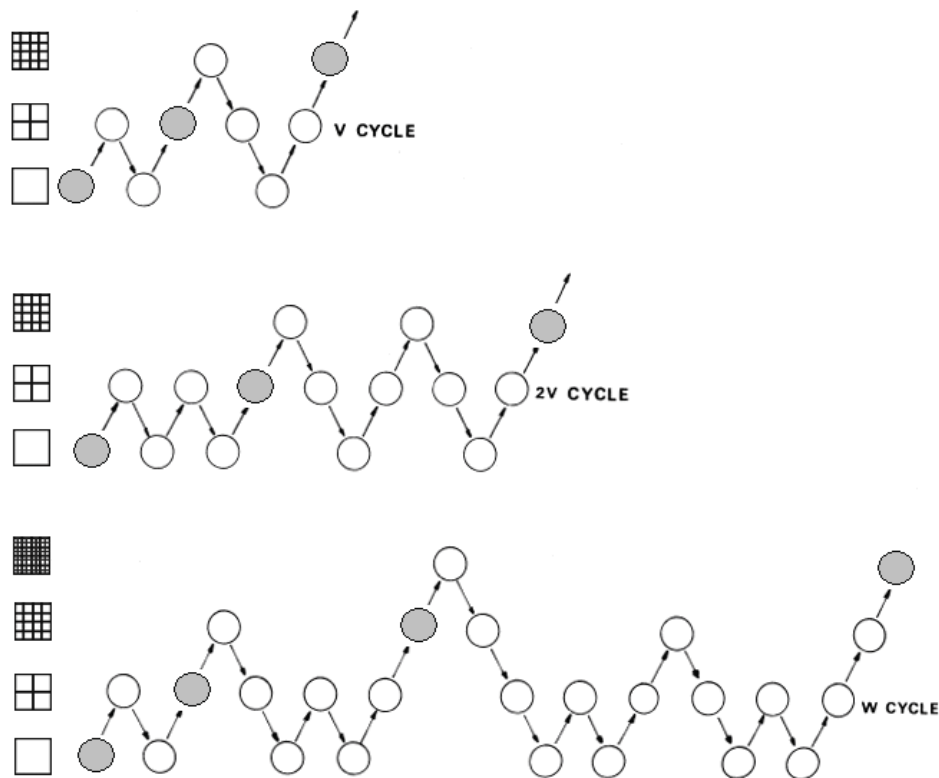
รูปที่ 1 แสดงการประมาณค่าของเวกเตอร์จากระดับที่มีจำนวนกริดแบบหยาบ ไปเป็นระดับที่มีจำนวนกริดแบบละเอียด



รูปที่ 2 การประมาณค่าของเวกเตอร์ส่งถ่ายของระดับที่มีจำนวนกริดแบบหยาบ จากการถ่ายโอนค่าจากระดับที่ละเอียดกว่า

มัลติกริดแบบเต็ม (Full Multigrid, FMG)

เริ่มต้นคำนวณที่ระดับกริดละเอียดสุดก่อน (FAS) จะเสียเวลาคำนวณนานต่างกับวิธี FMG ที่เริ่มคำนวณที่ระดับกริดหยาบที่สุดก่อนเพื่อให้ได้ค่าเริ่มต้นที่เหมาะสมแล้วจึงนำเข้าสู่ V cycle หรือ W cycle ดังรูปที่ 3 วงกลมสีเทาหมายถึงคำนวณซ้ำจนได้ค่าคำตอบที่มีค่าผิดพลาดอยู่ในระดับที่ยอมรับได้ ส่วนวงกลมสีขาวไม่จำเป็นต้องคำนวณจนกระทั่งค่าผิดพลาดอยู่ในระดับที่ยอมรับได้

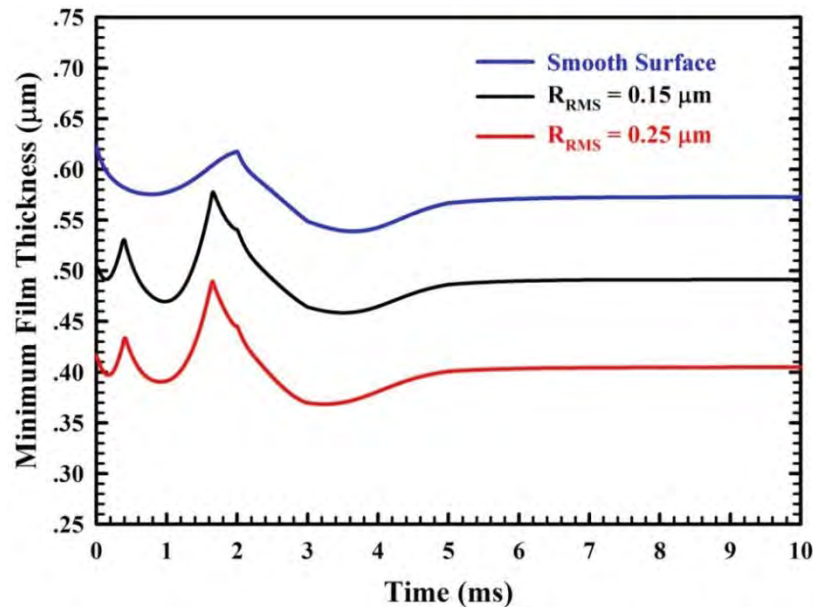


รูปที่ 3 ขั้นตอนการคำนวณแบบ FMG 3 รูปแบบคือ V-cycle, 2V-cycle และ W-cycle

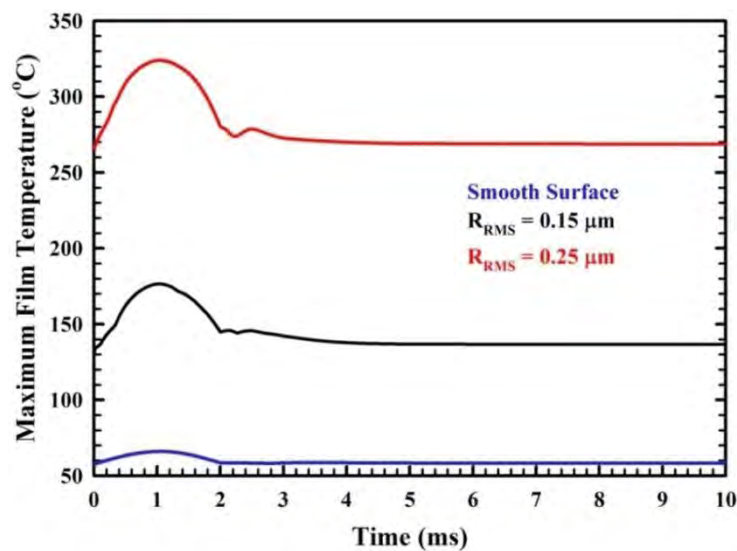
7.4 ผลการหล่อลื่นแบบฟิล์มบางในสถานะไม่คงตัว

ผลของการเปลี่ยนแปลงค่าความหยาบผิวของทรงกระบอกที่มีต่อการหล่อลื่นแบบฟิล์มบางในสถานะไม่คงตัว

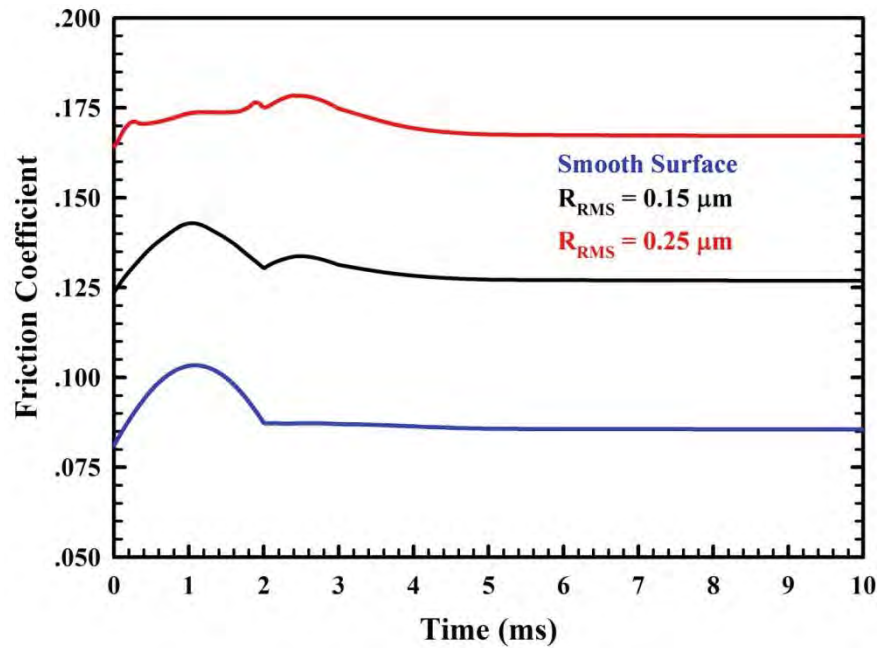
ในกรณีทรงกระบอกรับภาระเริ่มต้นที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 25 mm ความเร็วผิวเฉลี่ยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio = 0.50 พบว่าเมื่อขนาดของความหยาบผิวของทรงกระบอก, R_{rms} มีค่าเพิ่มขึ้น ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่าลดลง แต่อุณหภูมิสูงสุดของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดและค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากการกวัดแกว่ง (Fluctuation) ของความดันของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น เป็นผลให้ความเค้นเฉือน (Shear Stress) ที่กระทำกับฟิล์มสารหล่อลื่นและการผลิตพลังงานความร้อนจากความเค้นเฉือนมีค่าเพิ่มขึ้น ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นจึงมีค่าลดลง แต่อุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นและค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อขนาดของความหยาบผิวของทรงกระบอก, R_{rms} มีค่าเพิ่มขึ้น



รูปที่ 4 แสดงการเปลี่ยนแปลงความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดตามเวลาที่เปลี่ยนไป เมื่อผิวของทรงกระบอกเป็นผิวเรียบ และผิวทรงกระบอกเป็นผิวหยาบที่มีค่า $R_{rms} = 0.15 \mu m$ และ $R_{rms} = 0.25 \mu m$ กรณีทรงกระบอกรับภาระเริ่มต้นที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 25 mm ความเร็วผิวเฉลี่ยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio = 0.50

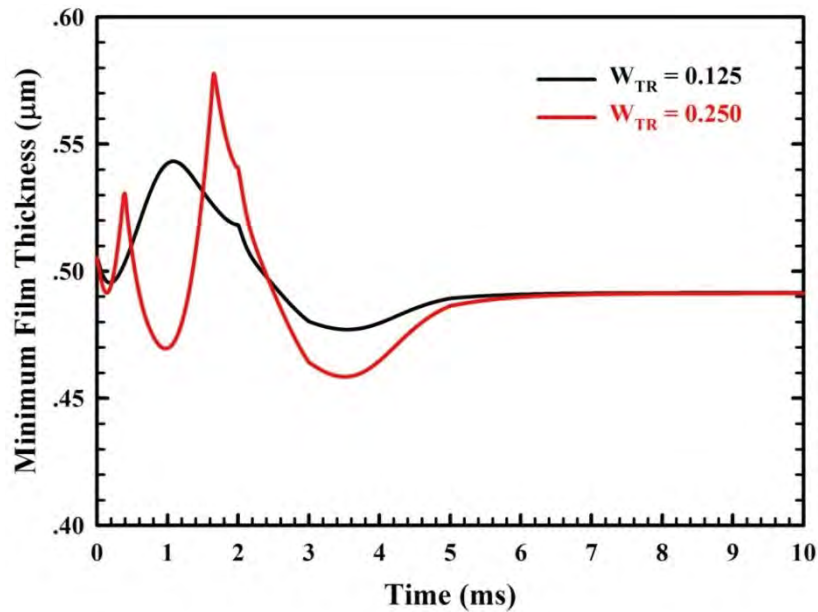


รูปที่ 5 แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดตามเวลาที่เปลี่ยนไป เมื่อผิวของทรงกระบอกเป็นผิวเรียบ และผิวทรงกระบอกเป็นผิวหยาบที่มีค่า $R_{rms} = 0.15 \mu m$ และ $R_{rms} = 0.25 \mu m$ กรณีทรงกระบอกรับภาระเริ่มต้นที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 25 mm ความเร็วผิวเฉลี่ยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio = 0.50

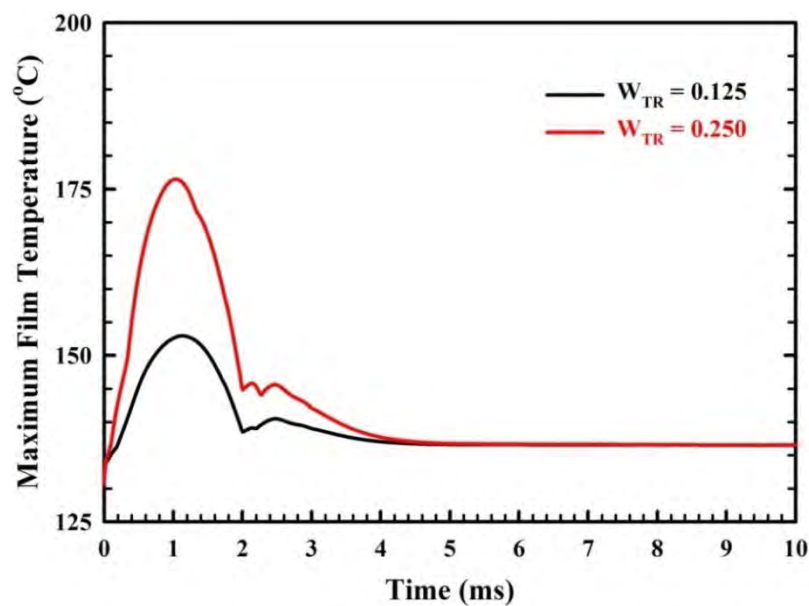


รูปที่ 6 แสดงการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานตามเวลาที่เปลี่ยนไป เมื่อผิวของทรงกระบอกเป็นผิวเรียบ และผิวทรงกระบอกเป็นผิวหยาบที่มีค่า $R_{rms} = 0.15 \mu m$ และ $R_{rms} = 0.25 \mu m$ กรณิ ท ร ง ก ร ะ บ อ ก ร ับ ภ า ะ เ ร ี่ ม ต ้น ที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 25 mm ความเร็วผิวเฉลี่ยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio = 0.50

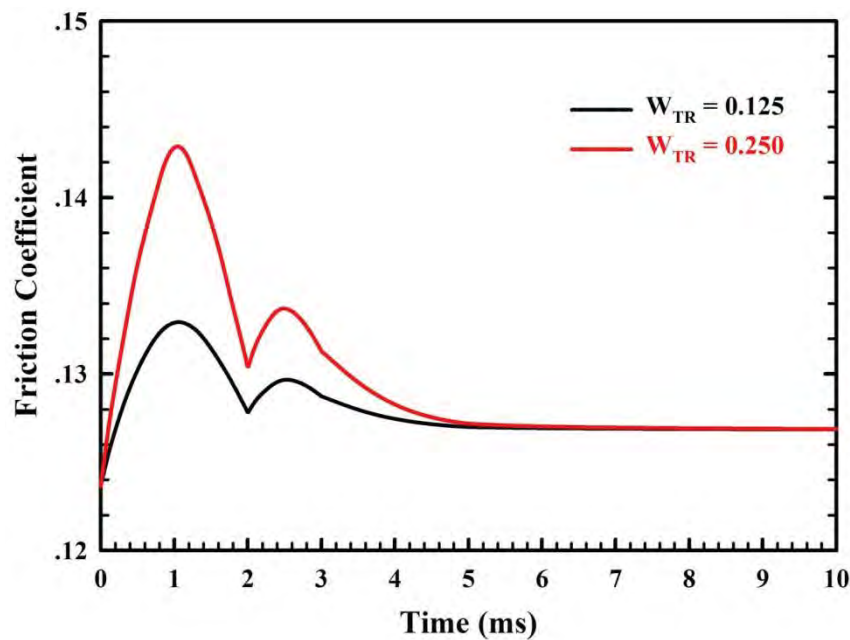
ผลของการเปลี่ยนแปลงค่าภาระสูงสุด (W_{TR}) ที่ทรงกระบอกได้รับที่มีต่อการหล่อลื่นแบบฟิล์มบางในสภาวะไม่คงตัว เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าภาระสูงสุด (W_{TR}) ที่ทรงกระบอกได้รับ ในกรณีทรงกระบอกรับภาระเริ่มต้นที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 25 mm ความเร็วผิวเฉลี่ยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio = 0.50 ผิวของทรงกระบอกเป็นผิวหยาบที่ $R_{rms} = 0.15 \mu m$



รูปที่ 7 แสดงการเปลี่ยนแปลงค่าความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดตามเวลาที่เปลี่ยนไป กรณีผิวของทรงกระบอกเป็นผิวผิวหยาบที่มีค่า $R_{ms} = 0.15 \mu\text{m}$ ทรงกระบอกรับภาระเริ่มต้นที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 25 mm ความเร็วผิวเฉลี่ยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio $= 0.50$



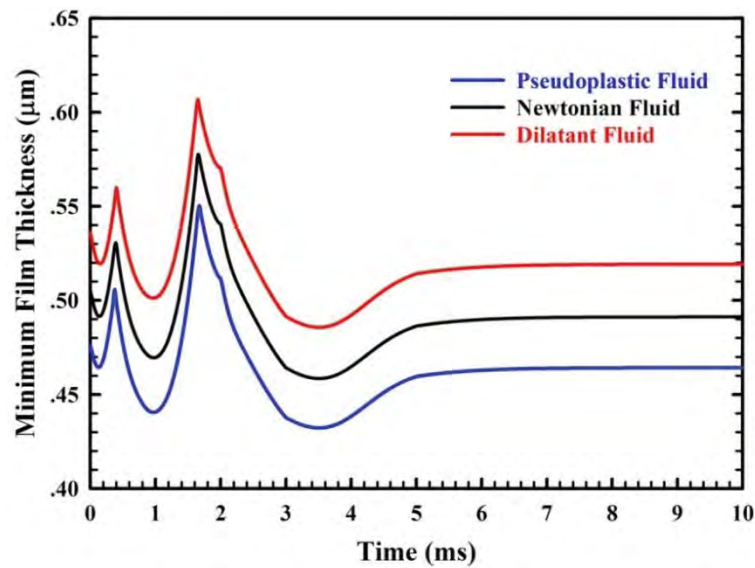
รูปที่ 8 แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดตามเวลาที่เปลี่ยนไป กรณีผิวของทรงกระบอกเป็นผิวผิวหยาบที่มีค่า $R_{ms} = 0.15 \mu\text{m}$ ทรงกระบอกรับภาระเริ่มต้นที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 25 mm ความเร็วผิวเฉลี่ยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio $= 0.50$



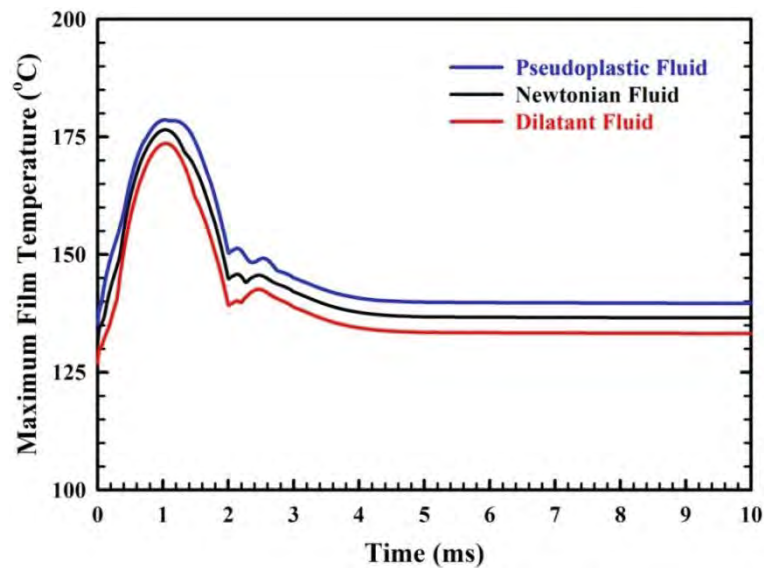
รูปที่ 9 แสดงการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานตามเวลาที่เปลี่ยนไป กรณีผิวของทรงกระบอกเป็นผิวผิวหยาบที่มีค่า $R_{rms} = 0.15 \text{ m}$ ทรงกระบอกรับภาระเริ่มต้นที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 25 mm ความเร็วผิวเฉลี่ยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio = 0.50

ผลของการเปลี่ยนแปลงชนิดของสารหล่อลื่น (Power Law Index) ที่มีต่อการหล่อลื่นแบบฟิล์มบางในสภาวะไม่คงตัว

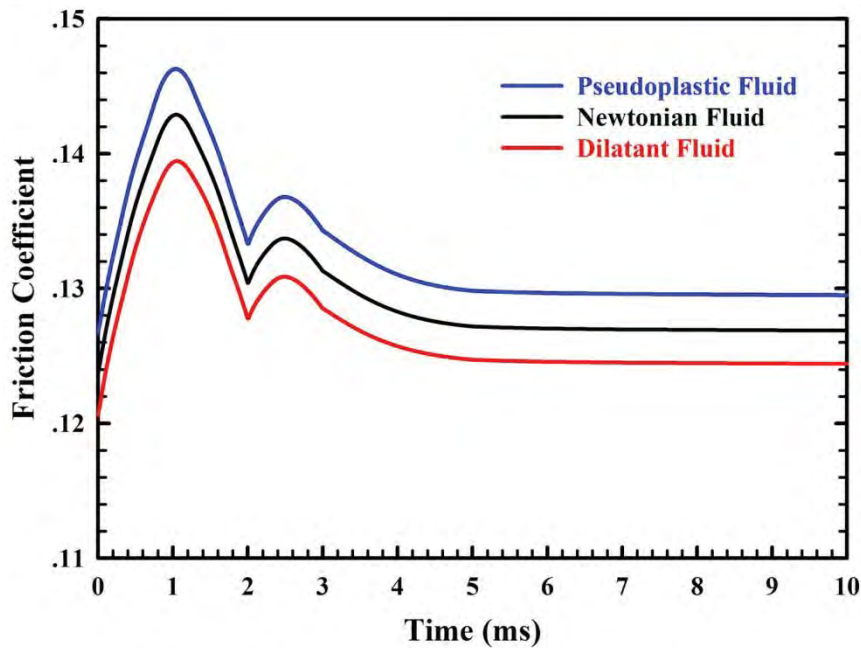
พฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบฟิล์มบางในสภาวะไม่คงตัวเมื่อเปลี่ยนแปลงชนิดของสารหล่อลื่น กรณีทรงกระบอกรับภาระเริ่มต้นที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 25 mm ความเร็วผิวเฉลี่ยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio = 0.50 ผิวของทรงกระบอกเป็นผิวหยาบที่ $R_{rms} = 0.15 \text{ m}$ ภาระสูงสุดที่ทรงกระบอกได้รับเป็นไปตามรูปที่ 4.77 โดยมีค่า $W_{TR} = 1.250$ เมื่อสารหล่อลื่นมีพฤติกรรมเป็น Dilatant Fluid (Power Law Index, $n = 1.025$) Newtonian Fluid (Power Law Index, $n = 1.000$) และ Pseudoplastic Fluid (Power Law Index, $n = 0.980$) พบว่าความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่าเพิ่มขึ้น แต่อุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าลดลง เมื่อค่า Power Law Index มีค่าเพิ่มขึ้น เป็นผลเนื่องจากความหนืดของสารหล่อลื่นที่เป็น Dilatant Fluid มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อมีความเครียดเฉือน (Shear Strain Rate) มากกระทำกับฟิล์มสารหล่อลื่น ส่งผลให้ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ความเค้นเฉือนที่กระทำกับฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าลดลง อุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจึงมีค่าลดลง เมื่อเทียบกับสารหล่อลื่นที่เป็น Pseudoplastic Fluid แสดงดังรูปที่ 10 ถึงรูปที่ 12



รูปที่ 10 แสดงการเปลี่ยนแปลงค่าความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดตามเวลาที่เปลี่ยนไป กรณีผิวของทรงกระบอกเป็นผิวผิวหยาบที่มีค่า $R_{rms} = 0.13 \text{ m}$ ทรงกระบอกรับภาระเริ่มต้นที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 23 mm ความเร็วผิวเฉื่อยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio = 0.50 ภาระสูงสุดที่ทรงกระบอกค่า $W_{TR} = 1.250$ เมื่อสารหล่อลื่นมีพฤติกรรมเป็น Dilatant Fluid (Power Law Index, $n = 1.025$) Newtonian Fluid (Power Law Index, $n = 1.000$) และ Pseudoplastic Fluid (Power Law Index, $n = 0.980$) ตามลำดับ



รูปที่ 11 แสดงการเปลี่ยนแปลงค่าอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดตามเวลาที่เปลี่ยนไป กรณีผิวของทรงกระบอกเป็นผิวผิวหยาบที่มีค่า $R_{rms} = 0.13 \text{ m}$ ทรงกระบอกรับภาระเริ่มต้นที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 25 mm ความเร็วผิวเฉลี่ยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio = 0.50 ภาระสูงสุดที่ทรงกระบอกค่า $W_{TR} = 1.250$ เมื่อสารหล่อลื่นมีพฤติกรรมเป็น Dilatant Fluid (Power Law Index, $n = 1.025$) Newtonian Fluid (Power Law Index, $n = 1.000$) และ Pseudoplastic Fluid (Power Law Index, $n = 0.980$) ตามลำดับ



รูปที่ 12 แสดงการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานตามเวลาที่เปลี่ยนไป กรณีผิวของทรงกระบอกเป็นผิวผิวหยาบที่มีค่า $R_{rms} = 0.15 \text{ m}$ ทรงกระบอกรับภาระเริ่มต้นที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 25 mm ความเร็วผิวเฉลี่ยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio = 0.50 ภาระสูงสุดที่ทรงกระบอกค่า $W_{TE} = 1.250$ เมื่อสารหล่อลื่นมีพฤติกรรมเป็น Dilatant Fluid (Power Law Index, $n = 1.025$) Newtonian Fluid (Power Law Index, $n = 1.000$) และ Pseudoplastic Fluid (Power Law Index, $n = 0.980$) ตามลำดับ

7.5 การหล่อลื่นแบบฟิล์มบางในเฟืองฟันตรง

ในการศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบฟิล์มบางที่เกิดขึ้นในขณะที่ฟันเฟืองขบกัน มีความซับซ้อนและยุ่งยากมาก ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงสมมติให้ฟันเฟืองเป็นวัตถุแข็งเกร็ง (Rigid Body) และไม่คิดผลจากการเปลี่ยนแปลงใดๆ ของฟันเฟือง ภาระที่ฟันเฟืองได้รับมีค่าคงที่ ในขณะที่ฟันเฟืองขบกัน 2 คู่โดยที่แต่ละคู่รับภาระเท่ากันฟันเฟืองละ 50% และรับภาระ 100% เมื่อฟันเฟืองขบกันเพียงคู่เดียว

คุณสมบัติของฟันเฟือง คุณสมบัติของสารหล่อลื่น และคุณสมบัติของสารหล่อลื่นของแข็งที่ใช้ในงานวิจัยนี้แสดงดังตารางที่ 1 ถึง ตารางที่ 2

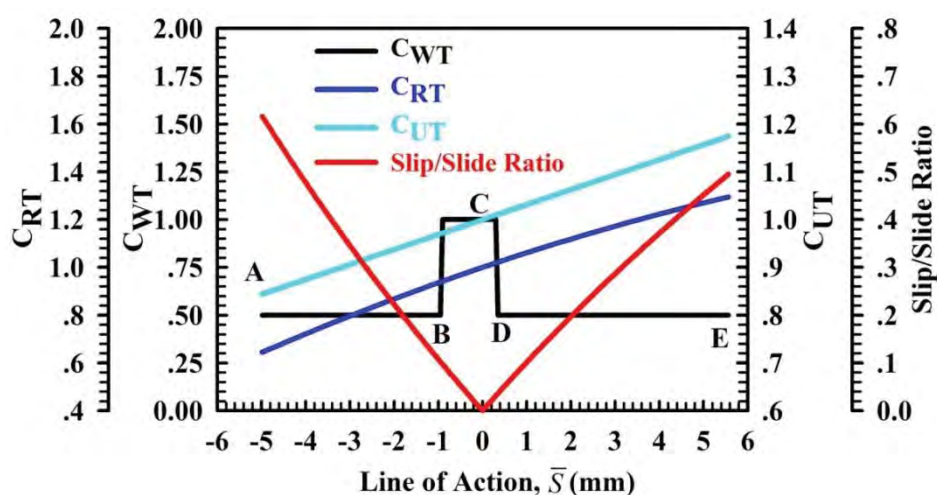
ตารางที่ 1 คุณสมบัติของฟันเฟืองและสารหล่อลื่น

Gear Material	UNB C61300
Number of teeth (pinion : gear)	35:140
Module, mm	2
Contact ratio	1.786
Pinion speed, rpm	1,000
Nominal pressure angle, degree	20
Teeth width, mm	20
Transmitted power, kW	10.0
Elastic modulus of pinion and gear, GPa	117.0
Density of the teeth of pinion and gear, kg/m³	7950.0
Poisson ratio of the teeth of pinion and gear	0.28
Specific heat of the teeth of pinion and gear, J/kg · K	736.8
Combined surface roughness amplitude 0 , m	0.10
Inlet temperature of lubricant, K	313.15
Ambient density of the lubricant, kg/m³	892.80
Ambient viscosity of the lubricant, Pa · s	0.195
Viscosity-Pressure index (,)	0.5685
Viscosity-Temperature coefficient, K⁻¹	0.05763
Coefficient of thermal expansivity, K⁻¹	0.00074
Thermal conductivity of lubricant, W/m · K	0.126
Specific heat of lubricant, J/kg · K	1870
Power law index 0 - liquid-solid lubricant (Dilatant Fluid)	1.00969
- liquid lubricant (Newtonian Fluid)	1.000
- liquid lubricant (Pseudoplastic Fluid)	0.975

ตารางที่ 2 คุณสมบัติของสารหล่อลื่นของแข็ง

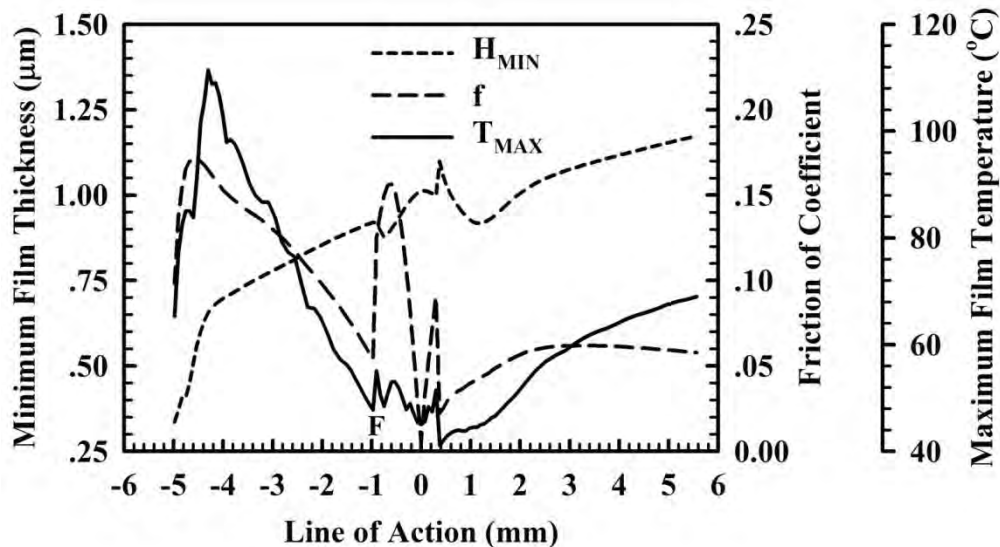
Solid particle properties	MoS ₂
Brinell hardness, GP_a	3.139
Modulus of elasticity, GP_a	34
Poisson ratio	0.13
Density, kg/m³	4800
Friction coefficient	0.1
Particle diameter,	2

การเปลี่ยนแปลงของภาระแบบไรมิตที่พื้นเฟืองได้รับ (**C_{WT}**) รัศมีความโค้งของฟันเฟืองแบบไรมิต (**C_{RT}**) ความเร็วของฟันเฟืองแบบไรมิต (**C_{UT}**) และค่า Slip/Slide Ratio ที่ระยะการขบกันต่างๆ ของฟันเฟือง โดยที่ตำแหน่งฟันเฟืองเริ่มขบกัน (Approach Point, A) ภาระแบบไรมิตที่พื้นเฟืองได้รับมีค่าเท่ากับ 0.5 (**C_{WT} = 0.50**) และมีค่าเพิ่มขึ้นแบบทันทีทันใดเป็น 1.0 (**C_{WT} = 1.00**) เมื่อฟันเฟืองเปลี่ยนจากการรับภาระ 2 คูมาเป็นรับภาระคู่เดียวที่ตำแหน่ง B (**S̄ = -1.10 mm**) และเปลี่ยนมารับภาระเท่ากับ 0.5 (**C_{WT} = 0.50**) อีกครั้งเมื่อฟันเฟืองอีกคู่เข้ามาขบที่ตำแหน่ง D (**S̄ = 0.90 mm**) ที่ตำแหน่งฟันเฟืองเริ่มขบกัน (Approach Point, A) ค่า Slip/Slide Ratio มีค่าสูงสุด แต่รัศมีความโค้งของฟันเฟืองแบบไรมิต (**C_{RT}**) และความเร็วของฟันเฟืองแบบไรมิต (**C_{UT}**) มีค่าน้อยสุดตั้งนั้นที่ตำแหน่งดังกล่าวจึงเป็นตำแหน่งที่ความหนาฟิล์มของสารหล่อลื่นจะมีค่าน้อยสุด



รูปที่ 13 แสดงการเปลี่ยนแปลงของภาระแบบไรมิตที่พื้นเฟืองได้รับ (**C_{WT}**) รัศมีความโค้งของฟันเฟืองแบบไรมิต (**C_{RT}**) ความเร็วของฟันเฟืองแบบไรมิต (**C_{UT}**) และค่า Slip/Slide Ratio ที่ระยะการขบกันต่างๆ ของฟันเฟือง

แสดงการเปลี่ยนแปลงของความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุด อุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่ระยะการขบกันต่างๆ ของฟันเฟือง กรณีฟันเฟืองรับภาระ 10 kW ความเร็วรอบในการทำงานของฟันเฟืองเท่ากับ 1000 rpm ด้วยสารหล่อลื่นแบบ Newtonian Fluid เมื่อผิวของฟันเฟืองเป็นผิวเรียบ แสดงดังรูปที่ 14



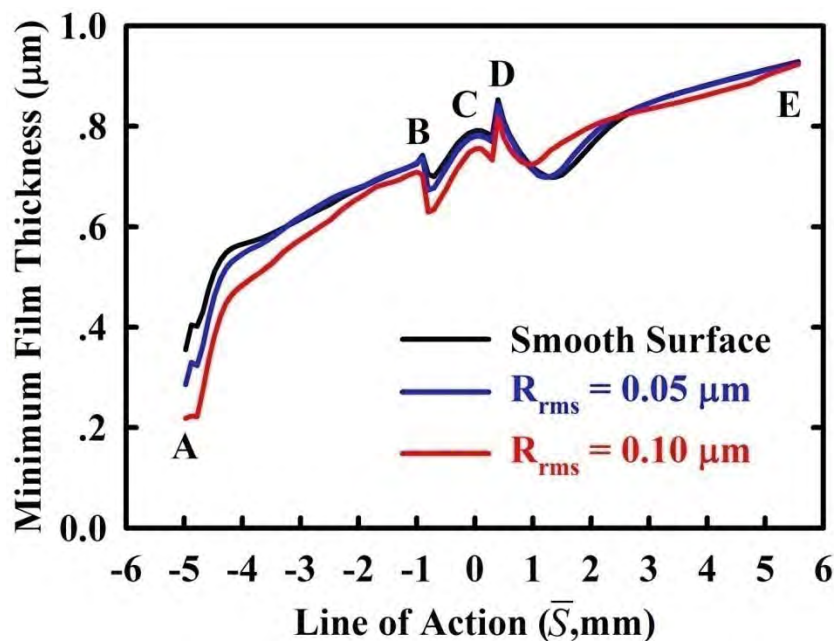
รูปที่ 14 แสดงการเปลี่ยนแปลงของความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุด อุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่ระยะการขบกันต่างๆ ของฟันเฟือง กรณีฟันเฟืองรับภาระ 10 kW ความเร็วรอบในการทำงานของฟันเฟืองเท่ากับ 1000 rpm ด้วยสารหล่อลื่นแบบ Newtonian Fluid เมื่อผิวของฟันเฟืองเป็นผิวเรียบ

ผลของการเปลี่ยนแปลงค่าความหยาบผิวต่อการหล่อลื่นแบบฟิล์มบางของฟันเฟือง

รูปที่ 15 แสดงการเปลี่ยนแปลงของความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุด ที่ระยะการขบกันต่างๆ ของฟันเฟือง (Line of Action) พบว่าความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าน้อยสุดที่ตำแหน่งฟันเฟืองเริ่มขบกัน (Approach Point) ($S = -4.97 \text{ mm}$) ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นเมื่อฟันเฟืองเป็นผิวหยาบมีค่าน้อยกว่าความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นเมื่อฟันเฟืองเป็นผิวเรียบ โดยที่ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่าเท่ากับ $0.355 \mu\text{m}$ เมื่อฟันเฟืองเป็นผิวเรียบและมีค่าเท่ากับ $0.286 \mu\text{m}$ และ $0.218 \mu\text{m}$ เมื่อฟันเฟืองเป็นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.05 \mu\text{m}$ และ $R_{\text{RMS}} = 0.10 \mu\text{m}$ ตามลำดับ เป็นผลเนื่องจากการกวัดแกว่ง (Fluctuation) ของความดันของฟิล์มสารหล่อลื่นจากผลของความหยาบผิว และจาก Slip/Slide Ratio ซึ่งส่งผลให้อุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นมีอุณหภูมิที่สูงขึ้นและความหนืดของสารหล่อลื่นมีค่าลดลง

ผลกระทบจากสภาวะไม่คงตัวมีผลอย่างมากหลังจากผ่านตำแหน่ง B และ ตำแหน่ง D เมื่อภาระมีการเพิ่มขึ้นอย่างทันทีทันใดที่ตำแหน่ง B ($S = -0.90 \text{ mm}, C_{\text{WT}} = 0.5$) ช่วงแรกความหนาฟิล์มของสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่าเพิ่มขึ้นจาก $0.725 \mu\text{m}$ ไปเป็น $0.742 \mu\text{m}$ สำหรับฟันเฟืองผิวเรียบ จาก $0.727 \mu\text{m}$ ไปเป็น $0.737 \mu\text{m}$ สำหรับฟันเฟืองผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.05 \mu\text{m}$ และจาก $0.713 \mu\text{m}$ เป็น $0.718 \mu\text{m}$ สำหรับฟันเฟืองผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.10 \mu\text{m}$ จากนั้นจึงมีค่าลดลงไปเป็น $0.700 \mu\text{m}$

สำหรับพื้นผิวเรียบ $0.673 \mu\text{m}$ สำหรับพื้นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.05 \mu\text{m}$ และ $0.629 \mu\text{m}$ สำหรับพื้นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.10 \mu\text{m}$ หลังจากนั้นความหนาฟิล์มของสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่าเพิ่มขึ้น ซึ่งจะพบว่าความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นจะมีค่าไม่คงที่ตลอดจนกระทั่งภาระที่พื้นผิวได้รับลดลงอีกครั้งหนึ่ง เมื่อพื้นผิวอีกคู่หนึ่งเข้ามาขบเพิ่มที่ตำแหน่ง D ($\bar{x} = 0.40 \text{ mm}$) ภาระที่พื้นผิวได้รับจะลดลงอย่างทันทีทันใด ($C_{\text{HT}} = 0.5$) ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นในช่วงแรกมีค่าเพิ่มขึ้นจาก $0.780 \mu\text{m}$ ไปเป็น 0.853 m สำหรับพื้นผิวเรียบ จาก 0.769 m ไปเป็น 0.843 m สำหรับพื้นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.05 \text{ m}$ และจาก 0.733 m ไปเป็น 0.819 m สำหรับพื้นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.10 \text{ m}$ จากนั้นจึงมีค่าลดลงจนกระทั่งที่ระยะการขบกันของพื้นผิวประมาณ $\bar{x} = 1.20 \text{ mm}$ ความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่าเท่ากับ 0.699 m สำหรับพื้นผิวเรียบและมีค่าเท่ากับ 0.700 m และ 0.724 m เมื่อพื้นผิวเป็นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.05 \text{ m}$ และ $R_{\text{RMS}} = 0.10 \text{ m}$ ตามลำดับ และความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดจะเริ่มเข้าสู่สภาวะสมดุล $\bar{x} = 3.53 \text{ mm}$ โดยประมาณ เป็นผลเนื่องมาจากผลกระทบจากกลไกการกอดตัวของฟิล์มสารหล่อลื่น

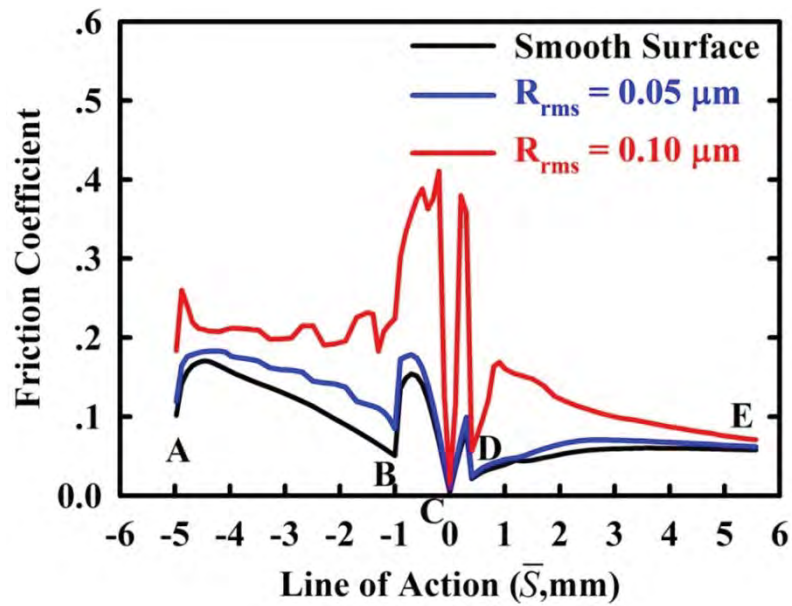


รูปที่ 15 แสดงการเปลี่ยนแปลงของความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุด ที่ระยะการขบกันต่างๆ ของพื้นผิว กรณีพื้นผิวรับภาระ 10 kW ความเร็วรอบในการทำงานของพื้นผิวเท่ากับ 1000 rpm ด้วยสารหล่อลื่นแบบ Pseudoplastic Fluid ($n=0.975$) เมื่อผิวของพื้นผิวเป็นผิวเรียบ และผิวของพื้นผิวเป็นผิวหยาบที่มีค่า $R_{\text{rms}} = 0.05 \text{ m}$ และ $R_{\text{rms}} = 0.10 \text{ m}$ ตามลำดับ

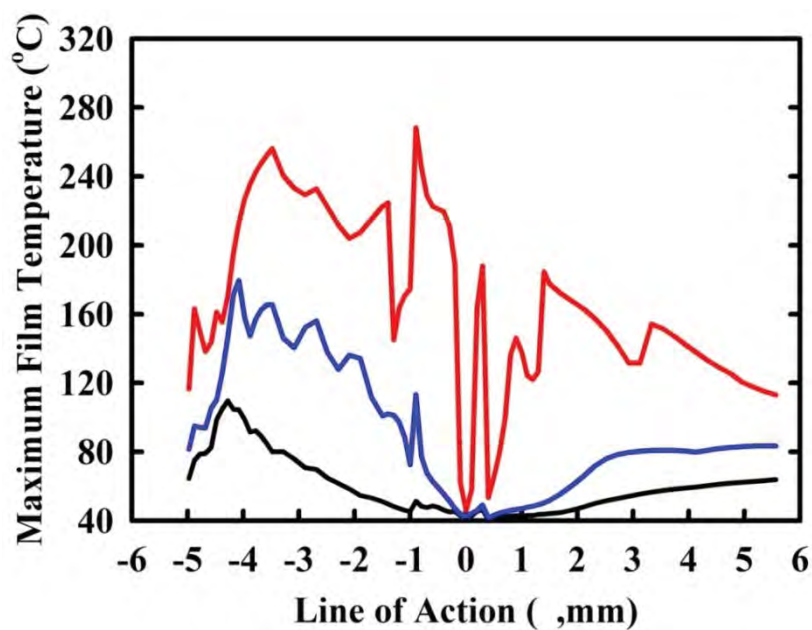
การเปลี่ยนแปลงของค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสำหรับพื้นผิวเรียบและพื้นผิวหยาบที่ระยะการขบกันต่างๆ (Line of Action) ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นของพื้นผิวหยาบมีค่ามากกว่าพื้นผิวเรียบตลอดระยะการขบกันของพื้นผิว (Line of Action) ที่ตำแหน่งพื้นผิวเริ่ม

ขบกัน (Approach Point, A, $= -4.97 \text{ mm}$) ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดมีค่าเท่ากับ 0.102 และ $67.47 \text{ }^{\circ}\text{C}$ สำหรับพื้นผิวเรียบ และมีค่าเท่ากับ 0.119 และ $81.48 \text{ }^{\circ}\text{C}$ พื้นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.05 \text{ m}$ และ 0.184 และ $116.47 \text{ }^{\circ}\text{C}$ สำหรับพื้นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.10 \text{ m}$ ตามลำดับ เมื่อระยะการขบกันของพื้นผิว (Line of Action) มีค่าเพิ่มขึ้น ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุด มีค่าเพิ่มขึ้น จนกระทั่งค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าสูงสุดในช่วงแรกที่ $= -4.48 \text{ mm}$ อุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดมีค่าสูงสุดในช่วงแรกที่ $= -4.00 \text{ mm}$ ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดมีค่าเท่ากับ 0.171 และ $109.62 \text{ }^{\circ}\text{C}$ สำหรับพื้นผิวเรียบ และมีค่าเท่ากับ 0.183 และ $179.53 \text{ }^{\circ}\text{C}$ พื้นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.05 \text{ m}$ และมีค่าเท่ากับ 0.260 และ $236.17 \text{ }^{\circ}\text{C}$ สำหรับพื้นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.10 \text{ m}$ จากนั้นจึงมีค่าลดลงจนกระทั่งภาวะที่พื้นผิวได้รับเพิ่มขึ้นแบบทันทีทันใด ที่ระยะการขบกันของพื้นผิว $= -0.70 \text{ mm}$ ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุด สำหรับพื้นผิวเรียบและพื้นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.05 \text{ m}$ และ $R_{\text{RMS}} = 0.10 \text{ m}$ มีค่าเท่ากับ 0.154 , $48.00 \text{ }^{\circ}\text{C}$, 0.178 , $113.24 \text{ }^{\circ}\text{C}$, 0.411 และ $268.36 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ตามลำดับ จากนั้นจึงมีค่าลดลงจนมีค่าน้อยสุดที่ตำแหน่งพิทช์ โดยที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเข้าใกล้ศูนย์และอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดมีค่าใกล้เคียงกับอุณหภูมิทางเข้าของสารหล่อลื่น เนื่องจากที่ตำแหน่งดังกล่าวค่า Slip/Slide Ratio = 0

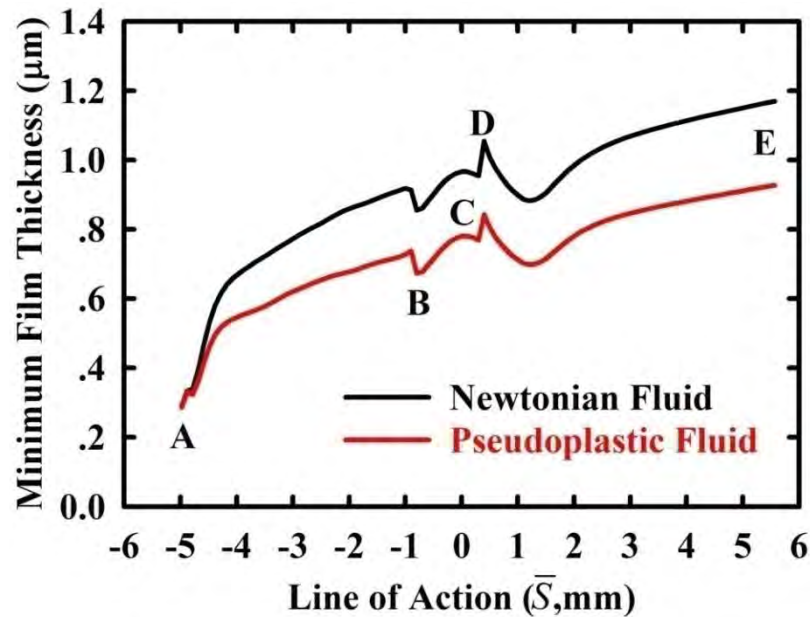
จะเห็นได้ว่าอุณหภูมิสูงสุดเกิดขึ้นที่ตำแหน่งใกล้เคียงกับตำแหน่งที่พื้นผิวเริ่มขบกัน เป็นผลเนื่องมาจากที่ตำแหน่งดังกล่าวค่า Slip/Slide Ratio มีค่าสูง หลังจากภาวะที่พื้นผิวเพิ่มขึ้นอย่างทันทีทันใดที่ตำแหน่ง B ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุด จะเพิ่มขึ้นอีกครั้งหนึ่ง เนื่องขนาดของภาวะที่เพิ่มขึ้นแม้ว่าค่า Slip/Slide Ratio จะมีค่าลดลง หลังจากระยะการขบกันของพื้นผิวเลื่อนพ้นจากตำแหน่งพิทช์ ไปแล้วค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดจะเพิ่มขึ้นอีก ที่ระยะการขบกันของพื้นผิว $= +0.30 \text{ mm}$ ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดมีค่าสูงสุดเท่ากับ 0.083 and $46.11 \text{ }^{\circ}\text{C}$ สำหรับพื้นผิวเรียบและมีค่าเท่ากับ 0.099 และ $49.03 \text{ }^{\circ}\text{C}$ สำหรับพื้นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.05 \text{ m}$ และมีค่าเท่ากับ 0.358 และ $187.94 \text{ }^{\circ}\text{C}$ สำหรับพื้นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.10 \text{ m}$ ตามลำดับ เมื่อพื้นผิวอีกคู่หนึ่งเข้ามาขบเพิ่มที่ตำแหน่ง D ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุด มีค่าลดลงอย่างทันทีทันใด จากนั้นจึงมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระยะการขบกันของพื้นผิวมีค่าเพิ่มขึ้น ที่ตำแหน่งพื้นผิวเริ่มขบกันอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าสูงกว่าตำแหน่งที่พื้นผิวจากกัน (Recess Point, E) เนื่องจากที่ตำแหน่งพื้นผิวเริ่มขบกันค่า Slip/Slide Ratio มีค่าสูงกว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดของพื้นผิวหยาบจะมีค่าเพิ่มขึ้นสูงกว่าอย่างชัดเจนเทียบกับพื้นผิวเรียบ เมื่อภาวะที่พื้นผิวได้รับเพิ่มขึ้นอย่างทันทีทันใดที่ตำแหน่ง B และลดลงอย่างทันทีทันใดที่ตำแหน่ง D เป็นผลเนื่องจากความดันของฟิล์มสารหล่อลื่นและความหนืดของฟิล์มสารหล่อลื่นที่เพิ่มขึ้นอย่างทันทีทันใดจากผลของความหยาบผิว



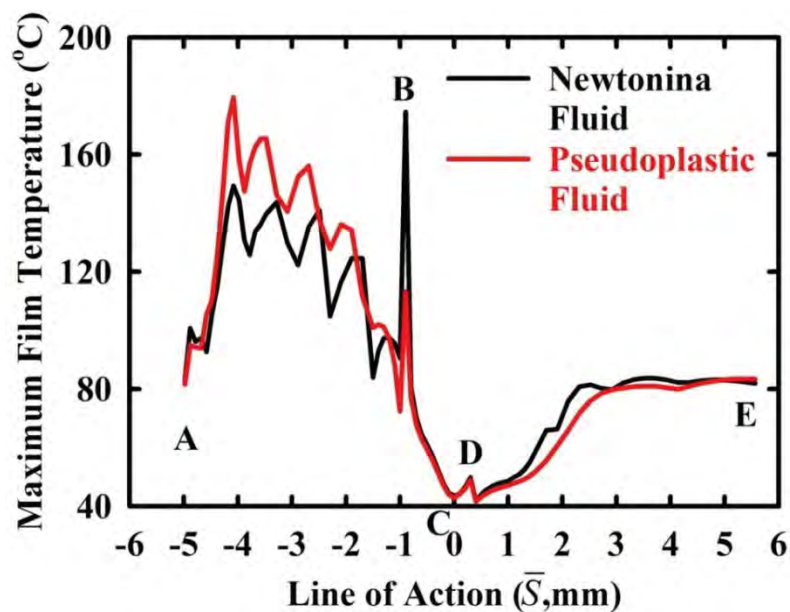
รูปที่ 16 แสดงการเปลี่ยนแปลงของสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ที่ระยะการขบกันต่างๆ ของฟันเฟือง กรณีฟันเฟืองรับภาระ 10 kW ความเร็วรอบในการทำงานของฟันเฟืองเท่ากับ 1000 rpm ด้วยสารหล่อลื่นแบบ Pseudoplastic Fluid ($n=0.975$) เมื่อผิวของฟันเฟืองเป็นผิวเรียบ และผิวของฟันเฟืองเป็นผิวหยาบที่มีค่า $R_{rms} = 0.05 \mu m$ และ $R_{rms} = 0.10 \mu m$ ตามลำดับ



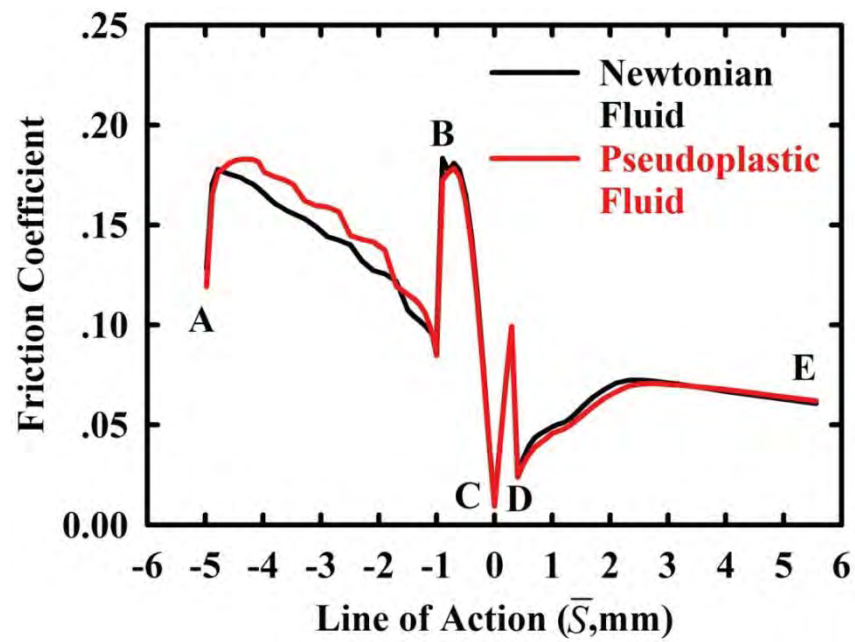
รูปที่ 17 แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุด ที่ระยะการขบกันต่างๆ ของฟันเฟือง กรณีฟันเฟืองรับภาระ 10 kW ความเร็วรอบในการทำงานของฟันเฟืองเท่ากับ 1000 rpm ด้วยสารหล่อลื่นแบบ Pseudoplastic Fluid ($n=0.975$) เมื่อผิวของฟันเฟืองเป็นผิวเรียบ และผิวของฟันเฟืองเป็นผิวหยาบที่มีค่า $R_{rms} = 0.05 \mu m$ และ $R_{rms} = 0.10 \mu m$ ตามลำดับ



รูปที่ 18 แสดงการเปลี่ยนแปลงความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุด ที่ระยะการขบกันต่างๆ ของ ฟันเฟือง กรณีฟันเฟืองรับภาระ 10 kW ความเร็วรอบในการทำงานของฟันเฟืองเท่ากับ 1000 rpm ผิวของฟันเฟืองเป็นผิวหยาบที่มีค่า $R_{\text{rms}} = 0.05 \text{ m}$ เมื่อสารหล่อลื่นเป็น Newtonian Fluid ($n=1.000$) และ Pseudoplastic Fluid ($n=0.975$) ตามลำดับ



รูปที่ 19 แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุด ที่ระยะการขบกันต่างๆ ของ ฟันเฟือง กรณีฟันเฟืองรับภาระ 10 kW ความเร็วรอบในการทำงานของฟันเฟืองเท่ากับ 1000 rpm ผิวของฟันเฟืองเป็นผิวหยาบที่มีค่า $R_{\text{rms}} = 0.10 \text{ m}$ เมื่อสารหล่อลื่นเป็น Newtonian Fluid ($n=1.000$) และ Pseudoplastic Fluid ($n=0.975$) ตามลำดับ



รูปที่ 20 แสดงการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ที่ระยะการขบกันต่างๆ ของฟันเฟืองกรณีฟันเฟืองรับภาระ 10 kW ความเร็วรอบในการทำงานของฟันเฟืองเท่ากับ 1000 rpm ผิวของฟันเฟืองเป็นผิวหยาบที่มีค่า $R_{ms} = 0.10 \text{ m}$ เมื่อสารหล่อลื่นเป็น Newtonian Fluid ($n=1.000$) และ Pseudoplastic Fluid ($n=0.975$) ตามลำดับ

สรุปผลการวิจัย

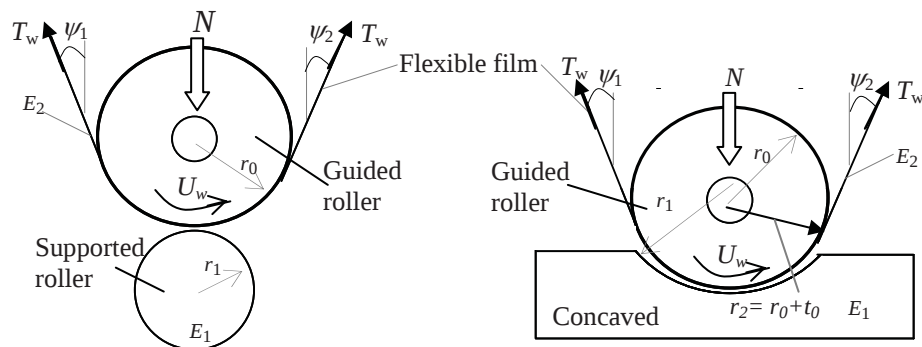
จากการจำลองผลการหล่อลื่นแบบฟิล์มบางในสภาวะไม่คงตัว เมื่อเปลี่ยนแปลงปัจจัยต่าง ๆ ที่มีผลต่อพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบฟิล์มบาง พบว่า

1. เมื่อภาระที่ทรงกระบอกได้รับเพิ่มตามเวลาที่ผ่านไปอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้น แต่เมื่อภาระมีค่าลดลง อุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดและสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ลดลงตามภาระจากนั้นอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดมีค่ากวัดแกว่ง (Fluctuation) เล็กน้อย สัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้นและมีค่าลดลงอีกครั้ง
2. ความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดในช่วงแรกมีค่าลดลงเมื่อภาระที่ทรงกระบอกได้รับเพิ่มขึ้นจากนั้นความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่าเพิ่มขึ้น และลดลงอีกครั้งก่อนจะมีค่าเพิ่มกลับขึ้นอีกครั้งเมื่อภาระที่กระทำลดลงตามเวลา จากนั้นจึงมีค่าลดลงและเพิ่มขึ้นกลับอีกครั้งก่อนเข้าสู่สมดุลใหม่เมื่อเวลาผ่านไปมากกว่า **8.00 ms**
3. เมื่อขนาดของความหยาบผิวของทรงกระบอก กรณีทรงกระบอกรับภาระที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นจึงมีค่าลดลง แต่อุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นและค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อขนาดของความหยาบผิวของทรงกระบอก, **R_{rms}** มีค่าเพิ่มขึ้น
4. เมื่อขนาดของภาระของทรงกระบอกที่เปลี่ยนแปลงตามเวลามีค่าเพิ่มขึ้น ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่าลดลงแต่การกวัดแกว่ง (Fluctuation) ของความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น อุณหภูมิสูงสุดของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดและค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้น
5. กรณีทรงกระบอกรับภาระที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อย สุดมีค่าเพิ่มขึ้น แต่อุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าลดลงเมื่อค่า Power Law Index มีค่าเพิ่มขึ้น

8. งานวิจัยศึกษาการเกิดฟิล์มอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มบางและตัวประกอบ

การวิเคราะห์การแทรกตัวของอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้ง

รูปที่ 1 แสดงแผนภาพการเคลื่อนที่ของแผ่นฟิล์มบางผ่านลูกกลิ้ง ในขณะที่แผ่นฟิล์มเคลื่อนที่ผ่านลูกกลิ้งอากาศรอบๆสามารถที่จะแทรกตัวอยู่ระหว่างผิวของแผ่นฟิล์มและผิวของลูกกลิ้ง สำหรับพฤติกรรมของฟิล์มอากาศที่แทรกตัวระหว่างแผ่นฟิล์มบางและลูกกลิ้งสามารถที่จะอธิบายโดยทฤษฎีดังต่อไปนี้



รูปที่ 1 แผนภาพการแทรกตัวของอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มบางกับลูกกลิ้ง

8.1 ทฤษฎี

เนื่องจากอากาศที่แทรกตัวมีการไหล 2 ทิศทางคือการเคลื่อนที่ของแผ่นฟิล์มและตามความกว้างของแผ่นฟิล์ม ดังนั้นความดันอากาศและความหนาของฟิล์มอากาศที่กระจายตัวอยู่ในบริเวณที่มีอากาศเป็นตัวหล่อลื่น (Contact region) สามารถที่จะคำนวณหาโดยใช้สมการเรย์โนลด์สองมิติ (Reynolds-2D) ภายใต้กรณีของไหลสามารถอัดตัวได้ (compressible fluid) สำหรับสมการเรย์โนลด์สองมิติแสดงอยู่ในสมการที่ 2.1

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(ph^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(ph^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 12\eta U \frac{\partial (ph)}{\partial x} \quad (1)$$

กำหนดให้ p เป็นความดันอากาศที่กระจายอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้ง

h เป็นความหนาของฟิล์มอากาศที่กระจายอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้ง

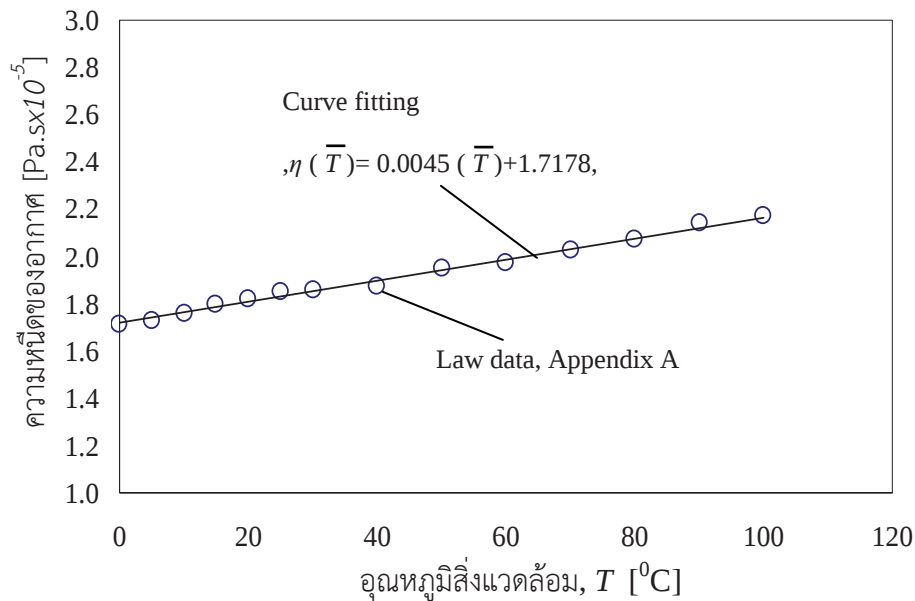
U เป็นความเร็วเฉลี่ยระหว่างความเร็วของแผ่นฟิล์มและความเร็วลูกกลิ้ง ($U = (U_w + U_r)/2$)

η เป็นความหนืดของอากาศ (Air viscosity)

x เป็นแกนที่กำหนดทิศทางการเคลื่อนที่ของแผ่นฟิล์ม

z เป็นแกนที่กำหนดทิศทางการตามความกว้างของแผ่นฟิล์ม

สำหรับความหนืดของอากาศ, η , จะมีค่าเปลี่ยนแปลงเล็กน้อยกับความดัน อย่างไรก็ตามความหนืดของอากาศจะมีการเปลี่ยนแปลงกับอุณหภูมิ ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างความหนืดของอากาศและอุณหภูมิสามารถที่จะอธิบายโดยกราฟที่แสดงในรูปที่ 2



รูปที่ 2 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความหนืดของอากาศและอุณหภูมิ

เนื่องจากแผ่นฟิล์มบางมีความอ่อนตัวหรือมีความยืดหยุ่นมาก (Flexible) ดังนั้นการวิเคราะห์ความหนาของฟิล์มอากาศจำเป็นที่จะต้องสนใจอิทธิพลของการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของแผ่นฟิล์มด้วย (Deflection of web) ดังนั้นสมการที่ 2 แสดงความหนาฟิล์มอากาศที่ประกอบด้วยอิทธิพลของการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของแผ่นฟิล์ม

$$h = w + d \quad (2)$$

โดยที่ ลักษณะทางเรขาคณิตของการสัมผัสระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้ง (Contact-geometry) ถูกกำหนดด้วยตัวแปร d และสามารถที่จะคำนวณหาโดยสมการที่ 3

$$d = \begin{cases} \frac{1}{2R} \left(x + \frac{R\theta}{2} \right)^2 & \left(x < -\frac{R\theta}{2} \right) \\ 0 & \left(-\frac{R\theta}{2} \leq x \leq \frac{R\theta}{2} \right) \\ \frac{1}{2R} \left(x - \frac{R\theta}{2} \right)^2 & \left(x > \frac{R\theta}{2} \right) \end{cases} \quad (3)$$

สำหรับการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของแผ่นฟิล์ม (Deflection of web) ถูกแทนด้วยสัญลักษณ์ w และสามารถที่จะคำนวณหาโดยใช้สมการสมดุลดังแสดงในสมการที่ 4 ภายใต้สมมุติฐาน 3 ประการ ได้แก่ อิทธิพลของ web stiffness ต่อการเสียรูปของแผ่นฟิล์มน้อยมาก ๆ เมื่อเทียบกับอิทธิพลของแรง

ดึงบนแผ่นฟิล์ม (Web tension) เนื่องจากแผ่นฟิล์มมีความบางมากเมื่อเทียบกับความกว้างและความยาวของแผ่นฟิล์ม สมมุติฐานที่สองคือการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของแผ่นฟิล์มมีค่าค่อนข้างคงที่ในทิศทางตามแกนของลูกกลิ้ง และ อิทธิพลของความดันที่เกิดจากการสัมผัสกันของความหยาบผิว (Contact pressure) สามารถที่จะตัดทิ้งเนื่องจากสนใจในช่วงที่เป็นการหล่อลื่นแบบไฮโดรไดนามิกหรือไฮโดรไดนามิก

$$\frac{T_w}{R} \left(1 - R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} (p - p_a) dz \quad (4)$$

กำหนดให้ θ เป็นมุมที่แผ่นฟิล์มพันลูกกลิ้งในขณะที่เคลื่อนที่ผ่าน (Wrap angle)

w เป็นการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของแผ่นฟิล์มในแกน x (Deflection of web)

L เป็นความกว้างของแผ่นฟิล์ม (Web width)

T_w เป็นแรงดึงบนแผ่นฟิล์ม (Web tension)

p_a เป็นความดันบรรยากาศ (Ambient pressure)

R เป็นรัศมีของลูกกลิ้ง (Radial of roller)

เงื่อนไขขอบเขตในการแก้สมการเรย์โนลด์และเงื่อนไขขอบเขตสำหรับสมการสมดุลถูกแสดงในสมการ 5 และ 6 ตามลำดับ

$$\begin{aligned} p(x_{in}, z) &= p_a; & p(x_{out}, z) &= p_a \\ p(x, -L/2) &= p_a; & p(x, L/2) &= p_a \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} w(x_{in}) &= 0; & w(x_{out}) &= 0 \\ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{x=x_{in}} &= 0; & \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{x=x_{out}} &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

โดยที่สัญลักษณ์ x_{in} และ x_{out} กำหนดตำแหน่งทางเข้าและทางออกของเงื่อนไขขอบเขต

การวิเคราะห์เชิงตัวเลข

เนื่องจากสมการเรย์โนลด์ที่กล่าวมาแล้วข้างต้นเป็นสมการอนุพันธ์อันดับสองที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Non-linear second order partial differential equation) ดังนั้นการแก้สมการหาการกระจายความดันอากาศ p และการกระจายความหนาของฟิล์มอากาศ h โดยใช้กรรมวิธีเชิงตัวเลข (Numerical method) จึงเป็นที่นิยมและมีความสะดวก สำหรับการวิเคราะห์เชิงตัวเลขในวิทยานิพนธ์นี้สมการที่ 1 ถึง 6 จำเป็นที่จะต้องทำให้อยู่ในรูปของตัวแปรไร้มิติ (Dimensionless) สำหรับกลุ่มตัวแปรไร้มิติสามารถที่เขียนได้ตามสมการที่ 7

$$H = \frac{h}{R\varepsilon^{2/3}}, P = \frac{p}{p_a}, W = \frac{w}{R\varepsilon^{2/3}}, X = \frac{x}{R\varepsilon^{1/3}}, Z = \frac{z}{L}$$

$$\bar{\theta} = \frac{\theta}{\varepsilon^{1/3}}, \delta = \frac{d}{R\varepsilon^{2/3}}, \lambda = \frac{L}{2R\varepsilon^{1/3}}, \varepsilon = \frac{6\eta U}{T_w}, K = \frac{T_w}{p_a R}$$
(7)

จากสมการที่ 7 สมการที่ 1 ถึง 6 สามารถที่จะเขียนใหม่ให้อยู่ในรูปแบบตัวแปรไร้มิติได้ดังนี้ตามลำดับ

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(H^3 P \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \frac{1}{4\lambda^2} \frac{\partial}{\partial Z} \left(H^3 P \frac{\partial P}{\partial Z} \right) = K \frac{\partial(PH)}{\partial X} \quad (8)$$

$$1 - \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} = \frac{1}{K} \int_{-0.5}^{0.5} (P-1) dZ \quad (9)$$

$$H = W + \delta \quad (10)$$

$$\delta = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(X + \frac{\bar{\theta}}{2} \right)^2 & \left(X < -\frac{\bar{\theta}}{2} \right) \\ 0 & \left(-\frac{\bar{\theta}}{2} \leq X \leq \frac{\bar{\theta}}{2} \right) \\ \frac{1}{2} \left(X - \frac{\bar{\theta}}{2} \right)^2 & \left(X > \frac{\bar{\theta}}{2} \right) \end{cases} \quad (11)$$

$$P(X_{in}, Z) = 0, \quad P(X_{out}, Z) = 0 \quad (12)$$

$$P(X, -0.5) = 0, \quad P(X, 0.5) = 0$$

$$W(X_{in}) = 0, \quad W(X_{out}) = 0 \quad (13)$$

$$\left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} \right)_{X=X_{in}} = 0, \quad \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} \right)_{X=X_{out}} = 0$$

สมการที่ 8 ถึง 10 ถูกแก้ปัญหโดยการประมาณด้วยวิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite difference method) ร่วมด้วยกรรมวิธีซ้ำของนิวตันราฟสัน (Newton-raphson iterative scheme) เพื่อแก้ปัญหาความไม่เป็นเชิงเส้นภายใต้เงื่อนไขขอบเขตที่แสดงในสมการที่ 12 และ 13 จนกระทั่งคำตอบลู่อเข้ากล่าวคือค่า

ความผิดพลาดที่เกิดจากการคำนวณครั้งใหม่มีค่าอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้ สำหรับค่าความผิดพลาดที่ยอมรับได้ $\zeta_{1,2}$ ถูกแสดงในสมการที่ 14

$$\zeta_1 = \sum_{i=1}^n |P_{new,i} - P_{old,i}| / \sum_{i=1}^n P_{new,i} \leq 1 \times 10^{-4} \quad (14)$$

$$\zeta_2 = \sum_{i=1}^n |H_{new,i} - H_{old,i}| / \sum_{i=1}^n H_{new,i} \leq 1 \times 10^{-4}$$

การวิเคราะห์สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

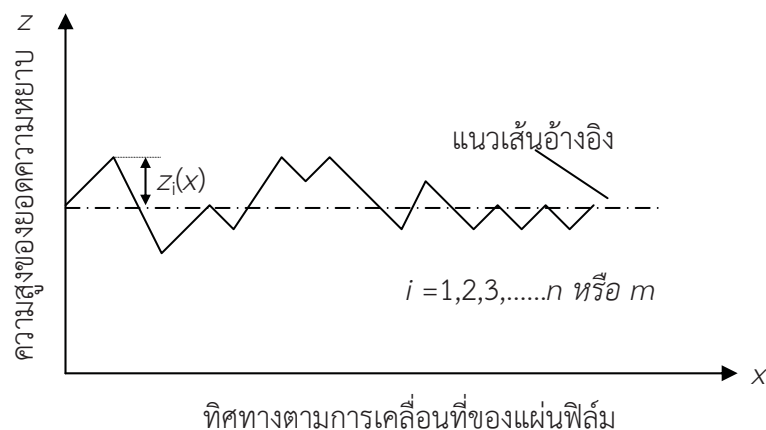
พฤติกรรมทางทฤษฎีความหนาของฟิล์มอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มบางและลูกกลิ้ง สำหรับในหัวข้อนี้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มบางและลูกกลิ้งจะถูกคำนวณหาโดยการประมาณค่าโดยใช้หลักการของ Gaussian distributions ซึ่งสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานได้รับอิทธิพลจากความหยาบผิวของแผ่นฟิล์มและความหยาบผิวของลูกกลิ้ง ในที่นี้ตัวแปรที่อธิบายความหยาบผิวของแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งอยู่ในรูปของความหยาบเฉลี่ย ที่นิยมใช้คือ R_{rms} (Composite root mean square roughness) ซึ่งสามารถที่จะคำนวณหาได้จากสมการที่ 15-16 ตามลำดับ

$$R_{rms} = \sqrt{R_w^2 + R_r^2} \quad (15)$$

โดยที่ $R_{w,r}$ อธิบายถึงความหยาบเฉลี่ยแบบ RMS (the root mean square roughness) ของแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งตามลำดับซึ่งสามารถที่จะคำนวณหาได้โดยสมการที่ 16

$$R_w = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i^2(x) \right)^{1/2} ; R_r = \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m z_i^2(x) \right)^{1/2} \quad (16)$$

โดยที่ตัวแปร z เป็นความสูงของยอดความหยาบ (Asperity high) จากแนวเส้นอ้างอิง (reference line) สำหรับแนวเส้นอ้างอิงและค่า z แสดงอยู่ในรูปที่ 2.4



รูปที่ 3 ความหยาบผิวของวัสดุ

สำหรับแนวความคิดเกี่ยวกับสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน สามารถที่จะแบ่งออกเป็น 3 ส่วน กล่าวคือเมื่อความหนาของฟิล์มอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งตามที่ได้คำนวณหา h มีค่าที่มากกว่า $3R_{rms}$ แรงเสียดทานในสภาวะจะมีค่าลดลงมากเข้าใกล้ศูนย์ ($\mu \approx 0$) ในอีกนัยหนึ่งถ้าความหนาของฟิล์มอากาศมีค่าที่น้อยมากคือน้อยกว่า R_{rms} ความหยาบผิวเกือบทั้งหมดเกิดการสัมผัสกัน ดังนั้นในสภาวะนี้สามารถที่จะจำแนกเป็นการหล่อลื่นแบบเบาดารีและสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสามารถที่จะประมาณเท่ากับสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิต (Static friction coefficient) ($\mu \approx \mu_s$) สำหรับกรณีที่ความหนาของฟิล์มอากาศอยู่มีค่ามากกว่า R_{rms} แต่น้อยกว่า $3R_{rms}$ ($R_{rms} \leq h \leq 3R_{rms}$) สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานในสภาวะนี้ถูกนิยามว่าเป็นสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานผสม (mixed friction) การประมาณค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสามารถที่จะประมาณได้โดยสมการที่ 17

$$\mu = \begin{cases} \mu_s & h < R_{rms} \\ \frac{\mu_s}{2} \left(3 - \frac{h}{R_{rms}} \right) & R_{rms} \leq h \leq 3R_{rms} \\ 0 & h > 3R_{rms} \end{cases} \quad (17)$$

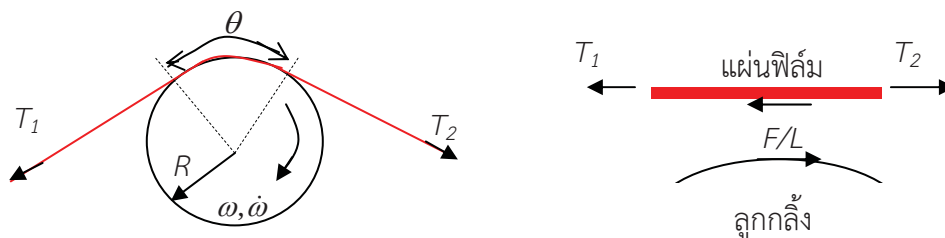
โดยที่ตัวแปร μ คือสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจลน์ และ μ_s คือสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิต

8.2 การเกิดการลื่นไถลและการเกิดรอยย่น

การลื่นไถล

สำหรับการเกิดการลื่นไถลของแผ่นฟิล์มบนลูกกลิ้งสามารถที่จะประมาณโดยใช้ทฤษฎีของออยเลอร์ (Euler's belt theory) โดยที่ความสัมพันธ์ระหว่างแรงของแผ่นฟิล์มที่ทางออก T_2 (N/m) และแรงดึงของแผ่นฟิล์มที่ทางเข้า T_1 (N/m) มีความสัมพันธ์ตามสมการที่ 18

$$T_2 = T_1 e^{\mu \theta} \quad (18)$$



รูปที่ 4 FBD ของแผ่นฟิล์มบาง

จากรูปที่ 4 แสดงถึงแรงภายนอกที่กระทำกับแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งตั้งนั้นโดยใช้กฎข้อที่สองของนิวตัน แรงดึง T_2 สามารถที่จะคำนวณได้โดยใช้สมการที่ 19

$$T_2 = T_1 + F / L \quad (19)$$

โดยการแทนสมการที่ 19 ลงในสมการที่ 18 สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่เริ่มต้นทำให้เกิดการลื่นไถลของแผ่นฟิล์มสามารถที่จะประมาณโดยใช้สมการที่ 20

$$\mu_{slip} = \frac{1}{\theta} \ln \left(1 + \frac{F}{LT_1} \right) \quad (20)$$

โดยที่ตัวแปร F (N/m) หมายถึงแรงเสียดทานต่อความกว้างของแผ่นฟิล์มและสามารถที่จะคำนวณหาโดยใช้กฎข้อที่สองของนิวตันสำหรับการเคลื่อนที่เชิงมุมของลูกกลิ้ง

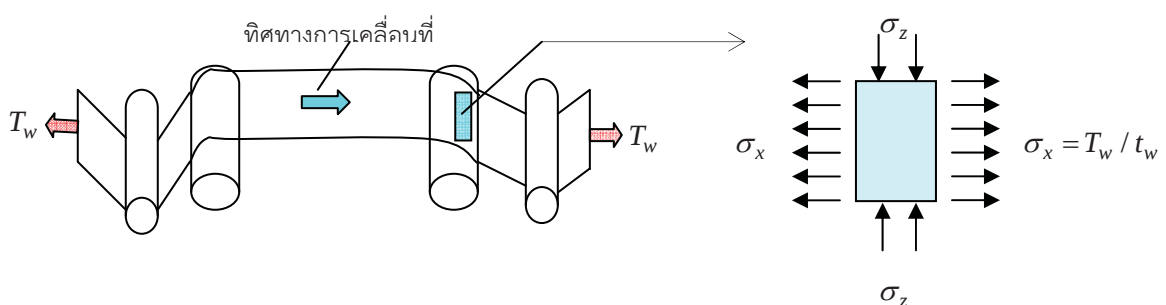
$$FR = I\dot{\omega} \quad (2.21)$$

โดยที่ I ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$) หมายถึงโมเมนต์ความเฉื่อยของมวลซึ่งมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{2}(mr^2)$

$\omega, \dot{\omega}$ (rad/s, rad/s²) หมายถึงความเร็วเชิงมุมและความเร่งเชิงมุมของลูกกลิ้งตามลำดับ

การเกิดรอยย่น

สำหรับการเกิดการย่นบนแผ่นฟิล์ม (Web wrinkle) ในขณะที่แผ่นฟิล์มเคลื่อนที่จากลูกกลิ้งตัวหนึ่งไปอีกตัวหนึ่งภายใต้แรงดึงหรือความเค้น (Stress, σ_x) ในแกน x นั้นซึ่งเป็นสาเหตุให้เกิดความเค้นอัด (Compression stress, σ_z) ในแนวแกน z ถ้าความเค้นดังกล่าวเกิดมากเกินไปแผ่นฟิล์มจะเกิดการเสียรูปหรือเกิดรอยย่นตามแกน z ดังแสดงในรูป 2.6

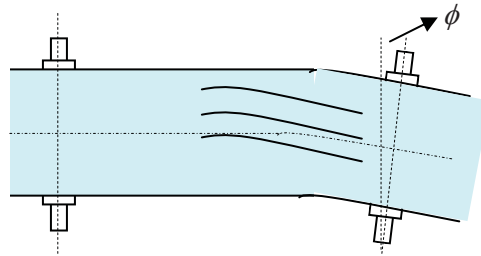


รูปที่ 5 ความเค้นบนแผ่นฟิล์ม

สำหรับสมการแรงดึงบนแผ่นฟิล์มสำหรับออกแบบไม่ให้เกิดรอยยับบนแผ่นฟิล์มดังแสดงในสมการที่ 22

$$T_{\text{wrinkle}} \geq T_{cr} = \frac{2t_w^2}{\mu L} \sqrt{\frac{E_x E_z}{3(1-\nu_x \nu_z)}} \quad (22)$$

อย่างไรก็ตามรอยยับบนแผ่นฟิล์มไม่เพียงเกิดจากสาเหตุของแรงดึงที่สูงเกินไปเท่านั้น รอยยับบนแผ่นฟิล์มยังมีสาเหตุมาจากการบิดตัวของลูกกลิ้งอีกด้วย ดังแสดงในรูปที่ 6



รูปที่ 6 รอยยับจากการบิดตัวของลูกกลิ้ง

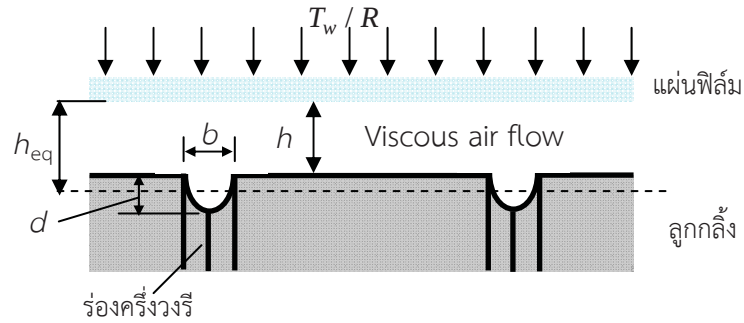
สำหรับมุมวิกฤติ (Critical angle, ϕ_{cr}) ที่ทำให้แผ่นฟิล์มเริ่มเกิดรอยยับ แสดงอยู่ในสมการที่ 23

$$\phi_{\text{wrinkle}} \geq \phi_{cr} = \frac{6L_R^2}{E_x L^2} \sqrt{\sigma_{zc}^2 - \sigma_{zc} \sigma_x} ; \quad \sigma_{zc} = \frac{t_w}{R} \sqrt{\frac{E_x E_z}{3(1-\nu_x \nu_z)}} ; \quad \sigma_x = \frac{T_w}{t_w} \quad (23)$$

โดยทำการอินเตอร์เซ็ก (Intersection) สมการที่ (22) และสมการที่ (23) สภาวะในการทำงานของเครื่องจักรเช่นแรงดึงที่ทำให้เกิดรอยยับคำนวณหาได้จากการหาส่วนซ้อนทับกันของสมการ

8.3 การปรับปรุงพื้นผิวลูกกลิ้งด้วยร่องรูปครึ่งวงรี

เพื่อที่จะเพิ่มแรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งเพื่อไม่ให้เกิดการลื่นไถล ดังนั้นพื้นผิวของลูกกลิ้งจึงถูกปรับปรุงใหม่ให้มีลักษณะเป็นร่องรูปครึ่งวงรีตามเส้นรอบวงของลูกกลิ้ง (Circumferential grooved roller) ดังแสดงในรูปที่ 7



รูปที่ 7 การปรับปรุงลูกกลิ้งด้วยร่องรูปครึ่งวงรี

สำหรับการประมาณค่าความหนาฟิล์มอากาศ h สามารถที่จะประมาณโดยใช้หลักการเสมือนของอัตราการไหล (Equivalent flow rate) สำหรับสมการอัตราการไหลต่อความกว้างของแผ่นฟิล์มภายใต้อิทธิพลการไหลแบบวิสคอส (Viscous flow) และสมมติว่าการไหลเนื่องจากความดัน (Pressure gradient) น้อยมากสามารถที่จะเขียนได้ดังแสดงในสมการที่ 24

$$q = \frac{\rho U}{2} \left(h + \frac{na}{L} \right) \equiv \frac{\rho U}{2} h_{eq} \quad (24)$$

จากสมการที่ 24 ความหนาฟิล์มอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งที่เป็นร่องสามารถที่จะประมาณค่าได้ดังแสดงในสมการที่ 25

$$h = h_{eq} - \frac{na}{L} \quad (25)$$

โดยที่ h_{eq} เป็นความหนาฟิล์มอากาศของระบบเสมือน (Equivalent air film thickness) ซึ่งสามารถที่จะประมาณค่าเท่ากับความหนาฟิล์มอากาศที่กึ่งกลาง (Central air film) h_0 ($x=0, z=0$) ซึ่งคำนวณหาโดยวิธีเชิงตัวเลข สำหรับสัญลักษณ์ n เป็นจำนวนร่องบนลูกกลิ้ง และ a เป็นพื้นที่หน้าตัดของร่องรูปครึ่งวงรีซึ่งคำนวณโดยใช้สมการที่ 26

$$a = \frac{\pi}{2} bd \quad (26)$$

8.4 ผลการคำนวณ

สำหรับในส่วนนี้อธิบายผลการคำนวณทางทฤษฎีของพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มบางขณะเคลื่อนที่ผ่านลูกกลิ้งซึ่งประกอบด้วยการกระจายความดันอากาศ การกระจายความหนาของฟิล์มอากาศในกรณีที่ถูกกลิ้งเป็นผิวเรียบภายใต้การเปลี่ยนแปลงความเร็วของแผ่นฟิล์ม แรงตึงของแผ่นฟิล์ม ขนาดของลูกกลิ้ง และขนาดความกว้างของแผ่นฟิล์มบาง สำหรับความน่าเชื่อถือในการคำนวณ ค่าความหนาของฟิล์มอากาศที่ตำแหน่ง $x=0$ และ $z=0$ (Central air film thickness, h_0) ถูกเปรียบเทียบกับโมเดลของ Prof. Hasimoto

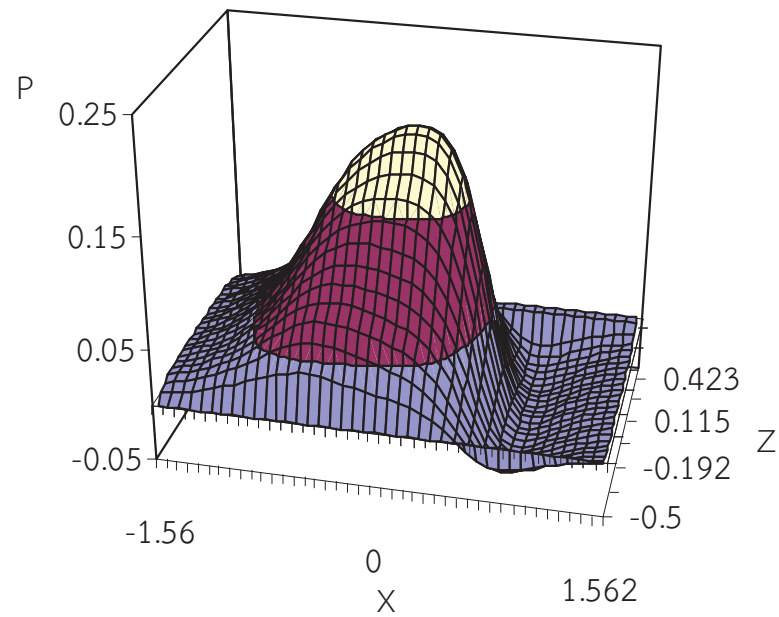
ในส่วนผลของการปรับปรุงลูกกลิ้งด้วยร่องรูปครึ่งวงรีจะถูกเปรียบเทียบกับกรณีผิวเรียบเพื่อแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพที่เพิ่มขึ้นรวมถึงการทำนายสภาวะการทำงานของการผลิตแผ่นฟิล์มกล่าวคือช่วงขนาดแรงตึงและช่วงมุมบิดของลูกกลิ้งที่ปลอดภัยต่อการเกิดการลื่นไถลของแผ่นฟิล์มและการเกิดรอยย่นบนแผ่นฟิล์ม สำหรับคุณสมบัติของแผ่นฟิล์มที่ใช้ในการคำนวณถูกแสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 คุณสมบัติทางกายภาพของแผ่นฟิล์ม

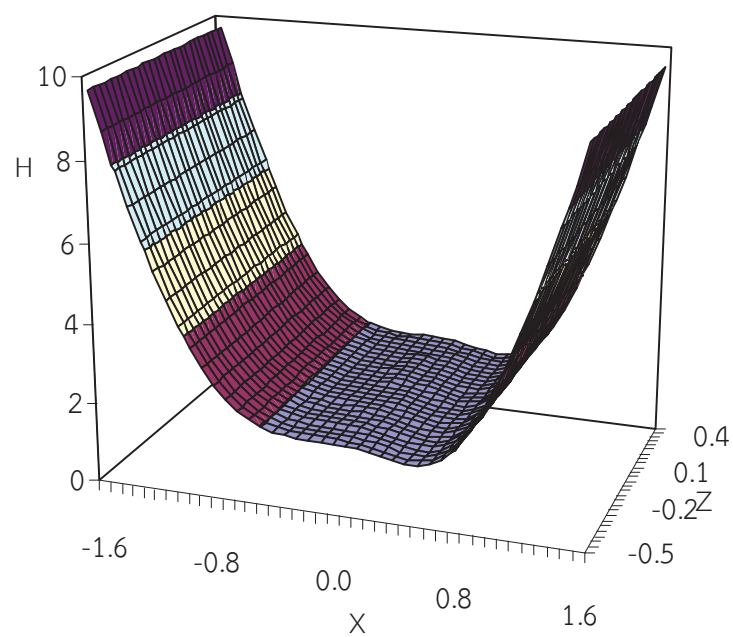
ยังมอดูลัสในทิศทาง MD, E_x , GPa	4.37
ยังมอดูลัสในทิศทาง CD, E_z , GPa	4.29
อัตราส่วนปัวซองในทิศทาง MD, ν_x	0.3
อัตราส่วนปัวซองในทิศทาง CD, ν_z	0.3
สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิต μ_s	0.3
ความหยาบ Rms ของแผ่นฟิล์ม R_w μm	0.09
ความหนาของแผ่นฟิล์ม t_w μm	25

(MD: Machine direction, CD: Cross Machine direction)

รูปที่ 8 แสดงรูปร่างความดันอากาศในรูปตัวแปรไร้มิติ (Dimensionless air pressure) และรูปร่างความหนาของฟิล์มอากาศในรูปตัวแปรไร้มิติ (Dimensionless air film thickness) ที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มบางและลูกกลิ้งผิวเรียบภายใต้ความเร็วของแผ่นฟิล์ม $U_w = 5.0$ m/s ความกว้างของแผ่นฟิล์ม $L=0.035$ m รัศมีของลูกกลิ้ง $R=0.055$ m และ แรงตึงของแผ่นฟิล์ม $T_w = 300$ N/m ผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่าความดันอากาศบริเวณทางออกมีความที่ต่ำกว่าความดันบรรยากาศ เนื่องจากแผ่นฟิล์มมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง (Web deflection) ดังแสดงในรูป 8 (ก) สำหรับการกระจายความหนาของฟิล์มอากาศแสดงอยู่ในรูปที่ 8 (ข)



(ก) การกระจายความดัน



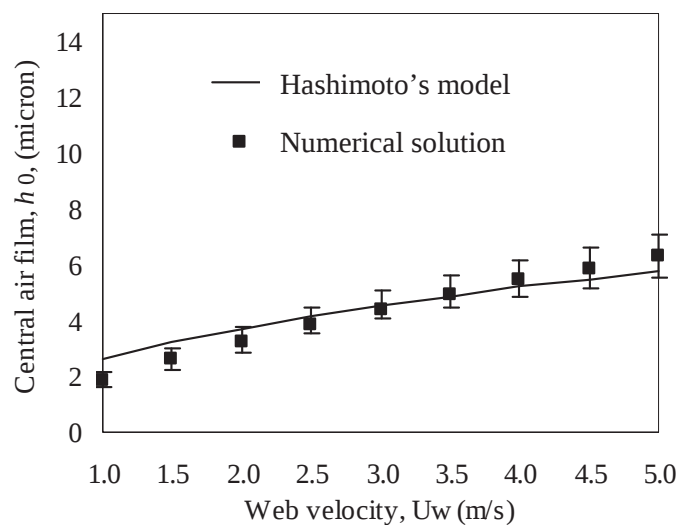
(ข) การกระจายความดันอากาศ

รูปที่ 8 ความดันอากาศและความหนาของฟิล์มอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งผิวเรียบ

สำหรับโมเดลที่ทำนายความหนาของฟิล์มอากาศที่ตำแหน่ง $x=0$ และ $z=0$ ได้ถูกเขียนขึ้นโดย Prof. Hashimoto [27] ดังแสดงในสมการที่ 27 ดังนั้นเพื่อให้เกิดความน่าเชื่อถือในการคำนวณ ความหนาของฟิล์มอากาศที่ตำแหน่ง $x=0$ และ $z=0$ จึงถูกเปรียบเทียบกับโมเดลของ Prof. Hashimoto

$$h_0 = R \left(\frac{12\eta U}{T_w} \right)^{\frac{2}{3}} \left(0.589 - \frac{1.614}{\lambda} + \frac{1.764}{\lambda^2} \right) \quad (27)$$

จากรูปที่ 2.10 ความหนาของฟิล์มอากาศที่ตำแหน่ง $x=0$ และ $z=0$ คำนวณภายใต้การเปลี่ยนแปลงความเร็วของแผ่นฟิล์ม รัศมีของลูกกลิ้ง $R=0.055$ m ความกว้างของแผ่นฟิล์ม $L=0.035$ m และแรงดึงของแผ่นฟิล์ม $T_w = 80$ N/m โดยที่เส้นทึบแสดงการคำนวณจากโมเดลของ Prof. Hashimoto และเส้นที่เป็นจุดสี่เหลี่ยมเป็นค่าเฉลี่ยจากการคำนวณเชิงตัวเลขภายใต้การเปลี่ยนแปลงจำนวนกริด (Number of grid) ระหว่าง 20 – 60 ในทิศทางแกน z จากรูปที่ความเร็วแผ่นฟิล์ม 1.0-5.0 m/s ค่าเฉลี่ยของความหนาฟิล์มที่กึ่งกลางที่คำนวณจากงานวิจัยนี้มีค่าใกล้เคียงกับโมเดลของ Prof. Hashimoto

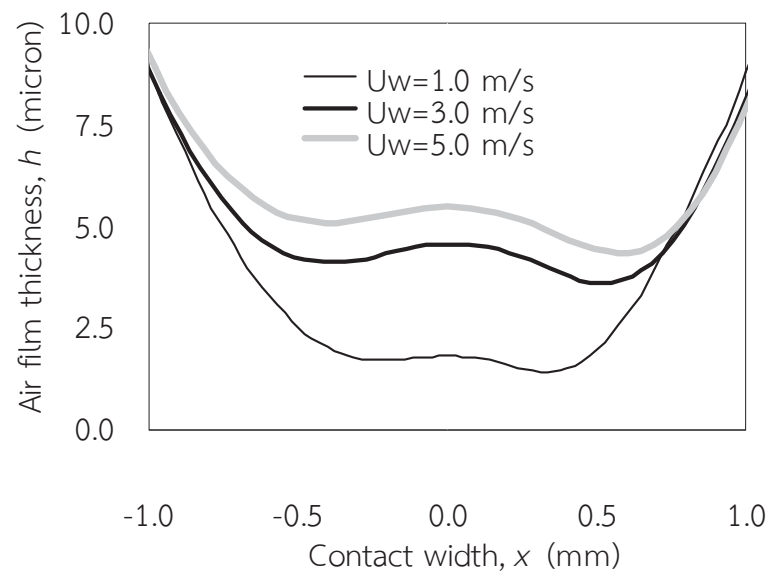


รูปที่ 9 การเปรียบเทียบผลการคำนวณเชิงตัวเลขกับโมเดลของ Prof. Hashimoto

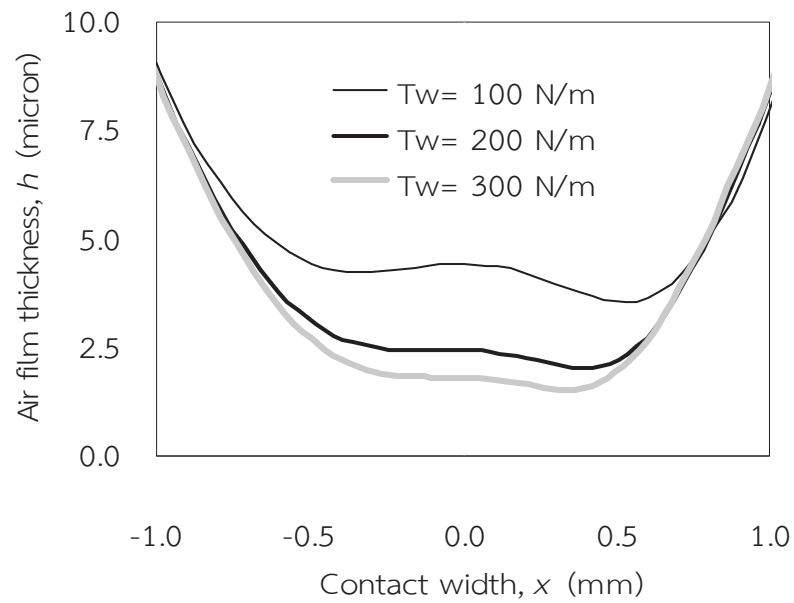
รูปที่ 10 แสดงการกระจากความหนาของฟิล์มอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มบางกับลูกกลิ้ง ที่ $z=0$ โดยใช้แรงดึง 80 N/m แผ่นฟิล์มบางมีความกว้าง $L=0.035$ m และลูกกลิ้งมีรัศมี $R=0.055$ m ตามลำดับ จากการคำนวณพบว่าการกระจากความหนาของฟิล์มอากาศที่ความเร็ว 5.0 m/s มีค่าสูงกว่ากรณีที่ใช้ความเร็ว 3.0 m/s และ 2.0 m/s ตามลำดับ ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่าเมื่อความเร็วของแผ่นฟิล์มเพิ่มขึ้นส่งผลให้อากาศแทรกตัวเข้ามาอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มบางและลูกกลิ้งมากขึ้นได้มากขึ้นและส่งผลให้มีโอกาสที่จะเกิดการลื่นไถลได้มากขึ้นเมื่อเครื่องจักรทำงานที่ความเร็วสูง

รูปที่ 11 แสดงพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงแรงดึงของแผ่นฟิล์ม ที่ความเร็วของแผ่นฟิล์ม $U_w = 5.0$ m/s ความกว้างของแผ่นฟิล์ม $L = 0.035$ m และรัศมีของลูกกลิ้ง $R = 0.055$ m ตามลำดับ จากการคำนวณแสดงให้เห็นถึงการกระจากความหนาของแผ่นฟิล์มที่ $z=0$ มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มแรงดึงของแผ่นฟิล์มดังแสดงในรูป 11 (ก) สำหรับการกระจากความดันอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มบางและลูกกลิ้ง ที่แรงดึง $T_w = 100$ N/m 200 N/m และ 300 N/m ตามลำดับ แสดงในรูป 11 (ข) ที่แรงดึงสูงขึ้นส่งผลทำให้ความดันอากาศสูงขึ้น ดังนั้นการเพิ่มแรงดึงจึงเป็นวิธีหนึ่งที่จะลดอากาศที่แทรกตัวเข้ามาระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งทำให้โอกาสที่จะเกิดการสั่นไถลลดลงที่เมื่อเครื่องจักรทำงานที่แรงดึงสูงขึ้น อย่างไรก็ตามที่แรงดึงสูงอาจจะนำไปสู่การเสียรูปของแผ่นฟิล์มและการสูญเสียพลังงานมากขึ้น

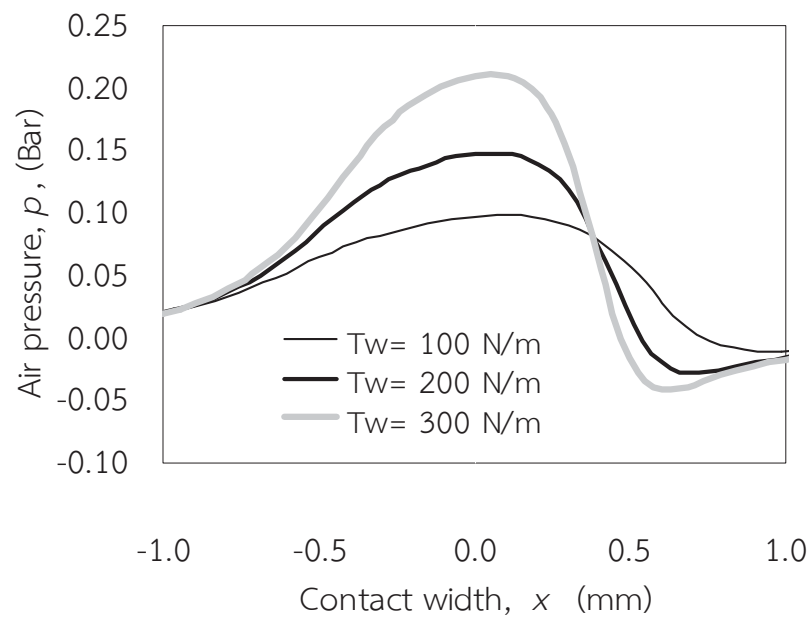
รูปที่ 12 แสดงพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงขนาดรัศมีของลูกกลิ้ง $R = 0.045$ m 0.055 m และ 0.065 m ที่ความเร็วของแผ่นฟิล์ม $U_w = 5.0$ m/s ความกว้างของแผ่นฟิล์ม $L = 0.035$ m และแรงดึง $T_w = 100$ N/m เมื่อขนาดของลูกกลิ้งใหญ่ขึ้นทำให้พื้นที่ในการสัมผัสกว้างขึ้น (Contact area) ทำให้พื้นที่ในการรับภาระกว้างขึ้นส่งผลทำให้ความหนาของฟิล์มอากาศสูงขึ้นและความดันอากาศลดลงเล็กน้อยดังแสดงในรูปที่ 12 (ก) และ 12 (ข) ตามลำดับ



รูปที่ 10 การกระจายความหนาฟิล์มอากาศที่ $z=0$ ภายใต้การเปลี่ยนแปลงความเร็วของแผ่นฟิล์ม ($T_w = 80$ N/m, $L = 0.035$ m, $R = 0.055$ m)

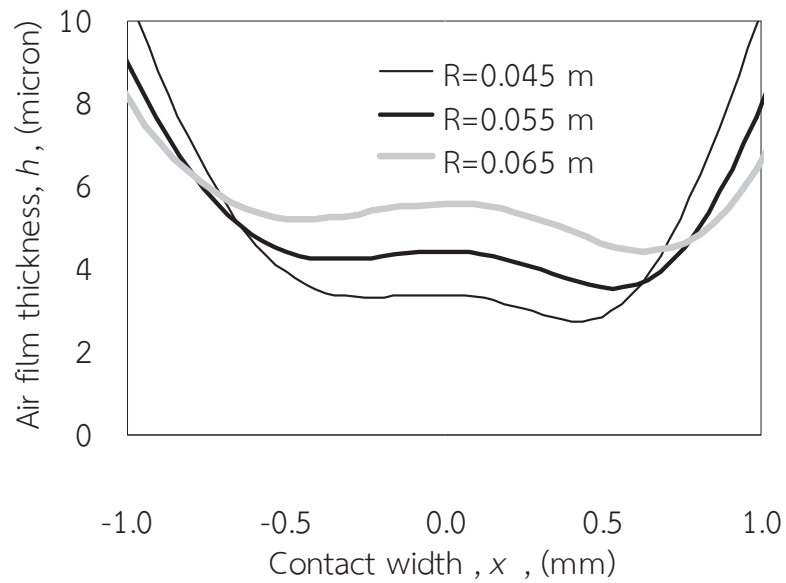


(ก) การกระจายความหนาของฟิล์มอากาศที่ $z=0$

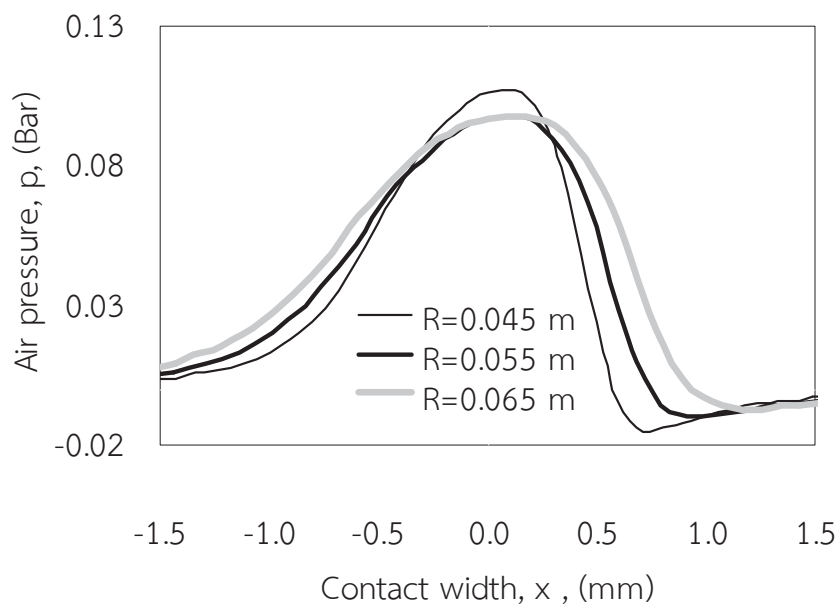


(ข) การกระจายความดันอากาศที่ $z=0$

รูปที่ 11 พฤติกรรมของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงแรงดึงของแผ่นฟิล์ม
($U_w=5.0$ m/s, $L=0.035$ m, $R=0.055$ m)



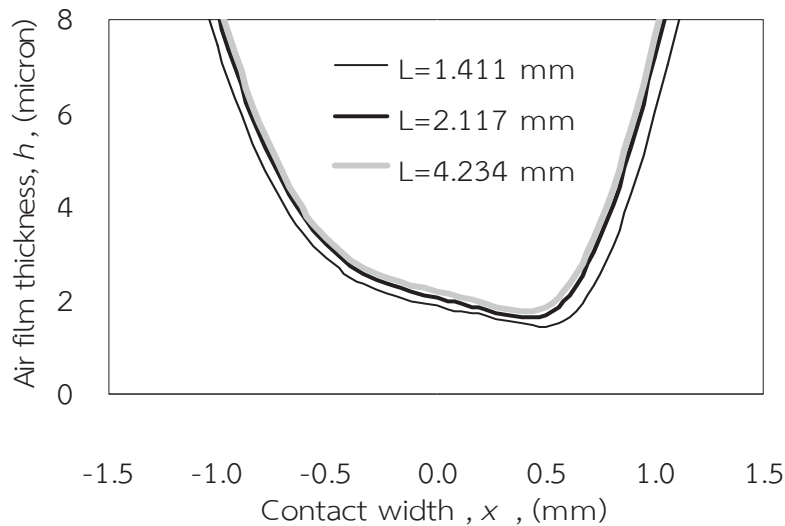
(ก) การกระจายความหนาของฟิล์มอากาศที่ $z=0$



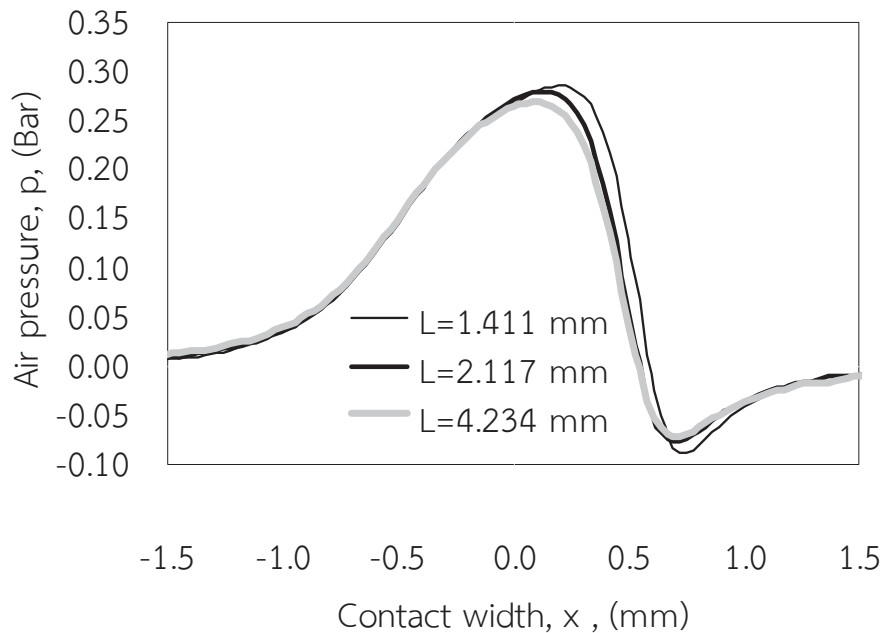
(ข) การกระจายความดันอากาศที่ $z=0$

รูปที่ 12 พฤติกรรมของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงขนาดรัศมีของลูกกลิ้ง
($U_w=5.0$ m/s, $L=0.035$ m, $T_w=100$ N/m)

สำหรับพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงขนาดความกว้างของแผ่นฟิล์มบาง $L=1.411$ mm 2.117 mm และ 4.234 mm ที่ความเร็วแผ่นฟิล์ม $U_w=10.0$ m/s รัศมีของลูกกลิ้ง $R=0.055$ m และ แรงดึงของแผ่นฟิล์มบาง $T_w=500$ N/m แสดงอยู่ในรูปที่ 13 เมื่อแผ่นฟิล์มมีความกว้างเพิ่มขึ้นทำนองเดียวกันพื้นที่ที่รับภาระมีมากขึ้นส่งผลทำให้ฟิล์มอากาศหนาขึ้นและความดันอากาศลดลงดังแสดงในรูปที่ 13 (ก) และ 13 (ข) ตามลำดับ

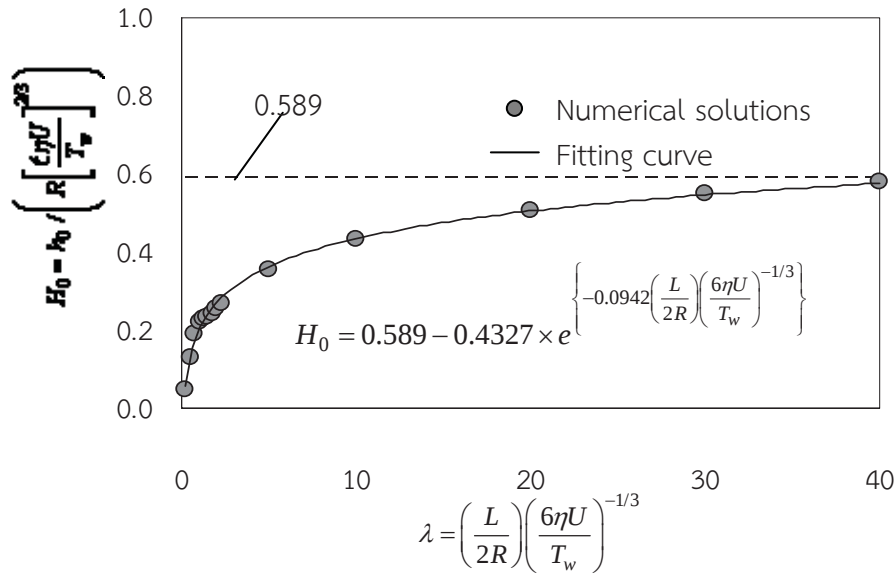


(ก) การกระจายความหนาของฟิล์มอากาศที่ $z=0$



(ข) การกระจายความดันอากาศที่ $z=0$

รูปที่ 13 พฤติกรรมของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงขนาดความกว้างของแผ่นฟิล์มบาง
($U_w=10.0$ m/s, $R=0.055$ m, $T_w=500$ N/m)



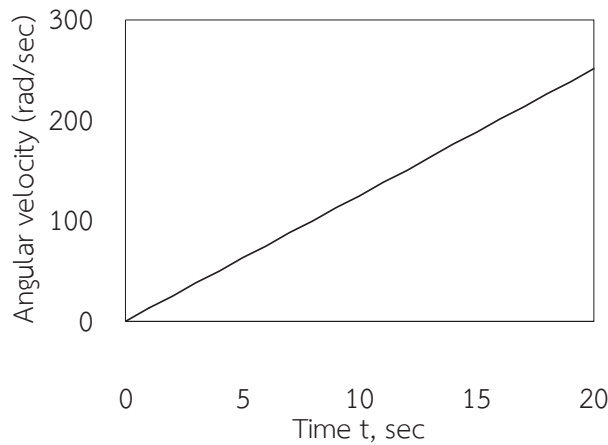
รูปที่ 14 โมเดลประมาณค่าความหนาฟิล์มอากาศที่จุดกึ่งกลาง $x=0$, $z=0$

สำหรับการศึกษาการเกิดการสั่นไถลและการเกิดรอยย่นเพื่อความสะดวกและลดเวลาในการคำนวณลงในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอโมเดลทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการประมาณค่าความหนาฟิล์มอากาศที่ตำแหน่งกึ่งกลางในบริเวณสัมผัส (Contact area) $x=0$, $z=0$ สำหรับโมเดลทางคณิตศาสตร์ถูกสร้างขึ้นโดยใช้วิธี LMS (The least mean square method) ประมาณค่าจากผลการคำนวณเชิงตัวเลข (Numerical solutions) ดังแสดงในรูปที่ 14 ดังนั้นสมการสำหรับทำนายการเกิดฟิล์มอากาศที่ตำแหน่ง $x=0$, $z=0$ สามารถเขียนได้ตามสมการที่ (27)

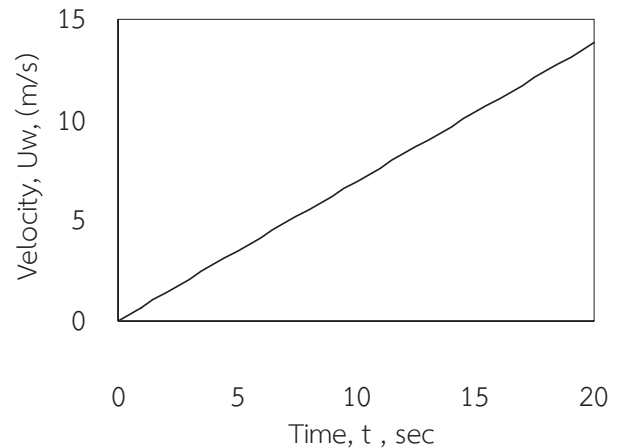
$$h_0 = R \left(\frac{6\eta U}{T_w} \right)^{2/3} \left[0.589 - 0.4327 \times e^{\left\{ -0.0942 \left(\frac{L}{2R} \right) \left(\frac{6\eta U}{T_w} \right)^{-1/3} \right\}} \right] \quad (27)$$

รูปที่ 15 แสดงพฤติกรรมสั่นไถลแผ่นฟิล์มบางบนผิวของลูกกลิ้งผิวเรียบและผิวเป็นร่องขณะเคลื่อนที่ด้วยความเร่งหรือในช่วงเวลาที่เครื่องจักรเริ่มทำงานจนถึงความเร็วที่ควบคุม (Velocity control) ภายใต้สภาวะการทำงานที่ $T_w=500$ N/m, $L=0.1$ m, $R=0.01$ m, $\theta=90^\circ$ สำหรับกรณีที่ลูกกลิ้งเป็นร่องกำหนดให้จำนวนร่อง $n=10$ และความกว้างของร่อง $b=2.5$ mm โดยทำการเปลี่ยนแปลงค่าความลึกของร่อง $d=0.1 \mu\text{m}$, $1.0 \mu\text{m}$ และ $2.0 \mu\text{m}$ ตามลำดับ โดยรูป 2.16 (ก) แสดงความเร็วเชิงมุมของลูกกลิ้งเริ่มจากสภาวะเริ่มต้น $t=0$ sec และ $\omega=0$ rad/s จนถึงสภาวะเข้าสู่ความเร็วเชิงมุมสูงสุด $\omega=251.2$ rad/s ที่ $t=20$ sec ซึ่งการทำงานในช่วงนี้ลูกกลิ้งมีความเร่งเชิงมุม $\dot{\omega}=12.56$ rad/sec² ดังนั้นจากความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วเชิงมุมและความเร็วเชิงเส้น $U = R\omega$ ความเร็วของแผ่นฟิล์มในช่วง $t=0-20$ sec สามารถที่จะคำนวณได้ตามรูปที่ 15 (ข) จากความเร็วในรูป

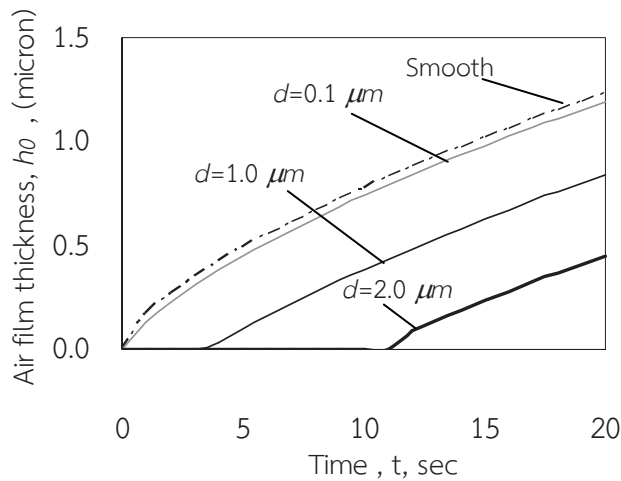
ที่ 15 (ข) ความหนาฟิล์มอากาศ h_0 ที่ $x=0, z=0$ กรณีผิวเรียบและกรณีที่ผิวลูกกลิ้งเป็นร่องสามารถที่จะประมาณค่าได้ตามที่แสดงในรูปที่ 15 (ค) จากผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่าเมื่อความลึกของร่องลึกขึ้นอากาศที่แทรกตัวเข้ามาระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งมีน้อยลง โดยเฉพาะในกรณีที่ความลึกของร่อง $d=2.0 \mu\text{m}$ ที่ $t=0 - 11 \text{ sec}$ ฟิล์มอากาศมีค่าน้อยมากเข้าใกล้ 0 อย่างไรก็ตามความหนาฟิล์มอากาศเพิ่มขึ้นตั้งแต่ $t=11 - 20$ เนื่องจากความเร็วที่เพิ่มขึ้น



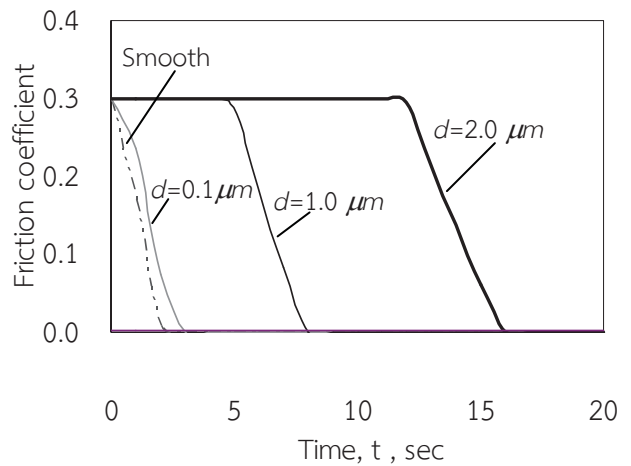
(ก) กราฟแสดงความเร็วเชิงมุมของลูกกลิ้ง



(ข) กราฟแสดงความเร็ว



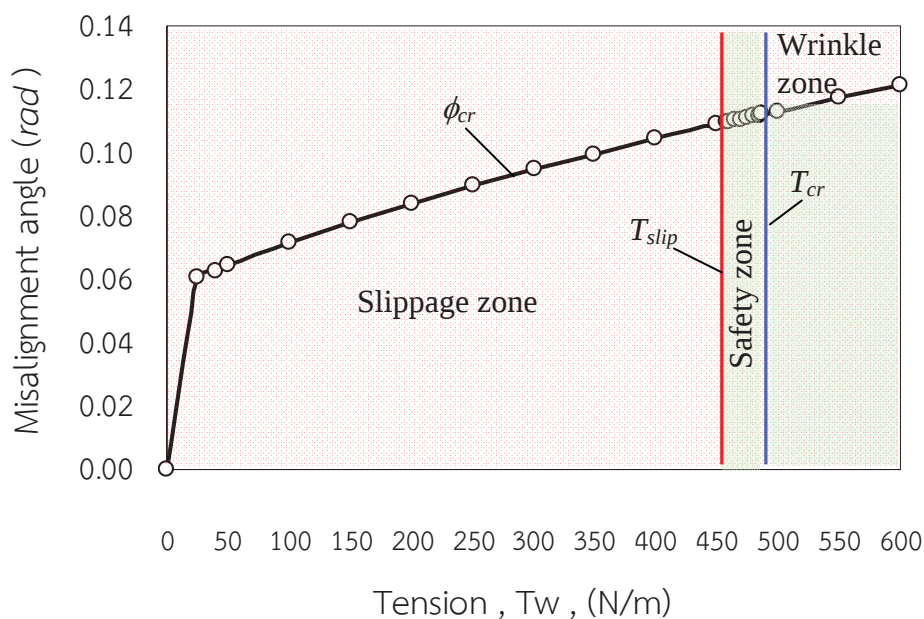
(ค) กราฟแสดงความหนาฟิล์มอากาศ



(ง) กราฟแสดงสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

รูปที่ 15 พฤติกรรมสั่นไถลแผ่นฟิล์มบางขณะเคลื่อนที่ด้วยความเร่งบนผิวของลูกกลิ้งผิวเรียบและผิวเป็นร่อง ($T_w=500 \text{ N/m}$, $L=0.1 \text{ m}$, $R=0.01 \text{ m}$, $\theta=90^\circ$ Groove: $n=10$ และ $b=2.5 \text{ mm}$)

สำหรับสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของลูกกลิ้งผิวเรียบและลูกกลิ้งที่มีร่องในช่วง $t=0-20$ sec แสดงในรูปที่ 2.16 (ง) จากผลการคำนวณยืนยันว่าลูกกลิ้งที่เป็นร่องมีศักยภาพในการช่วยไม่ให้เกิดการลื่นไถลได้ดีกว่าผิวเรียบ โดยผิวเรียบจะเกิดการลื่นไถลที่ $t \approx 2.5$ หรือตรงกับ $Uw = 1.8$ m/s ในทางตรงกันข้าม ลูกกลิ้งที่เป็นร่องลึก $d = 2.0 \mu\text{m}$ จะเกิดการลื่นไถลที่ $t \approx 16$ sec หรือตรงกับ $Uw = 10.36$ m/s ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่าในขบวนการผลิตแผ่นฟิล์มบางที่สภาวะการทำงานที่ความเร็วสูงการทำให้ลูกกลิ้งมีผิวเรียบจะช่วยป้องกันไม่ให้เกิดการลื่นไถล



รูปที่ 16 รอยย่นและลื่นไถลของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงมุมบิดของลูกกลิ้งและแรงดึงแผ่นฟิล์ม ($L=0.1$ m, $R=0.01$ m, $Uw=10$ m/s, $\theta=90^\circ$, $L_R=0.25$ m Groove: $n=10$, $b=2.5$ mm และ $d=2.0 \mu\text{m}$)

อย่างไรก็ตามการสนใจเพียงพฤติกรรมการณ์การลื่นไถลนั้นไม่เพียงพอ เพราะอีกปัจจัยหนึ่งที่น่าสนใจคือการเสียหายของแผ่นฟิล์มคือการเสียรูปหรือการเกิดรอยย่นบนแผ่นฟิล์มบาง กล่าวคือในขณะที่เราต้องการลดฟิล์มอากาศเพื่อไม่ให้เกิดการลื่นไถลการเพิ่มแรงดึงเป็นวิธีที่สะดวก เพราะไม่ต้องปรับปรุงชิ้นส่วนของเครื่องจักรแต่การเพิ่มแรงดึงมากขึ้นนั้นเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดรอยย่นบนแผ่นฟิล์มและอีกสาเหตุหนึ่งคือลูกกลิ้งมีการบิดตัวดังแสดงในรูปที่ 6 ดังนั้นรูปที่ 16 ได้แสดงให้เห็นถึงสภาวะการทำงานในช่วงแรงดึงที่ปลอดภัยจากการเกิดปรากฏการณ์การลื่นไถล และการเกิดรอยย่นภายใต้การบิดตัวของลูกกลิ้งที่สภาวะการทำงานที่ ความกว้างของแผ่นฟิล์ม $L=0.1$ m รัศมีของลูกกลิ้ง $R=0.01$ m, ความเร็วเชิงมุม $\omega 12.56$ rad/sec² ความเร็วของแผ่นฟิล์มสูงสุด $Uw=10$ m/s มุมที่แผ่นฟิล์มพันกับลูกกลิ้ง θ

$=90^\circ$ ความยาวของลูกกลิ้ง $L_R=0.25$ m จำนวนร่อง $n=10$ ความกว้างของร่อง $b=2.5$ mm และความลึกของร่อง $d=2.0$ μm ตามลำดับ จากการคำนวณแสดงให้เห็นว่าที่แรงดึงน้อยกว่า 450 N/m แผ่นฟิล์มเกิดการลื่นไถล ในขณะที่แรงดึงมากกว่า 500 N/m และลูกกลิ้งมีมุมบิด $\phi > 0.113$ rad จะเป็นสถานะที่ทำให้เกิดรอยยับบนแผ่นฟิล์ม ดังนั้นเพื่อที่จะหลีกเลี่ยงการเกิดการลื่นไถลและการเกิดรอยยับจึงควรหลีกเลี่ยงสภาวะการทำงานที่แรงดึงและมุมบิดของลูกกลิ้งดังกล่าว

8.5 สรุป

ในบทนี้ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมของการเกิดฟิล์มอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์ม ได้ทำการศึกษาเชิงทฤษฎีโดยวิธีเชิงตัวเลขโดยการแก้ปัญหามสมการเรโนลด์ 2 มิติ (Reynolds-2Dimension equation) ซึ่งมีความไม่เป็นเชิงเส้นด้วยวิธีนิวตันราฟสัน (Newton-raphson iterative scheme) รวมถึงการเขียนสมการเพื่อที่จำทำนายฟิล์มอากาศที่ตำแหน่ง $x=0$, $z=0$ และการหาพฤติกรรมของการเกิดการลื่นไถลและการเกิดรอยยับบนแผ่นฟิล์ม จากการศึกษาสามารถที่จะสรุปได้ดังนี้

- 1) อากาศจะแทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งมากขึ้นเมื่อความเร็วของแผ่นฟิล์มสูงขึ้น ขนาดของลูกกลิ้งใหญ่ขึ้น และแผ่นฟิล์มมีความกว้างมากขึ้น
- 2) อากาศจะแทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งน้อยลงเมื่อเพิ่มแรงดึงและการปรับปรุงผิวลูกกลิ้งโดยการทำเป็นร่องรูปครึ่งวงรี
- 3) ที่การทำงานที่ความเร็วสูงของเครื่องจักรในการผลิตแผ่นฟิล์มบางการเพิ่มผิวของลูกกลิ้งด้วยร่องรูปครึ่งวงรีจะเพิ่มประสิทธิภาพในการทำงานของเครื่องจักรโดยปราศจากการลื่นไถล
- 4) การเพิ่มแรงดึงที่มากเกินไปและการเกิดการบิดตัวของลูกกลิ้งในเวลาที่ยาวนานมีผลทำให้แผ่นฟิล์มเกิดรอยยับดังนั้นจึงต้องหาสภาวะที่เหมาะสมที่ไม่ให้เกิดสภาวะทั้งการลื่นไถลและการเกิดรอยยับไปพร้อมกัน

9. ภาคผนวกรายละเอียดผลงานวิจัยที่ตีพิมพ์ในวารสารวิชาการระดับนานาชาติและหนังสือเชิญไปเป็นวิทยากร



Analysis of a flexible web on a grooved concave surface under soft EHL

Mongkol Mongkolwongrojn^{a,*}, Puttha Jeenkour^b

^a Mechanical Engineering Department, Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand

^b Graduate student, Mechanical Engineering Department, Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand

ARTICLE INFO

Article history:

Received 27 March 2012

Received in revised form

4 January 2013

Accepted 6 January 2013

Available online 16 January 2013

Keywords:

Modified Reynolds equation

Flexible web

Grooved concave surface bearing

Soft EHL with permeability

ABSTRACT

This article describes characteristics of a flexible web moving through a grooved, concave, and soft surface in an elastohydrodynamic lubrication. Both trapezoidal and semi-elliptical grooved surfaces have been investigated under air lubrication. The modified Reynolds equation based on the first-order boundary slip and permeability of a soft bearing material has been formulated and solved numerically to obtain a traction characteristics between a polypropylene web and a grooved concave surface in the contact region. The concave shape was mainly considered under varying depths of grooves, flexible web velocities, normal loads, equivalent Young's moduli, curvatures and material permeability values. The simulation results are compared between friction coefficient for a trapezoidal grooved concave surface and a semi-elliptical grooved surface.

© 2013 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

The manufacturing process of flexible webs such as plastic sheets, papers, optical and printed electronic films can be briefly divided into many parts such as casting, stretching, printing and film winding. The flexible web is moved under tension from a winding process. The characteristics of a moving web through a soft surface are extremely significant in order to obtain enough traction with low friction to improve its lifetime. Wear of flexible web on a soft surface can be greatly reduced by improving fluid film lubrication. Many theories and models used to study fluid film lubrication in flexible webs can be found, such as a model that estimated an air-film layer under a smooth roll–roll contact that was formulated by Chang et al. [1]. Then, Lei et al. [2] used a model, along with theoretical results, to analyze the amount of air entrained into a wound roll as a web passes between a nip–roll and a winding roll; the model included the effect of air-layers inside to wound roll stresses. The traction between a web and a smooth roller was numerically investigated by Müftü and Jagodnik [3] for a transporting web without nip–roller, and in 2006 [4], Sasaki et al. considered the traction force for transporting a web with nip–roller. An experimental and theoretical investigation for traction developed between a thin flexible web, wrapped around a non-vented rotating cylindrical roller, was proposed by Rice et al. [5]. Ducotey and Good [6] and Rice and Gans [7] investigated traction characteristics of a web on a circumferential grooved roller in order to improve roller surface

in web transportation without nip–roll. Byun et al. [8] proposed a spiral grooved roller where results showed that the average traction coefficient of a spiral grooved roller was lower than that of a circumferential grooved roller. Predictions of paper-web wrinkling for circumferential grooved roller were presented by Hashimoto and Nakagawa [9–10]. Then, an optimization technique was used to improve slippage and wrinkle of transporting web using micro-grooved rollers by Hikita and Hashimoto [11]. For air-lubricated porous bearings, Müftü and Altan [12] proposed a modified Reynolds equation that included air permeability in transporting web without nip–roller, and Hashimoto [13] experimentally studied a porous foil bearings for web handling. After that, Knudsen and Palmquist [14] numerically investigated the effect of porosity on a head–media interface with boundary slip. Hashimoto and Okajima [15] proposed a model which was verified by experimental results to estimate an air-film thickness between a web and a roller with consideration of air permeability. However, few researches have been investigated effects including both air permeability of the bearing material and boundary slip in web handling processes.

In this paper, the analysis of a transverse grooved concave surface nip-device to support web with minimizing friction between a web and a soft concave surface bearing were presented in Fig. 1(a) and compared with the previous nip-device as shown in Fig. 1(b). A grooved surface of the bearing and air permeability of the porous bearing material were implemented to prevent slippage of a web and a roller. The modified Reynolds equation with air permeability and boundary slip was formulated. Frictional characteristics were also investigated numerically for both a trapezoidal grooved concave surface and a semi-elliptical grooved concave surface.

* Corresponding author.

E-mail address: kmimongko@kmitl.ac.th (M. Mongkolwongrojn).

Nomenclature	
A	= cross-sectional area
b	= half width of Hertzian deformation, $b = R'(8F_n/\pi E_q R'^2)^{0.5}$
C_0, C_1, C_2	= constant values
D	= depth of groove (μm)
d	= diameter of capillary (m)
E_1, E_2	= moduli of elasticity of material in contact (N/m^2)
E_q	= equivalent modulus of elasticity, $E_q = ((1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2)^{-1}$
F	= frictional force (N)
F_n	= normal load (N)
$\bar{F}_n$	= normalized normal load, $\bar{F}_n = (F_n/W_0)/(E_q R')$
H	= normalized air film thickness, $H = h/(b^2/R')$
h	= air film thickness (μm)
h_0	= central air film thickness with deformation at $x=0$ (μm)
$\hat{h}_0$	= central air film thickness for rigid surface at $x=0$ (μm)
$h_{\min}$	= minimum air film thickness (μm)
K	= dimensionless parameter, $K = (6\eta U_w R'^2/b^3 p_0)$
k	= permeability of porous material (m^2)
k_c	= porosity parameter (m/Pa s)
L	= wavelength of rough surface
m	= total number of capillaries tubes per cross-sectional area A
N	= Nip-load (N)
n	= number of asperity
P	= normalized air pressure ($P = p/p_0$)
p	= air pressure (Pa)
p_0	= ambient air pressure (Pa)
$p_{\max}$	= maximum air pressure in contact region (Pa)
Q	= volume flow rate in porous material (m^3/s)
Q_R	= dimensionless parameter, $Q_R = PH^3(1 + [6\lambda R'/b^2 H])$
r_1, r_2	= radii of two materials in contact region, ($r_2 = r_0 + t_0$) (m)
R'	= equivalent radius, $R' = (r_1 r_2)/(r_1 + r_2)$
S	= rough surface shape (μm)
$\hat{S}$	= dimensionless porosity parameter, $\hat{S} = (12\eta k_c R'^3/b^4)$
T_w	= web tension (N/m)
t_0	= web thickness (μm)
t_w	= porous thickness (μm)
U_w	= flexible film velocity (m/s)
$\bar{U}$	= normalized flexible film speed, $\bar{U} = (\eta U_w/E_q R')$
u_s	= velocity slip (m/s)
u, w	= air velocity in x -direction and z -direction (m/s)
W_0	= flexible web width (m)
X	= normalized coordinate, $X = x/b$
x, y, z	= cartesian coordinates (m)
x_{in}	= position of inlet into contact region
x_{out}	= position of outlet into contact region
ψ_1, ψ_2	= tension angles of inlet and outlet positions, rad
δ	= elastic deformation of material into contact (m)
θ	= angle of trapezoidal groove shape (rad)
λ	= molecular mean free path
μ	= dynamic friction coefficient
η	= air viscosity (Pa s)
ρ	= air density (kg/m^3)
$\nu_{1,2}$	= Poisson's ratio of materials in contact
$\zeta_{1,2}$	= desired convergence criterion

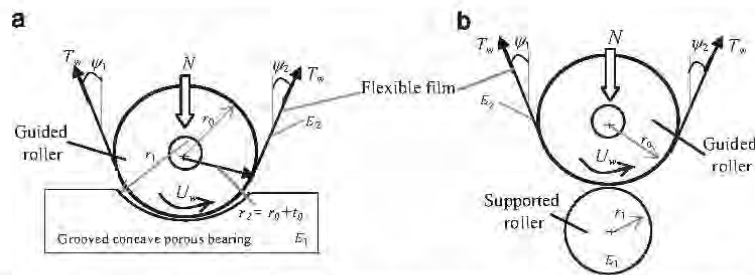


Fig. 1. Schematic diagram of the flexible web on a roller and a concave surface. (a) Modified model. (b) Previous model [11].

2. Governing equations

For this section, the governing equations for an analysis of the characteristics in soft EHL between a moving flexible web and a grooved concave surface have been formulated to obtain the modified Reynolds considering permeability of a porous material and boundary slip. The effects of air lubrication in web–roller interface have been neglected.

2.1. Air lubrication in porous material with boundary slip

For gas lubrication in porous bearings such as a thin and soft material or a thin polymer, the effect of air permeability should be considered and air-film thickness becomes very thin. Therefore, boundary slip should be included to obtain a correct air-film thickness. In this study, air flow in porous material is assumed to be uniform in z -direction and neglected in x -direction.

The velocity slip due to a porous nature of the boundary is also neglected.

Fig. 2(a) shows a velocity distribution in a flexible web–concave surface interface considering the effect of boundary slip due to air mean free path and air permeability in z -direction. The porous concave surface is at $z=0$, and the flexible web surface is at $z=h$.

The air velocity profile between a moving flexible web surface and a concave surface is assumed to be linear, and the boundary diffuse reflection is often ignored [16], so the velocity slip close to a bearing surface can be expressed as:

$$u_s = \lambda \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0^+} \quad (1)$$

where λ is defined as the molecular mean free path that equal to $0.064 \mu\text{m}$ at 25°C and 1.0 atm .

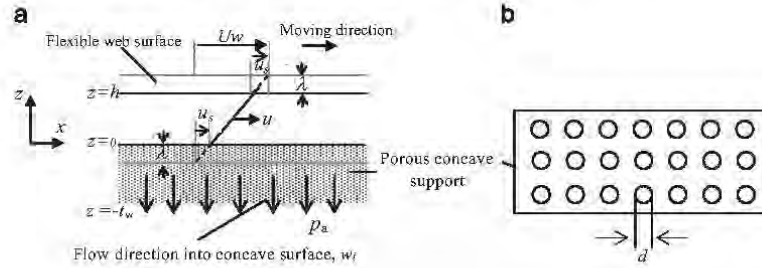


Fig. 2. Velocity distribution in the flexible film concave interface and unit cross-section of porous concave surface. (a) Velocity distribution: flow direction into concave surface, w_i . (b) Cross-sectional area A on top view of porous concave surface.

Based on Darcy's law, the air velocity in z -direction through a porous material with thickness t_w can be written as

$$w = -\frac{k}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z}; \quad -t_w < z \leq 0 \quad (2)$$

Therefore, the volume flow rate through a cross-sectional area A can be written as

$$Q = \frac{kA}{\eta} \left(\frac{p - p_a}{t_w} \right) \quad (3)$$

The porous material is assumed that there are m capillaries per cross-sectional area A with diameter d as shown in Fig. 2(b). For an incompressible fluid with laminar flow, the volume flow rate through a cross-sectional area A with m capillaries along with pressure drop given by Hagen–Poiseuille's law can be written as

$$Q = \left(\frac{m\pi d^4}{128\eta} \right) \left(\frac{p - p_a}{t_w} \right) \quad (4)$$

By substituting Eq. (4) into Eq. (3), the permeability of a porous material per unit area, k (m^2), can be written as

$$k = \frac{m\pi d^4}{128} \quad (5)$$

Boundary conditions of the velocities are

$$u(h) = U_w - \lambda \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=h} \quad (6)$$

$$u(0) = \lambda \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0} \quad (7)$$

By using Navier–Stokes equation with boundary conditions above, a velocity gradient along z -direction and a velocity profile with slip flow can be formed as shown in Eqs. (8) and (9), respectively.

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} z - \left\{ \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^2}{2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} h - U_w \right\} \quad (8)$$

$$u(z) = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{z^2}{2} - \left\{ \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^2}{2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} h - U_w \right\} z - \lambda \left\{ \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^2}{2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} h - U_w \right\} \quad (9)$$

By substituting velocity profiles in x -direction and z -direction based on Darcy's law into a continuity equation as shown in Eq. (10), the modified Reynolds equation with boundary slip and air permeability in z -direction can be expressed in Eq. (11). The modified Reynolds equation has been formulated [12] for a porous web taking into account the air permeability for both surfaces in moving web direction. The modified Reynolds equation for slider head and porous media surface has been derived

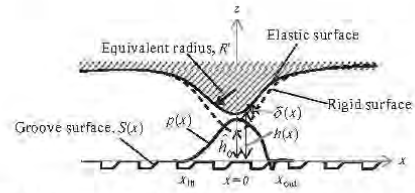


Fig. 3. Air film between the web and the concave surface interface.

[14] based on both molecular slip and porous boundary slip. The modified Reynolds equation has been formulated for air permeability in web–roller system [15]. In this paper, the modified Reynolds equation has been formulated included molecular slip and air permeability in porous grooved concave bearing.

$$\int_0^h \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \rho u dz \right\} + \int_{-t_w}^0 \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \left\{ -\frac{k}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right\} \right) dz = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\left\{ h^3 + 6\lambda h^2 \right\} \rho \frac{\partial p}{\partial x} \right] - 12\eta \left(\frac{m\pi d^4}{128\eta t_w} \right) p(p - p_a) = 6\eta U_w \frac{\partial(p h)}{\partial x} \quad (11)$$

Fig. 3 illustrates details of an air film between a web and a grooved concave surface interface where h_0 is a central air film thickness for rigid surface at $x=0$. The air film thickness can be written as

$$h(x) = h_0 + \frac{x^2}{2R'} + \delta(x) + S(x) \quad (12)$$

Material deformation $\delta(x)$ is dependent on the air pressure distribution and the equivalent Young's modulus as shown in Eq. (13) [1].

$$\delta(x) = -\frac{1}{\pi E_0} \int_{x_m}^{x_{out}} p(x') \ln(x - x')^2 dx' \quad (13)$$

The shapes of grooved concave surface were proposed as trapezoidal and semi-elliptical grooves as illustrated in Fig. 4(a) and (b), respectively. The trapezoidal and semi-elliptical grooves are assumed to be periodic. Trapezoidal and semi-elliptical grooves in a wavelength (L), can be divided into three and two parts, respectively, and mathematical models for both surfaces can be expressed in Eqs. (14) and (15), respectively. For a smooth surface, the shape surface $S(x)$ is equal to zero.

Trapezoidal groove surface profile can be written as

$$S_i = \begin{cases} -D & ; x_i \leq (n-0.75)L \\ |x_i - (x_n + 0.25L)| \tan \theta - D & ; (n-0.75)L < x_i \leq (n-0.5)L \\ 0 & ; (n-0.5)L < x_i \leq nL \end{cases} \quad (14)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{D}{0.25L} \right); \quad x_n = (n-1)L; \quad (15)$$

Elliptical groove surface profile can be written as

$$S_i = \begin{cases} -D \left\{ 1 - \frac{|x_i - x_n|^2}{(L/4)^2} \right\}^{1/2} & ; x_i \leq (n-0.5)L \\ 0 & ; (n-0.5)L < x_i \leq nL \end{cases} \quad (16)$$

where the shape of a groove surface is defined as S_i , D is the groove depth, L is the wavelength of a grooved surface, and n indicates groove number along the contact width.

The equilibrium force with web tension angles ψ , both inlet and outlet, and nip-load N , can be expressed as

$$F_n = W_i \{N - (T_w \cos \psi_1 + T_w \cos \psi_2)\} = W_i \int_{x_{in}}^{x_{out}} (p - p_a) dx \quad (17)$$

The relationship between Young's modulus of flexible web E_2 and web tension T_w can be estimated based on Pfeiffer's experiment [17], and it is represented by the following empirical equation

$$E_2 = C_0 + C_1 |\sigma_r|^{C_2} \quad (18)$$

where C_0 , C_1 and C_2 are constants that can be obtained experimentally and σ_r is the radial stress of a flexible web which can be estimated as

$$\sigma_r = \left(\frac{T_w \cos \psi_1 + T_w \cos \psi_2}{r_0} \right) \quad (19)$$

2.2. Friction coefficient of the air film in the contact region

Frictional force dF of the air film in the contact region can be written in Eq. (20) where $(\eta du/dz)_{z=0}$ is the shear stress of an air film at the concave surface, and dA is the shearing area. By integrating Eq. (20), the total frictional force can be obtained

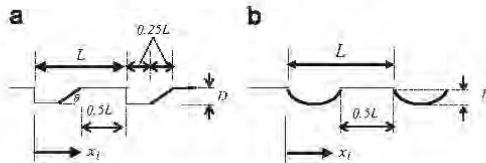


Fig. 4. Shapes of concave surface: (a) Trapezoidal groove surface, (b) Semi-elliptical groove surface.

as shown in Eq. (21).

$$dF = \left(\eta \frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=0} dA \quad (20)$$

$$F = - \int_{x_{in}}^{x_{out}} \frac{\eta W_i}{(2\lambda + h)} \left\{ \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^2}{2} + \frac{\lambda}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} h - U_w \right\} dx \quad (21)$$

The friction coefficient can be obtained as

$$\mu = \frac{F}{F_n} \quad (22)$$

where F is the total frictional force and F_n is load in z -direction.

3. Numerical calculation

Physical properties of the porous material and 20 μm polypropylene web used in calculations are shown in Table 1.

The dimensionless modified Reynolds equation can be written as Eq. (23).

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(Q_R \frac{\partial P}{\partial X} \right) = K \frac{\partial}{\partial X} (PH) + \hat{S} (P^2 - P) \quad (23)$$

where $P = p/p_a$, $H = h/(b^2/R)$, $X = x/b$, $b = R'((8F_n)/(\pi E_2 R'^2))^{0.5}$, $R' = ((r_1 r_2)/(r_1 + r_2))$, $E_2 = ((1 - \nu_1^2)/(E_1) + (1 - \nu_2^2)/(E_2))^{-1}$, $Q_R = PH^3 (1 + (6\lambda R')/(b^2 H))$, $K = ((6\eta U_w R^2)/(b^3 p_a))$, $\hat{S} = ((12\eta k_c R^3)/(b^4))$, and $k_c = ((m\pi d^3)/(128\eta t_w A))$.

Finite difference method with Newton–Raphson technique was implemented to obtain EHL characteristics of a flexible web on a grooved concave surface such as air pressure and air film thickness profiles as well as frictional force distributions of the air-film in the contact region. The coupled modified Reynolds

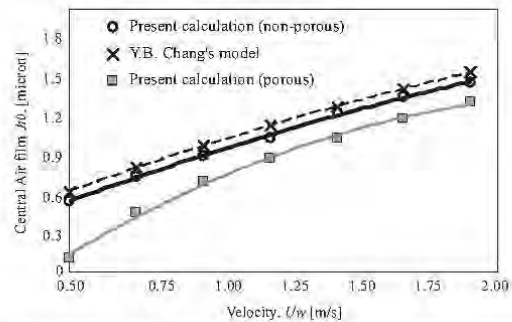


Fig. 5. Comparison of minimum air film thickness between present model and Chang's model under smooth impermeable surface.

Table 1
Physical properties of materials.

Parameter	PP-20 μm
Flexible film thickness t_0 , μm	20
Flexible film width W_i , m	0.3
Static friction coefficient between webs μ_s	0.3
Radial Young's modulus of flexible film, $E_2 = C_0 + C_1 \sigma_r ^{C_2}$, Pa	$C_0 = 1.06 \times 10^6$, $C_1 = 1.01 \times 10^8$, $C_2 = 1.0$
Poisson's ratio of concave surface ν_1	0.5
Poisson's ratio of flexible film ν_2	0.3
Young's modulus of concave surface E_1 , GPa	0.027
Radius of upper roller r_0 (m)	0.0445
Tension angles of inlet position ψ_1 , degree	60
Tension angles of inlet position ψ_2 , degree	60
Molecular mean free path of air at room temperature and atmospheric pressure λ , μm	0.064

equation, air film thickness equation, and load balance of the two surfaces in line contact are simultaneously solved using multi-grid multi-level and Newton–Raphson technique to obtain fast convergences. The convergence criteria of air pressure and load are adopted as follows:

$$\zeta_1 = \frac{\sum_{i=1}^N |p_i - p_i^0|}{\sum_{i=1}^N |p_i|} \leq 1 \times 10^{-5}; \quad \zeta_2 = \left| \frac{F_n}{W b p_a} - \int_{x_{in}}^{x_{out}} (P-1) dX \right| \leq 1 \times 10^{-5} \quad (24)$$

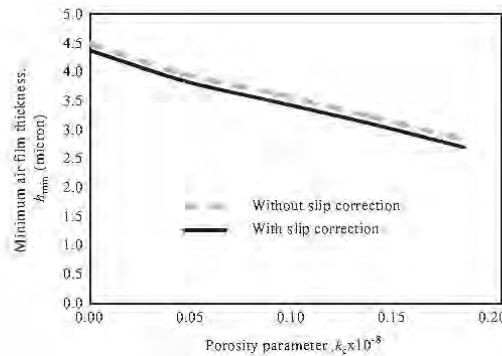


Fig. 6. The effect of boundary slip on air film thickness under smooth varying porosity parameters, ($D=0$, $T_w=100$ N/m, $U_w=10$ m/s, $F_n=25$ N, $r_0=0.0445$ m, $r_1=0.089$ m and $E_q=1.15$ MPa).

where P_i^0 is the dimensionless air pressure that had been previously evaluated in the numerical algorithm.

4. Results and discussions

In order to ensure numerical algorithm reliability, the central air film thickness, h_0 , with various web velocities for smooth non-porous material were compared with previous results under roller–roller contact as shown in Fig. 5.

Results from the present calculations without porous material show overall a small deviation from the film thickness estimated by Chang's model [11] (dashed line). However, the influence of porous material amplifies this difference significantly as shown Fig. 5.

Fig. 6 shows the variation of minimum air film thickness with respect porosity parameter with and without boundary slip correction. The minimum air film thickness with boundary slip correction should be the correct value when compared to a value without molecular slip correction [18]. The difference between the two air film thicknesses with and without molecular slip is approximately $0.126 \mu\text{m}$ as shown in Fig. 6.

Fig. 7 illustrates a comparison between air lubricant characteristics in the contact region for smooth surfaces, non-porous materials, a web tension of 200 N/m, a web velocity of 10 m/s, a normal load of 25 N, and Young's modulus equivalent to 1.22 MPa for the modified model; flexible web between guided roller and concave surface as shown in Fig. 1(a) and the previous; flexible web between guided roller and supported roller as shown in Fig. 1(b). For the modified model with a concave surface, the contact width approximately 6.0 mm is larger than the contact width for the previous model which is approximately 3.0 mm as the resulting air film thickness profile increases and air pressure

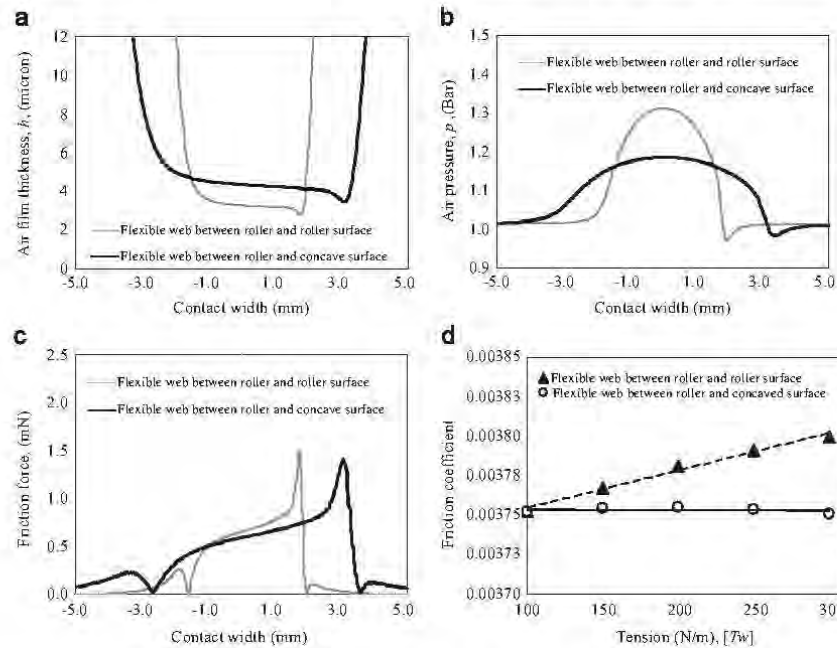


Fig. 7. Comparison of air pressure profiles and air film thickness profiles between two rollers and concave models, ($T_w=200$ N/m, $U_w=10$ m/s, $F_n=25$ N, $r_0=0.0445$ m, $r_1=0.089$ m and $E_q=1.22$ MPa). (a) Air film thickness profile. (b) Air pressure profile. (c) Friction force profile. (d) Friction coefficient under varying tensions.

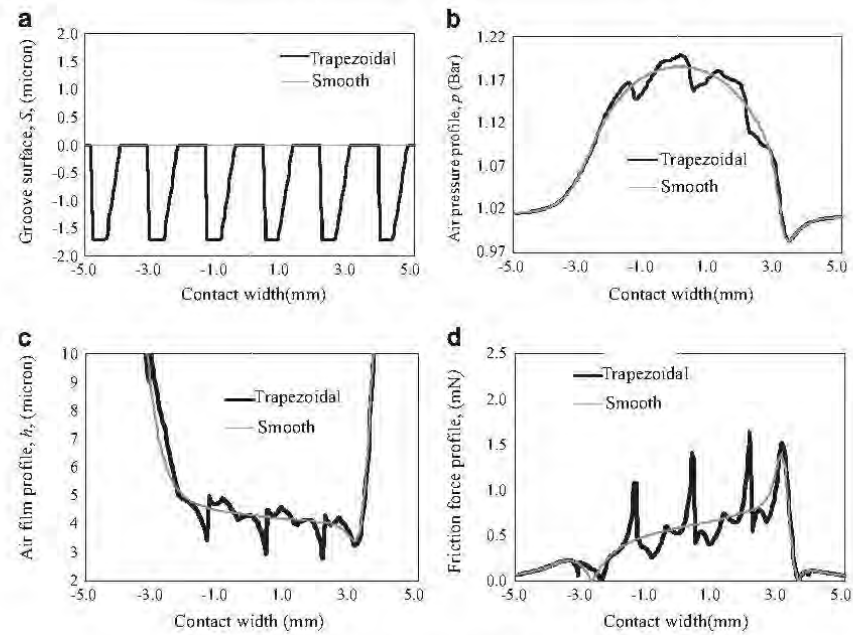


Fig. 8. Characteristics of air lubrication in contact area between trapezoidal groove surface and smooth surface, ($U_w = 10$ m/s, $T_w = 200$ N/m, $F_n = 25$ N, $E_q = 1.44$ MPa and $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$). (a) Concave roughness. (b) Air pressure profile. (c) Air film thickness profile. (d) Traction profile.

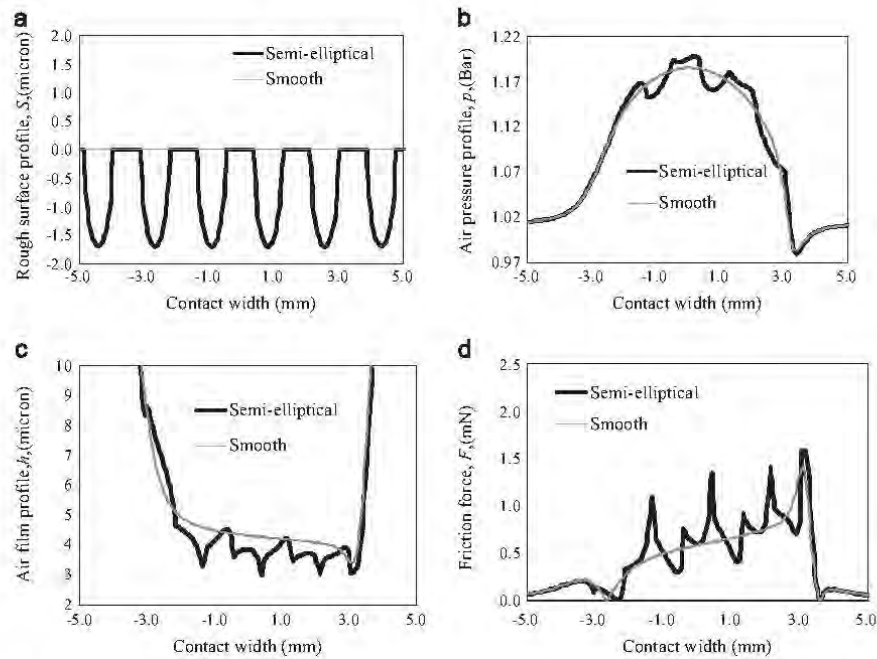


Fig. 9. Characteristics of air lubrication in contact area between semi-elliptical groove surface and smooth surface, ($U_w = 10$ m/s, $T_w = 200$ N/m, $F_n = 25$ N, $E_q = 1.44$ MPa and $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$). (a) Concave roughness. (b) Air pressure profile. (c) Air film thickness profile. (d) Traction profile.

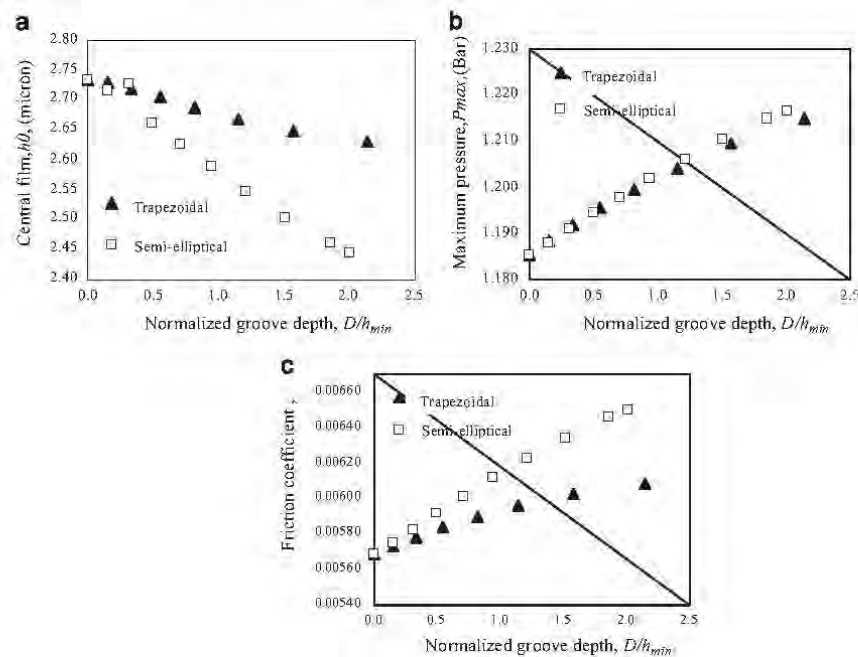


Fig. 10. Comparisons of friction coefficients, maximum air pressure and central air film thickness for trapezoidal and semi-elliptical groove surfaces under various groove depths, ($U_a = 10$ m/s, $T_w = 200$ N/m, $F_n = 25$ N, $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$, $E_g = 1.44$ MPa and $k_g = 0.2 \times 10^{-8}$). (a) Air film at central into contact region: normalized groove depth, D/h_{min} . (b) Maximum air pressure: normalized groove depth, D/h_{min} . (c) Friction coefficient: normalized groove depth, D/h_{min} .

profile becomes lower than that for a convex roller surface, as shown in Fig. 7(a) and (b). Due to the increasing and decreasing in air film thickness and air pressure profile, respectively, in a concave surface, the maximum frictional force in the web-concave surface interface is reduced slightly as shown in Fig. 7(c). Moreover, Fig. 7(d) shows friction coefficients under varying web tensions for the modified model also become slightly lower than the previous model, so wear of a nip-device can be reduced by using a concave surface.

However, frictional force becomes significant to prevent slippage for a high speed web velocity. High speed webs are in demand for various applications so a rough surface technique has been implemented for improving web handling process. The characteristics of air lubrication under a non-porous material such as air pressure and air film thickness as well as frictional force profiles under trapezoidal and semi-elliptical shapes were compared with smooth surfaces as shown in Figs. 8 and 9, respectively. Results show both surfaces give thinner minimum air film thicknesses than a smooth surface; thus maximum air pressure and frictional forces become greater than a smooth surface's value.

Fig. 10 shows influences of groove depths of both trapezoidal and semi-elliptical grooves under a velocity of 10 m/s, a tension of 200 N/m, a normal-load of 25 N, a normalized radial clearance of 1.0, Young's modulus equivalent to 1.22 MPa, and an air permeability parameter of 0.2×10^{-8} . The central air film thicknesses for both trapezoidal and semi-elliptical grooves decrease as groove depths increase due to an air pressure drop within the grooves (Fig. 10(a)). Therefore, maximum air pressure and friction coefficient increase nonlinearly as the groove depth increase, Fig. 10(b) and (c), especially for trapezoidal grooves; this results

in a friction coefficient that is lower for a trapezoidal groove structure than a semi-elliptical groove as shown in Fig. 10(c).

Fig. 11 shows effects of normal load on central air film thicknesses, maximum air pressure and friction coefficients under a velocity of 10 m/s and 100 N/m in web tension, groove depth of $2.0 \mu\text{m}$, a normalized radial clearance of 1.0, Young's modulus equivalent to 1.16 MPa and the air permeability parameter of 0.2×10^{-8} . The results show all three profiles central air film thicknesses decreased due to increases in normal load as shown in Fig. 11(a), resulting in increases in maximum air pressure and friction coefficients, as shown in Fig. 11(b) and (c), respectively, with a lower frictional coefficient in a trapezoidal groove structure.

The effect of equivalent Young's modulus, E_g , maximum air pressure and friction coefficients under a velocity of 10 m/s, groove depth of $1.75 \mu\text{m}$, a normal-load of 25 N, a normalized radial clearance of 1.0, and an air permeability parameter of 0.2×10^{-8} on central air film thickness are shown in Fig. 12. The central air film thicknesses for smooth, trapezoidal, and semi-elliptical surfaces are decreased nonlinearly as equivalent Young's modulus increase, due to a decrease in material deformation in a web-concave interface. Consequently, the maximum air pressure and friction coefficients are increased as E_g increases, as shown in Fig. 12(a) and (c), again, with lower friction coefficients in a trapezoidal structure.

Fig. 13 shows effects of concave radial clearance under a velocity of 10 m/s, a groove depth of $1.75 \mu\text{m}$, a tension of 200 N/m, a normal-load of 25 N, and an air permeable parameter of 0.2×10^{-8} . Normalized radial clearance is $(r_1 - r_2)/r_1$. For an increase in a concave radial clearance, the contact width becomes smaller, thus the effective normal load area is reduced, and this

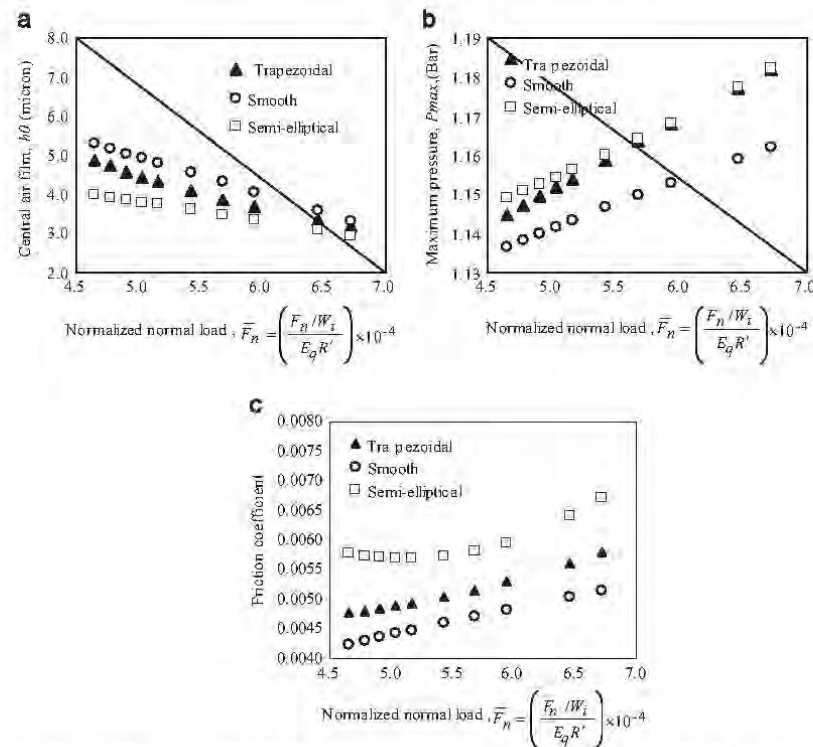


Fig. 11. Comparisons of the friction coefficient, the maximum air pressures and central air film for trapezoidal, smooth, and semi-elliptical groove surfaces under various normalized normal load ($U_a = 10$ m/s, $T_a = 100$ N/m, $D = 2.0$ μ m, $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$, $E_s = 1.16$ MPa and $k_c = 0.2 \times 10^{-8}$). (a) Air film at central into contact region: normalized normal load, $\bar{F}_n = ((F_n/W_t)/(E_q R')) \times 10^{-4}$, (b) Maximum air pressure: normalized normal load, $\bar{F}_n = ((F_n/W_t)/(E_q R')) \times 10^{-4}$, (c) Friction coefficient: normalized normal load, $\bar{F}_n = ((F_n/W_t)/(E_q R')) \times 10^{-4}$.

leads to a central air film thickness reduction. Therefore, maximum air pressure and friction coefficients become larger as concave radial clearances are increased. Therefore, it can be concluded that a more conformal concave surface ($r_2 \rightarrow r_1$) results in lower friction than a flat [$r_2 - r_1/r_1 \rightarrow 1.0$ or a convex supporting surface]. A trapezoidal groove structure gives a low friction coefficient compared with a semi-elliptical groove structure, although, all groove surfaces yield higher friction coefficients when compared with a smooth surface.

Effects of porosity on concave smooth, trapezoidal, and semi-elliptical surfaces under a velocity of 10 m/s, a groove depth of 1.75 μ m, a tension of 200 N/m, a normal-load of 25 N, and a normalized radius of 1.0 are shown in Fig. 14. When air permeability increases or air volume inside a web-concave interface becomes smaller, the central air film thickness is decreased; this leads to an increase in both maximum air pressure and friction coefficient as shown in Fig. 14(a)–(c). For a trapezoidal groove structure, a friction coefficient is lower than a semi-elliptical groove structure.

Finally, the effect of velocities on central air film thicknesses, maximum air pressure and friction coefficients for a smooth, trapezoidal, and semi-elliptical surfaces under a normal-load of 25 N, a web tension of 200 N/m, groove depth of 1.75 μ m, normalized radius of 1.0, and air permeability parameter of 0.2×10^{-8} are shown in Fig. 15. Results show increasing relationships between central air film thickness and web velocity as shown in Fig. 15(a) where maximum air pressure is rapidly

decreased for both trapezoidal and semi-elliptical grooves despite a constant maximum air pressure on a smooth surface. Friction coefficient for smooth, trapezoidal and semi-elliptical grooved surfaces with parabolic web speed. For a smooth surface, the minimum friction coefficient is 0.00525 which corresponds to a normalized flexible web speed of 6.0. The minimum friction coefficient decreases to 0.0055 at a normalized flexible web speed of 6.5 for a trapezoidal grooved structure. For a semi-elliptical grooved structure, the minimum friction coefficient is 0.00575 at a normalized flexible web speed of 7.0.

5. Conclusions

In this paper, the characteristics of air lubrication of a flexible web were numerically investigated and examined for porous grooved concave surface nip-devices; trapezoidal and semi-elliptical grooves were implemented to control friction in concave surface bearings for a high efficiency web manufacturing process. The main conclusions are summarized as follow:

- (1) For concave surface bearing, the maximum frictional force of a fluid film in the contact region is reduced when compared with a typical convex support roller. This can reduce web damage due to an extreme frictional force. Moreover, the area

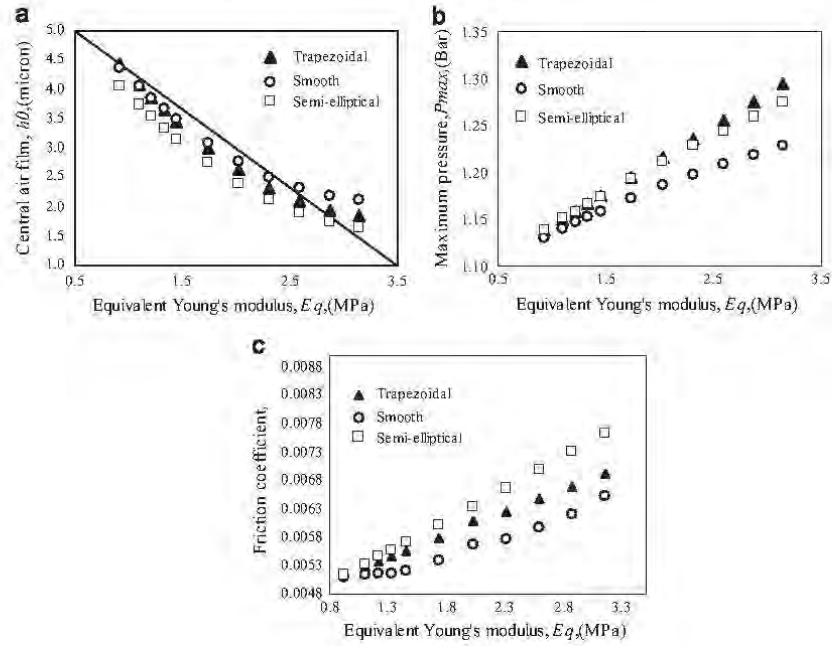


Fig. 12. Comparisons of the friction coefficient, the maximum air pressures and central air film for trapezoidal, smooth, and semi-elliptical groove surfaces under various equivalent Young's moduli ($U_w = 10$ m/s, $D = 1.75$ μ m, $F_e = 25$ N, $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$ and $k_c = 0.2 \times 10^{-8}$). (a) Air film at central into contact region, equivalent Young's modulus, E_q , (MPa). (b) Maximum air pressure, equivalent Young's modulus, E_q , (MPa). (c) Friction coefficient, equivalent Young's modulus, E_q , (MPa).

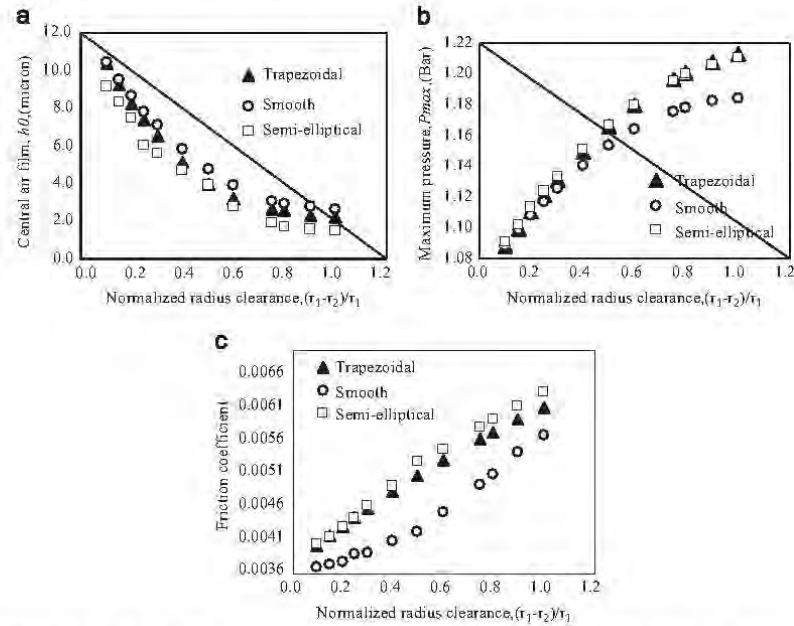


Fig. 13. Comparisons of the friction coefficient, the maximum air pressures and minimum air film for trapezoidal, smooth, and semi-elliptical groove surfaces under various normalized radial clearance, ($U_w = 10$ m/s, $F_e = 25$ N, $T_w = 200$ N/m, $D = 1.75$ μ m, $E_q = 1.44$ MPa and $k_c = 0.2 \times 10^{-8}$). (a) Air film at central into contact region: normalized radius clearance, $(r_1 - r_2)/r_1$. (b) Maximum air pressure: normalized radius clearance, $(r_1 - r_2)/r_1$. (c) Friction coefficient: normalized radius clearance, $(r_1 - r_2)/r_1$.

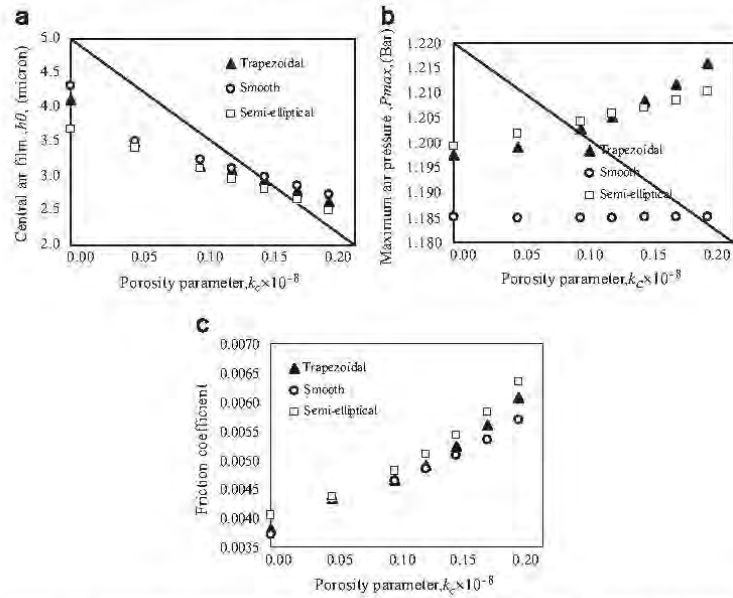


Fig. 14. Comparisons of friction coefficients, maximum air pressure and minimum air film thicknesses for trapezoidal, smooth, and semi-elliptical groove surfaces under various permeability values, ($U_w = 10$ m/s, $F_a = 25$ N, $T_a = 200$ N/m, $D = 1.75$ μ m, $E_g = 1.44$ MPa and $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$). (a) Air film at central into contact region, porosity parameter, $k_c \times 10^{-8}$. (b) Maximum air pressure, porosity parameter, $k_c \times 10^{-8}$. (c) Friction coefficient, porosity parameter, $k_c \times 10^{-8}$.

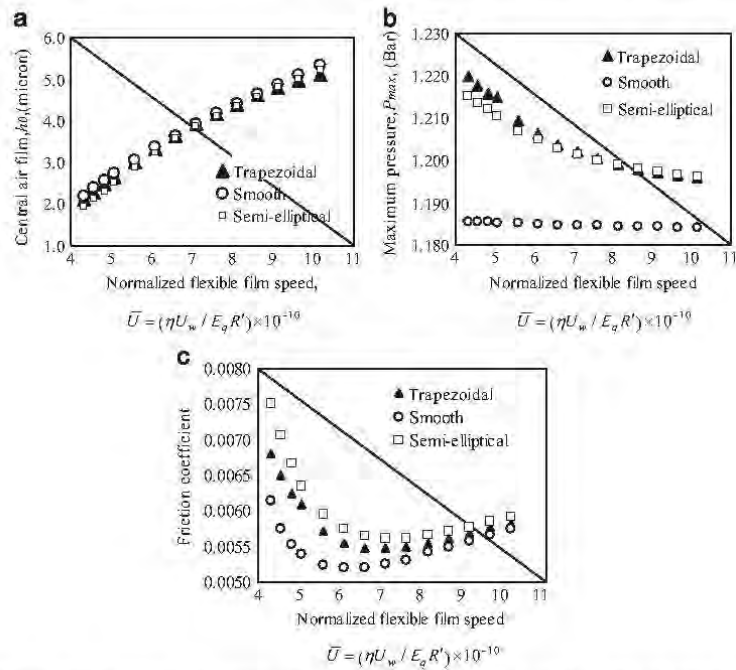


Fig. 15. Comparisons of friction coefficient, maximum air pressure and central air film thickness for trapezoidal, smooth, and semi-elliptical grooved surfaces under various flexible film speed, ($F_a = 25$ N, $T_a = 200$ N/m, $D = 1.75$ μ m, $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$, $E_g = 1.44$ MPa and $k_c = 0.2 \times 10^{-8}$). (a) Air film at central into contact region: normalized flexible film speed, $\bar{U} = (\eta U_w / E_g R') \times 10^{-10}$. (b) Maximum air pressure: normalized flexible film speed, $\bar{U} = (\eta U_w / E_g R') \times 10^{-10}$. (c) Friction coefficient: normalized flexible film speed, $\bar{U} = (\eta U_w / E_g R') \times 10^{-10}$.

- that supports a moving flexible web is increased and can potentially prevent slippage of a moving web.
- (2) When trapezoidal groove are fabricated on a concave surface, the friction coefficient is lower than making semi-elliptical grooves; energy loss in web handling is reduced. However, friction and energy loss would be even lower with a smooth concave surface nip-device.

Acknowledgement

The authors wish to acknowledge Thailand Research Fund for financial support under the Royal Golden Jubilee Ph.D. Program (RGJ) and under Grant no. BRG-5180019.

References

- [1] Chang YB, Chambers FW, Shelton JJ. Elastohydrodynamic lubrication of air-lubricated rollers. *ASME Journal of Tribology* 1996;118:623–8.
- [2] Lei H, Cole KA, Weinstein SJ. Modeling air entrainment and temperature effects in winding. *ASME Journal of Applied Mechanics* 2003;70:902–14.
- [3] Müftü S, Jagodnik JJ. Traction between a web and a smooth roller. *ASME Journal of Tribology* 2004;126:177–84.
- [4] Sasaki M, Kohno K, Tanimoto K, Takahashi S, Suzuki S, Hashimoto H. Traction force between rotation rolls and moving web considering the effect of air-entrainment. *Microsystem Technologies* 2007;13:1161–116.
- [5] Rice BS, Cole KA, Müftü S. A model for determining the asperity engagement height in relation to web traction over non-vented rollers. *ASME Journal of Tribology* 2002;124:584–94.
- [6] Ducotey KS, Good JK. A numerical algorithm for determining the traction between a web and a circumferentially grooved roller. *ASME Journal of Tribology* 2000;122:578–84.
- [7] Rice BS, Gans RF. Predictive models of web-to-roller traction. *ASME Journal of Tribology* 2005;127:180–9.
- [8] Quang Tran SB, Yoo YH, Ko JH, Kim J, Byun DY, Lee JW, Byun YH, Shin KH. Experimental and numerical study of air entrainment between web and spirally grooved roller. *ASME Journal of Tribology* 2009;131:1–8.
- [9] Hashimoto H, Nakagawa H. Improvement of web spacing and friction characteristics by two types of stationary guides. *ASME Journal of Tribology* 2001;123:509–16.
- [10] Hashimoto H. Prediction model of paper-web wrinkling and some numerical calculation examples with experimental verifications. *Microsystem Technologies* 2007;13:933–41.
- [11] Hikita S, Hashimoto H. Improvement of slippage and wrinkling of transporting webs using micro-grooved rollers. *JSME Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing* 2010;4:226–37.
- [12] Müftü S, Altan MC. Mechanics of a porous web moving over a cylindrical guide. *ASME Journal of Tribology* 2000;122:418–26.
- [13] Hashimoto H. Experimental study of porous foil bearings for web-handling. *Tribology International* 2000;33:191–6.
- [14] Knudsen JK, Palmquist KE. The effect of porosity on the head-media interface. *ASME Journal of Tribology* 2001;123:555–60.
- [15] Hashimoto H, Okajima M. Theoretical and experimental investigations into spacing characteristics between roller and three types of webs with different permeabilities. *ASME Journal of Tribology* 2006;128:267–74.
- [16] Burgdorfer A. The influence of the molecular mean free path on the performance of hydrodynamic gas lubricated bearings. *ASME Journal of Basic Engineering* 1959;81:94–100.
- [17] Pfeiffer JD. Internal pressure in a wound roll. *Tappi Journal* 1966;49:342–3.
- [18] Zhou WD, Wong CH, Liu B, Yu SK, Hua W. Effect of temperature dependent air properties on the performances of a thermal actuated slider. *Tribology International* 2009;42:902–10.

TEHL Analysis of Rough Surface Spur Gears with Non-Newtonian Lubricants under Sudden Overloads*

Mongkolwongrojn MONGKOL** and Panichakorn JESDA**

** Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering,
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand
E-mail: kmmongko@kmitl.ac.th

Abstract

The time-dependent modified Reynolds equation, elasticity equation, and energy equation with initial conditions were formulated and solved numerically using a multi-grid multilevel with full approximation technique for an involute spur gear. In this analysis, the normal load and sudden overload are applied on either two pairs or one pair of gear teeth. The transition from two pairs to one pair and vice versa are modeled as a step variation of load. The effects of overload, surface roughness, non-Newtonian lubricant properties of the meshing gear in the region along the line of action are examined. The results show that lubricant properties and surface roughness have significant effects on film thickness, film temperature and friction coefficient for spur gears with rough surfaces. The minimum film thickness is decreased rapidly with the decrease of lubricant power law index. For gears operated at a sudden overload condition, the film temperature and friction coefficient are severely increased.

Key words: Spur Gears, TEHL, Non-Newtonian Lubricant, Surface Roughness, Sudden Overload Condition

1. Introduction

The TEHL analysis of involute spur gear under non-stationary condition is still a very complex problem. It is very hard to predict the film thickness and film temperature of lubricant in the contact region. In this case, it is not only the load that varies, but entrainment velocity and contact geometry also varies, as the gear teeth come into action. Moreover, the surface roughness of gear teeth, behavior of lubricant properties undergoing high shear stress and the load may all vary over a wide range along the line of the action. So it is very hard to get all these effects into the transient thermal elastohydrodynamic convergent solution of an involute spur gear.

The gear problem has historically been solved with different simplifications. The numerical solution of elastohydrodynamic lubrication (EHL) problems was solved by Dowson and Higginson[1]. Many numerical analyses have been obtained in the area ranging from thermoelastohydrodynamic (TEHD) lubrication problems to transient EHL problems. Wang and Cheng [2,3] made a Grubin-type analysis of involute spur gear transmissions and were able to calculate the minimum film thickness at several points along the line of action. Lee and Hamrock [4] used the Newton-Raphson method to calculate time-dependent EHL problems under low load conditions. Khonsari, Wang, and Qi[5] formulated Reynolds and energy equations for non-Newtonian liquid-solid lubricants in line contact. Hua and Khonsari [6] gave an isothermal full transient solution of involute spur

*Received 20 May, 2012 (No. 12-0224)
[DOI: 10.1299/jamdsm.6.1031]

Copyright © 2012 by JSME

gear but did not consider the dynamic load in the model. More recently, a full isothermal transient non-Newtonian EHL solution to the Reynolds equation was given by Larsson [7]. Lubrecht, Ten Napel, and Bosma [8] showed that the multigrid algorithm is more efficient than the Newton-Raphson method in solving EHL with roughness effect. The multigrid technique has been developed to solve transient thermo-elastohydrodynamic lubrication (TEHL) by Osborn and Sadeghi [9]. Ai and Cheng [10] presented the formulation of the transient rough EHL problem using a multigrid technique. The results showed that surface roughness induced transient effects significantly in the pressure distribution in line contact. Youqiang Wang [11] present the formulation of the transient TEHL in spur gear problem. The results showed that the transient effect condition has significant effects to the film temperature and film thickness of lubricant in contact region. M. Mongkolwongrojn [12] showed that the non-Newtonian lubricant has significant effects to the film temperature and film thickness of lubricant in contact region under sudden load.

In the present analysis, the non-Newtonian (power law model) and sudden overload conditions are incorporated. Rigid gear teeth rough surfaces are assumed in this full transient thermal EHL analysis. Finite difference multigrid multilevel method with full approximate scheme techniques were implemented to calculate the transient TEHD lubrication with non-Newtonian lubricant properties under gear teeth carrying a sudden overload. Minimum film thickness, maximum film temperature and friction coefficient were determined at different contact points along the line of action.

Nomenclature

- b : Semi-width of Hertzian contact under load w'_0 , m , $b = R_0(8W'_0/\pi)^{1/2}$
 C_{RT} : Transient dimensionless curvature sum, $C_{RT} = R_x/R_0$
 C_{UT} : Transient dimensionless entrainment velocity, $C_{RT} = \bar{u}/u_0$
 C_{WT} : Transient dimensionless load, $C_{WT} = w'/w'_0$
 $D(X)$: Dimensionless of combined surface roughness of gear and pinion
 $E_{1/2}$: Elastic modulus of pinion/gear, Pa
 E' : Effective elastic modulus, Pa , $1/E' = 1/2[(1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2]$
 f : Friction coefficient of pinion
 h : Lubricant film thickness, m
 h_0 : Rigid central film thickness, m
 H : Dimensionless film thickness, $H = h(R_0/b^2)$
 H_0 : Dimensionless rigid central film thickness, $H_0 = h_0(R_0/b^2)$
 K : Constant in modified Reynold equation
 k : Thermal conductivity of lubricant, $W/m \cdot K$
 k_0 : Thermal conductivity of lubricant at ambient pressure, $W/m \cdot K$
 $\bar{k}_p$: Dimensionless Thermal conductivity of lubricant $\bar{k}_p = k/k_0$
 K_{T1} : Constant in Energy equation
 K_{T2} : Constant in Energy equation
 K_{T3} : Constant in Energy equation
 m_0 : Apparent viscosity at the shear rate of unit, $Pa \cdot s$
 n : Power law index
 p : Pressure, Pa
 P : Dimensionless pressure, $P = p/P_H$
 P_H : Maximum Hertzian pressure, Pa , $P_H = E'(W'_0/2\pi)^{1/2}$
 r_a : Base cycle radius of pinion, m
 r_b : Base cycle radius of gear, m
 R_0 : Equivalence pitch cycle radius, m , $1/R_0 = 1/r_a \sin(\bar{\varphi}) + 1/r_b \sin(\bar{\varphi})$
 R_1 : Radius of curvature of pinion teeth, m

R_2	: Radius of curvature of gear teeth, m
R_X	: Curvature sum, m , $1/R_X = 1/R_1 + 1/R_2$
$\bar{S}$	: Along Line of action, m
S_0	: Slip ratio, $S_0 = (u_2 - u_1)/\bar{u}$
t	: Time, s
$\bar{t}$	: Dimensionless time, $\bar{t} = t(u_0/b)$
T	: Temperature, K
T_1	: Surface temperature of pinion, K
T_2	: Surface temperature of gear, K
T_0	: Inlet temperature, K
u	: Film velocity, m/s
u_1	: Pinion teeth surface velocity, m/s
u_2	: Gear teeth surface velocity, m/s
$\bar{u}$	: Entrainment velocity, m/s , $\bar{u} = (u_2 + u_1)/2$
u_0	: Reference velocity, m/s
u^*	: Dimensionless film velocity, $u^* = u/u_0$
w'	: Transient load, N/m
w'_0	: Reference load, N/m
W'_0	: Dimensionless reference load, $W'_0 = w'_0/E'R_0^2$
x	: Coordinate, m
X	: Dimensionless coordinate, $X = x/b$
z	: Coordinate, m
Z	: Dimensionless coordinate, $Z = z/h$
Z_1	: Viscosity-Pressure index
θ	: Dimensionless film temperature, $\theta = T/T_0$
θ_1	: Dimensionless pinion teeth surface temperature, $\theta_1 = T_1/T_0$
θ_2	: Dimensionless gear teeth surface temperature, $\theta_2 = T_2/T_0$
μ	: Equivalent viscosity, $Pa \cdot s$
$\bar{\mu}$	: Dimensionless equivalent viscosity, $\bar{\mu} = \mu/\mu_0$
μ_0	: Inlet viscosity, $Pa \cdot s$
τ	: Shear stress of lubricant, Pa
ρ	: Density of lubricant, kg/m^3
ρ_0	: Inlet density of lubricant, kg/m^3
$\bar{\rho}$	: Dimensionless density of lubricant, $\bar{\rho} = \rho/\rho_0$
$\bar{\varphi}$	: Pressure angle, $degree$

2. Load, curvature and velocity

The force that is transmitted between two teeth in a meshing gear has a complex behaviour and it is difficult to estimate it. In this analysis, gear teeth load is assumed to act along the line of action. The gear teeth are assumed to be rigid and the dynamics of the gear are neglected. The pitch error is assumed to be very small and will not influence the load. With these assumptions, the load will be constant as long as two pair of gear teeth carry the total load. When only one pair carries the load, the gear teeth load will immediately be doubled. Fig. 1 shows the geometric parameters of an involute spur gear transmission. The contact between gear teeth at a distance $\bar{S}$ from the pitch line in a pair of involute gear wheel having radii r_a and r_b and a pressure angle $\bar{\varphi}$ can be represented by two circular cylinders rotating with the same angular velocity ω_a and ω_b as the wheel themselves. These radii vary along the line of the action as:

$$R_1(\bar{S}) = r_a \sin(\bar{\psi}) - \bar{S} \quad (1)$$

$$R_2(\bar{S}) = r_b \sin(\bar{\psi}) + \bar{S} \quad (2)$$

The teeth both roll and slide against each other except at the pitch point, where is a pure rolling condition. The tooth surface velocity are:

$$u_1(\bar{S}) = \omega_a R_1(\bar{S}) \quad (3)$$

$$u_2(\bar{S}) = \omega_b R_2(\bar{S}) \quad (4)$$

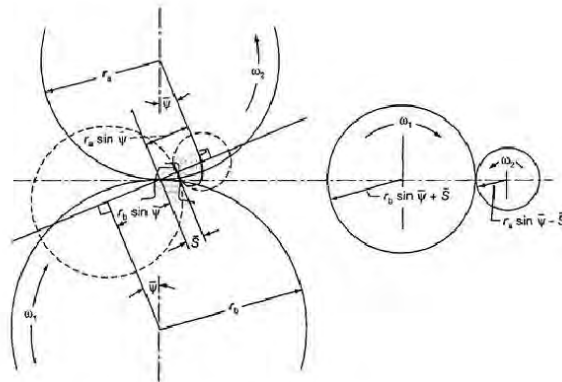


Fig.1 Geometric parameter of an involute spur gear.

3. Governing equation

The time-dependent thermo-elastohydrodynamic lubrication of rolling/sliding line contact can be solved simultaneously by using the Reynolds, elasticity, and energy equations to obtain film pressure, film temperature and film thickness distributions and traction coefficient.

3.1 Modified Reynolds equation

The relationship between shear stress and shear rate of non-Newtonian lubrication in this work can be approximated using a power-law viscosity model.

$$\tau_{xz} = \mu^* \frac{\partial u}{\partial z} \quad \text{and} \quad \tau_{yz} = \mu^* \frac{\partial v}{\partial z} \quad (5)$$

Where the equivalent viscosity

$$\mu^* = m_0 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]^{(n-1)/2} \quad (6)$$

The dimensionless modified Reynolds equation for transient thermal line contact problem with consideration of the temperature dependency of viscosity and density across the film can be written as [12]:

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\epsilon \frac{\partial P}{\partial X} \right) = K \left\{ C_{ur} \frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho} H) + C_{u\tau} \left(\frac{S_0}{2} \right) \frac{\partial}{\partial X} \left(\bar{\rho} H \left(1 - 2 \frac{\bar{\mu}_{e0}}{\bar{\mu}_{e1}} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} H) \right\} \quad (7)$$

Where

$$K = \frac{u_0 \mu_0 R_0^2}{b^3 P_H} \quad (8)$$

$$\varepsilon = \bar{\rho} H^3 \left(\frac{1}{\bar{\mu}_{e2}} - \frac{\bar{\mu}_{e0}}{\bar{\mu}_{e1}} \right) \quad (9)$$

$$\frac{1}{\bar{\mu}_{ei}} = \int_0^1 \frac{Z^i}{\bar{\mu}^*} dZ \quad (10)$$

Where the boundary conditions are

$$X = X_{inlet}, P = 0 \quad ; \quad X = X_{exit}, P = \frac{\partial P}{\partial X} = 0 \quad (11)$$

3.2 The apparent viscosity equation

The apparent viscosity in power-law viscosity model needs to be included as a correction factor for viscosity-pressure-temperature[13]. The dimensionless apparent viscosity can be written as

$$\bar{\mu}^* = \frac{m_0}{\mu_0} \left| \frac{u_0 R_0}{b^2} \right|^{n-1} \left| \frac{1}{H} \frac{\partial u^*}{\partial Z} \right|^{n-1} \exp\{(\ln(\mu_0) + 9.67) \times (-1 + (1 + 5.1 \times 10^{-9} P_H P)^{z_1}) - \gamma T_0 (\theta - 1)\} \quad (12)$$

3.3 The density equation

The dimensionless density of lubricant according to Dowson and Higginson[1] obeys the following relation

$$\bar{\rho} = \left(1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} P_H P}{1 + 1.7 \times 10^{-9} P_H P} \right) (1 - \beta T_0 (\theta - 1)) \quad (13)$$

3.4 Thermal conductivity of oil film

The effect of pressure on thermal conductivity has been implemented in the thermal EHD calculation by Wang.[13]

$$\bar{k}_p = 1 + \frac{\alpha_{K,1} P_H P}{1 + \alpha_{K,2} P_H P} \quad (14)$$

3.5 The film thickness equation

The film thickness, including the deformation of surface under line contact, is given as

$$H = H_0 + \frac{X^2}{2C_{RT}} + D(X) - \frac{1}{\pi} \int_{X_{inlet}}^{X_{exit}} P(X') \ln|X - X'| dX' \quad (15)$$

Where $D(X)$ is the dimensionless combined surface roughness of gear and pinion with random roughness distribution.

3.6 The load equation

The total load carrying capacity of the lubricant is due to hydrodynamic action. The dimensionless form of load balance equation is

$$\int_{X_{inlet}}^{X_{exit}} P dX = C_{WT} \left(\frac{\pi}{2} \right) \quad (16)$$

3.7 Energy equation

The surface in the contact region can be simplified as semi-infinite body. Following Carslaw and Jaeger, the heat conduction in the surface can be analyzed by ignoring the heat conduction in the X and Y directions. The time-dependent dimensionless energy equation for the oil film is then given as [12]:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} = K_{T1} \left(\frac{\bar{\rho} H^2}{k_p} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial \bar{t}} + u^* \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) - K_{T2} \left(\frac{\bar{\mu}^*}{k_p} \right) \left(\frac{\partial u^*}{\partial \bar{t}} \right)^2 - K_{T3} \left(\frac{\theta H^2}{k_p} \right) \left(\frac{\partial P}{\partial \bar{t}} + u^* \frac{\partial P}{\partial X} \right) \quad (17)$$

Where

$$K_{T1} = \frac{u_0 \rho_0 c_p b^3}{k_0 R_0^2} \quad (18)$$

$$K_{T2} = \frac{\mu_0 u_0^2}{k_0 T_0} \quad (19)$$

$$K_{T3} = \frac{\beta u_0 b^3 P_H}{k_0 R_0^2} \quad (20)$$

The boundary conditions of the energy equation are [15]

$$\theta_{1/2} = 1 \pm \frac{k_0 R_0}{\sqrt{\pi \rho_{1/2} c_{p,1/2} k_{1/2} b^3 u_0 C_{UT} \left(1 - \frac{s_0}{2}\right) x_{inlet}}} \int_{x_{inlet}}^{x_{exit}} \left(\frac{\bar{k}_p}{H} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial Z} \right)_{Z=0/1} \frac{dX'}{\sqrt{X - X'}} \quad (21)$$

$$\theta(X_{inlet}) = 1 \quad (22)$$

3.8 The friction coefficient

The friction coefficient on pinion tooth surface is defined as

$$f = \frac{\mu_0 u_0 R_0}{w_0' b C_{WT}} \int_{x_{inlet}}^{x_{exit}} \left(\frac{\bar{\mu}^*}{H} \right) \left(\frac{\partial u^*}{\partial Z} \right)_{Z=0} dX \quad (23)$$

4. Computational procedure and numerical

The numerical solution of the governing equations described above is carried out by the pressure-temperature iteration between transient modified Reynolds, elasticity and energy equations of the thermo-elastohydrodynamic lubrication with non-Newtonian lubricants, using multi-grid with full approximation scheme technique. Modified Reynolds equation is solved on a uniform grid by the finite difference method. The multi-grid technique has been utilized to improve the convergence rate.

The coupled time-dependent modified Reynolds equation, energy equation, film thickness equation, and load balance of the two surfaces in line contact with non-Newtonian lubricants are simultaneously solved using multi-grid multi-level and Newton-Raphson techniques to obtain fast convergence. The convergence criteria of pressure, temperature, and hydrodynamic load are adopted as follows:

$$\sum_{i=0}^N |P_i^{k+1} - P_i^k| / \sum_{i=0}^N P_i^{k+1} \leq 0.0001 \quad (24)$$

$$\sum_{i=0}^N |\theta_i^{k+1} - \theta_i^k| / \sum_{i=0}^N \theta_i^{k+1} \leq 0.0001 \quad (25)$$

$$\left| C_{WT} \left(\frac{\pi}{2} \right) - \int_{X_{inlet}}^{X_{exit}} P dX \right| / C_{WT} \left(\frac{\pi}{2} \right) \leq 0.0001 \quad (26)$$

During each time interval, the modified Reynolds equation, elasticity equation and energy equation are calculated using boundary conditions and initial conditions to obtain pressure and temperature distributions. In this problem, the boundary condition X_{inlet} and X_{exit} can be obtained as $X_{inlet} = -6.0$ and $X_{exit} = +2.0$.

5. Results and discussion

The gear data and the properties of lubricant used in the analysis are given in Table 1. These gear data correspond to commercially available gearbox.

Table 1 Gear data and lubricant properties

Gear Material	UNB C61300
Number of teeth (pinion : gear)	35:140
Contact ratio	1.786
Module, mm	2
Pinion speed, rpm	1,000
Nominal pressure angle, degree	20
Teeth width, mm	20
Transmitted power, kW	10.0
Elastic modulus of pinion and gear, GPa	117.0
Density of the teeth of pinion and gear, kg/m ³	7950.0
Poisson ratio of the teeth of pinion and gear	0.28
Specific heat of pinion and gear, J/kg · K	736.8
Combined surface roughness amplitude (R_{rms}), μm	0.05 0.10
Inlet temperature of lubricant, K	313.15
Inlet density of the lubricant, kg/m ³	892.80
Inlet viscosity of the lubricant, Pa · s	0.195
Viscosity-Pressure index (Z_4)	0.5685
Viscosity-Temperature coefficient, K ⁻¹	0.05763
Coefficient of thermal expansivity, K ⁻¹	0.00074
Thermal conductivity of lubricant, W/m · K	0.126
Specific heat of lubricant, J/kg · K	1870
Power law index (n)	0.975 for pseudoplastic fluid 1.000 for Newtonian fluid

Fig. 2 shows the variation of the dimensionless idealistic load, central pressure, dimensionless equivalent curvature and entrainment velocity along the line of action. The dimensionless load (C_{WT}) is 0.5 at the approach point A and suddenly increased to 1.0 at point B ($\bar{S} = -1.10 \text{ mm}$) when the load carried by one pair of teeth at that moment. The next pair of teeth comes into action at point D ($\bar{S} = 0.90 \text{ mm}$) and the load is suddenly decreased to 0.5 again. The amount of sliding reaches its highest level at the approach point. There is no sliding at the pitch point. The slip ratio reaches its highest level at the approach point. The entrainment velocity and the equivalent curvature have their lowest levels at that point too. That means this point might be the most critical from a lubricant film thickness point of view.

Fig. 3 shows the variation of minimum film thickness along the line of action and it

can be seen that the film thickness reaches its minimum at the approach point ($\bar{S} = -4.97 \text{ mm}$). The film thickness of the rough surface gear teeth is smaller than that for the smooth surface gear teeth. The minimum film thickness is $0.355 \mu\text{m}$ for smooth surface but the minimum film thickness is $0.286 \mu\text{m}$ and $0.218 \mu\text{m}$ for rough surface gear teeth with $R_{rms} = 0.05 \mu\text{m}$ and $R_{rms} = 0.10 \mu\text{m}$ respectively. This is because the high pressure fluctuation from asperities and the slip ratio result in higher temperature and lower lubricant viscosity. The transient effect is the most pronounced after points B and D. When the load is suddenly increased at point B ($\bar{S} = -0.90 \text{ mm}$), the minimum film thickness first increases from $0.725 \mu\text{m}$ to $0.742 \mu\text{m}$ for smooth surface, and from $0.727 \mu\text{m}$ to $0.737 \mu\text{m}$ for rough surface with $R_{rms} = 0.05 \mu\text{m}$ and from $0.713 \mu\text{m}$ to $0.718 \mu\text{m}$, for rough surface with $R_{rms} = 0.10 \mu\text{m}$, then decreases to $0.700 \mu\text{m}$ for smooth surface, and $0.673 \mu\text{m}$ for rough surface $R_{rms} = 0.05 \mu\text{m}$ and $0.629 \mu\text{m}$ for rough surface $R_{rms} = 0.10 \mu\text{m}$, and then increases again. It never reaches an equilibrium state until the load is halved again. When the next pair of teeth comes into action at point D ($\bar{S} = 0.40 \text{ mm}$), the load is suddenly decreased. The minimum film thickness first increases from $0.780 \mu\text{m}$ to $0.853 \mu\text{m}$ for smooth surface, $0.769 \mu\text{m}$ to $0.843 \mu\text{m}$ for rough surface $R_{rms} = 0.05 \mu\text{m}$ and $0.733 \mu\text{m}$ to $0.819 \mu\text{m}$ for rough surface $R_{rms} = 0.10 \mu\text{m}$, then decreases until it recovers at approximately 1.20 mm , the minimum film thickness value is $0.699 \mu\text{m}$ for smooth surface, the minimum film thickness are $0.700 \mu\text{m}$ and $0.724 \mu\text{m}$ for rough surface $R_{rms} = 0.05 \mu\text{m}$ and $R_{rms} = 0.10 \mu\text{m}$ respectively. This behavior can be understood by the mechanism of the squeeze effect.

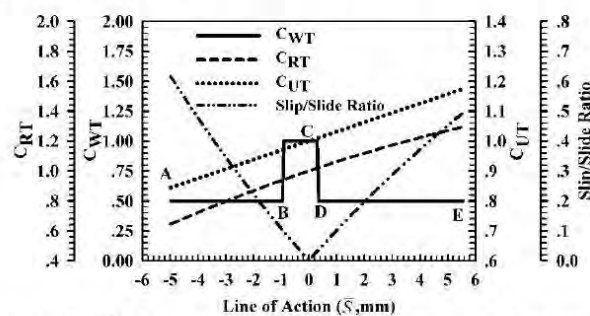


Fig.2 Variation of the load, central pressure, equivalent curvature and entrainment velocity along the line of action.

The variation of friction coefficient on pinion tooth and oil film temperature rise for smooth surface gear teeth and for rough surface gear teeth along the line of action are presented in Fig. 4(a) and Fig. 4(b). The friction coefficient and temperature rise of oil film for the rough surface gear have higher value along the line of action than those for smooth surfaces. At the approach point (point A, $\bar{S} = -4.97 \text{ mm}$), the friction coefficient and maximum film temperature are 0.102 and 67.47 deg.C for smooth surface, the friction coefficient and maximum film temperature are 0.119 and 81.48 deg.C for rough surface ($R_{rms} = 0.05 \mu\text{m}$) and the friction coefficient and maximum film temperature are 0.184 and 116.47 deg.C for rough surface ($R_{rms} = 0.10 \mu\text{m}$), respectively. When the line of action increases, the friction coefficient and maximum film temperature increase. The first peak value of friction coefficient occurs at -4.48 mm and the first peak value of film temperature occurs at -4.00 mm , the friction coefficient and the maximum film temperature are 0.171 and 109.62 deg.C for smooth surface and 0.183 and 179.53 deg.C for rough surface ($R_{rms} = 0.05 \mu\text{m}$) and 0.260 and 256.17 deg.C for rough surface ($R_{rms} = 0.10 \mu\text{m}$), then decreases until the load is suddenly increased. At $\bar{S} = -0.70 \text{ mm}$, the friction coefficient and maximum film temperature of smooth surface and rough surface reach the

peak values 0.154, 48.00 deg.C, 0.178, 113.24 deg.C, 0.411 and 268.36 deg.C, respectively, then they decrease to the minimum values at the pitch point. The friction coefficient is approximately zero and the maximum temperature is near the inlet temperature because there is no sliding. It can be seen that the highest temperature rise occurs near the approach point, which is caused by the large slip ratio. Just after the load increase occurs at point B, the friction coefficient and temperature rise reach high levels because of large load, even though the slip ratio is small. When the line of action shifts from pitch point, film temperature and friction coefficient rise up again. At $\bar{S} = +0.30$ mm, the maximum values are 0.083 and 46.11 deg.C for smooth surface, 0.099 and 49.03 deg.C for rough surface ($R_{rms} = 0.05 \mu\text{m}$) and 0.358 and 187.94 deg.C for rough surface ($R_{rms} = 0.10 \mu\text{m}$), respectively. When the next pair of teeth comes into action at point D, the film temperature and friction coefficient suddenly decrease but they increase again when the contact moves forward along the line of action. The maximum temperature rise at the approach point is higher than that of the recess point. That is because the slip ratio of the approach point is larger than those of the recess point. The friction coefficient and maximum film temperature of rough surface gear teeth increased more rapidly than the value of smooth surface gear teeth when load is suddenly increased at point B and suddenly decreased at point D because the film pressure and film viscosity were suddenly increased from the effects of asperities.

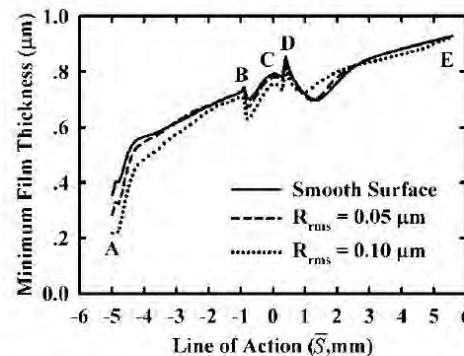
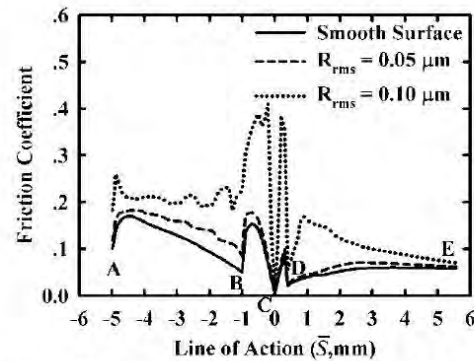


Fig.3 Variation of minimum film thickness along the line of action when lubricant is a pseudoplastic fluid.

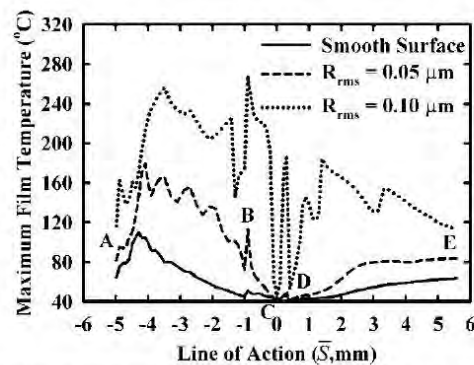
Fig. 5 shows the variation of minimum film thickness, maximum film temperature and friction coefficient along the line of action for various lubricant properties (Pseudoplastic fluid ($n=0.975$), Newtonian fluid ($n=1.0$)) for rough surface with $R_{rms} = 0.05 \mu\text{m}$. It can be seen that the minimum film thickness was dependent on power law index value. The minimum film thickness was rapidly decreased with the decrease of the lubricant power law index value; the minimum film thickness of pseudoplastic fluid lubricant is lower than the minimum film thickness for Newtonian fluid along the line of contact as shown in Fig. 5(a). At approach point, the minimum film thickness is $0.286 \mu\text{m}$ for pseudoplastic fluid and it is $0.289 \mu\text{m}$ for Newtonian fluid. When the load is suddenly increased at point B, the film thickness decreases to $0.673 \mu\text{m}$ for pseudoplastic fluid and it is $0.855 \mu\text{m}$ for Newtonian fluid. When the load is suddenly decrease at point D, the film thickness increases to $0.844 \mu\text{m}$ for pseudoplastic fluid and it is $1.054 \mu\text{m}$ for Newtonian fluid.

The maximum film temperature and friction coefficient of pseudoplastic fluid and Newtonian fluid have similar variation along the line of action as shown in Fig. 5(b) and Fig. 5(c). At the point close to the approach point (point A, $\bar{S} = -4.28$ mm), the friction coefficient and maximum film temperature are 0.183 and 179.53 deg.C for pseudoplastic

fluid and 0.178 and 149.35 deg.C for Newtonian fluid. When load is suddenly increased to double at point B, the maximum film temperature and friction coefficient rapidly increase. The friction coefficient and maximum film temperature increase to 0.178 and 113.24 deg.C for pseudoplastic fluid and 0.179 and 174.54 deg.C for Newtonian fluid; then they rapidly decrease before rapidly increasing again. The peak value of friction coefficient and maximum film temperature are 0.099 and 49.02 deg.C for pseudoplastic fluid and 0.098 and 49.81 deg.C for Newtonian fluid due to the rising of film temperature, decreasing of film viscosity and increasing of lubricant shear stress. Therefore, the friction coefficient of the lubricant film is increased. At pitch point, the friction coefficient is approximately zero and the maximum temperature is near the inlet temperature.



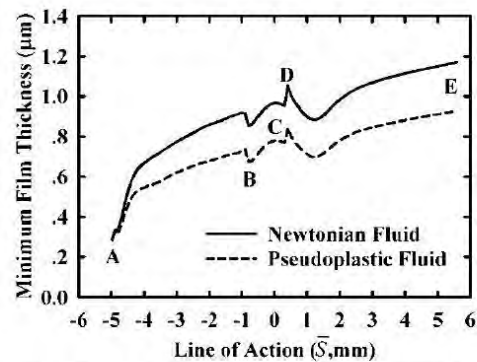
(a) Friction coefficient on pinion surface when lubricant is pseudoplastic fluid.



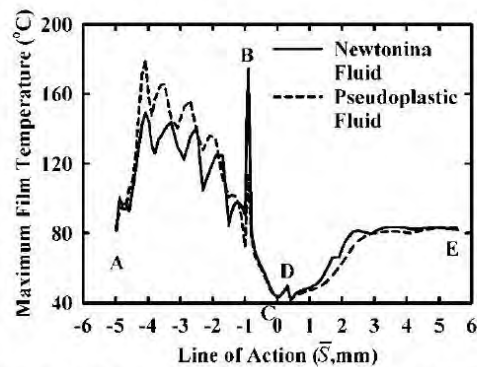
(b) Maximum temperature rise when lubricant is pseudoplastic fluid.

Fig. 4 Variation of friction coefficient on pinion surface and maximum temperature rise along the line of action

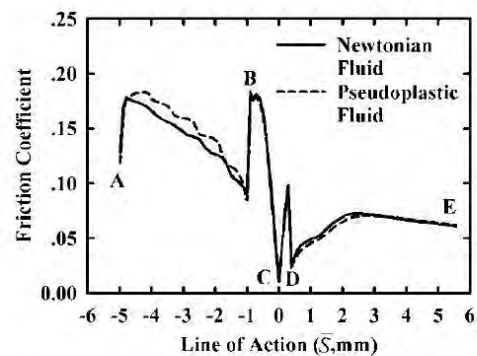
(a) Friction coefficient on pinion surface, (b) maximum temperature rise



(a) Variation of minimum film thickness along the line of action when changed lubricant properties



(b) Variation of maximum film temperature along the line of action when changed lubricant properties



(c) Variation of friction coefficient along the line of action when changed lubricant properties

Fig. 5 Variation of minimum film thickness, maximum temperature rise and friction coefficient on pinion surface along the line of action when lubricant properties are changed

(a) Minimum film thickness (b) Maximum temperature rise and (c) Friction coefficient on pinion.

During operation of spur gears, at the approach point where the gear teeth are in the first contact and at the point of the load is suddenly carried by one pair of teeth. If the load of gear teeth is increased more than the normal operating condition due to a sudden overload or impact of gear teeth as shown in Fig. 6.

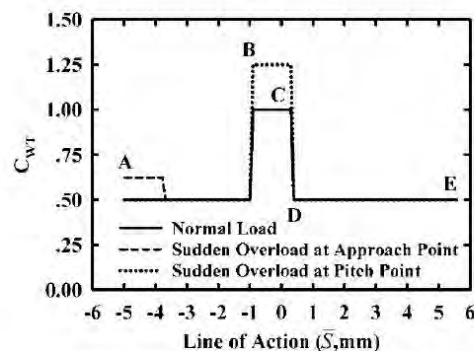
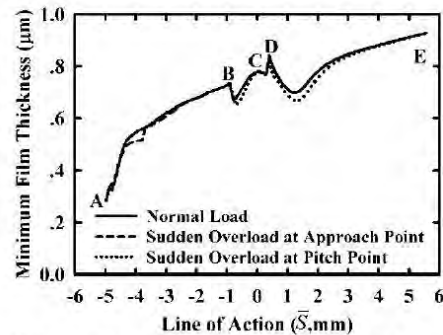


Fig. 6 Variation of the load, along the line of action when load is sudden overload at approach point and the point of the load carried by one pair of teeth

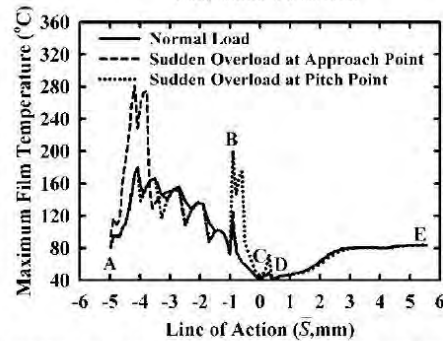
For illustration purposes in this paper, the characteristics of spur gears were investigated when subjected to a sudden overload of 25% of the normal operating load. During sudden overload or impact load at the approach point, the minimum film thickness is close to the normal operating condition because at the approach point the minimum film thickness depends on the mechanism of the squeeze effect; the minimum film thickness at the approach point is $0.286 \mu\text{m}$ for all loads conditions. When load is suddenly increased at point B, the minimum film thickness of impact load at pitch point is smaller than normal operating condition; they are $0.673 \mu\text{m}$ for normal operating condition or for impact load at inlet point, but for the operating condition with impact load at the pitch point, the minimum film thickness is $0.651 \mu\text{m}$. Near the pitch point, the minimum film thickness for impact load at pitch point is greater than the minimum film thickness for normal operating condition; the peak minimum film thickness is $0.780 \mu\text{m}$ which is close to normal operating condition. When the load is suddenly decreased at point D, the minimum film thickness increase to $0.843 \mu\text{m}$ for normal operating condition and it is $0.817 \mu\text{m}$ for impact load at pitch point, as shown in Fig 7(a).

The maximum film temperature and friction coefficient for normal operating condition are compared with the sudden overload at inlet point operating condition, as shown in Fig 7(b) and Fig 7(c). At the approach point, the friction coefficient and maximum film temperature with sudden overload at the inlet point is greater than the normal operating condition, they are 0.146 and 94.50 deg.C for sudden overload at the inlet point operating condition and they are 0.119 and 81.48 deg.C for normal operating condition. When the contact moves forward along the line of action, the friction coefficient and maximum film temperature rapidly increase, the peak value of maximum film temperature is 281.18 deg.C for impact load at inlet point operating condition and 179.53 deg.C for normal operating condition. Then it decreases until the load is suddenly increased. When load is suddenly increased at point B, the friction coefficient and maximum film temperature rapidly increase; the peak values are 0.320 and 200.85 deg.C for sudden overload at pitch point and are 0.179 and 113.24 deg.C for normal operating condition, then the friction coefficient decrease to approximately zero and the film temperature also decrease to inlet temperature at the pitch point and rapidly increasing again. The friction coefficient and maximum film temperature are 0.208 and 71.73 deg.C for a sudden overload at the pitch point and 0.099 and

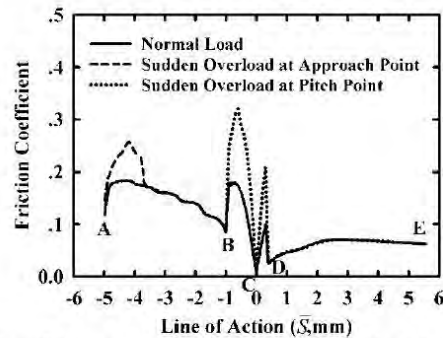
49.02 deg.C for normal operating condition because the film pressure and film viscosity were increased when load increased. When load is suddenly decreased at point D, the friction coefficient and maximum film temperature are rapidly decreased before rising up again.



(a) Variation of minimum film thickness along the line of action under sudden overload



(b) Variation of maximum film temperature along the line of action under sudden overload



(c) Variation of friction coefficient along the line of action when loads impacted

Fig. 7 Variation of minimum film thickness, maximum temperature rise and friction coefficient on pinion surface along the line of action when sudden overload occurs at approach point or at the point where the load being to be carried by one pair of teeth.

(a) Minimum film thickness, (b) Maximum temperature rise and (c) Friction coefficient on pinion.

In sudden overload at the point where the load starts being carried by one pair of teeth, the minimum film thickness is decreased, then it increases more than that for the normal operating condition due to the squeeze effect as shown in Fig 7(a). The oil film thickness and oil film temperature under sudden overload obtained from this present calculation are compared with those from the experiment presented in [16]. The results of the present scheme are in good agreement with the results from the experiment on the measured oil film thickness and the operational temperature under increase in load conditions. The oil film temperature increases with increasing in load but the oil film thickness decreases with the increasing in load. Therefore, oil film temperature and oil film thickness are the critical parameters in gear design. The maximum film temperature and friction coefficient are increased significantly as shown in Fig. 7(b) and Fig. 7(c) because near the pitch point, the motion of gear teeth is nearly pure rolling; then the film pressure and film viscosity are primarily dependent on gear tooth load being carried. That means this operating condition might be the most critical.

6. Conclusion

The time dependent Reynolds equation and energy equation were solved to obtain minimum film thickness, maximum film pressure, friction coefficient and film temperature rise in the contact region between two involute spur gears teeth with non-Newtonian fluid. The effects of rough surfaces gear teeth and two different lubricants are studied. The load is kept constant as long as two pair of teeth carried the total load and it is doubled when only one pair is in action. Normal load condition and sudden overload condition were examined. The following can be concluded as:

1. Considering the rough surface effect, the minimum film thickness is thinner than that for smooth surface gear teeth. The maximum film temperature and friction coefficient are seriously greater than for the smooth surfaces gear teeth. The gear teeth with rough surfaces could be dangerous due to high film temperature. Therefore, the surface roughness of gear teeth is significantly affected for gear design application.
2. Considering the effect of the power law index, the minimum film thickness are clearly depended on power law index value, the pseudoplastic fluid lubricant give lowest values of film thickness, film temperature and friction coefficients.
3. For spur gears under sudden overload near the pitch point, the film temperature and friction coefficient are increased significantly, that means this operating condition might be the most critical.

Acknowledgment

The authors wish to acknowledge Thailand Research Fund for the financial support under Grant No. BRG-5180019.

References

- (1) Dowson D., Higginson G. R., *Elastohydrodynamic lubrication, the fundamentals of roller and gear lubrication.*, Oxford: Pergamon; 1966.
- (2) Wang K. L., Cheng H. S., *A numerical solution to the dynamic load, film thickness and surface temperatures in spur gears, Part I - analysis.*, ASME J Mech Design 1981, vol. 103:177-87.
- (3) Wang K. L., Cheng H. S., *A numerical solution to the dynamic load, film thickness and surface temperatures in spur gears, Part II - results.*, ASME J Mech Design 1981vol.

103:188–94.

(4) Lee, R., and Hamrock, B. J., *Squeeze and Entraining Motion in Nonconformal Line Contacts Part II: Elastohydrodynamic Lubrication*, ASME J. Tribol., 1989 vol. 111, pp. 8–16.

(5) Khonsari, M. M., Wang, H. S., and Qi, Y. L., *A Theory of Liquid-Solid Lubrication in Elastohydrodynamic Regime*, ASME J. Tribol., 1989, vol. 111, pp. 256–265.

(6) Hua D. Y. and Khonsari M. M., *Application of transient elastohydrodynamic lubrication analysis for gear transmissions.*, STLE Tribol Trans 1995, vol.38:905–13.

(7) Larsson R., *Transient non-Newtonian analysis of an involute spur gear*, Wear, 1997, vol. 207, pp. 67–73.

(8) Lubrecht, A. A., Ten Napel, W. E., and Bosma, R., *Multi-grid, an Alternative Method for Calculating Film Thickness and Pressure Profiles in EHL Line Contacts*, ASME J. Tribol., 1986 vol. 108, pp. 551–556.

(9) Osborn, F. K., and Sadeghi, F., *Time Dependent Line EHD Lubrication Using the Multigrid/Multilevel Technique*, ASME J. Tribol., 1992, vol. 114, pp. 68–74.

(10) Ai, X., and Cheng, S. H., *Transient EHL Analysis for Line Contacts With Measured Surface Roughness Using Multigrid Technique*, ASME J. Tribol., 1994, vol. 116, pp. 549–558.

(11) Wang Y., Li H., Tong J. and Yang P., *Transient thermoelastohydrodynamic lubrication analysis of an involute spur gear*, Tribology International, 2004, vol. 37, pp. 773–782.

(12) Mongkolwongrojn M., Aiumpornsin C. And Thammakosol K., *Theoretical Investigation in Thermoelastohydrodynamic Lubrication With Non-Newtonian Lubricants Under Sudden Load Change*, Journal of Tribology, 2006, vol. 128, pp. 771–777.

(13) Roelands, C. J. A., *Correlation aspects of viscosity-temperature-pressure relationship of lubricating oils.*, Ph.D. thesis, Delft University of Technology, Netherlands, 1966.

(14) Wang, S., Cusano, C. and Conry, T. F., *Thermal analysis of elastohydrodynamic lubrication of line contact using the Ree-Eyring fluid model*, Journal of Tribology, 1991, vol. 113, pp. 232–244.

(15) Carslaw, J. W., and Jaeger, J. C., *Conduction of Heat in Solids*, Oxford University Press, 1959, London.

(16) Muniyappa, A., Chandramohan, S. and Seethapathy, S., *Detection and Diagnosis of Gear Tooth Wear through Metallurgical and Oil Analysis*, Japanese Society of Tribologists, Tribology Online, 2010, vol. 5, No. 2, pp. 102–110.

Effects of surface roughness on elastohydrodynamic lubrication in elliptical contact with non-Newtonian fluids

S. Rattapasakorn^{1, a}, J. Panichakorn^{2, b} and M. Mongkolwongrojn^{3, c}

^{1, 2, 3} Department of Mechanical Engineering

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand

^asountaree.t@bu.ac.th, ^bs0060102@kmitl.ac.th, ^ckmmongko@kmitl.ac.th

Keywords: Rough Surface, Modified Reynold Equation, Non-Newtonian fluid, Multigrid method.

Abstract. This paper presents the effect of surface roughness on the performance characteristics of elastohydrodynamic lubrication with non-Newtonian fluid base on Carreau viscosity model in elliptical contact. The time independent modified Reynolds equation and elastic equation were formulated for compressible fluid. Perturbation method, Newton Raphson method and full adaptive multigrid method were implemented to obtain the film pressure, film thickness profiles and friction coefficient in the contact region at various amplitude of combined surface roughness, applied loads, speeds and elliptic ratio. Simulation results show surface roughness amplitude has significant affected the film pressure in the contact region. The minimum film thickness decreases but friction coefficient increases when the combined roughness and applied loads increases. The minimum film thickness and friction coefficient both increase as the relative velocity of the ball and the plate is increase. For increasing the elliptic ratio, the minimum film thickness increases but the friction coefficient decreases.

Introduction

In the history of tribology, there has been a long-standing effort to understand the role of surface roughness in lubrication. The interest in elastohydrodynamic lubrication (EHL) has gradually shifted from the steady state smooth/rough surface problem to more complex geometries. Partially, this change can be explained by the improvement in experimental and numerical capabilities to study in subcontact scale features.

The rough surface EHL problems have historically been solved with different simplifications. The numerical solution of EHL problems were solved by Dowson and Higginson [1]. Numerical studies have started by analyzing the steady state problem by Kweh[2] and Lee[3]. Lubrecht[4], showed that the multigrid algorithm is more efficient than the Newton-Raphson method in solving EHL with roughness effect. The multigrid technique has been developed to solve transient thermoelastohydrodynamic lubrication (TEHL) by Osborn [5]. Wang [6] presented to generate non-Gaussian surfaces with specified standard deviation of mixed lubrication.

In this paper, a rough surface EHL model is presented which combined modified Reynolds equation and elastic equations. Finite difference, multigrid multilevel method with full approximate scheme techniques and Newton's method were implemented to calculate the EHL with non-Newtonian under surface asperity, applied load, surface velocity and elliptic ratio change and to determine minimum film thickness and friction coefficient in contact region.

Governing equation

The relationship between shear stress and shear rate of non-Newtonian lubricant in this work using a Carreau viscosity model can be expressed as.

$$\tau_{xz} = \mu^* \frac{\partial u}{\partial z} \quad \text{and} \quad \tau_{yz} = \mu^* \frac{\partial v}{\partial z} \quad (1)$$

Where the equivalent viscosity [7]

$$\mu^* = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty)(1 + \lambda^2 I)^{\frac{n-1}{2}}, \text{ Where } I = \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 \quad (2)$$

When applied perturbation methods to Reynolds equation. The dimensionless time independent modified Reynolds equation can be written as

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\bar{\varepsilon}_U \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \left(\frac{1}{k^2} \right) \frac{\partial}{\partial X} \left(\bar{\varepsilon}_V \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = \Lambda \left\{ \cos(\psi) \frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho} H) + \frac{\sin(\psi)}{k} \frac{\partial}{\partial Y} (\bar{\rho} H) \right\} \quad (3)$$

Where

$$\bar{\varepsilon}_U = \frac{\bar{\rho} H^3}{\bar{\mu}_U^*}, \quad \bar{\varepsilon}_V = \frac{\bar{\rho} H^3}{\bar{\mu}_V^*}, \quad \bar{\mu}_U^* = \bar{\mu}_R \left(\bar{\mu}_S^* + (n-1) \left(\bar{\mu}_S^* - \frac{\mu_\infty}{\mu_0} \right) \left(\frac{\lambda^2 K_{SH} \bar{I}_X^*}{1 + \lambda^2 K_{SH} \bar{I}^*} \right) \right)$$

$$\bar{\mu}_V^* = \bar{\mu}_R \left(\bar{\mu}_S^* + (n-1) \left(\bar{\mu}_S^* - \frac{\mu_\infty}{\mu_0} \right) \left(\frac{\lambda^2 K_{SH} \bar{I}_Y^*}{1 + \lambda^2 K_{SH} \bar{I}^*} \right) \right) \text{ and } \Lambda = \frac{96 \mu_0 R^2 V}{P_H D_X D_Y^2}$$

Boundary conditions are

$$P(X_{inlet}) = P(X_{exit}) = (\partial P / \partial X)_{X=X_{exit}} = 0 \text{ and } P(Y_{inlet}) = P(Y_{exit}) = (\partial P / \partial Y)_{Y=Y_{exit}} = 0$$

Apparent viscosity of the lubricant

The apparent viscosity in the Carreau viscosity model needs to be included the correction factor for viscosity–pressure [8]. The dimensionless apparent viscosity can be written as.

$$\bar{\mu}^* = \bar{\mu}_R \bar{\mu}_S^* \quad (4)$$

Where

$$\bar{\mu}_R = \exp \left\{ \frac{(\ln(\mu_0) + 9.67)}{(-1 + (1 + 5.1 \times 10^{-9} P_H P)^{z_1})} \right\} \text{ and } \bar{\mu}_S^* = \frac{\mu_\infty}{\mu_0} + \left(1 - \frac{\mu_\infty}{\mu_0} \right) (1 + \lambda^2 K_{SH} \bar{I}^*)^{\frac{n-1}{2}}$$

Density of the lubricant

The dimensionless density of lubricant according to Dowson and Higginson [1] obeys the following relation

$$\bar{\rho} = 1 + (0.6 \times 10^{-9} P_H P / \{1 + 1.7 \times 10^{-9} P_H P\}) \quad (5)$$

Film thickness

The film thickness, including the deformation of surface under line contact, is given as

$$H = H_0 + \frac{X^2}{2k \left(\frac{R_X}{R} \right)} + \frac{X^2}{\left(\frac{2}{k} \right) \left(\frac{R_X}{R} \right)} + D(X, Y) - \frac{4P_H R}{\pi E' D_X} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{P(X', Y') dX' dY'}{\sqrt{(X - X')^2 + k^2 (Y - Y')^2}} \quad (6)$$

Where $D(X, Y)$ is the dimensionless combined surface roughness with random roughness distribution.

Load carrying capacity

The total load carrying capacity of the lubricant is due to hydrodynamic action. The dimensionless form of load balance equation is

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(X, Y) dX dY = \frac{2\pi}{3} \quad (7)$$

Friction coefficient

The friction coefficient of surface roughness elastohydrodynamic lubrication is defined as

$$f = \sqrt{f_X^2 + f_Y^2} / w \quad (8)$$

Where

$$f_x = \frac{2\mu_0 \bar{u} R}{D_Y} \int_{X_{inlet}}^{X_{exit}} \left(\frac{\bar{\mu}^*}{H} \right) \left(\frac{\partial u^*}{\partial Z} \right)_{Z=0} dX \quad \text{and} \quad f_Y = \frac{2\mu_0 \bar{v} R}{D_X} \int_{Y_{inlet}}^{Y_{exit}} \left(\frac{\bar{\mu}^*}{H} \right) \left(\frac{\partial v^*}{\partial Z} \right)_{Z=0} dY$$

Simulation and Results

The material data and the properties of lubricant used in the analysis are given in Table 1 and Table 2 respectively.

Table 1 Material data of the ball and plate			Table 2 Property of lubricant [9]	
Material Property	Ball	Plate	Lubricant Property	PAO-100
Modulus of Elasticity, GPa	200	200	Inlet Density, kg/m ³	834
Poisson Ratio	0.3	0.3	Low Shear Strain Rate Viscosity, Pa-s	0.0698
Density, kg/m ³	7750	7750	High Shear Strain Rate Viscosity, Pa-s	0.00
Combine Amplitude	0.15		Time Relaxation, s	4.657×10 ⁻⁷
Roughness, μm			Power Law Index	0.625
			Viscosity-Pressure Index	0.3917

Fig. 1, Fig.2, Fig.3 and Fig.4 show the film pressure profile and film thickness in the contact region under $w=1,500$ N, $V=1.25$ m/s and the combined surface roughness amplitude, $R_{ms}=0.15$ μm. For smooth surface, it can be seen that the maximum film pressure reaches its maximum at the center in the contact region, and the minimum film thickness occurs near the exit in the contact region. For rough surface, the surface roughness profile, and surface asperity have significant affected the film pressure in the contact region.

Increasing the amplitude of surface roughness, the friction coefficient increases but the minimum film thickness decreases. For smooth surface, the minimum film thickness and the friction coefficient are 0.307 μm and 0.0223 respectively. When the combined roughness is increased to 0.15 μm and 0.30 μm, respectively, the minimum film thickness decreases to 0.249 μm and 0.183 μm but the friction coefficient increases to 0.037 and 0.114 respectively as shown in Fig. 5.

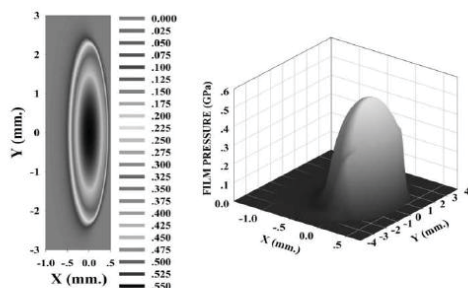


Fig 1. Film pressure profile of smooth surface

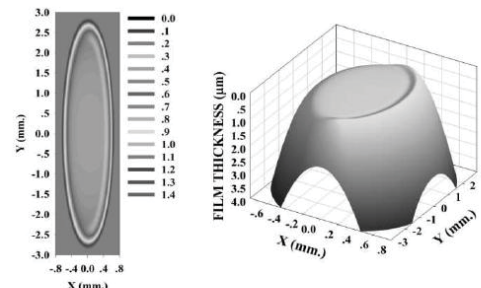


Fig 2. Film thickness profile of smooth surface

Fig. 6 shows the variation of minimum film thickness and friction coefficient for various loads. The film thickness decreases but the friction coefficient increases when the applied loads increased. For rough surface, when the applied load, $w=1,500$ N, the minimum film thickness and the friction coefficient are 0.299 μm and 0.037, respectively. When the applied loads increase to 2,500 N, the minimum film thickness decreases to 0.239 μm but the friction coefficient increases to 0.059.

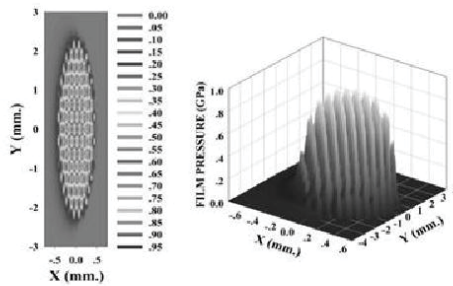


Fig 3. Film pressure profile of rough surface

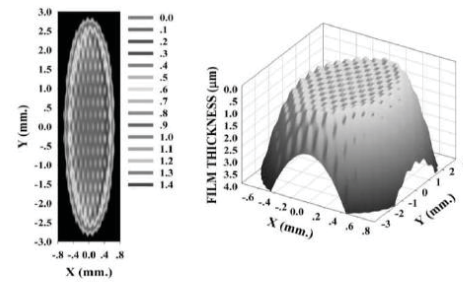


Fig 4. Film thickness profile of rough surface

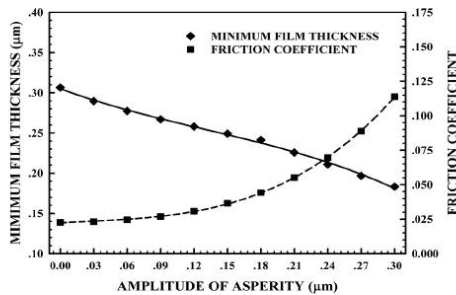


Fig 5. Minimum film thickness and friction coefficient when various amplitude of surface roughness.

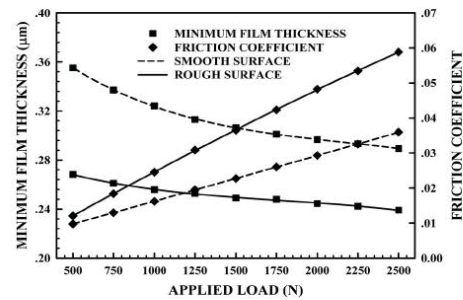


Fig 6. Minimum film thickness and friction coefficient when various applied loads.

The variation of the minimum film thickness and the friction coefficient for various average surface speeds were presented in Fig 7. The minimum film thickness increases and the friction coefficient slightly increase when surface speed increases.

Fig. 8 shows the variation of minimum film thickness and friction coefficient for varying the elliptic ratios. When elliptic ratio increases, the friction coefficient decreases but the minimum film thickness slightly increased.

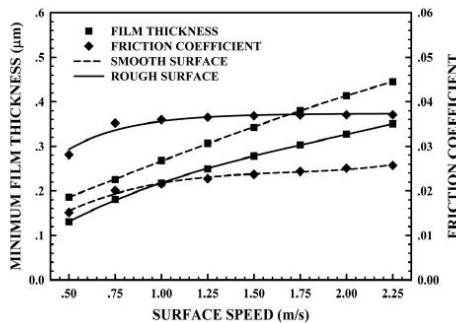


Fig 7. The minimum film thickness and friction coefficient when various surface speed

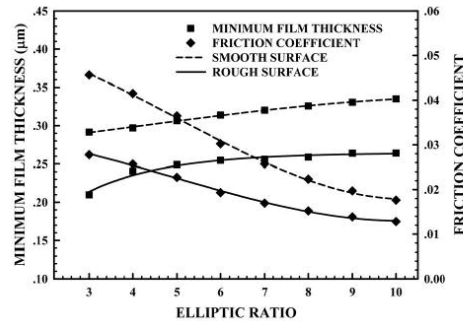


Fig 8. The minimum film thickness and friction coefficient when various elliptic ratio

Conclusion

In this research, the time independent modified Reynolds equation and elastic equation were solved to obtain minimum film thickness and friction coefficient of rough EHL in elliptical contact with non-Newtonian lubricant and can be concluded as:

1. The surface roughness has significant affect to film pressure in the contact region. The minimum film thickness decreases but friction coefficient increases when the amplitude of surface roughness increased.
2. Minimum film thickness decreases but friction coefficient increases when applied loads increases.
3. Minimum film thickness and friction coefficient both become increased as the speed increases.
4. Minimum film thickness increases but friction coefficient decreases due to the increasing of the elliptic ratio.

Acknowledgements

This research was supported by grant from Thailand Research Fund; Grant No. BRG-5180019. The additional support was received through DSI, KMITL, NSTDA and Bangkok University Thailand.

Nomenclature

$D_X/2, D_Y/2$	Semi-width of Hertzian's contact on x,y direction, m	R_X, R_Y	Radius of curvature on x/y direction, m
E'	Effective elastic modulus of Roller/Plate, Pa	S_X, S_Y	Slip ratio on x,y direction, m,
H	Dimensionless film thickness	V	Average surface velocity, m/s,
$\bar{I}^*$	Dimensionless second invariant of strain rate	w	Applied load ,N
$\bar{I}_X^*, \bar{I}_Y^*$	Dimensionless second invariant of strain rate on x/y direction	X, Y, Z	Dimensionless coordinate,
k	Elliptic ratio	Z_1	Viscosity-Pressure index
n	Power law index	μ	Equivalent viscosity, Pa-s
P	Dimensionless film pressure,	μ_0/μ_∞	Viscosity at low/high shear strain rate, Pa-s
P_H	Hertzian's contact pressure, Pa	ρ_0	Inlet density of lubricant ,kg/m ³
R	Radius of curvature, m	$\bar{\rho}$	Dimensionless density, $\bar{\rho} = \rho/\rho_0$
		λ	Time relaxation, s
		ψ	Angle of surface velocity, rad,

References

- [1] D., Dowson and G.R., Higginson, : *Elastohydrodynamic Lubrication : The Fundamental of Roller and Gear Lubri-cation*, Pergamon, Oxford, (1966).
- [2] C.C., Kweh, H.P., Evans, and R.W., Snidle : *Microelastohydrodyna-mic lubrication of an elliptical contact with transverse and three-dimensional roughness*, J. Tribology, Vol. 111 (1989), pp. 577-583.
- [3] R.T., Lee and B. J., Hamrock : *A circular non-Newtonian fluid model: Part II - used in micro-elastohydrodynamic lubrication*, J. Tribology, Vol. 112 (1990), pp. 497-505.
- [4] A.A., Lubrecht, W.E., Ten Napel and R. Bosma : *Multi-grid, an Alternative Method for Calculating Film Thickness and Pressure Profiles in EHL Line Contacts*, J. Tribology, Vol. 108 (1986), pp. 551-556.
- [5] F.K., Osborn, and F., Sadeghi : *Time Dependent Line EHD Lubrication Using the Multigrid/Multilevel Technique*, J. Tribology, Vol. 114 (1992), pp. 68-74.
- [6] W.Z., Wang, H., Chen, Y.Z., Hu, and H., Wang : *Effect of surface roughness parameters on mixed lubrication characteristics*, Tribology International, Vol. 39 (2006), pp. 522-527.
- [7] R.I., Tanner : *Engineering Rheology*, Vol. 14-15 (1985), Clarendon Press, Oxford, pp. 359.
- [8] C.J.A., Roelands : *Correlational Aspects of the Viscosity-Temperature-Pressure Relationship of Lubricating Oils*, Druk, V.R.B., Groingen, Netherland, 1969.
- [9] S., Bair and F., Qureshi : *The high pressure rheology of polymer-oil solutions*, Tribology International, Vol. 36 (2003), pp. 637-645.

Advanced Composite Materials

10.4028/www.scientific.net/AMR.482-484

Effects of Surface Roughness on Elastohydrodynamic Lubrication in Elliptical Contact with Non-Newtonian Fluids

10.4028/www.scientific.net/AMR.482-484.1057

Effect of Solid Particle on TEHL under Line Contact with Solid-Liquid Lubricant

S. Rattapasakorn^{1, a} and M. Mongkolwongrojn^{2, b}

^{1,2} Department of Mechanical Engineering

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand

^asountaree.t@bu.ac.th, ^bkmmongko@kmitl.ac.th

Keywords: Microfluid lubricant, TEHL, Modified Reynolds equation, Energy equation

Abstract The two infinitely long surfaces in line contact under thermoelastohydrodynamic lubrication with solid-liquid lubricants were investigated. The time-dependent modified Reynolds equation elasticity equation and the adiabatic energy equation have been formulated and solved numerically with initial conditions using multi-grid multi-level method with full approximation technique. The characteristics of the two surfaces in line contact under thermoelastohydrodynamic lubrication were presented as; film pressure, film temperature and oil film thickness profiles. The results of solid-liquid lubricants with micro-particle and nano-particle under thermal elastohydrodynamic lubrication were compared with the case of pure liquid lubricant.

Introduction

The lubricant film on the solid surfaces of the machine components operated in severe conditions become very thin. Therefore, the lubricant containing solid particles has greatly improved the lubrication characteristics in order to protect the contact surfaces. The surface temperature is significant factor for lubricating film to withstand shear stresses without being ruptured and repeated contacts for a long duration [1]. Dowson and Higginson [2] solved the numerical solution of EHL in 1959. The Newton-Raphson method was introduced to calculate EHL problem by Lee and Hamrock [3] in 1989. Jaw-Ren Lin [4] showed that couple stress fluid increase load carrying in the squeeze film when compare with Newtonian lubricant. Mongkolwongrojn and et al [5] investigated the film temperature and film thickness of the lubricant mixed with micro size solid particles in contact region under sudden load with non-Newtonian lubricant. In 2010 W. Habchi and et al. [6] validated thermal EHL framework for the calculation of film thickness and friction coefficient in order to investigate the effects of material properties. D.X. Peng and et al. [7] showed that diamond and SiO₂ nanoparticles as additive in liquid paraffin oil have better anti-wear and anti-friction properties than that for pure paraffin oil. Murched, Leong and Yang [8] founded that the effective thermal conductivity and viscosity of nanofluids were found to significantly increase with the particle volume fraction. Rattapasakorn and Mongkolwongrojn [9] showed a behavior of thin film lubricant with focusing on temperature effect of contact surface. It is found that the film pressure increase but film thickness decrease due to the temperature in the contact regime under TEHL. Therefore, the advantages of the solid particles are to minimize the effect of temperature on thin-film lubrication and to reduce wear in the contact region.

Governing equation

The time independent dimensionless modified Reynolds equation for infinitely long line contact can be expressed as:

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\varepsilon \frac{\partial P}{\partial X} \right) = K \left(\frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho} H) \right) \quad (1)$$

Where

$$K = \bar{u} \mu_0 R_X^2 / b^3 P_H, \quad \varepsilon = \bar{\rho} H^3 / \eta$$

The Boundary conditions are

$$X = X_{in}, P = 0; \quad X = X_{out}, P = \partial P / \partial X = 0$$

Viscosity equation

The viscosity of a Newtonian lubricant depends on pressure and temperature [10]. For the viscosity of liquid-solid lubrication in this work can be written as [11], [12]

$$\bar{\mu} = \bar{\mu}_R \cdot \bar{\mu}_T \quad (2)$$

Where

$$\bar{\mu}_R = \exp\{(\ln(\mu_0) + 9.67)(-1 + (1 + 5.1 \times 10^{-9} P_H P)^{0.2}) - \gamma T_0(\bar{\theta} - 1)\}$$

Density equation

The dimensionless density of Newtonian lubricant according to Dowson and Higginson[13] is followed as

$$\bar{\rho}_z = \left\{ 1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} P_H P}{1 + 1.7 \times 10^{-9} P_H P} \right\} (1 - \beta T_0(\bar{\theta} - 1)) \quad (3)$$

Film Thickness Equation

Including the deformation of the surfaces under line contact the dimensionless film thickness equation can be written as

$$H_i = H_0 + \frac{X_i^2}{2} - \frac{\Delta X}{2\pi} \sum_{j=0}^N P_j \left[\left| \frac{X_{i+1} + X_i}{2} - X_j \right| \left| \frac{X_i + X_{i-1}}{2} - X_j \right| \right] \quad (4)$$

Energy Equation

The dimensionless energy equation under line contact according to Hua and Khonsari [14] can be obtained as

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} = K_{T1} \left[\frac{\partial H^2}{\partial X} \right] \left[U \frac{\partial \theta}{\partial X} \right] - K_{T2} \left[\frac{\bar{\mu}}{\bar{k}_p} \right] \left[\frac{\partial U}{\partial Z} \right]^2 - K_{T3} \left[\frac{\theta H^2}{\bar{k}_p} \right] \left[U \frac{\partial P}{\partial X} \right] \quad (5)$$

Where

$$K_{T1} = \frac{\bar{u} \rho_0 C_p b^3}{k_0 R_H^2}, K_{T2} = \frac{\mu_0 \bar{u}^2}{k_0 T_0}, K_{T3} = \frac{\beta \bar{u} b^3 P_H}{k_0 R_H^2}, \bar{k}_p = 1 + \frac{1.73 \times 10^{-9} P_H P}{1 + 6.91 \times 10^{-9} P_H P}$$

The Boundary conditions are

$$\bar{\theta}_{S1/S2} = 1 + D_{1/2} \int_{N_{in}}^{N_t} \left[\frac{\bar{k}_p}{H} \right] \left[\frac{\partial \theta}{\partial Z} \right]_{Z=0/1} \frac{dX'}{\sqrt{X_t - X'}}$$

$$D_{1/2} = \frac{k_0 R_H}{\sqrt{\pi \bar{u} \rho_{1/2} C_{p,1/2} k_{1/2} b^3 \left[1 \pm \frac{S_H}{2} \right]}}, \theta_{(X=0)} = 1$$

Numerical Solution

This research is to solve the effect of particles in solid-liquid lubricant in line contact using Newton-Raphson and multi-grid multi-level method to obtain film pressure, film thickness and film temperature in the contact region. The surfaces of roller and the solid-liquid lubricant properties for the calculated are given in Table 1 and Table 2.

Table 1 Physical properties of lubricant and roller material

Property	Roller	Property	SAE-90
Elasticity modulus, GPa	205	Inlet density, kg/m ³	892.80
Density, kg/m ³	7850	Inlet viscosity, Pa-s	0.1946
Poison ratio	0.30	Viscosity-Pressure index	0.5685
Specific heat, J/(kg-K)	475	Specific heat, J/(kg-K)	1870
Thermal conductivity, W/(m-K)	50.20	Thermal conductivity, W/(m-K)	0.126

Table 2 Physical properties of Alumina [15]

Property	Alumina
Density, kg/m ³	3890
Specific heat, J/(kg-K)	729
Thermal conductivity, W/(m-K)	36
Friction Coefficient steel-alumina	0.60
Hardness, GPa	14.124

Results and Discussion

In this research, the two surfaces in line contact under thermal elastohydrodynamic lubrication with SAE-90 oil mixed with alumina particles were investigated. The applied load and mean velocity of roller are 250,000 N/m and 0.96 m/s respectively. The particle size is 2 μm in diameter and percentage of volume fraction is 0.01%. The results show that the film temperature profile and the film pressure profile are almost similar shape but the film temperature decreases rapidly at the exit in the contact region and remained stable at approximately 50 °C. Near the exit of contact region, pressure spike occurs and increases up to 0.641 GPa for film thickness and film temperature at 1.416 μm and 99.14 °C respectively.

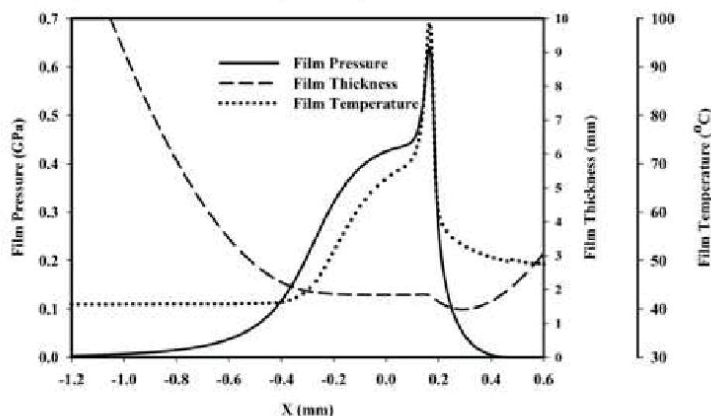


Fig.1 Film pressure, film thickness and temperature profiles for 2 μm alumina particles mixed with SAE-90.

In Figure 2, the maximum pressure of the film pressure profile is 0.635 GPa at $x = 0.141$ mm for SAE 90 and SAE 90 mixed with micro size particles but the maximum film pressure is only 0.599 GPa at $x = 0.222$ mm for SAE 90 mixed with nano size particles.

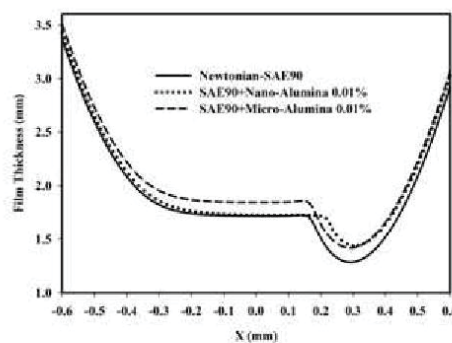
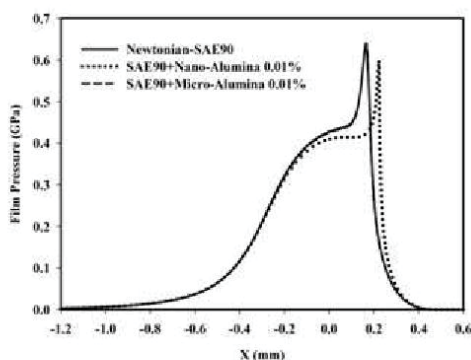


Fig.2 Pressure profiles at various lubricant. Fig.3 Film thickness profiles at various lubricant.

The minimum film thickness for SAE 90 is 1.282 μm . For SAE 90 mixed with micro size particles and SAE 90 mixed with nano size particles, the minimum film thickness are 1.416 μm and 1.437 μm respectively as shown in Figure 3. Figure 4 shows the maximum temperature for SAE 90 oil, and SAE 90 mixed with micro size particles are both equal to 100 $^{\circ}\text{C}$. The maximum temperature is 42.05 $^{\circ}\text{C}$ for SAE 90 mixed with nano size particles.

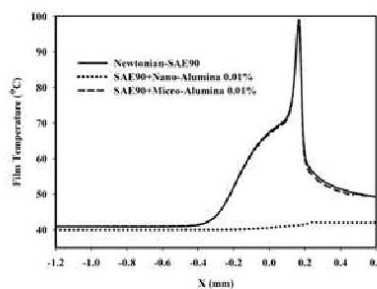


Fig.4 Film temperature profiles at various lubricant.

Conclusions

The transient thermoelastohydrodynamic lubrication characteristics of two surfaces line contact with liquid-solid non-Newtonian fluids were examined numerically. The main results presented can be summarized as:

1. For Sae 90 mixed micro size particles, The film pressure profile, film thickness profile and film temperature profile are almost identical with that for SAE 90 lubricant.
2. For Sae 90 mixed nano size particles, The film temperature decreases rapidly and the maximum temperature position shift to the exit region.

Acknowledgment

This research was supported by grant from Thailand Research Fund; Grant No. BRG-5180019. The additional support was received through DSI, KMITL, NSTDA and Bangkok University Thailand.

Nomenclature

b	Semi-width of Hertzian contact, m	μ_e	Inlet viscosity, Pa-s
H	Dimensionless film thickness	$\bar{\mu}_s$	Dimensionless viscosity of Microfluid, Pa-s
$\bar{k}_s$	Dimensionless thermal conductivity	ρ_d	Inlet density of lubricant, kg/m ³
P_H	Hertzian's contact pressure, Pa	β	Coefficient of thermal expansively, 1/K
R_R	Radii of curvature of Roller, m	θ_s	Dimensionless surface temperature
T_0	Inlet temperature, K		
$\bar{u}$	Mean velocity of roller, m/s		
Z_1	Viscosity-Pressure index		

References

- [1] Stephen M. Hsu: *Nanolubrication: Concept and Design*, in *Nanotribology Critical Assessment and Research Needs*, Springer, New Delhi (2006), pp. 327-346.
- [2] D. Dowson and G.R. Higginson: *Numerical Solution to Elastohydrodynamic Problem*, J. Mech. Eng. Sci., vol. 1 (1959), pp. 6-15.
- [3] R. Lee and B. J. Hamrock: *Squeeze and Entraining Motion in Non-conformal Line Contacts Part II: Elastohydrodynamic Lubrication*, ASME J. Tribol., vol. 111 (1989), pp. 8-16.
- [4] Jaw-Ren Lin: *Squeeze film characteristics of finite journal bearings: couple stress fluid model*, Tribology International, Vol. 31 (1998), pp. 201–207.
- [5] M. Mongkolwongrojn, C. Aiumpornsin and K. Thammakosol: *Theoretical Investigation in Thermoelastohydrodynamic Lubrication With Non-Newtonian Lubricants Under Sudden Load Change*, Journal of Tribology, vol. 128 (2006), pp. 771–777.
- [6] W. Habchi and et al.: *Influence of pressure and temperature dependence of thermal properties of a lubricant on the behaviour of circular TEHD contacts*, Tribology International, Vol. 43 (2010), pp. 1842–1850.
- [7] D. X. Peng and et al.: *Tribological properties of diamond and SiO₂ nanoparticles added in paraffin*, Tribology International, Vol. 42 (2009), pp. 911–917.
- [8] S.M.S Murshed, K.C. Leong and C. Yang: *Investigations of thermal conductivity and viscosity of nanofluids*, International Journal of Thermal Science, Vol. 47 (2008), pp. 560–568.
- [9] S. Rattapasakorn and M. Mongkolwongrojn: *Analysis of Two Surfaces in line contact under TEHL with Non-Newtonian Lubricants*, Applied Mechanics and Materials, Vol. 148-149 (2012), pp. 736-742.
- [10] Roelands, C.J.A.: *Correlational Aspects of the Viscosity-Temperature-Pressure Relationship of Lubricating Oils*, Druk, V.R.B., Groingen, Netherland (1969).
- [11] M. Chandrasekar, S. Suresh and A. Chandra Bose: *Experimental investigations and theoretical determination of thermal conductivity and viscosity of Al₂O₃/Water nanofluid*, Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 34 (2010), pp. 210-216.
- [12] H.G. Rylander : *A Theory of Liquid-Solid Hydrodynamic Film Lubrication*, ASLE Journal of the American Society of Lubrication Engineering (1966), pp. 264-271.
- [13] D. Dowson and G.R. Higginson: *Elastohydrodynamic Lubrication: The Fundamental of Roller and Gear Lubrication*, Pergamon, Oxford (1966).
- [14] Hua, D. Y. and Khonsari, M. M.: *Elastohydrodynamic Lubrication by Powder Slurries*, ASME J. Tribology, Vol. 118 (1996), pp. 67-73.
- [15] M. Javadi and M. Tajdari: *Experiment investigation of the friction coefficient between aluminium and steel*, Materials Science-Poland, Vol. 24 (2006), pp. 305-310.

Advanced Composite Materials

10.4028/www.scientific.net/AMR.482-484

Effect of Solid Particle on TEHL under Line Contact with Solid-Liquid Lubricant

10.4028/www.scientific.net/AMR.482-484.1426

Transient EHL of Two Surfaces under Elliptical Contact with Non-Newtonian Lubricant

Mongkolwongrojn, Mongkol^{1, a} and Panichakorn, Jesda^{2, b}

^{1,2}Department of Mechanical Engineering

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand

^akmmongko@kmitl.ac.th, ^bs0060102@kmitl.ac.th

Keywords: Modified Reynolds equation, non-Newtonian Carreau viscosity model, elliptical contact, EHL.

Abstract. This paper presents the effects of a sudden load change and sudden speed change on the performance characteristics of two surfaces under elliptical contact with elastohydrodynamic lubrication. The non-Newtonian lubricant for the research work are modeled based on Carreau viscosity model. The time dependent modified Reynolds equation and elastic equation were formulated for compressible fluid. Perturbation method, Newton Raphson method and full adaptive multigrid method were implemented and solved to obtain the film pressure, film thickness profiles and friction coefficient in the contact regime at various applied loads and speeds. Simulation results show the friction coefficient increase significantly under sudden loads. The minimum film thickness and friction coefficient both decrease significantly as speed is decreased.

Introduction

Machine elements are often subjected to non-steady state operating conditions. For example, the cyclic variations in load are always experienced in gears and rolling element bearings, while cyclic variations in speed are often found in reciprocating seals. Transient variations in load or speed are typical examples of non-steady state operating conditions. The main characteristics of the transient variation are the sudden changes in load or speed in a relatively short period of time.

The unsteady EHL problem has historically been solved with different simplifications. The numerical solution of EHL problems was solved by Dowson and Higginson[1]. Kweh[2] and Lee[3], they started the analysis of the problem in steady state. The experimental results and the numerical solutions for the circular point contact under oscillating conditions have good qualitative agreement by Vahid[4]. Jin [5], he showed that the time period of the load impulse is important for transient condition. Lubrecht[6], he has implemented the multigrid algorithm is more efficient than the Newton-Raphson method in solving EHL with roughness effect. The multigrid technique has been developed to solve transient thermoelastohydrodynamic lubrication (TEHL) by Osborn[7].

In this paper, the transient EHL model is presented for two surfaces in elliptical contact. The combined modified Reynolds equation and elastic equations were formulated. Finite difference, multigrid multilevel method with full approximate scheme techniques and Newton's method were implemented. The characteristics of two surfaces under elastohydrodynamic lubrication with non-Newtonian lubricant for both various load change, and surface velocity change were examined.

Governing Equation

The relationship between shear stress and shear rate of non-Newtonian fluid based on Carreau viscosity model in this research work can be expressed as.

$$\tau_{xz} = \mu^*(\partial u / \partial z) \quad \text{and} \quad \tau_{yz} = \mu^*(\partial v / \partial z) \quad (1)$$

Applying the perturbation method, the dimensionless time dependent modified Reynolds equation can be written as

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\bar{\epsilon}_U \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \left(\frac{1}{k^2} \right) \frac{\partial}{\partial X} \left(\bar{\epsilon}_V \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = \Lambda \left\{ C_{UT} \cos(\psi) \frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho} H) + C_{VT} \frac{\sin(\psi)}{k} \frac{\partial}{\partial Y} (\bar{\rho} H) + \frac{\partial}{\partial T} (\bar{\rho} H) \right\} \quad (2)$$

$$\text{Where } C_{UT} = \bar{u}/V, \quad C_{VT} = \bar{v}/V, \quad \Lambda = 96\mu_0 R^2 V / P_H D_X D_Y^2 \quad \text{and} \quad V = \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} \quad (3)$$

$$\bar{\epsilon}_U = \bar{\rho} H^3 / \bar{\mu}_U^*, \quad \bar{\epsilon}_V = \frac{\bar{\rho} H^3}{\bar{\mu}_V^*}, \quad \psi = \tan^{-1}(\bar{v}/\bar{u}), \quad \bar{\rho} = \rho/\rho_0 \quad \text{and} \quad k = D_Y/D_X \quad (4)$$

$$1/R = 1/R_X + 1/R_Y, \quad D_X/2 = 2(6\xi w R / \pi k E')^{1/3} \quad \text{and} \quad D_Y/2 = 2(6k^2 \xi w R / \pi E')^{1/3} \quad (5)$$

$$\bar{\mu}_U^* = \bar{\mu}_R \left(\bar{\mu}_S^* + (n-1) \left(\bar{\mu}_S^* - \frac{\mu_\infty}{\mu_0} \right) \left(\frac{\lambda^2 K_{SH} \bar{I}_X^*}{1 + \lambda^2 K_{SH} \bar{I}^*} \right) \right), \quad \bar{I}_X^* = \left(\frac{S_X}{H} \right)^2 \quad \text{and} \quad \bar{I}_Y^* = \left(\frac{S_Y}{H} \right)^2 \quad (6)$$

$$\bar{\mu}_V^* = \bar{\mu}_R \left(\bar{\mu}_S^* + (n-1) \left(\bar{\mu}_S^* - \frac{\mu_\infty}{\mu_0} \right) \left(\frac{\lambda^2 K_{SH} \bar{I}_Y^*}{1 + \lambda^2 K_{SH} \bar{I}^*} \right) \right), \quad K_{SH} = \left(\frac{4RV}{D_X D_Y} \right)^2 \quad \text{and} \quad \bar{I}^* = \bar{I}_X^* + \bar{I}_Y^* \quad (7)$$

Boundary conditions are

$$P(X_{IN}) = P(X_{OUT}) = (\partial P / \partial X)_{X=X_{OUT}} = P(Y_{IN}) = P(Y_{OUT}) = (\partial P / \partial Y)_{Y=Y_{OUT}} = 0 \quad (8)$$

The apparent viscosity equation

The apparent viscosity in the Carreau viscosity model[8] needs to be included as a correction factor for viscosity-pressure [9]. The dimensionless apparent viscosity can be written as

$$\bar{\mu}^* = \bar{\mu}_R \bar{\mu}_S^* \quad (9)$$

Where

$$\bar{\mu}_R = \exp\{(\ln(\mu_0) + 9.67)(-1 + (1 + 5.1 \times 10^{-9} P_H P)^{z_1})\} \quad (10)$$

$$\bar{\mu}_S^* = \mu_\infty / \mu_0 + (1 - \mu_\infty / \mu_0) (1 + \lambda^2 K_{SH} \bar{I}^*)^{\frac{n-1}{2}} \quad \text{Where } P_H = 6w / \pi D_X D_Y \quad (11)$$

The density equation

The dimensionless density of lubricant according to Dowson and Higginson[1] obeys the following relation

$$\bar{\rho} = 1 + 0.6 \times 10^{-9} P_H P / (1 + 1.7 \times 10^{-9} P_H P) \quad (12)$$

The film thickness equation

The film thickness for deformation of the surfaces under elliptical contact can be written as

$$H = H_0 + X^2 / \left\{ 2k \left(\frac{R_X}{R} \right) \right\} + Y^2 / \left\{ \left(\frac{2}{k} \right) \left(\frac{R_X}{R} \right) \right\} - \frac{4P_H R}{\pi E' D_X} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{P(X', Y', T) dX' dY'}{\sqrt{(X - X')^2 + k^2(Y - Y')^2}} \quad (13)$$

The load equation

The total load carrying capacity of the lubricant is due to hydrodynamic action. The dimensionless form of load balance equation is

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(X, Y) dX dY = \frac{2}{3} C_{WT} \pi \quad \text{Where } C_{WT} = w/w_0 \quad (14)$$

The friction coefficient

The friction coefficient of surface roughness elastohydrodynamic lubrication is defined as

$$f = \sqrt{f_X^2 + f_Y^2} / w \quad (15)$$

Where

$$f_x = \frac{2\mu_0 \bar{u} R}{D_Y} \int_{X_{inlet}}^{X_{exit}} \left(\frac{\bar{\mu}^*}{H} \right) \left(\frac{\partial u^*}{\partial Z} \right)_{Z=0} dX \quad \text{and} \quad f_Y = \frac{2\mu_0 \bar{v} R}{D_X} \int_{Y_{inlet}}^{Y_{exit}} \left(\frac{\bar{\mu}^*}{H} \right) \left(\frac{\partial v^*}{\partial Z} \right)_{Z=0} dY \quad (16)$$

Computational procedure and numerical calculation

The numerical solution of the governing equations described above were solved numerically using pressure iteration. The modified Reynolds equation, elastic equation, density equation and viscosity equation under elastohydrodynamic lubrication with non-Newtonian lubricants were calculated using multigrid and Newton's method with full approximation scheme technique. The multigrid technique has been utilized to improve the convergence rate in this calculation. The convergence criteria of pressure and hydrodynamic load are adopted as follows:

$$\sum_{i=0}^{N_X} \sum_{j=0}^{N_Y} |P_{i,j}^{k+1} - P_{i,j}^k| / \sum_{i=0}^{N_X} \sum_{j=0}^{N_Y} P_{i,j}^{k+1} \leq 0.0001 \quad (15)$$

$$\left| \frac{2}{3} C_{WT} \pi - \int_{X_{inlet}}^{X_{exit}} \int_{Y_{inlet}}^{Y_{exit}} P dX dY \right| / \frac{2}{3} C_{WT} \pi \leq 0.0001 \quad (16)$$

RESULTS and DISCUSSION

The geometry and the coordinate of a ball and flat plate are defined as shown in Fig. 1. The material data and the properties of lubricant used in the analysis are given in Table 1 and Table 2.

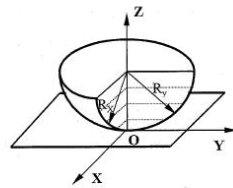


Fig. 1 Geometry and coordinate of a ball and flat plate

Table 1. Material data of the ball and plate

Material Property	Ball	Plate
Modulus of Elasticity, GPa	200	200
Poisson ratio	0.3	0.3
Density, kg/m ³	7750	7756
Radius of Ball, R _X /R _Y , m	0.05/0.60	

Table 2. Property of lubricant [10]

Lubricant Property	PAO-100
Inlet Density, kg/m ³	834
Low Shear Rate Viscosity, Pa-s	0.0698
High Shear Rate Viscosity, Pa-s	0.00
Time Relaxation, s	4.657x10 ⁻⁷
Power Law Index	0.625
Viscosity-Pressure Index	0.3917

Fig. 2, shows the contour of the film thickness in the contact region under normal load, $w_0 = 1500$ N, $V = 1.25$ m/s. For initial load, $w = 1500$ N, as shown in Fig. 2(a), the minimum film thickness is $0.306 \mu\text{m}$ at $x = 0.469$ mm and $y = 0.000$ mm. At time $t = 0.50$ ms, the dimensionless transient load, C_{WT} , is increased to 1.354 but the minimum film thickness is decreased to $0.229 \mu\text{m}$ at $x = 0.516$ mm and $y = 0.039$ mm as shown in Fig. 2(b). Fig. 2(c), shows the film thickness contour at time $t = 1.00$ ms and applied load $w = 2250$ N, the minimum film thickness increase to $0.305 \mu\text{m}$ at $x = 0.539$ mm and $y = 0.039$ mm due to the increasing of film viscosity.

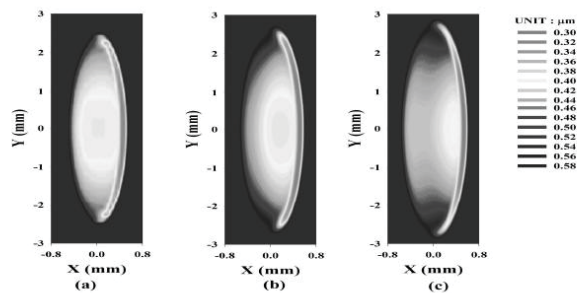


Fig. 2 Transient Film thickness contours for $w_0 = 1500$ N, $V = 1.25$ m/s and maximum $C_{WT} = 1.5$
 (a) at initial condition,
 (b) at time = 0.5 ms after load change and
 (c) at time = 1 ms after load change

For increasing the sudden load, the minimum film thickness slightly decrease and then increase rapidly within 2 ms after that the minimum film thickness slightly decrease to the steady state condition at time approximately equal to 8.0 ms. The friction coefficient increases significantly when the load is increased. The shape of the profile on friction coefficient and applied load are very similar as shown in Fig. 3. The maximum friction coefficient are 0.0263, 0.0301 and 0.0339 for maximum sudden loads, C_{WT} , are 1.25, 1.50 and 1.75, respectively.

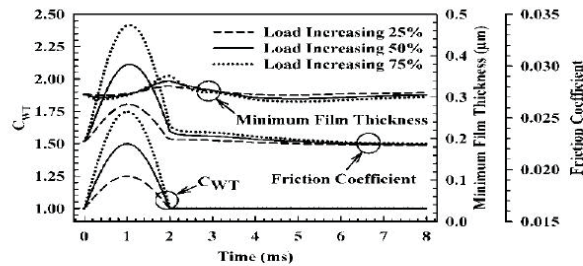


Fig.3 The dimensionless transient load, C_{WT} , minimum film thickness, and friction coefficient when various maximum sudden loads condition

Fig. 4, shows the film thickness contour in the contact regime under normal load, $w = 1500$ N, $V_0 = 1.25$ m/s. The minimum film thickness is $0.306 \mu\text{m}$ at $x = 0.469$ mm and $y = 0.000$ mm at the initial condition, $V = 1.25$ m/s, as shown in Fig. 4(a). At time equal to 0.50 ms, The speed is decreased to 0.808 m/s, the minimum film thickness is $0.300 \mu\text{m}$ at $x = 0.469$ mm and $y = 0.039$ mm as shown in Fig. 4(b). When time is 1.00 ms and $V = 0.625$ m/s, the minimum film thickness decrease to $0.290 \mu\text{m}$ at $x = 0.469$ mm and $y = 0.039$ mm as shown in Fig. 4(c).

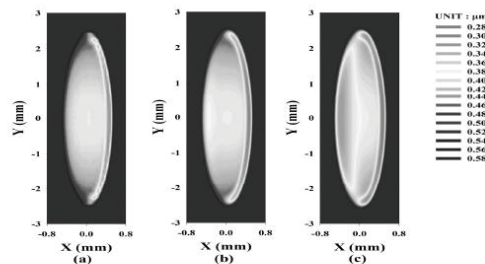


Fig. 4 Transient Film thickness contours for $w_0 = 1500$ N, $V_0 = 1.25$ m/s and minimum $C_{WT} = 0.5$

- (a) at initial load and speed conditions,
 (b) at time = 0.5 ms after speed change and
 (c) at time = 1 ms after speed change

After reach the peak speed condition, the friction coefficient decreases speed is decreased but for time more than 1.8 ms, friction coefficient increase because of the increasing in lubricant shear strain rate. It approaches the steady state condition at time approximately equal to 7.0 ms. The minimum friction coefficients are 0.0129, 0.0146 and 0.0081 for the minimum speed, C_{UT} , are 0.75, 0.50 and 0.25, respectively. The minimum film thickness decreases when the transient sudden speed is decreased and then the minimum film thickness increases again to the steady state condition as shown in Fig. 5.

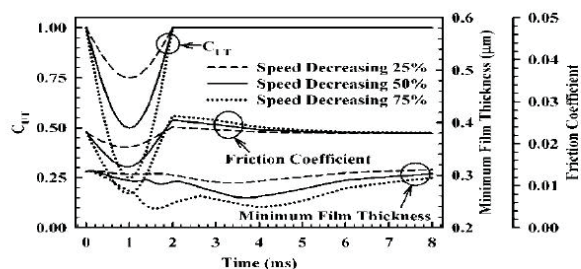


Fig. 5 The dimensionless transient speed, C_{UT} , minimum film thickness, and friction coefficient when various minimum sudden speeds condition

Conclusions

In this research, the time dependent modified Reynolds equation and elastic equation were formulated and solved

numerically for two surfaces in elliptical contact with non-Newtonian lubricant under sudden change in load and speed conditions. The characteristics of two surfaces in elliptical contact under EHL were examined for isothermal condition and can be concluded as:

1. Minimum film thickness slightly decreases but friction coefficient rapidly increases when transient sudden loads increases.
2. Both minimum film thickness and friction coefficient decrease as the transient sudden speed decreases.
3. For decreasing the transient speed, C_{UT} , the film thickness at entrance contact region decreases.

Acknowledgment

This paper was supported by grant from Thailand Research Fund; Grant No. BRG-5180019. The additional funding was received through the Collage of Data Storage Innovation KMITL (DSI – KMITL) and NSTDA for research Unit on Tribology and Mechanical Engineering.

References

- [1] D. Dowson, G.R. Higginson : *Elastohydrodynamic Lubrication : The Fundamental of Roller and Gear Lubrication* , Pergamon, Oxford, 1966.
- [2] C.C. Kweh, H.P. Evans and R.W. Snidle : *Microelastohydrodynamic lubrication of an elliptical contact with transverse and three-dimensional roughness*, Trans. ASME, J. Tribology Vol. 111(1989), pp. 577-583.
- [3] R.T. Lee and B.J. Hamrock : *A circular non-Newtonian fluid model: Part II - used in micro-elastohydrodynamic lubrication*, Trans. ASME, J. Tribology Vol. 112(1990), pp. 497-505.
- [4] D.J. Vahid, H. Rahnejat, Z.M. Jin and D. Dowson : *Transient analysis of isothermal elastohydrodynamic circular point contacts*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science Vol. 215(2001), pp. 1159-1172.
- [5] Z.M. Jin, P. Yang, J. Cui and D. Dowson : *Transient elastohydrodynamic analysis of elliptical contacts. Part I: isothermal and Newtonian lubricant solution*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part J: Journal of Engineering Tribology Vol. 218(2004), pp. 211-224.
- [6] A.A. Lubrecht, W.E. Ten Napel and R. Bosma : *Multi-grid, an Alternative Method for Calculating Film Thickness and Pressure Profiles in EHL Line Contacts*, ASME, J. Tribology Vol. 108(1986), pp. 551-556.
- [7] F.K. Osborn, and F. Sadeghi : *Time Dependent Line EHD Lubrication Using the Multigrid/Multilevel Technique*, ASME, J. Tribology Vol. 114(1992), pp. 68-74.
- [8] R.I. Tanner : *Engineering Rheology*, Clarendon Press, Oxford, , Vol. 14-15 (1985), pp. 359.
- [9] C.J.A. Roelands : *Correlational Aspects of the Viscosity-Temperature-Pressure Relationship of Lubricating Oils*, Druk, V.R.B., Groingen, Netherland, 1969.
- [10] S. Bair and F. Qureshi : *The high pressure rheology of polymer-oil solutions*, Tribology International Vol. 36(2003), pp. 637-645.

Management, Manufacturing and Materials Engineering
10.4028/www.scientific.net/AMR.452-453

**Transient EHL of Two Surfaces under Elliptical Contact with Non-Newtonian
Lubricant**
10.4028/www.scientific.net/AMR.452-453.1291

Influence of Speed-up and Speed-down on Internal Stresses of Wound Rolls in Web handling Process

Mongkol Mongkolwongrojn^{1,a} and Puttha Jeenkour^{2,b}

^{1,2} Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology
 Ladkrabang (KMUTL), Bangkok, Thailand 10520

^a kmmongko@kmutl.ac.th, ^b s9060105@kmutl.ac.th

Keywords: Internal stresses, Wound roll, Speed-up, Speed-down, Web handling system, Wrinkle and Slippage

Abstract. In web winding process, the effects of speed-up and speed-down on internal stresses of wound roll have been investigated. The air-entrainment can be obtained theoretically using the modified nonlinear Hakiel model. In this research work, air-entrainment model established by Hamrock and Dowson was applied to estimate the initial air film layers into a wound roll in the winding system with a nip-roller. Moreover, the characteristics of a wound roll were examined under varying tension and varying speed conditions. The numerical results showed the radial stress, tangential stress, and friction force distributions at central inside a wound roll under the condition for a wound roll without wrinkle and slippage phenomena.

Introduction

The web handling systems are the important part of thin film production processes such as optical film, paper sheet, printed electronic film and so on which operates under using continually transported by a roll-to-roll conveyance system. Each process in web handling can be mainly shown in Fig. 1 which consists of casting, stretching, and winding. The final process of web handlings are well known and called the winding systems. The winding processes have been used for storage thin film web as multiple layers which normally called a wound roll. According to the prediction of IDTechEx report in 2009[1], the market for potentially printed electronics, including organics, inorganic and composites, will go up from \$1.92 billion in 2009 to \$57.16 billion in 2019. Therefore, in order to support the increasing of demand for the future, the web handling technology should be improved as soon as possible for saving energy, increasing the production efficiency, and so on. According to the history research work in flexible web technology can be found in references [2-7]. However, the previous works did not consider the effect of speed-up and speed-down in web handling process so the aim of this paper is to investigate the effect of time delay on a speed-up and a speed-down in condition that prevented a wound roll from wrinkle and slippage phenomena.

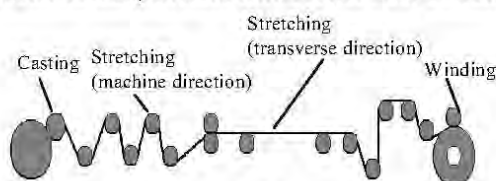


Fig. 1 Schematic of web handling process

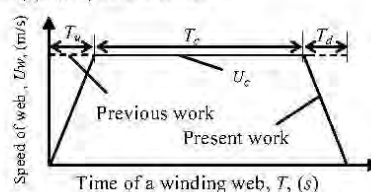


Fig. 2 Profile of winding velocity

Speed-up and speed-down delay in winding system

The speed of web through winding both previous work and present work was shown in Fig.2. The dash line is the speed of web that used in previous works, and the solid line is the speed of web including the effect of a speed-up delay, T_u , and a speed-down delay, T_d , that considered in this paper. The speed-up delay occurs in web handling processes at the beginning of operation namely when machine operates, the speed of web will increase from non-moving status to the controlled speed or

constant speed status, U_c , so this period is called a speed-up delay. In the same way, the speed-down delay occurs in web handling processes near the end of operation namely the speed of web will decrease from constant speed to non-moving condition so this period is called a speed-down delay. The mathematical model for winding speed of web through winding operation as shown in Fig. 2 can be divided to three regions and can be expressed as

$$U_{w,i} = (U_c/T_u)T_i \text{ (for } 0 \leq T_i < T_u); U_{w,i} = U_c \text{ (for } T_u \leq T_i \leq T_u + T_c); U_{w,i} = (U_c/T_d)(T_i - T_u - T_c) \text{ (for } T_i > T_u + T_c) \quad (1)$$

For the length of web that has been already reeled as a wound roll, we can evaluated by using integer of Eq. 1 so the relationship between the length of web reeled, time and the radius of a wound roll during winding can expressed as:

$$L_i = \int_{T=0}^{T=T_i} U_w dT = \sum_{i=1}^n 2\pi r_i \quad (2)$$

Where L_i is the length of web reeled, T_i is time, r_i is the radius of a wound roll, and the subscript of i indicate the current of web layer.

Internal stresses of a wound roll with air-entrainment

The characteristics of wound rolls can be explained with the internal stresses that consist of at least two directions as shown in Fig. 3. The radial stress is defined as σ_r and the tangential stress is defined as σ_t . By using non-linear Hakiel model including the effect of air-film layers in-roll can be expressed in Eq. 3 [6], the incremental radial stress in each layers during winding can be evaluated. According to the effect of air-film layers in-roll can be explained by the equivalent Young's modulus in radial and tangential direction (E_{req} , E_{teq}) as shown in Eq. 4 respectively.

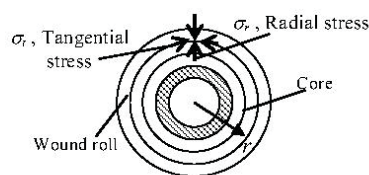


Fig. 3 Typical of internal stresses

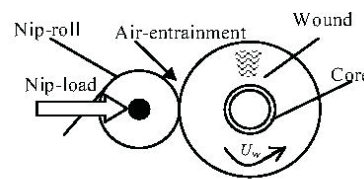


Fig. 4 Diagram of the simplest winding with nip-roll

$$r^2 \left(\partial^2 \Delta \sigma_r / \partial r^2 \right) + (3 - \nu) r \left(\partial \Delta \sigma_r / \partial r \right) + (1 - E_{teq} / E_{req}) \Delta \sigma_r = 0 \quad (3)$$

$$E_{teq} = (t_w / (t_w + h)) E_t, \quad E_{req} = (t_w + h) / (t_w / E_r + h / E_{ra}), \quad (4)$$

Where Young's modulus of air layer inside a wound roll with nip-load can be given as follows.

$$E_{ra} = (|\sigma_r| + p_a)^2 / \left(\left(T_w \right|_{r_{out}} + \mu_k Nip / W \right) / r_{out} + p_a \quad (5)$$

The simple winding process with nip-roll is presented in Fig. 4. Where W is the web width, t_w is the web thickness, T_w is a web tension, E_r is the radial Young's modulus, E_t is the tangential Young's modulus, ν is a Poisson's ratio of wound roll, h is the air film layer that estimated by Hamrock et al. [7] in case of the winding system with nip-roller, p_a is the ambient pressure, R_q is the equivalent RMS roughness of web, μ_s is static friction coefficient and μ_k is defined as a kinetic friction coefficient that can be estimated by Hashimoto's formulation below [8].

$$\mu_k = \mu_s \text{ for } h < R_q; \mu_k = (\mu_s / 2) (3 - h / R_q) \text{ for } R_q \leq h \leq 3R_q; \mu_k = 0 \text{ for } h > 3R_q \quad (6)$$

Therefore, radial stress at the i th layer of a wound roll can be evaluated by summing all increment radial stresses in each layer from the $i+1$ layer up to the n th layer (final layer of winding) as follows

$$\sigma_{ri} = \sum_{j=i+1}^n \Delta\sigma_{ri,j} \quad (7)$$

By using the force equilibrium in polar coordinate, the relationship between radial stress and tangential stress can be formulated as:

$$\sigma_t = r(\partial\sigma_r / \partial r) + \sigma_r \quad (8)$$

For friction force inside a wound roll, F_i can be written as.

$$F_i = 2\pi r_i \mu_{k,i} |\sigma_{r,i}| W \quad (9)$$

Wrinkle and slippage phenomena of wound rolls

Since unsuitable internal stresses of wound rolls, the wrinkle and the slippage phenomena can occur in wound rolls namely small radial stress or more air-entrainment lead to low friction force in-roll and slippage phenomenon, and the negative tangential stress in-roll (compressive stress) lead to the wrinkle phenomenon. In order to prevent problems as already mentioned, the tangential stress and friction force in-roll should be expressed as

$$\sigma_{t,i} > 0 \quad ; \quad F_i > F_{ref}, \text{ for } (1.0 < r/rc < 2.1) \quad (10)$$

Where F_{ref} is the critical friction force that web layers in roll performs as slipping each other. According to this value for a PET wound roll, we refer to the empirical proposed by Hashimoto [8] and it is 50 gravity force.

Numerical analysis

The governing equation in Eq. 3 is discretized to N number of locations along the roll radii by using the finite different method. Once the derivatives are replaced with central difference approximations, the governing equation can be rewritten as

$$(r^2 / \Delta r^2 - 3r / 2\Delta r) \Delta\sigma_r(i-1) + (-2r^2 / \Delta r^2 + 1 - E_{ieq} / E_{req}) \Delta\sigma_r(i) + (r^2 / \Delta r^2 + 3r / 2\Delta r) \Delta\sigma_r(i+1) = 0 \quad (11)$$

Considering nip-induced tension, the boundary conditions at outermost and innermost of the roll can be expressed as:

$$\Delta\sigma_{r,out} = -\left(T_w|_{r_{out}} + \mu_k Nip / W\right) / r_{out} \quad ; \quad (d\Delta\sigma_r / dr)|_{r=r_{in}} = \left((E_{ieq} / E_c) - 1 + \nu\right) \left(\Delta\sigma_r|_{r=r_{in}} / r_{in}\right) \quad (12)$$

The incremental radial stress can be solved by written these equations in matrix form yields a tri-diagonal system as shown below.

$$[A]\{\Delta\sigma_r\} = [0] \quad (13)$$

The system of equation can be solved efficiently by a Gaussian elimination routine consisting of (N-1) forward and (N-1) backward substitutions.

Numerical results and discussions

In this section, the numerical results were obtained from the physical properties of materials as shown in Table 1. The web is a PET film (Polyethylene terephthalate), the core material is the wood, and the nip-roll is rubber. The results such as radial stress, tangential stress, and friction force in-roll were calculated under the beginning of winding tension is 150 N/m (T_s), the taper winding tension, the nip-load of 50 N, and the winding velocity at control point is 0.5 m/s. The formulation that explained taper winding tension can be found in Eq. (14). Where ϕ is defined as taper ratio. For this paper, winding tensions through radial position of a wound roll in the reel process such as constant tension (ϕ

$\phi=0$), and taper winding tension ($\phi=0.4$) are shown in Fig. 5. Figure 6 showed winding velocities through operating of reel process that consists of a constant winding velocity, and a winding velocity with a speed-up and a speed-down. Speed-up begin from $r/rc=1.0$ to $r/rc=1.1$ or accord with 130 second ($T_u=130$ s) and speed-down begin from $r/rc=1.65$ to $r/rc=2.2$ or accord with 1,328 second ($T_d=1,328$ s).

$$T_w = T_s - \phi(r - r_c) \quad (14)$$

Table 1. Material properties

Parameter	Value
Equivalent RMS roughness, R_q	0.066 (μm)
Web thickness, t_w	50 (μm)
Web width, W	0.28 (m)
Static friction coefficient, μ_s	0.3
Tangential Young's modulus of wound roll, E_t	4.3205 (GPa)
Radial Young's modulus of wound roll, E_r	$E_r = a \sigma_r ^b$ (Pa) $a = 4.09\text{E}4$, $b=0.65$
Young's modulus of core, E_c	1.3 (GPa)
Winding core radius, r_c	0.05 (m)
Young's modulus of nip-roll, E_{nip}	0.027 (GPa)
Poisson's ratio of wound roll, ν	0.3

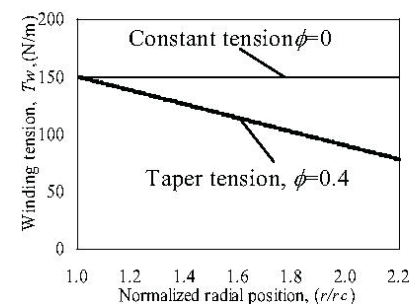


Figure 5 Winding tension

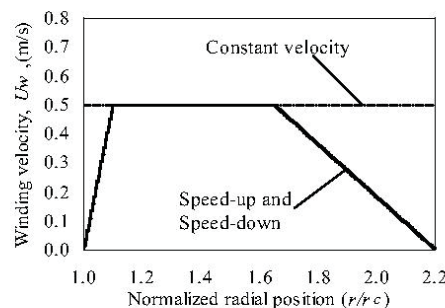


Fig. 6 Winding velocity

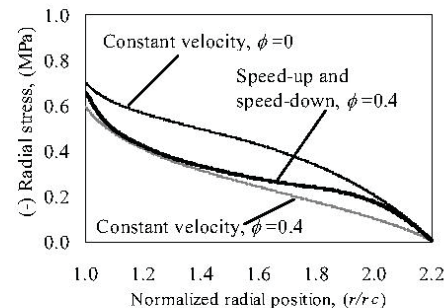


Fig. 7 Radial stress inside a wound roll

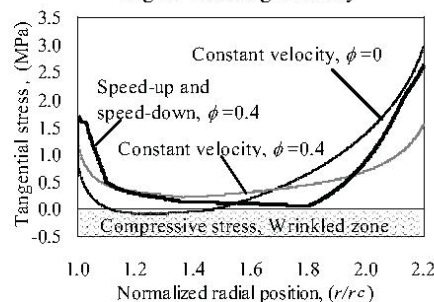


Fig. 8 Tangential stress inside a wound roll

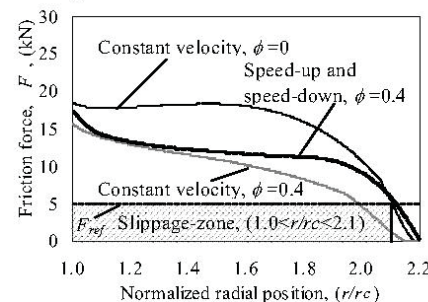


Fig. 9 Friction force inside a wound roll

Figures 7 to 9 showed the characteristics of a wound roll such as radial stress, tangential stress, and friction force in-roll under the winding conditions as mention above. The results showed that under a constant winding velocity, and a constant winding tension ($\phi=0$) the radial stress in-roll become the highest value as shown in Fig. 7 and result in high friction force in-roll that become higher than the

critical friction through $r/rc = 1.0$ to $r/rc = 2.1$. Therefore, a wound roll becomes no-slippage phenomenon as shown in Fig. 9. However, the tangential stress in-roll under this condition becomes negative value or compressive stress and wrinkle phenomenon occurs in a wound roll as shown in Fig. 8.

For a wound roll under a constant winding velocity, and a taper winding tension ($\phi=0.4$), this condition can prevent the wrinkle phenomenon due to positive tangential stress as shown in Fig. 8. However, the radial stress in-roll becomes the lowest value and lead to low friction force that is lower than that the critical friction force from $r/rc = 2.0$ to $r/rc = 2.1$ result in slippage phenomenon for these radial positions as shown in Fig. 9.

For a wound roll under a winding velocity with a speed-up and a speed-down, and a taper winding tension ($\phi=0.4$), a wound roll can be prevented from both of the wrinkle and the slippage phenomena due to through radial positions the tangential stress without negative value, and friction force in-roll from $r/rc = 1.0$ to $r/rc = 2.1$ become higher than that the critical friction force as shown in Figs. 8 and 9 respectively.

Conclusions

In this paper, the winding conditions such as a constant winding velocity, a winding velocity with the effect of a speed-up and a speed-down, a constant winding tension, and a taper winding tension were theoretically investigated. The main conclusions can be summarized as follow:

- 1) The radial stress in-roll become significantly large in case of operating under a constant winding tension and can lead to wrinkle phenomenon.
- 2) The friction force in-roll become too small in the case of operating under a taper winding tension and lead to slippage phenomenon.
- 3) By using speed-down delay with taper winding tension, both wrinkle and slippage phenomena can be prevented efficiently and energy can be saved.

Acknowledgement

Financial support from The Royal Golden Jubilee Ph.D. Program (RGJ) for this research is greatly acknowledged. The additional funding was received through Thailand Research Fund; Grant No. BRG-5180019.

References

- [1] D. Raghu and H. Peter: *Printed, Organic & Flexible Electronics Forecasts, Players & Opportunities 2009-2029*, IDTechEX, (2009).
- [2] S. Fuchigami: *Challenges and Opportunities in Flat Panel Industry*, Proceedings of the Eighth International Conference on Web Handling, (2005), p.183.
- [3] M.G. Catlow and G.W. Walls: *A Stability of Stress Distribution in Pirns*, Journal of Textile Institute, (1962), p.410.
- [4] J.D. Pfeiffer: *Tappi Journal*, Vol.49 (1966), p.342.
- [5] H.P. Yogoda: *Mechanical Research Communications*, Vol.7 (1980), p.103.
- [6] Z. Hakiel: *Nonlinear Model for Wound roll Stresses*, *Tappi Journal*, Vol.70 (1997), p.113.
- [7] B.J. Hamrock and D. Dowson: *ASME J. Lubrication Technology*, Vol.100 (1978), p.236.
- [8] H. Hashimoto, P. Jeenkour, and M. Mongkolwongrojn: *Journal of Advanced Mechanical Design, System, and Manufacturing*, Vol.4 (2010), p.241.

Management, Manufacturing and Materials Engineering
10.4028/www.scientific.net/AMR.452-453

Influence of Speed-up and Speed-down on Internal Stresses of Wound Rolls in Web Handling Process
10.4028/www.scientific.net/AMR.452-453.1262

Effect of Liquid-Solid Lubricant on Mixed Lubrication in Line Contact

Rattapasakorn Sountaree^{1, a} Panichakorn Jesda^{2, b}
 and Mongkolwongrojn Mongkol^{3, c}

^{1,2,3}Department of Mechanical Engineering

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand

^asountaree.t@bu.ac.th, ^bs0060102@kmitl.ac.th, ^ckmmongko@kmitl.ac.th

Keywords: Surface Roughness, Mixed Lubrication, Liquid-Solid Lubricant,

Abstract. This paper presents the performance characteristics of two surfaces in line contact under isothermal mixed lubrication with non-Newtonian liquid-solid lubricant base on Power law viscosity model. The time dependent Reynolds equation, elastic equation and viscosity equation were formulated for compressible fluid. Newton-Raphson method and multigrid technique were implemented to obtain film thickness profiles, friction coefficient and load carrying in the contact region at various roughness amplitudes, applied loads, speeds and the concentration of solid lubricant. The simulation results showed that roughness amplitude has a significant effect on the film pressure, film thickness and surface contact pressure in the contact region. The film thickness decrease but friction coefficient and asperities load rapidly increases when surface roughness amplitude increases or surface speed decreases. When the concentration of solid lubricant increased, friction coefficient and asperities load decrease but traction and film thickness increase.

Introduction

Modern engineering components are operating in the mixed lubrication regime, where the lubricant film separating the contacting surfaces is thinner than the height of their combined undeformed roughness. The lubricant in running machines has been contaminated by many solid particles. These particles may come from rust, wear debris, dust, and sometimes solid additives.

The liquid-solid mixed lubrication problem has historically been solved with different simplifications. The numerical solution of elastohydrodynamic lubrication (EHL) problems was solved by Dowson and Higginson[1]. In 1990, Khonsari, Wang, and Qi[2] formulated Reynolds and energy equations for non-Newtonian liquid-solid lubricants in line contact. The solid lubricant had significant effects in raising the film thickness, load capacity, temperature, and friction coefficient in the full EHL regime. Sayles [3] came to the conclusion that the particles larger than oil film thickness and softer than the interacting surfaces would also hurt the surface, and reduce the life of the tribopair. Yousif [4], Hisakado [5] obtained improved lubrication characteristics by mixing soft MoS₂ and graphite particles with pure oil. Lubrecht, Ten Napel, and Bosma[6], showed that the multigrid algorithm is more efficient than the Newton-Raphson method in solving EHL with roughness effect. The multigrid technique has been developed to solve transient thermo-elastohydrodynamic lubrication TEHL by Osborn and Sadeghi [7]. Ai and Cheng [8] presented the formulation of the transient rough EHL problem using a multigrid technique. The results showed that surface roughness induced transient affects significantly the pressure distribution in line contact. Mongkolwongrojn[9] showed that the non-Newtonian lubricant has affects significantly to the film temperature and film thickness of lubricant in contact region under sudden load. Wang[10] presented to generate non-Gaussian surfaces with specified standard deviation of mixed lubrication.

In this paper, a mixed liquid-solid lubrication model is presented which combined Reynolds equation, the load carrying equations of the spherical particles, and Hertzian contact equation of the asperities. Finite difference, multigrid multilevel method with full approximate scheme techniques and Newton's method were implemented to calculate the mixed lubrication with non-Newtonian

under surface asperity, applied load, surface velocity and powder concentration change. To determine minimum film thickness, friction coefficient and asperity capacity at different contact points along the line of action.

Governing equation

The relationship between shear stress and shear rate of non-Newtonian lubricant in this work using a power-law viscosity model can be expressed as.

$$\tau_{xz} = \mu^*(\partial u / \partial z) \quad \text{and} \quad \tau_{yz} = \mu^*(\partial v / \partial z) \quad (1)$$

Where the equivalent viscosity

$$\mu^* = m_0 [(\partial u / \partial z)^2 + (\partial v / \partial z)^2]^{(n-1)/2} \quad (2)$$

The dimensionless time independent modified Reynolds equation can be written as:

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(s \frac{\partial P}{\partial X} \right) = K \left\{ \frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho} H) + \left(\frac{S_X}{2} \right) \frac{\partial}{\partial X} \left(\bar{\rho} H \left(1 - 2 \frac{\bar{\mu}_{s0}}{\bar{\mu}_{s1}} \right) \right) \right\} \quad (3)$$

Where

$$K = u_0 \mu_0 R^2 / b^3 P_H, \quad s = \bar{\rho} H^3 (1 / \bar{\mu}_{s2} - \bar{\mu}_{s0} / \bar{\mu}_{s1}), \quad 1 / \bar{\mu}_{s1} = \int_0^1 (Z^4 / \mu^*) dZ$$

Boundary conditions are

$$X = X_{inlet}, P = 0; \quad X = X_{exit}, P = \partial P / \partial X = 0$$

The apparent viscosity equation

The effect of particles on viscosity can be expressed by Einstein equation. The apparent viscosity in the power-law model needs to be included as a correction factor for viscosity-pressure [11] and the correction factor for solid particles in the lubricants according to Rylander[12]. The dimensionless apparent viscosity can be written as

$$\bar{\mu}^* = \bar{\mu}_R \bar{\mu}_S^* \quad (4)$$

Where

$$\bar{\mu}_R = \left(1 + \frac{2.5 \lambda \rho_0}{\lambda \rho_0 + (1 - \lambda) \rho_p} \right) \exp \{ (\ln(\mu_0) + 9.67) (-1 + (1 + 5.1 \times 10^{-3} P_H P)^{2.2}) \} \quad (5)$$

$$\bar{\mu}_S^* = \frac{m_0}{\mu_0} \left| \frac{u_0 R_0}{b^2} \right|^{n-1} \left| \frac{1}{H} \frac{\partial u^*}{\partial Z} \right|^{n-1} \quad (6)$$

The density equation

The dimensionless density of liquid-solid lubricant according to Dowson and Higginson[1] obeys the following relation

$$\bar{\rho} = (1 + 0.6 \times 10^{-3} P_H P / (1 + 1.7 \times 10^{-3} P_H P)) / \{ 1 - \lambda (1 - \rho_0 / \rho_p) \} \quad (7)$$

Load-carrying capacity

In the mix lubrication region, the total load (W_T) carrying capacity of tribopair consists of three parts: particles capacity W_P , asperity capacity W_A and fluid capacity W_F where

$$W_T = W_F + W_P + W_A \quad (8)$$

Classically, the load supported by fluid is

$$W_F = \int_{x_{inlet}}^{x_{exit}} p(x) dx \quad (9)$$

Consider a spherically shaped of particle in the contact region under the action of normal load, the particle may undergo elastic or plastic deformation. For a particle that deforms plastically when the mean contact pressure reaches the hardness of particle, H_p , the load carried by a plastically deformed particle can be written as

$$w_{t,pl} = (9/6)\pi^3 H_p^3 (d_p/E_{ps}) + p(x)v_p A_{t,pl} \quad (10)$$

The equivalent elastic modulus of the particle and the contact surface is

$$2/E_{ps} = (1 - \nu_p^2)/E_p + (1 - \nu_s^2)/E_s \quad (11)$$

Where $A_{t,pl}$ is the contact area of an individual particle due to plastic deformation. Equations give the load carrying capacity of a single particle due to elastic and plastic deformation. Therefore, the load carrying capacity for all particles is

$$W_p = \sum_{i=1}^{N_K} \sum_{j=1}^{N_Z} w_{t,pl} \quad (12)$$

Where N_K and N_Z are numbers of particles that come in contact with the surface in x - and z -directions. The number of particles can be calculated as:

$$N_f = l_f \sqrt{\frac{V_f}{l_x l_z} \frac{6\lambda}{\pi d_p^3} \frac{\rho_0/\rho_p}{[1 - \lambda(1 - \rho_0/\rho_p)]}} \quad (13)$$

Where λ is the concentration of particles by weight, V_f is the volume of the solid-liquid lubricant within the contact region and l_f is the effective length along which the particles deform.

According to the theory of Greenwood and Tripp [13], the load capacity of asperities is

$$W_A = \frac{2}{3} n \beta \sigma_s \sqrt{\sigma_s / \beta} E' A_{nom} F_{\frac{3}{2}}(h(x)/\sigma_s) \quad (14)$$

The friction coefficient

The total friction force is composed of three parts: asperity friction force, particle friction force and fluid friction force. Then

$$f = \left(\int_{x_{inlet}}^{x_{outlet}} \mu^* \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=0} dx + f_p W_p + f_A W_A \right) / W_T \quad (15)$$

Computational procedure and numerical

The time-independent Reynolds equation, film thickness and load balance of the two surfaces in line contact with non-Newtonian liquid-solid lubricants are simultaneously solved using multigrid multilevel and Newton-Raphson techniques to obtain solution with fast convergence. The convergence criteria of pressure and hydrodynamic load are adopted as follows:

$$\sum_{i=0}^N |p_i^{k+1} - p_i^k| / \sum_{i=0}^N p_i^{k+1} \leq 0.0001 \quad \text{and} \quad |W_T - W_p - W_A| \leq 0.0001 \quad (16)$$

During each time interval, the modified Reynolds equation and elasticity equation are calculated using boundary conditions and initial conditions to obtain pressure and film thickness distributions. In this problem, the boundary condition X_{inlet} and X_{outlet} can be obtained as $X_{inlet} = -6.0$ and $X_{outlet} = +2.0$.

Results and Discussion

The roller data, properties of liquid lubricant and the properties of solid lubricant used in the analysis are given in Table 1 and Table 2.

Table 1 Physical properties of lubricant and roller material

Equivalent radius, m	0.05
Equivalent modulus of elastic of rolling/sliding, GPa	225
Poisson ratio of rolling/sliding	0.3
Inlet temperature of lubricant, K	303.15
Ambient density of the lubricant, kg/m³	892.80
Ambient viscosity of the lubricant, Pa · s	0.114
Viscosity-Pressure index (Z₁)	0.4706
Power law index (n)	0.975

Table 2 Physical properties of solid lubricants

Brinell hardness, GPa	3.139
Modulus of elasticity, GPa	34
Poisson ratio	0.13
Density, kg/m³	4800
Friction coefficient	0.1
Particle diameter, μm	2

Fig. 1 shows the fluid film pressure profile, film thickness and asperity contact pressure in the contact region under applied load 300 kN/m, rolling speed = 1.25 m/s, the combined surface roughness amplitude, $R_{rms} = 0.35 \mu m$ and the deviation of the asperity height, $\sigma_s = 0.18 \mu m$. When average film thickness is bigger than combine surface roughness amplitude, the effects of asperities is so small that it can be ignored. But when the film thickness is relatively thin, the errors result from smooth surface is quite obvious.

The variation of the lubricant film thickness, the friction coefficient and asperity capacity for various amplitude of surface roughness, R_{rms} were presented in Fig 2. The friction coefficient and asperity capacity increased but the lubricant film thickness decreased when amplitude of surface roughness, R_{rms} was increase. For the combined roughness, $R_{rms} = 0.35 \mu m$, the minimum film thickness, the friction coefficient and asperity capacity are $0.284 \mu m$, 0.124 and 15.02% , respectively. When the combined roughness is increased to $0.40 \mu m$, the friction coefficient and asperity capacity are also increased to 0.196 and 32.29% , respectively but the minimum film thickness is decreased to $0.268 \mu m$.

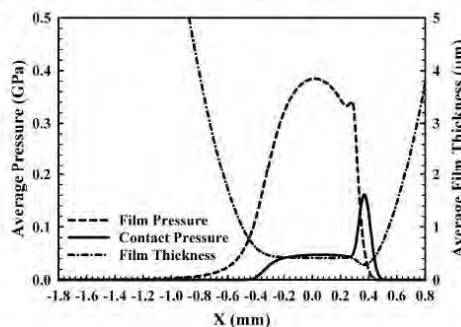


Fig.1 The fluid film pressure profile, film thickness and asperity contact pressure under applied load 300 kN/m, rolling speed = 1.25 m/s, both surface roughness amplitude, $R_{rms} = 0.35 \mu m$ and deviation of the asperity height, $\sigma_s = 0.18 \mu m$

For increasing the applied loads under rolling speed at 1.25 m/s, both surface roughness amplitude, $R_{rms} = 0.35 \mu m$ and the deviation of the asperity height, $\sigma_s = 0.18 \mu m$, the friction coefficient rapidly increase but the minimum film thickness is slightly decreased due to the increasing of apparent viscosity. Then, the asperity capacity is slightly increase as shown in Fig. 3. For the applied load 450 kN/m, the minimum film thickness, the friction coefficient and asperity capacity are $0.251 \mu m$, 0.252 and 17.68% respectively.

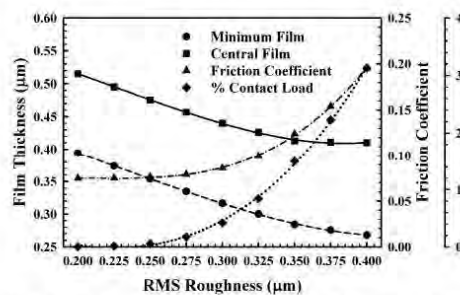


Fig.2 The variation of the lubricant film thickness, the friction coefficient and asperity capacity when various amplitude of surface roughness under applied load 300 kN/m and rolling speed = 1.25 m/s.

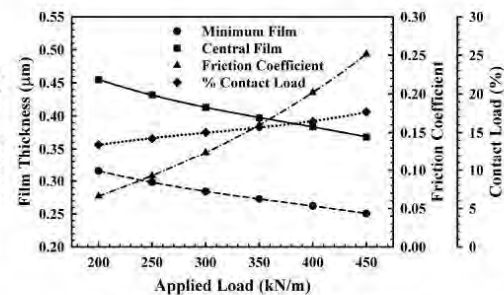


Fig.3 The variation of the lubricant film thickness, the friction coefficient and asperity capacity when various applied loads

Fig. 4 show the minimum film thickness, the friction coefficient and asperity capacity for various rolling velocities under the applied load 300 kN/m, both surface roughness amplitude, $R_{\text{rms}} = 0.35 \mu\text{m}$, and deviation of the asperity height, $\sigma_z = 0.18 \mu\text{m}$. When rolling velocity increases, the friction coefficient and asperity capacity are decreased to constant value at approximately 2.25 m/s. For the rolling velocity 0.75 m/s, the minimum film thickness, the friction coefficient and asperity capacity are **0.152 μm , 0.3178** and **55.05%**, respectively. When the rolling velocity is increased to 2.25 m/s, the friction coefficient and asperity capacity are decreased to **0.089** and **1.91%**, respectively but the minimum film thickness increase to **0.452 μm .**

The characteristics of mixed lubrication were investigated for non-Newtonian liquid-solid lubricant for various concentration of solid lubricant. When the concentration of solid lubricant was increased, the lubricant film thickness is increased but the friction coefficient and the asperity capacity are decreased as shown in Fig. 5. For pure fluid lubricant under applied load 300 kN/m, rolling velocity 1.25 m/s, both surface roughness amplitude, $R_{\text{rms}} = 0.35 \mu\text{m}$ and deviation of the asperity height, $\sigma_z = 0.18 \mu\text{m}$, the minimum film thickness, the friction coefficient and asperity capacity are **0.284 μm , 0.124** and **15.02%**, respectively. When the concentration of solid lubricant is 10.0% by weight, the friction coefficient and asperity capacity are decreased to **0.113** and **11.98%**, respectively but the minimum film thickness is to **0.304 μm .** And the concentration of solid lubricant was 20.0% by weight, the minimum film thickness, the friction coefficient and asperity capacity are **0.325 μm , 0.103** and **9.31%**, respectively.

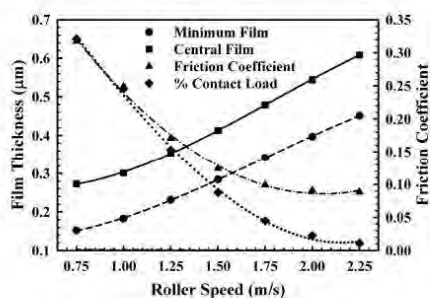


Fig.4 The variation of the lubricant film thickness, the friction coefficient and asperity capacity for various rolling velocity

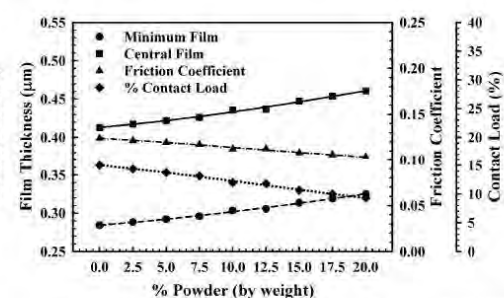


Fig.5 The variation of the lubricant film thickness, the friction coefficient and asperity capacity when various the powder concentration

Conclusion

In this research, the time independent modified Reynolds equation, particle load-carrying equation and Hertzian contact equation were solved to obtain minimum film thickness, friction coefficient and asperity capacity of mixed lubrication in line contact with non-Newtonian liquid-solid lubricant. The following can be concluded as:

1. Considering the rough surface amplitude and applied loads effects, the minimum film thickness decreases but the friction coefficient and asperity capacity increase when amplitude of surface roughness and the applied load are increased.
2. Considering the rolling velocity effect, the minimum film thickness decreases but the friction coefficient and asperity capacity rapidly increase when the rolling velocity is decreased.
3. Considering the solid lubricant effect, the friction coefficient decreases with the concentration of solid particles under mixed lubrication regime. The minimum film thickness increases but the friction coefficient and the asperity capacity decrease when the concentration of solid lubricant is decreased.

Acknowledgment

This paper was supported by grant from Thailand Research Fund; Grant No. BRG-5180019. The additional funding was received through the College of Data Storage Innovation KMITL (DSI – KMITL) and NSTDA for research Unit on Tribology and Mechanical Engineering. The additional support was received through Bangkok University Thailand.

Nomenclature

$E_{1,2}$	Elastic modulus of Plate/ Roller, Pa
E_s	Elastic modulus of Solid Lubrication, Pa
E	Effective elastic modulus of Roller/Plate, Pa, $1/E = 1/[2[(1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2]]$
f	Friction coefficient
h	Lubricant film thickness, m
m_0	Apparent viscosity at the shear rate of unit, Pa-s
n_0	Power law index
n	Density of asperity, m^{-2}
p	Pressure, Pa
R_2	Radii of curvature of Roller, m
R_1	Radii of curvature of Plate, m
R	Curvature sum, m, $1/R = 1/R_1 + 1/R_2$
u	Film velocity, m/s
u_1	Plate surface velocity, m/s
u_2	Roller surface velocity, m/s
W_T	Applied load, N/m
x	Coordinate, m
z	Coordinate, m
α_1	Viscosity-Pressure index
β	Radius of asperity, m
μ	Equivalent viscosity, Pa-s
μ_0	Inlet viscosity, Pa-s
τ	Shear stress of lubricant, Pa
ρ	Density of lubricant, kg/m^3
ρ_0	Inlet density of lubricant, kg/m^3
ρ_p	Inlet density of lubricant, kg/m^3
σ_s	Standard deviation of the asperity height distribution, m
λ	Concentration by weight of Solid Lubricant

References

- [1] D. Dowson and G.R. Higginson : *Elastohydrodynamic Lubrication: The Fundamental of Roller and Gear Lubrication*, Pergamon, Oxford (1966).
- [2] M.M. Khonsari, H.S. Wang and Y.L. Qi: *A Theory of Liquid-Solid Lubrication in Elastohydrodynamic Regime*, ASME J. Tribol., vol. 111 (1989), pp. 256-265.
- [3] R.S. Sayles and E. Ioannides : *Debris damage in rolling bearings and its effects on fatigue life*, ASME J Tribol ,vol. 110(1988), pp. 26–31.
- [4] G.K. Nikas : *Mathematical analysis of the entrapment of solid spherical particles in non-conformal contacts*, ASME J Tribology, Vol. 123(2001), pp.83–93.
- [5] A.E. Yousif and S.M. Nacy : *The lubrication of conical journal bearings with bi-phase (liquid–solid) lubricants*, Wear, Vol. 172 (1994), pp. 23–8.
- [6] A.A. Lubrecht, W.E. Ten Napel and R. Bosma : *Multi-grid, an Alternative Method for Calculating Film Thickness and Pressure Profiles in EHL Line Contacts*, ASME J. Tribol., Vol. 108 (1986), pp. 551–556.
- [7] F.K. Osborn and F. Sadeghi : *Time Dependent Line EHD Lubrication Using the Multigrid/Multilevel Technique*, ASME J. Tribol., Vol. 114 (1992), pp. 68–74.
- [8] X. Ai and S.H. Cheng : *Transient EHL Analysis for Line Contacts With Measured Surface Roughness Using Multigrid Technique*, ASME J. Tribol., Vol. 116 (1994) , pp. 549–558.
- [9] M. Mongkolwongrojn, C. Aiumpornsin and K. Thammakosol : *Theoretical Investigation in Thermoelastohydrodynamic Lubrication With Non-Newtonian Lubricants Under Sudden Load Change*, Journal of Tribology, vol. 128 (2006), pp. 771–777.
- [10] W.Z. Wang, H. Chen, Y.Z. Hu and H. Wang: *Effect of surface roughness parameters on mixed lubrication characteristics*, Tribology International, Vol. 39 (2006), pp 522–527.
- [11] C.J.A. Roelands : *Correlational Aspects of the Viscosity-Temperature-Pressure Relationship of Lubricating Oils* , Druk , V.R.B. , Groingen , Netherland (1969)
- [12] H.G. Rylander : *A Theory of Liquid-Solid Hydrodynamic Film Lubrication*, ASLE Journal of the American Society of Lubrication Engineerings (1966), pp.264-271.
- [13] J.A. Greenwood and J.H. Tripp : *The contact of nominally flat surface*, Proc Inst Mech Eng, Vol 185 (1971), pp. 625–33.

Mechanical Engineering, Materials and Energy

10.4028/www.scientific.net/AMM.148-149

Effect of Liquid-Solid Lubricant on Mixed Lubrication in Line Contact

10.4028/www.scientific.net/AMM.148-149.778

Analysis of Two Surfaces in line contact under TEHL with Non-Newtonian Lubricants

Rattapasakorn Sountaree^{1,a} and Mongkolwongrojn Mongkol^{2,b}

^{1,2} Department of Mechanical Engineering

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, THAILAND

^asountaree.t@bu.ac.th, ^bkmmongko@kmitl.ac.th

Keywords: TEHL, Non-Newtonian lubricant, Modified Reynolds equation, elastic equation, energy equation, finite difference method with multigrid multilevel technique.

Abstract. This paper presents the static characteristics of two surfaces in line contact under TEHL with non-Newtonian lubricant. Modified Reynolds equation, elastic equation and energy equation were formulated to obtain the model. The model was simulated based on numerical method by using Newton-Raphson and multigrid multilevel techniques. The static characteristics of the two surfaces in line contact under TEHL such as film pressure, film thickness and film temperature profiles in the contact region were examined at various loads, speeds, roller radius and elastic modulus respectively. The results showed the significant effect of load, elastic modulus and surface velocity on the TEHL for machine element operated at severe conditions.

Introduction

Analysis of the lubricating film between metal cylinder and soft cylinder in thermal elastohydrodynamic lubrication problems is important for modern machine components which operated at a very high load and high speed conditions, many of the analyses in EHL problems have used the powerful multigrid multilevel techniques. For example; Dien and Elrod [1] have formulated the time dependent Reynolds equation to obtain the dynamic characteristics of journal bearing with non-Newtonian characteristics assuming constant fluid property in 1983. Wang and Zhang [2] showed the oil film temperature rise and non-Newtonian characteristics of the oil film should be considered in EHL analysis in order to obtain reliable results. These researches are study a behavior of thin film lubricant with focusing on line contact and consider temperature affect of contact surface by using Reynolds equation, film thickness equation, viscosity equation and density equation.

Governing Equations

In this paper, power law model was implemented for the analysis of thermal elastohydrodynamic lubrication with non-Newtonian lubricant. The equivalent viscosity can be approximated as [3]:

$$\mu = m_0 (I)^{\frac{n-1}{2}} \quad (1)$$

Where I = second invariant of strain rate; $I = \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2$

Modified Reynolds Equation

The dimensionless modified Reynolds equation for two surfaces in line contact with non-Newtonian lubricant can be expressed as [3]:

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\Phi \frac{\partial P}{\partial X} \right) = K \left(\frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho} H) + \left(\frac{S_x}{2} \right) \frac{\partial}{\partial X} \left(\bar{\rho} H \left(1 - 2 \frac{\bar{P}_{x0}}{\bar{\mu}_{x1}} \right) \right) \right) \quad (2)$$

Where

$$K = \frac{\bar{u} \mu_0 R_X^2}{b^3 P_H}, \Phi = \bar{\rho} H^3 \left(\frac{1}{\bar{\mu}_{e2}} - \frac{\bar{\mu}_{e0}}{\bar{\mu}_{e1}^2} \right) \text{ and } \frac{1}{\bar{\mu}_{ei}} = \int_0^1 \frac{Z^i}{\bar{\mu}} dZ \quad (3)$$

The boundary conditions are

$$P(X_{in}) = 0, P(X_{OUT}) = \left(\frac{\partial P}{\partial X} \right)_{X=X_{OUT}} = 0$$

Viscosity Equation

According to Roeland [4], the viscosity in the power-law model, which depend on pressure, temperature and shear strain in the lubricant shown as

$$\bar{\mu} = \bar{\mu}_p \bar{\mu}_s^* \quad (4)$$

The term of dimensionless viscosity which change with pressure and temperature as

$$\bar{\mu}_p = \exp \left\{ \left[\ln \mu_0 + 9.67 \right] \left[-1 + \left(1 + 5.1 \times 10^{-9} P_H P \right)^{1/2} \right] - \gamma T_0 (\bar{\theta} - 1) \right\} \quad (5)$$

While the term of dimensionless viscosity which change with shear strain as

$$\bar{\mu}_s^* = \frac{m_0}{\mu_0} \left(K_{SH} \bar{\gamma}^* \right)^{\frac{n-1}{2}} \quad (6)$$

Load balance equation

The load balance equation is

$$\int_{X_{in}}^{X_{OUT}} P dX = \frac{\pi}{2} \quad (7)$$

Film Thickness Equation

The dimensionless film thickness including deformation of the surfaces can be expressed as

$$H_i = H_0 + \frac{X_i^2}{2} + \bar{\delta}_i \quad (8)$$

Where

$$\bar{\delta}_i = -\frac{\Delta X}{2\pi} \sum_{j=0}^N P_j \ln \left(\left| \frac{X_{i+1} + X_i}{2} - X_j \right| \left| \frac{X_i + X_{i-1}}{2} - X_j \right| \right) \quad (9)$$

Density Equation

The dimensionless density of a non-Newtonian lubricant from Dowson and Higginson [5] is followed as

$$\bar{\rho}_i = \left(1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} P_H P}{1 + 1.7 \times 10^{-9} P_H P} \right) [1 - \beta T_0 (\bar{\theta} - 1)] \quad (10)$$

Energy Equation

Heat is generated from load that compressed lubricant and shear stress of film lubricant. The dimensionless energy equation of line contact can be expressed as [6]

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} = K_{r1} \left(\frac{\bar{\rho} H^2}{\bar{k}_p} \right) \left(U \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) - K_{r2} \left(\frac{\bar{\mu}}{\bar{k}_p} \right) \left[\frac{\partial U}{\partial Z} \right]^2 - K_{r3} \left(\frac{\theta H^2}{\bar{k}_p} \right) \left(U \frac{\partial P}{\partial X} \right) \quad (11)$$

$$\text{Where } K_{r1} = \frac{\bar{u} \rho_0 C_p b^3}{k_0 R_X^2}, K_{r2} = \frac{\mu_0 \bar{u}^2}{k_0 T_0}, K_{r3} = \frac{\mu_0 \bar{u}^2}{k_0 T_0}, \bar{k}_p = 1 + \frac{1.73 \times 10^{-9} P_H P}{1 + 6.91 \times 10^{-10} P_H P} \quad (12)$$

The boundary conditions are

$$\bar{\theta}_{S1/S2} = 1 + D_{1/2} \int_{X_{in}}^{X_i} \left(\frac{\bar{k}_p}{H} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial Z} \right)_{Z=0/1} \frac{dX'}{\sqrt{X_i - X'}}, D_{1/2} = \frac{k_0 R_X}{\sqrt{\pi \bar{u} \rho_{1/2} C_{p,1/2} k_{1/2} b^3 \left(1 \pm \frac{S_X}{2} \right)}}; \theta(X=0)=1 \quad (13)$$

Numerical Simulation and Discussion

The research work has investigated the thermoelastohydrodynamic lubrication of two rollers in line contact. Film pressure, film thickness and film temperature of the contact region were obtained at steady state. The mechanical properties of the roller and the property of the non-Newtonian lubricant for the numerical calculation are shown in tables 1.

Table 1 Mechanical properties of the roller and lubricant

Property	Roller	Property	SAE-90
Elasticity modulus, GPa	205	Inlet density, kg/m ³	892.80
Density, kg/m ³	7850	Inlet viscosity, Pa-s	0.1946
Poisson ratio	0.30	Power law inlet viscosity, Pa-s	0.1946
Specific heat, J/(kg-K)	475	Flow index (n)	0.9850
Thermal conductivity, W/(m-K)	50.20	Viscosity-Pressure index	0.3917

Results and discussion

The simulation use SAE-90 oil for lubricating between roller 1 and roller 2 which velocity 0.60 and 1.32 m/s respectively.

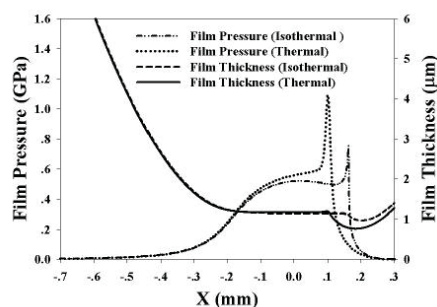


Fig.1 Pressure profile and film thickness profile for EHL for with isothermal and TEHL.

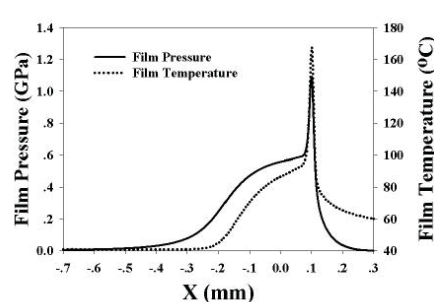


Fig.2 Pressure profile and temperature profile for EHL with isothermal and TEHL.

From figure 1, film pressure and film thickness at the end of contact region are decreased rapidly. The value of pressure for TEHL is higher than that for EHL with isothermal. So, film thickness for TEHL is smaller than that for EHL with isothermal. Figure 2 shows that temperature profile has similar shape to pressure profile.

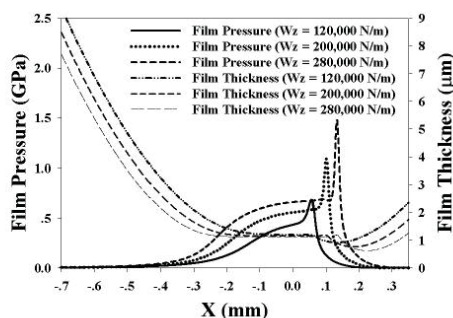


Fig.3 Pressure profile and film thickness profile at various loads.

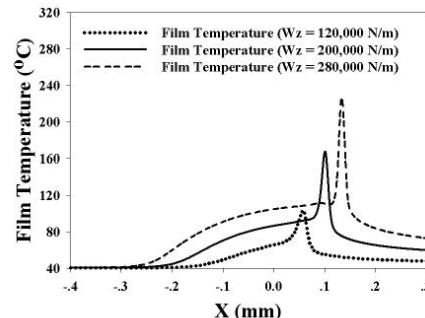


Fig.4 Film temperature profile at various loads.

When increase loads from 120,000 N/m to 280,000 N/m, film pressure and film temperature are increased but the film thickness slightly decrease. Pressure and temperature spike increase when loads increase simultaneously as shown in figure 3 and 4.

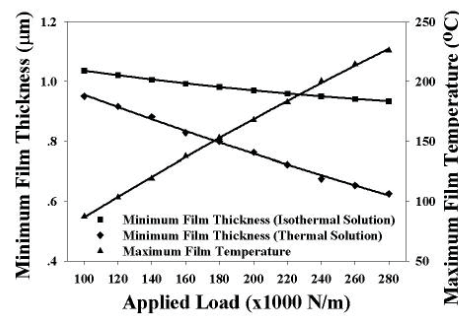


Fig.5 Minimum film thickness and maximum film temperature at various loads.

The relationship between minimum film thickness for EHL with isothermal and the minimum film thickness for TEHL are both decrease linearly as load increase but the maximum film temperature increase rapidly and linearly with load as shown in figure 5.

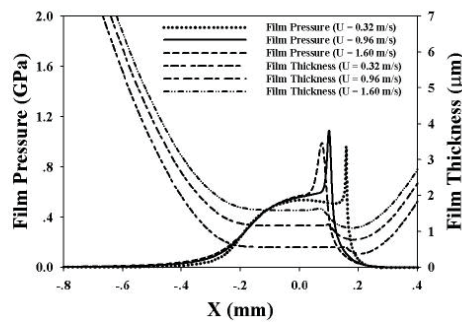


Fig.6 Pressure profile and film thickness profile at various surface velocities of the roller surface

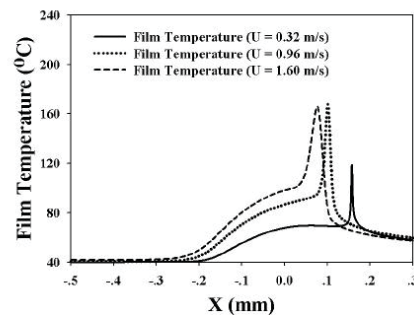


Fig.7 Temperature profile at various velocities of the roller

Figure 6 describes the film pressure and film thickness profiles and figure 7 describes the temperature profile when increase surface velocity of rollers. It can be noted that film thickness and film temperature increase but film pressure still no change.

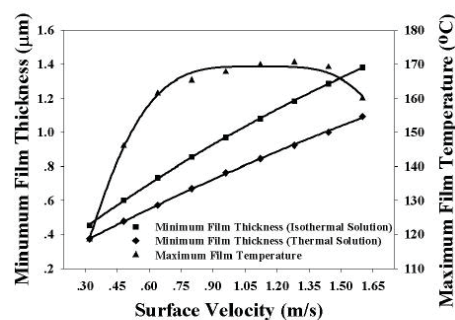


Fig.8 Minimum film thickness and maximum film temperature at various surface velocities of the roller.

Figure 8; shows that for increasing the surface velocity, all the minimum film thickness for EHL with isothermal is higher than the minimum film thickness for TEHL. The difference in minimum film thickness is greater when surface velocity increase. The maximum film temperature increases rapidly for surface velocity form 0.30 to 0.60 m/s and then stay constant until the surface velocity is more than 1.20 m/s.

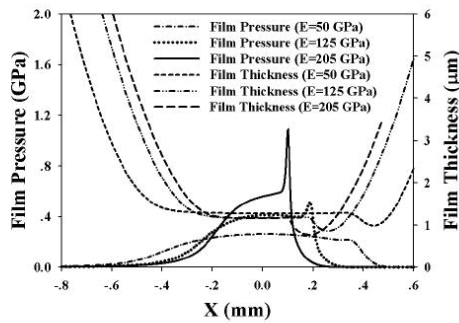


Fig.9 Pressure profile and film thickness profile at various material elastic modulus of the roller.

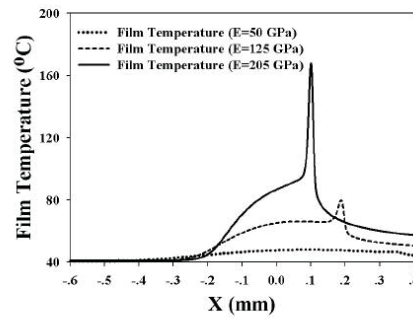


Fig.10 Film temperature profile at various material elastic modulus of the roller.

Figure 9 and 10 show film pressure, film thickness and film temperature profiles for varying the material elastic modulus of roller from 50 GPa to 205 GPa. The pressure profiles show that pressure and pressure spike increase when elastic modulus of roller increase, the film thicknesses decrease slightly. For film temperature, at elastic modulus of rollers 205 GPa, the temperature rise up to 170°C but for roller with low material elastic modulus, the temperature is going up slightly.

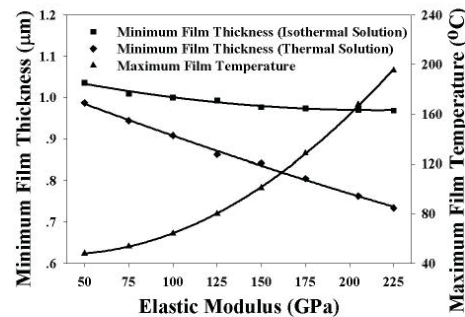


Fig.11 Minimum film thickness and maximum film Temperature at various elastic modulus of rollers

In case of thermoelastohydrodynamic, temperature increases rapidly when increases elastic modulus of roller, the minimum film thickness of isothermal film is greater than the minimum film thickness for TEHL.

Conclusions

The two rollers in line contact under TEHL with non-Newtonian lubricant were examined and can be summarized as:

1. The film pressure and film temperature increase as the applied load increase, but the film thickness decrease slightly.
2. As the surface velocity of rollers increase, the film thickness increase but film temperature decrease slightly specially at high surface velocity.
3. The influence of material elastic modulus of the roller is significant and the film temperature increase with elastic modulus.
4. For roller with lower material elastic modulus, the film temperature increase very small.
5. In the EHL regime, film pressure increase but film thickness decrease due to the temperature in the contact regime under EHL.

Acknowledgment

This paper was supported by grant from Thailand Research Fund; Grant No. BRG – 5180019 and was received through the College of Data Storage Innovation KMITL and NSTDA for research Unit on Tribology and Mechanical Engineering. The additional support was received through Bangkok University Thailand.

Nomenclature

b	Semi-width of Hertzian contact, m
E_1, E_2	Elastic Modulus of Roller, Pa
E'	Equivalent modulus of elasticity, Pa
h	Lubricant film thickness, m
H	Dimensionless film thickness
$\bar{k}_p$	Dimensionless thermal conductivity
K_{SH}	Dimensionless parameter
m_0	Power law inlet viscosity, Pa-s
n	Power law index
p	Film pressure, Pa
P	Dimensionless pressure
P_H	Hertzian's contact pressure, Pa
r_1, r_2	Radius of roller, m
R_x	Radii of curvature, m
S_x	Slip ratio
T	Film temperature, °C
T_0	Inlet film temperature, °C
u_1, u_2	Velocity of roller 1,2, m/s
$\bar{u}$	Mean velocity of roller, m/s,

w'_z	Applied load, N
W'	Dimensionless load
x	Coordinate x-axial, m
X	Dimensionless coordinates,
z	Coordinate z-axial, m
Z	Dimensionless coordinates
ρ	Lubricant density, kg/m ³
ρ_0	Lubricant density at ambient pressure, kg/m ³
$\bar{\rho}$	Dimensionless density
μ_0	Viscosity at ambient pressure, Pa-s
ν_1, ν_2	Poisson ratio of cylinder
θ	Dimensionless film temperature
θ_s	Dimensionless surface temperature

References

- [1] I.K.Dien and H.G.Elrod: *A Generalized Steady-State for Non-Newtonian fluids, With Application to Journal Bbearing*, Tran. ASME. Journal of Lubrication technology, Vol 105(1983), pp. 385-390.
- [2] S.H.Wang and H.H.Zhang: *Combined Effects of Thermal and Non-Newtonian Character of Lubricant on Pressure, Film Profile, Temperature rise, and Shear Stress in E.H.L.*, Tran. ASME. Journal of Tribology, Vol 109(1987), pp. 666-670.
- [3] Hua, D. Y. and Khonsari, M. M.: *Elastohydrodynamic Lubrication by Powder Slurries*, ASME J. Tribology, Vol 118(1996), pp. 67-73.
- [4] Roelands, C.J.A.: *Correlational Aspects of the Viscosity-Temperature-Pressure Relationship of Lubricating Oils*, Druk, V.R.B., Groingen, Netherland (1969).
- [5] Dowson, D., Higginson, G.R.: *Elastohydrodynamic Lubrication: The Fundamental of Roller and Gear Lubrication*, Pergamon, Oxford (1966).
- [6] Khonsari M.M. and Hua D.Y.: *Thermal Elasto-hydrodynamic Analysis Using a Generalized Non-Newtonian Formulation With Application to Bair-Winer Constitutive Equation*, Tran. ASME. Journal of Tribology, Vol 116(1994), pp. 37-46.
- [7] Bernard J. Hamrock: *Fundamental of fluid film lubrication*, McGraw-Hill, Singapore (1994).

Mechanical Engineering, Materials and Energy

10.4028/www.scientific.net/AMM.148-149

Analysis of Two Surfaces in Line Contact under TEHL with Non-Newtonian Lubricants

10.4028/www.scientific.net/AMM.148-149.736



Stability analysis of rough journal bearings under TEHL with non-Newtonian lubricants

Mongkol Mongkolwongrojn ^{*}, Chatchai Aiumprongsin

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand

ARTICLE INFO

Available online 21 December 2009

Keywords:

Journal bearing
Carreau viscosity model
Surface roughness
Stability analysis
TEHL

ABSTRACT

The combined effects of surface roughness and lubricants rheology on stability of a rigid rotor supported on finite journal bearing under thermal elastohydrodynamic lubrication have been investigated using the transient method. The newly derived time dependent modified Reynolds and the adiabatic energy equations were formulated using a non-Newtonian Carreau viscosity model. The simultaneous systems of modified Reynolds equation, elasticity equation, energy equation, and the rotor motion equation with initial conditions were solved numerically using multigrid multi-level method with full approximation technique. From the characteristic equation, the instability threshold is then obtained with various surface roughness parameters and the elastic modulus of the bearing liner materials. The results show that stability of the bearing system deteriorates with decreasing both the power law exponent and the elastic modulus of bearing liner material. The rough surface journal bearing with transverse pattern under TEHL regime exhibits better stability when compared with the rough surface journal bearing with longitudinal pattern.

© 2010 Published by Elsevier Ltd.

1. Introduction

In the design of high speed journal bearings operating under heavy load, the consideration of journal bearing with rough surface in TEHL and flow rheology is significant to predict the stability accurately especially when the film thickness is in the same order as the surface roughness. Few theoretical studies of the journal bearing under elastohydrodynamic lubrication at steady state with Newtonian lubricants are available. Lahmar et al. [1], Mokheimer et al. [2], Taylor and O'Callaghan [3], Oh and Huebner [4], Jain et al. [5] investigated the significant effects of bearing deformation on the bearing performance characteristics with rigid bearing. Thermal effects in thermoelastohydrodynamic (TEHD) lubrication are important due to the strong dependence of viscosity on temperature. Fillon et al. [6,7] and Bouchole et al. [8] analyzed the TEHD behavior of tilting-pad journal bearings experimentally and theoretically. The comparisons between the theoretical results with experimental data showed that both thermal and the elastic deformation are very important to predict bearing performance. In 2004, Bouyer and Fillon [9] presented the incompressible thermoelastohydrodynamic analysis due to the film pressure which leads to the significant effect on the static characteristics of a plain journal bearing. Transient problems for

journal bearing have been studied by numerous investigators. Hashimoto and Mongkolwongrojn [10] studied the dynamic characteristic of turbulent partial journal bearing under hydrodynamic lubrication. Oh and Goenka [11], Van der Tempel et al. [12], Majumdar et al. [13], Prabhakaran Nair et al. [14] and Piffeteau et al. [15] studied the effect of elastic distortion on dynamically loaded journal bearings.

It is now well accepted that the surface roughness and surface pattern has a significant effect on the stability characteristics of hydrodynamic journal bearing. Majumdar and Ghosh [16] analyzed the stability of rough journal bearing using the perturbation technique. Their results shown that the stability improves significantly for a very rough surface bearing with smooth journal surface. Ramesh and Majumdar [17] used the non-linear transient method to show the effects of surface roughness on stability of hydrodynamic journal bearing. Turaga et al. [18], and Gururajan and Prakash [19] studied the influence of the surface roughness on bearing characteristics. Zhang and Cheng [20], and Raghunandana and Majumdar [21] presented the effect of shear thinning fluid on THD of dynamically loaded journal bearing. Kim and Cho [22] developed the 3D average flow model by considering the elastic deformation of pad. And recently, Meng et al. [23] studied the effects of elastic deformation, inter-asperity cavitation and temperature on flow factors.

Modern lubricants contain polymeric additives with shear thinning property. The present study is to incorporate the effects of the shear thinning behavior of lubricant, elastic deformation of the bearing liner, the temperature and pressure dependent

^{*} Corresponding author.

E-mail addresses: kmmongko@kmitd.ac.th (M. Mongkolwongrojn), chataium@gmail.com (C. Aiumprongsin).

Nomenclature			
A_h	amplitude roughness, m	F_R	fluid force component along line of center, N
B	dimensionless damping coefficient	L	journal bearing length along the axial axis, m
c	bearing radial clearance, m	N	rotational speed, rpm
c_f	specific heat of lubricant, J/(kg K)	T_m	mean temperature of lubricant across the film, K
e	eccentricity of journal bearing, m	T_0	inlet fluid temperature, K
h	oil film thickness, m, $\bar{h} = h/c$	W	resultant fluid force, N
I	second invariant of the strain rate tensor, $I^* = ((u_2 - u_1)^2 + (v_2 - v_1)^2)/h^2$	β	coefficient of thermal expansion, 1/K
K	dimensionless spring coefficient	γ	viscosity–temperature coefficient, 1/K
m	mass of journal, kg, $M = c\omega^2 m/W$	ρ	density of the lubricant, kg/m ³
n	the power law exponent	ρ_0	density of lubricant at ambient pressure and inlet temperature, kg/m ³
p	fluid film pressure, Pa	ν	Poisson ratio
r	journal radius, m	Ω	whirl ratio, $\Omega = \omega_p/\omega$
t	time, s, $\tau = \omega_p t$	ω	angular velocity of journal, rad/s
u	velocity of lubricant in x-direction, m/s	ω_p	angular velocity of whirl, rad/s
v	velocity of lubricant in y-direction, m/s	ε	eccentricity ratio of journal bearing
x	coordinate in circumferential direction	μ	viscosity, Pa s
y	coordinate in axial direction	μ_0	limiting low shear viscosity, Pa s
z	coordinate across fluid film direction	μ_∞	limiting high shear viscosity, Pa s
E	elastic modulus of bearing liner, Pa	λ	a characteristic relaxation time constant, s
F_ϕ	fluid force component perpendicular to line of center, N	θ	circumferential angle measured from the vertical axis, rad
		Φ	attitude angle, rad
		λ_l	wave length of roughness, m

characteristics of lubricant viscosity, and the surface roughness of bearing liner in order to analyze the stability of thermal elastohydrodynamic journal bearing. The stability of rough journal bearing was examined using both the perturbation technique and non-linear transient method.

2. Theory

In the present lubrication analysis a full circular journal bearing configuration is considered. The assumptions in the theory of thermal elastohydrodynamic lubrication are:

- (1) inertia and body forces of the lubricant are neglected;
- (2) both bearing and rotor are rigid;
- (3) no slip condition exists;
- (4) the fluid flow is laminar;
- (5) pressure variation across the film thickness is neglected.

2.1. Reynolds equation

In this research the non-Newtonian lubricant can be approximated using a Carreau viscosity model as

$$\mu = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) (1 + \lambda^2 I^*)^{(n-1)/2} \quad (1)$$

where

$$I^* = \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \quad (2)$$

Adopting the perturbation method described by Dien [24], the time dependent modified Reynolds equation with Carreau viscosity model can be formulated as

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{\mu^*} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6\omega r \left(1 - \frac{2}{\omega} \phi \right) \frac{\partial \rho h}{\partial x} + 12\rho \varepsilon \cos(\theta - \phi) \quad (3)$$

where

$$\eta = \mu^* + 2 \left(\frac{u_2 - u_1}{h} \right)^2 (\mu_0 - \mu_\infty) \left(\frac{n-1}{2} \right) \left(1 + \lambda^2 \left(\frac{u_2 - u_1}{h} \right)^2 \right)^{(n-3)/2} \lambda^2 \quad (4)$$

$$\mu^* = \mu(I^*) = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) (1 + \lambda^2 I^*)^{(n-1)/2} \quad (5)$$

where $x = r\theta$ and boundary conditions are:

$$p(\theta = 0) = 0, \quad p(y = 0) = p(y = L) = 0 \quad \text{and} \quad p(\theta^*) = \frac{\partial p}{\partial \theta} \Big|_{\theta^*} = 0$$

2.2. Energy equation

The mean film temperature of the non-Newtonian Carreau lubricant can be obtained by integrating the energy equation over the film thickness. Assuming adiabatic conditions, the energy equation using Carreau viscosity model can be newly formulated as

$$\begin{aligned} & \left(\rho c_f \frac{u_2}{2} h - \rho c_f \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \frac{\partial T_m}{\partial x} + \left(-\rho c_f \frac{h^3}{12\mu^*} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \frac{\partial T_m}{\partial y} \\ & = \mu^* \left(\frac{u_2^2}{h} \right) + \left(\beta h T_m \frac{u_2}{2} \right) \frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{h^3}{12\eta} - \beta T_m \frac{h^3}{12\eta} \right) \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 \\ & + \left(\frac{h^3}{12\mu^*} - \beta T_m \frac{h^3}{12\mu^*} \right) \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)^2 + \beta h T_m \frac{\partial p}{\partial t} - \rho c_f h \frac{\partial T_m}{\partial t} \end{aligned} \quad (6)$$

2.3. Viscosity–pressure–temperature relationship

A general relation proposed by Roelands [25] was used in this study and the viscosity μ^* can be expressed as

$$\mu^* = \mu_0^* \exp[(\ln \mu_0 + 9.67)(-1 + (1 + 5.1 \times 10^{-9} p)^{-1}) - \gamma(T - T_0)] \quad (7)$$

where μ_0^* is the viscosity at reference temperature and at atmospheric pressure.

2.4. Density–pressure–temperature relationship

The density of lubricant is a function of pressure and temperature and can be determined by a relation proposed by Dowson and Higginson [26].

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p} \right) (1 - \beta(T - T_0)) \quad (8)$$

2.5. Film thickness

The fluid film thickness, h , is determined taking into account the nominal film thickness, roughness height of bush surface, roughness height of journal surface and bush deformation.

$$h = (c + e \cos(\theta - \Phi)) - \delta h_1(x, y) + \delta h_2(x, y) + \delta h_D(x, y, p) \quad (9)$$

$\delta h_1(x, y)$ and $\delta h_2(x, y)$ are sinusoid roughness amplitudes of the bush surface and journal surface, respectively. In this study, the journal surface is smooth but the bush surface is a rough surface. $\delta h_1(x, y)$ can be written under the form:

$$\delta h_1(x, y) = A_n \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda_1}\right) \quad (\text{for transverse roughness}) \quad (10)$$

$$\delta h_1(x, y) = A_n \sin\left(\frac{2\pi y}{\lambda_1}\right) \quad (\text{for longitudinal roughness}) \quad (11)$$

$\delta h_D(x, y, p)$ is the bush deformation as described by Dobrica Mihai et al. [27]. For a discrete domain having $M \times N$ equally sized elements, the relation between local displacement and pressure field is given by Eq. (12):

$$\delta h_D(x, y, p) = \frac{1 - \nu^2}{\pi E} \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N \int_{y_l - \Delta y/2}^{y_l + \Delta y/2} \int_{x_k - \Delta x/2}^{x_k + \Delta x/2} \frac{dx dy}{\sqrt{(x_l - x)^2 + (y_l - y)^2}} p_{k,l} \quad (12)$$

2.6. Load-carrying capacity

The thermoelastohydrodynamic forces on journal bearing in vertical (F_z) and horizontal (F_y) direction can be expressed as

$$F_z = - \int_0^L \int_0^{2\pi} p \cos \theta r d\theta dy \quad (13)$$

$$F_y = - \int_0^L \int_0^{2\pi} p \sin \theta r d\theta dy \quad (14)$$

The forces in vertical and horizontal direction can be converted to the forces in radial direction (F_r) and the circumferential direction (F_ϕ) as

$$F_r = -F_z \cos \Phi - F_y \sin \Phi \quad (15)$$

$$F_\phi = F_z \sin \Phi - F_y \cos \Phi \quad (16)$$

The total load capacity (W) and the attitude angle (Φ) are:

$$W = (F_r^2 + F_\phi^2)^{1/2} \quad (17)$$

$$\Phi = \tan^{-1} \left(-\frac{F_\phi}{F_r} \right) \quad (18)$$

2.7. Equation of motion

According to Turaga et al. [28], the equation of motion for a balanced rigid rotor of dimensionless mass M , can be written as

$$M \Omega^2 \left[\varepsilon \frac{d^2 \Phi}{d\tau^2} - \varepsilon \left(\frac{d\Phi}{d\tau} \right)^2 \right] = \frac{F_r + W \cos \Phi}{W} \quad (19)$$

$$M \Omega^2 \left[\varepsilon \frac{d^2 \Phi}{d\tau^2} + 2 \frac{d\varepsilon}{d\tau} \frac{d\Phi}{d\tau} \right] = \frac{F_\phi - W \sin \Phi}{W} \quad (20)$$

2.8. Linearization of bearing reaction

According to Lund theory [29], the steady-state pressure and the perturbed pressure for horizontal and vertical coordinates, ξ – ψ direction, can be obtained as

$$\left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\rho h_s^3 \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h_s^3}{12\mu^*} \frac{\partial}{\partial y} \right) \right] \begin{Bmatrix} p_s \\ p_\xi \\ p_\psi \\ p_\zeta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{U}{2r} \frac{\partial \rho h_s}{\partial \theta} \\ \frac{U}{2r} \frac{\partial (\rho \cos \theta)}{\partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\rho h_s^3 \cos \theta}{4\eta} \frac{\partial p_s}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h_s^3 \cos \theta}{4\mu^*} \frac{\partial p_s}{\partial y} \right) \\ \frac{U}{2r} \frac{\partial (\rho \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\rho h_s^3 \sin \theta}{4\eta} \frac{\partial p_s}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h_s^3 \sin \theta}{4\mu^*} \frac{\partial p_s}{\partial y} \right) \\ \rho \cos \theta \\ \rho \sin \theta \end{Bmatrix} \quad (21)$$

where $p_s = (p)_s$, $p_\xi = (\partial p / \partial \xi)_s$, $p_\psi = (\partial p / \partial \psi)_s$, $p_\zeta = (\partial p / \partial \zeta)_s$, $p_\phi = (\partial p / \partial \phi)_s$

$$h = h_s + \Delta \xi \cos \theta + \Delta \psi \sin \theta \quad (22)$$

$$h_s = (c + e \cos(\theta - \Phi)) - \delta h_1(x, y) + \delta h_2(x, y) + \delta h_D(x, y, p) \quad (23)$$

The dimensionless spring and damping coefficients can be obtained as follows

$$\begin{Bmatrix} K_{\xi\xi} & K_{\xi\psi} \\ K_{\psi\xi} & K_{\psi\psi} \end{Bmatrix} = \frac{c}{W} \left\{ \begin{array}{ll} - \int_0^L \int_0^{2\pi} p_\xi r \cos \theta d\theta dy & - \int_0^L \int_0^{2\pi} p_\psi r \cos \theta d\theta dy \\ - \int_0^L \int_0^{2\pi} p_\xi r \sin \theta d\theta dy & - \int_0^L \int_0^{2\pi} p_\psi r \sin \theta d\theta dy \end{array} \right\} \quad (24)$$

$$\begin{Bmatrix} B_{\xi\xi} & B_{\xi\psi} \\ B_{\psi\xi} & B_{\psi\psi} \end{Bmatrix} = \frac{c\omega}{W} \left\{ \begin{array}{ll} - \int_0^L \int_0^{2\pi} p_\xi r \cos \theta d\theta dy & - \int_0^L \int_0^{2\pi} p_\psi r \cos \theta d\theta dy \\ - \int_0^L \int_0^{2\pi} p_\xi r \sin \theta d\theta dy & - \int_0^L \int_0^{2\pi} p_\psi r \sin \theta d\theta dy \end{array} \right\} \quad (25)$$

The solutions for critical mass and whirl ratio are:

$$\Omega^2 M_{CR} = \frac{B_{\xi\xi} K_{\psi\psi} + B_{\psi\psi} K_{\xi\xi} - B_{\psi\xi} K_{\xi\psi} - B_{\xi\psi} K_{\psi\xi}}{B_{\xi\xi} + B_{\psi\psi}} \quad (26)$$

$$\Omega^2 = \frac{(K_{\xi\xi} - \Omega^2 M_{CR}) K_{\psi\psi} - \Omega^2 M_{CR} - K_{\xi\psi} K_{\psi\xi}}{B_{\xi\xi} B_{\psi\psi} - B_{\xi\psi} B_{\psi\xi}} \quad (27)$$

3. Results and discussion

In the present study, a full circular journal bearing configuration is considered and the detail information about physical properties of journal bearing and physical properties of the lubricant are given in Tables 1 and 2, respectively. Thermoelastohydrodynamic lubrication in journal bearing with non-Newtonian Carreau viscosity fluid is used to study the effects of roughness and elastic modulus of bearing liner material. The

surface roughness of the bearing liner in this research work is a harmonic function with $5000\mu\text{m}$ in wave length. The dynamic characteristics of a finite length full circular journal bearing with $L/D=1$ are analyzed using both linear and non-linear methods as shown in Figs. 1–5.

Table 1
Physical properties of journal bearing.

Journal radius, r	0.015 m
Bearing length, L	0.030 m
Radius clearance, c	30 μm
Rotational speed, N	3000 rpm
Material elastic modulus of bearing liner, E	70 GPa, 200 GPa
Poisson ratio of bearing, ν	0.3
Wave length of roughness, λ_1	0.005 m

Table 2
Physical properties of the lubricant.

Lubricant type	SAE 10W50
Limiting viscosity at low shear rate, μ_0	0.107 Pa s
Limiting viscosity at high shear rate, μ_∞	0.054 Pa s
Power-law exponent, n	0.341
Characteristic relaxation time constant, λ	3.0×10^{-6}
Lubricant density, ρ	875 kg/m ³
Lubricant specific heat, c_f	1900 J/kg K
Inlet lubricant temperature, T_0	313 K
Viscosity–pressure index, Z	0.60
Viscosity–temperature coefficient, γ	0.0310174 K^{-1}
Coefficient of thermal expansivity, β	0.000788 K^{-1}

The fluid film stiffness coefficients and the damping coefficients of journal bearing lubricated with non-Newtonian Carreau viscosity model with roughness surface are shown in Figs. 1 and 2, respectively. The spring coefficients increase as the roughness amplitude increase but damping coefficients decrease with the increasing in roughness amplitude for transverse roughness pattern. Fig. 3 shows the influences of bearing liner roughness on the region of stability. It can be noted that the journal bearing is highly stable with higher roughness amplitude for transverse pattern specially for elastic modulus of $E=200\text{ GPa}$ due to an increase in fluid film stiffness, reduction in the fluid film damping with increasing amplitude roughness.

In this paper, the combined effects of journal bearing with rough surfaces under thermal elastohydrodynamic lubrication and non-Newtonian lubricants based on Carreau model on rotor stability are examined by a non-linear transient method. The trajectories of the journal center of the finite journal bearing with $3\mu\text{m}$ in transverse surface roughness amplitude at load $W=8\text{ kN}$ and mass parameter $MQ^2=3.5$ under thermal elastohydrodynamic lubrication for $E=200\text{ GPa}$ is compared with the trajectories of the journal center under thermal elastohydrodynamic lubrication for $E=70\text{ GPa}$ as shown in Figs. 4 and 5. The effect of journal bearing with soft material; $E=70\text{ GPa}$; the journal center trajectory occur with the maximum distance more than 1.0 for transverse roughness surface in Fig. 4 and with the distance equal to 1.0 for longitudinal roughness surface in Fig. 5, the journal center trajectory has clearly observed a decrease in stability for both surface patterns. By comparing Fig. 4 with Fig. 5, the results show that the journal bearings with transverse surface roughness improve the stability.

The effects of L/D ratio on dynamic characteristics of journal bearing under thermoelastohydrodynamic lubrication with

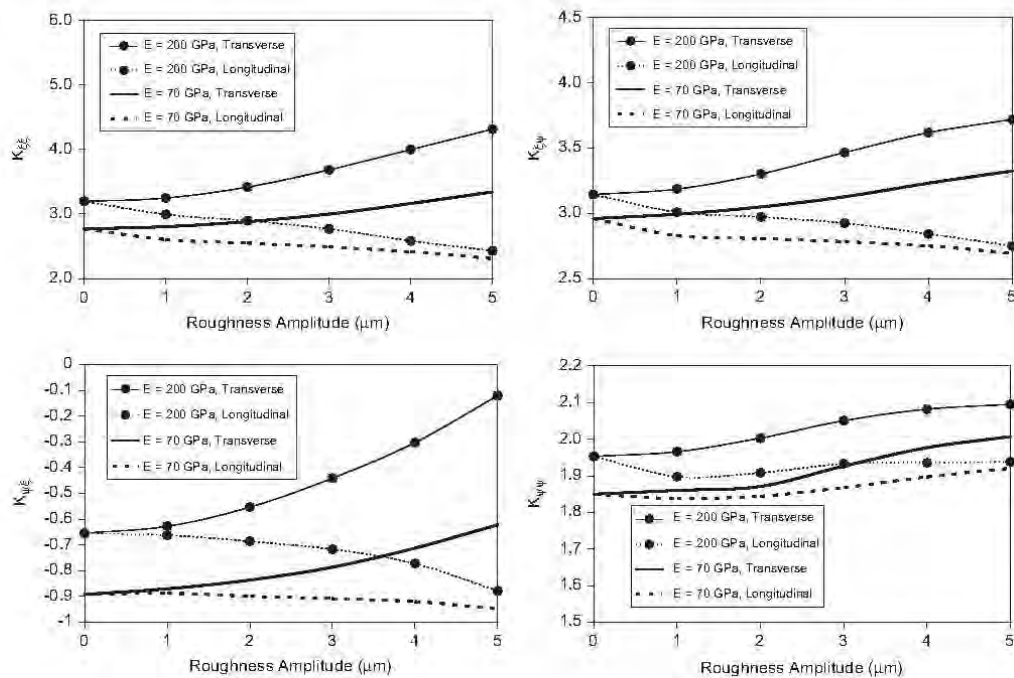


Fig. 1. Variation of dimensionless spring coefficients when journal bearing operated at a speed of 3000 rpm and an eccentricity ratio of 0.8.

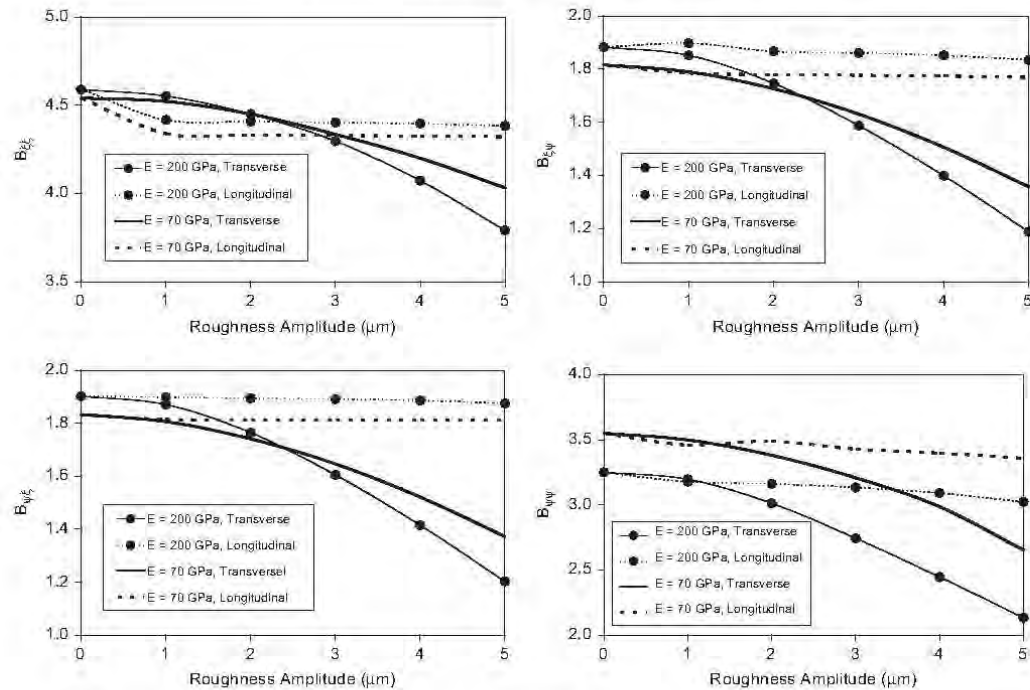


Fig. 2. Variation of dimensionless damping coefficients when journal bearing operated at a speed of 3000 rpm and an eccentricity ratio of 0.8.

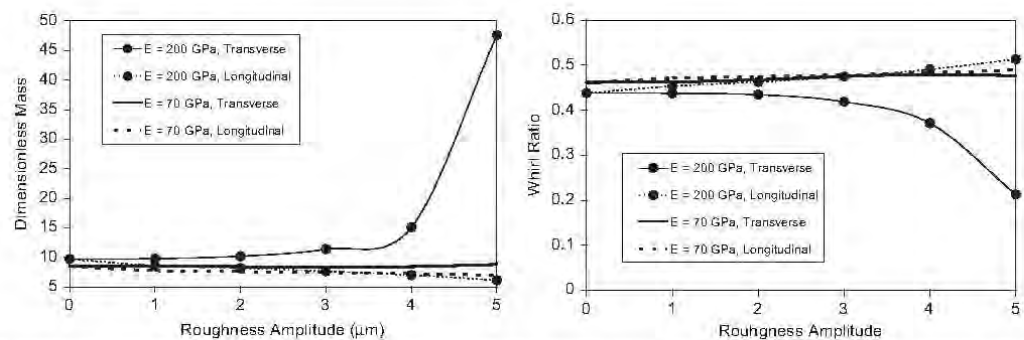


Fig. 3. Variation of dimensionless mass and whirl ratio with roughness amplitude when journal bearing operated at a speed of 3000 rpm and an eccentricity ratio of 0.8.

non-Newtonian Carreau viscosity model are analyzed as shown in Fig. 6. The journal bearing operate with rough surface bearing liner; 5 μm in amplitude and 5000 μm in wave length, operates at eccentricity ratio equal to 0.8. The results show that the stability region becomes better when L/D is small and the stability decrease as L/D increase. Transverse roughness pattern gives better stability characteristic than the stability of the journal bearing with longitudinal roughness pattern. The elastic modulus of bearing liner and longitudinal roughness pattern has no effect on the stability of journal bearing when L/D ratio was more than 1.5.

The combined effects of surface roughness and power law index on dynamic characteristics of the journal bearing under thermoelastohydrodynamic lubrication with non-Newtonian Carreau viscosity lubricant and elastic modulus of bearing liner $E = 70$ GPa are analyzed as shown in Figs. 7–9. The finite journal bearing operate at eccentricity ratio equal to 0.8 and the bearing liner with various transverse surface roughness. The results show that the stiffness coefficients increase significantly when the surface roughness of bearing liner is increased but the stiffness coefficients increase slightly as the power law index is increased as shown in Fig. 7. The damping

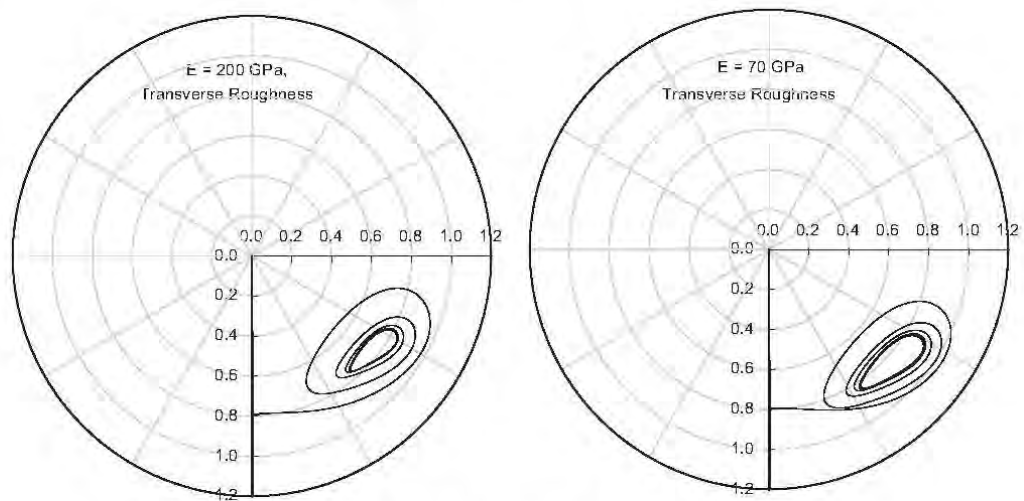


Fig. 4. Journal center trajectory under TEHL with transverse roughness surface, when load $W=8\text{ kN}$, mass parameter $M\Omega^2=3.5$.

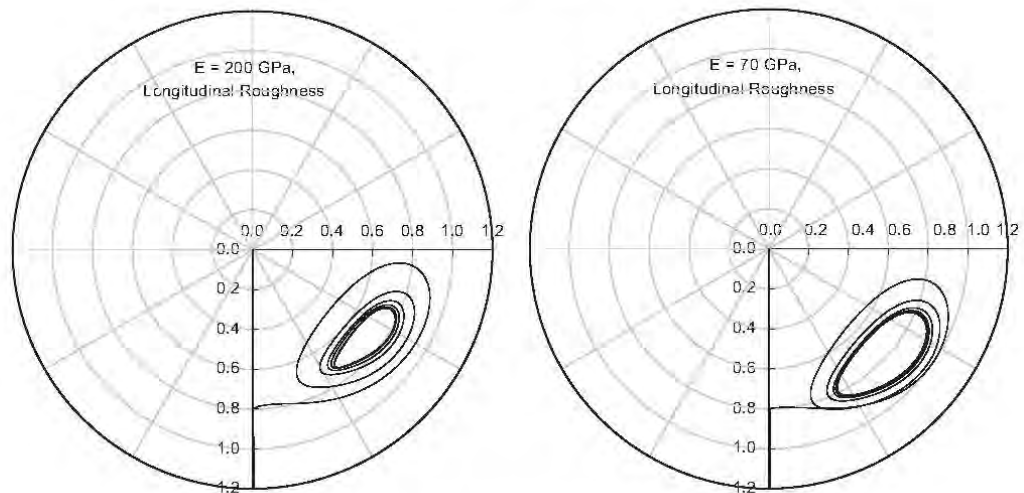


Fig. 5. Journal center trajectory under TEHL with longitudinal roughness surface, when load $W=8\text{ kN}$, mass parameter $M\Omega^2=3.5$.

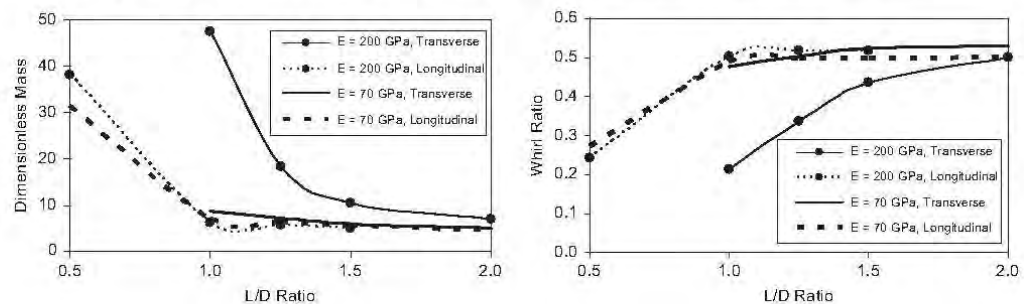


Fig. 6. Variation of dimensionless mass and whirl ratio with L/D ratio when journal bearing operated at a speed of 3000rpm, eccentricity ratio=0.8, and roughness amplitude=5 μm .

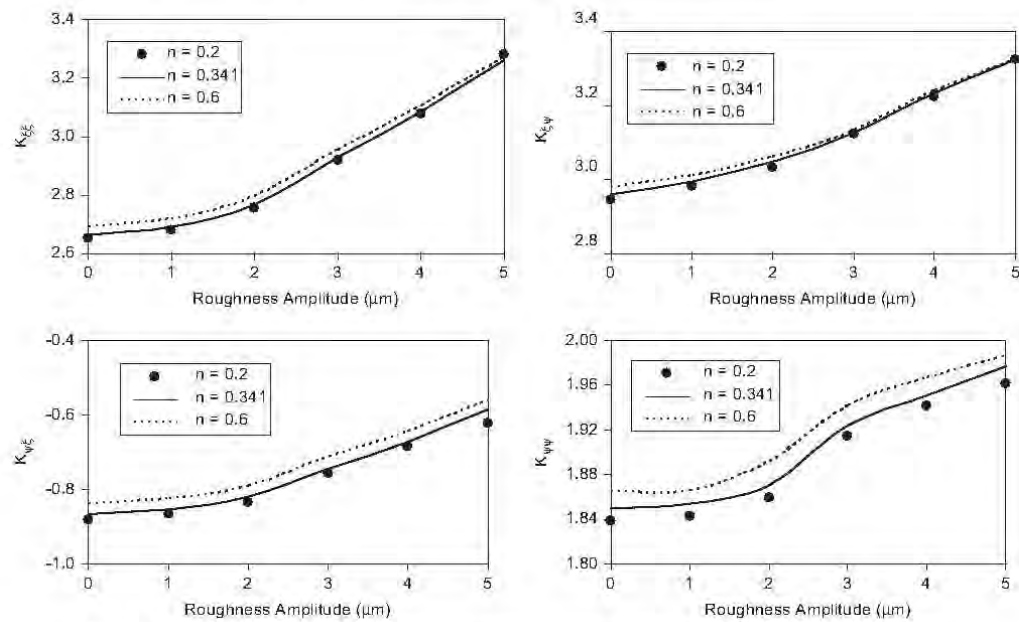


Fig. 7. Effects of power law index and transverse roughness amplitude on spring coefficients for eccentricity ratio=0.8 and $E=70\text{ GPa}$.

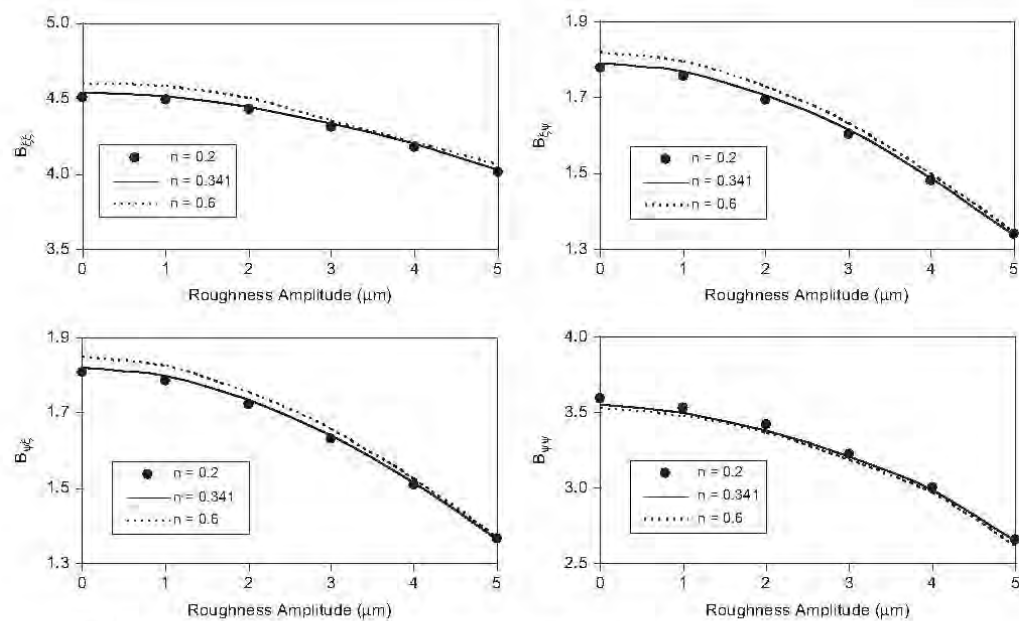


Fig. 8. Effects of power law index and transverse roughness amplitude on damping coefficients for eccentricity ratio=0.8 and $E=70\text{ GPa}$.

coefficients decrease significantly when the surface roughness of bearing liner is increased but the stiffness coefficients increase slightly as the power law index is increased as shown in Fig. 8.

The stability improves marginally with an increase in power law index as well as with an increase in transverse surface roughness.

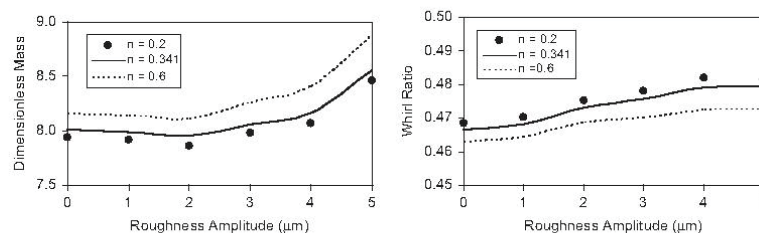


Fig. 9. Effects of power law index and transverse roughness amplitude on dimensionless mass and whirl ratio at eccentricity ratio=0.8 and $E=70$ GPa.

4. Conclusions

The influence of surface roughness and material modulus on the dynamic characteristics of the journal bearing under thermal elastohydrodynamic lubrication with non-Newtonian Carreau viscosity model are examined theoretically and can be concluded as:

- (1) the time dependent modified Reynolds equation and the adiabatic energy equation with non-Newtonian Carreau viscosity model are formulated and solved numerically using Newton method and multigrid multi-level with full approximate scheme techniques;
- (2) for journal bearing under thermal elastohydrodynamic lubrication operated at severe conditions, the journal bearing with transverse surface roughness pattern in the bearing liner exhibit better stability, specially for bearing liner with high surface roughness amplitude and the region of stability decreases for the bearing liner with lower elastic modulus material;
- (3) for bearing liner with transverse surface roughness pattern, the stability of the journal bearing under thermal elastohydrodynamic lubrication increase significantly as bearing L/D ratio is decreased;
- (4) for journal bearing under thermal elastohydrodynamic lubrication operated at severe conditions, the stability region increases with an increase of power law index.

Acknowledgment

This paper was supported by a grant from Thailand Research Fund Grant No. BRG-5180019. The additional funding was received through the DSTAR-KMITL and NSTDA for Research Unit on Tribology and Mechanical Engineering.

References

- [1] Lahmar M, Haddad A, Nicolas D. Elastohydrodynamic analysis of one-layered journal bearings. *Journal of Engineering Tribology, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* 1998;212(Part J):193–205.
- [2] Mokheimer UM, Crosby WA, El-Gamal HA. A study of a journal bearing lubricated by fluid with couple stress considering the elasticity of the liner. *Wear* 1999;224:194–201.
- [3] Taylor C, O'Callaghan JFA. Numerical solution of the elastohydrodynamic problem using finite elements. *Journal of Mechanical Engineering and Science* 1972;14:229–36.
- [4] Oh KP, Huebner KH. Solution of the elastohydrodynamic finite journal bearing problem. *ASME Journal of Lubrication Technology* 1973;95(3):342–52.
- [5] Jain SC, Sinhasan R, Singh DV. A study of EHD lubrication in a journal bearing with piezoviscous lubricants. *ASLE Transaction* 1984;27:168–76.
- [6] Fillon M, Souchet D, Frêne J. Influence of bearing element displacements on thermohydrodynamic characteristics of tilting-pad journal bearing. *Proceedings of the Japan international tribology conference, ITC Nagoya'90*; 1990. p. 635–40.
- [7] Fillon M, Bligoud JC, Frêne J. Experimental study of tilting-pad journal bearings—comparison with theoretical thermoelastohydrodynamic results. *ASME Journal of Tribology* 1992;114:579–88.
- [8] Bouchole C, Fillon M, Nicholas D, Barresi F. Experimental study of thermal effects in tilting-pad journal bearings at high operating speeds. *ASME Journal of Tribology* 1996;118:532–8.
- [9] Bouyer J, Fillon M. On the significance of thermal and deformation effects on a plain journal bearing subjected to severe operating conditions. *ASME Journal of Tribology* 2004;126:819–22.
- [10] Hashimoto H, Mongkolwongrojn M. Adiabatic approximate solution for static and dynamic characteristics of turbulent partial journal bearings with surface roughness. *ASME Journal of Tribology* 1994;116:672–80.
- [11] Oh KP, Goenka PK. The elastohydrodynamic solution of journal bearing under dynamic loading. *ASME Journal of Tribology* 1985;107:389–95.
- [12] Van der Tempel L, Moes H, Bosma R. Numerical simulation of dynamically loaded flexible short journal bearings. *ASME Journal of Tribology* 1985;396–401.
- [13] Majumdar BC, Brew DE, Khonsari MM. Stability of a rigid rotor supported on flexible oil journal bearings. *ASME Journal of Tribology* 1988;110:181–7.
- [14] Prabhakaran Nair K, Sukumaran Nair VP, Jayadas NH. Static and dynamic analysis of elastohydrodynamic elliptical journal bearing with micropolar lubricant. *Tribology International* 2007;40:297–305.
- [15] Piffeteau S, Souchet D, Bonneau D. Influence of thermal and elastic deformations on connecting-rod big end bearing lubrication under dynamic loading. *ASME Journal of Tribology* 2000;122:181–91.
- [16] Majumdar BC, Ghosh MK. Stability of a rigid rotor supported on rough oil journal bearing. *ASME Journal of Tribology* 1990;112:73–7.
- [17] Ramesh J, Majumdar BC. Stability of rough journal bearings using nonlinear transient method. *ASME Journal of Tribology* 1995;117:691–5.
- [18] Turaga R, Sekhar AS, Majumdar BC. The effect of roughness parameter on the performance of hydrodynamic journal bearings with rough surfaces. *Tribology International* 1999;32:231–6.
- [19] Gururajan K, Prakash J. Surface roughness effects in infinitely long porous journal bearing. *ASME Journal of Tribology* 1999;121:139–47.
- [20] Zhang Ch, Cheng HS. Transient non-Newtonian thermo-hydrodynamic mixed lubrication of dynamically loaded journal bearing. *ASME Journal of Tribology* 2000;122:156–61.
- [21] Raghunandana K, Majumdar BC. Stability of journal bearing systems using non-Newtonian lubricants: a non-linear transient analysis. *Tribology International* 1999;32:179–84.
- [22] Kim TW, Cho YJ. Average flow model with elastic deformation for CMP. *Tribology International* 2006;39:1388–94.
- [23] Meng FM, Cen SQ, Hu YZ, Wang H. On elastic deformation, inter-asperity cavitation and lubricant thermal effect on flow factors. *Tribology International* 2009;42:260–74.
- [24] Dien IK, Elrod HG. A generalized steady-state reynolds equation for non-Newtonian fluids, with application to journal bearings. *ASME Journal of Lubrication Technology* 1983;105:385–90.
- [25] Roelands CJA. Correlational aspects of the viscosity-temperature-pressure relationship of lubricating oils. PhD thesis, Technical University of Delft, The Netherlands; 1966.
- [26] Dowson D, Higginson GR. *Elastohydrodynamic lubrication: the fundamentals of roller and gear lubrication*. Oxford, UK: Pergamon; 1966.
- [27] Dobrica Mihai B, Fillon M, Maspeyrot P. Mixed elasto-hydrodynamic lubrication in a partial journal bearing—comparison between deterministic and stochastic models. *ASME Journal of Tribology* 2006;128:778–88.
- [28] Turaga R, Sekhar AS, Majumdar BC. Comparison between linear and nonlinear transient analysis techniques to find the stability of a rigid rotor. *ASME Journal of Tribology* 1999;121:198–201.
- [29] Lund JW. Review of the concept of dynamic coefficients for fluid film journal bearings. *ASME Journal of Tribology* 1987;109:37–41.

Effect of Solid Lubricant Particles on Rough Thermal Elastohydrodynamic Lubrication in Spur Gears *

Mongkolwongrojn, Mongkol** and Panichakorn, Jesda**

** Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering,
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand
E-mail: kmmongko@kmitl.ac.th

Abstract

This paper presents the performance characteristics of rough surface spur gears under thermo-elastohydrodynamic lubrication (TEHL) with non-Newtonian liquid-solid lubricant based on a Power law viscosity model. The time dependent modified Reynolds equation, elasticity equation, powder load carrying capacity, and energy equation with initial conditions were formulated and solved numerically using a multigrid multilevel with full approximation technique for an involute spur gear. In this analysis, the normal load and overloads are applied on either two pairs or one pair of gear teeth. The transitions from two pairs to one pair and vice versa are modeled as a step variation of load. The effects of powder concentration, diameter of solid particle, surface roughness, and non-Newtonian lubricant properties were examined in the region along the line of action of the meshing gear. The results show that the powder concentration and surface roughness affect significantly the film thickness, film temperature and friction coefficient, but the diameters of solid particle are relatively insignificant for rough TEHL.

Key words: Liquid-Solid lubricant, Rough surface, TEHL, Spur gear

1. Introduction

The TEHL analysis of involute spur gears is a non-stationary problem. It is very hard to predict the film thickness and film temperature of the lubricant in contact region. In this case, it is not only the load that varies, but entrainment velocity and contact geometry also vary as the gear teeth come into action. Moreover, the surface roughness of gear teeth, high shear stress behavior of the liquid-solid lubricant properties and the load all vary significantly along the line of action. So it is very hard to get all these effects into a transient thermo-elastohydrodynamic solution for an involute spur gear.

The gear problem has historically been solved with different simplifications. The numerical solution of elastohydrodynamic lubrication (EHL) problems was described by Dowson and Higginson[1]. Many numerical solutions have been obtained in the area ranging from thermo-elastohydrodynamic (TEHD) lubrication problems to transient TEHL problems. Wang and Cheng [2,3] made a Grubin-type analysis of involute spur gear transmissions and were able to calculate the minimum film thickness at several points along the line of action. Hua and Khonsari[4] gave an isothermal full transient solution for involute spur gear by neglecting dynamic load in the model. Later, a full isothermal transient non-Newtonian EHL solution to the Reynolds equation was given by Larsson[5]. Wang[6] presented the formulation of the transient TEHL problem in spur gears. The results showed that the transient condition affects significantly the film temperature and film

*Received XX Xxx, 200X (No. XX-XXXX)
[DOI: 00.0000/ABCDE.2006.000000]

thickness of lubricant in the contact region. Mongkolwongrojn and Panichakorn[7] studied TEHL rough surface spur gears under sudden overloads. The results showed that the effects of sudden overloads are significant for the friction coefficient, the film temperature and film thickness of lubricant in the contact region. Sayles [8] came to the conclusion that particles larger than the oil film thickness and softer than the interacting surfaces would also hurt the surface, and reduce the life of the tribopair. Khonsari, Wang, and Qi[9] formulated Reynolds and energy equations for non-Newtonian liquid-solid lubricants in line contact. Yousif [10] obtained the improved lubrication characteristics by mixing soft MoS₂ and graphite particles with pure oil. Mongkolwongrojn[11] showed that the liquid-solid non-Newtonian lubricant affects significantly the film temperature and film thickness of lubricant in contact region under sudden load. Lubrecht, Ten Napel, and Bosma [12] showed that the multigrid algorithm is the most efficient method for solving the highly nonlinear EHL problems with roughness effects. The multigrid technique has been developed to solve transient thermo-elastohydrodynamic lubrication (TEHL) by Osborn and Sadeghi [13]. Ai and Cheng[14] presented the formulation of the transient rough EHL problem using a multigrid technique. The results showed that surface roughness affects significantly the transient pressure distribution in line contact. Wang[15] presented a technique to generate non-Gaussian surfaces for mixed lubrication.

In the present analysis, rough spur gears with liquid-solid non-Newtonian lubricant is incorporated in TEHL analysis. Gear teeth with rough surfaces are assumed in this full transient thermal EHL analysis. Finite difference multigrid multilevel method with full approximate scheme techniques were implemented to calculate the transient TEHD lubrication of rough surface gear teeth with various particle materials and various percent of particle concentration for the liquid-solid non-Newtonian lubricants. Minimum film thickness, maximum film temperature and friction coefficient were determined at different contact points along the line of action.

Nomenclature

- b : Semi-width of Hertzian contact under load w'_0 , m , $b = R_0(8W'_0/\pi)^{1/2}$
 C_{RT} : Transient dimensionless curvature sum, $C_{RT} = R_X/R_0$
 C_{UT} : Transient dimensionless entrainment velocity, $C_{RT} = \bar{u}/u_0$
 C_{WT} : Transient dimensionless load, $C_{WT} = w'/w'_0$
 $D(X)$: Dimensionless of combined surface roughness of gear and pinion
 $E_{1/2}$: Elastic modulus of pinion/gear, Pa
 E_s : Elastic modulus of Solid Lubrication, Pa
 E' : Effective elastic modulus, Pa, $1/E' = 1/[2\{(1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2\}]$
 f : Friction coefficient of pinion
 f_p : Friction coefficient of solid lubricant particle
 h : Lubricant film thickness, m
 h_0 : Rigid central film thickness, m
 H : Dimensionless film thickness, $H = h(R_0/b^2)$
 H_0 : Dimensionless rigid central film thickness, $H_0 = h_0(R_0/b^2)$
 K : Constant in Reynolds equation
 k : Thermal conductivity of lubricant, W/m · K
 k_0 : Thermal conductivity of lubricant at ambient pressure, W/m · K
 $\bar{k}_p$: Dimensionless Thermal conductivity of lubricant $\bar{k}_p = k/k_0$
 K_{T1} : Constant in Energy equation
 K_{T2} : Constant in Energy equation
 K_{T3} : Constant in Energy equation
 m_0 : Apparent viscosity at the shear rate of unit, Pa · s

n	: Power law index
p	: Pressure, Pa
P	: Dimensionless pressure, $P = p/P_H$
P_H	: Maximum Hertzian pressure, Pa, $P_H = E'(W'_0/2\pi)^{1/2}$
r_a	: Base cycle radii of pinion, m
r_b	: Base cycle radii of gear, m
R_0	: Pitch circle radii sum, m, $1/R_0 = 1/r_a \sin(\varphi) + 1/r_b \sin(\varphi)$
R_1	: Radii of curvature of pinion teeth, m
R_2	: Radii of curvature of gear teeth, m
R_X	: Curvature sum, m, $1/R_X = 1/R_1 + 1/R_2$
$\bar{S}$	: Distance along line of action, m
S_0	: Slip ratio, $S_0 = (u_2 - u_1)/\bar{u}$
t	: Time, s
$\bar{t}$	: Dimensionless time, $\bar{t} = t(u_0/b)$
T	: Temperature, K
T_1	: Surface temperature of pinion, K
T_2	: Surface temperature of gear, K
T_0	: Inlet temperature, K
u	: Film velocity, m/s
u_1	: Pinion teeth surface velocity, m/s
u_2	: Gear teeth surface velocity, m/s
$\bar{u}$	: Entrainment velocity, m/s, $\bar{u} = (u_2 + u_1)/2$
u_0	: Reference velocity, m/s
u^*	: Dimensionless film velocity, $u^* = u/u_0$
w'	: Transient load, N/m
w'_0	: Reference load, N/m
W'_0	: Dimensionless reference load, $W'_0 = w'_0/E'R_0^2$
x	: Coordinate, m
X	: Dimensionless coordinate, $X = x/b$
z	: Coordinate, m
Z	: Dimensionless coordinate, $Z = z/h$
Z_1	: Viscosity-Pressure index
θ	: Dimensionless film temperature, $\theta = T/T_0$
θ_1	: Dimensionless pinion teeth surface temperature, $\theta_1 = T_1/T_0$
θ_2	: Dimensionless gear teeth surface temperature, $\theta_2 = T_2/T_0$
μ	: Equivalent viscosity, Pa · s
$\bar{\mu}$	: Dimensionless equivalent viscosity, $\bar{\mu} = \mu/\mu_0$
μ_0	: Inlet viscosity, Pa · s
τ	: Shear stress of lubricant, Pa
ρ	: Density of lubricant, kg/m ³
ρ_0	: Inlet density of lubricant, kg/m ³
ρ_p	: Inlet density of lubricant, kg/m ³
$\bar{\rho}$	: Dimensionless density of lubricant, $\bar{\rho} = \rho/\rho_0$
λ	: Concentration by weight of Solid Lubricant
φ	: Pressure Angle, degree

2. Load, curvature and velocity

It is difficult to estimate the transmitted force between two teeth in a meshing gear. In this analysis, gear tooth load is assumed to act along the line of action. The gear teeth are assumed to be rigid and the dynamics of the gear are neglected. The pitch error is assumed

to be very small and will not influence the load. With these assumptions the load will be constant as long as two pairs of gear teeth carry the total load. When only one pair carries the load, the gear tooth load will immediately be doubled.

The contact between gear teeth at a distance $\bar{S}$ from the pitch line in a pair of involute gear teeth having radii r_a and r_b and a pressure angle $\bar{\psi}$ can be represented by two circular cylinders rotating with the same angular velocity ω_a and ω_b as the gear teeth themselves. These radii vary along the line of the action as:

$$R_1(\bar{S}) = r_a \sin(\bar{\psi}) - \bar{S} \quad (1)$$

$$R_2(\bar{S}) = r_b \sin(\bar{\psi}) + \bar{S} \quad (2)$$

The teeth both roll and slide against each other except at the pitch point, where a pure rolling condition exists. The tooth surface velocities are:

$$u_1(\bar{S}) = \omega_a R_1(\bar{S}) \quad (3)$$

$$u_2(\bar{S}) = \omega_b R_2(\bar{S}) \quad (4)$$

3. Governing Equations

In this study, for low particle concentration in the liquid-solid lubricant, single-phase flow can be assumed as a simplification. The time-dependent thermo-elastohydrodynamic lubrication of rolling/sliding line contacts can be solved simultaneously by using the modified Reynolds, elasticity, and energy equations to obtain pressure, film temperature, film thickness, friction coefficient and powder load carrying.

3.1 Modified Reynolds Equation

The relationship between shear stress and shear rate of non-Newtonian lubricant in this work can be approximated using a power-law viscosity model.

$$\tau_{xz} = \mu^* \frac{\partial u}{\partial z} \quad \text{and} \quad \tau_{yz} = \mu^* \frac{\partial v}{\partial z}$$

Where the equivalent viscosity

$$\mu^* = m_0 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]^{(n-1)/2}$$

The dimensionless modified Reynolds equation for the transient thermal line contact problem with consideration of the temperature dependency of viscosity and density across the film [10] has been formulated using perturbation technique.

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\Phi \frac{\partial P}{\partial X} \right) = \Lambda \left\{ C_{UT}(\bar{t}) \frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho} H) + \frac{\partial}{\partial \bar{t}} (\bar{\rho} H) \right\} \quad (5)$$

Where

$$\Phi = \frac{\bar{\rho} H^3}{\bar{\mu}_0^2}, \Lambda = \frac{12 u_0 \mu_0 R_0^2}{b^3 P_H}, \bar{\mu}_0^* = \bar{\mu}_R n K_{SH} (\bar{t}^*)^{(n-1)/2} \text{ and } K_{SH} = \frac{m_0}{\mu_0} \left(\frac{u_0 R_0}{b^2} \right)^{(n-1)/2}$$

The boundary conditions are

$$X = X_{inlet}, P = 0 \quad ; \quad X = X_{exit}, P = \partial P / \partial X = 0$$

3.2 The apparent viscosity equation

The apparent viscosity in the power-law model needs to be included as a correction factor for viscosity temperature-pressure and the correction factor for solid particles in the lubricants according to Rylander[16] and Roelands[17]. The dimensionless apparent viscosity can be written as

$$\mu = \mu_0 \bar{\mu}_P \bar{\mu}_R \bar{\mu}_S^* \quad (6)$$

where

$$\begin{aligned}\bar{\mu}_p &= 1 + \frac{2.5\lambda\rho_0}{\lambda\rho_0 + (1-\lambda)\rho_p} \\ \bar{\mu}_R &= \exp\{(\ln(\mu_0) + 9.67)(-1 + (1 + 5.1 \times 10^{-9}P_H P)^{2.1}) - \gamma T_0(\theta - 1)\} \\ \bar{\mu}_S^* &= K_{SH}(\bar{T}^*)^{(n-1)/2}\end{aligned}$$

3.3 The density equation

The density of the liquid-solid lubricant according to Dowson and Higginson[1] obeys the following relation

$$\rho = \frac{\rho_0 \bar{\rho}_D}{\bar{\rho}_P} \quad (7)$$

where

$$\bar{\rho}_P = 1 - \lambda \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_p}\right), \quad \bar{\rho}_D = \left(1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} P_H P}{1 + 1.7 \times 10^{-9} P_H P}\right) (1 - \beta T_0(\theta - 1))$$

3.4 Thermal conductivity of oil film

The effect of pressure on thermal conductivity has been implemented in the thermal EHD calculation by Wang.[18]

$$\bar{k}_P = 1 + \frac{\alpha_{K,1} P_H P}{1 + \alpha_{K,2} P_H P} \quad (8)$$

3.5 The film thickness equation

The film thickness, including the deformation of surface under line contact, is given as

$$H = H_0 + \frac{X^2}{2C_{RT}} + D(X) - \frac{1}{\pi} \int_{X_{inlet}}^{X_{exit}} P(X') \ln|X - X'| dX' \quad (9)$$

where $D(X)$ is the dimensionless combined surface roughness of gear and pinion with random roughness distribution.

3.6 Load carrying capacity

The total load carrying capacity of the liquid-solid lubricant film consists of two parts: the first load component results from deformation of particles w_p , and the other load component is due to hydrodynamic action w_f , where

$$w_f = \int_{X_{inlet}}^{X_{exit}} p(x) dx \quad (10)$$

Consider a spherically shaped particle in the contact region under the action of normal load, the particle may undergo plastic deformation. For a particle that deforms plastically when the mean contact pressure reaches the hardness of particle, H_d , the load carrying capacity by a plastically deformed was written by Hua and Khonsari[19]

$$w_{i,pl} = \frac{9}{6} \pi^3 H_d^3 \left(\frac{d_p}{E_{ps}} \right) + p(x) v_p A_{i,pl}$$

where

$$\frac{1}{E_{ps}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \nu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \nu_s^2}{E_s} \right)$$

Where $A_{i,pl}$ is the contact area of an individual particle due to plastic deformation. Equations give the load carrying capacity of a single particle due to plastic deformation. Therefore, the load carrying capacity for all particles is

$$w_p = \sum_{i=1}^{N_X} \sum_{j=1}^{N_Z} w_i \quad (11)$$

where N_x and N_z are numbers of particles that come in contact with the surface in x -directions and z -directions respectively. The number of particles can be calculated as [8]:

$$N_j = l_j \sqrt{\frac{V_f}{l_x l_z} \frac{6\lambda}{\pi d_p^3} \frac{\rho_0 / \rho_p}{[1 - \lambda(1 - \rho_0 / \rho_p)]}}$$

where λ is the concentration of particles by weight, V_f is the volume of the solid-liquid lubricant within the contact region and l_j is the effective length along which the particles deform. For line contact configuration where $l_z = 1$, the total load carried by the solid-liquid lubricant can be expressed as

$$w_T = w_f + w_p$$

3.7 The load equation

The total load carrying capacity of the lubricant is due to hydrodynamic action. The dimensionless form of load balance equation is

$$\int_{X_{inlet}}^{X_{exit}} P dX = C_{WT} \left(\frac{W_T - W_p}{W_T} \right) \left(\frac{\pi}{2} \right) \quad (12)$$

3.8 The friction coefficient

The friction coefficient on pinion tooth surface is defined as

$$f = \frac{\mu_0 u_0 R_0}{w_0' b C_{WT}} \int_{X_{inlet}}^{X_{exit}} \left(\frac{\bar{\mu}}{H} \right) \left(\frac{\partial u^*}{\partial Z} \right)_{Z=0} dX + \frac{f_p E' R_0 W_p}{w_0' C_{WT}} \quad (13)$$

3.9 Energy equation

The surface in the contact region can be simplified as a semi-infinite body. Following Carslaw and Jaeger[19], the heat conduction in the surface can be analyzed by ignoring the heat conduction in the X and Y directions. The time-dependent dimensionless energy equation for the oil film can be written as

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} = & K_{T1} \frac{\bar{\rho} H^2}{\bar{k}_p} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \bar{t}} + u^* \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) - K_{T2} \frac{\bar{\mu}}{\bar{k}_p} \left(\frac{\partial u^*}{\partial X} \right)^2 - K_{T3} \frac{\theta H^2}{\bar{k}_p} \left(\frac{\partial P}{\partial \bar{t}} + u^* \frac{\partial P}{\partial X} \right) \\ & - K_{T4} |S_0 C_{UT}| \frac{H^2 f_p W_p}{\bar{k}_p \bar{A}_h} \end{aligned} \quad (14)$$

where

$$K_{T1} = \frac{u_0 \rho_0 c_p b^3}{k_0 R_0^2}, \quad K_{T2} = \frac{\mu_0 u_0^2}{k_0 T_0}, \quad K_{T3} = \frac{\beta u_0 b^3 P_H}{k_0 R_0^2}, \quad K_{T4} = \frac{2u_0 E' b}{k_0 T_0}$$

The boundary conditions of the energy equation[20] are

$$\theta(X_{inlet}) = 1$$

$$\theta_{1/2} = 1 \pm \frac{k_0 R_0}{\sqrt{\pi \rho_{1/2} c_{p,1/2} k_{1/2} b^3 u_0 C_{UT} \left(1 - \frac{S_0}{2} \right)}} \int_{X_{inlet}}^{X_{exit}} \left(\frac{\bar{k}_p}{H} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial Z} \right)_{Z=0/1} \frac{dX'}{\sqrt{X - X'}}$$

4. Computational procedure and numerical method

The numerical solution of the governing equations described above is carried out by the pressure-temperature iteration between transient Reynolds, elasticity, powder load carrying capacity and energy equations for the thermo-elastohydrodynamic lubrication with liquid-solid non-Newtonian lubricants solutions were calculated using multigrid with full approximation scheme technique to improve the convergence rate. The convergence criteria of pressure, temperature, and hydrodynamic load are adopted as follows:

$$\sum_{i=0}^N |P_i^{k+1} - P_i^k| / \sum_{i=0}^N P_i^{k+1} \leq 0.0001 \quad (15)$$

$$\sum_{i=0}^N |\theta_i^{k+1} - \theta_i^k| / \sum_{i=0}^N \theta_i^{k+1} \leq 0.0001 \quad (16)$$

$$\left| c_{WT} \left(\frac{\pi}{2} \right) - \int_{X_{inlet}}^{X_{exit}} PdX \right| / c_{WT} \left(\frac{\pi}{2} \right) \leq 0.0001 \quad (17)$$

During each time interval, the modified Reynolds equation, elasticity equation and energy equation are calculated using boundary conditions and initial conditions to obtain pressure and temperature distributions. In this problem, the boundary conditions X_{inlet} and X_{exit} can be obtained as $X_{inlet} = -6.0$ and $X_{exit} = +2.0$.

5. Results and Discussion

The gear data and the properties of liquid lubricant, solid particle and gearbox data used in the analysis are given in Table 1 and Table 2. These gear data correspond to a commercially available gearbox.

Table 1 Gear data and lubricant properties

Gear Material	UNB C61300
Number of teeth (pinion : gear)	35:140
Module, mm	2
Contact ratio	1.786
Pinion speed, rpm	1,000
Nominal pressure angle, degree	20
Teeth width, mm	20
Transmitted power, kW	10.0
Elastic modulus of pinion and gear, GPa	117.0
Density of the teeth of pinion and gear, kg/m ³	7950.0
Poisson ratio of the teeth of pinion and gear	0.28
Specific heat of the teeth of pinion and gear, J/kg · K	736.8
Combined surface roughness amplitude (R_{rms}), μm	0.10
Inlet temperature of lubricant, K	313.15
Ambient density of the lubricant, kg/m ³	892.80
Ambient viscosity of the lubricant, Pa · s	0.195
Viscosity-Pressure index (Z_1)	0.5685
Viscosity-Temperature coefficient, K ⁻¹	0.05763
Coefficient of thermal expansivity, K ⁻¹	0.00074
Thermal conductivity of lubricant, W/m · K	0.126
Specific heat of lubricant, J/kg · K	1870
Power law index (n)	- liquid-solid lubricant - liquid lubricant
	1.00969 1.000

Fig. 1 shows the variation of the dimensionless idealized load, central pressure, dimensionless equivalent curvature and entrainment velocity along the line of action. The dimensionless load (c_{WT}) is 0.5 at the approach point A and suddenly increased to 1.0 at point B ($\bar{s} = -1.10$ mm) when the load was carried by one pair of teeth beginning at that moment. The next pair of teeth comes into action at point D ($\bar{s} = 0.90$ mm) and the load is suddenly decreased to 0.5 again. The amount of sliding reaches its highest level at the

approach point. There is no sliding at the pitch point. The slip ratio reaches its highest level at the approach point. The entrainment velocity and the equivalent curvature have their lowest levels at approach point (point A) too. That means approach point might be the most critical from a lubricant film thickness point of view.

Table 2 Physical properties of solid lubricant particles

Solid particle properties	MoS ₂
Brinell hardness, GPa	3.139
Modulus of elasticity, GPa	34
Poisson ratio	0.13
Density, kg/m ³	4800
Friction coefficient	0.1
Particle diameter, μm	2

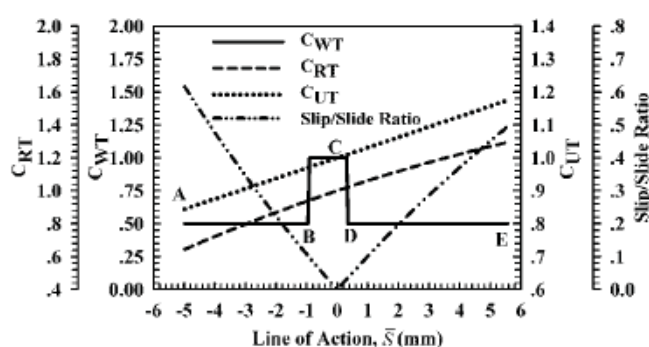


Fig.1 Variation of the load, central pressure, equivalent curvature and entrainment velocity along the line of action.

Fig. 2 shows the variation of minimum film thickness along the line of action of the gear tooth for liquid lubricant (SAE 90) and liquid-solid lubricant (SAE 90 plus 10% MoS₂ by weight) and the amplitude of combined roughness (R_{RMS}) is $0.10 \mu\text{m}$. It can be seen that the minimum film thickness of liquid-solid lubricant is higher than the minimum film thickness for liquid lubricant along the line of action because of the load carried by the solid particles in lubricant. At the approach point ($\bar{S} = -4.97 \text{ mm}$), the film thickness is at its lowest value; the minimum film are $0.17 \mu\text{m}$ for all lubricants. This behavior can be understood by the mechanism of the squeeze effect.

The transient effect is most pronounced after points B and D. When the load is suddenly increased at point B ($\bar{S} = -0.90 \text{ mm}$), the minimum film thickness first increases from $0.84 \mu\text{m}$ to $0.86 \mu\text{m}$ for the liquid lubricant, and from $0.97 \mu\text{m}$ to $0.99 \mu\text{m}$ for liquid-solid lubricant; then it decreases to $0.76 \mu\text{m}$ for the liquid lubricant, and to $0.90 \mu\text{m}$ for liquid-solid lubricant, before it increases again. It never reaches an equilibrium state until the load is halved again. When the next pair of teeth comes into action at point D ($\bar{S} = 0.40 \text{ mm}$), the load is suddenly decreased. The minimum film thickness first increases from $0.92 \mu\text{m}$ to $1.04 \mu\text{m}$ for the liquid lubricant and $1.05 \mu\text{m}$ to $1.19 \mu\text{m}$ for liquid-solid lubricant; then it decreases until it recovers at 1.20 mm approximately, where the minimum film thickness values are $0.83 \mu\text{m}$ and $0.99 \mu\text{m}$ for liquid lubricant and liquid-solid lubricant, respectively. It approaches the steady state condition at approximately 3.53 mm .

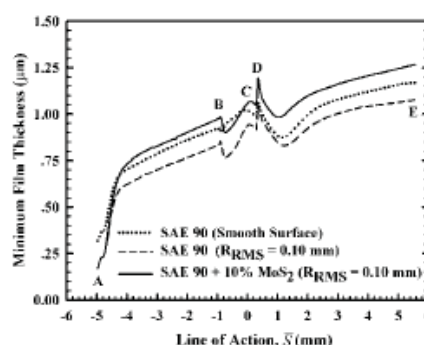


Fig. 2 Variation of minimum film thickness along the line of action for liquid lubricant and liquid-solid lubricant

The variation of friction coefficient on pinion tooth and temperature rise of oil film for liquid lubricant and liquid-solid lubricant, for rough surface gear teeth along the line of action are presented in Fig. 3 and Fig. 4. The friction coefficient and temperature rise of oil film for the liquid-solid lubricant are lower along the line of action than those for liquid lubricant except the near pitch point, where they are higher value. At the approach point (point A, $\bar{S} = -4.97$ mm), the friction coefficient and maximum film temperature are 0.164 and 107.71 °C, respectively, for liquid lubricant and 0.158 and 107.37 °C, respectively, for liquid-solid lubricant when contact moves along the line of action. The first peak value is at -4.83 mm for the friction coefficient and at -4.63 mm for the maximum film temperature, where the friction coefficient and the maximum film temperature are 0.219 and 238.07 °C for liquid lubricant and 0.203 and 217.47 °C for the liquid-solid lubricant, respectively then decreases until the load is suddenly increased. At $\bar{S} = -0.40$ mm, the friction coefficient and maximum film temperature are 0.561, 254.25 °C, for liquid lubricant and 0.451 and 250.37 °C, for the liquid-solid lubricant respectively. The values then decrease to the minimum value at the pitch point. At the pitch point (point C), the friction coefficient and maximum film temperature for liquid-solid lubricant have a higher value than the value for liquid lubricant, because of friction forces and friction heating of solid particle. These values are 0.077, 61.73 °C, 0.079 and 63.08 °C for liquid lubricant and liquid-solid lubricant, respectively. The friction coefficient is approximately zero and the maximum temperature is near the ambient temperature because there is no sliding. Adjacent to the approach point the friction coefficient and maximum temperature rise all have high levels because of the high load even though the contact surface is small. The highest temperature rise occurs at the approach point, which is caused by the large slip ratio. When the line of action shifts from the pitch point, film temperature and friction coefficient rise up again. At $\bar{S} = +0.30$ mm, the maximum values are 0.342 and 115.85 °C for liquid lubricant, and 0.285 and 105.72 °C for liquid-solid lubricant. When the next pair of teeth comes into action at point D, the film temperature and friction coefficient suddenly decrease and then increase again when contact moves along the line of action. One can see that the maximum temperature rise at the approach point is higher than at the recess point. That is because the slip ratios of the approach point are larger than those of the recess point.

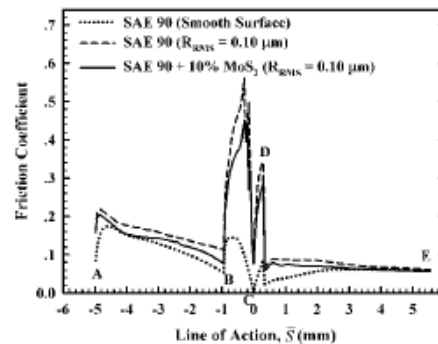


Fig. 3 Variation of friction coefficient on pinion surface along the line of action for liquid lubricant and liquid-solid lubricant

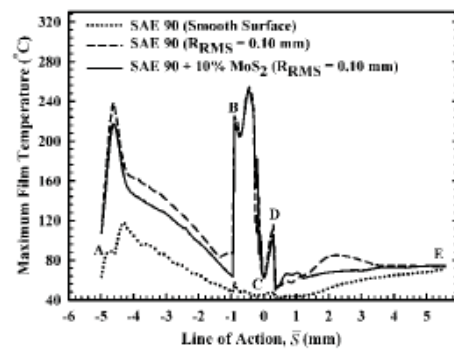


Fig. 4 Variation of maximum temperature rise along the line of action for liquid lubricant and liquid-solid lubricant

Fig. 5 and Fig. 6 show the minimum film thickness, friction coefficient and maximum film temperature at the approach point A, point B where the load is suddenly increased to double and at pitch point C as a function of amplitude of combined surface roughness for a liquid-solid lubricant. The results show that the amplitude of combined surface roughness has a significant effect on film temperature and friction coefficient in liquid-solid TEHL of spur gears. Minimum film thickness decreases but friction coefficient and maximum film temperature increase when amplitude of combined surface roughness increases. At approach point (point A), minimum film thickness, friction coefficient and maximum film temperature are $0.32 \mu\text{m}$, 0.075 and 59.73°C , respectively for smooth surface and they are $0.17 \mu\text{m}$, 0.158 , 107.37°C and $0.14 \mu\text{m}$, 0.183 and 128.81°C when amplitudes of combined surface roughness are $0.10 \mu\text{m}$ and $0.12 \mu\text{m}$, respectively. At the point the load is suddenly increased (point B), minimum film thickness, friction coefficient and maximum film temperature are $1.02 \mu\text{m}$, 0.118 and 59.09°C for smooth surface, and they are $0.98 \mu\text{m}$, 0.220 , 218.27°C , $0.97 \mu\text{m}$, 0.233 and 254.75°C when amplitudes of combined surface roughness are $0.10 \mu\text{m}$ and $0.12 \mu\text{m}$, respectively. At the pitch point (point C), minimum film thickness, friction coefficient and maximum film temperature are $1.16 \mu\text{m}$, 0.008 and 45.41°C for smooth surface and they are $1.06 \mu\text{m}$, 0.079 , 63.08°C , $1.03 \mu\text{m}$, 0.089 and 67.35°C when amplitudes of combined surface roughness are $0.10 \mu\text{m}$ and $0.12 \mu\text{m}$, respectively.

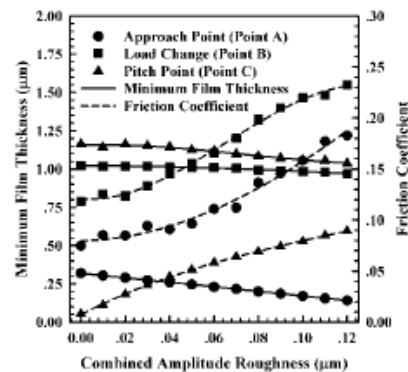


Fig. 5 Variation of minimum film thickness and friction coefficient with amplitude combined surface roughness for liquid-solid lubricant

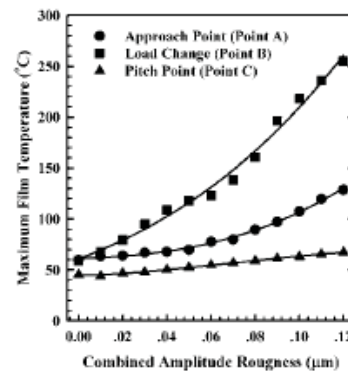


Fig. 6 Variation of maximum temperature rise with amplitude of combined surface roughness for liquid-solid lubricant

The variation of friction coefficient on pinion tooth, minimum film thickness and temperature rise of oil film for liquid-solid lubricant gear teeth along the line of action are presented in Fig. 7 and Fig. 8. The minimum film thickness, friction coefficient and maximum film temperature at the approach point (point A) are only insignificantly effect by roughness for liquid-solid TEHL in spur gears. At the point with suddenly increased load (point B), the minimum film thickness increases when concentration of solid particles increases. It is $0.86 \mu\text{m}$ for liquid lubricant and it increases to $0.99 \mu\text{m}$ and $1.05 \mu\text{m}$ when concentrations of solid particle are 10% and 20% by weight, respectively. The friction coefficient and maximum film temperature decreased when concentration of solid particle decreases. They are 0.254 and 224.90°C for the friction coefficient and maximum film temperature, respectively, when lubricant is purely liquid lubricant, and they decrease to 0.220 and 218.27°C when the concentration of solid particles is 10% by weight. When concentration of solid particles is 20% by weight, friction coefficient and maximum film temperature are 0.194 and 205.48°C , respectively. The friction coefficient and maximum film temperature values for liquid-solid lubricant are lower than the values for liquid lubricant when load is suddenly increased (point B), because the effect of particle load carrying would be to decrease the load of the liquid film lubricant. At the pitch point (point C), the minimum film thickness, friction coefficient and maximum film temperature

for liquid-solid TEHL in spur gears increases when concentration of solid particles increases because there is no sliding.

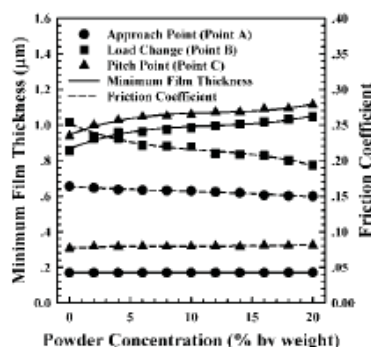


Fig. 7 Variation of minimum film thickness and friction coefficient on pinion surface with powder concentration for liquid-solid lubricant

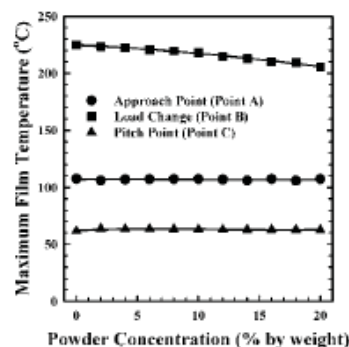


Fig. 8 Variation of maximum temperature rise with powder concentration for liquid-solid lubricant

In this paper, the approach point is where the gear teeth are in the first contact and at that point the film thickness has its lowest values; that means approach point might be the most critical from a lubricant film thickness point of view. The load of gear teeth may be increased more than the normal operating condition due to a sudden overload or impact of gear teeth. The characteristics of spur gears were investigated when subjected to a sudden overload of 25% of the normal operating load with liquid lubricant and liquid-solid lubricant as shown in Fig 9.

During sudden overload or impact load at the approach point (point I) when amplitudes of combined surface roughness are $0.10\text{ }\mu\text{m}$, the minimum film thickness for liquid lubricant and liquid-solid lubricant is close to the normal operating conditions because at the approach point the minimum film thickness depends on the mechanism of the squeeze effect; the minimum film thicknesses at the approach point are $0.169\text{ }\mu\text{m}$, $0.167\text{ }\mu\text{m}$ and $0.168\text{ }\mu\text{m}$ for normal operating conditions, sudden overload with liquid lubricant and sudden overload with liquid-solid lubricant, respectively. The friction coefficients and maximum film temperatures with sudden overload at the approach point are greater than the normal operating condition; they are 0.164 and $107.71\text{ }^{\circ}\text{C}$, 0.200 and $124.84\text{ }^{\circ}\text{C}$ and 0.172 and $119.18\text{ }^{\circ}\text{C}$ for normal operating condition and sudden

overload at the approach point operating condition with liquid-solid lubricant, respectively. When the contact moves forward along the line of action, the minimum film thickness, friction coefficient and maximum film temperature rapidly increase. At point J, the minimum film thickness, friction coefficient and maximum film temperature for normal operating condition with liquid lubricant, sudden overload operating condition with liquid lubricant and sudden overload operating condition with liquid-solid lubricant are $0.586 \mu\text{m}$, 0.184 and 174.30°C , $0.522 \mu\text{m}$, 0.213 and 215.32°C and $0.621 \mu\text{m}$, 0.195 and 200.31°C , respectively. When the load is suddenly decreased at point K, the minimum film thickness for impact overload operating condition are rapidly increased to $0.654 \mu\text{m}$ and $0.773 \mu\text{m}$ for liquid lubricant and liquid-solid lubricant, respectively but the friction coefficient and maximum film temperature are rapidly decreased to 0.175 and 158.61°C and 0.157 and 141.79°C as shown in Fig 10, Fig. 11 and Fig. 12.

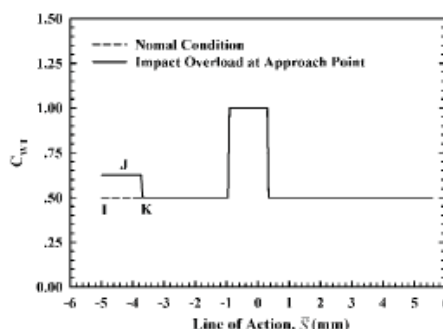


Fig. 9 Variation of the load, along the line of action for sudden overload at approach point

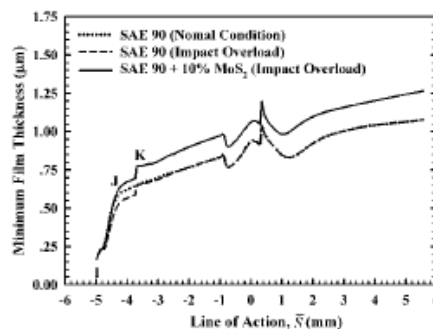


Fig. 10 Variation of minimum film thickness along the line of action for sudden overload at approach point with liquid lubricant and liquid-solid lubricant

In the impact load region, the minimum film thickness for liquid-solid lubrication is greater than the minimum film thickness for liquid lubrication but the friction coefficients and maximum film temperatures for liquid-solid lubricant are smaller than the friction coefficients and maximum film temperatures for liquid lubricant because of the load carried by solid particle in the lubricant and the change of lubricant properties from Newtonian fluid for liquid lubricant to dilatant fluid when solid particles are added into the lubricant.

Fig. 13 and Fig. 14 shown the variation of friction coefficient on pinion tooth, minimum film thickness and temperature rise of oil film for liquid-solid lubricant gear teeth along the line of action with impact overload at the approach point. At the approach point (point I), the concentration of solid particle has an insignificant effect on the minimum film

thickness and maximum film temperature, but the friction coefficient first decreases until concentration of solid particle is more than 10% by weight, then it increases again. When the contact moves forward along the line of action to point J and Point K, the minimum film thickness increases but the friction coefficient and maximum film temperature decrease when concentration of solid particle increases. This is because the effect of particle load carrying would be to decrease the load of the liquid film lubricant.

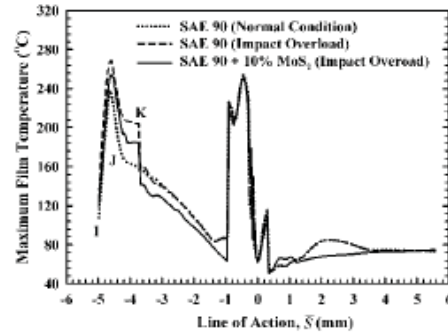


Fig. 11 Variation of maximum film temperature along the line of action when sudden overload at approach point with liquid lubricant and liquid-solid lubricant

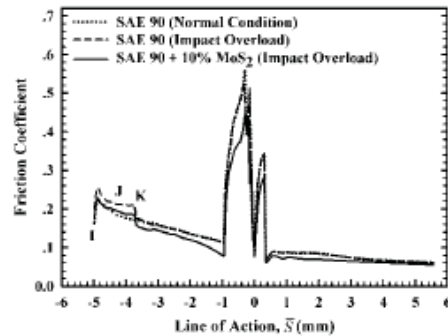


Fig. 12 Variation of friction coefficient along the line of action under sudden overload at approach point with liquid lubricant and liquid-solid lubricant

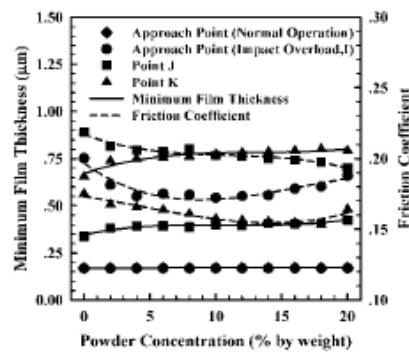


Fig. 13 Variation of minimum film thickness and friction coefficient with powder concentration under sudden overload at approach point for liquid-solid lubricant

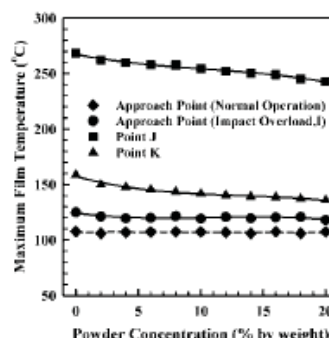


Fig. 14 Variation of maximum temperature rise with powder concentration under sudden overload at approach point for liquid-solid lubricant

6. Conclusion

The time dependent modified Reynolds equation, energy equation and powder load carrying were formulated for spur gear with liquid-solid lubricant to obtain minimum film thickness, maximum film pressure, friction coefficient and maximum film temperature in the contact between two rough gear teeth of involute spur gears. The dynamic characteristics of spur gears under TEHL were investigated for both liquid and liquid-solid lubricants. The load is kept constant as long as two pair of teeth carried the total load and it is doubled when only one pair is in action. The following can be concluded as:

1. Minimum film thickness of liquid-solid lubricant is higher than the minimum film thickness of liquid lubricant along the line of action, but friction coefficient and maximum film temperature are lower value than that the liquid lubricant except the pitch point where they are higher value.

2. Considering the rough surface effect, the minimum film thickness is thinner but the maximum film temperature and friction coefficient are greater when the amplitude of combined surface roughness increases. Therefore, the surface roughness of gear teeth significantly affects tribology of gear teeth and should be considered in gear design application.

3. When concentration of solid particle increases, the minimum film thickness increases but friction coefficient and maximum film temperature decrease. The sizes of solid particles in liquid-solid lubricant have an insignificant effect for rough liquid-solid TEHL in spur gear.

4. For spur gears with liquid-solid lubricant under sudden overload at the approach point, the film temperature and friction coefficient are decreases but minimum film thickness increase when compared with liquid lubricant that means liquid-solid lubricant can be protect the damage of gear teeth under severe operating condition.

7. References

- (1) Dowson D., Higginson G. R., *Elastohydrodynamic lubrication, the fundamentals of roller and gear lubrication.*, Oxford: Pergamon; 1966.
- (2) Wang KL, Cheng H. S., *A numerical solution to the dynamic load, film thickness and surface temperatures in spur gears, Part I - analysis.*, ASME J Mech Design 1981, Vol. 103, pp. 177–87.

- (3) Wang KL, Cheng H. S., *A numerical solution to the dynamic load, film thickness and surface temperatures in spur gears, Part II - results.*, ASME J Mech Design 1981 Vol. 103, pp. 188–94.
- (4) Hua D. Y. and Khonsari M. M., *Application of transient elastohydrodynamic lubrication analysis for gear transmissions.*, STLE Tribol Trans 1995, Vol.38, pp. 905–13.
- (5) Larsson R., *Transient non-Newtonian analysis of an involute spur gear.*, Wear, 1997, Vol. 207, pp. 67–73.
- (6) Wang Y., Li H., Tong J. and Yang P., *Transient thermoelastohydrodynamic lubrication analysis of an involute spur gear.*, Tribology International, 2004, Vol. 37, pp. 773–782.
- (7) Mongkolwongrojn M. and Panichakorn J., *TEHL Analysis of Rough Surface Spur Gears with Non-Newtonian Lubricants Under Sudden Overloads*, JSME Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing, 2012, Vol.6 No.7, pp. 1031-1045.
- (8) Sayles R.S. and Ioannides E., *Debris damage in rolling bearings and its effects on fatigue life*, ASME J Tribol, 1988, Vol. 110, pp. 26–31.
- (9) Khonsari M.M., Wang H. S., and Qi Y.L., *A Theory of Liquid-Solid Lubrication in Elastohydrodynamic Regime*, ASME J. Tribol., 1989, Vol. 111, pp. 256–265.
- (10) A.E.Yousif and S.M.Nacy, *The lubrication of conical journal bearings with bi-phase (liquid-solid) lubricants*, Wear, 1994, Vol. 172, pp. 23–8.
- (11) Mongkolwongrojn M., Aiumpomsin C. and Thammakosol K., *Theoretical Investigation in Thermoelastohydrodynamic Lubrication With Non-Newtonian Lubricants Under Sudden Load Change*, Journal of Tribol, 2006, Vol.128, pp.771–777.
- (12) Lubrecht, A. A., Ten Napel, W. E., and Bosma, R., *Multi-grid, an Alternative Method for Calculating Film Thickness and Pressure Profiles in EHL Line Contacts*, ASME J. Tribol., 1986, Vol. 108, pp. 551–556.
- (13) Osborn F.K. and Sadeghi F., *Time Dependent Line EHD Lubrication Using the Multigrid/Multilevel Technique*, ASME J. Tribology, 1992, Vol. 114, pp. 68–74.
- (14) Ai X. and Cheng, S. H., *Transient EHL Analysis for Line Contacts With Measured Surface Roughness Using Multigrid Technique*, ASME J. Tribol. , 1994, Vol. 116, pp. 549–558.
- (15) Wang W.Z., Chen H., Hu Y.Z. and Wang H., *Effect of surface roughness parameters on mixed lubrication characteristics*, Tribology International, 2006, Vol. 39, pp 522–527.
- (16) Rylander H.G., *A Theory of Liquid-Solid Hydrodynamic Film Lubrication*, ASLE Journal of the American Society of Lubrication Engineers, 1966, pp.264-271.
- (17) Roelands C. J. A., *Correlation aspects of viscosity-temperature-pressure relationship of lubricating oils.*, Ph.D. thesis, Delft Univeristy of Technology, Netherlands, 1966.
- (18) Wang, S., Cusano C. and Conry, T. F., *Thermal analysis of elastohydrodynamic lubrication of line contact using the Ree-Eyring fluid model*, Journal of Tribology, 1991, Vol. 113, pp. 232-244.
- (19) Hua, D. Y., and Khonsari, M. M., 1996, *Elastohydrodynamic Lubrication by Powder Slurries*, ASME J. Tribol., 118, pp. 67–73.
- (20) Carslaw, J. W., and Jaeger, J. C., *Conduction of Heat in Solids*, Oxford University Press, 1959, London.



Western Digital (Thailand) Company Limited.
140 Moo2, Bangpa-In Industrial Estate,
Udomsornayuth Road, Klongjig, Bangpa-In,
Ayutthaya 13160 Thailand.
Tel : 6635-277-000 Fax : 6635-277-111

วันที่ 3 สิงหาคม 2553

เรื่อง ขอเชิญอาจารย์เป็นวิทยากรบรรยายพิเศษ

เรียน คณบดี วิทยาลัยร่วมด้านเทคโนโลยีการบันทึกข้อมูลและการประยุกต์ใช้งาน

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ด้วยทางบริษัท เวสเทิร์นดิจิตอล(ประเทศไทย) จำกัด ได้จัดตั้งสถาบัน ฝึกอบรม โดยได้รับการสนับสนุนจาก ศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์ แห่งชาติ สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ เพื่อฝึกอบรม นักวิทยาศาสตร์และวิศวกร รวมถึงช่างเทคนิคของบริษัท ตลอดจนวิศวกรของ ผู้ผลิตชิ้นส่วนในอุตสาหกรรมฮาร์ดดิสก์

บริษัทมีความเห็นว่า วิทยาลัยร่วมด้านเทคโนโลยีการบันทึกข้อมูลและการประยุกต์ใช้งาน สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง มีคณาจารย์ที่มีความรู้ความสามารถถ่ายทอด ให้แก่ผู้เข้าอบรมได้

จึงใคร่ขอเรียนเชิญ รศ.ดร. มงคล มงคลวงศ์โรจน์ มาเป็นวิทยากรบรรยายดังต่อไปนี้

Tribology for Engineer (Thai Version) วันที่ 4 สิงหาคม 2553 เวลา 9.00 - 16.00 น.

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณาอนุมัติ

(นายพรชัย จิตราภักดิ์)

ผู้จัดการอาวุโสฝ่ายพัฒนาทรัพยากรมนุษย์และโครงการวิจัย
บริษัท เวสเทิร์น ดิจิตอล (ประเทศไทย) จำกัด