



รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

โครงการ การหล่อขึ้นแบบฟิล์มผสมด้วยของไหลชนิดนอนนิวโทเนียน

สัญญาเลขที่ BRG5180019

รศ.ดร.มงคล มงคลวงศ์โรจน์และคณะ

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

มีนาคม 2556

รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

โครงการ การหล่อขึ้นแบบฟิล์มผสมด้วยของไหลชนิดนอนนิวโทเนียน

คณะผู้วิจัย

สังกัด

- | | |
|-----------------------------|-------------------------------|
| 1. รศ.ดร.มงคล มงคลวงศ์โรจน์ | ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล สจล. |
| 2. รศ.ดร.สุรเชษฐ ชูติมา | ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มจร. |
| 3. นายฉัตรชัย เอี่ยมพรสิน | ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล สจล. |
| 4. นายเจษฎา พานิชกรณ | ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล สจล. |

สนับสนุนโดยสำนักกองทุนสนับสนุนการวิจัย

(ความเห็นในรายงานนี้เป็นของผู้วิจัย

สกว.ไม่จำเป็นต้องเห็นด้วยเสมอไป)

สารบัญ

หน้า

Executive Summary	3
1. วัตถุประสงค์	3
2. ผลงานวิจัยที่ตีพิมพ์ในวารสารวิชาการระดับนานาชาติ	4
3. จำนวนและรายละเอียดการได้รับเชิญไปเป็นวิทยากร	5
4. ปัญหาและอุปสรรค	5
5. งานวิจัยศึกษาพฤติกรรมของเทอร์โมไฮโดรไดนามิกส์แบริงเพลากลม	6
6. งานวิจัยศึกษาพฤติกรรมของเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์แบริงเพลากลม	25
7. งานวิจัยศึกษาเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของเฟืองและฟิล์มผสม	50
8. งานวิจัยศึกษาการเกิดฟิล์มอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มบางและตัวประกอบ	71
9. ภาคผนวกรายละเอียดผลงานวิจัยที่ตีพิมพ์ในวารสารวิชาการระดับนานาชาติ และหนังสือเชิญไปเป็นวิทยากร	91
9.1 “Analysis of a Flexible Web on a Grooved Concave Surface Under Soft EHL”	92
9.2 “TEHL Analysis of Rough Surface Spur Gears with Non-Newtonian Lubricants Under Sudden Overloads”	103
9.3 Effects of Surface Roughness on Elastohydrodynamic Lubrication in Elliptical Contact with Non-Newtonian Fluids”	118
9.4 “Effect of Solid Particle on TEHL Under Line Contact with Solid-Liquid Lubricant”	124

หน้า

9.5 “Transient EHL of Two Surfaces under Elliptical Contact with Non-Newtonian Lubricant”	130
9.6 “Influence of Speed-up and Speed-down on Internal Stresses Of Wound Rolls in Web handling Process”	136
9.7 “Effect of Liquid-Solid Lubricant on Mixed Lubrication in Line Contact”	142
9.8 “Analysis of Two Surfaces in line contact under TEHL with Non-Newtonian Lubricants”	150
9.9 “Stability Analysis of Rough Journal Bearings under TEHL With Non-Newtonian Lubricants”	158
9.10 “Effect of Solid Lubricant Particles on Rough Thermal Elastohydrodynamic Lubrication in Spur Gears”	166
9.11 หนังสือเชิญเป็นวิทยากรบรรยายพิเศษ	182

Executive Summary

การออกแบบพัฒนาชิ้นส่วนของเครื่องจักรกล สมัยใหม่จะต้องสามารถรับภาระและความเร็วได้สูงเกิดการสึกหรอต่ำใช้พลังงานน้อยที่สุดและมีอายุใช้งานยาวนาน การเคลื่อนไหวยของชิ้นส่วนเครื่องจักรกลนั้นผิวของชิ้นงานจะเกิดการกดอัดและถูไปบนผิวชิ้นงานอีกชิ้นหนึ่ง และจะทำให้เกิดฟิล์มของไหลคั่นระหว่างผิวของชิ้นงานที่เคลื่อนที่สัมผัสกัน ฟิล์มของไหลที่เกิดขึ้นจะกักเก็บสำคัญต่อการการสูญเสียพลังงานของชิ้นงาน ดังนั้นจึงจำเป็นต้องศึกษาการเกิดฟิล์มบางงานวิจัยนี้ได้นำเสนอโมเดลของของไหลนอนนิวโตเนียนชนิดใหม่เรียก Carreau viscosity model สามารถทำนายได้เป็นถูกต้องตามคุณสมบัติของของไหลนั้นๆ เนื่องจาก Power law model แสดงการเกิด shear thinning effects ของของไหลที่มีค่าคงที่สำหรับ Carreau viscosity model จะมี shear thinning effects ของของไหลหรือไม่มี shear thinning effects ก็ได้ เป็นปรากฏการณ์ที่ซับซ้อนต้องใช้การคำนวณขั้นสูงเพื่อให้สามารถหาคำตอบได้ถูกต้องและรวดเร็วเนื่องจากเป็นสมการที่ไม่เชิงเส้นมาก

วัตถุประสงค์และการดำเนินงานวิจัยประกอบด้วย การเขียนสมการดัดแปลงเรโนลด์ และสมการพลังงานของของไหลนอนนิวโตเนียนชนิด Carreau viscosity model การคำนวณได้ใช้วิธีเทคนิคของ Multi-grid Multi-level with full approximation method เพื่อทำให้การคำนวณเชิงตัวเลขเสถียรและใช้เวลาคำนวณด้วยคอมพิวเตอร์ต่ำที่สุด และสามารถ พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์จำลองพฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของแบร์ริงเพลากลมและเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ และอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของแผ่นฟิล์มบางโพลิเมอร์

ผลงานวิจัยนี้ได้ใช้ Carreau Model เขียนสมการดัดแปลงเรโนลด์ สมการพลังงานในกรณีที่เป็นฟิล์มบางและแก้ปัญหาการคำนวณเชิงตัวเลขของแบร์ริงเพลากลมได้สำเร็จถูกต้องเป็นครั้งแรก พบว่าพฤติกรรมสถิตย์ของแบร์ริงเพลากลมแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ สามารถรับภาระได้มากขึ้นมีความเสถียรมากขึ้นเนื่องจากฟิล์มมีความยืดหยุ่นน้อยลง จากผลการศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของการขบกันของเฟืองตรงพบว่า จะเกิดฟิล์มน้ำมันบางที่สุดขณะที่เฟืองเริ่มเข้าขบกันจึงมีอาสเสียหายได้มากที่สุด สำหรับพฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของแผ่นฟิล์มบางโพลิเมอร์ได้แสดงการลดแรงเสียดทานโดยเพิ่มพื้นที่สัมผัสและการลดความหนาของฟิล์มอากาศด้วยการใช้แบร์ริงรูพรุนเพื่อให้สามารถควบคุมค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของแผ่นฟิล์มบางโพลิเมอร์ที่ลอยอยู่บนตัวประกอบ

1. วัตถุประสงค์

1. ทดสอบหาคุณสมบัติและโมเดลของน้ำมันพืชและAdditive
2. พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์คำนวณพฤติกรรมของการเกิดฟิล์มของของไหลระหว่างผิวของชิ้นส่วนเครื่องจักรโดยใช้สารของไหลชนิด นอนนิวโตเนียนและประยุกต์การคำนวณเชิงตัวเลขด้วยวิธี Multigrid Multi level Technique with full approximate scheme
3. จำลองพฤติกรรมของการหล่อลื่นทางสถิตย์ และทางพลวัตชิ้นส่วนเครื่องจักรมีการหล่อลื่นแบบ Elastohydrodynamic และ Mixed film lubrication
4. ติดตั้งชุดทดลองเพื่อวัดความหนาฟิล์มและเปรียบเทียบกับผลการคำนวณทางทฤษฎี

2. ผลงานวิจัยที่ตีพิมพ์ในวารสารวิชาการระดับนานาชาติ จำนวน 9 บทความ

1. Mongkol Mongkolwongrojn, Puttha Jeenkour, “Analysis of a Flexible Web on a Grooved Concave Surface Under Soft EHL” , Tribology International, Vol.61, pp. 194-204, 2013. (2008 Impact factor 1.423)
2. Mongkol Mongkolwongrojn, Panichakorn, J., “TEHL Analysis of Rough Surface Spur Gears with Non-Newtonian Lubricants Under Sudden Overloads”, Trans. Of JSME Journal Of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing, Vol. 6 No. 7, pp. 1031-1045, 2012.
3. Rattapasakorn, S., Panichakorn, J., Mongkolwongrojn, M., “ Effects of Surface Roughness on Elastohydrodynamic Lubrication in Elliptical Contact with Non-Newtonian Fluids”, Advanced Materials Research, , vols. 482-484, pp.1057-1061,2012.
4. Rattapasakorn, S., Mongkolwongrojn, M., “Effect of Solid Particle on TEHL Under Line Contact with Solid-Liquid Lubricant”, Advanced Materials Research, vols. 482-484, pp.1426-1430, 2012.
5. Mongkolwongrojn, M., Panichakorn, J., “ Transient EHL of Two Surfaces under Elliptical Contact with Non-Newtonian Lubricant ”, Advanced Materials Research, , vol.452-453, pp. 1291-1295, 2012.
6. Mongkolwongrojn, M., Jeenkour, P., “Influence of Speed-up and Speed-down on Internal Stresses of Wound Rolls in Web handling Process”, Advanced Materials Research, vols. 452-453, pp. 1262-1266, 2012.
7. Rattapasakorn, S., Mongkolwongrojn, M., “ Effect of Liquid-Solid Lubricant on Mixed Lubrication in Line Contact ”, Applied Mechanics and Materials International Journal, vols. 148-149, pp. 778-784, 2012.
8. Rattapasakorn, S., Mongkolwongrojn, M., “ Analysis of Two Surfaces in line contact under TEHL with Non-Newtonian Lubricants ”, Applied Mechanics and Materials International Journal vols. 148-149, pp. 736-742, 2012.
9. Mongkol Mongkolwongrojn, Chatchai Aiumpornsin, “Stability Analysis of Rough Journal Bearings under TEHL with Non-Newtonian Lubricants” , Tribology International, Vol.43, pp.1027-1034, 2010. (2008 Impact factor 1.423)
10. Mongkol Mongkolwongrojn, Panichakorn, J., “Effect of Solid Lubricant Particles on Rough Thermal Elastohydrodynamic Lubrication in Spur Gears” Under review for publication in Trans. of JSME Journal Of Advanced Mechanical Design, Systems and Manufacturing.

3. จำนวนและรายละเอียดการได้รับเชิญไปเป็นวิทยากร

1. ได้รับเชิญไปเป็นวิทยากรบรรยายพิเศษให้นักศึกษาและอาจารย์หลักสูตรนานาชาติภาควิชา Bio-Medical Engineering จำนวน 1 ครั้ง เรื่อง “Theoretical Characteristics of Artificial Knee Joints under EHL” เป็นเวลา 2 ชั่วโมง เมื่อวันที่ 20 สิงหาคม พ.ศ.2552 เวลา 10.00น. ถึง 12.00 น.
2. ได้รับเชิญไปเป็นวิทยากรบรรยายพิเศษให้แก่วิศวกร นักวิทยาศาสตร์และช่างเทคนิคบริษัท Western Digital (Thailand) Company Limited เรื่อง Tribology for Engineer ที่ศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ สวทช. ในวันที่ 4 สิงหาคม พ.ศ.2553 เวลา 9.00น. ถึง 16.00 น.

4. ปัญหาอุปสรรค

ไม่มี

5. งานวิจัยศึกษาพฤติกรรมของเทอร์โมไฮโดรไดนามิกส์แบริง

งานวิจัยนี้ได้ทำการทดสอบหาคุณสมบัติของน้ำมันพืชโดยเติมสารเพิ่มคุณภาพ เพื่อลดการเกิดปฏิกิริยาออกซิเดชัน และพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์คำนวณหาพฤติกรรมการหล่อลื่นของแบริงเพลากลมแบบเทอร์โมไฮโดรไดนามิกส์และเปรียบเทียบกับผลการทดลอง

5.1 ขั้นตอนการศึกษา

1. ทดลองเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่าง shear stress และ shear strain rate ของน้ำมันพืชที่ผสมสารซิงค์ไดอัลไคลด์ไตรโอฟอสเฟส (ZDTP) ด้วยเครื่องวัดความหนืดแบบแกนหมุน
2. ติดตั้งอุปกรณ์เพื่อทดสอบหาพฤติกรรมของแบริงเพลากลมแบบเทอร์โมไฮโดรไดนามิกส์ด้วยน้ำมันพืช
3. พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์คำนวณหาพฤติกรรมของแบริงเพลากลมแบบเทอร์โมไฮโดรไดนามิกส์ด้วยน้ำมันพืช

5.2 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

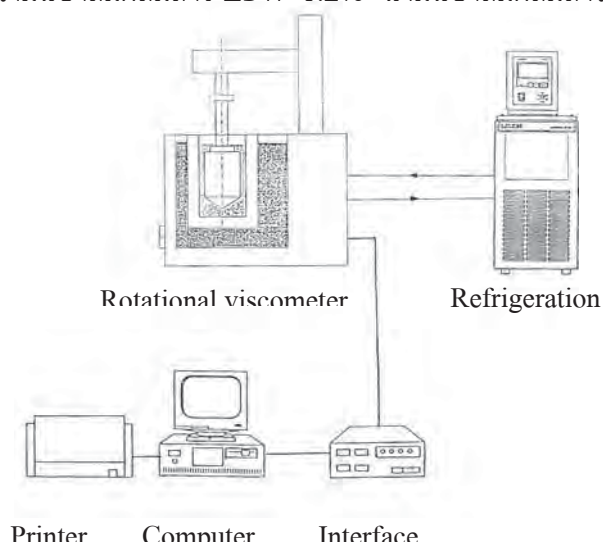
1. ด้านเศรษฐกิจเพิ่มมูลค่าผลผลิตทางภาคเกษตรอาจนำไปใช้ในภาคอุตสาหกรรมได้
2. ด้านสิ่งแวดล้อมน้ำมันพืชที่ใช้แล้วสามารถย่อยสลายได้ง่ายไม่เป็นมลพิษต่อสิ่งแวดล้อม

5.3 รายละเอียดงานวิจัย

5.3.1 การทดลองทางรีโอโลยี (Rheology Lab Test)

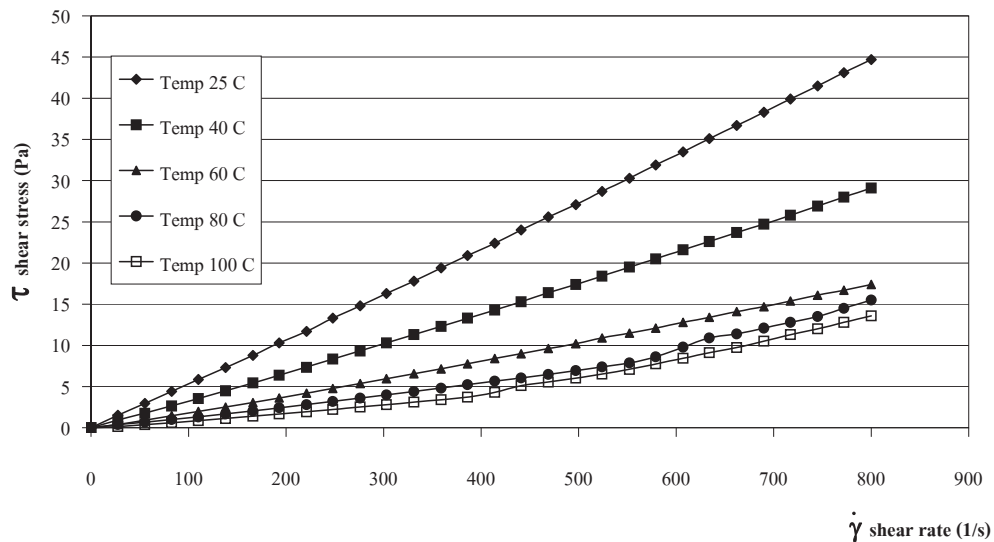
การทดลองทางรีโอโลยีเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือน (Shear Stress) และอัตราการเฉือน (Shear Rate) ของน้ำมันพืชที่ใช้ในการทดลองนี้มี 6 ประเภทดังนี้

น้ำมันถั่วเหลือง น้ำมันถั่วเหลืองผสมสาร ZDTP 0.2% น้ำมันถั่วเหลืองผสมสาร ZDTP 1%
น้ำมันปาล์ม น้ำมันปาล์มผสมสาร ZDTP 0.2% น้ำมันปาล์มผสมสาร ZDTP 1%



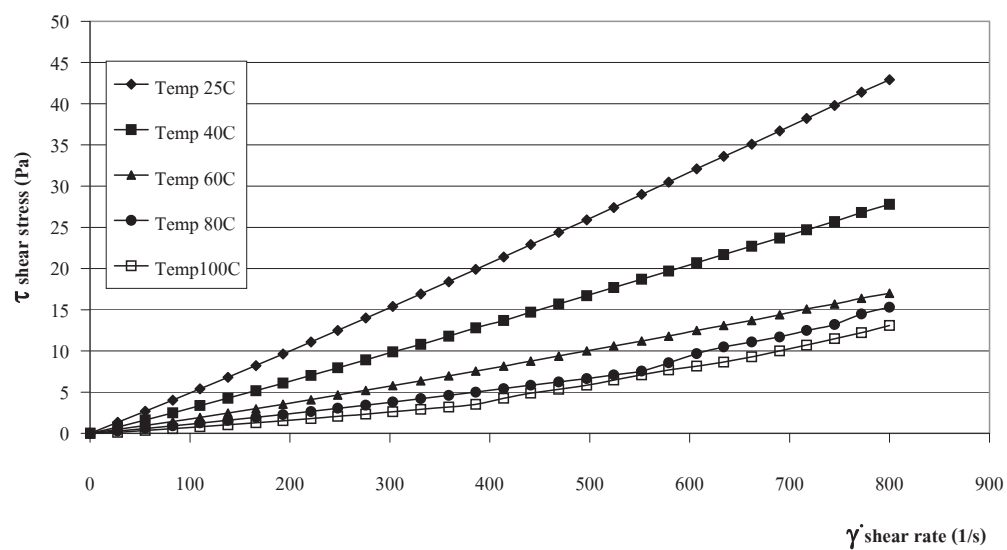
รูปที่ 1.1 แสดงผังไดอะแกรมของอุปกรณ์ การทดสอบทาง Rheology

ผลการทดสอบทาง Rheology ของน้ำมันถั่วเหลืองดังแสดงในรูปที่ 1.2 ที่อุณหภูมิต่าง ๆ



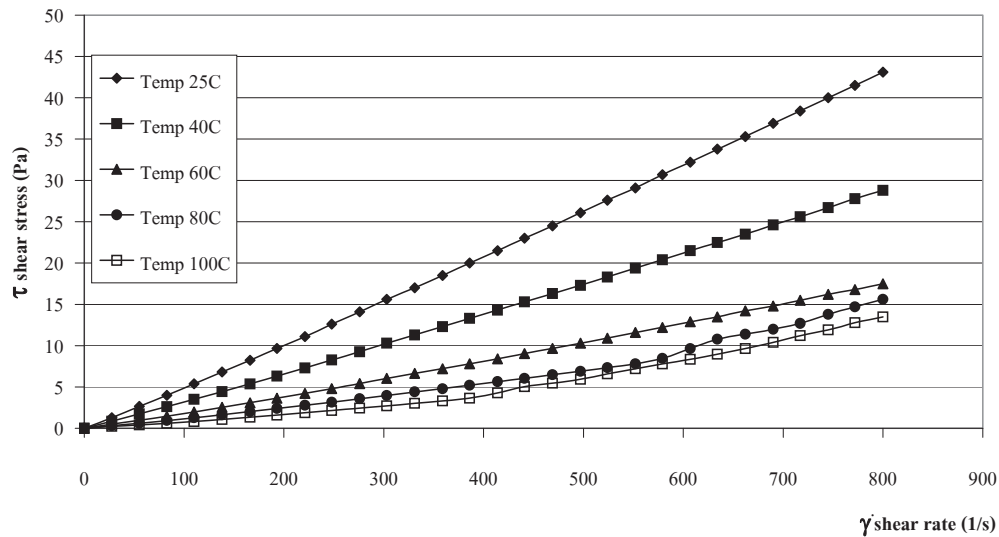
รูปที่ 1.2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราการเฉือนของน้ำมันถั่วเหลือง

เส้นกราฟการไหลของน้ำมันถั่วเหลืองที่ผสมสาร ZDTP 0.2% โดยน้ำหนักเพื่อป้องกันการสีกหรือและการทำปฏิกิริยากับออกซิเจน ระหว่างค่า shear stress กับ shear rate ที่อุณหภูมิต่าง ๆ

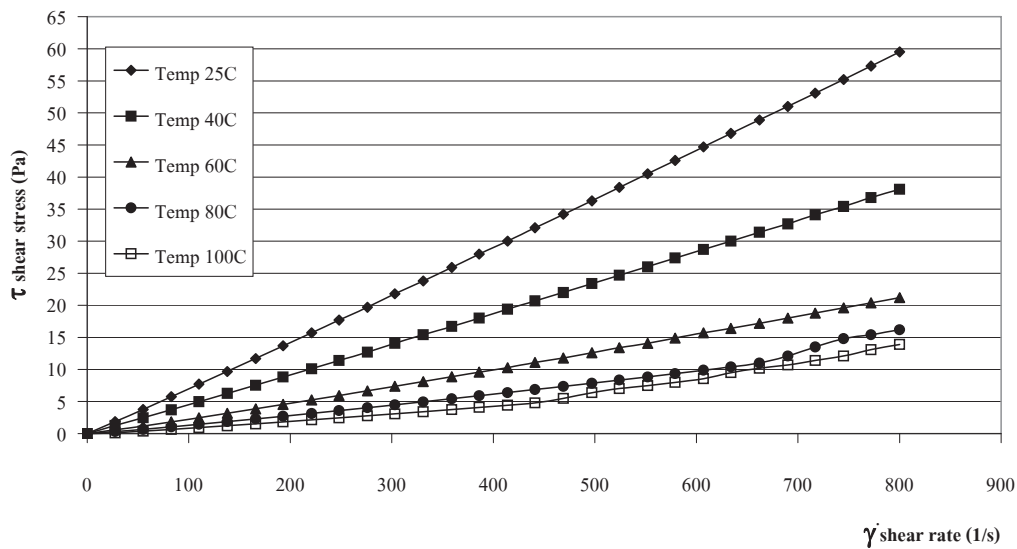


รูปที่ 1.3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราการเฉือนของน้ำมันถั่วเหลืองผสมสาร ZDTP 0.2% โดยน้ำหนัก

เส้นกราฟการไหลของน้ำมันถั่วเหลืองที่ผสมสาร ZDTP 1% โดยน้ำหนักที่อุณหภูมิต่าง ๆ

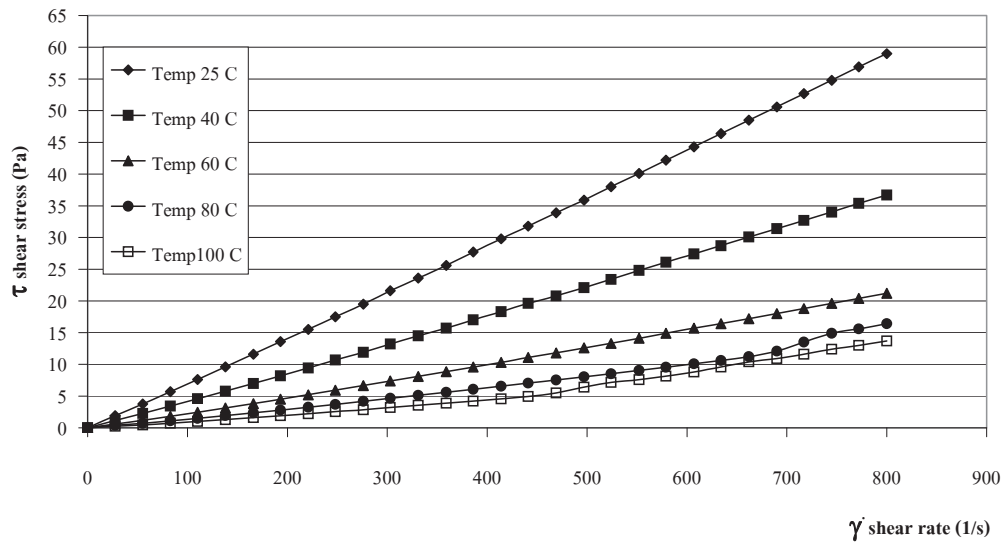


รูปที่ 1.4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราการเฉือนของน้ำมันถั่วเหลืองผสม



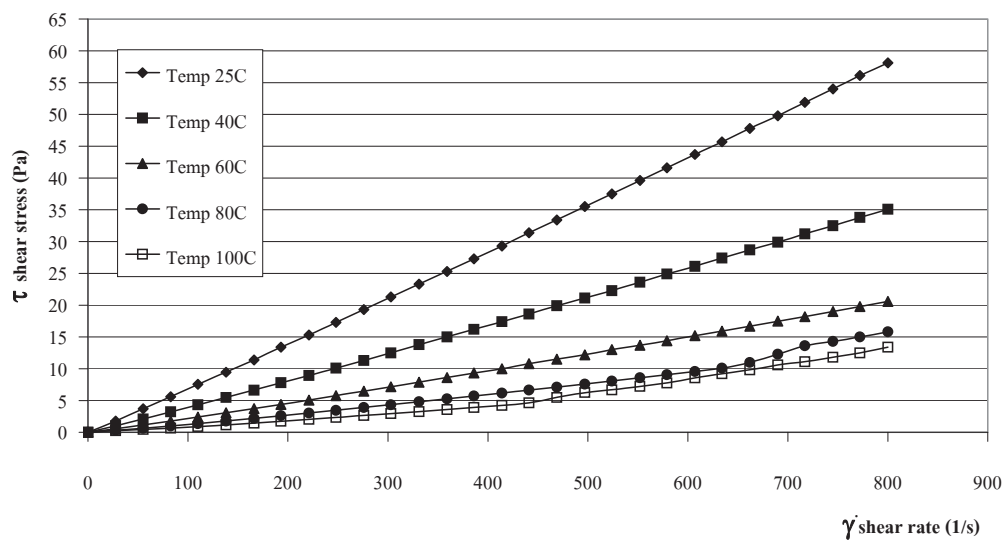
รูปที่ 1.5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราการเฉือน ของน้ำมันปาล์ม

แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราการเฉือน สันกราฟการไหลของน้ำมันปาล์ม ที่ผสมสาร ZDTP 0.2% โดยน้ำหนักที่อุณหภูมิต่าง ๆ



รูปที่ 1.6 เส้นกราฟแสดงการไหลของน้ำมันปาล์มผสมสาร ZDTP 0.2% โดยน้ำหนัก

แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราการเฉือนเส้นกราฟการไหลของน้ำมันปาล์มที่ผสมสาร ZDTP 1% โดยน้ำหนัก ที่อุณหภูมิต่าง ๆ



รูปที่ 1.7 เส้นกราฟแสดงการไหลของน้ำมันปาล์มผสมสาร ZDTP 1% โดยน้ำหนัก

5.3.2 ทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย

สมการโมดิฟายเรโนลด์สำหรับของไหลนอนนิวโทเนียนของแบร์ริงเพลากลมที่ไม่มีความยืดหยุ่น ภายใต้หน่วยไร้มิติ

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[h^{*n+2} \frac{\partial P}{\partial \theta} \right] + \frac{n}{4} \left(\frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial y^*} \left[h^{*n+2} \frac{\partial P^*}{\partial y^*} \right] = 6n \frac{dh^*}{d\theta} \quad (1)$$

โดยที่ $x = R\theta$

$$y = Ly^*$$

$$h = ch^*$$

$$\mu = m \left[\frac{U}{c} \right]^{n-1}$$

$$P = \frac{mRU^n}{c^{n+1}} P^*$$

สมการพลังงาน

สมการพลังงานที่เป็นแอดเดียแบติกสำหรับของเหลวอัดตัวไม่ได้ และมีลักษณะการไหลแบบราบเรียบ

$$\rho J c_v \left\{ \left(\frac{hU}{2} - \frac{h^2}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{h^2}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right\} = \frac{\mu U^2}{h} + \frac{h^2}{12\mu} \left\{ \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial y} \right)^2 \right\} \quad (2)$$

สมการความหนาของฟิล์ม

สมการความหนาฟิล์มของแบร์ริงเพลากลมที่ไม่มีความยืดหยุ่น

$$h = C (1 + \varepsilon \cos \theta) \quad (1)$$

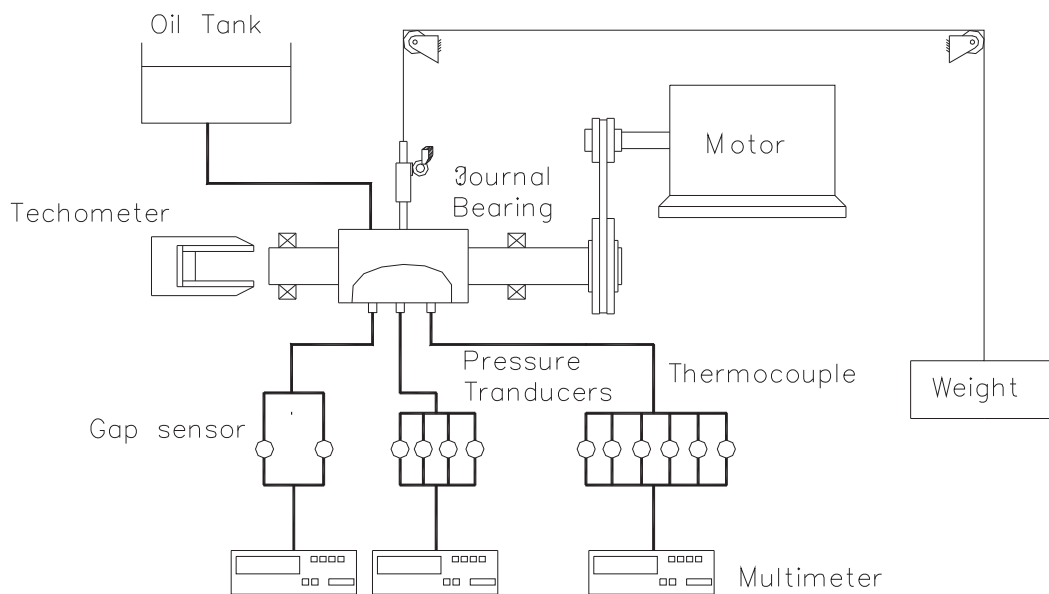
โดยที่ $C = R_1 - R_2 =$ รัศมีเฉลี่ยแลน

$$\varepsilon = \text{อัตราส่วนความเยื้องศูนย์กลาง} = \frac{e}{C}$$

5.3.3 การทดลองหาพฤติกรรมของแบร์ริงเพลากลมหล่อลื่นด้วยน้ำมันพืช

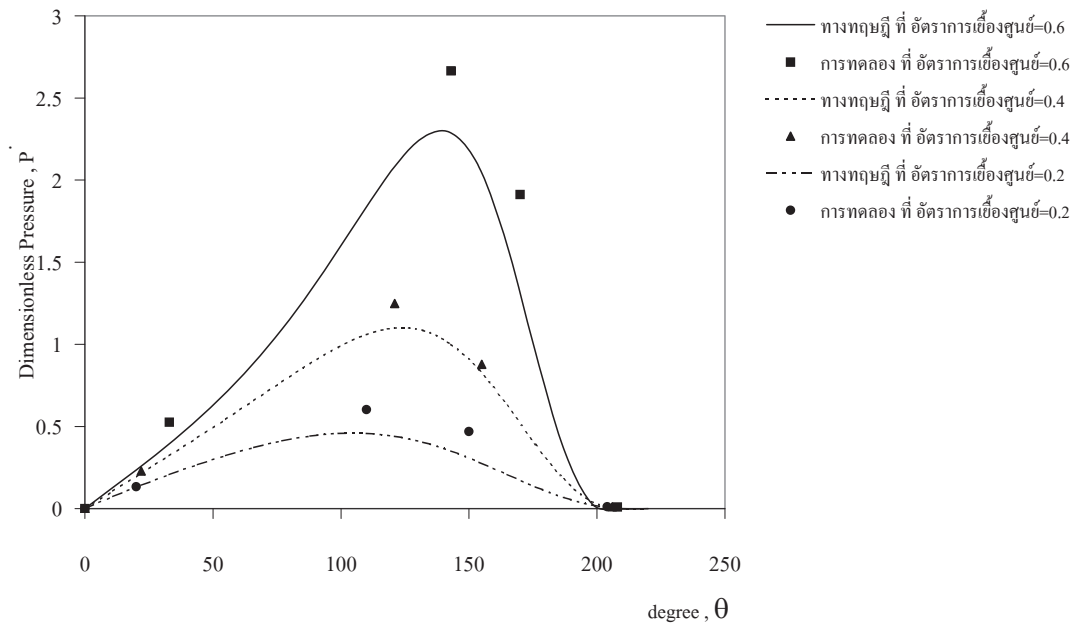
งานวิจัยนี้ได้ทำการทดลองหาพฤติกรรมแบร์ริงเพลากลมหล่อลื่นด้วยน้ำมันพืช กาบรองลื่นเพลากลม (Journal Bearing) ที่ใช้ในการทดลองมีค่าอัตราส่วนของ L/D เท่ากับ 1, 0.5 และค่าเคลียร์เรน 0.1 mm .การทดลองที่ได้ทำการทดลองที่ภาระและความเร็วต่างๆที่สภาวะคงตัว มีวิธีการทดลองดังนี้

1. ติดตั้งอุปกรณ์ตามที่แสดงในรูปที่ 1.8
2. เติมน้ำมันพืชที่ผสมสารเพิ่มคุณภาพแล้วลงในถังจ่ายน้ำมัน
3. ใส่น้ำหนักหรือภาระโดยการแขวนก้อนน้ำหนักให้ได้น้ำหนักรวมเท่ากับ 10 , 20 และ 30 กิโลกรัม
4. เปิดวาล์วให้น้ำมันไหลจากถังจ่ายน้ำมันไปยังหัวจ่ายน้ำมัน
5. เปิดสวิตช์ควบคุมการทำงานของมอเตอร์ แล้วปรับปุ่มควบคุมความเร็วของตัว Inverter ให้หมุนด้วยความเร็วรอบเท่ากับ 200 , 600 , 800 รอบ/นาที โดยอ่านจาก Techometer
6. รอจนระบบเข้าสู่สภาวะคงตัวแล้วจดบันทึกค่า

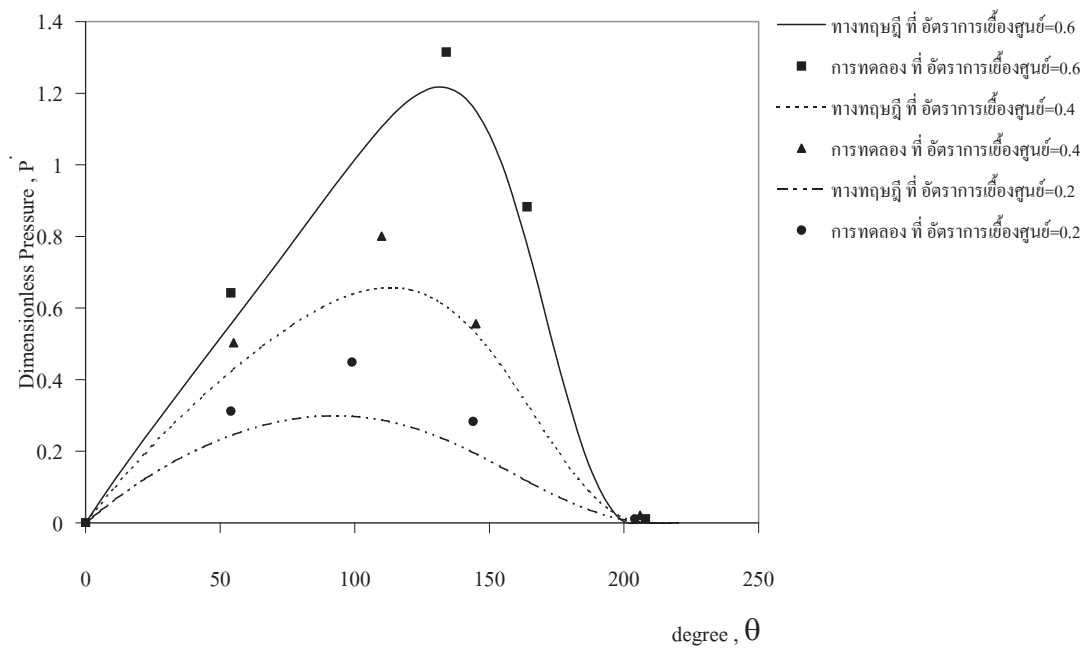


รูปที่ 1.8 แสดงผังไดอะแกรมของการติดตั้งอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง

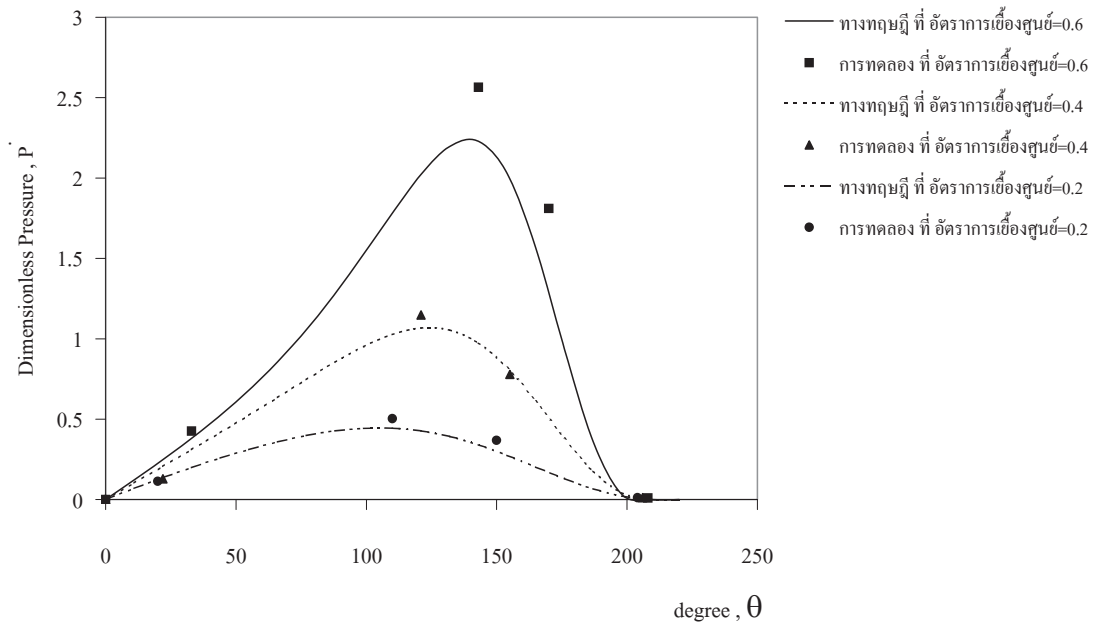
การกระจายความดันรัมีติของน้ำมันพืชในแบริงเพลากลม มีค่า $L/D=1$ ผลที่ได้จากการทดลองและการคำนวณจะเห็นว่าค่าการกระจายความดันของฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองจะมีค่าสูงกว่าที่ได้จากการคำนวณทั้งนี้เพราะว่าค่าความหนืดของสารหล่อลื่นที่ใช้ในการคำนวณกำหนดให้เปลี่ยนแปลงไปตามอุณหภูมิที่กระจายอยู่ในชั้นฟิล์มน้ำมันซึ่งจะได้อุณหภูมิที่สูงเป็นผลให้ค่าการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันหล่อลื่นลดต่ำลงไปตามทฤษฎี แต่ในการทดลองจริงไม่สามารถที่จะควบคุมอุณหภูมิที่ฟิล์มน้ำมันให้สูงที่สุดตามทฤษฎีได้ จึงทำให้ค่าการกระจายแรงดันในฟิล์มน้ำมันมีค่าสูงกว่าการคำนวณ แต่อย่างไรก็ตามแนวโน้มของค่าการกระจายความดันในชั้นฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการคำนวณและผลการทดลองก็มีลักษณะที่สอดคล้องกัน



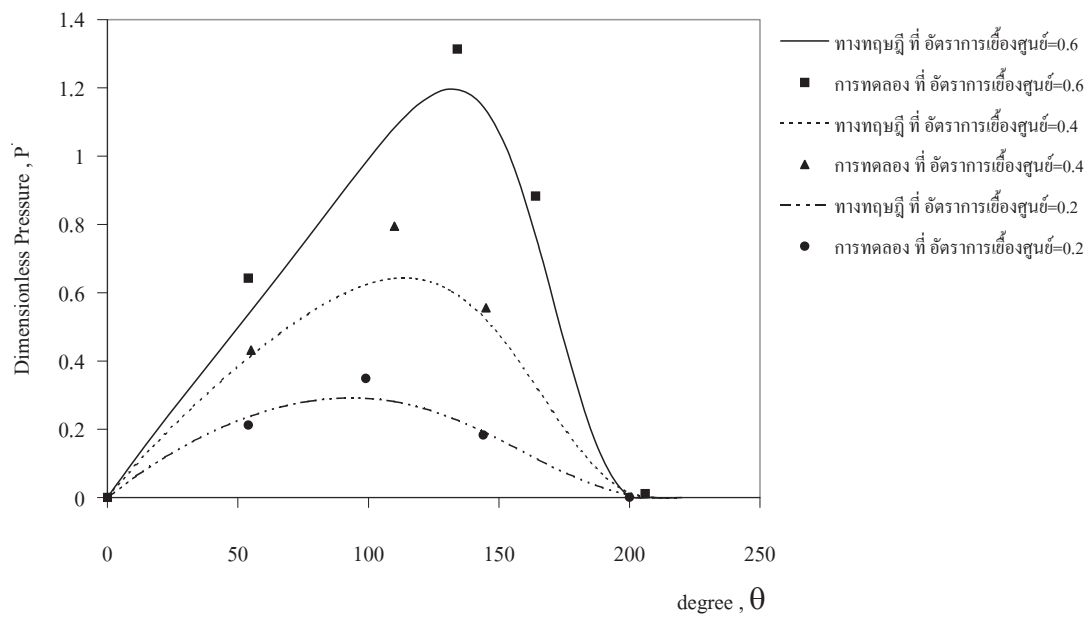
รูปที่ 1.9 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎี ที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 200\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลือง



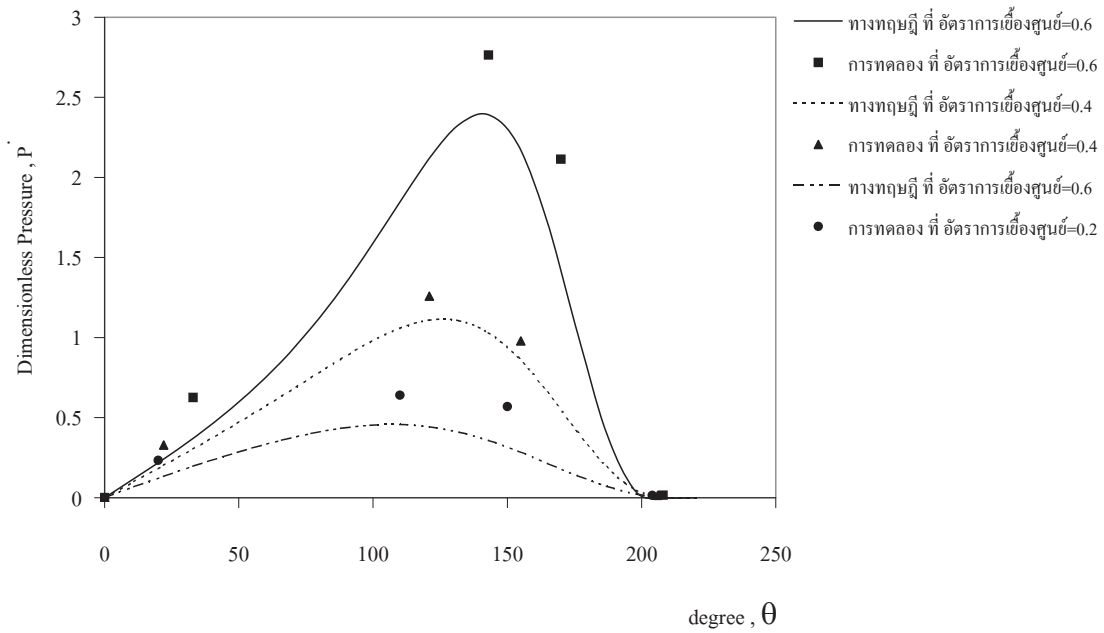
รูปที่ 1.10 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎี ที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 600\text{ rpm}$.และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลือง



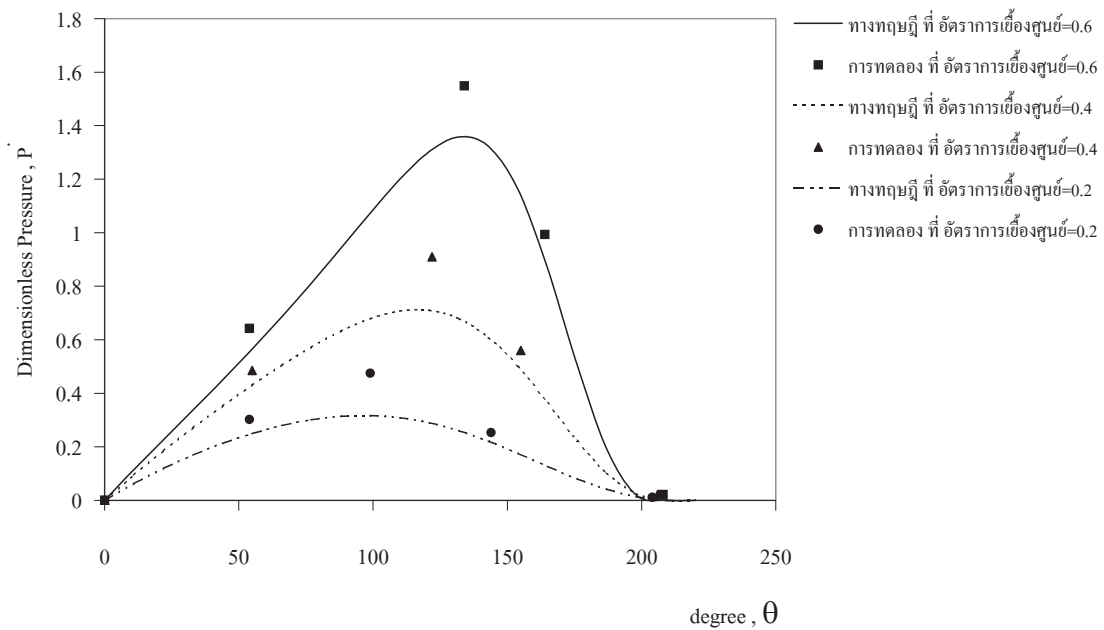
รูปที่ 1.11 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 200\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลืองผสม ZDTP 0.2%



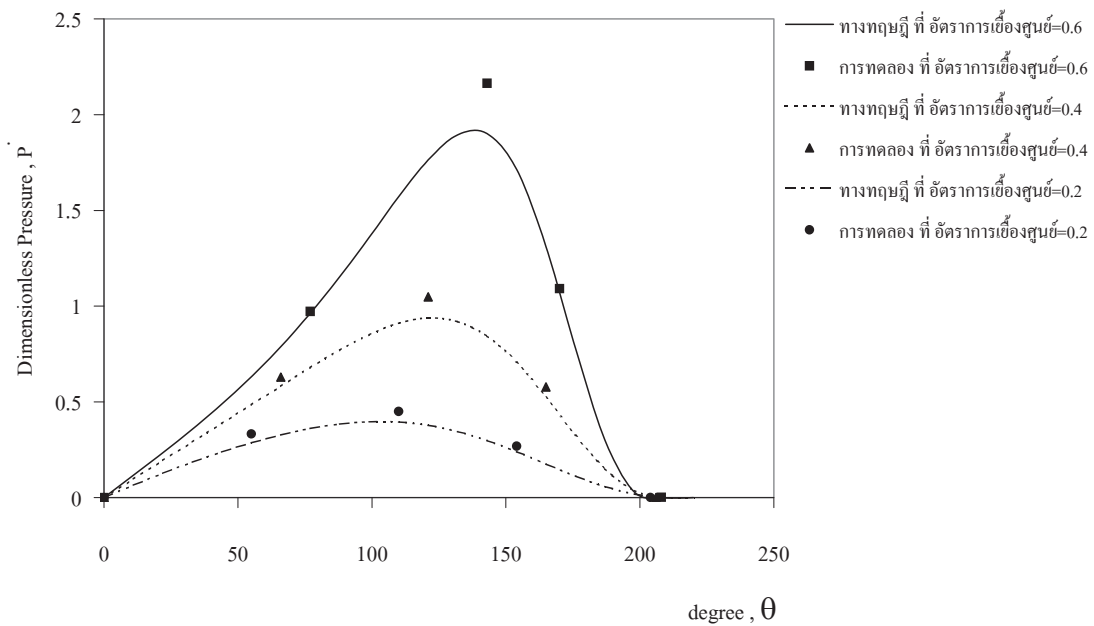
รูปที่ 1.12 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 600\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลืองผสม ZDTP 0.2%



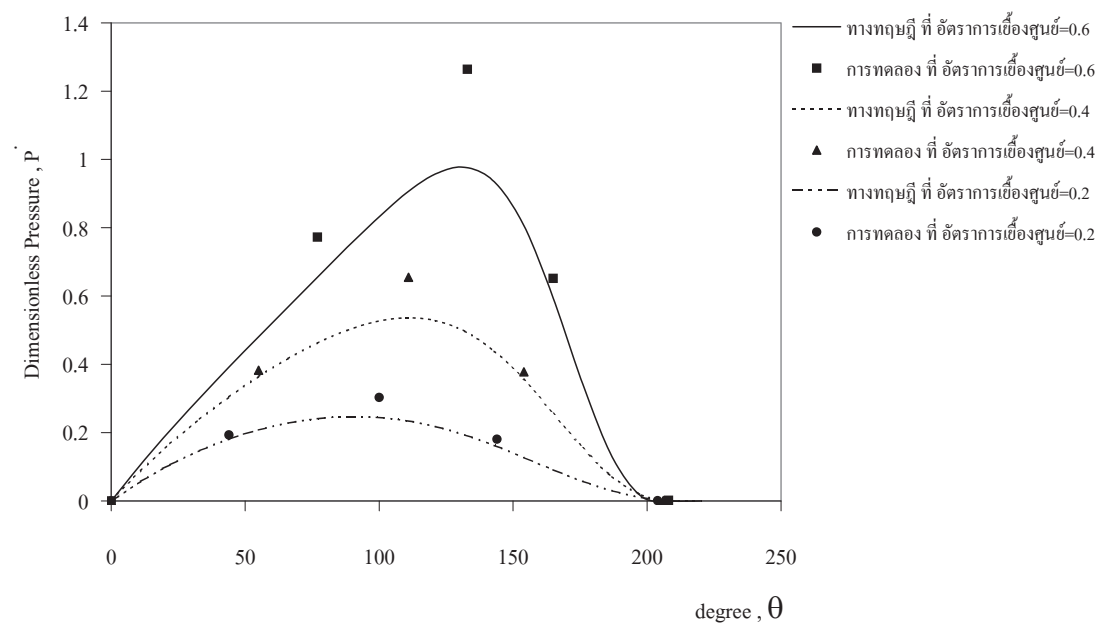
รูปที่ 1.13 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 200\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลืองผสม ZDTP 1%



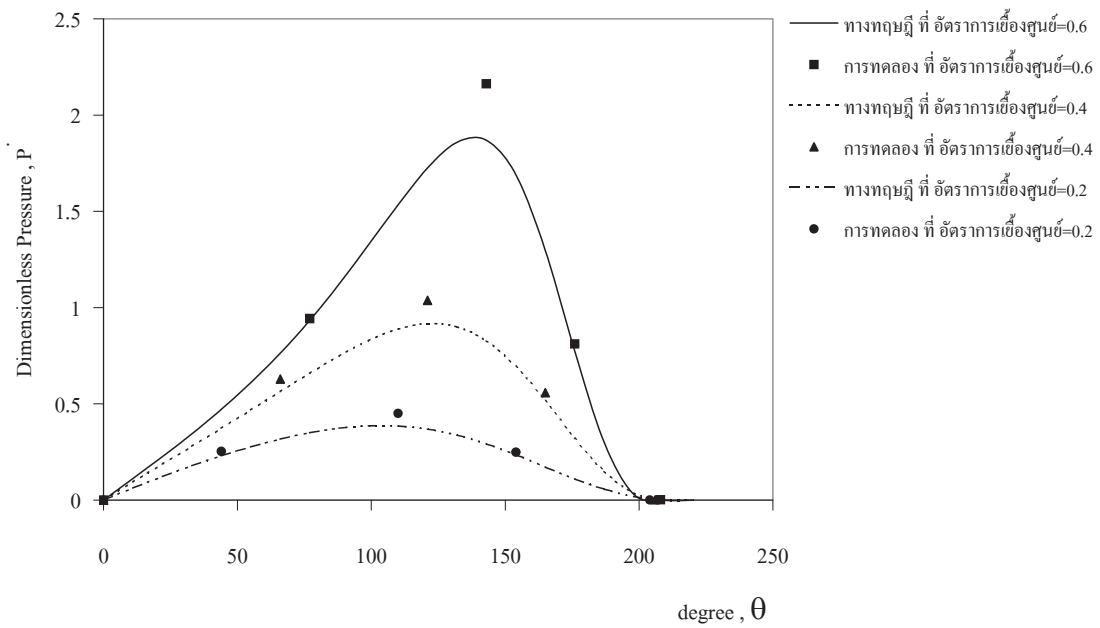
รูปที่ 1.14 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 600\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลืองผสม ZDTP 1%



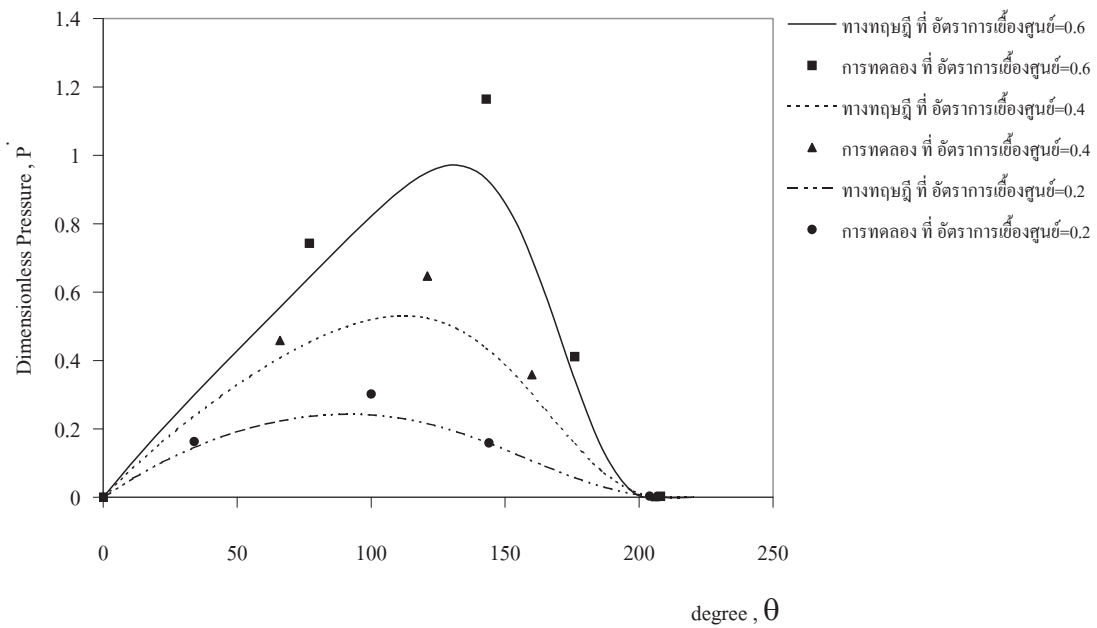
รูปที่ 1.15 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 200$ rpm. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์ม



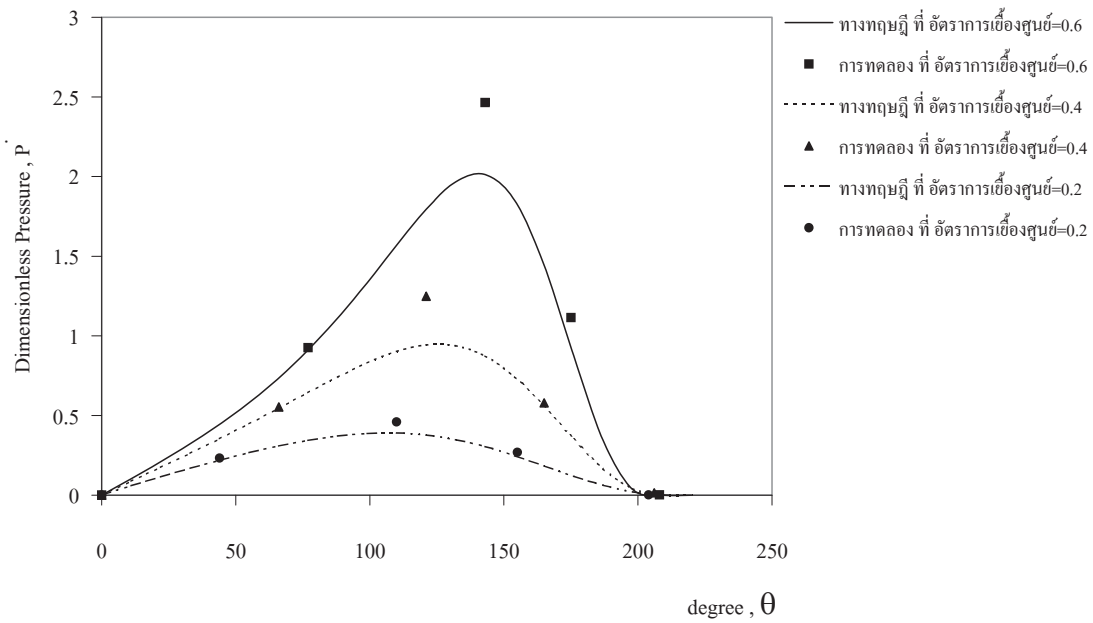
รูปที่ 1.16 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 600$ rpm. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์ม



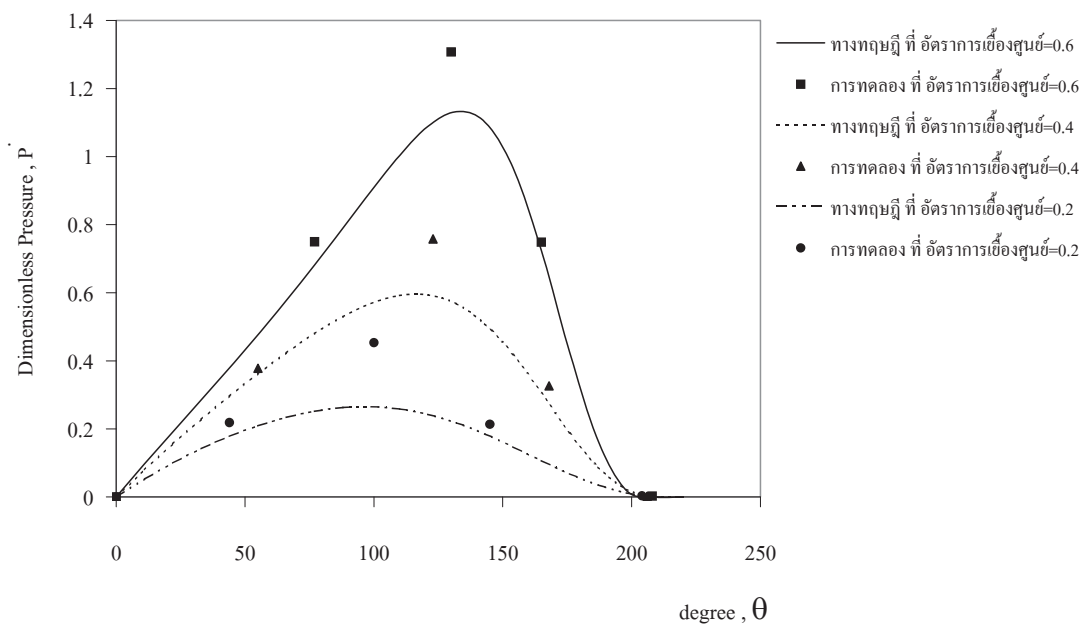
รูปที่ 1.17 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 200\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์มผสม ZDTP 0.2%



รูปที่ 1.18 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 600\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์มผสม ZDTP 0.2%

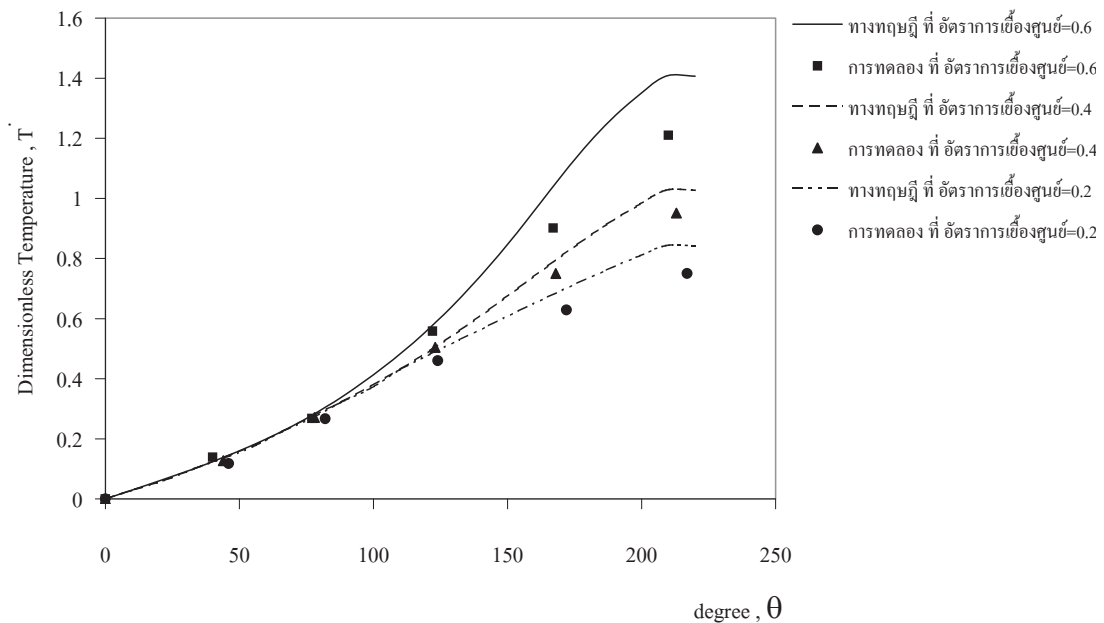


รูปที่ 1.19 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 200\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์มผสม ZDTP 1%

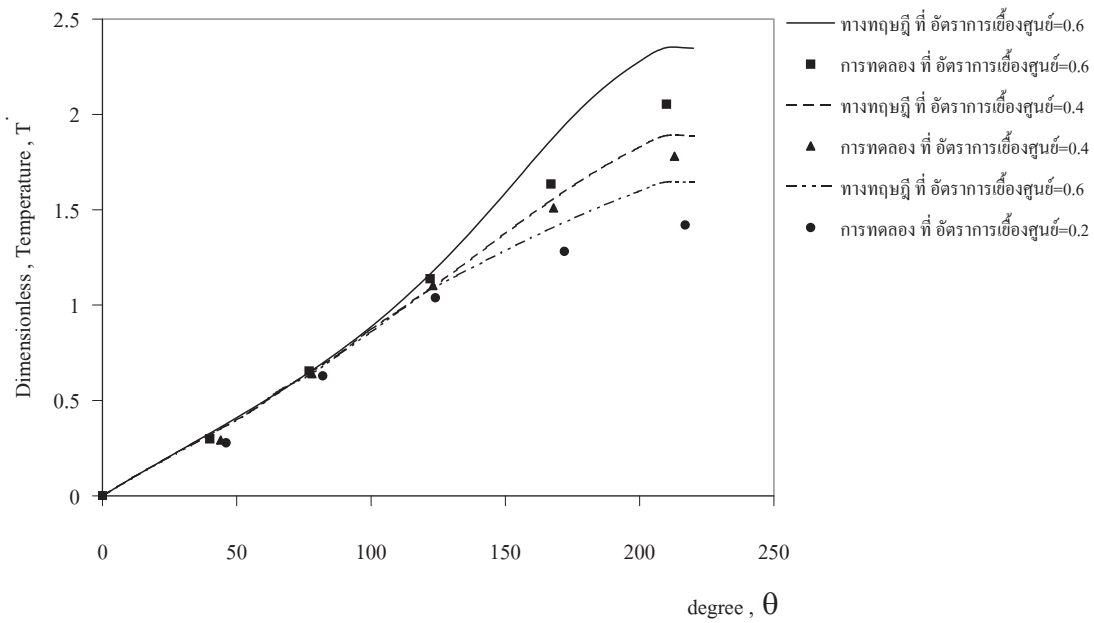


รูปที่ 1.20 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 600\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์มผสม ZDTP 1%

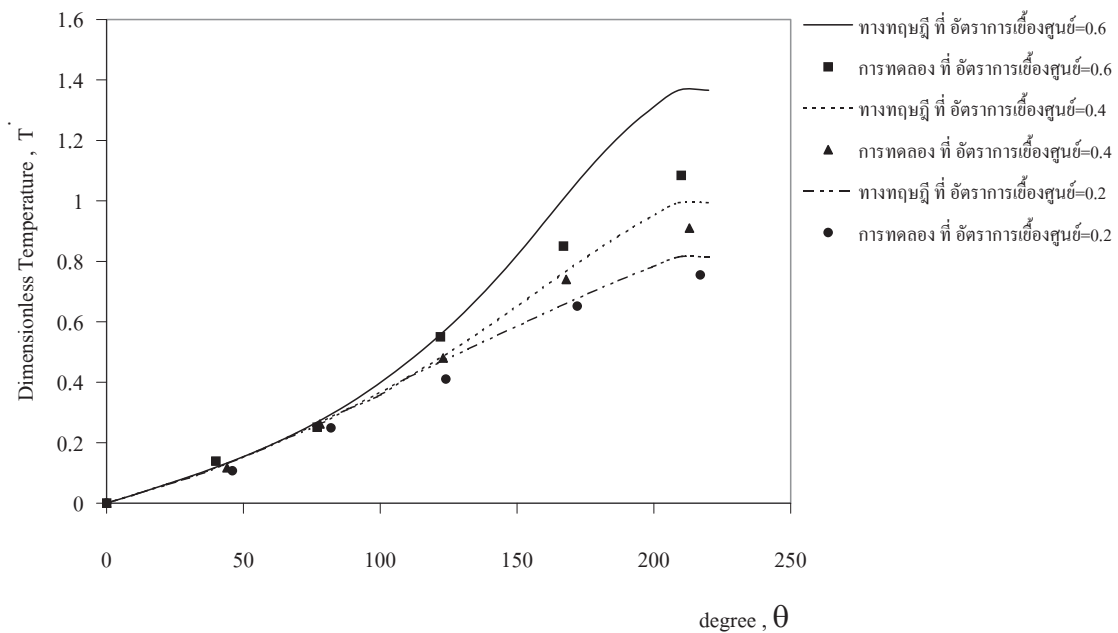
การกระจายอุณหภูมิของฟิล์มน้ำมันในรูปไร้มิติของแบร์ริงเพลากลมที่ค่า $L/D=1$ ผลที่ได้จากการทดลองและจากการคำนวณจะเห็นว่าค่าการกระจายอุณหภูมิของฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองจะมีค่าต่ำกว่าที่ได้จากการคำนวณทั้งนี้เพราะว่าค่าที่ใช้ในการคำนวณอุณหภูมิที่กระจายอยู่ในชั้นฟิล์มน้ำมันได้อุณหภูมิที่สูงตามทฤษฎี แต่ในการทดลองไม่สามารถที่จะควบคุมอุณหภูมิที่ฟิล์มน้ำมันให้สูงตามทฤษฎี แต่อย่างไรก็ตามแนวโน้มของค่าการกระจายอุณหภูมิในชั้นฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการคำนวณและการทดลองก็มีลักษณะที่สอดคล้องกัน



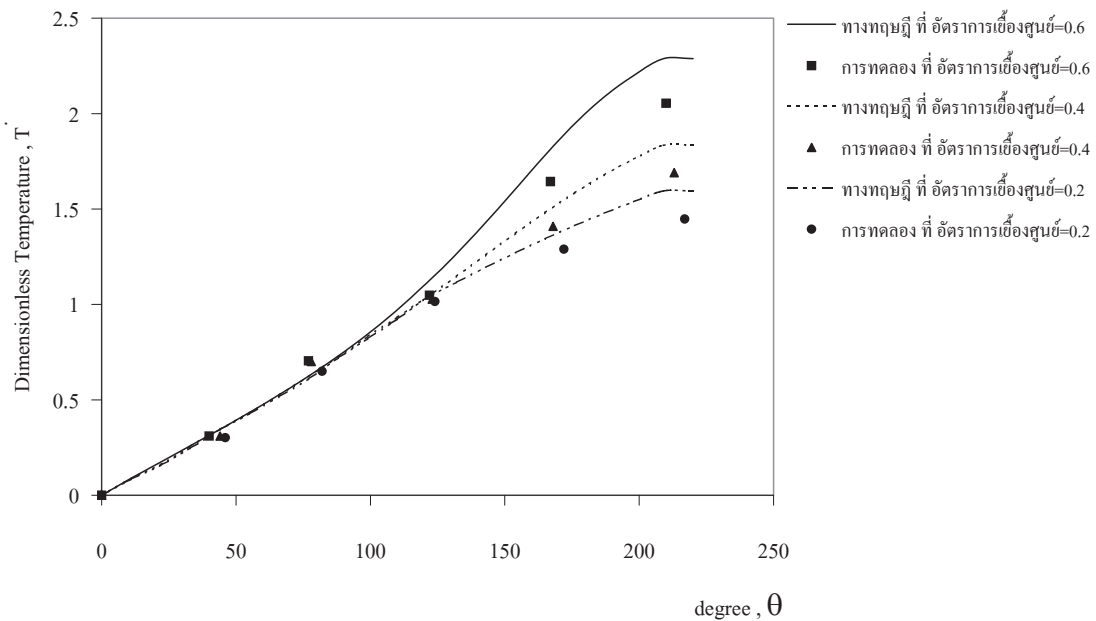
รูปที่ 1.21 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 200\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลือง



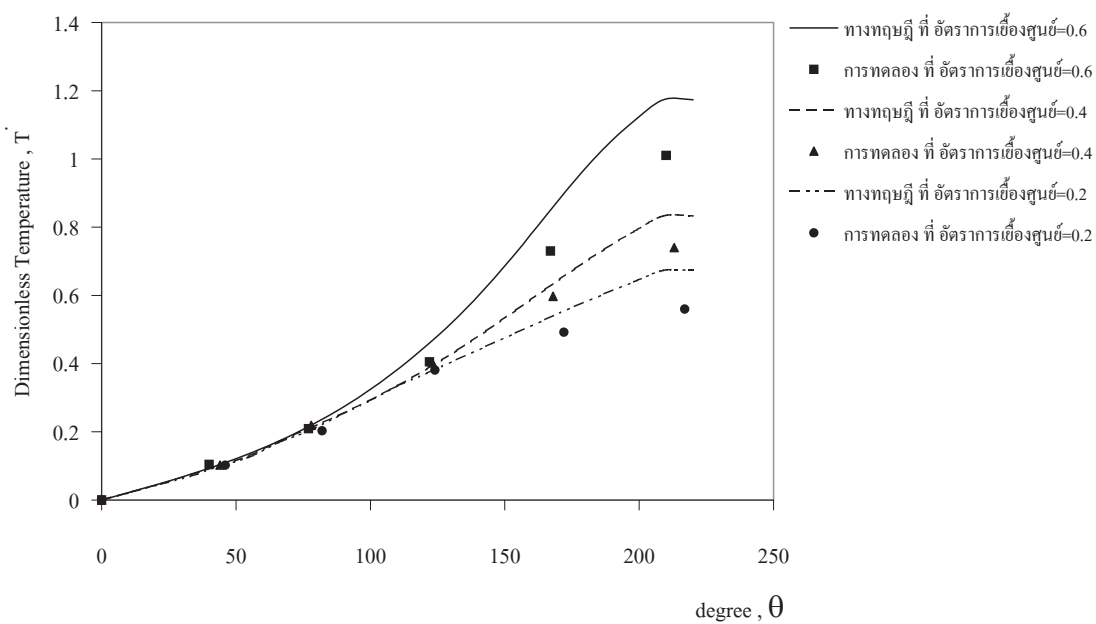
รูปที่ 1.22 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 600\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลือง



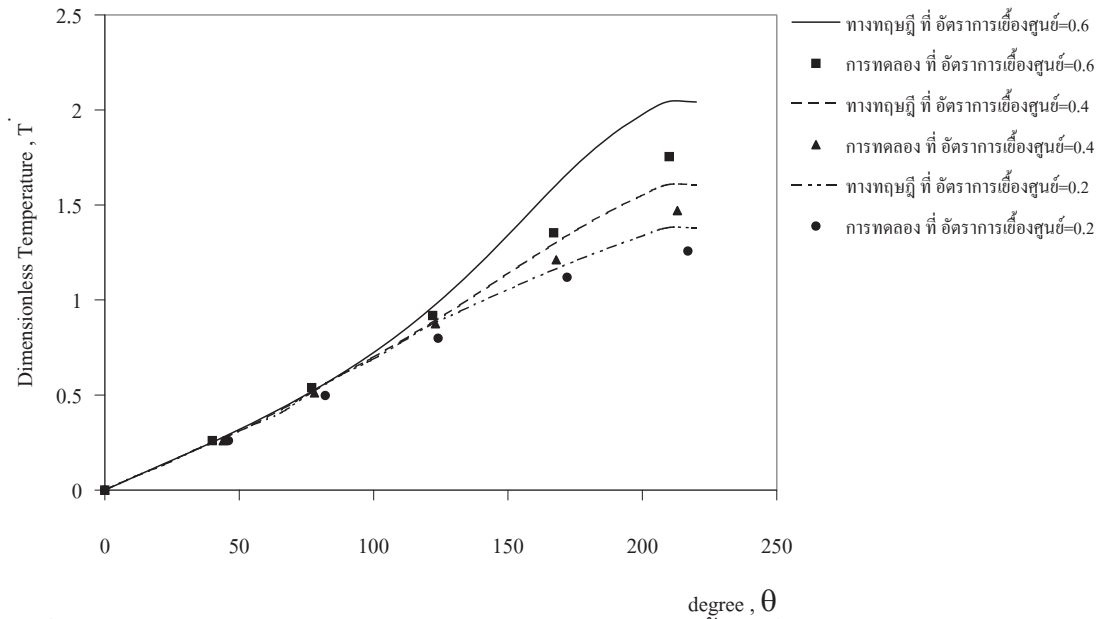
รูปที่ 1.23 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C=0.1\text{mm}$, $N = 200\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลืองผสม ZDTP 0.2%



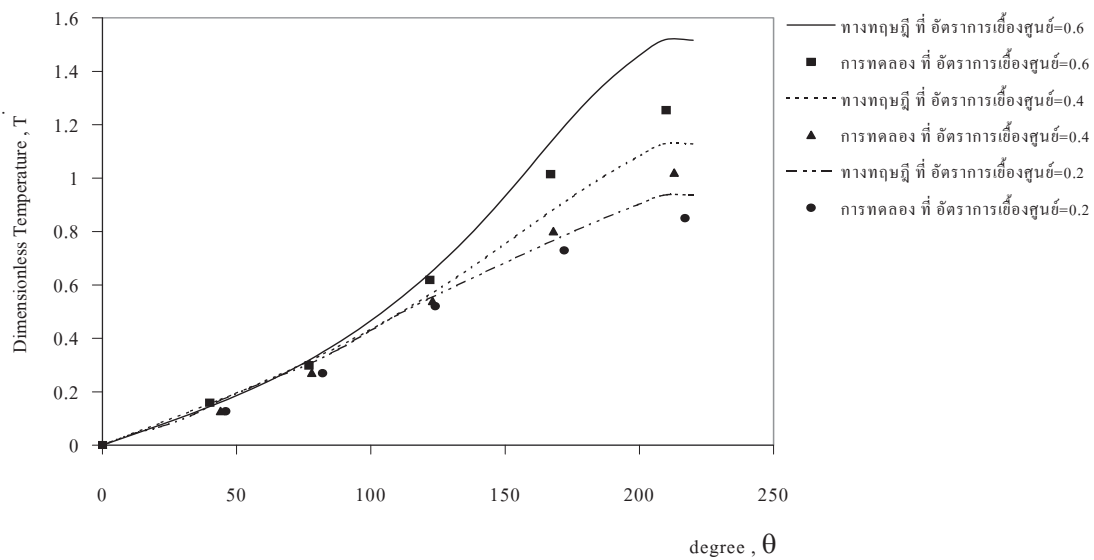
รูปที่ 1.24 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C=0.1\text{mm}$, $N = 600 \text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลืองผสม ZDTP 0.2%



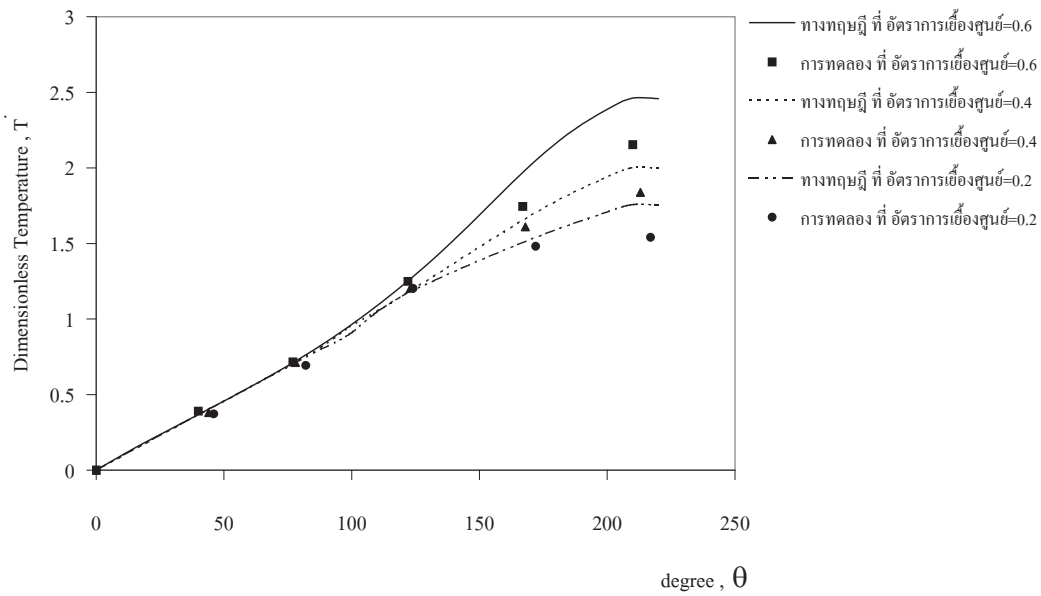
รูปที่ 1.25 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 200 \text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลืองผสม ZDTP 1%



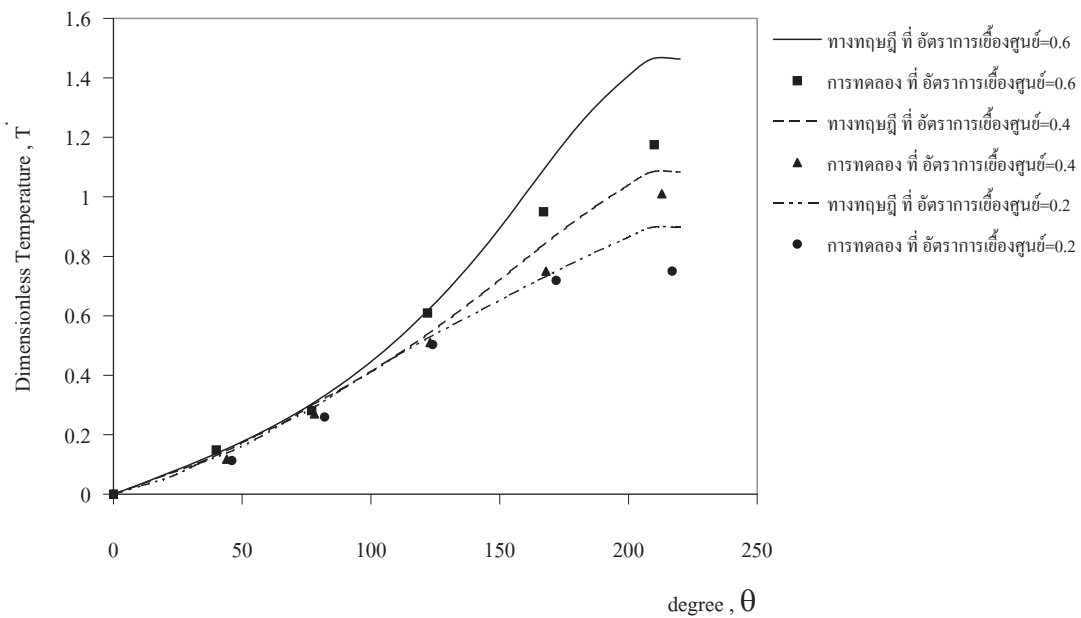
รูปที่ 1.26 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 600\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันถั่วเหลืองผสม ZDTP 1%



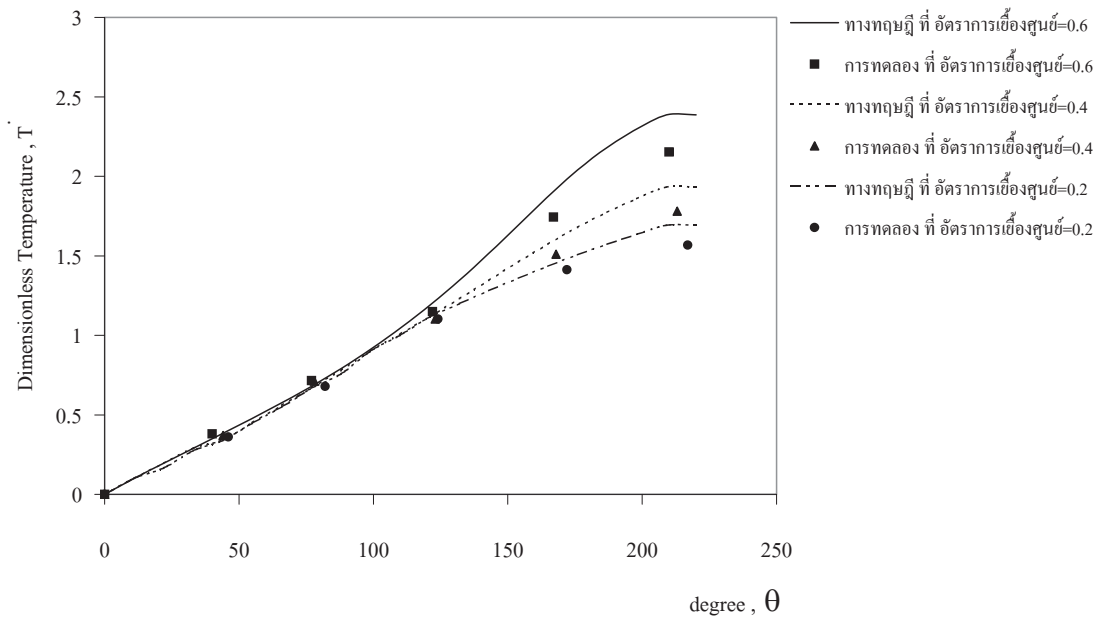
รูปที่ 1.27 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 200\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์ม



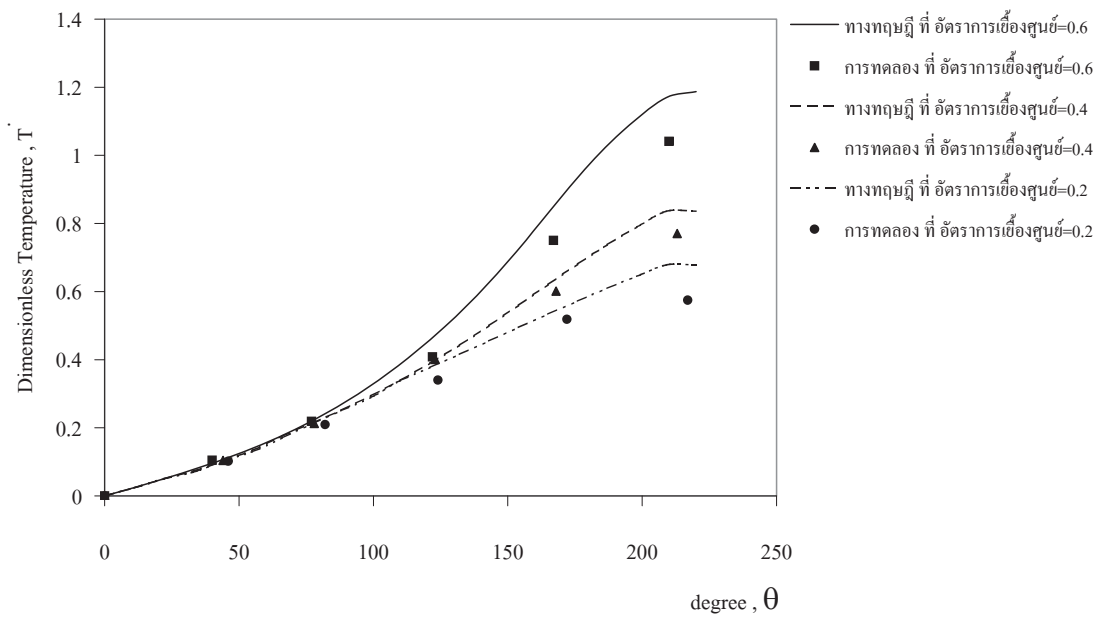
รูปที่ 1.28 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 600\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์ม



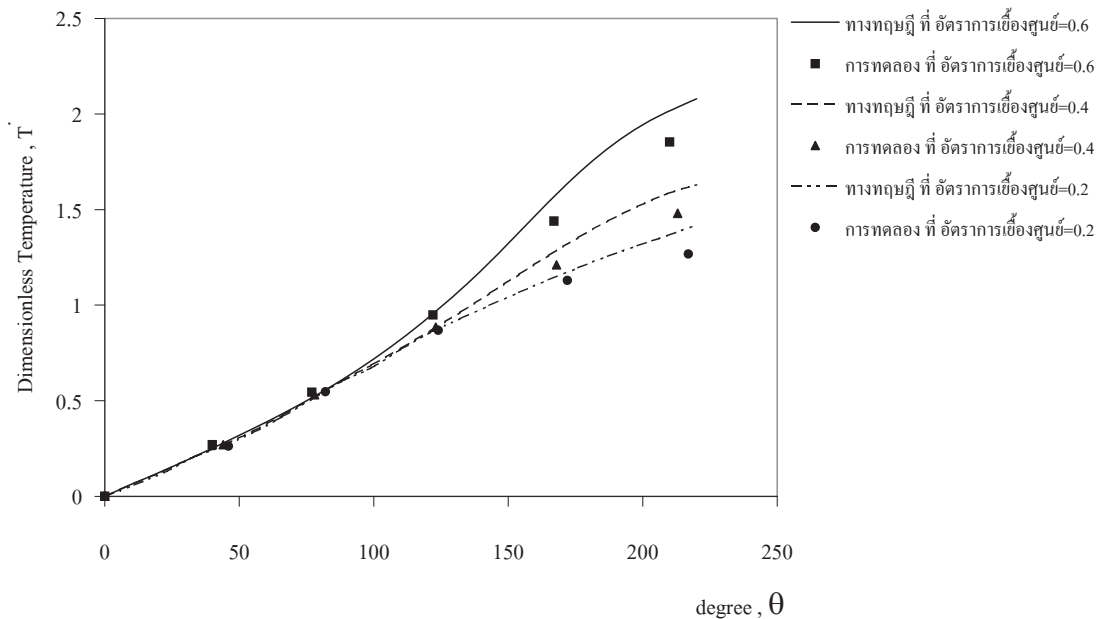
รูปที่ 1.29 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 200\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์มผสม ZDTP 0.2%



รูปที่ 1.30 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 600\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์มผสม ZDTP 0.2%



รูปที่ 1.31 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 200\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์มผสม ZDTP 1%



รูปที่ 1.32 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลองและทางทฤษฎีที่ $C = 0.1\text{mm}$, $N = 600\text{ rpm}$. และ $L/D = 1$ ของน้ำมันปาล์มผสม ZDTP 1%

5.3.3 สรุป

งานวิจัยนี้ได้ศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นของกาบรอลเส้นเพลากลมโดยใช้น้ำมันพืชผสมกับสารไดอัลไคลนไดไตรโอฟอสเฟส(dialkyldithiophosphates,ZDT)เป็นสารเพิ่มคุณภาพ มีคุณสมบัติต้านทานการเกิดออกซิเดชัน จากการหาความสัมพันธ์ของความเค้นเฉือนกับอัตราความเครียดเฉือน จากการใช้เครื่องวัดความหนืดแบบแกนหมุน พบว่าน้ำมันพืชมีคุณสมบัติเป็นของไหลแบบนอนนิวโตเนียน สามารถเขียนในรูป Power law model ได้ จากการวิเคราะห์ทางทฤษฎีโดยใช้แบบจำลองดังกล่าว กับสมการการไหลจะทำให้ได้สมการโมดิฟายด์เรย์โนลด์ และสมการพลังงานสำหรับกาบรอลเส้นเพลากลมแบบเต็มวง จากสมการโมดิฟายด์เรย์โนลด์และสมการพลังงาน เมื่อทำการแก้สมการโดยใช้วิธีเชิงตัวเลข จะทำให้เราสามารถหาค่าการกระจายความดันและค่าการกระจายอุณหภูมิของฟิล์มน้ำมันได้ งานวิจัยนี้ได้ออกแบบพัฒนาสร้างกาบรอลเส้นเพลากลมมีอัตราส่วน L/D เท่ากับ 1 และ 0.5 ตามลำดับ เพื่อเปรียบเทียบระหว่างผลจากการคำนวณเปรียบเทียบกับผลการทดลองสามารถสรุปได้ดังนี้

1. จากการศึกษาพบว่า การกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันตามทฤษฎีมีค่าสูงกว่าเมื่อเทียบกับการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการทดลอง
2. จากผลการทดลองและผลการคำนวณการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมัน และการกระจายอุณหภูมิในฟิล์มน้ำมันของกาบรอลเส้นเพลากลมพบว่ามีแนวโน้มที่มีพฤติกรรมสอดคล้องกัน

6. งานวิจัยศึกษาพฤติกรรมของเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์แบร์ริง

6.1 สมการดัดแปลงเรโนด์ของไหลนอนนิวโตเนียน Carreau viscosity model

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราความเครียดเฉือนของไหลแบบนอนนิวโตเนียนสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบความหนืดสมมูล μ_{eq} ดังนี้

$$\tau_{zx} = \mu_{eq} \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \tau_{zy} = \mu_{eq} \frac{\partial v}{\partial z} \quad (1)$$

งานวิจัยนี้ใช้แบบจำลองนอนนิวโตเนียนในรูปแบบของ Carreau viscosity model [22, 23]

$$\mu_{eq} = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) \left(1 + \lambda^2 I\right)^{\frac{n-1}{2}} \quad (2)$$

$$I = \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 \quad (3)$$

ใช้ทฤษฎี perturbation method ซึ่งได้นำเสนอโดย Dien [24], ความเร็วของของไหล u และ v สามารถเขียนได้เป็น

$$u = u^* + \delta u' \quad (4)$$

$$v = v^* + \delta v' \quad (5)$$

เมื่อ δ เป็น nondimensional amplitude parameter ($\delta \ll 1$). จึงเขียน I ได้เป็น

$$I = \left\{ \left(\frac{\partial u^*}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v^*}{\partial z}\right)^2 \right\} + 2\delta \left\{ \frac{\partial u^*}{\partial z} \frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial v^*}{\partial z} \frac{\partial v'}{\partial z} \right\} = I^* + \delta I' \quad (6)$$

$$I^* = \frac{(u_2 - u_1)^2 + (v_2 - v_1)^2}{h^2} \quad (7)$$

กระจาย μ_{eq} ในรูปอนุกรมของ Taylor series จะได้

$$\mu = \mu(I^*) + \delta I' \left(\frac{\partial \mu}{\partial I} \right)_{I=I^*} = \mu^* + \delta \mu' \quad (8)$$

เมื่อ

$$\mu^* = \mu(I^*) = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) \left(1 + \lambda^2 I^*\right)^{\frac{n-1}{2}} \quad (9)$$

$$\mu' = 2 \left\{ \frac{\partial u^*}{\partial z} \frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial v^*}{\partial z} \frac{\partial v'}{\partial z} \right\} (\mu - \mu_\infty) \left(\frac{n-1}{2} \right) (1 + \lambda^2 I^*) \lambda^2 \quad (10)$$

จากสมการ momentum equation, เขียน pressure gradient ได้ในรูปแบบ

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \delta \frac{\partial \Xi}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu^* \frac{\partial u^*}{\partial z} \right) + \delta \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu^* \frac{\partial u'}{\partial z} + \mu' \frac{\partial u^*}{\partial z} \right) \quad (11)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \delta \frac{\partial \Xi}{\partial y} = \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu^* \frac{\partial v^*}{\partial z} \right) + \delta \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu^* \frac{\partial v'}{\partial z} + \mu' \frac{\partial v^*}{\partial z} \right) \quad (12)$$

เมื่อ Ξ เรียกว่า reference pressure. จากสมการ (3.20) และ (3.21) จะได้ว่า

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\mu^* \frac{\partial u^*}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu^* \frac{\partial v^*}{\partial z} \right) = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial \Xi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu^* \frac{\partial u'}{\partial z} + \mu' \frac{\partial u^*}{\partial z} \right) \quad (14)$$

$$\frac{\partial \Xi}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu^* \frac{\partial v'}{\partial z} + \mu' \frac{\partial v^*}{\partial z} \right) \quad (15)$$

กำหนด boundary conditions ดังนี้

$$u^*(z=0) = u_1, u^*(z=h) = u_2, v^*(z=0) = v_1, v^*(z=h) = v_2 \quad (16)$$

$$u'(z=0) = 0, u'(z=h) = 0, v'(z=0) = 0, v'(z=h) = 0 \quad (17)$$

อินทิเกรตสมการ (13), (14) และ (15) ด้วย boundary conditions ในสมการ (16) และ (17) จะได้ความเร็วของของไหลตามทิศทางของ x และทิศทางของ y ดังนี้

$$u = \left(\frac{u_2 - u_1}{h} \right) z + u_1 + \frac{z(z-h)}{2} \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (18)$$

$$v = \left(\frac{v_2 - v_1}{h} \right) z + v_1 + \frac{z(z-h)}{2} \frac{1}{\mu^*} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (19)$$

เมื่อ

$$\eta = \mu^* + 2 \left(\frac{u_2 - u_1}{h} \right)^2 (\mu_0 - \mu_\infty) \left(\frac{n-1}{2} \right) \left(1 + \lambda^2 \left(\frac{u_2 - u_1}{h} \right)^2 \right)^{\frac{n-3}{2}} \lambda^2 \quad (20)$$

แทนสมการที่ (18) และ (19) ลงในสมการ continuity equation จะได้สมการ Transient modified Reynolds equation สำหรับ Carreau viscosity model ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{\mu^*} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6\omega r \left(1 - \frac{2}{\omega} \dot{\Phi} \right) \frac{\partial \rho h}{\partial x} + 12\rho \dot{e} \cos(\theta - \Phi) \quad (21)$$

6.2 สมการพลังงานของไหลนอนนิวโตเนียน Carreau viscosity model

อุณหภูมิเฉลี่ยตามความหนาของฟิล์มน้ำมันของน้ำมันหล่อลื่นแบบ Carreau lubricant สามารถหาได้โดยการอินทิเกรตสมการพลังงานตลอดความหนาฟิล์ม สมมติเป็น adiabatic condition สมการพลังงานสำหรับสารหล่อลื่นนอนนิวโตเนียนโดยใช้แบบจำลอง Carreau Viscosity Model เขียนได้ดังสมการที่ (22) เมื่อ T เป็นอุณหภูมิเฉลี่ยตามความหนาของฟิล์มน้ำมัน

$$\begin{aligned} & \left(\rho c_f \frac{u_2}{2} h - \rho c_f \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \frac{\partial T}{\partial x} + \left(-\rho c_f \frac{h^3}{12\mu^*} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \\ &= \mu^* \left(\frac{u_2^2}{h} \right) + \left(\beta h T \frac{u_2}{2} \right) \frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{h^3}{12\eta} - \beta T \frac{h^3}{12\eta} \right) \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 \\ &+ \left(\frac{h^3}{12\mu^*} - \beta T \frac{h^3}{12\mu^*} \right) \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)^2 + \beta h T \frac{\partial p}{\partial t} - \rho c_f h \frac{\partial T}{\partial t} \end{aligned} \quad (22)$$

Boundary conditions

เพื่อวิเคราะห์การกระจายอุณหภูมิของฟิล์มน้ำมัน เมื่อใช้สารหล่อลื่นแบบ Carreau Viscosity Model การแก้ปัญหสมการที่ (21) และสมการที่ (22) ใช้ Boundary conditions ดังนี้

- 1) ที่ทางเข้าน้ำมัน : $x = \theta r = 0$, $p(\theta = 0) = 0$ and $T(\theta = 0) = T_0$
- 2) ที่ด้านข้างทั้งสองด้าน : $p(y = 0) = 0$ and $p(y = L) = 0$
- 3) ที่จุดเกิดคาวีเตชัน : $p(\theta_c) = \frac{\partial p}{\partial \theta} \Big|_{\theta_c} = 0$

Viscosity-Pressure-Temperature Relationship

ความดันและอุณหภูมิมีผลทำให้ความหนืดของสารหล่อลื่นเปลี่ยนไปตามทฤษฎี ของ Roelands [25].

$$\eta = \eta_0 \exp \left\{ \left(\ln \mu_0 + 9.67 \right) \left(-1 + \left(1 + 5.1 \times 10^{-9} p \right)^z \right) - \gamma (T - T_0) \right\} \quad (23)$$

เมื่อ η_0 เป็นค่าที่อุณหภูมิอ้างอิงและความดันบรรยากาศ

Density-Pressure-Temperature Relationship

ความหนาแน่นของสารหล่อลื่นขึ้นกับอุณหภูมิและความดัน

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p} \right) (1 - \beta(T - T_0)) \quad (24)$$

6.3 การประยุกต์สมการเรโนลด์และสมการพลังงานกับแบริงเพลากลม

แบริงเพลากลมชนิดลื่นไหลเป็นแบริงที่มีข้อได้เปรียบมากกว่าแบริงชนิดอื่นคือสามารถรับภาระได้สูงให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานต่ำมีใช้แพร่หลายในอุตสาหกรรมโดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีเป็นแบริงขนาดใหญ่ที่รับภาระสูงมาก ๆ ดังนั้นเมื่อแบริงเพลากลมทำงานภายใต้ภาระโหลดที่หนักมากการบร่งลื่นของจะเกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่างจะทำให้สมรรถนะของแบริงเพลากลมเปลี่ยนแปลง ทำให้ความดันของฟิล์มน้ำมันลดลงมากกว่ากรณีที่ไม่เกิดการการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง การลดลงของความดันนี้จะขึ้นกับคุณสมบัติความยืดหยุ่นของกาวบร่งลื่น ความหนาของกาวบร่งลื่น อัตราส่วนความเยื้องศูนย์กลาง ความหนืดของน้ำมันหล่อลื่น และความเร็วของเพล

งานวิจัยจำนวนมากได้ศึกษาการหล่อลื่นแบบฮิสเทอติกไฮโดรไดนามิกส์ของแบริงเพลากลมแต่ไม่ได้พิจารณาผลของอุณหภูมิ ผลของน้ำมันที่เป็นนอนนิวโตเนียน แบบจำลอง Carreau viscosity model และผลของความหยาบของผิวกาวบร่งลื่น งานวิจัยนี้ได้วิเคราะห์คุณลักษณะแบริงเพลากลมสำหรับการหล่อลื่นแบบเทอร์โมฮิสเทอติกไฮโดรไดนามิกส์ด้วยของไหลนอนนิวโตเนียน Carreau viscosity model และอิทธิพลของความหยาบของผิวกาวบร่งลื่นต่อสมรรถนะแบริง

ความหนาฟิล์มของของไหลในแบริงเพลากลม

ในกรณีของแบริงเพลากลมความหนาของฟิล์มน้ำมันขึ้นกับรัศมี อัตราความเยื้องศูนย์กลาง และมุมยกเพลของแบริง นอกจากนี้ยังขึ้นกับความหยาบของผิวกาวบร่งลื่นและผิวของเพลและการยุบตัวของผิวกาวบร่งลื่นดังสมการ

$$.h = c + e \cos(\theta - \Phi) + \delta h_D(x, y, p) \quad (25)$$

เมื่อ $\delta h_1(x, y)$ and $\delta h_2(x, y)$ เป็นความหยาบของผิว ถ้าความหยาบมีแอมพลิจูดเท่ากับ A_h และความยาวคลื่นของผิวหยาบเท่ากับ λ_l ซึ่งเขียนได้ในรูปของ

$$\delta h_1(x, y) = A_h \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda_l}\right) \quad (\text{กรณี transverse roughness}) \quad (26)$$

$$\delta h_1(x, y) = A_h \sin\left(\frac{2\pi y}{\lambda_l}\right) \quad (\text{กรณี longitudinal roughness}) \quad (27)$$

$\delta h_D(x, y, p)$ เป็นการยุบตัวของผิวแบร์ริง Dobrica [21] กล่าวว่าสำหรับพื้นผิวที่แบ่งเป็นกริด $M \times N$ การยุบตัวของแต่ละกริดจะขึ้นกับความดันที่กริดนั้น จะได้สมการการยุบตัวเป็น

$$\delta h_D(x, y, p) = \frac{1-\nu^2}{\pi E} \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N \int_{y_l - \frac{\Delta y}{2}}^{y_l + \frac{\Delta y}{2}} \int_{x_k - \frac{\Delta x}{2}}^{x_k + \frac{\Delta x}{2}} \frac{dxdy}{\sqrt{(x_i - x)^2 + (y_j - y)^2}} p_{k,l} \quad (28)$$

ความสามารถรับภาระโหลด (Load-Carrying Capacity)

แรงไฮโดรไดนามิกส์และแรงรับจากอนุภาคตามแนวตั้ง (F_ξ) และตามแนวระนาบ (F_ψ) เขียนได้เป็น

$$F_\xi = - \int_0^L \int_0^{\theta^*} p \cos \theta r d\theta dy \quad (29)$$

$$F_\psi = - \int_0^L \int_0^{\theta^*} p \sin \theta r d\theta dy \quad (30)$$

เมื่อเปลี่ยนแรงตามแนวตั้งและตามแนวราบให้อยู่ในพิกัดของแกนตามแนวเส้นวางตัว (line of centers) (F_r) และแกนตั้งฉาก (F_Φ) จะได้

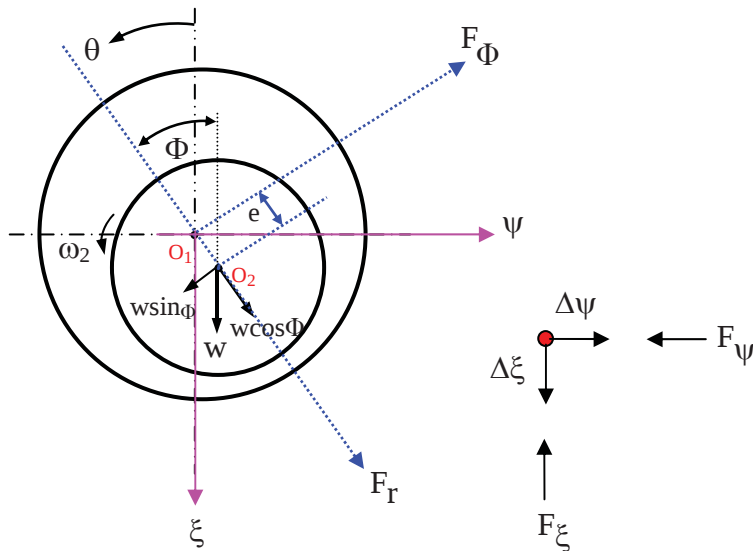
$$F_r = -F_\xi \cos \Phi - F_\psi \sin \Phi \quad (31)$$

$$F_\Phi = F_\xi \sin \Phi - F_\psi \cos \Phi \quad (32)$$

ภาระทั้งหมดที่น้ำมันหล่อลื่นรับได้ (W) และมุมวางตัว (Φ) หาได้จาก

$$W = (F_r^2 + F_\Phi^2)^{1/2} \quad (33)$$

$$\Phi = \tan^{-1} \left(-\frac{F_\Phi}{F_r} \right) \quad (34)$$



ภาพที่ 1 แรงที่กระทำต่อเจอร์นอลแบร์ริง

แรงเสียดทานการไหล (Friction Force)

แรงเสียดทานของสารหล่อลื่นประกอบด้วยสองส่วน คือจากความหนืดของน้ำมันและจากการเสียดสีของผิวแบร้งกับผิวอนุภาค ที่ผิวของเพลาเจอร์นอล หรือ $z = h$ ได้แรงเสียดทานจากน้ำมันเท่ากับ

$$F_{fric} = \iint \frac{\mu^* u_2}{h} dx dy + \iint \frac{h}{2} \frac{dp}{dx} dx dy \quad (35)$$

การวิเคราะห์เสถียรภาพของเพลา

ตามทฤษฎีของ Lund [28], มาประยุกต์ใช้กับสารหล่อลื่นที่เป็น Carreau viscosity model สามารถสร้างเมตริกของความดันตามแกน $\xi - \psi$ ได้ดังนี้

$$\left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\rho h_s^3}{12\eta} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h_s^3}{12\mu^*} \frac{\partial}{\partial y} \right) \right] \begin{Bmatrix} p_s \\ p_\xi \\ p_\psi \\ p_{\dot{\xi}} \\ p_{\dot{\psi}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{U}{2r} \frac{\partial(\rho \cos \theta)}{\partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\rho h_s^2 \cos \theta}{4\eta} \frac{\partial p_s}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h_s^2 \cos \theta}{4\mu^*} \frac{\partial p_s}{\partial y} \right) \\ \frac{U}{2r} \frac{\partial(\rho \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\rho h_s^2 \sin \theta}{4\eta} \frac{\partial p_s}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h_s^2 \sin \theta}{4\mu^*} \frac{\partial p_s}{\partial y} \right) \\ \rho \cos \theta \\ \rho \sin \theta \end{Bmatrix} \quad (36)$$

$$\text{เมื่อ } p_s = (p)_s, \quad p_\xi = \left(\frac{\partial p}{\partial \xi} \right)_s, \quad p_\psi = \left(\frac{\partial p}{\partial \psi} \right)_s, \quad p_{\dot{\xi}} = \left(\frac{\partial p}{\partial \dot{\xi}} \right)_s, \quad p_{\dot{\psi}} = \left(\frac{\partial p}{\partial \dot{\psi}} \right)_s \quad (37)$$

$$h = h_s + \Delta \xi \cos \theta + \Delta \psi \sin \theta \quad (37)$$

$$h_s = (c + e \cos(\theta - \Phi)) - \delta h_1(x, y) + \delta h_2(x, y) + \delta h_D(x, y, p) \quad (38)$$

ค่าสัมประสิทธิ์ของสปริงแบบไร้มิติ (dimensionless spring) และสัมประสิทธิ์ของแดมปีงแบบไร้มิติ (damping coefficients) เขียนในรูปเมตริกได้เท่ากับ

$$\begin{Bmatrix} K_{\xi\xi} & K_{\xi\psi} \\ K_{\psi\xi} & K_{\psi\psi} \end{Bmatrix} = \frac{c}{W} \begin{Bmatrix} -\int_0^L \int_0^{2\pi} p_\xi r \cos \theta d\theta dy & -\int_0^L \int_0^{2\pi} p_\psi r \cos \theta d\theta dy \\ -\int_0^L \int_0^{2\pi} p_\xi r \sin \theta d\theta dy & -\int_0^L \int_0^{2\pi} p_\psi r \sin \theta d\theta dy \end{Bmatrix} \quad (39)$$

$$\begin{Bmatrix} B_{\xi\xi} & B_{\xi\psi} \\ B_{\psi\xi} & B_{\psi\psi} \end{Bmatrix} = \frac{c\omega}{W} \begin{Bmatrix} -\int_0^L \int_0^{2\pi} p_{\dot{\xi}} r \cos \theta d\theta dy & -\int_0^L \int_0^{2\pi} p_{\dot{\psi}} r \cos \theta d\theta dy \\ -\int_0^L \int_0^{2\pi} p_{\dot{\xi}} r \sin \theta d\theta dy & -\int_0^L \int_0^{2\pi} p_{\dot{\psi}} r \sin \theta d\theta dy \end{Bmatrix} \quad (40)$$

ถ้าแบริงมีมวล m ซึ่งเขียนในรูปแบบไร้มิติได้เป็น $M = \frac{mc\omega^2}{W}$ สมการการเคลื่อนที่ของแบริงคือ

$$\begin{Bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \ddot{\xi} \\ \Delta \ddot{\psi} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} b_{\xi\xi} & b_{\xi\psi} \\ b_{\psi\xi} & b_{\psi\psi} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \dot{\xi} \\ \Delta \dot{\psi} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} k_{\xi\xi} & k_{\xi\psi} \\ k_{\psi\xi} & k_{\psi\psi} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \xi \\ \Delta \psi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (41)$$

$$\frac{1}{c\omega^2} \begin{Bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \ddot{\xi} \\ \Delta \ddot{\psi} \end{Bmatrix} + \frac{1}{c\omega} \begin{Bmatrix} B_{\xi\xi} & B_{\xi\psi} \\ B_{\psi\xi} & B_{\psi\psi} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \dot{\xi} \\ \Delta \dot{\psi} \end{Bmatrix} + \frac{1}{c} \begin{Bmatrix} K_{\xi\xi} & K_{\xi\psi} \\ K_{\psi\xi} & K_{\psi\psi} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \xi \\ \Delta \psi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (42)$$

คำตอบของสมการ (42) คือ

$$\frac{1}{\omega^2} \begin{Bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} \omega_p^2 e^{\omega_p t} + \frac{1}{\omega} \begin{Bmatrix} B_{\xi\xi} & B_{\xi\psi} \\ B_{\psi\xi} & B_{\psi\psi} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} \omega_p e^{\omega_p t} + \begin{Bmatrix} K_{\xi\xi} & K_{\xi\psi} \\ K_{\psi\xi} & K_{\psi\psi} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} e^{\omega_p t} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (43)$$

$$\begin{Bmatrix} \hat{M} & 0 \\ 0 & \hat{M} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} e^{\omega_p t} + \begin{Bmatrix} B_{\xi\xi} & B_{\xi\psi} \\ B_{\psi\xi} & B_{\psi\psi} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} \Omega e^{\omega_p t} + \begin{Bmatrix} K_{\xi\xi} & K_{\xi\psi} \\ K_{\psi\xi} & K_{\psi\psi} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} e^{\omega_p t} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (44)$$

เมื่อ $\hat{M} = \Omega^2 M$ สมการ (44) เขียนเป็นเมทริกได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} \hat{M} + \Omega B_{\xi\xi} + K_{\xi\xi} & \Omega B_{\xi\psi} + K_{\xi\psi} \\ \Omega B_{\psi\xi} + K_{\psi\xi} & \hat{M} + \Omega B_{\psi\psi} + K_{\psi\psi} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} e^{\omega_p t} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (45)$$

สมการคุณลักษณะ (characteristic equation) คือ

$$(\hat{M} + \Omega B_{\xi\xi} + K_{\xi\xi})(\hat{M} + \Omega B_{\psi\psi} + K_{\psi\psi}) - (\Omega B_{\psi\xi} + K_{\psi\xi})(\Omega B_{\xi\psi} + K_{\xi\psi}) = 0 \quad (46)$$

ด้วยวิธีการวิเคราะห์เสถียรภาพจากสมการคุณลักษณะ พบว่า mass parameter $\hat{M}$ หรือ $\Omega^2 M_{CR}$ มีค่า

$$\Omega^2 M_{CR} = \frac{B_{\xi\xi} K_{\psi\psi} + K_{\xi\xi} B_{\psi\psi} - B_{\psi\xi} K_{\xi\psi} - B_{\xi\psi} K_{\psi\xi}}{B_{\xi\xi} + B_{\psi\psi}} \quad (47)$$

$$\Omega^2 = \frac{(K_{\xi\xi} - \Omega^2 M_{CR})(K_{\psi\psi} - \Omega^2 M_{CR}) - K_{\xi\psi} K_{\psi\xi}}{B_{\xi\xi} B_{\psi\psi} - B_{\xi\psi} B_{\psi\xi}} \quad (48)$$

สมการการเคลื่อนที่ (Equation of motion)

สมการการเคลื่อนที่ของเพลามีมวล 2m รองรับด้วยแบร็งที่ปลายทั้งสองด้าน เขียนได้ตามทฤษฎีของ Ram Turaga [26] ถ้ากำหนดแกนตามแนว line of centers (F_r) และแนวตั้งฉากกับ line of centers (F_ϕ) ตามรูป จะเขียนสมการการเคลื่อนที่ได้ดังนี้

$$mc \left[\frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} - \varepsilon \left(\frac{d\Phi}{dt} \right)^2 \right] = F_r + W \cos \Phi \quad (49)$$

$$mc \left[\varepsilon \frac{d^2 \Phi}{dt^2} + 2 \frac{d\varepsilon}{dt} \frac{d\Phi}{dt} \right] = F_\phi - W \sin \Phi \quad (50)$$

สามารถเขียนเป็นตัวแปรไร้มิติได้ดังนี้

$$M\Omega^2 \left[\frac{d^2 \varepsilon}{d\tau^2} - \varepsilon \left(\frac{d\Phi}{d\tau} \right)^2 \right] = \frac{F_r + W \cos \Phi}{W} \quad (51)$$

$$M\Omega^2 \left[\varepsilon \frac{d^2 \Phi}{d\tau^2} + 2 \frac{d\varepsilon}{d\tau} \frac{d\Phi}{d\tau} \right] = \frac{F_\phi - W \sin \Phi}{W} \quad (52)$$

6.4 ผลงานวิจัยกรณีผิวการรองรับเรียบ

งานวิจัยนี้ค่าคุณสมบัติของแบร็งได้จากการทดสอบการรองรับลื่นที่ทำจากโลหะผสมอลูมิเนียม และการรองรับชนิดเหล็กกล้ามีค่าคุณสมบัติทางกลตามตารางที่ 1 และใช้น้ำมัน SAE 10W50 ซึ่งมีคุณสมบัติตามตารางที่ 2 การกระจายความดันและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสามารถคำนวณได้จากสมการที่ (21) และ (22) ตามลำดับ ในงานวิจัยนี้สมมติว่าภาระโหลดมีขนาดคงที่และมีทิศทางในแนวตั้ง สมการการเคลื่อนที่ของเพลาดำเนินสมการที่ (32) and (33) แก้ได้โดยใช้วิธี Runge-Kutta method ด้วยการกำหนดค่าเริ่มต้น $\dot{\Phi} = \dot{\varepsilon} = 0$ เพื่อให้ได้ค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์ของเพลามุมมองตัวและค่าอนุพันธ์ตามเวลาต่างๆ จากนั้นหาค่าความดัน อุณหภูมิ ความหนาฟิล์ม ความหนืด ความหนาแน่น แรง hydrodynamic force เพื่อใช้ในการคำนวณหาตำแหน่งของเพลาลื่นในเวลาที่ผ่านไป ทั้งนี้ค่าความถูกต้องในการคำนวณกำหนดให้น้อยกว่า 1×10^{-5} . การแบ่งกริดเท่ากับ 256×64 nodes ในทิศ x และ y ตามลำดับ

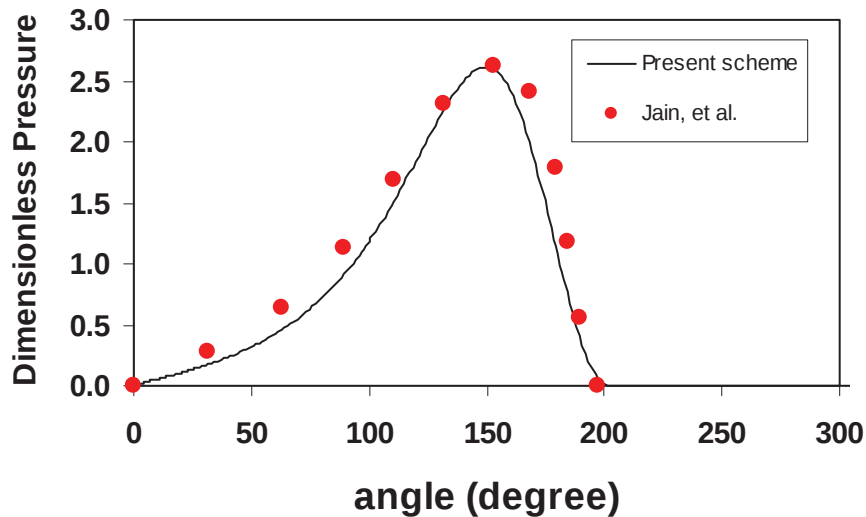
Table 1. Physical properties of journal bearing

Journal radius, r	0.015 m
Bearing length, L	0.030 m
Radius clearance, c	30 μ m
Rotational speed, N	3000 rpm
Material elastic modulus of bearing liner, E	70 GPa, 200 GPa
Poisson ratio of bearing, ν	0.3

Table 2. Physical properties of the lubricant

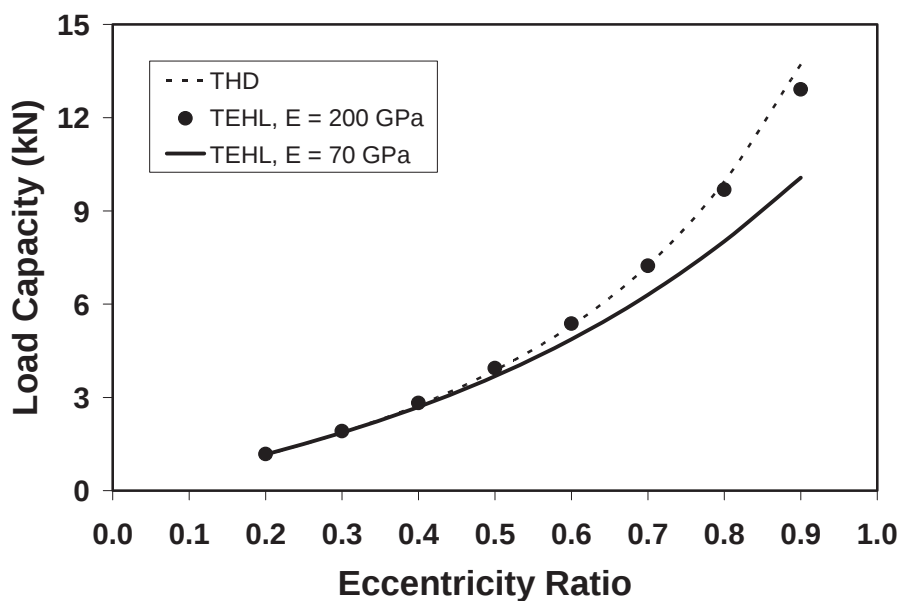
Lubricant type	SAE 10W50
Limiting viscosity at low shear rate, μ_0	0.107 Pa·s
Limiting viscosity at high shear rate, μ_∞	0.054 Pa·s
Power-law exponent, n	0.341
Characteristic relaxation time constant, λ	3.0E-06
Lubricant density, ρ	875 kg/m ³
Lubricant specific heat, c_f	1900 J/kg K
Inlet lubricant temperature, T_0	313 K
Viscosity-Pressure index, Z	0.60
Viscosity-Temperature coefficient, γ	0.0310174 K ⁻¹
Coefficient of thermal expansivity, β	0.000788 K ⁻¹

ภาพที่ 2 เป็นการพิสูจน์ความถูกต้องในการคำนวณ โดยการเปรียบเทียบความดันฟิล์มน้ำมัน ระหว่างผลที่ได้จากงานวิจัยนี้กับผลจากการทดลองของ Jain [5] ภายใต้เงื่อนไข isothermal เมื่อ $c/r = 8 \times 10^{-4}$, $\mu = 3.3 \times 10^{-4}$ Pa·s, $\omega = 100\pi$ rad/s, $r = 25 \times 10^{-3}$ m, $\varepsilon = 0.6$, $E = 162$ GPa, $\nu = 0.3$. จะสังเกตได้ว่าผลการจำลองของโปรแกรมที่สร้างขึ้นได้ค่าใกล้เคียง



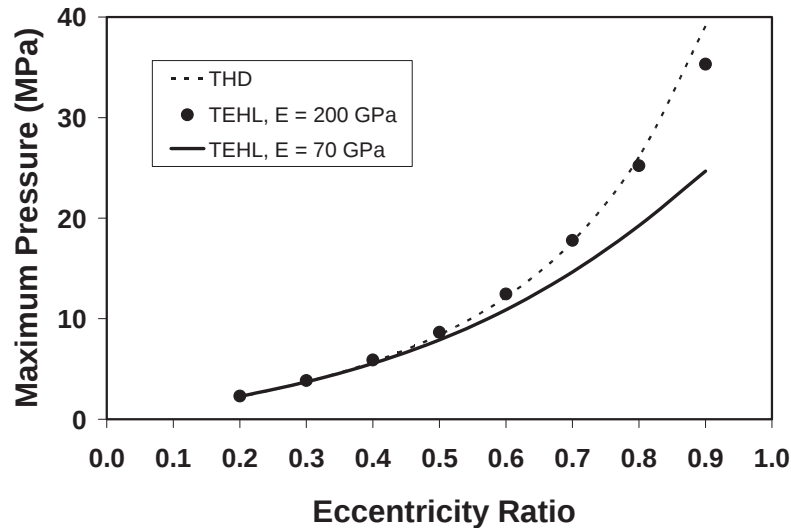
ภาพที่ 2 เปรียบเทียบผลการกระจายความดันระหว่างทฤษฎีที่ใช้ในงานวิจัยนี้กับผลของ Jain [5]

ภาพที่ 3 เป็นภาระโหลดที่รองรับได้ด้วยฟิล์มน้ำมัน โดยการเปรียบเทียบระหว่างกรณีที่เกิด TEHL (Thermoelastohydrodynamic) กับกรณีที่เป็น THD (Thermohydrodynamic) โดยใช้ น้ำมันที่มีแบบจำลองตาม Carreau Model แบริ่งจะรับภาระโหลดได้มากขึ้นเมื่อเพิ่มค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์ แต่แบริ่งจะรับภาระโหลดได้น้อยลงถ้าเป็นกรณี TEHL โดยเฉพาะเมื่อวัสดุมีความแข็งน้อยลง ทั้งนี้เป็นผลจากการยุบตัวของกาบรองลิ้นและการเพิ่มขึ้นของค่าความหนืดเมื่อความดันเพิ่มขึ้นตามภาระโหลด



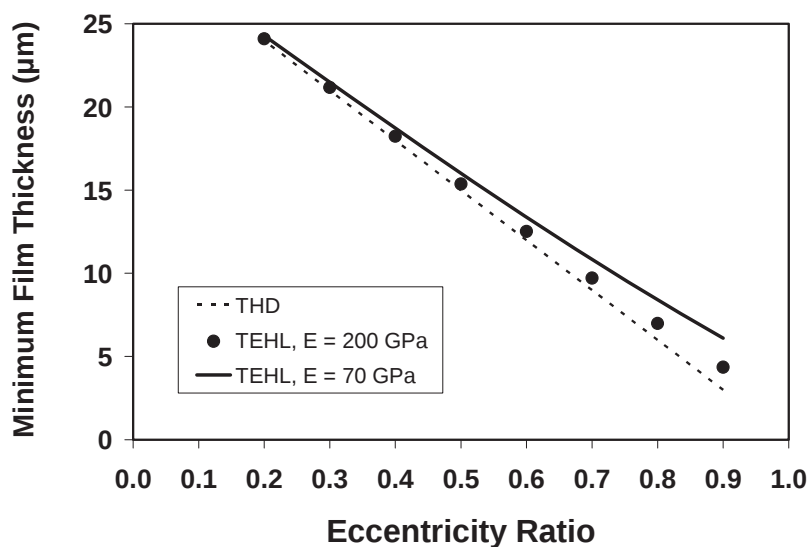
ภาพที่ 3 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์กับความสามารถในการรับภาระโหลด

ภาพที่ 4 แสดงค่าความดันสูงสุดที่เกิดขึ้นเมื่อเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์ ซึ่งจะได้ผลสอดคล้องกับภาพที่ 3 ที่อัตราส่วนเยื้องศูนย์เท่ากับ 0.9 จะได้ค่าความดันสูงสุดในกรณีของ THD, TEHL E = 200 GPa และ TEHL E = 70 GPa เท่ากับ 39.113 MPa , 35.318 MPa and 24.688 MPa ตามลำดับ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าการหล่อลื่นแบบ TEHL มีผลต่อค่าความดันสูงสุดและค่าความสามารถรับภาระโหลดได้น้อยลง



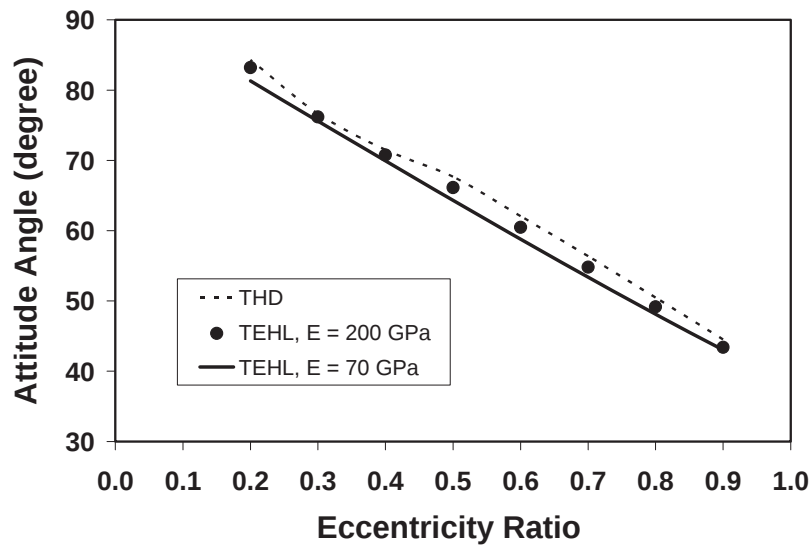
ภาพที่ 4 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์กับความดันสูงสุด

ภาพที่ 5 ความหนาฟิล์มน้อยที่สุดจะลดลงอย่างรวดเร็วเมื่ออัตราส่วนเยื้องศูนย์เพิ่มขึ้น ที่อัตราส่วนเยื้องศูนย์ 0.9 แบริงที่มีค่า E = 70 GPa , 200 GPa และ THD จะได้ค่าความหนาฟิล์มน้อยสุดเท่ากับ 6.100 μm , 4.357 μm และ 3.001 μm . ตามลำดับ แสดงว่าวัสดุการรองรับลื่นที่นุ่มจะมีผลอย่างมากต่อความหนาฟิล์ม



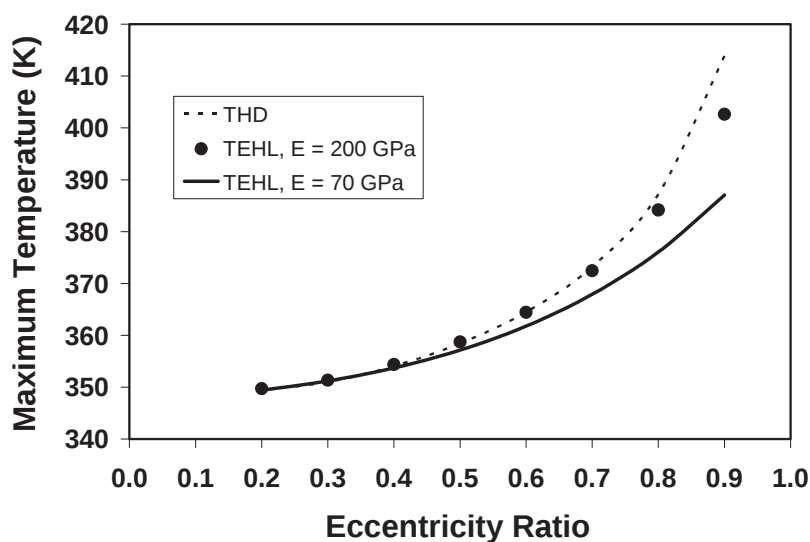
ภาพที่ 5 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์กับความหนาฟิล์มน้อยที่สุด

ภาพที่ 6 เป็นมุมวางตัวของเพลาส่งซึ่งจะลดลงเมื่อค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์เพิ่มขึ้น และที่อัตราส่วนเยื้องศูนย์ 0.9 จะได้ค่ามุมวางตัวเท่ากับ 44.514 degrees, 43.415 degree and 43.031 สำหรับแบบริงที่มีการหล่อลิ้นแบบ THD, TEHL E = 200 GPa และ TEHL E = 70 GPa ตามลำดับ

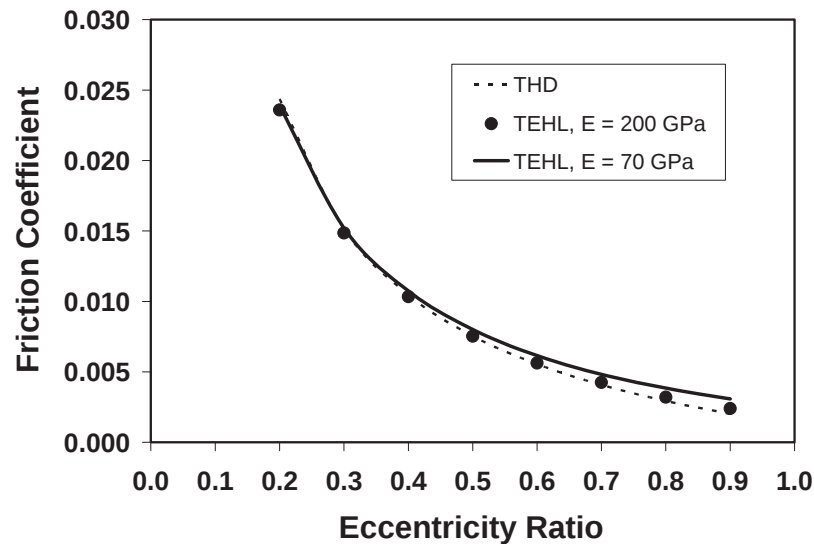


ภาพที่ 6 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์กับมุมวางตัว

ภาพที่ 7 เป็นค่าอุณหภูมิสูงสุดของฟิล์มน้ำมันเมื่อเปลี่ยนค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์ อุณหภูมิสูงสุดเพิ่มขึ้นเมื่ออัตราส่วนเยื้องศูนย์เพิ่มขึ้น และการหล่อลิ้นแบบ THD จะได้ค่าอุณหภูมิสูงสุดมากกว่าการหล่อลิ้นแบบ TEHL เช่นที่อัตราส่วนเยื้องศูนย์ 0.9 จะได้ค่าอุณหภูมิสูงสุดเท่ากับ 413.891 K, 402.642 K and 387.046 K สำหรับการหล่อลิ้นแบบ THD, TEHL E = 200 GPa และ TEHL E = 70 GPa



ภาพที่ 7 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์กับอุณหภูมิสูงสุด

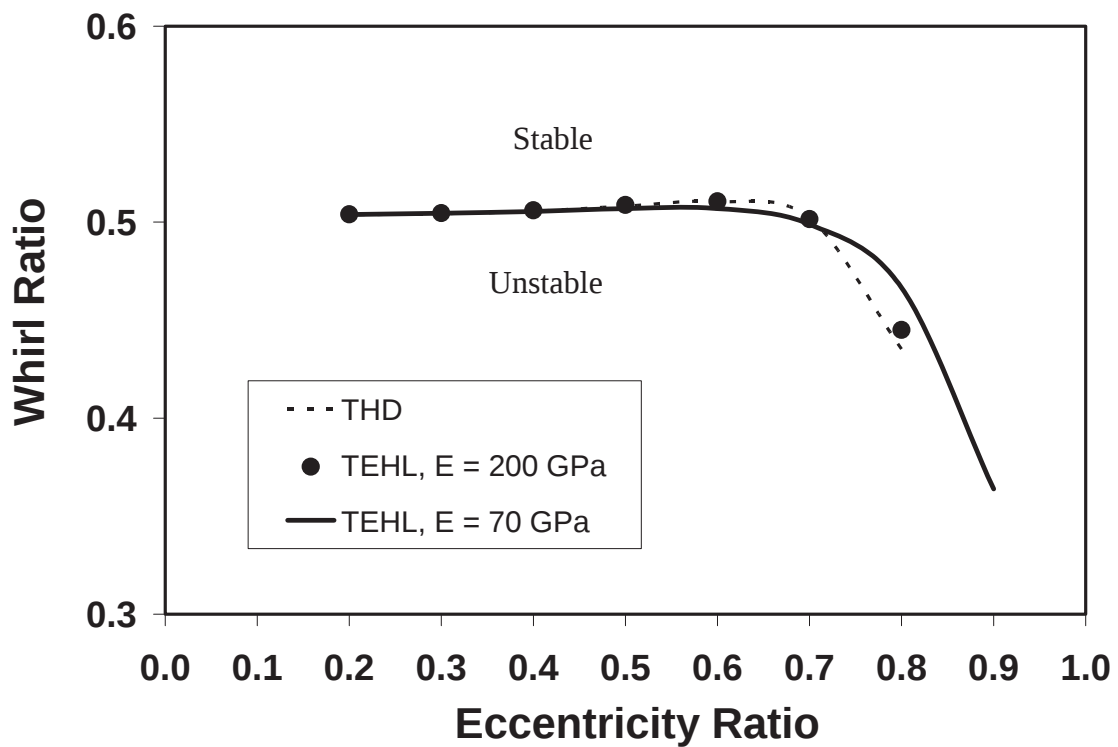
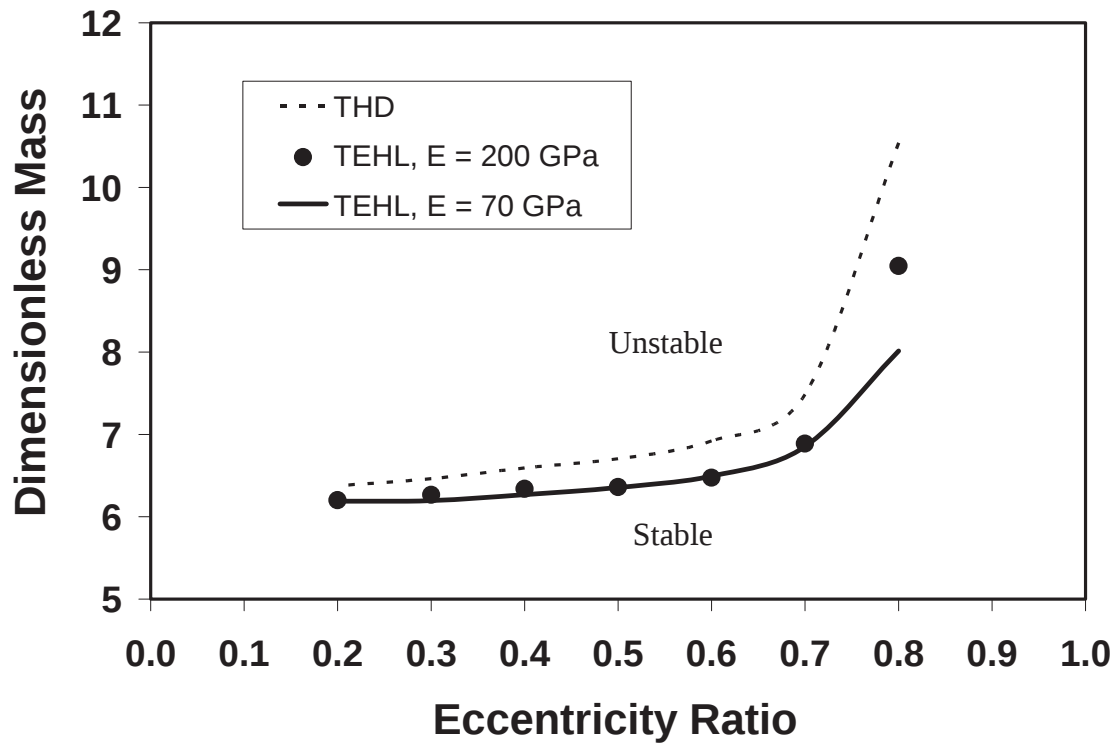


ภาพที่ 8 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์กลางกับสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน

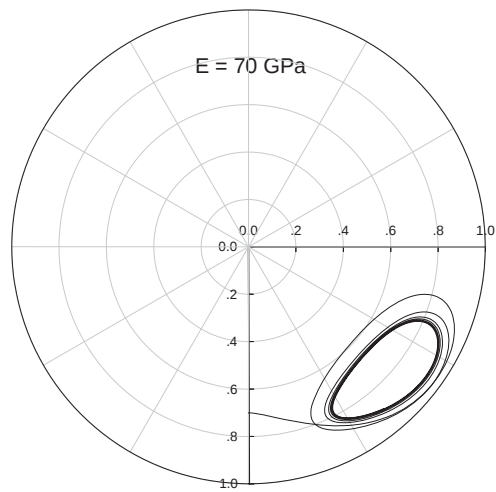
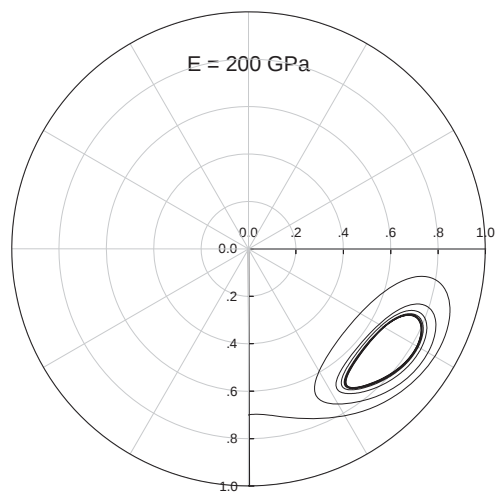
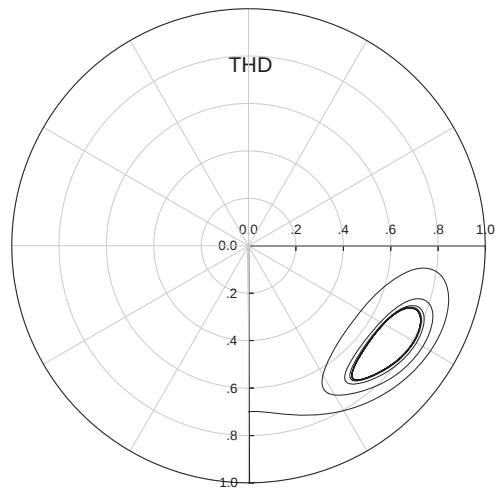
ภาพที่ 8 สัมประสิทธิ์ความเสียดทานลดลงเมื่อวัสดุการรองรับแข็งขึ้น ทั้งนี้เพราะสัมประสิทธิ์ความเสียดทานเป็นสัดส่วนระหว่างค่าแรงเสียดทานต่อแรงรับของฟิล์มน้ำมัน แรงรับของฟิล์มน้ำมันที่ได้จากการหล่อลื่นแบบ THD มีค่ามากที่สุดและจาก TEHL E = 70 GPa มีค่าน้อยสุดตามภาพที่ 3 ดังนั้นค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของ THD จึงมีค่าน้อยสุด จากกราฟที่อัตราส่วนเยื้องศูนย์กลาง 0.9 ได้ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานเท่ากับ 0.0020, 0.0024, 0.0031 สำหรับการหล่อลื่นแบบ THD, TEHL E = 200 GPa และ TEHL E = 70 GPa ตามลำดับ

ภาพที่ 9 แสดงว่าเสถียรภาพของแบริ่งจะเพิ่มขึ้นเมื่อวัสดุของกาบรองรับแข็งมากขึ้น การหล่อลื่นแบบ THD ได้ค่าเสถียรภาพดีกว่าแบบ TEHL และที่อัตราส่วนเยื้องศูนย์กลางสูงๆ จะได้ค่าความแตกต่างของเสถียรภาพระหว่างกรณี TEHL E = 200 GPa ดีกว่ากรณี TEHL E = 70 GPa อย่างชัดเจน ทั้งนี้เพราะผลของ TEHL ต่อเจอร์นอลแบริ่งจะเพิ่มมากขึ้นเมื่อค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์กลางมากขึ้น

ภาพที่ 10 แสดงเส้นทางเคลื่อนที่ของเพลลา เมื่อเพลลาได้รับภาระในแนวตั้ง $W = 8$ kN และค่า Mass parameter ($M\Omega^2$) เท่ากับ 3.5 โดยเปรียบเทียบกรณี THD, TEHL E = 200 GPa และ TEHL E = 70 GPa สังเกตได้ว่าเพลลาของแบริ่งที่มีค่า E = 70 GPa จะแกว่งตัวเป็นวงใหญ่กว่าเพลลาของแบริ่งที่มีค่า E = 200 GPa และแบบ THD แสดงว่าแบริ่งที่มีการรองรับที่ทำด้วยวัสดุอ่อนจะมีเสถียรภาพลดลงเมื่อเทียบกับกาบรองรับที่ทำจากวัสดุที่แข็ง



ภาพที่ 9 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์กลางกับเสถียรภาพของเพลานับเรียง



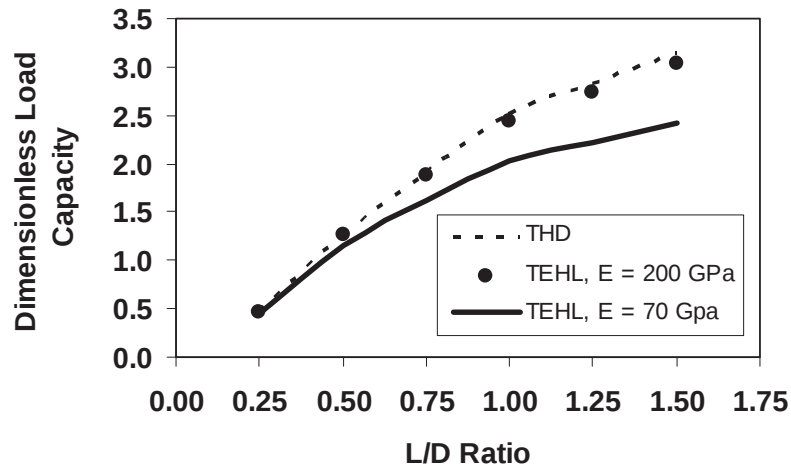
ภาพที่ 10 เส้นทางเดินของจุดศูนย์กลางของเพลลาภายใต้ภาระโหลด $W = 8 \text{ kN}$, และ $M\Omega^2 = 3.0$

Table 4. The characteristics of finite journal bearing under thermal elasto-hydrodynamic lubrication and thermal hydrodynamic lubrication at load $W = 8 \text{ kN}$.

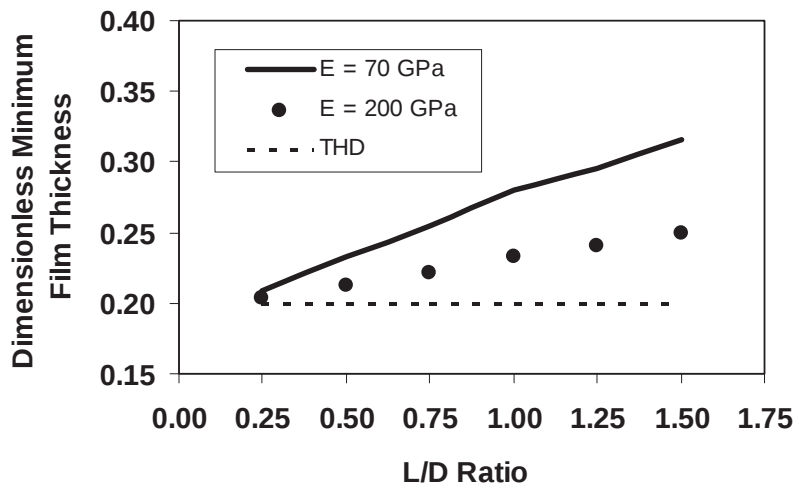
	THD	TEHL ($E=200\text{GPa}$)	TEHL ($E=70\text{GPa}$)
อัตราส่วนเยื้องศูนย์กลาง	0.736	0.739	0.797
มุมวางตัว ($^{\circ}$)	53.379	51.640	47.424
ความดันฟิล์มน้ำมันสูงสุด (MPa)	20.091	20.181	19.215
อุณหภูมิฟิล์มน้ำมันสูงสุด (K)	377.143	376.156	375.488
ความหนาฟิล์มน้ำมันน้อยสุด (μm)	7.910	8.262	8.483
สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน	0.003708	0.003866	0.003856

ตารางที่ 4 เป็นการเปรียบเทียบคุณลักษณะของแบริ่งที่มีการหล่อลื่นแบบ THD, TEHL $E = 200 \text{ GPa}$ และ TEHL $E = 70 \text{ GPa}$ เมื่อแบริ่งรับภาระโหลดเท่ากันคือ $W = 8 \text{ kN}$ จากตารางพบว่า แบริ่งจากที่มีกabarongลื่นอ่อนจะได้ค่าอัตราส่วนการเยื้องศูนย์กลาง ความหนาฟิล์มน้อยสุด และสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน เพิ่มมากขึ้น และจะได้ค่า มุมวางตัว ความดันฟิล์มน้ำมันสูงสุด อุณหภูมิฟิล์มน้ำมันสูงสุด ลดน้อยลง

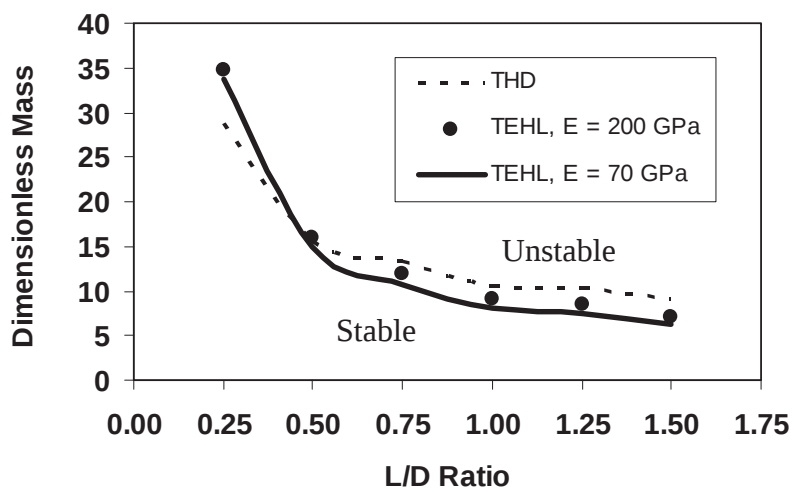
ภาพที่ 11 – 13 แสดงการคุณลักษณะของแบริ่งเมื่อเปลี่ยนค่า L/D โดยเป็นการเปรียบเทียบแบบตัวแปรไร้มิติ แบริ่งทำงานที่อัตราส่วนเยื้องศูนย์กลาง 0.8 ภาพที่ 10 เป็นค่าความสามารถรับภาระโหลดแบบไร้มิติ จะสังเกตได้ว่ากabarongลื่นที่อ่อนจะทำให้ค่าความดันแบบไร้มิติน้อยสุด และจะเห็นผลแตกต่างกันมากขึ้นเมื่อค่า L/D มีค่ามากขึ้น ภาพที่ 11 เป็นค่าความหนาฟิล์ม แบบไร้มิติจะมีค่ามากขึ้นเมื่อสัดส่วน L/D มากขึ้นด้วย กรณี TEHL $E = 70 \text{ GPa}$ จะให้ค่าความหนาฟิล์มมากกว่ากรณี TEHL $E = 200 \text{ GPa}$ ถึง 50% เมื่อ $L/D = 1.50$ ทั้งนี้เพราะเมื่อ L/D เพิ่มมากขึ้นจะได้ค่าความดันมากขึ้น แบริ่งจึงเกิดการยุบตัวได้มากขึ้น แบริ่งที่มีกabarongลื่นที่อ่อนจึงยุบตัวได้มากกว่าแบริ่งที่มีกabarongลื่นที่แข็ง ภาพที่ 12 เป็นเสถียรภาพของเพลลาแบริ่ง ซึ่งจะมีค่าลดลงเมื่ออัตราส่วน L/D เพิ่มมากขึ้น



ภาพที่ 11 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วน L/D กับความสามารถรับภาระโหลดแบบไรมิติ



ภาพที่ 12 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วน L/D กับความหนาฟิล์มน้อยที่สุดแบบไรมิติ

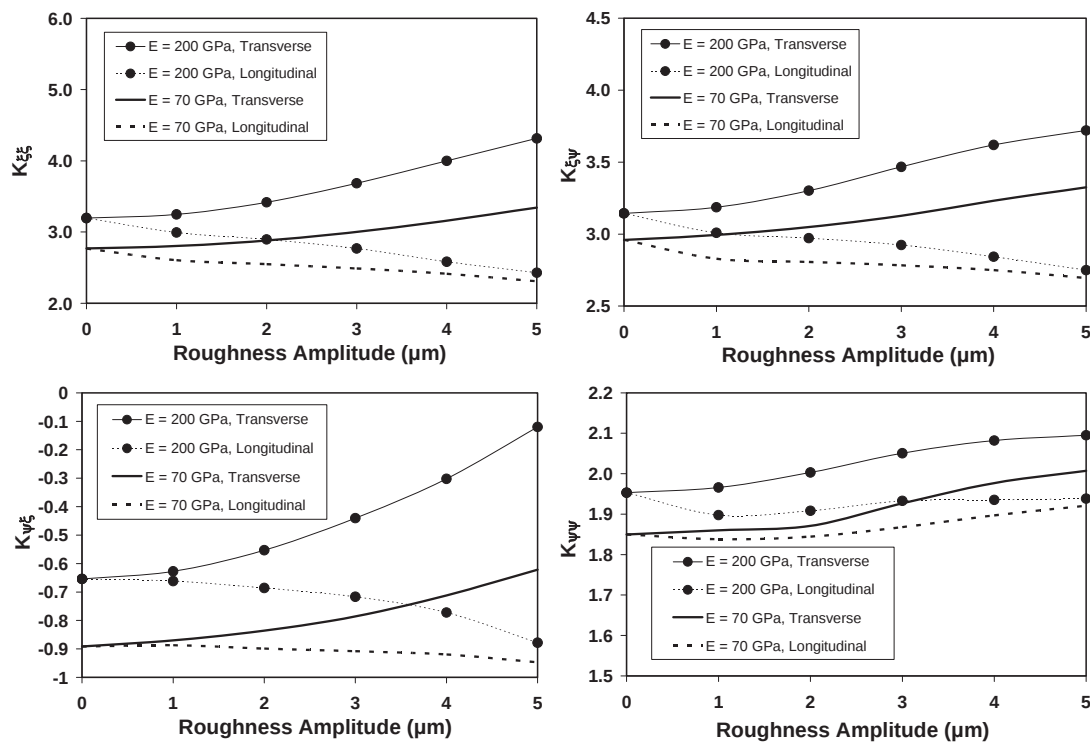


ภาพที่ 13 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วน L/D กับมวลวิกฤต M

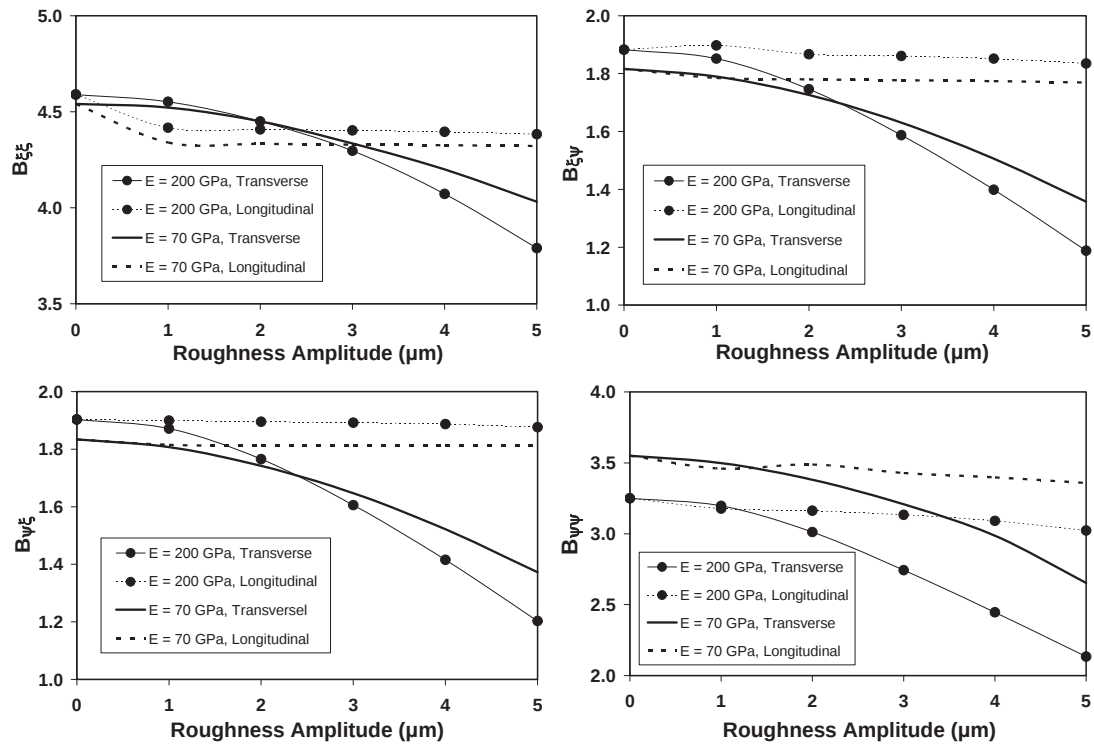
6.5 ผลงานวิจัยกรณีผิวการรองรับมีผิวหยาบ

งานวิจัยนี้ใช้การรองรับที่มีค่าความหยาบเป็น harmonic function ที่มีค่าความยาวคลื่น 5000 μm โดยรูปแบบความหยาบมี 2 กรณี คือมีผิวหยาบตามแนวขวางการไหลของน้ำมัน เรียกว่า Transverse roughness pattern ตามสมการที่ (26) และมีผิวหยาบตามแนวยาว เรียกว่า longitudinal roughness pattern ตามสมการที่ (27) ผลการวิเคราะห์คุณลักษณะไดนามิกส์ของ finite circular journal bearing ($L/D = 1$) แสดงในภาพที่ 14-18.

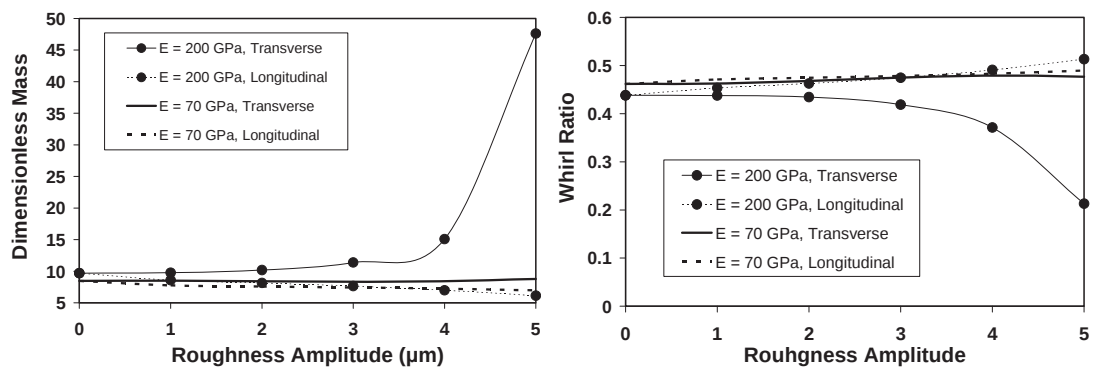
ภาพที่ 14 เป็นค่า stiffness coefficients หรือค่า K ของน้ำมัน พบว่าค่า K ของเจอร์นอลที่มีการรองรับแข็งหรือ 200 GPa จะมากกว่ากรณีที่มีค่าสัมประสิทธิ์ความยืดหยุ่น 70 GPa และเมื่อเพิ่มค่าแอมพลิจูดของความหยาบจะได้ค่า K เพิ่มขึ้นด้วยเมื่อผิวหยาบเป็นแบบหยาบตามขวาง (Transverse roughness) ภาพที่ 15 เป็น damping coefficients หรือค่า B ของน้ำมัน จะมีค่าลดลงเมื่อแอมพลิจูดความหยาบเพิ่มมากขึ้นโดยเฉพาะแบบหยาบตามขวาง ภาพที่ 16 แสดงเสถียรภาพของเฟลา จะสังเกตได้ว่าเจอร์นอลแข็งจะมีเสถียรภาพดีขึ้นเมื่อผิวการรองรับมีแอมพลิจูดความหยาบมากขึ้นและมีรูปแบบความหยาบเป็นตามขวาง และผลจะชัดเจนมากขึ้นเมื่อการรองรับมีค่า $E = 200$ GPa



ภาพที่ 14 ผลความหยาบและความแข็งของการรองรับ ที่มีต่อ Dimensionless Spring Coefficients เมื่อเฟลาหมุนด้วยความเร็วรอบ 3000 rpm และอัตราส่วนเยื้องศูนย์ 0.8

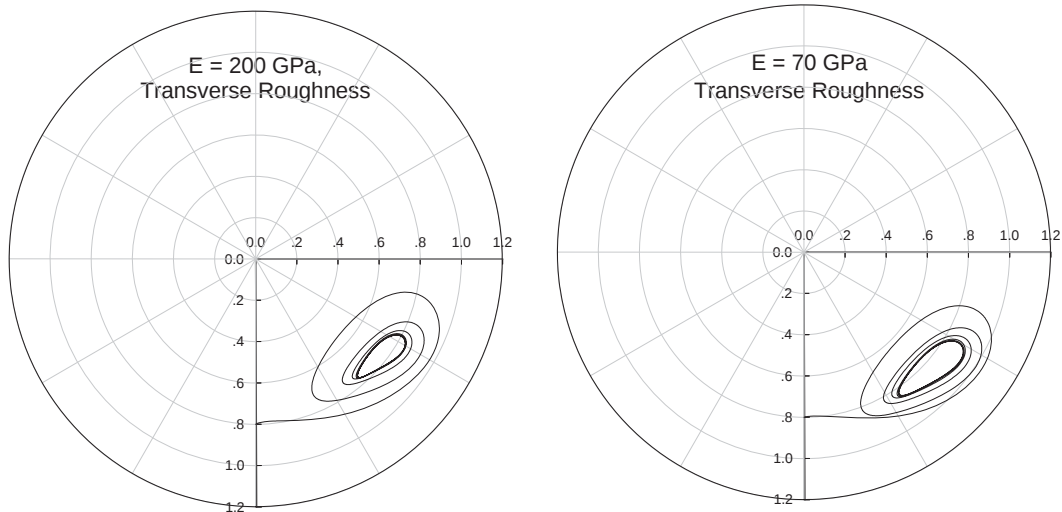


ภาพที่ 15 ผลความหยาบและความแข็งของกาบรองลื่นที่มีต่อ Dimensionless Damping Coefficients เมื่อเพลาลหมุนด้วยความเร็วรอบ 3000 rpm และอัตราส่วนเยื้องศูนย์กลาง 0.8

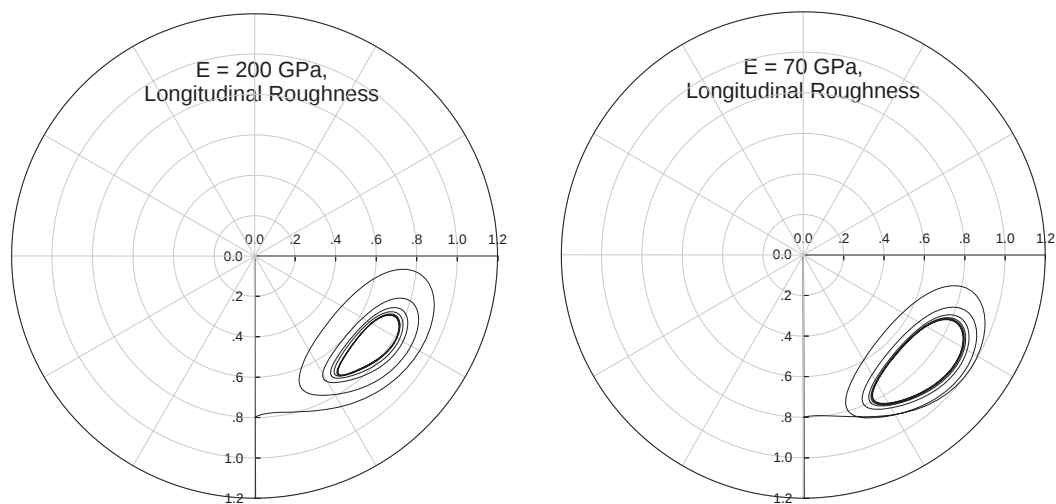


ภาพที่ 16 ผลความหยาบและความแข็งของกาบรองลื่น ที่มีต่อเสถียรภาพของเพลาลเจอร์นอล แบริงที่ความเร็วรอบ 3000 rpm และอัตราส่วนเยื้องศูนย์กลาง 0.8

ภาพที่ 17 และ 18 เป็นเส้นทางเดินของจุดศูนย์กลางเพลาลภายใต้ภาระโหลด 8 kN เปรียบเทียบระหว่างกรณีกาบรองลื่นมีค่า $E = 200\text{ GPa}$ กับกรณี $E = 70\text{ GPa}$ โดยใช้แอมพลิจูดผิวหยาบเท่ากับ $3\text{ }\mu\text{m}$ และ $M\Omega^2 = 3.5$ ภายใต้การหล่อลื่นแบบ TEHL ภาพที่ 17 เป็นผลกรณีที่ใช้ผิวหยาบแบบหยาบตามขวาง (transverse roughness surface) และภาพที่ 18 เป็นแบบหยาบตามยาว (longitudinal roughness surface) ผลพบว่าผิวหยาบตามขวางจะให้ค่าเสถียรภาพดีกว่าผิวหยาบตามยาว และกาบรองลื่นที่มีค่า $E = 200\text{ GPa}$ จะมีเสถียรภาพดีกว่ากรณี $E = 70\text{ GPa}$

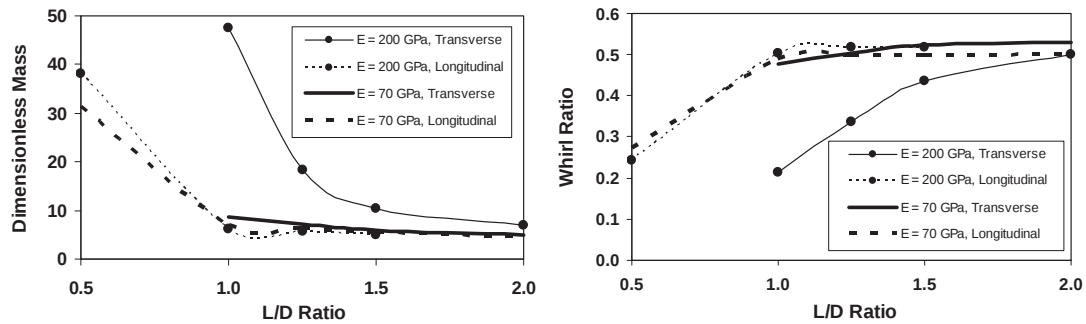


ภาพที่ 17 เส้นทางเดินของจุดศูนย์กลางเพลลาภายใต้การหล่อลื่นแบบ TEHL
การรองรับเส้นหยาบตามขวาง ภาระโหลด 8 kN และ $M\Omega^2 = 3.5$



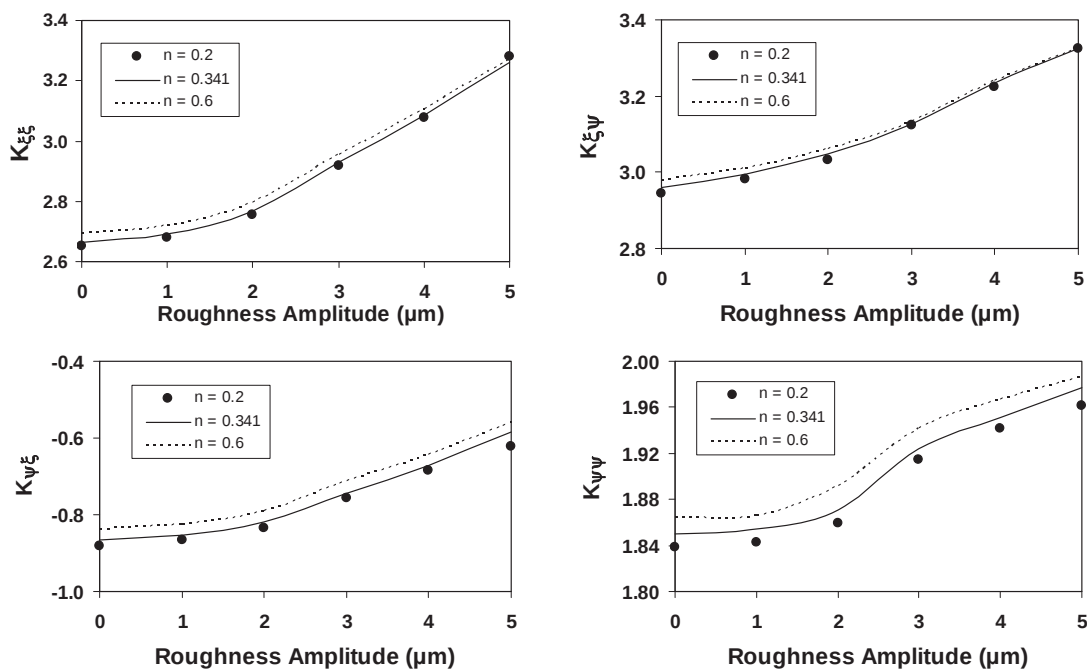
ภาพที่ 18 เส้นทางเดินของจุดศูนย์กลางเพลลาภายใต้การหล่อลื่นแบบ TEHL
การรองรับเส้นหยาบตามยาว ภาระโหลด 8 kN และ $M\Omega^2 = 3.5$

ผลของค่าอัตราส่วน L/D ที่มีต่อคุณลักษณะไดนามิกส์ของเจอร์นอลแบร์ริงภายใต้การหล่อลื่นแบบฮิสโตโรติกไดนามิกส์ด้วยน้ำมันหล่อลื่นตามแบบจำลอง Carreau Viscosity Model แสดงในภาพที่ 19 เมื่อใช้การรองรับมีค่าแอมพลิจูดความหยาบ $5 \mu\text{m}$ และความยาวคลื่นของความหยาบเท่ากับ $5000 \mu\text{m}$ เจอร์นอลทำงานที่อัตราส่วนเยื้องศูนย์กลางเท่ากับ 0.8. ผลการวิจัยแสดงว่าเสถียรภาพของเพลลาจะดีขึ้นเมื่อมีค่า L/D น้อยๆ และเมื่อเพิ่มค่า L/D จะทำให้เสถียรภาพจะลดลง ผิวการรองรับเส้นที่หยาบตามขวางจะให้ค่าเสถียรภาพดีกว่าผิวการรองรับเส้นที่หยาบตามยาว ค่าความยืดหยุ่นของวัสดุจะไม่มีผลต่อเสถียรภาพของเพลลาเมื่อผิวการรองรับเส้นหยาบแบบตามยาวและค่า L/D มากกว่า 1.5

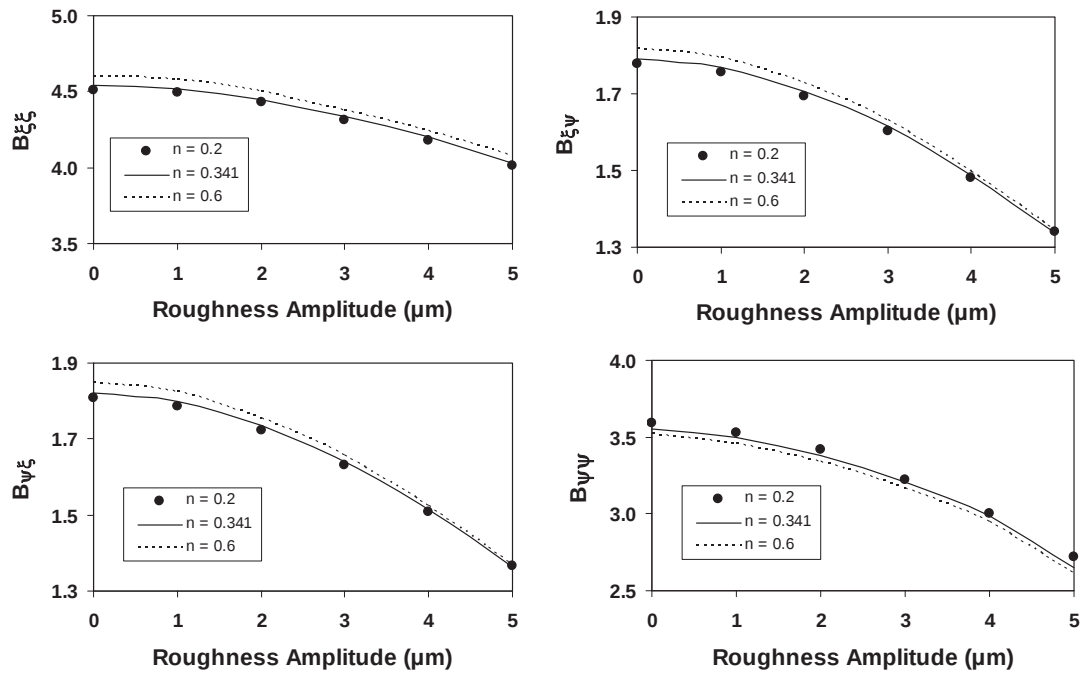


ภาพที่ 19 ผลของ L/D ที่มีต่อเสถียรภาพของเพลาจอร์นอลแบร์ริง ที่ความเร็วรอบ 3000 rpm, อัตราส่วนเยื้องศูนย์เท่ากับ 0.8, และความหยาบผิวการบรอนกลิ้งมีแอมพลิจูด 5 μm .

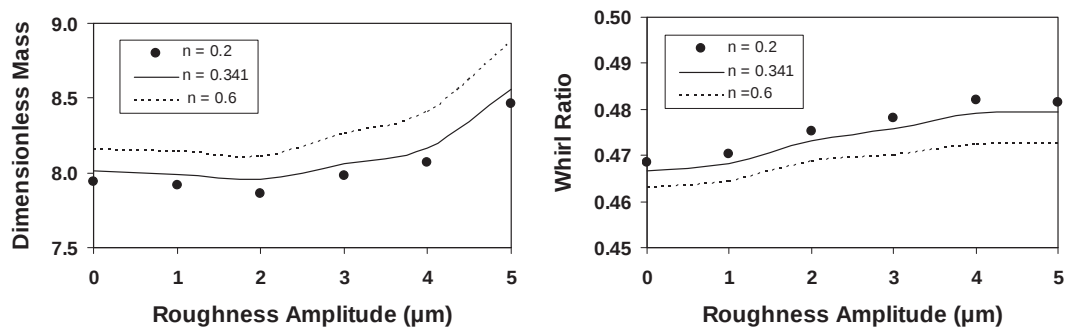
ภาพที่ 20-22 ผลของ power law index ของ Carreau Model ที่มีต่อคุณลักษณะไดนามิกของจอร์นอลแบร์ริงภายใต้การหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ ที่อัตราส่วนเยื้องศูนย์เท่ากับ 0.8 การบรอนกลิ้งมีค่าความยืดหยุ่น $E = 70 \text{ GPa}$ และมีความหยาบแบบตามขวาง ผลวิจัยแสดงค่าสัมประสิทธิ์ของสปริง K จะเพิ่มขึ้นเมื่อค่า power law index เพิ่มขึ้น สัมประสิทธิ์ของแดมปิ้ง B จะลดลงเมื่อค่า power law index เพิ่มขึ้น ทั้งนี้ยกเว้นกรณี $B_{\psi\psi}$ และมีผลทำให้ได้กราฟของเสถียรภาพดังภาพที่ 22 ซึ่งพบว่าเมื่อ power law index เพิ่มขึ้นจะได้เพลามีเสถียรภาพมากขึ้น โดยเฉพาะที่ผิวที่มีความหยาบมากๆ



ภาพที่ 20 ผลของ power law index ที่มีต่อสัมประสิทธิ์ของสปริง โดยใช้การบรอนกลิ้งมีแอมพลิจูดความหยาบต่างๆ แบบหยาบตามขวาง อัตราส่วนเยื้องศูนย์ 0.8 และความยืดหยุ่น $E = 70 \text{ GPa}$



ภาพที่ 21 ผลของ power law index ที่มีต่อสัมประสิทธิ์ของแดมปีง โดยใช้กาบรองเส้นมีแอมพลิจูดความหยาบต่างๆ แบบหยาบตามขวาง อัตราส่วนเยื้องศูนย์ 0.8 และความยืดหยุ่น $E = 70 \text{ GPa}$



ภาพที่ 22 ผลของ power law index ที่มีต่อเสถียรภาพของเพลาเจอร์นอลแบร์ริง โดยใช้กาบรองเส้นมีแอมพลิจูดความหยาบต่างๆ แบบหยาบตามขวาง อัตราส่วนเยื้องศูนย์ 0.8 และความยืดหยุ่น 70 GPa

6.6 สรุปผลงานวิจัย

งานวิจัยนี้ได้วิเคราะห์พฤติกรรมสถิตยและพฤติกรรมพลวัตของแบร็งเพลากลมมีผิวเรียบและผิวหยาบโดยใช้น้ำมันหล่อลื่น SAE 10W50 ซึ่งสามารถเขียนได้ในรูปแบบจำลองของ Carreau Viscosity Model ผลงานการวิจัยสรุปได้ว่า

- 1) งานวิจัยได้ใช้แบบจำลองของ Carreau Model ในการเขียนสมการดัดแปลงเรโนลด์ และสมการพลังงาน การแก้ปัญหสมการเรโนลด์และสมการพลังงานด้วยวิธีเชิงตัวเลขได้สำเร็จเป็นครั้งแรก
- 2) สำหรับการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ในแบร็งเพลากลม ความสามารถในการรับภาระโหลด แรงดันสูงสุดและอุณหภูมิสูงสุดของฟิล์มน้ำมันจะเพิ่มขึ้นอย่างไม่เป็นเชิงเส้น เมื่อค่าอัตราส่วนความเยื้องศูนย์เพิ่มขึ้น
- 3) สำหรับการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ในแบร็งเพลากลมค่ามูเมก ค่าความหนาฟิล์มน้ำมันต่ำสุดและค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจะลดลงอย่างไม่เชิงเส้น เมื่อค่าอัตราส่วนเยื้องศูนย์เพิ่มขึ้น
- 4) สำหรับการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ในแบร็งเพลากลม การเปลี่ยนแปลงรูปร่างของกาบรองลื่น การอัดตัวได้ของน้ำมัน ความเป็นนอนนิวโตเนียนของน้ำมัน มีผลทำให้ความสามารถรับภาระโหลด มุมวางตัว อุณหภูมิสูงสุดมีค่าลดน้อยลงเมื่อเปรียบเทียบกับกาบรองลื่นแบบไฮโดรไดนามิกส์
- 5) กาบรองลื่นที่มีทำจากวัสดุที่แข็ง จะทำให้เพลแบร็งมีเสถียรภาพดีกว่ากาบรองลื่นที่อ่อน
- 6) เสถียรภาพของเจอร์นอลแบร็งจะลดลง เมื่อเป็นการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์
- 7) เมื่อเปรียบเทียบผลการหล่อลื่นแบบไฮโดรไดนามิกส์ (THD) กับการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ (TEHL) ที่ค่า L/D ต่าง ๆ พบว่าการหล่อลื่นแบบ TEHL จะได้ผลในด้านความสามารถรับภาระโหลด ความหนาฟิล์ม และเสถียรภาพของเพล น้อยกว่าการหล่อลื่นแบบ THD และความแตกต่างนี้จะชัดเจนมากขึ้นเมื่อค่า L/D มีค่าสูง ๆ
- 8) ผิวกาบรองลื่นที่มีความหยาบตามแนวขวาง จะให้ค่าความเสถียรภาพของแบร็งมากกว่าผิวกาบรองลื่นที่มีความหยาบตามแนวยาว โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อค่าขนาดแอมพลิจูดความหยาบเพิ่มมากขึ้น และวัสดุของกาบรองลื่นมีความแข็งหรือความยืดหยุ่นต่ำ
- 9) สำหรับการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของแบร็งที่มีความหยาบตามแนวขวางจะมี เสถียรภาพของแบร็งเพิ่มมากขึ้นเมื่ออัตราส่วน L/D ลดน้อยลง
- 10) สำหรับการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของแบร็งที่มีความหยาบตามแนวขวาง ความเสถียรของแบร็งจะเพิ่มมากขึ้นเมื่อน้ำมันมีค่า power law index ของ Carreau viscosity model สูงขึ้น

Nomenclature

A_h	=	amplitude roughness, (m)
c	=	bearing radial clearance , (m)
c_f	=	specific heat of lubricant, (J/(kg·K))
e	=	eccentricity of journal bearing, (m)
h	=	oil film thickness, (m)
I	=	second invariant of the strain rate tensor
m	=	mass of journal, (kg)
n	=	the power law exponent.
p	=	fluid film pressure, Pa
r	=	journal radius, (m)
t	=	time, (s)
u	=	velocity of lubricant in x-direction, (m/s)
v	=	velocity of lubricant in y-direction, (m/s)
x	=	coordinate in circumferential direction, $x = \theta r$
y	=	coordinate in axial direction
E	=	Elastic Modulus of bearing liner (Pa)
F_ϕ	=	fluid force component perpendicular to line of center, (N)
F_R	=	fluid force component along line of center, (N)
L	=	journal bearing length along the axial axis, (m)
N	=	rotational speed, (rpm)
T	=	mean temperature of lubricant across the film, (K)
T_0	=	inlet fluid temperature, (K)
W	=	resultant fluid force, (N)
β	=	Coefficient of thermal expansion, (1/K),
γ	=	Viscosity-Temperature coefficient, (1/K)
ρ	=	density of the lubricant, (kg/m ³)
ρ_0	=	density of lubricant at ambient pressure and inlet temperature, (kg/m ³)
τ_{zx}	=	component of shear stress in x-direction, (Pa)
τ_{zy}	=	component of shear stress in y-direction, (Pa)
ν	=	Poisson ratio
Ω	=	whirl ratio, $\Omega = \omega_p / \omega$

ω	=	angular velocity of journal, (rad/s)
ω_p	=	angular velocity of whirl, (rad/s)
ε	=	eccentricity ratio of journal bearing
μ_0	=	limiting low shear viscosity, (Pa·s)
μ_∞	=	limiting high shear viscosity, (Pa·s)
λ	=	a characteristic relaxation time constant, (s)
θ	=	circumferential angle measured from the vertical axis, (rad)
Φ	=	attitude angle, (rad)
λ_l	=	wave length of roughness, (m)

Dimensionless form

$\bar{W}$	=	dimensionless load, $\bar{W} = \frac{1}{\mu_0 UL} \left(\frac{c}{r} \right)^2 W$
$\bar{F}_{fric}$	=	dimensionless friction force, $\bar{F}_{fric} = \frac{c}{\mu_0 ULr} F_{fric}$
M	=	dimensionless critical mass, $M = \frac{c\omega^2 m}{W}$
$\bar{h}$	=	dimensionless film thickness, $\bar{h} = \frac{h}{c}$

7. การศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิก

7.1 การหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิก

สมการเรย์โนลด์ดัดแปลงในรูปไร้มิติ

$$\frac{\partial}{\partial X} \left\{ \Phi \frac{\partial P}{\partial X} \right\} = \Lambda \left\{ C_{VT} \left[\frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho} H) + \left(\frac{S_X}{2} \right) \frac{\partial}{\partial X} \left(\bar{\rho} H \left(1 - 2 \frac{\left(\frac{1}{\bar{\mu}_{e1}} \right)}{\left(\frac{1}{\bar{\mu}_{e0}} \right)} \right) \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \bar{t}} (\bar{\rho} H) \right\} \quad (1)$$

เมื่อ

$$\Phi = \bar{\rho} H \left[\frac{1}{\bar{\mu}_{e2}} - \frac{\left(\frac{1}{\bar{\mu}_{e1}} \right)^2}{\left(\frac{1}{\bar{\mu}_{e0}} \right)} \right] \quad (2)$$

$$\frac{1}{\bar{\mu}_{e1}} = \int_0^1 \frac{Z^t}{\bar{\mu}^*} dZ \quad (3)$$

$$\Lambda = \frac{u_0 \mu_0 R_0^2}{b^3 P_H} \quad (4)$$

$$S_X = \frac{u_2(t) - u_1(t)}{\bar{u}} \quad (5)$$

$$C_{VT} = \frac{\bar{u}}{u_0} \quad (6)$$

โดยมีเงื่อนไขขอบสำหรับสมการเรย์โนลด์

$$P(X_{inlet}, \bar{t}) = 0, \quad P(X_{exit}, \bar{t}) = \frac{\partial P}{\partial X} = 0$$

$$P(X, V) \geq 0$$

ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นไร้มิติ

$$H = H_0 + \frac{X^2}{2C_{RT}} + D(X) - \frac{1}{\pi} \int_{X_{inlet}}^{X_{exit}} P(X') \ln|X - X'| dX' \quad (7)$$

สมการความหนาแน่นของสารหล่อลื่นไร้มิติ

$$\bar{\rho} = \frac{\left(1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} P_H P}{1 + 1.7 \times 10^{-9} P_H P} \right) (1 - \beta T_0 (\theta - 1))}{1 - \lambda \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_p} \right)} \quad (8)$$

สมการความหนืดของสารหล่อลื่นไร้มิติ

$$\bar{\mu}^* = \bar{\mu}_2 \bar{\mu}_P \bar{\mu}_K \quad (9)$$

โดยที่

$$\bar{\mu}_S = \left(\frac{m_0 u_0 R_0}{\mu_0 b^2} \right) \left| \frac{1}{H} \frac{\partial u^*}{\partial Z} \right|^{n-1} \quad (10)$$

$$\bar{\mu}_P = 1 + \frac{2.5 \lambda \rho_0}{\lambda \rho_0 + (1 - \lambda) \rho_p} \quad (11)$$

$$\bar{\mu}_B = \exp\{(\ln(\mu_0) + 9.67)(-1 + (1 + 5.1 \times 10^{-9} P_H P)^{2.2}) - \gamma T_0 (\theta - 1)\} \quad (12)$$

สมการสมการสมดุลแรงไรรมิติ

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(X) dX = C_{WT} \left(\frac{\pi}{2} \right) \left(\frac{W_T - W_P}{W_T} \right) \quad (13)$$

ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียหาย

$$f = \frac{\mu_0 u_0 R_0}{w_0' b C_{WT}} \int_{N_{init}}^{N_{exit}} \left(\frac{\bar{\mu}^*}{H} \right) \left(\frac{\partial u^*}{\partial Z} \right)_{z=0} dX + \frac{f_p E' R_0 W_P}{w_0' C_{WT}} \quad (14)$$

สมการพลังงานในรูปไร้มิติ

เพื่อหาการกระจายอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาสโตไฮโดรไดนามิกของของผสมในรูปไร้มิติ

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 Q}{\partial Z^2} = & K_{T1} \frac{\bar{\mu} H^2}{\bar{k}_p} \left(\frac{\partial Q}{\partial \bar{k}} + u^* \frac{\partial Q}{\partial X} \right) - K_{T2} \frac{\bar{\mu}}{\bar{k}_p} \left(\frac{\partial u^*}{\partial X} \right)^2 - \\ & K_{T3} \frac{\partial H^2}{\bar{k}_p} \left(\frac{\partial P}{\partial \bar{k}} + u^* \frac{\partial P}{\partial X} \right) - K_{T4} |S_N C_{VT}| \frac{H^2}{\bar{k}_p} \frac{f_p W_P}{A_h} \end{aligned} \quad (15)$$

เมื่อ

$$K_{T1} = \frac{u_0 \rho_0 c_p b^3}{k_0 R_0^2} \quad (16)$$

$$K_{T2} = \frac{\mu_0 u_0^2}{k_0 T_0} \quad (17)$$

$$K_{T3} = \frac{\beta u_0 b^3 P_H}{k_0 R_0^2} \quad (18)$$

$$K_{T4} = \frac{2 u_0 E' b}{k_0 T_0} \quad (19)$$

โดยที่เงื่อนไขอุณหภูมิที่ผิวของวัสดุ

$$\begin{aligned} \theta_{1/2} - 1 \pm & \frac{k_0 R_0}{\sqrt{\pi \rho_{1/2} c_{p1/2} k_{1/2} b^3 u_0 C_{VT} \left(1 - \frac{S_0}{2} \right)}} \int_{N_{init}}^{N_{exit}} \left(\frac{\bar{k}_p}{H} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial Z} \right)_{z=0/1} \frac{dX'}{\sqrt{X - X'}} \\ \theta(X_{init}) = & 1 \end{aligned}$$

7.2 การหล่อลื่นแบบฟิล์มผสม (Mixed Film Lubrication)

ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นแบบฟิล์มผสม

$$h(x) = h_0 + \frac{x^2}{2R_H} - \frac{4\gamma_H}{\pi E'} \int_{-\infty}^{\infty} p(x') \ln(x - x')^2 dx' \quad (20)$$

จะได้สมการความหนาฟิล์มในรูปแบบไร้มิติ ตามสมการ

$$H = H_0 + \frac{X^2}{2C_{HT}} + D(X) - \frac{2\gamma_H}{\pi} \int_{X_{inlet}}^{X_{exit}} P(X') \ln|X - X'| dX' \quad (21)$$

สมการการรับภาระของผิวที่มีความหยาบ

ภาระที่รองรับบนผิวที่มีความหยาบในรูปแบบไร้มิติ เท่ากับผลคูณของความดันที่ความหยาบผิวชิ้นงานสัมผัสกัน (Contact Pressure) กับพื้นที่ ดังสมการ

$$\int_{-\infty}^{\infty} P_C(X) dX = W_C \quad (22)$$

เมื่อ

$$P_C(X) = \frac{2}{3} n \beta \sigma_s \sqrt{\frac{\sigma_s}{\beta} \left(\frac{E'}{P_H} \right)} F_{\frac{3}{2}} \left(\frac{H(X) - 1.15 \bar{\sigma}_s}{\bar{\sigma}_s} \right) \quad (23)$$

สมการสมการสมดุลแรงในรูปแบบไร้มิติ

$$\int_{-\infty}^{\infty} \gamma_H P(X) dX = C_{WT} \left(\frac{\pi}{2} \right) \left(\frac{W_T - W_P - W_C}{W_T} \right) \quad (24)$$

ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานในรูปแบบไร้มิติ

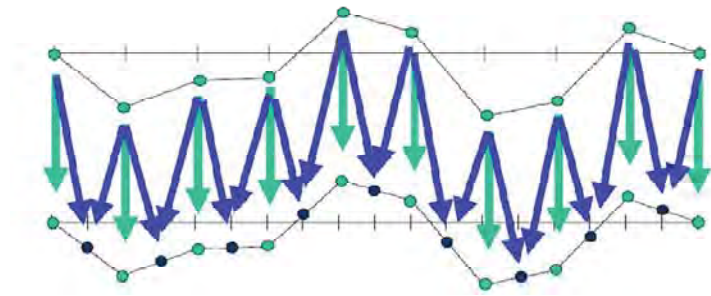
$$f = \frac{\mu_0 \mu_0 R_0}{b} \int_{X_{inlet}}^{X_{exit}} \left(\frac{\bar{\mu}^*}{H} \right) \left(\frac{\partial u^*}{\partial Z} \right)_{Z=0} dX + f_p E' R_0 W_P + f_c E' R_0 W_C \quad (25)$$

สมการพลังงานในรูปแบบไร้มิติ

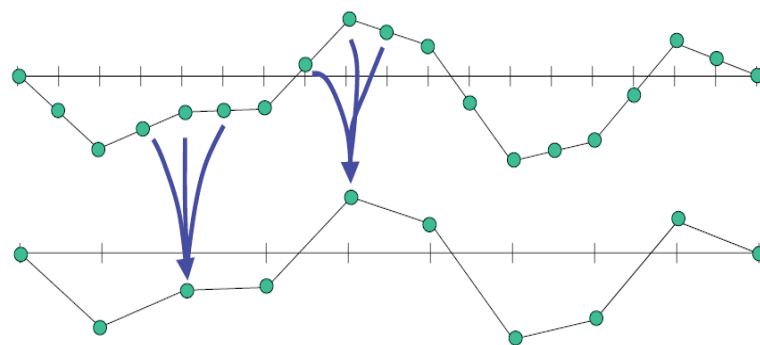
การกระจายอุณหภูมิของการหล่อลื่นแบบฟิล์มผสมในรูปแบบไร้มิติ

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} &= K_{T1} \frac{\bar{\rho} H^2}{k_p} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \xi} + u^* \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) - K_{T2} \frac{\bar{\mu}}{k_p} \left(\frac{\partial u^*}{\partial X} \right)^2 - \\ &K_{T3} \frac{\theta H^2}{k_p} \left(\frac{\partial P}{\partial \xi} + u^* \frac{\partial P}{\partial X} \right) - K_{T4} |S_N C_{UT}| \frac{H^2}{A_n k_p} (f_p W_P + f_c W_C) \end{aligned} \quad (26)$$

7.3 ระเบียบวิธีมัลติกริด (Multigrid Method)



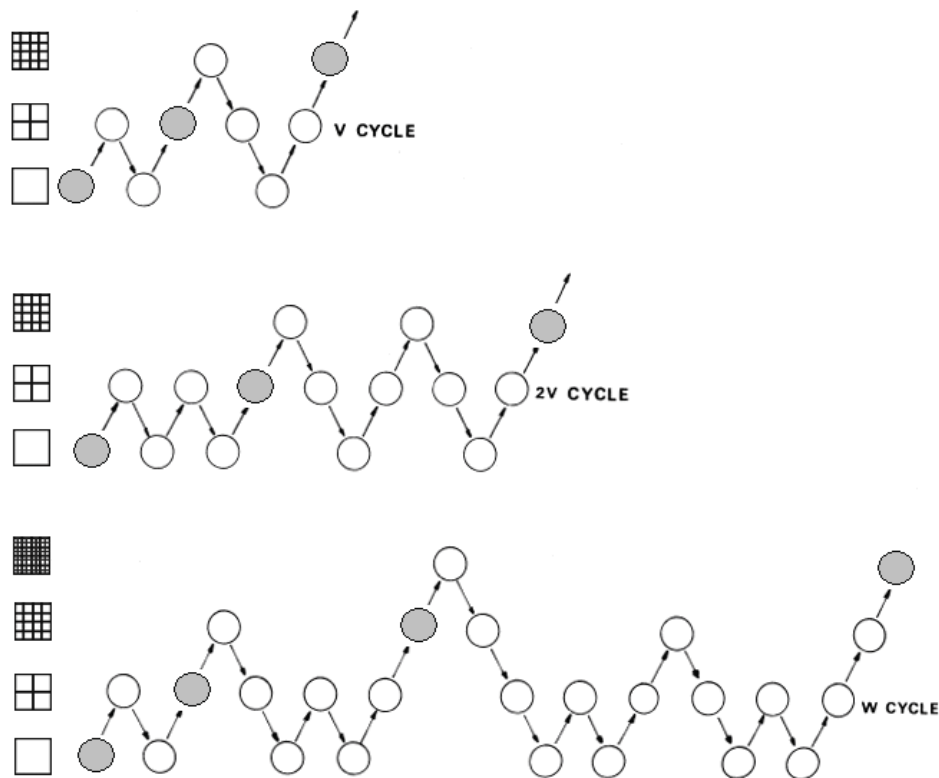
รูปที่ 1 แสดงการประมาณค่าของเวกเตอร์จากระดับที่มีจำนวนกริดแบบหยาบ ไปเป็นระดับที่มีจำนวนกริดแบบละเอียด



รูปที่ 2 การประมาณค่าของเวกเตอร์ส่งถ่ายของระดับที่มีจำนวนกริดแบบหยาบ จากการถ่ายโอนค่าจากระดับที่ละเอียดกว่า

มัลติกริดแบบเต็ม (Full Multigrid, FMG)

เริ่มต้นคำนวณที่ระดับกริดละเอียดสุดก่อน (FAS) จะเสียเวลาคำนวณนานต่างกับวิธี FMG ที่เริ่มคำนวณที่ระดับกริดหยาบที่สุดก่อนเพื่อให้ได้ค่าเริ่มต้นที่เหมาะสมแล้วจึงนำเข้าสู่ V cycle หรือ W cycle ดังรูปที่ 3 วงกลมสีเทาหมายถึงคำนวณซ้ำจนได้ค่าคำตอบที่มีค่าผิดพลาดอยู่ในระดับที่ยอมรับได้ ส่วนวงกลมสีขาวไม่จำเป็นต้องคำนวณจนกระทั่งค่าผิดพลาดอยู่ในระดับที่ยอมรับได้

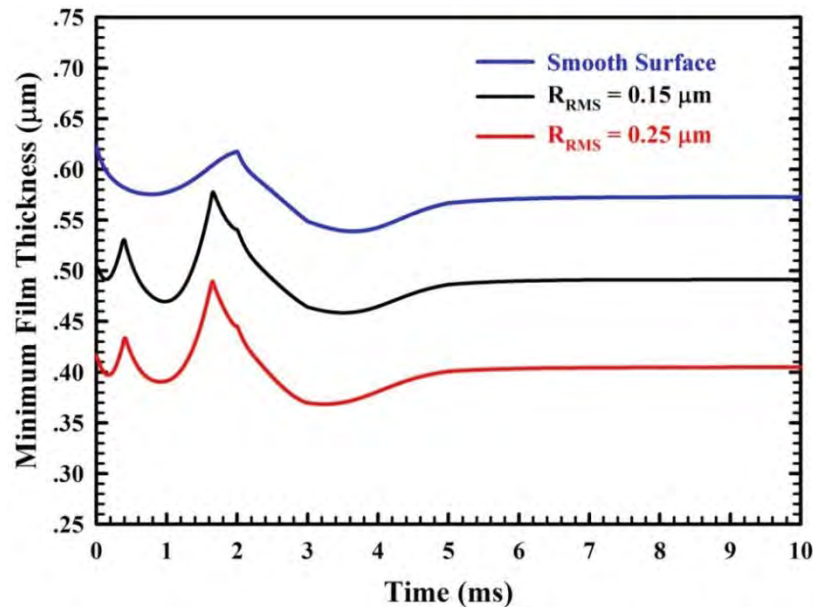


รูปที่ 3 ขั้นตอนการคำนวณแบบ FMG 3 รูปแบบคือ V-cycle, 2V-cycle และ W-cycle

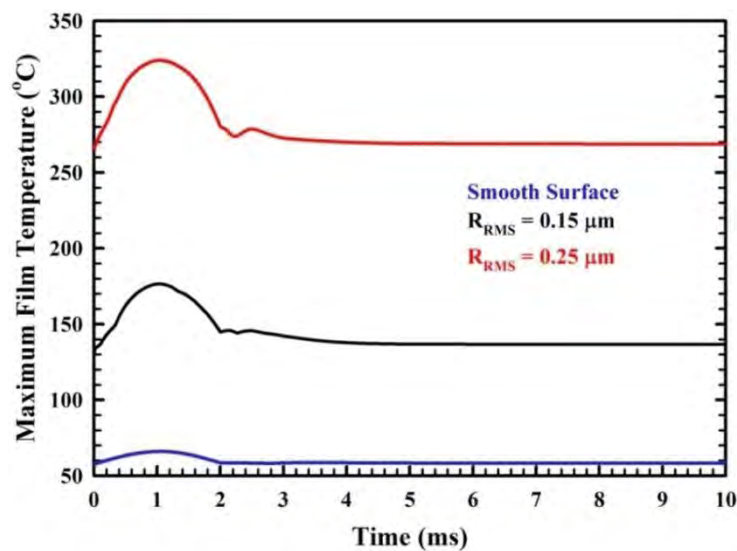
7.4 ผลการหล่อลื่นแบบฟิล์มบางในสถานะไม่คงตัว

ผลของการเปลี่ยนแปลงค่าความหยาบผิวของทรงกระบอกที่มีต่อการหล่อลื่นแบบฟิล์มบางในสถานะไม่คงตัว

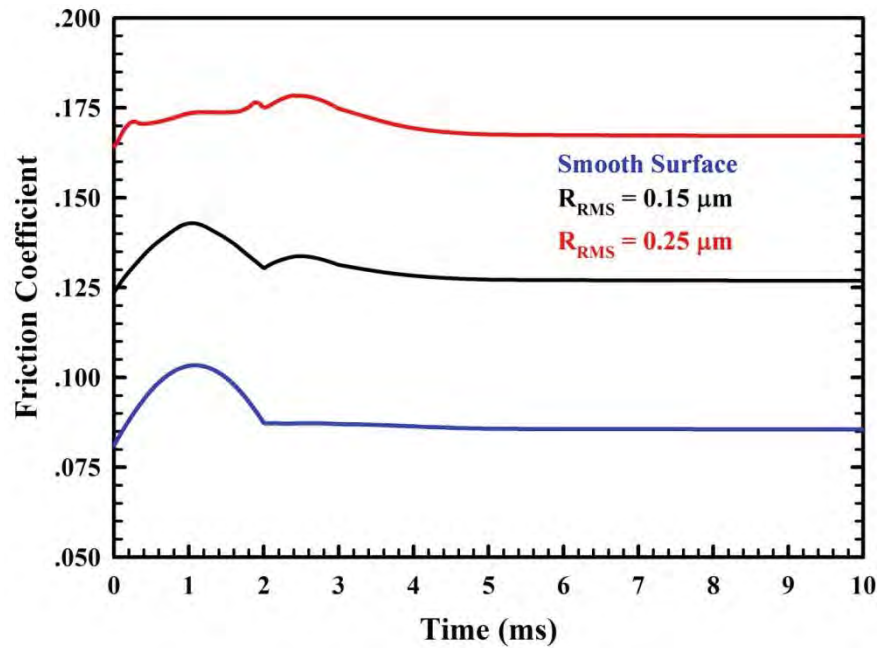
ในกรณีทรงกระบอกรับภาระเริ่มต้นที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 25 mm ความเร็วผิวเฉลี่ยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio = 0.50 พบว่าเมื่อขนาดของความหยาบผิวของทรงกระบอก, R_{rms} มีค่าเพิ่มขึ้น ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่าลดลง แต่อุณหภูมิสูงสุดของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดและค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากการกวัดแกว่ง (Fluctuation) ของความดันของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น เป็นผลให้ความเค้นเฉือน (Shear Stress) ที่กระทำกับฟิล์มสารหล่อลื่นและการผลิตพลังงานความร้อนจากความเค้นเฉือนมีค่าเพิ่มขึ้น ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นจึงมีค่าลดลง แต่อุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นและค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อขนาดของความหยาบผิวของทรงกระบอก, R_{rms} มีค่าเพิ่มขึ้น



รูปที่ 4 แสดงการเปลี่ยนแปลงความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดตามเวลาที่เปลี่ยนไป เมื่อผิวของทรงกระบอกเป็นผิวเรียบ และผิวทรงกระบอกเป็นผิวหยาบที่มีค่า $R_{rms} = 0.15 \mu m$ และ $R_{rms} = 0.25 \mu m$ กรณีทรงกระบอกรับภาระเริ่มต้นที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 25 mm ความเร็วผิวเฉลี่ยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio = 0.50

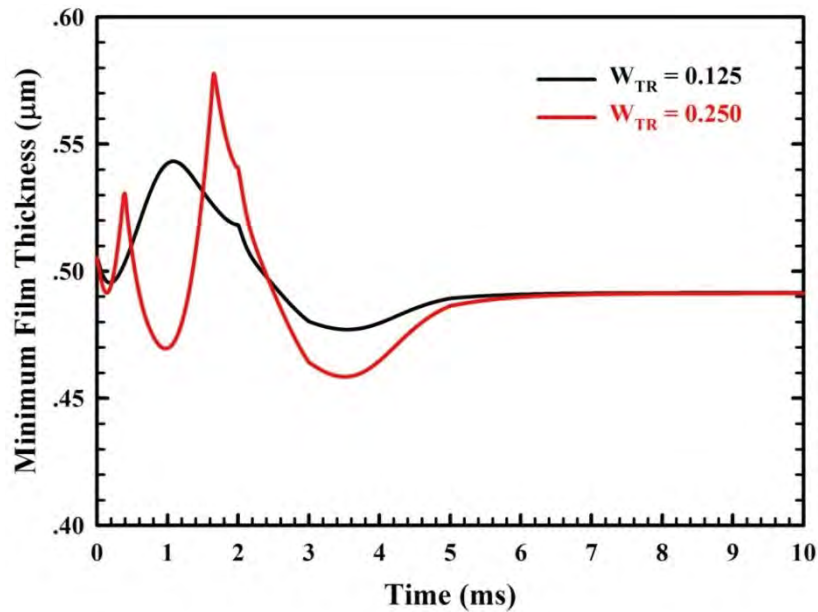


รูปที่ 5 แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดตามเวลาที่เปลี่ยนไป เมื่อผิวของทรงกระบอกเป็นผิวเรียบ และผิวทรงกระบอกเป็นผิวหยาบที่มีค่า $R_{rms} = 0.15 \mu m$ และ $R_{rms} = 0.25 \mu m$ กรณีทรงกระบอกรับภาระเริ่มต้นที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 25 mm ความเร็วผิวเฉลี่ยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio = 0.50

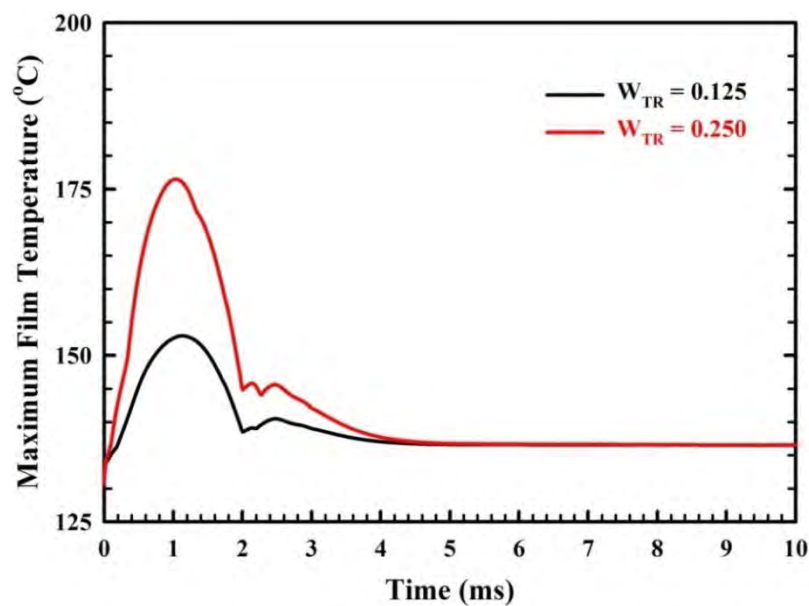


รูปที่ 6 แสดงการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานตามเวลาที่เปลี่ยนไป เมื่อผิวของทรงกระบอกเป็นผิวเรียบ และผิวทรงกระบอกเป็นผิวหยาบที่มีค่า $R_{rms} = 0.15 \mu m$ และ $R_{rms} = 0.25 \mu m$ กรณิ ท ร ง ก ร ะ บ อ ก ร ับ ภ า ะ เ ร ี่ ม ต ้น ที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 25 mm ความเร็วผิวเฉลี่ยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio = 0.50

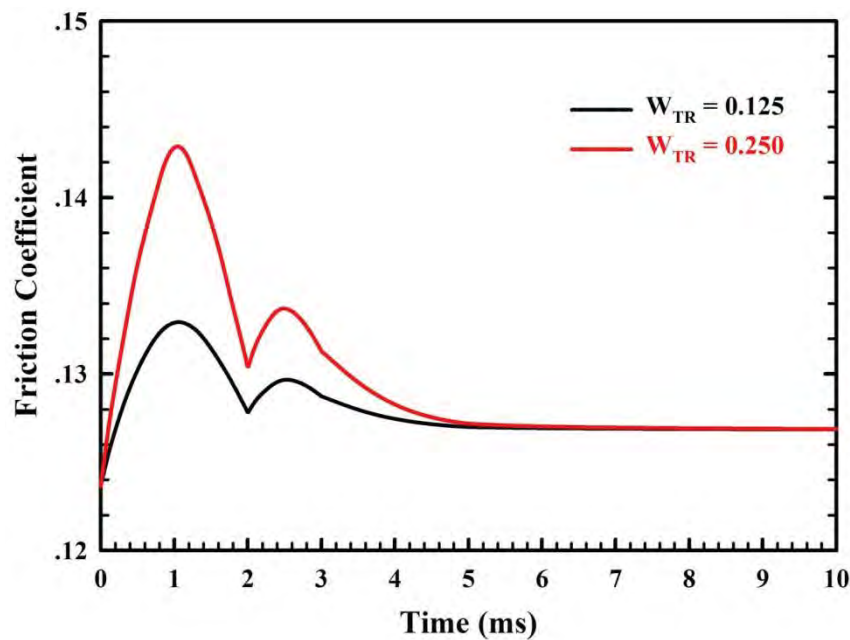
ผลของการเปลี่ยนแปลงค่าภาระสูงสุด (W_{TR}) ที่ทรงกระบอกได้รับที่มีต่อการหล่อลื่นแบบฟิล์มบางในสภาวะไม่คงตัว เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าภาระสูงสุด (W_{TR}) ที่ทรงกระบอกได้รับ ในกรณีทรงกระบอกรับภาระเริ่มต้นที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 25 mm ความเร็วผิวเฉลี่ยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio = 0.50 ผิวของทรงกระบอกเป็นผิวหยาบที่ $R_{rms} = 0.15 \mu m$



รูปที่ 7 แสดงการเปลี่ยนแปลงค่าความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดตามเวลาที่เปลี่ยนไป กรณีผิวของทรงกระบอกเป็นผิวผิวหยาบที่มีค่า $R_{ms} = 0.15 \mu\text{m}$ ทรงกระบอกรับภาระเริ่มต้นที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 25 mm ความเร็วผิวเฉลี่ยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio $= 0.50$



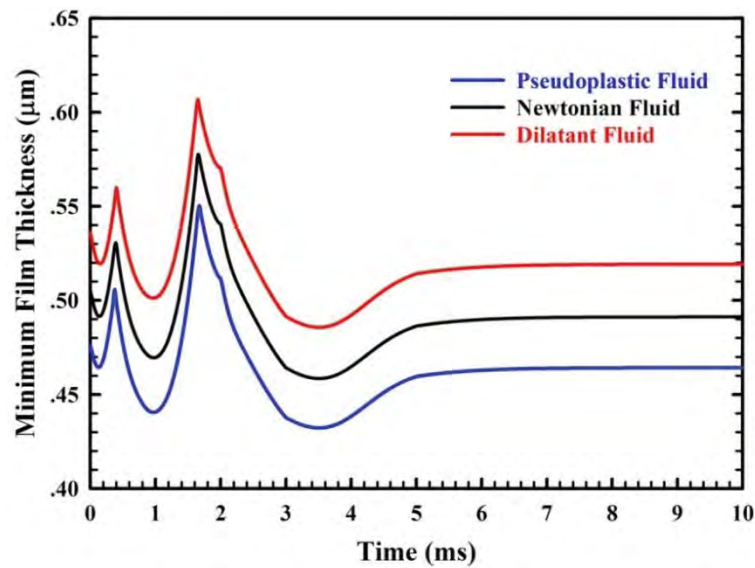
รูปที่ 8 แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดตามเวลาที่เปลี่ยนไป กรณีผิวของทรงกระบอกเป็นผิวผิวหยาบที่มีค่า $R_{ms} = 0.15 \mu\text{m}$ ทรงกระบอกรับภาระเริ่มต้นที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 25 mm ความเร็วผิวเฉลี่ยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio $= 0.50$



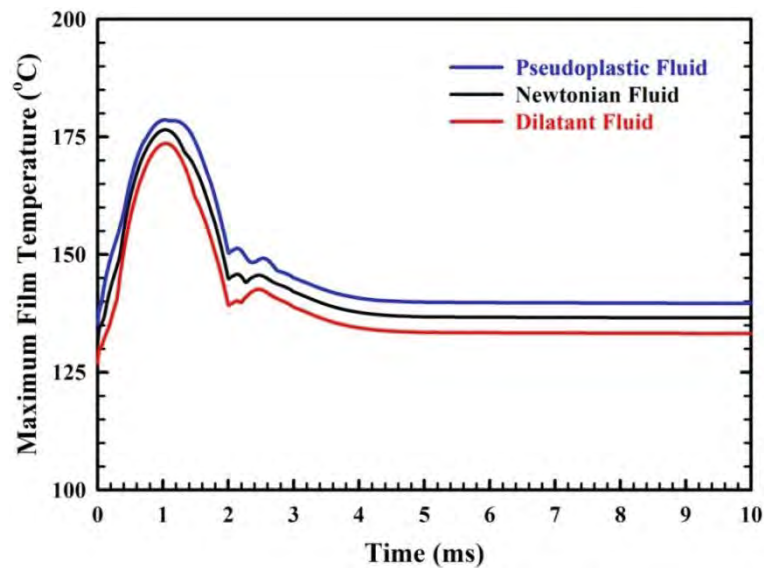
รูปที่ 9 แสดงการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานตามเวลาที่เปลี่ยนไป กรณีผิวของทรงกระบอกเป็นผิวผิวหยาบที่มีค่า $R_{rms} = 0.15 \text{ m}$ ทรงกระบอกรับภาระเริ่มต้นที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 25 mm ความเร็วผิวเฉลี่ยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio = 0.50

ผลของการเปลี่ยนแปลงชนิดของสารหล่อลื่น (Power Law Index) ที่มีต่อการหล่อลื่นแบบฟิล์มบางในสภาวะไม่คงตัว

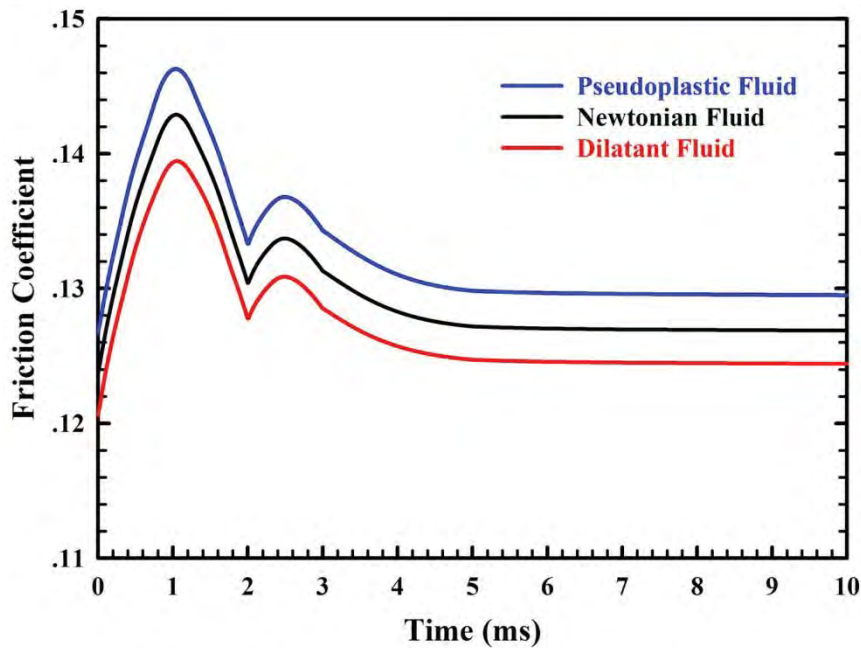
พฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบฟิล์มบางในสภาวะไม่คงตัวเมื่อเปลี่ยนแปลงชนิดของสารหล่อลื่น กรณีทรงกระบอกรับภาระเริ่มต้นที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 25 mm ความเร็วผิวเฉลี่ยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio = 0.50 ผิวของทรงกระบอกเป็นผิวหยาบที่ $R_{rms} = 0.15 \text{ m}$ ภาระสูงสุดที่ทรงกระบอกได้รับเป็นไปตามรูปที่ 4.77 โดยมีค่า $W_{TR} = 1.250$ เมื่อสารหล่อลื่นมีพฤติกรรมเป็น Dilatant Fluid (Power Law Index, $n = 1.025$) Newtonian Fluid (Power Law Index, $n = 1.000$) และ Pseudoplastic Fluid (Power Law Index, $n = 0.980$) พบว่าความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่าเพิ่มขึ้น แต่อุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าลดลง เมื่อค่า Power Law Index มีค่าเพิ่มขึ้น เป็นผลเนื่องจากความหนืดของสารหล่อลื่นที่เป็น Dilatant Fluid มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อมีความเครียดเฉือน (Shear Strain Rate) มากกระทำกับฟิล์มสารหล่อลื่น ส่งผลให้ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ความเค้นเฉือนที่กระทำกับฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าลดลง อุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจึงมีค่าลดลง เมื่อเทียบกับสารหล่อลื่นที่เป็น Pseudoplastic Fluid แสดงดังรูปที่ 10 ถึงรูปที่ 12



รูปที่ 10 แสดงการเปลี่ยนแปลงค่าความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดตามเวลาที่เปลี่ยนไป กรณีผิวของทรงกระบอกเป็นผิวผิวหยาบที่มีค่า $R_{rms} = 0.13 \text{ m}$ ทรงกระบอกรับภาระเริ่มต้นที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 23 mm ความเร็วผิวเฉื่อยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio $= 0.50$ ภาระสูงสุดที่ทรงกระบอกค่า $W_{TR} = 1.250$ เมื่อสารหล่อลื่นมีพฤติกรรมเป็น Dilatant Fluid (Power Law Index, $n = 1.025$) Newtonian Fluid (Power Law Index, $n = 1.000$) และ Pseudoplastic Fluid (Power Law Index, $n = 0.980$) ตามลำดับ



รูปที่ 11 แสดงการเปลี่ยนแปลงค่าอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดตามเวลาที่เปลี่ยนไป กรณีผิวของทรงกระบอกเป็นผิวผิวหยาบที่มีค่า $R_{rms} = 0.13 \text{ m}$ ทรงกระบอกรับภาระเริ่มต้นที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 25 mm ความเร็วผิวเฉลี่ยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio = 0.50 ภาระสูงสุดที่ทรงกระบอกค่า $W_{TR} = 1.250$ เมื่อสารหล่อลื่นมีพฤติกรรมเป็น Dilatant Fluid (Power Law Index, $n = 1.025$) Newtonian Fluid (Power Law Index, $n = 1.000$) และ Pseudoplastic Fluid (Power Law Index, $n = 0.980$) ตามลำดับ



รูปที่ 12 แสดงการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานตามเวลาที่เปลี่ยนไป กรณีผิวของทรงกระบอกเป็นผิวผิวหยาบที่มีค่า $R_{rms} = 0.15 \text{ m}$ ทรงกระบอกรับภาระเริ่มต้นที่ 300 kN/m ($C_{WT} = 1.00$) รัศมีของสมมูลของทรงกระบอก (Radius of Curvature Sum) เท่ากับ 25 mm ความเร็วผิวเฉลี่ยของทรงกระบอกเท่ากับ 0.50 m/s โดยมีค่า Slip/Slide Ratio = 0.50 ภาระสูงสุดที่ทรงกระบอกค่า $W_{TE} = 1.250$ เมื่อสารหล่อลื่นมีพฤติกรรมเป็น Dilatant Fluid (Power Law Index, $n = 1.025$) Newtonian Fluid (Power Law Index, $n = 1.000$) และ Pseudoplastic Fluid (Power Law Index, $n = 0.980$) ตามลำดับ

7.5 การหล่อลื่นแบบฟิล์มบางในเฟืองฟันตรง

ในการศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบฟิล์มบางที่เกิดขึ้นในขณะที่ฟันเฟืองขบกัน มีความซับซ้อนและยุ่งยากมาก ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงสมมติให้ฟันเฟืองเป็นวัตถุแข็งเกร็ง (Rigid Body) และไม่คิดผลจากการเปลี่ยนแปลงใดๆ ของฟันเฟือง ภาระที่ฟันเฟืองได้รับมีค่าคงที่ ในขณะที่ฟันเฟืองขบกัน 2 คู่ โดยที่แต่ละคู่รับภาระเท่ากันฟันเฟืองละ 50% และรับภาระ 100% เมื่อฟันเฟืองขบกันเพียงคู่เดียว

คุณสมบัติของฟันเฟือง คุณสมบัติของสารหล่อลื่น และคุณสมบัติของสารหล่อลื่นของแข็งที่ใช้ในงานวิจัยนี้แสดงดังตารางที่ 1 ถึง ตารางที่ 2

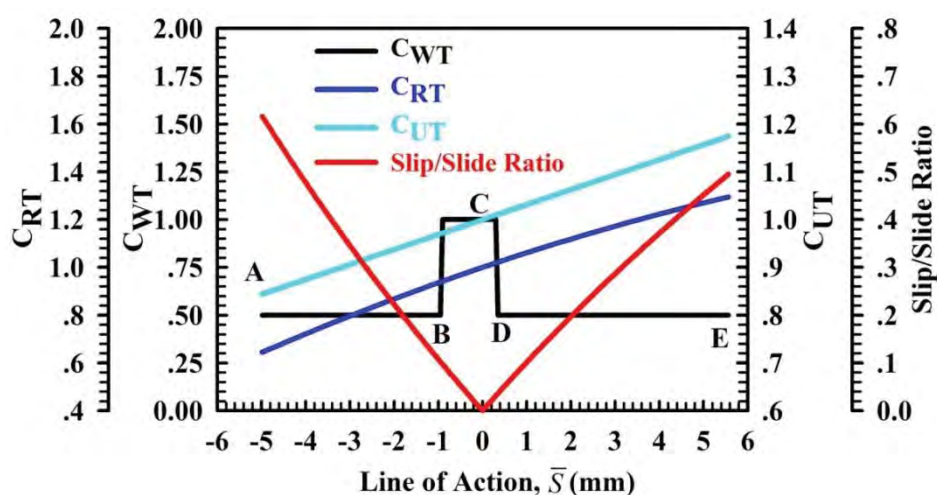
ตารางที่ 1 คุณสมบัติของฟันเฟืองและสารหล่อลื่น

Gear Material	UNB C61300
Number of teeth (pinion : gear)	35:140
Module, mm	2
Contact ratio	1.786
Pinion speed, rpm	1,000
Nominal pressure angle, degree	20
Teeth width, mm	20
Transmitted power, kW	10.0
Elastic modulus of pinion and gear, GPa	117.0
Density of the teeth of pinion and gear, kg/m³	7950.0
Poisson ratio of the teeth of pinion and gear	0.28
Specific heat of the teeth of pinion and gear, J/kg · K	736.8
Combined surface roughness amplitude 0 , m	0.10
Inlet temperature of lubricant, K	313.15
Ambient density of the lubricant, kg/m³	892.80
Ambient viscosity of the lubricant, Pa · s	0.195
Viscosity-Pressure index 0	0.5685
Viscosity-Temperature coefficient, K⁻¹	0.05763
Coefficient of thermal expansivity, K⁻¹	0.00074
Thermal conductivity of lubricant, W/m · K	0.126
Specific heat of lubricant, J/kg · K	1870
Power law index 0 - liquid-solid lubricant (Dilatant Fluid)	1.00969
- liquid lubricant (Newtonian Fluid)	1.000
- liquid lubricant (Pseudoplastic Fluid)	0.975

ตารางที่ 2 คุณสมบัติของสารหล่อลื่นของแข็ง

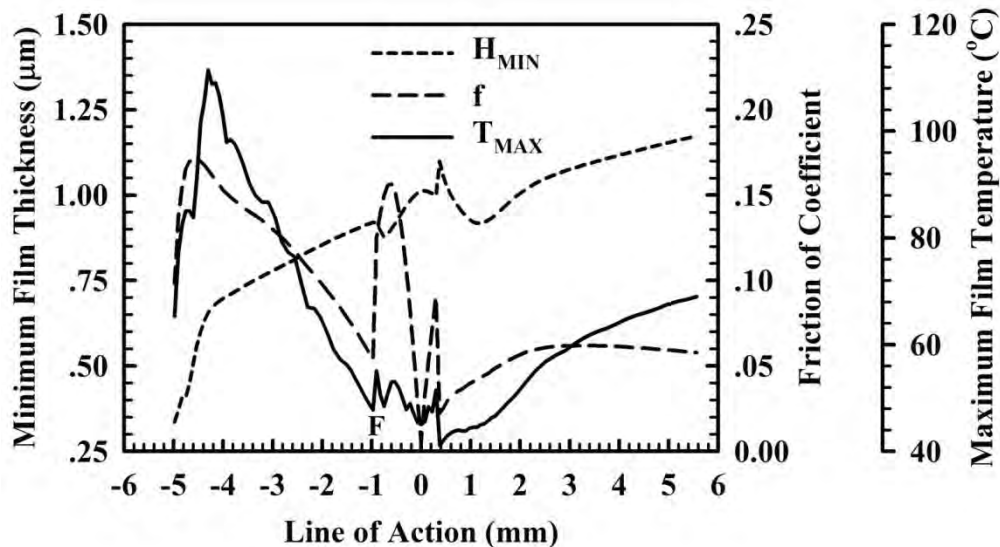
Solid particle properties	MoS ₂
Brinell hardness, GP_a	3.139
Modulus of elasticity, GP_a	34
Poisson ratio	0.13
Density, kg/m³	4800
Friction coefficient	0.1
Particle diameter,	2

การเปลี่ยนแปลงของภาระแบบไรมิตที่พื้นเฟืองได้รับ (**C_{WT}**) รัศมีความโค้งของฟันเฟืองแบบไรมิต (**C_{RT}**) ความเร็วของฟันเฟืองแบบไรมิต (**C_{UT}**) และค่า Slip/Slide Ratio ที่ระยะการขบกันต่างๆ ของฟันเฟือง โดยที่ตำแหน่งฟันเฟืองเริ่มขบกัน (Approach Point, A) ภาระแบบไรมิตที่พื้นเฟืองได้รับมีค่าเท่ากับ 0.5 (**C_{WT} = 0.50**) และมีค่าเพิ่มขึ้นแบบขั้นที่ทันใดเป็น 1.0 (**C_{WT} = 1.00**) เมื่อฟันเฟืองเปลี่ยนจากการรับภาระ 2 คูมาเป็นรับภาระคู่เดียวที่ตำแหน่ง B (**S̄ = -1.10 mm**) และเปลี่ยนมารับภาระเท่ากับ 0.5 (**C_{WT} = 0.50**) อีกครั้งเมื่อฟันเฟืองอีกคู่เข้ามาขบที่ตำแหน่ง D (**S̄ = 0.90 mm**) ที่ตำแหน่งฟันเฟืองเริ่มขบกัน (Approach Point, A) ค่า Slip/Slide Ratio มีค่าสูงสุด แต่รัศมีความโค้งของฟันเฟืองแบบไรมิต (**C_{RT}**) และความเร็วของฟันเฟืองแบบไรมิต (**C_{UT}**) มีค่าน้อยสุดตั้งนั้นที่ตำแหน่งดังกล่าวจึงเป็นตำแหน่งที่ความหนาฟิล์มของสารหล่อลื่นจะมีค่าน้อยสุด



รูปที่ 13 แสดงการเปลี่ยนแปลงของภาระแบบไรมิตที่พื้นเฟืองได้รับ (**C_{WT}**) รัศมีความโค้งของฟันเฟืองแบบไรมิต (**C_{RT}**) ความเร็วของฟันเฟืองแบบไรมิต (**C_{UT}**) และค่า Slip/Slide Ratio ที่ระยะการขบกันต่างๆ ของฟันเฟือง

แสดงการเปลี่ยนแปลงของความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุด อุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่ระยะการขบกันต่างๆ ของฟันเฟือง กรณีฟันเฟืองรับภาระ 10 kW ความเร็วรอบในการทำงานของฟันเฟืองเท่ากับ 1000 rpm ด้วยสารหล่อลื่นแบบ Newtonian Fluid เมื่อผิวของฟันเฟืองเป็นผิวเรียบ แสดงดังรูปที่ 14



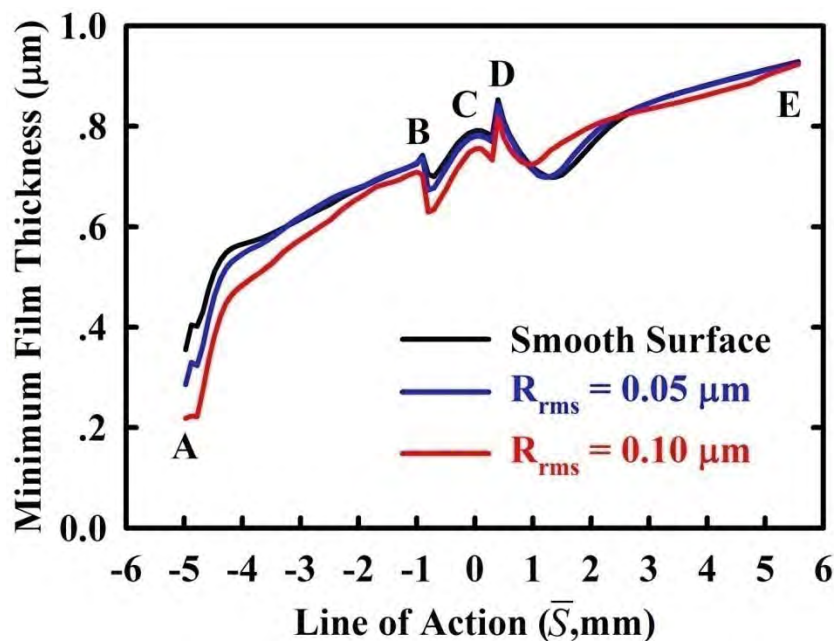
รูปที่ 14 แสดงการเปลี่ยนแปลงของความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุด อุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่ระยะการขบกันต่างๆ ของฟันเฟือง กรณีฟันเฟืองรับภาระ 10 kW ความเร็วรอบในการทำงานของฟันเฟืองเท่ากับ 1000 rpm ด้วยสารหล่อลื่นแบบ Newtonian Fluid เมื่อผิวของฟันเฟืองเป็นผิวเรียบ

ผลของการเปลี่ยนแปลงค่าความหยาบผิวต่อการหล่อลื่นแบบฟิล์มบางของฟันเฟือง

รูปที่ 15 แสดงการเปลี่ยนแปลงของความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุด ที่ระยะการขบกันต่างๆ ของฟันเฟือง (Line of Action) พบว่าความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าน้อยสุดที่ตำแหน่งฟันเฟืองเริ่มขบกัน (Approach Point) ($S = -4.97 \text{ mm}$) ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นเมื่อฟันเฟืองเป็นผิวหยาบมีค่าน้อยกว่าความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นเมื่อฟันเฟืองเป็นผิวเรียบ โดยที่ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่าเท่ากับ $0.355 \mu\text{m}$ เมื่อฟันเฟืองเป็นผิวเรียบและมีค่าเท่ากับ $0.286 \mu\text{m}$ และ $0.218 \mu\text{m}$ เมื่อฟันเฟืองเป็นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.05 \mu\text{m}$ และ $R_{\text{RMS}} = 0.10 \mu\text{m}$ ตามลำดับ เป็นผลเนื่องจากการกวัดแกว่ง (Fluctuation) ของความดันของฟิล์มสารหล่อลื่นจากผลของความหยาบผิว และจาก Slip/Slide Ratio ซึ่งส่งผลให้อุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นมีอุณหภูมิที่สูงขึ้นและความหนืดของสารหล่อลื่นมีค่าลดลง

ผลกระทบจากสภาวะไม่คงตัวมีผลอย่างมากหลังจากผ่านตำแหน่ง B และ ตำแหน่ง D เมื่อภาระมีการเพิ่มขึ้นอย่างทันทีทันใดที่ตำแหน่ง B ($S = -0.90 \text{ mm}, C_{\text{WT}} = 0.5$) ช่วงแรกความหนาฟิล์มของสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่าเพิ่มขึ้นจาก $0.725 \mu\text{m}$ ไปเป็น $0.742 \mu\text{m}$ สำหรับฟันเฟืองผิวเรียบ จาก $0.727 \mu\text{m}$ ไปเป็น $0.737 \mu\text{m}$ สำหรับฟันเฟืองผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.05 \mu\text{m}$ และจาก $0.713 \mu\text{m}$ เป็น $0.718 \mu\text{m}$ สำหรับฟันเฟืองผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.10 \mu\text{m}$ จากนั้นจึงมีค่าลดลงไปเป็น $0.700 \mu\text{m}$

สำหรับพื้นผิวเรียบ $0.673 \mu\text{m}$ สำหรับพื้นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.05 \mu\text{m}$ และ $0.629 \mu\text{m}$ สำหรับพื้นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.10 \mu\text{m}$ หลังจากนั้นความหนาฟิล์มของสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่าเพิ่มขึ้น ซึ่งจะพบว่าความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นจะมีค่าไม่คงที่ตลอดจนกระทั่งภาระที่พื้นผิวได้รับลดลงอีกครั้งหนึ่ง เมื่อพื้นผิวอีกคู่หนึ่งเข้ามาขบเพิ่มที่ตำแหน่ง D ($\bar{x} = 0.40 \text{ mm}$) ภาระที่พื้นผิวได้รับจะลดลงอย่างทันทีทันใด ($C_{\text{HT}} = 0.5$) ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นในช่วงแรกมีค่าเพิ่มขึ้นจาก $0.780 \mu\text{m}$ ไปเป็น 0.853 m สำหรับพื้นผิวเรียบ จาก 0.769 m ไปเป็น 0.843 m สำหรับพื้นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.05 \text{ m}$ และจาก 0.733 m ไปเป็น 0.819 m สำหรับพื้นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.10 \text{ m}$ จากนั้นจึงมีค่าลดลงจนกระทั่งที่ระยะการขบกันของพื้นผิวประมาณ $\bar{x} = 1.20 \text{ mm}$ ความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่าเท่ากับ 0.699 m สำหรับพื้นผิวเรียบและมีค่าเท่ากับ 0.700 m และ 0.724 m เมื่อพื้นผิวเป็นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.05 \text{ m}$ และ $R_{\text{RMS}} = 0.10 \text{ m}$ ตามลำดับ และความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดจะเริ่มเข้าสู่สภาวะสมดุล $\bar{x} = 3.53 \text{ mm}$ โดยประมาณ เป็นผลเนื่องมาจากผลกระทบจากกลไกการกอดตัวของฟิล์มสารหล่อลื่น

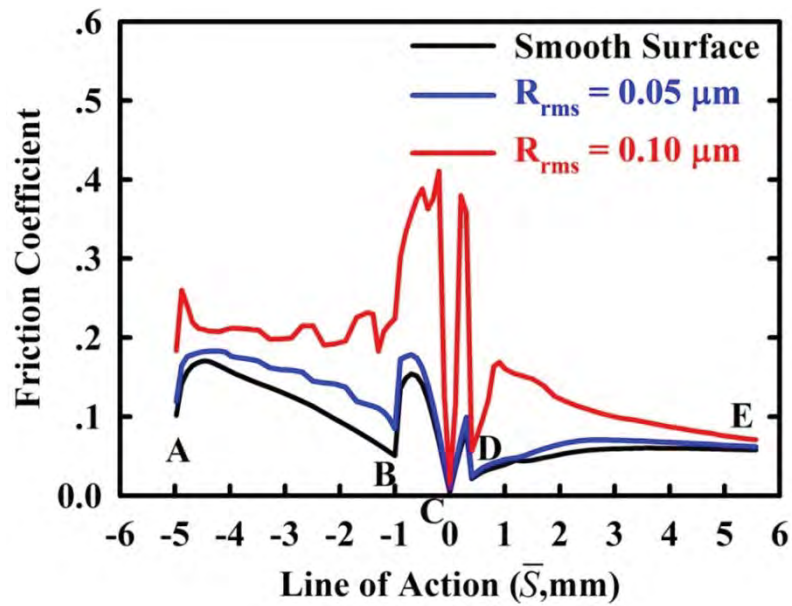


รูปที่ 15 แสดงการเปลี่ยนแปลงของความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุด ที่ระยะการขบกันต่างๆ ของพื้นผิว กรณีพื้นผิวรับภาระ 10 kW ความเร็วรอบในการทำงานของพื้นผิวเท่ากับ 1000 rpm ด้วยสารหล่อลื่นแบบ Pseudoplastic Fluid ($n=0.975$) เมื่อผิวของพื้นผิวเป็นผิวเรียบ และผิวของพื้นผิวเป็นผิวหยาบที่มีค่า $R_{\text{rms}} = 0.05 \text{ m}$ และ $R_{\text{rms}} = 0.10 \text{ m}$ ตามลำดับ

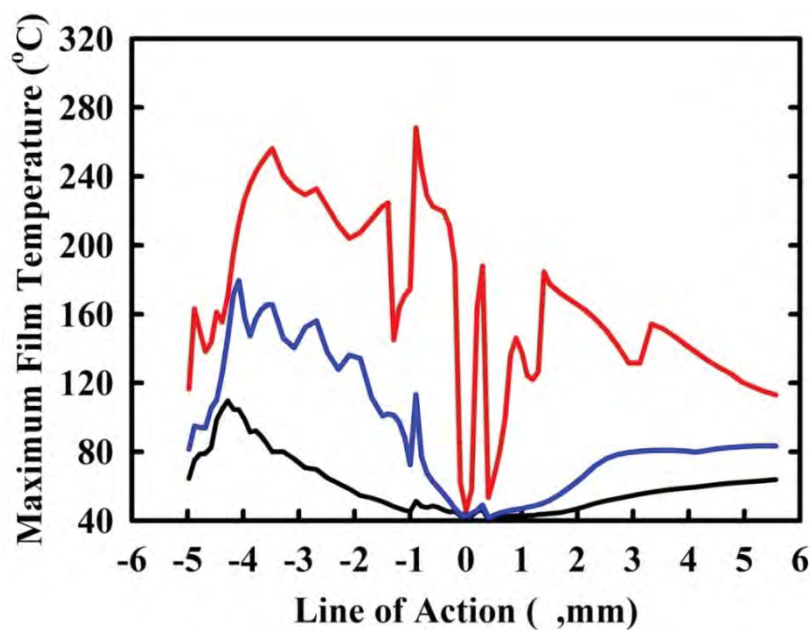
การเปลี่ยนแปลงของค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสำหรับพื้นผิวเรียบและพื้นผิวหยาบที่ระยะการขบกันต่างๆ (Line of Action) ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นของพื้นผิวหยาบมีค่ามากกว่าพื้นผิวเรียบตลอดระยะการขบกันของพื้นผิว (Line of Action) ที่ตำแหน่งพื้นผิวเริ่ม

ขบกัน (Approach Point, A, $= -4.97 \text{ mm}$) ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดมีค่าเท่ากับ 0.102 และ $67.47 \text{ }^{\circ}\text{C}$ สำหรับพื้นผิวเรียบ และมีค่าเท่ากับ 0.119 และ $81.48 \text{ }^{\circ}\text{C}$ พื้นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.05 \text{ m}$ และ 0.184 และ $116.47 \text{ }^{\circ}\text{C}$ สำหรับพื้นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.10 \text{ m}$ ตามลำดับ เมื่อระยะการขบกันของพื้นผิว (Line of Action) มีค่าเพิ่มขึ้น ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุด มีค่าเพิ่มขึ้น จนกระทั่งค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าสูงสุดในช่วงแรกที่ $= -4.48 \text{ mm}$ อุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดมีค่าสูงสุดในช่วงแรกที่ $= -4.00 \text{ mm}$ ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดมีค่าเท่ากับ 0.171 และ $109.62 \text{ }^{\circ}\text{C}$ สำหรับพื้นผิวเรียบ และมีค่าเท่ากับ 0.183 และ $179.53 \text{ }^{\circ}\text{C}$ พื้นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.05 \text{ m}$ และมีค่าเท่ากับ 0.260 และ $236.17 \text{ }^{\circ}\text{C}$ สำหรับพื้นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.10 \text{ m}$ จากนั้นจึงมีค่าลดลงจนกระทั่งภาวะที่พื้นผิวได้รับเพิ่มขึ้นแบบทันทีทันใด ที่ระยะการขบกันของพื้นผิว $= -0.70 \text{ mm}$ ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุด สำหรับพื้นผิวเรียบและพื้นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.05 \text{ m}$ และ $R_{\text{RMS}} = 0.10 \text{ m}$ มีค่าเท่ากับ 0.154 , $48.00 \text{ }^{\circ}\text{C}$, 0.178 , $113.24 \text{ }^{\circ}\text{C}$, 0.411 และ $268.36 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ตามลำดับ จากนั้นจึงมีค่าลดลงจนมีค่าน้อยสุดที่ตำแหน่งพิทช์ โดยที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเข้าใกล้ศูนย์และอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดมีค่าใกล้เคียงกับอุณหภูมิทางเข้าของสารหล่อลื่น เนื่องจากที่ตำแหน่งดังกล่าวค่า Slip/Slide Ratio = 0

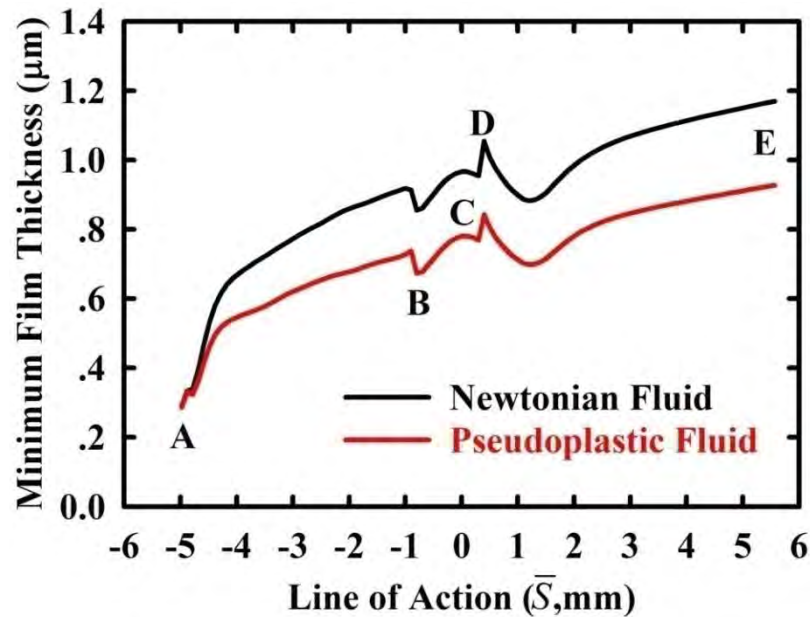
จะเห็นได้ว่าอุณหภูมิสูงสุดเกิดขึ้นที่ตำแหน่งใกล้เคียงกับตำแหน่งที่พื้นผิวเริ่มขบกัน เป็นผลเนื่องมาจากที่ตำแหน่งดังกล่าวค่า Slip/Slide Ratio มีค่าสูง หลังจากภาวะที่พื้นผิวเพิ่มขึ้นอย่างทันทีทันใดที่ตำแหน่ง B ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุด จะเพิ่มขึ้นอีกครั้งหนึ่ง เนื่องขนาดของภาวะที่เพิ่มขึ้นแม้ว่าค่า Slip/Slide Ratio จะมีค่าลดลง หลังจากระยะการขบกันของพื้นผิวเลื่อนพ้นจากตำแหน่งพิทช์ ไปแล้วค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดจะเพิ่มขึ้นอีก ที่ระยะการขบกันของพื้นผิว $= +0.30 \text{ mm}$ ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดมีค่าสูงสุดเท่ากับ 0.083 and $46.11 \text{ }^{\circ}\text{C}$ สำหรับพื้นผิวเรียบและมีค่าเท่ากับ 0.099 และ $49.03 \text{ }^{\circ}\text{C}$ สำหรับพื้นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.05 \text{ m}$ และมีค่าเท่ากับ 0.358 และ $187.94 \text{ }^{\circ}\text{C}$ สำหรับพื้นผิวหยาบที่มีความหยาบผิว $R_{\text{RMS}} = 0.10 \text{ m}$ ตามลำดับ เมื่อพื้นผิวอีกคู่หนึ่งเข้ามาขบเพิ่มที่ตำแหน่ง D ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุด มีค่าลดลงอย่างทันทีทันใด จากนั้นจึงมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระยะการขบกันของพื้นผิวมีค่าเพิ่มขึ้น ที่ตำแหน่งพื้นผิวเริ่มขบกันอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าสูงกว่าตำแหน่งที่พื้นผิวจากกัน (Recess Point, E) เนื่องจากที่ตำแหน่งพื้นผิวเริ่มขบกันค่า Slip/Slide Ratio มีค่าสูงกว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดของพื้นผิวหยาบจะมีค่าเพิ่มขึ้นสูงกว่าอย่างชัดเจนเทียบกับพื้นผิวเรียบ เมื่อภาวะที่พื้นผิวได้รับเพิ่มขึ้นอย่างทันทีทันใดที่ตำแหน่ง B และลดลงอย่างทันทีทันใดที่ตำแหน่ง D เป็นผลเนื่องจากความดันของฟิล์มสารหล่อลื่นและความหนืดของฟิล์มสารหล่อลื่นที่เพิ่มขึ้นอย่างทันทีทันใดจากผลของความหยาบผิว



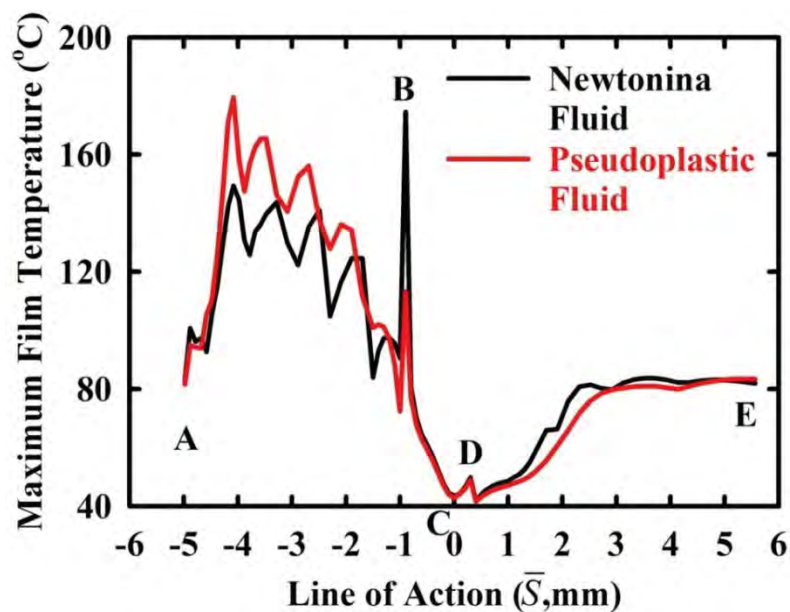
รูปที่ 16 แสดงการเปลี่ยนแปลงของสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ที่ระยะการขบกันต่างๆ ของฟันเฟือง กรณีฟันเฟืองรับภาระ 10 kW ความเร็วรอบในการทำงานของฟันเฟืองเท่ากับ 1000 rpm ด้วยสารหล่อลื่นแบบ Pseudoplastic Fluid ($n=0.975$) เมื่อผิวของฟันเฟืองเป็นผิวเรียบ และผิวของฟันเฟืองเป็นผิวหยาบที่มีค่า $R_{rms} = 0.05 \mu m$ และ $R_{rms} = 0.10 \mu m$ ตามลำดับ



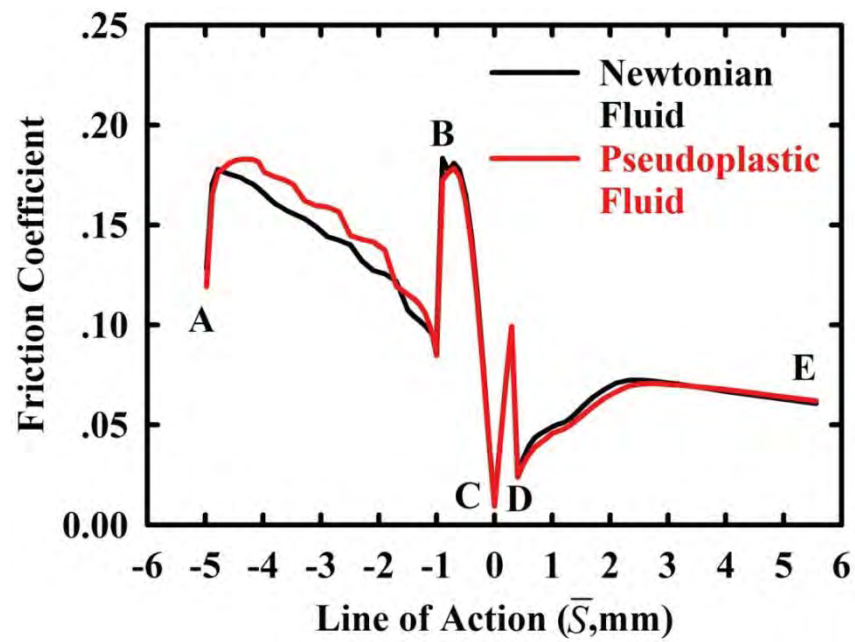
รูปที่ 17 แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุด ที่ระยะการขบกันต่างๆ ของฟันเฟือง กรณีฟันเฟืองรับภาระ 10 kW ความเร็วรอบในการทำงานของฟันเฟืองเท่ากับ 1000 rpm ด้วยสารหล่อลื่นแบบ Pseudoplastic Fluid ($n=0.975$) เมื่อผิวของฟันเฟืองเป็นผิวเรียบ และผิวของฟันเฟืองเป็นผิวหยาบที่มีค่า $R_{rms} = 0.05 \mu m$ และ $R_{rms} = 0.10 \mu m$ ตามลำดับ



รูปที่ 18 แสดงการเปลี่ยนแปลงความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุด ที่ระยะการขบกันต่างๆ ของ ฟันเฟือง กรณีฟันเฟืองรับภาระ 10 kW ความเร็วรอบในการทำงานของฟันเฟืองเท่ากับ 1000 rpm ผิวของฟันเฟืองเป็นผิวหยาบที่มีค่า $R_{\text{rms}} = 0.05 \text{ m}$ เมื่อสารหล่อลื่นเป็น Newtonian Fluid ($n=1.000$) และ Pseudoplastic Fluid ($n=0.975$) ตามลำดับ



รูปที่ 19 แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุด ที่ระยะการขบกันต่างๆ ของ ฟันเฟือง กรณีฟันเฟืองรับภาระ 10 kW ความเร็วรอบในการทำงานของฟันเฟืองเท่ากับ 1000 rpm ผิวของฟันเฟืองเป็นผิวหยาบที่มีค่า $R_{\text{rms}} = 0.10 \text{ m}$ เมื่อสารหล่อลื่นเป็น Newtonian Fluid ($n=1.000$) และ Pseudoplastic Fluid ($n=0.975$) ตามลำดับ



รูปที่ 20 แสดงการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ที่ระยะการขบกันต่างๆ ของฟันเฟืองกรณีฟันเฟืองรับภาระ 10 kW ความเร็วรอบในการทำงานของฟันเฟืองเท่ากับ 1000 rpm ผิวของฟันเฟืองเป็นผิวหยาบที่มีค่า $R_{ms} = 0.10 \text{ m}$ เมื่อสารหล่อลื่นเป็น Newtonian Fluid ($n=1.000$) และ Pseudoplastic Fluid ($n=0.975$) ตามลำดับ

สรุปผลการวิจัย

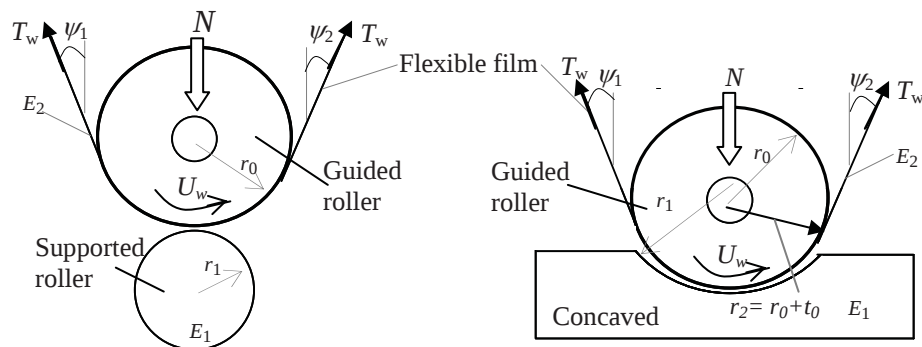
จากการจำลองผลการหล่อลื่นแบบฟิล์มบางในสภาวะไม่คงตัว เมื่อเปลี่ยนแปลงปัจจัยต่าง ๆ ที่มีผลต่อพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบฟิล์มบาง พบว่า

1. เมื่อภาระที่ทรงกระบอกได้รับเพิ่มตามเวลาที่ผ่านไปอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้น แต่เมื่อภาระมีค่าลดลง อุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดและสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ลดลงตามภาระจากนั้นอุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดมีค่ากวัดแกว่ง (Fluctuation) เล็กน้อย สัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้นและมีค่าลดลงอีกครั้ง
2. ความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดในช่วงแรกมีค่าลดลงเมื่อภาระที่ทรงกระบอกได้รับเพิ่มขึ้นจากนั้นความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่าเพิ่มขึ้น และลดลงอีกครั้งก่อนจะมีค่าเพิ่มกลับขึ้นอีกครั้งเมื่อภาระที่กระทำลดลงตามเวลา จากนั้นจึงมีค่าลดลงและเพิ่มขึ้นกลับอีกครั้งก่อนเข้าสู่สมดุลใหม่เมื่อเวลาผ่านไปมากกว่า **8.00 ms**
3. เมื่อขนาดของความหยาบผิวของทรงกระบอก กรณีทรงกระบอกรับภาระที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นจึงมีค่าลดลง แต่อุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นและค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อขนาดของความหยาบผิวของทรงกระบอก, **R_{rms}** มีค่าเพิ่มขึ้น
4. เมื่อขนาดของภาระของทรงกระบอกที่เปลี่ยนแปลงตามเวลามีค่าเพิ่มขึ้น ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่าลดลงแต่การกวัดแกว่ง (Fluctuation) ของความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น อุณหภูมิสูงสุดของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดและค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้น
5. กรณีทรงกระบอกรับภาระที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อย สุดมีค่าเพิ่มขึ้น แต่อุณหภูมิของฟิล์มสารหล่อลื่นสูงสุดและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่าลดลงเมื่อค่า Power Law Index มีค่าเพิ่มขึ้น

8. งานวิจัยศึกษาการเกิดฟิล์มอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มบางและตัวประกอบ

การวิเคราะห์การแทรกตัวของอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้ง

รูปที่ 1 แสดงแผนภาพการเคลื่อนที่ของแผ่นฟิล์มบางผ่านลูกกลิ้ง ในขณะที่แผ่นฟิล์มเคลื่อนที่ผ่านลูกกลิ้งอากาศรอบๆสามารถที่จะแทรกตัวอยู่ระหว่างผิวของแผ่นฟิล์มและผิวของลูกกลิ้ง สำหรับพฤติกรรมของฟิล์มอากาศที่แทรกตัวระหว่างแผ่นฟิล์มบางและลูกกลิ้งสามารถที่จะอธิบายโดยทฤษฎีดังต่อไปนี้



รูปที่ 1 แผนภาพการแทรกตัวของอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มบางกับลูกกลิ้ง

8.1 ทฤษฎี

เนื่องจากอากาศที่แทรกตัวมีการไหล 2 ทิศทางคือการเคลื่อนที่ของแผ่นฟิล์มและตามความกว้างของแผ่นฟิล์ม ดังนั้นความดันอากาศและความหนาของฟิล์มอากาศที่กระจายตัวอยู่ในบริเวณที่มีอากาศเป็นตัวหล่อลื่น (Contact region) สามารถที่จะคำนวณหาโดยใช้สมการเรย์โนลด์สองมิติ (Reynolds-2D) ภายใต้กรณีของไหลสามารถอัดตัวได้ (compressible fluid) สำหรับสมการเรย์โนลด์สองมิติแสดงอยู่ในสมการที่ 2.1

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(ph^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(ph^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 12\eta U \frac{\partial (ph)}{\partial x} \quad (1)$$

กำหนดให้ p เป็นความดันอากาศที่กระจายอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้ง

h เป็นความหนาของฟิล์มอากาศที่กระจายอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้ง

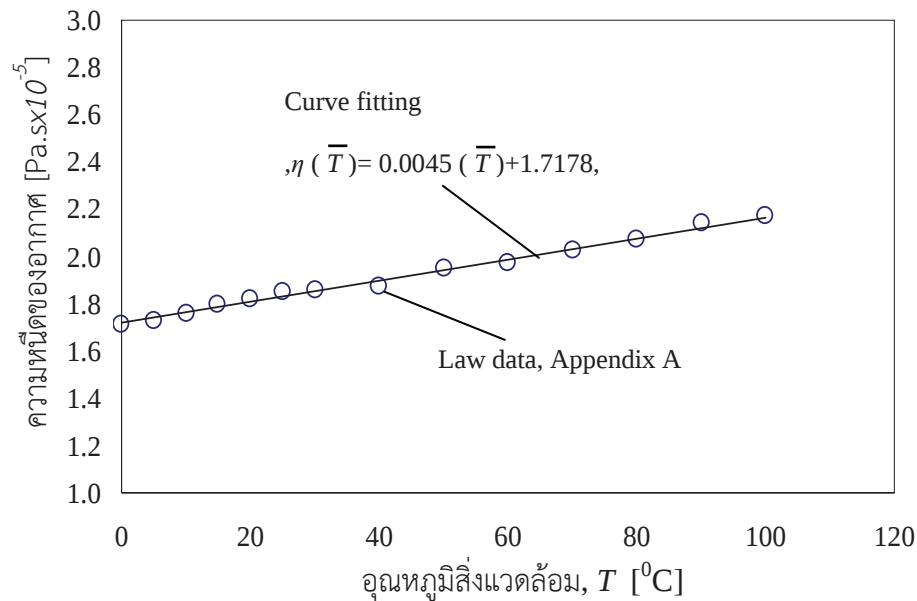
U เป็นความเร็วเฉลี่ยระหว่างความเร็วของแผ่นฟิล์มและความเร็วลูกกลิ้ง ($U = (U_w + U_r)/2$)

η เป็นความหนืดของอากาศ (Air viscosity)

x เป็นแกนที่กำหนดทิศทางการเคลื่อนที่ของแผ่นฟิล์ม

z เป็นแกนที่กำหนดทิศทางการตามความกว้างของแผ่นฟิล์ม

สำหรับความหนืดของอากาศ, η , จะมีค่าเปลี่ยนแปลงเล็กน้อยกับความดัน อย่างไรก็ตามความหนืดของอากาศจะมีการเปลี่ยนแปลงกับอุณหภูมิ ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างความหนืดของอากาศและอุณหภูมิสามารถที่จะอธิบายโดยกราฟที่แสดงในรูปที่ 2



รูปที่ 2 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความหนืดของอากาศและอุณหภูมิ

เนื่องจากแผ่นฟิล์มบางมีความอ่อนตัวหรือมีความยืดหยุ่นมาก (Flexible) ดังนั้นการวิเคราะห์ความหนาของฟิล์มอากาศจำเป็นที่จะต้องสนใจอิทธิพลของการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของแผ่นฟิล์มด้วย (Deflection of web) ดังนั้นสมการที่ 2 แสดงความหนาฟิล์มอากาศที่ประกอบด้วยอิทธิพลของการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของแผ่นฟิล์ม

$$h = w + d \quad (2)$$

โดยที่ ลักษณะทางเรขาคณิตของการสัมผัสระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้ง (Contact-geometry) ถูกกำหนดด้วยตัวแปร d และสามารถที่จะคำนวณหาโดยสมการที่ 3

$$d = \begin{cases} \frac{1}{2R} \left(x + \frac{R\theta}{2} \right)^2 & \left(x < -\frac{R\theta}{2} \right) \\ 0 & \left(-\frac{R\theta}{2} \leq x \leq \frac{R\theta}{2} \right) \\ \frac{1}{2R} \left(x - \frac{R\theta}{2} \right)^2 & \left(x > \frac{R\theta}{2} \right) \end{cases} \quad (3)$$

สำหรับการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของแผ่นฟิล์ม (Deflection of web) ถูกแทนด้วยสัญลักษณ์ w และสามารถที่จะคำนวณหาโดยใช้สมการสมดุลดังแสดงในสมการที่ 4 ภายใต้สมมุติฐาน 3 ประการ ได้แก่ อิทธิพลของ web stiffness ต่อการเสียรูปของแผ่นฟิล์มน้อยมากเมื่อเทียบกับอิทธิพลของแรง

ดึงบนแผ่นฟิล์ม (Web tension) เนื่องจากแผ่นฟิล์มมีความบางมากเมื่อเทียบกับความกว้างและความยาวของแผ่นฟิล์ม สมมุติฐานที่สองคือการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของแผ่นฟิล์มมีค่าค่อนข้างคงที่ในทิศทางตามแกนของลูกกลิ้ง และ อิทธิพลของความดันที่เกิดจากการสัมผัสกันของความหยาบผิว (Contact pressure) สามารถที่จะตัดทิ้งเนื่องจากสนใจในช่วงที่เป็นการหล่อลื่นแบบไฮโดรไดนามิกหรือไฮโดรไดนามิก

$$\frac{T_w}{R} \left(1 - R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} (p - p_a) dz \quad (4)$$

กำหนดให้ θ เป็นมุมที่แผ่นฟิล์มพันลูกกลิ้งในขณะที่เคลื่อนที่ผ่าน (Wrap angle)

w เป็นการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของแผ่นฟิล์มในแกน x (Deflection of web)

L เป็นความกว้างของแผ่นฟิล์ม (Web width)

T_w เป็นแรงดึงบนแผ่นฟิล์ม (Web tension)

p_a เป็นความดันบรรยากาศ (Ambient pressure)

R เป็นรัศมีของลูกกลิ้ง (Radial of roller)

เงื่อนไขขอบเขตในการแก้สมการเรย์โนลด์และเงื่อนไขขอบเขตสำหรับสมการสมดุลถูกแสดงในสมการ 5 และ 6 ตามลำดับ

$$\begin{aligned} p(x_{in}, z) &= p_a; & p(x_{out}, z) &= p_a \\ p(x, -L/2) &= p_a; & p(x, L/2) &= p_a \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} w(x_{in}) &= 0; & w(x_{out}) &= 0 \\ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{x=x_{in}} &= 0; & \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{x=x_{out}} &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

โดยที่สัญลักษณ์ x_{in} และ x_{out} กำหนดตำแหน่งทางเข้าและทางออกของเงื่อนไขขอบเขต

การวิเคราะห์เชิงตัวเลข

เนื่องจากสมการเรย์โนลด์ที่กล่าวมาแล้วข้างต้นเป็นสมการอนุพันธ์อันดับสองที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Non-linear second order partial differential equation) ดังนั้นการแก้สมการหาการกระจายความดันอากาศ p และการกระจายความหนาของฟิล์มอากาศ h โดยใช้กรรมวิธีเชิงตัวเลข (Numerical method) จึงเป็นที่นิยมและมีความสะดวก สำหรับการวิเคราะห์เชิงตัวเลขในวิทยานิพนธ์นี้สมการที่ 1 ถึง 6 จำเป็นที่จะต้องทำให้อยู่ในรูปของตัวแปรไร้มิติ (Dimensionless) สำหรับกลุ่มตัวแปรไร้มิติสามารถที่เขียนได้ตามสมการที่ 7

$$H = \frac{h}{R\varepsilon^{2/3}}, P = \frac{p}{p_a}, W = \frac{w}{R\varepsilon^{2/3}}, X = \frac{x}{R\varepsilon^{1/3}}, Z = \frac{z}{L}$$

$$\bar{\theta} = \frac{\theta}{\varepsilon^{1/3}}, \delta = \frac{d}{R\varepsilon^{2/3}}, \lambda = \frac{L}{2R\varepsilon^{1/3}}, \varepsilon = \frac{6\eta U}{T_w}, K = \frac{T_w}{p_a R}$$
(7)

จากสมการที่ 7 สมการที่ 1 ถึง 6 สามารถที่จะเขียนใหม่ให้อยู่ในรูปแบบตัวแปรไร้มิติได้ดังนี้ตามลำดับ

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(H^3 P \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \frac{1}{4\lambda^2} \frac{\partial}{\partial Z} \left(H^3 P \frac{\partial P}{\partial Z} \right) = K \frac{\partial(PH)}{\partial X} \quad (8)$$

$$1 - \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} = \frac{1}{K} \int_{-0.5}^{0.5} (P-1) dZ \quad (9)$$

$$H = W + \delta \quad (10)$$

$$\delta = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(X + \frac{\bar{\theta}}{2} \right)^2 & \left(X < -\frac{\bar{\theta}}{2} \right) \\ 0 & \left(-\frac{\bar{\theta}}{2} \leq X \leq \frac{\bar{\theta}}{2} \right) \\ \frac{1}{2} \left(X - \frac{\bar{\theta}}{2} \right)^2 & \left(X > \frac{\bar{\theta}}{2} \right) \end{cases} \quad (11)$$

$$P(X_{in}, Z) = 0, \quad P(X_{out}, Z) = 0 \quad (12)$$

$$P(X, -0.5) = 0, \quad P(X, 0.5) = 0$$

$$W(X_{in}) = 0, \quad W(X_{out}) = 0 \quad (13)$$

$$\left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} \right)_{X=X_{in}} = 0, \quad \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} \right)_{X=X_{out}} = 0$$

สมการที่ 8 ถึง 10 ถูกแก้ปัญหโดยการประมาณด้วยวิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite difference method) ร่วมด้วยกรรมวิธีซ้ำของนิวตันราฟสัน (Newton-raphson iterative scheme) เพื่อแก้ปัญหาความไม่เป็นเชิงเส้นภายใต้เงื่อนไขขอบเขตที่แสดงในสมการที่ 12 และ 13 จนกระทั่งคำตอบลู่อู่เข้ากล่าวคือค่า

ความผิดพลาดที่เกิดจากการคำนวณครั้งใหม่มีค่าอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้ สำหรับค่าความผิดพลาดที่ยอมรับได้ $\zeta_{1,2}$ ถูกแสดงในสมการที่ 14

$$\zeta_1 = \sum_{i=1}^n |P_{new,i} - P_{old,i}| / \sum_{i=1}^n P_{new,i} \leq 1 \times 10^{-4} \quad (14)$$

$$\zeta_2 = \sum_{i=1}^n |H_{new,i} - H_{old,i}| / \sum_{i=1}^n H_{new,i} \leq 1 \times 10^{-4}$$

การวิเคราะห์สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

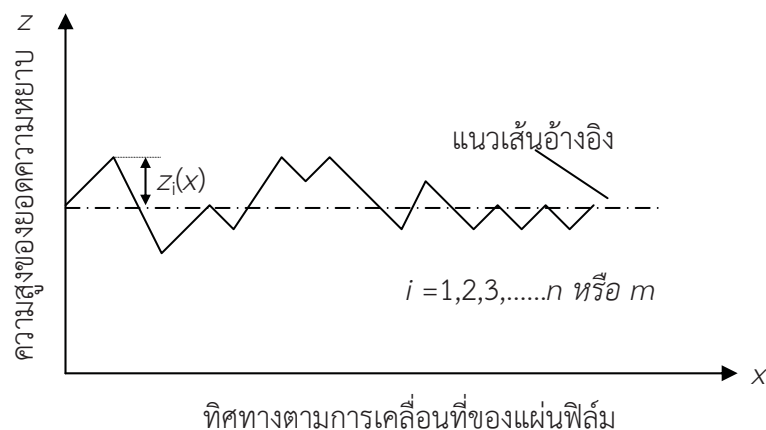
พฤติกรรมทางทฤษฎีความหนาของฟิล์มอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มบางและลูกกลิ้ง สำหรับในหัวข้อนี้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มบางและลูกกลิ้งจะถูกคำนวณหาโดยการประมาณค่าโดยใช้หลักการของ Gaussian distributions ซึ่งสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานได้รับอิทธิพลจากความหยาบผิวของแผ่นฟิล์มและความหยาบผิวของลูกกลิ้ง ในที่นี้ตัวแปรที่อธิบายความหยาบผิวของแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งอยู่ในรูปของความหยาบเฉลี่ย ที่นิยมใช้คือ R_{rms} (Composite root mean square roughness) ซึ่งสามารถที่จะคำนวณหาได้จากสมการที่ 15-16 ตามลำดับ

$$R_{rms} = \sqrt{R_w^2 + R_r^2} \quad (15)$$

โดยที่ $R_{w,r}$ อธิบายถึงความหยาบเฉลี่ยแบบ RMS (the root mean square roughness) ของแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งตามลำดับซึ่งสามารถที่จะคำนวณหาได้โดยสมการที่ 16

$$R_w = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i^2(x) \right)^{1/2} ; R_r = \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m z_i^2(x) \right)^{1/2} \quad (16)$$

โดยที่ตัวแปร z เป็นความสูงของยอดความหยาบ (Asperity high) จากแนวเส้นอ้างอิง (reference line) สำหรับแนวเส้นอ้างอิงและค่า z แสดงอยู่ในรูปที่ 2.4



รูปที่ 3 ความหยาบผิวของวัสดุ

สำหรับแนวความคิดเกี่ยวกับสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน สามารถที่จะแบ่งออกเป็น 3 ส่วน กล่าวคือเมื่อความหนาของฟิล์มอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งตามที่ได้คำนวณหา h มีค่าที่มากกว่า $3R_{rms}$ แรงเสียดทานในสภาวะจะมีค่าลดลงมากเข้าใกล้ศูนย์ ($\mu \approx 0$) ในอีกนัยหนึ่งถ้าความหนาของฟิล์มอากาศมีค่าที่น้อยมากคือน้อยกว่า R_{rms} ความหยาบผิวเกือบทั้งหมดเกิดการสัมผัสกัน ดังนั้นในสภาวะนี้สามารถที่จะจำแนกเป็นการหล่อลื่นแบบเบาดารีและสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสามารถที่จะประมาณเท่ากับสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิต (Static friction coefficient) ($\mu \approx \mu_s$) สำหรับกรณีที่ความหนาของฟิล์มอากาศอยู่มีค่ามากกว่า R_{rms} แต่น้อยกว่า $3R_{rms}$ ($R_{rms} \leq h \leq 3R_{rms}$) สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานในสภาวะนี้ถูกนิยามว่าเป็นสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานผสม (mixed friction) การประมาณค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสามารถที่จะประมาณได้โดยสมการที่ 17

$$\mu = \begin{cases} \mu_s & h < R_{rms} \\ \frac{\mu_s}{2} \left(3 - \frac{h}{R_{rms}} \right) & R_{rms} \leq h \leq 3R_{rms} \\ 0 & h > 3R_{rms} \end{cases} \quad (17)$$

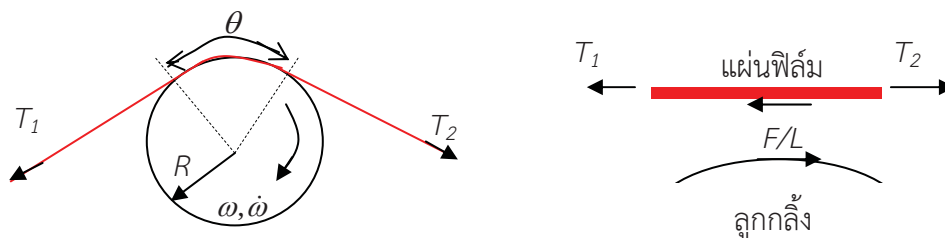
โดยที่ตัวแปร μ คือสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจลน์ และ μ_s คือสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิต

8.2 การเกิดการลื่นไถลและการเกิดรอยย่น

การลื่นไถล

สำหรับการเกิดการลื่นไถลของแผ่นฟิล์มบนลูกกลิ้งสามารถที่จะประมาณโดยใช้ทฤษฎีของออยเลอร์ (Euler's belt theory) โดยที่ความสัมพันธ์ระหว่างแรงของแผ่นฟิล์มที่ทางออก T_2 (N/m) และแรงดึงของแผ่นฟิล์มที่ทางเข้า T_1 (N/m) มีความสัมพันธ์ตามสมการที่ 18

$$T_2 = T_1 e^{\mu \theta} \quad (18)$$



รูปที่ 4 FBD ของแผ่นฟิล์มบาง

จากรูปที่ 4 แสดงถึงแรงภายนอกที่กระทำกับแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งตั้งนั้นโดยใช้กฎข้อที่สองของนิวตัน แรงดึง T_2 สามารถที่จะคำนวณได้โดยใช้สมการที่ 19

$$T_2 = T_1 + F / L \quad (19)$$

โดยการแทนสมการที่ 19 ลงในสมการที่ 18 สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่เริ่มต้นทำให้เกิดการลื่นไถลของแผ่นฟิล์มสามารถที่จะประมาณโดยใช้สมการที่ 20

$$\mu_{slip} = \frac{1}{\theta} \ln \left(1 + \frac{F}{LT_1} \right) \quad (20)$$

โดยที่ตัวแปร F (N/m) หมายถึงแรงเสียดทานต่อความกว้างของแผ่นฟิล์มและสามารถที่จะคำนวณหาโดยใช้กฎข้อที่สองของนิวตันสำหรับการเคลื่อนที่เชิงมุมของลูกกลิ้ง

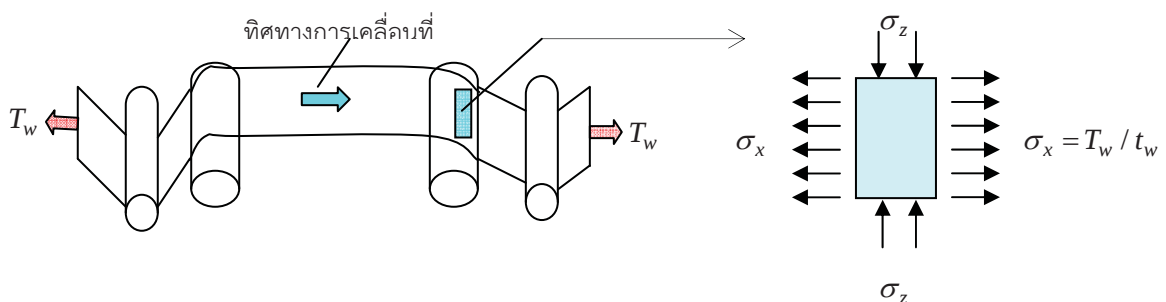
$$FR = I\dot{\omega} \quad (2.21)$$

โดยที่ I ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$) หมายถึงโมเมนต์ความเฉื่อยของมวลซึ่งมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{2}(mr^2)$

$\omega, \dot{\omega}$ (rad/s, rad/s²) หมายถึงความเร็วเชิงมุมและความเร่งเชิงมุมของลูกกลิ้งตามลำดับ

การเกิดรอยย่น

สำหรับการเกิดการย่นบนแผ่นฟิล์ม (Web wrinkle) ในขณะที่แผ่นฟิล์มเคลื่อนที่จากลูกกลิ้งตัวหนึ่งไปอีกตัวหนึ่งภายใต้แรงดึงหรือความเค้น (Stress, σ_x) ในแกน x นั้นซึ่งเป็นสาเหตุให้เกิดความเค้นอัด (Compression stress, σ_z) ในแนวแกน z ถ้าความเค้นดังกล่าวเกิดมากเกินไปแผ่นฟิล์มจะเกิดการเสียรูปหรือเกิดรอยย่นตามแกน z ดังแสดงในรูป 2.6

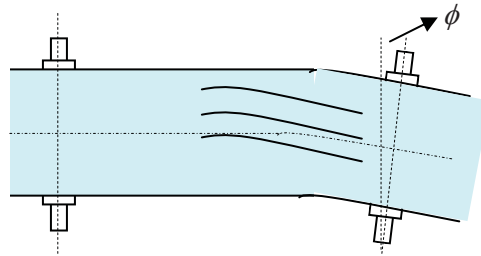


รูปที่ 5 ความเค้นบนแผ่นฟิล์ม

สำหรับสมการแรงดึงบนแผ่นฟิล์มสำหรับออกแบบไม่ให้เกิดรอยย่นบนแผ่นฟิล์มดังแสดงในสมการที่ 22

$$T_{\text{wrinkle}} \geq T_{\text{cr}} = \frac{2t_w^2}{\mu L} \sqrt{\frac{E_x E_z}{3(1-\nu_x \nu_z)}} \quad (22)$$

อย่างไรก็ตามรอยย่นบนแผ่นฟิล์มไม่เพียงเกิดจากสาเหตุของแรงดึงที่สูงเกินไปเท่านั้น รอยย่นบนแผ่นฟิล์มยังมีสาเหตุมาจากการบิดตัวของลูกกลิ้งอีกด้วย ดังแสดงในรูปที่ 6



รูปที่ 6 รอยย่นจากการบิดตัวของลูกกลิ้ง

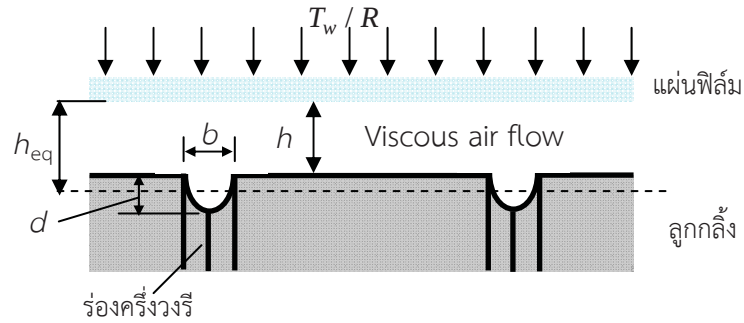
สำหรับมุมวิกฤติ (Critical angle, ϕ_{cr}) ที่ทำให้แผ่นฟิล์มเริ่มเกิดรอยย่น แสดงอยู่ในสมการที่ 23

$$\phi_{\text{wrinkle}} \geq \phi_{\text{cr}} = \frac{6L_R^2}{E_x L^2} \sqrt{\sigma_{zc}^2 - \sigma_{zc} \sigma_x} ; \quad \sigma_{zc} = \frac{t_w}{R} \sqrt{\frac{E_x E_z}{3(1-\nu_x \nu_z)}} ; \quad \sigma_x = \frac{T_w}{t_w} \quad (23)$$

โดยทำการอินเตอร์เซ็ก (Intersection) สมการที่ (22) และสมการที่ (23) สภาวะในการทำงานของเครื่องจักรเช่นแรงดึงที่ทำให้เกิดรอยย่นคำนวณหาได้จากการหาส่วนซ้อนทับกันของสมการ

8.3 การปรับปรุงพื้นผิวลูกกลิ้งด้วยร่องรูปครึ่งวงรี

เพื่อที่จะเพิ่มแรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งเพื่อไม่ให้เกิดการลื่นไถล ดังนั้นพื้นผิวของลูกกลิ้งจึงถูกปรับปรุงใหม่ให้มีลักษณะเป็นร่องรูปครึ่งวงรีตามเส้นรอบวงของลูกกลิ้ง (Circumferential grooved roller) ดังแสดงในรูปที่ 7



รูปที่ 7 การปรับปรุงลูกกลิ้งด้วยร่องรูปครึ่งวงรี

สำหรับการประมาณค่าความหนาฟิล์มอากาศ h สามารถที่จะประมาณโดยใช้หลักการเสมือนของอัตราการไหล (Equivalent flow rate) สำหรับสมการอัตราการไหลต่อความกว้างของแผ่นฟิล์มภายใต้อิทธิพลการไหลแบบวิสคอส (Viscous flow) และสมมติว่าการไหลเนื่องจากความดัน (Pressure gradient) น้อยมากสามารถที่จะเขียนได้ดังแสดงในสมการที่ 24

$$q = \frac{\rho U}{2} \left(h + \frac{na}{L} \right) \equiv \frac{\rho U}{2} h_{eq} \quad (24)$$

จากสมการที่ 24 ความหนาฟิล์มอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งที่เป็นร่องสามารถที่จะประมาณค่าได้ดังแสดงในสมการที่ 25

$$h = h_{eq} - \frac{na}{L} \quad (25)$$

โดยที่ h_{eq} เป็นความหนาฟิล์มอากาศของระบบเสมือน (Equivalent air film thickness) ซึ่งสามารถที่ประมาณค่าเท่ากับความหนาฟิล์มอากาศที่กึ่งกลาง (Central air film) h_0 ($x=0, z=0$) ซึ่งคำนวณหาโดยวิธีเชิงตัวเลข สำหรับสัญลักษณ์ n เป็นจำนวนร่องบนลูกกลิ้ง และ a เป็นพื้นที่หน้าตัดของร่องรูปครึ่งวงรีซึ่งคำนวณโดยใช้สมการที่ 26

$$a = \frac{\pi}{2} bd \quad (26)$$

8.4 ผลการคำนวณ

สำหรับในส่วนนี้อธิบายผลการคำนวณทางทฤษฎีของพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มบางขณะเคลื่อนที่ผ่านลูกกลิ้งซึ่งประกอบด้วยการกระจายความดันอากาศ การกระจายความหนาของฟิล์มอากาศในกรณีที่ถูกกลิ้งเป็นผิวเรียบภายใต้การเปลี่ยนแปลงความเร็วของแผ่นฟิล์ม แรงตึงของแผ่นฟิล์ม ขนาดของลูกกลิ้ง และขนาดความกว้างของแผ่นฟิล์มบาง สำหรับความน่าเชื่อถือในการคำนวณ ค่าความหนาของฟิล์มอากาศที่ตำแหน่ง $x=0$ และ $z=0$ (Central air film thickness, h_0) ถูกเปรียบเทียบกับโมเดลของ Prof. Hasimoto

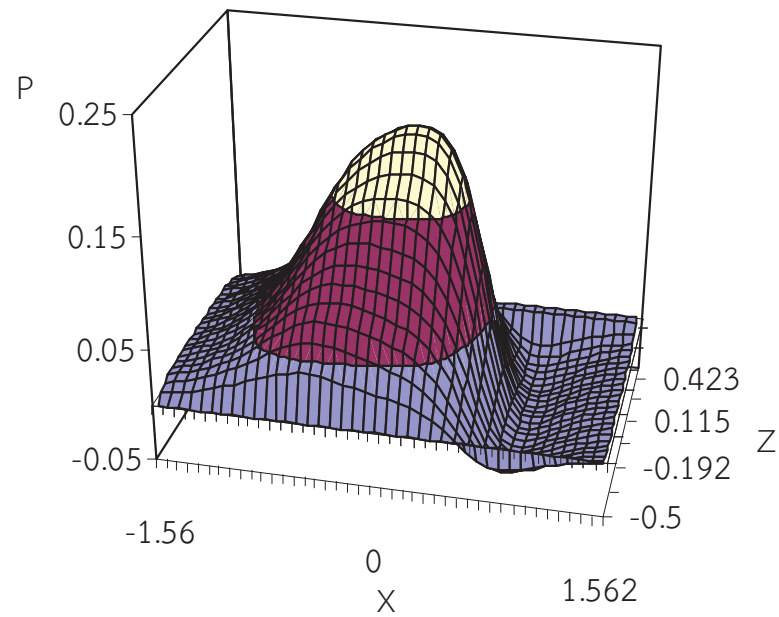
ในส่วนผลของการปรับปรุงลูกกลิ้งด้วยร่องรูปครึ่งวงรีจะถูกเปรียบเทียบกับกรณีผิวเรียบเพื่อแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพที่เพิ่มขึ้นรวมถึงการทำนายสภาวะการทำงานของการผลิตแผ่นฟิล์มกล่าวคือช่วงขนาดแรงตึงและช่วงมุมบิดของลูกกลิ้งที่ปลอดภัยต่อการเกิดการลื่นไถลของแผ่นฟิล์มและการเกิดรอยยับบนแผ่นฟิล์ม สำหรับคุณสมบัติของแผ่นฟิล์มที่ใช้ในการคำนวณถูกแสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 คุณสมบัติทางกายภาพของแผ่นฟิล์ม

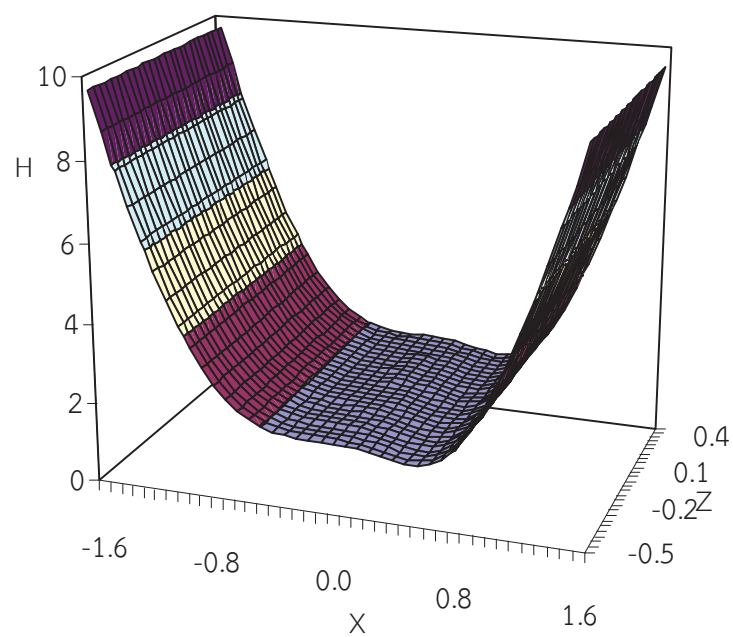
ยังมอดูลัสในทิศทาง MD, E_x , GPa	4.37
ยังมอดูลัสในทิศทาง CD, E_z , GPa	4.29
อัตราส่วนปัวซองในทิศทาง MD, ν_x	0.3
อัตราส่วนปัวซองในทิศทาง CD, ν_z	0.3
สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิต μ_s	0.3
ความหยาบ Rms ของแผ่นฟิล์ม R_w μm	0.09
ความหนาของแผ่นฟิล์ม t_w μm	25

(MD: Machine direction, CD: Cross Machine direction)

รูปที่ 8 แสดงรูปร่างความดันอากาศในรูปตัวแปรไรมิติ (Dimensionless air pressure) และรูปร่างความหนาของฟิล์มอากาศในรูปตัวแปรไรมิติ (Dimensionless air film thickness) ที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มบางและลูกกลิ้งผิวเรียบภายใต้ความเร็วของแผ่นฟิล์ม $U_w = 5.0$ m/s ความกว้างของแผ่นฟิล์ม $L=0.035$ m รัศมีของลูกกลิ้ง $R=0.055$ m และ แรงตึงของแผ่นฟิล์ม $T_w = 300$ N/m ผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่าความดันอากาศบริเวณทางออกมีความที่ต่ำกว่าความดันบรรยากาศ เนื่องจากแผ่นฟิล์มมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง (Web deflection) ดังแสดงในรูป 8 (ก) สำหรับการกระจายความหนาของฟิล์มอากาศแสดงอยู่ในรูปที่ 8 (ข)



(ก) การกระจายความดัน



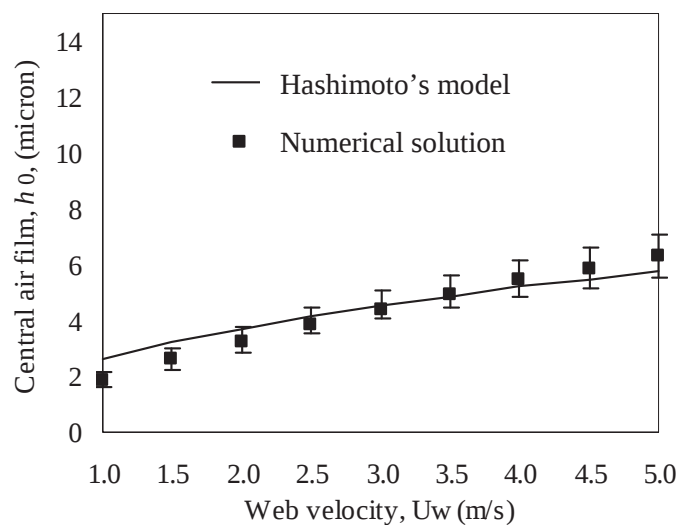
(ข) การกระจายความดันอากาศ

รูปที่ 8 ความดันอากาศและความหนาของฟิล์มอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งผิวเรียบ

สำหรับโมเดลที่ทำนายความหนาของฟิล์มอากาศที่ตำแหน่ง $x=0$ และ $z=0$ ได้ถูกเขียนขึ้นโดย Prof. Hashimoto [27] ดังแสดงในสมการที่ 27 ดังนั้นเพื่อให้เกิดความน่าเชื่อถือในการคำนวณ ความหนาของฟิล์มอากาศที่ตำแหน่ง $x=0$ และ $z=0$ จึงถูกเปรียบเทียบกับโมเดลของ Prof. Hashimoto

$$h_0 = R \left(\frac{12\eta U}{T_w} \right)^{\frac{2}{3}} \left(0.589 - \frac{1.614}{\lambda} + \frac{1.764}{\lambda^2} \right) \quad (27)$$

จากรูปที่ 2.10 ความหนาของฟิล์มอากาศที่ตำแหน่ง $x=0$ และ $z=0$ คำนวณภายใต้การเปลี่ยนแปลงความเร็วของแผ่นฟิล์ม รัศมีของลูกกลิ้ง $R=0.055$ m ความกว้างของแผ่นฟิล์ม $L=0.035$ m และแรงดึงของแผ่นฟิล์ม $T_w = 80$ N/m โดยที่เส้นทึบแสดงการคำนวณจากโมเดลของ Prof. Hashimoto และเส้นที่เป็นจุดสี่เหลี่ยมเป็นค่าเฉลี่ยจากการคำนวณเชิงตัวเลขภายใต้การเปลี่ยนแปลงจำนวนกริด (Number of grid) ระหว่าง 20 – 60 ในทิศทางแกน z จากรูปที่ความเร็วแผ่นฟิล์ม 1.0-5.0 m/s ค่าเฉลี่ยของความหนาฟิล์มที่กึ่งกลางที่คำนวณจากงานวิจัยนี้มีค่าใกล้เคียงกับโมเดลของ Prof. Hashimoto

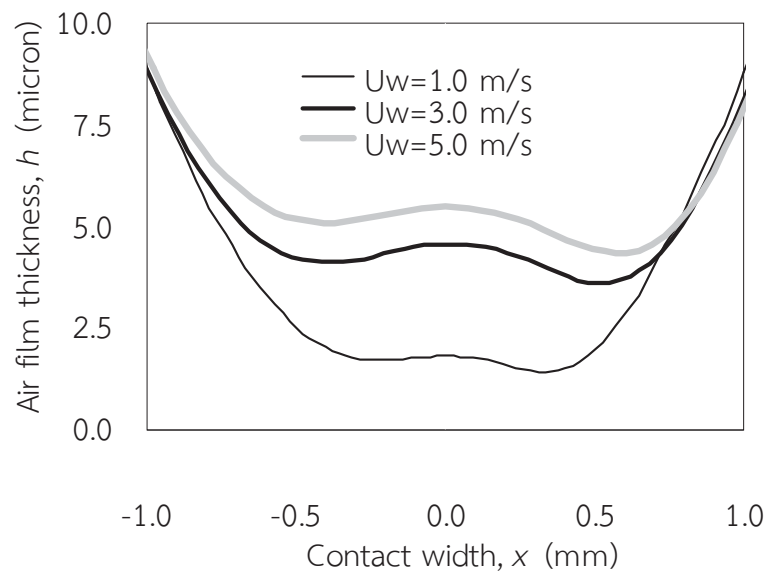


รูปที่ 9 การเปรียบเทียบผลการคำนวณเชิงตัวเลขกับโมเดลของ Prof. Hashimoto

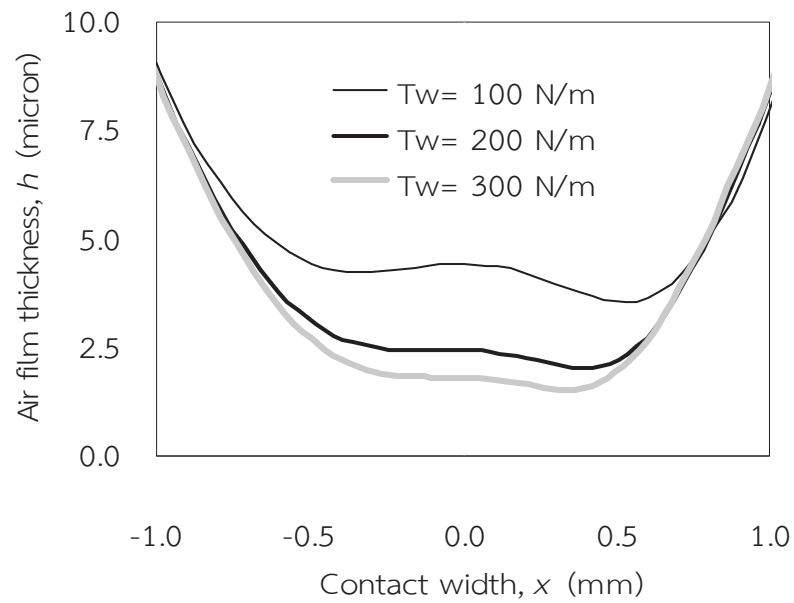
รูปที่ 10 แสดงการกระจากความหนาของฟิล์มอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มบางกับลูกกลิ้ง ที่ $z=0$ โดยใช้แรงดึง 80 N/m แผ่นฟิล์มบางมีความกว้าง $L=0.035$ m และลูกกลิ้งมีรัศมี $R=0.055$ m ตามลำดับ จากการคำนวณพบว่าการกระจากความหนาของฟิล์มอากาศที่ความเร็ว 5.0 m/s มีค่าสูงกว่ากรณีที่ใช้ความเร็ว 3.0 m/s และ 2.0 m/s ตามลำดับ ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่าเมื่อความเร็วของแผ่นฟิล์มเพิ่มขึ้นส่งผลให้อากาศแทรกตัวเข้ามาอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มบางและลูกกลิ้งมากขึ้นได้มากขึ้นและส่งผลให้มีโอกาสที่จะเกิดการลื่นไถลได้มากขึ้นเมื่อเครื่องจักรทำงานที่ความเร็วสูง

รูปที่ 11 แสดงพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงแรงดึงของแผ่นฟิล์ม ที่ความเร็วของแผ่นฟิล์ม $U_w = 5.0$ m/s ความกว้างของแผ่นฟิล์ม $L = 0.035$ m และรัศมีของลูกกลิ้ง $R = 0.055$ m ตามลำดับ จากการคำนวณแสดงให้เห็นถึงการกระจากความหนาของแผ่นฟิล์มที่ $z=0$ มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มแรงดึงของแผ่นฟิล์มดังแสดงในรูป 11 (ก) สำหรับการกระจากความดันอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มบางและลูกกลิ้ง ที่แรงดึง $T_w = 100$ N/m 200 N/m และ 300 N/m ตามลำดับ แสดงในรูป 11 (ข) ที่แรงดึงสูงขึ้นส่งผลทำให้ความดันอากาศสูงขึ้น ดังนั้นการเพิ่มแรงดึงจึงเป็นวิธีหนึ่งที่จะลดอากาศที่แทรกตัวเข้ามาระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งทำให้โอกาสที่จะเกิดการสั่นไถลลดลงที่เมื่อเครื่องจักรทำงานที่แรงดึงสูงขึ้น อย่างไรก็ตามที่แรงดึงสูงอาจจะนำไปสู่การเสียรูปของแผ่นฟิล์มและการสูญเสียพลังงานมากขึ้น

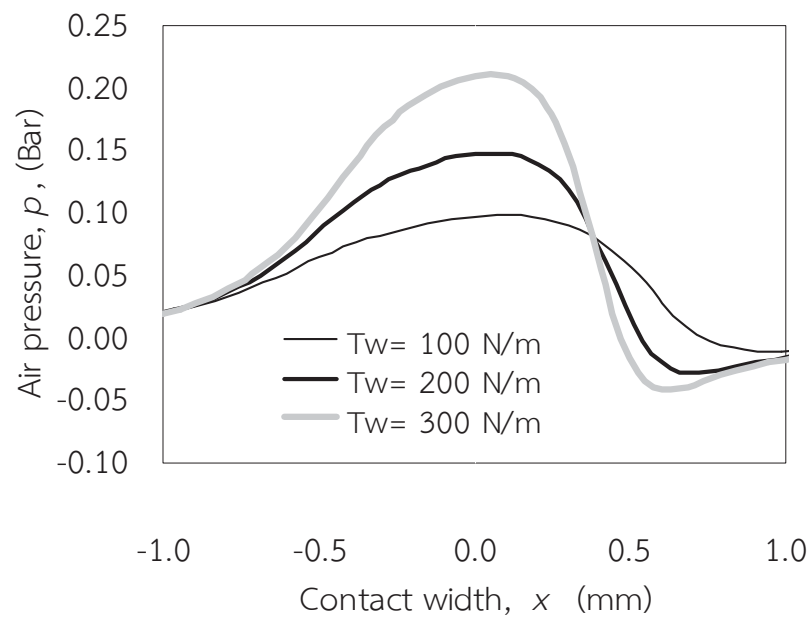
รูปที่ 12 แสดงพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงขนาดรัศมีของลูกกลิ้ง $R = 0.045$ m 0.055 m และ 0.065 m ที่ความเร็วของแผ่นฟิล์ม $U_w = 5.0$ m/s ความกว้างของแผ่นฟิล์ม $L = 0.035$ m และแรงดึง $T_w = 100$ N/m เมื่อขนาดของลูกกลิ้งใหญ่ขึ้นทำให้พื้นที่ในการสัมผัสกว้างขึ้น (Contact area) ทำให้พื้นที่ในการรับภาระกว้างขึ้นส่งผลทำให้ความหนาของฟิล์มอากาศสูงขึ้นและความดันอากาศลดลงเล็กน้อยดังแสดงในรูปที่ 12 (ก) และ 12 (ข) ตามลำดับ



รูปที่ 10 การกระจายความหนาฟิล์มอากาศที่ $z=0$ ภายใต้การเปลี่ยนแปลงความเร็วของแผ่นฟิล์ม ($T_w = 80$ N/m, $L = 0.035$ m, $R = 0.055$ m)

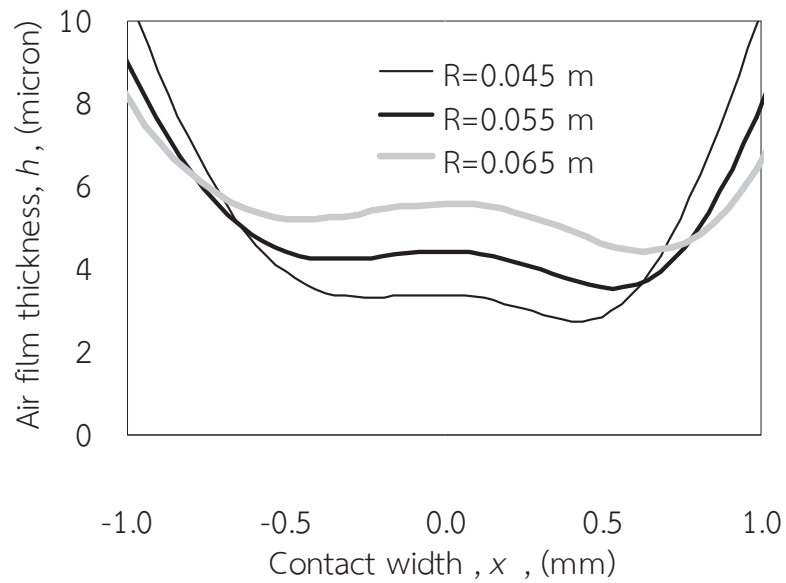


(ก) การกระจายความหนาของฟิล์มอากาศที่ $z=0$

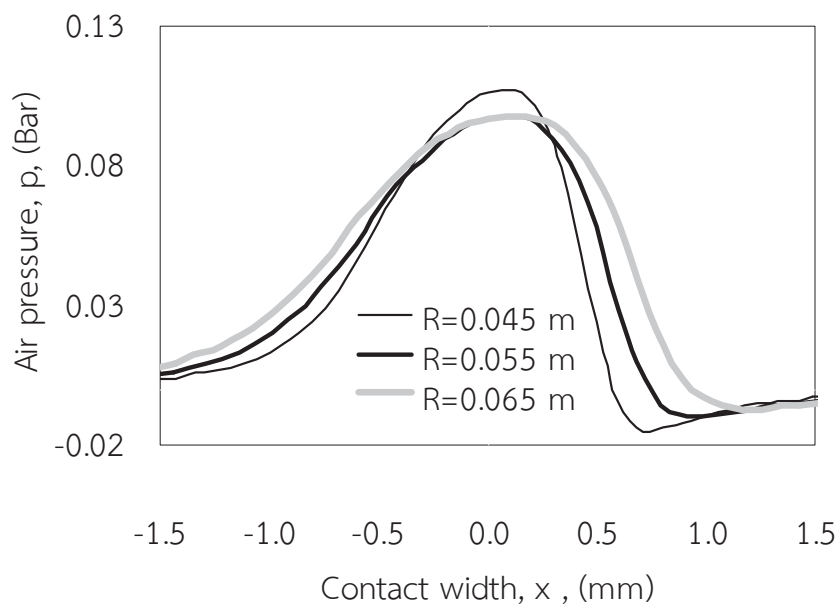


(ข) การกระจายความดันอากาศที่ $z=0$

รูปที่ 11 พฤติกรรมของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงแรงดึงของแผ่นฟิล์ม
($U_w=5.0$ m/s, $L=0.035$ m, $R=0.055$ m)



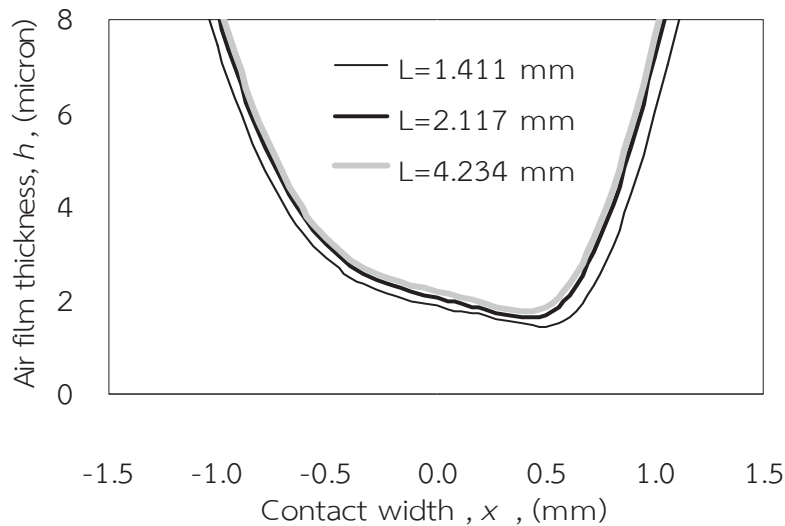
(ก) การกระจายความหนาของฟิล์มอากาศที่ $z=0$



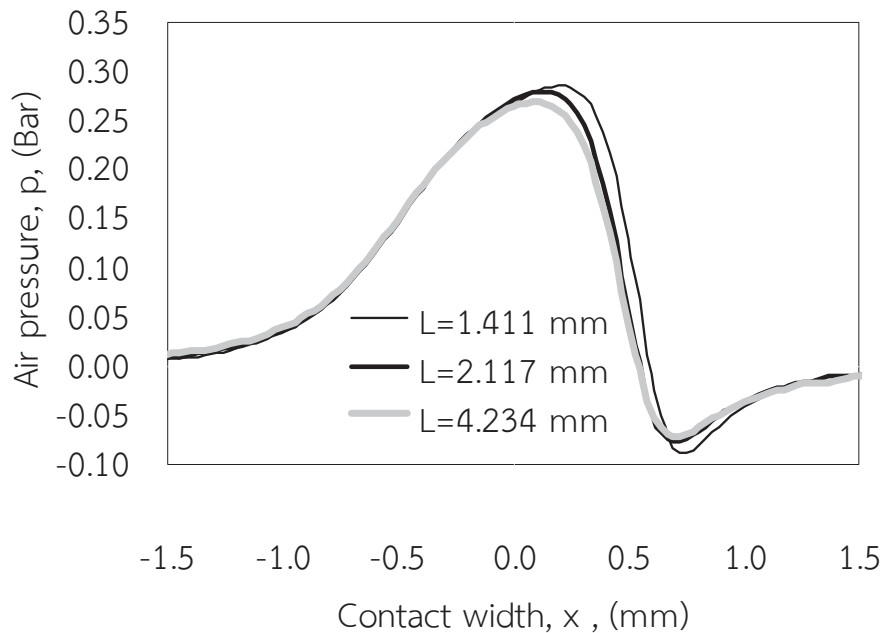
(ข) การกระจายความดันอากาศที่ $z=0$

รูปที่ 12 พฤติกรรมของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงขนาดรัศมีของลูกกลิ้ง
($U_w=5.0$ m/s, $L=0.035$ m, $T_w=100$ N/m)

สำหรับพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงขนาดความกว้างของแผ่นฟิล์มบาง $L=1.411$ mm 2.117 mm และ 4.234 mm ที่ความเร็วแผ่นฟิล์ม $U_w=10.0$ m/s รัศมีของลูกกลิ้ง $R=0.055$ m และ แรงดึงของแผ่นฟิล์มบาง $T_w=500$ N/m แสดงอยู่ในรูปที่ 13 เมื่อแผ่นฟิล์มมีความกว้างเพิ่มขึ้นทำนองเดียวกันพื้นที่ที่รับภาระมีมากขึ้นส่งผลทำให้ฟิล์มอากาศหนาขึ้นและความดันอากาศลดลงดังแสดงในรูปที่ 13 (ก) และ 13 (ข) ตามลำดับ

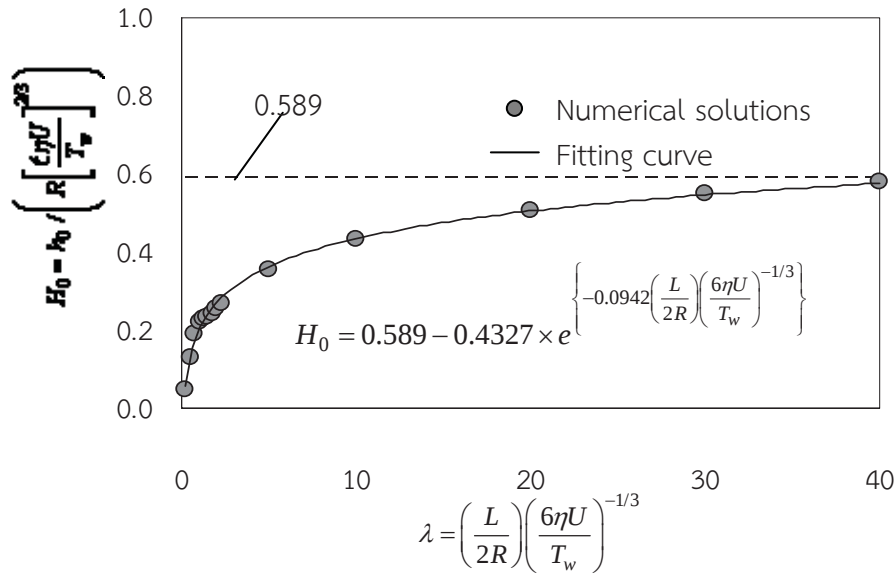


(ก) การกระจายความหนาของฟิล์มอากาศที่ $z=0$



(ข) การกระจายความดันอากาศที่ $z=0$

รูปที่ 13 พฤติกรรมของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงขนาดความกว้างของแผ่นฟิล์มบาง
($U_w=10.0$ m/s, $R=0.055$ m, $T_w=500$ N/m)



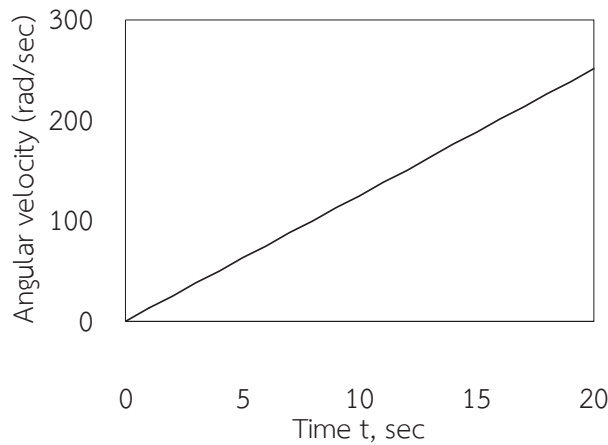
รูปที่ 14 โมเดลประมาณค่าความหนาฟิล์มอากาศที่จุดกึ่งกลาง $x=0$, $z=0$

สำหรับการศึกษาการเกิดการสั่นไถลและการเกิดรอยย่นเพื่อความสะดวกและลดเวลาในการคำนวณลงในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอโมเดลทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการประมาณค่าความหนาฟิล์มอากาศที่ตำแหน่งกึ่งกลางในบริเวณสัมผัส (Contact area) $x=0$, $z=0$ สำหรับโมเดลทางคณิตศาสตร์ถูกสร้างขึ้นโดยใช้วิธี LMS (The least mean square method) ประมาณค่าจากผลการคำนวณเชิงตัวเลข (Numerical solutions) ดังแสดงในรูปที่ 14 ดังนั้นสมการสำหรับทำนายการเกิดฟิล์มอากาศที่ตำแหน่ง $x=0$, $z=0$ สามารถเขียนได้ตามสมการที่ (27)

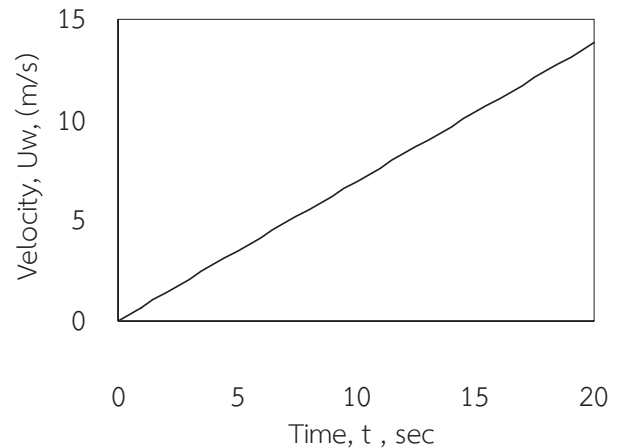
$$h_0 = R \left(\frac{6\eta U}{T_w} \right)^{2/3} \left[0.589 - 0.4327 \times e^{\left\{ -0.0942 \left(\frac{L}{2R} \right) \left(\frac{6\eta U}{T_w} \right)^{-1/3} \right\}} \right] \quad (27)$$

รูปที่ 15 แสดงพฤติกรรมสั่นไถลแผ่นฟิล์มบางบนผิวของลูกกลิ้งผิวเรียบและผิวเป็นร่องขณะเคลื่อนที่ด้วยความเร่งหรือในช่วงเวลาที่เครื่องจักรเริ่มทำงานจนถึงความเร็วที่ควบคุม (Velocity control) ภายใต้สภาวะการทำงานที่ $T_w=500$ N/m, $L=0.1$ m, $R=0.01$ m, $\theta=90^\circ$ สำหรับกรณีที่ลูกกลิ้งเป็นร่องกำหนดให้จำนวนร่อง $n=10$ และความกว้างของร่อง $b=2.5$ mm โดยทำการเปลี่ยนแปลงค่าความลึกของร่อง $d=0.1 \mu\text{m}$, $1.0 \mu\text{m}$ และ $2.0 \mu\text{m}$ ตามลำดับ โดยรูป 2.16 (ก) แสดงความเร็วเชิงมุมของลูกกลิ้งเริ่มจากสภาวะเริ่มต้น $t=0$ sec และ $\omega=0$ rad/s จนถึงสภาวะเข้าสู่ความเร็วเชิงมุมสูงสุด $\omega=251.2$ rad/s ที่ $t=20$ sec ซึ่งการทำงานในช่วงนี้ลูกกลิ้งมีความเร่งเชิงมุม $\dot{\omega}=12.56$ rad/sec² ดังนั้นจากความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วเชิงมุมและความเร็วเชิงเส้น $U = R\omega$ ความเร็วของแผ่นฟิล์มในช่วง $t=0-20$ sec สามารถที่จะคำนวณได้ตามรูปที่ 15 (ข) จากความเร็วในรูป

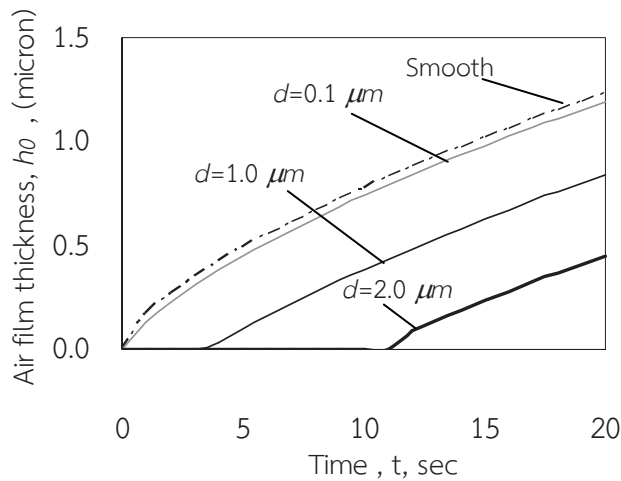
ที่ 15 (ข) ความหนาฟิล์มอากาศ h_0 ที่ $x=0, z=0$ กรณีผิวเรียบและกรณีที่ผิวลูกกลิ้งเป็นร่องสามารถที่จะประมาณค่าได้ตามที่แสดงในรูปที่ 15 (ค) จากผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่าเมื่อความลึกของร่องลึกขึ้นอากาศที่แทรกตัวเข้ามาระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งมีน้อยลง โดยเฉพาะในกรณีที่ความลึกของร่อง $d=2.0 \mu\text{m}$ ที่ $t=0 - 11 \text{ sec}$ ฟิล์มอากาศมีค่าน้อยมากเข้าใกล้ 0 อย่างไรก็ตามความหนาฟิล์มอากาศเพิ่มขึ้นตั้งแต่ $t=11 - 20$ เนื่องจากความเร็วที่เพิ่มขึ้น



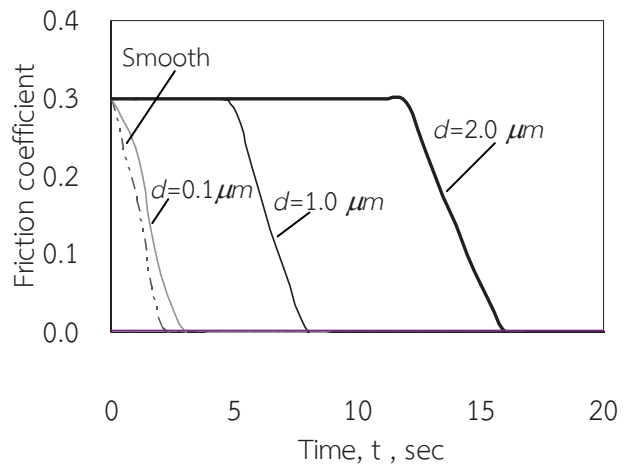
(ก) กราฟแสดงความเร็วเชิงมุมของลูกกลิ้ง



(ข) กราฟแสดงความเร็ว



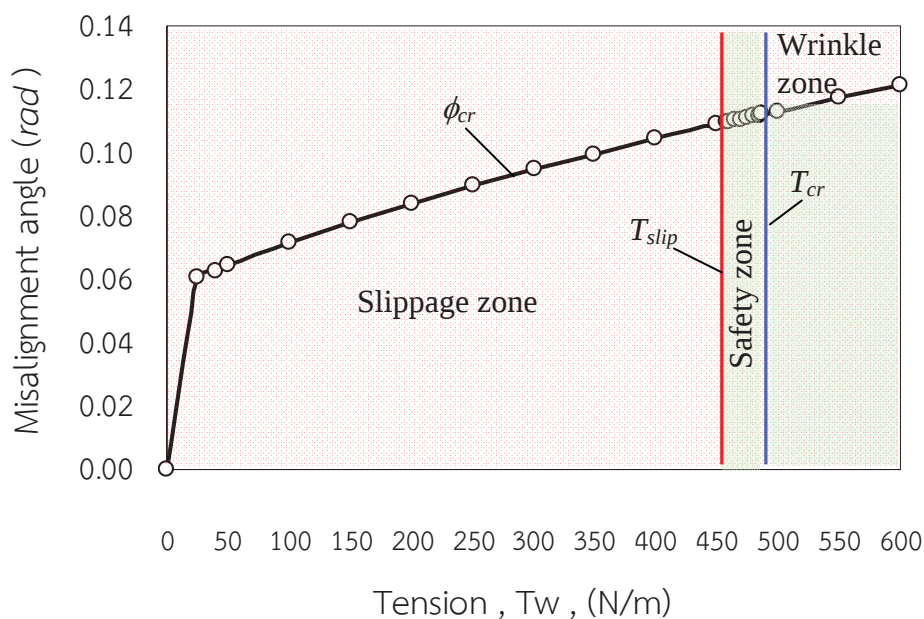
(ค) กราฟแสดงความหนาฟิล์มอากาศ



(ง) กราฟแสดงสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

รูปที่ 15 พฤติกรรมสั่นไถลแผ่นฟิล์มบางขณะเคลื่อนที่ด้วยความเร่งบนผิวของลูกกลิ้งผิวเรียบและผิวเป็นร่อง ($T_w=500 \text{ N/m}$, $L=0.1 \text{ m}$, $R=0.01 \text{ m}$, $\theta=90^\circ$ Groove: $n=10$ และ $b=2.5 \text{ mm}$)

สำหรับสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของลูกกลิ้งผิวเรียบและลูกกลิ้งที่มีร่องในช่วง $t=0-20$ sec แสดงในรูปที่ 2.16 (ง) จากผลการคำนวณยืนยันว่าลูกกลิ้งที่เป็นร่องมีศักยภาพในการช่วยไม่ให้เกิดการลื่นไถลได้ดีกว่าผิวเรียบ โดยผิวเรียบจะเกิดการลื่นไถลที่ $t \approx 2.5$ หรือตรงกับ $Uw = 1.8$ m/s ในทางตรงกันข้าม ลูกกลิ้งที่เป็นร่องลึก $d = 2.0 \mu\text{m}$ จะเกิดการลื่นไถลที่ $t \approx 16$ sec หรือตรงกับ $Uw = 10.36$ m/s ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่าในขบวนการผลิตแผ่นฟิล์มบางที่สภาวะการทำงานที่ความเร็วสูงการทำให้ลูกกลิ้งมีผิวเรียบจะช่วยป้องกันไม่ให้เกิดการลื่นไถล



รูปที่ 16 รอยย่นและลื่นไถลของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงมุมบิดของลูกกลิ้งและแรงดึงแผ่นฟิล์ม ($L=0.1$ m, $R=0.01$ m, $Uw=10$ m/s, $\theta=90^\circ$, $L_R=0.25$ m Groove: $n=10$, $b=2.5$ mm และ $d=2.0 \mu\text{m}$)

อย่างไรก็ตามการสนใจเพียงพฤติกรรมการณ์การลื่นไถลนั้นไม่เพียงพอ เพราะอีกปัจจัยหนึ่งที่น่าสนใจคือการเสียหายของแผ่นฟิล์มคือการเสียรูปหรือการเกิดรอยย่นบนแผ่นฟิล์มบาง กล่าวคือในขณะที่เราต้องการลดฟิล์มอากาศเพื่อไม่ให้เกิดการลื่นไถลการเพิ่มแรงดึงเป็นวิธีที่สะดวก เพราะไม่ต้องปรับปรุงชิ้นส่วนของเครื่องจักรแต่การเพิ่มแรงดึงมากขึ้นนั้นเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดรอยย่นบนแผ่นฟิล์มและอีกสาเหตุหนึ่งคือลูกกลิ้งมีการบิดตัวดังแสดงในรูปที่ 6 ดังนั้นรูปที่ 16 ได้แสดงให้เห็นถึงสภาวะการทำงานในช่วงแรงดึงที่ปลอดภัยจากการเกิดปรากฏการณ์การลื่นไถล และการเกิดรอยย่นภายใต้การบิดตัวของลูกกลิ้งที่สภาวะการทำงานที่ ความกว้างของแผ่นฟิล์ม $L=0.1$ m รัศมีของลูกกลิ้ง $R=0.01$ m, ความเร็วเชิงมุม $\omega 12.56$ rad/sec² ความเร็วของแผ่นฟิล์มสูงสุด $Uw=10$ m/s มุมที่แผ่นฟิล์มพันกับลูกกลิ้ง θ

$=90^\circ$ ความยาวของลูกกลิ้ง $L_R=0.25$ m จำนวนร่อง $n=10$ ความกว้างของร่อง $b=2.5$ mm และความลึกของร่อง $d=2.0$ μm ตามลำดับ จากการคำนวณแสดงให้เห็นว่าที่แรงดึงน้อยกว่า 450 N/m แผ่นฟิล์มเกิดการลื่นไถล ในขณะที่แรงดึงมากกว่า 500 N/m และลูกกลิ้งมีมุมบิด $\phi > 0.113$ rad จะเป็นสถานะที่ทำให้เกิดรอยยับบนแผ่นฟิล์ม ดังนั้นเพื่อที่จะหลีกเลี่ยงการเกิดการลื่นไถลและการเกิดรอยยับจึงควรหลีกเลี่ยงสภาวะการทำงานที่แรงดึงและมุมบิดของลูกกลิ้งดังกล่าว

8.5 สรุป

ในบทนี้ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมของการเกิดฟิล์มอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์ม ได้ทำการศึกษาเชิงทฤษฎีโดยวิธีเชิงตัวเลขโดยการแก้ปัญหามสมการเรโนลด์ 2 มิติ (Reynolds-2Dimension equation) ซึ่งมีความไม่เป็นเชิงเส้นด้วยวิธีนิวตันราฟสัน (Newton-raphson iterative scheme) รวมถึงการเขียนสมการเพื่อที่จำทำนายฟิล์มอากาศที่ตำแหน่ง $x=0$, $z=0$ และการหาพฤติกรรมของการเกิดการลื่นไถลและการเกิดรอยยับบนแผ่นฟิล์ม จากการศึกษาสามารถที่จะสรุปได้ดังนี้

- 1) อากาศจะแทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งมากขึ้นเมื่อความเร็วของแผ่นฟิล์มสูงขึ้น ขนาดของลูกกลิ้งใหญ่ขึ้น และแผ่นฟิล์มมีความกว้างมากขึ้น
- 2) อากาศจะแทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งน้อยลงเมื่อเพิ่มแรงดึงและการปรับปรุงผิวลูกกลิ้งโดยการทำเป็นร่องรูปครึ่งวงรี
- 3) ที่การทำงานที่ความเร็วสูงของเครื่องจักรในการผลิตแผ่นฟิล์มบางการเพิ่มผิวของลูกกลิ้งด้วยร่องรูปครึ่งวงรีจะเพิ่มประสิทธิภาพในการทำงานของเครื่องจักรโดยปราศจากการลื่นไถล
- 4) การเพิ่มแรงดึงที่มากเกินไปและการเกิดการบิดตัวของลูกกลิ้งในเวลาที่ยาวนานมีผลทำให้แผ่นฟิล์มเกิดรอยยับดังนั้นจึงต้องหาสภาวะที่เหมาะสมที่ไม่ให้เกิดสภาวะทั้งการลื่นไถลและการเกิดรอยยับไปพร้อมกัน

9. ภาคผนวกรายละเอียดผลงานวิจัยที่ตีพิมพ์ในวารสารวิชาการระดับนานาชาติและหนังสือเชิญไปเป็นวิทยากร



Analysis of a flexible web on a grooved concave surface under soft EHL

Mongkol Mongkolwongrojn^{a,*}, Puttha Jeenkour^b

^a Mechanical Engineering Department, Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand

^b Graduate student, Mechanical Engineering Department, Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand

ARTICLE INFO

Article history:

Received 27 March 2012

Received in revised form

4 January 2013

Accepted 6 January 2013

Available online 16 January 2013

Keywords:

Modified Reynolds equation

Flexible web

Grooved concave surface bearing

Soft EHL with permeability

ABSTRACT

This article describes characteristics of a flexible web moving through a grooved, concave, and soft surface in an elastohydrodynamic lubrication. Both trapezoidal and semi-elliptical grooved surfaces have been investigated under air lubrication. The modified Reynolds equation based on the first-order boundary slip and permeability of a soft bearing material has been formulated and solved numerically to obtain a traction characteristics between a polypropylene web and a grooved concave surface in the contact region. The concave shape was mainly considered under varying depths of grooves, flexible web velocities, normal loads, equivalent Young's moduli, curvatures and material permeability values. The simulation results are compared between friction coefficient for a trapezoidal grooved concave surface and a semi-elliptical grooved surface.

© 2013 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

The manufacturing process of flexible webs such as plastic sheets, papers, optical and printed electronic films can be briefly divided into many parts such as casting, stretching, printing and film winding. The flexible web is moved under tension from a winding process. The characteristics of a moving web through a soft surface are extremely significant in order to obtain enough traction with low friction to improve its lifetime. Wear of flexible web on a soft surface can be greatly reduced by improving fluid film lubrication. Many theories and models used to study fluid film lubrication in flexible webs can be found, such as a model that estimated an air-film layer under a smooth roll–roll contact that was formulated by Chang et al. [1]. Then, Lei et al. [2] used a model, along with theoretical results, to analyze the amount of air entrained into a wound roll as a web passes between a nip-roll and a winding roll; the model included the effect of air-layers inside to wound roll stresses. The traction between a web and a smooth roller was numerically investigated by Müftü and Jagodnik [3] for a transporting web without nip-roller, and in 2006 [4], Sasaki et al. considered the traction force for transporting a web with nip-roller. An experimental and theoretical investigation for traction developed between a thin flexible web, wrapped around a non-vented rotating cylindrical roller, was proposed by Rice et al. [5]. Ducotey and Good [6] and Rice and Gans [7] investigated traction characteristics of a web on a circumferential grooved roller in order to improve roller surface

in web transportation without nip-roll. Byun et al. [8] proposed a spiral grooved roller where results showed that the average traction coefficient of a spiral grooved roller was lower than that of a circumferential grooved roller. Predictions of paper-web wrinkling for circumferential grooved roller were presented by Hashimoto and Nakagawa [9–10]. Then, an optimization technique was used to improve slippage and wrinkle of transporting web using micro-grooved rollers by Hikita and Hashimoto [11]. For air-lubricated porous bearings, Müftü and Altan [12] proposed a modified Reynolds equation that included air permeability in transporting web without nip-roller, and Hashimoto [13] experimentally studied a porous foil bearings for web handling. After that, Knudsen and Palmquist [14] numerically investigated the effect of porosity on a head–media interface with boundary slip. Hashimoto and Okajima [15] proposed a model which was verified by experimental results to estimate an air-film thickness between a web and a roller with consideration of air permeability. However, few researches have been investigated effects including both air permeability of the bearing material and boundary slip in web handling processes.

In this paper, the analysis of a transverse grooved concave surface nip-device to support web with minimizing friction between a web and a soft concave surface bearing were presented in Fig. 1(a) and compared with the previous nip-device as shown in Fig. 1(b). A grooved surface of the bearing and air permeability of the porous bearing material were implemented to prevent slippage of a web and a roller. The modified Reynolds equation with air permeability and boundary slip was formulated. Frictional characteristics were also investigated numerically for both a trapezoidal grooved concave surface and a semi-elliptical grooved concave surface.

* Corresponding author.

E-mail address: kmimongko@kmitl.ac.th (M. Mongkolwongrojn).

Nomenclature	
A	= cross-sectional area
b	= half width of Hertzian deformation, $b = R'(8F_n/\pi E_q R'^2)^{0.5}$
C_0, C_1, C_2	= constant values
D	= depth of groove (μm)
d	= diameter of capillary (m)
E_1, E_2	= moduli of elasticity of material in contact (N/m^2)
E_q	= equivalent modulus of elasticity, $E_q = ((1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2)^{-1}$
F	= frictional force (N)
F_n	= normal load (N)
$\bar{F}_n$	= normalized normal load, $\bar{F}_n = (F_n/W_0)/(E_q R')$
H	= normalized air film thickness, $H = h/(b^2/R')$
h	= air film thickness (μm)
h_0	= central air film thickness with deformation at $x=0$ (μm)
$\hat{h}_0$	= central air film thickness for rigid surface at $x=0$ (μm)
$h_{\min}$	= minimum air film thickness (μm)
K	= dimensionless parameter, $K = (6\eta U_w R'^2/b^3 p_0)$
k	= permeability of porous material (m^2)
k_c	= porosity parameter (m/Pa s)
L	= wavelength of rough surface
m	= total number of capillaries tubes per cross-sectional area A
N	= Nip-load (N)
n	= number of asperity
P	= normalized air pressure ($P = p/p_0$)
p	= air pressure (Pa)
p_a	= ambient air pressure (Pa)
$p_{\max}$	= maximum air pressure in contact region (Pa)
Q	= volume flow rate in porous material (m^3/s)
Q_R	= dimensionless parameter, $Q_R = PH^3(1 + [6\lambda R'/b^2 H])$
r_1, r_2	= radii of two materials in contact region, ($r_2 = r_0 + t_0$) (m)
R'	= equivalent radius, $R' = (r_1 r_2)/(r_1 + r_2)$
S	= rough surface shape (μm)
$\hat{S}$	= dimensionless porosity parameter, $\hat{S} = (12\eta k_c R'^3/b^4)$
T_w	= web tension (N/m)
t_0	= web thickness (μm)
t_w	= porous thickness (μm)
U_w	= flexible film velocity (m/s)
$\bar{U}$	= normalized flexible film speed, $\bar{U} = (\eta U_w/E_q R')$
u_s	= velocity slip (m/s)
u, w	= air velocity in x -direction and z -direction (m/s)
W_0	= flexible web width (m)
X	= normalized coordinate, $X = x/b$
x, y, z	= cartesian coordinates (m)
x_{in}	= position of inlet into contact region
x_{out}	= position of outlet into contact region
ψ_1, ψ_2	= tension angles of inlet and outlet positions, rad
δ	= elastic deformation of material into contact (m)
θ	= angle of trapezoidal groove shape (rad)
λ	= molecular mean free path
μ	= dynamic friction coefficient
η	= air viscosity (Pa s)
ρ	= air density (kg/m^3)
$\nu_{1,2}$	= Poisson's ratio of materials in contact
$\zeta_{1,2}$	= desired convergence criterion

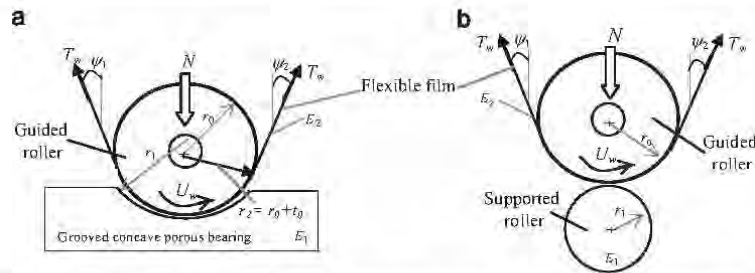


Fig. 1. Schematic diagram of the flexible web on a roller and a concave surface. (a) Modified model. (b) Previous model [1].

2. Governing equations

For this section, the governing equations for an analysis of the characteristics in soft EHL between a moving flexible web and a grooved concave surface have been formulated to obtain the modified Reynolds considering permeability of a porous material and boundary slip. The effects of air lubrication in web–roller interface have been neglected.

2.1. Air lubrication in porous material with boundary slip

For gas lubrication in porous bearings such as a thin and soft material or a thin polymer, the effect of air permeability should be considered and air-film thickness becomes very thin. Therefore, boundary slip should be included to obtain a correct air-film thickness. In this study, air flow in porous material is assumed to be uniform in z -direction and neglected in x -direction.

The velocity slip due to a porous nature of the boundary is also neglected.

Fig. 2(a) shows a velocity distribution in a flexible web–concave surface interface considering the effect of boundary slip due to air mean free path and air permeability in z -direction. The porous concave surface is at $z=0$, and the flexible web surface is at $z=h$.

The air velocity profile between a moving flexible web surface and a concave surface is assumed to be linear, and the boundary diffuse reflection is often ignored [16], so the velocity slip close to a bearing surface can be expressed as:

$$u_s = \lambda \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0^+} \quad (1)$$

where λ is defined as the molecular mean free path that equal to $0.064 \mu\text{m}$ at 25°C and 1.0 atm .

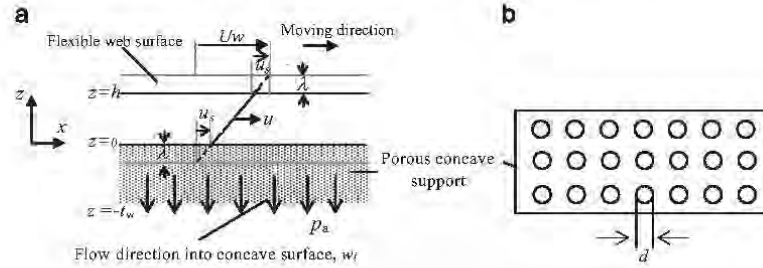


Fig. 2. Velocity distribution in the flexible film concave interface and unit cross-section of porous concave surface. (a) Velocity distribution: flow direction into concave surface, w_i . (b) Cross-sectional area A on top view of porous concave surface.

Based on Darcy's law, the air velocity in z -direction through a porous material with thickness t_w can be written as

$$w = -\frac{k}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z}; \quad -t_w < z \leq 0 \quad (2)$$

Therefore, the volume flow rate through a cross-sectional area A can be written as

$$Q = \frac{kA}{\eta} \left(\frac{p - p_a}{t_w} \right) \quad (3)$$

The porous material is assumed that there are m capillaries per cross-sectional area A with diameter d as shown in Fig. 2(b). For an incompressible fluid with laminar flow, the volume flow rate through a cross-sectional area A with m capillaries along with pressure drop given by Hagen–Poiseuille's law can be written as

$$Q = \left(\frac{m\pi d^4}{128\eta} \right) \left(\frac{p - p_a}{t_w} \right) \quad (4)$$

By substituting Eq. (4) into Eq. (3), the permeability of a porous material per unit area, k (m^2), can be written as

$$k = \frac{m\pi d^4}{128} \quad (5)$$

Boundary conditions of the velocities are

$$u(h) = U_w - \lambda \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=h} \quad (6)$$

$$u(0) = \lambda \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0} \quad (7)$$

By using Navier–Stokes equation with boundary conditions above, a velocity gradient along z -direction and a velocity profile with slip flow can be formed as shown in Eqs. (8) and (9), respectively.

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} z - \left\{ \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^2}{2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} h - U_w \right\} \quad (8)$$

$$u(z) = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{z^2}{2} - \left\{ \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^2}{2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} h - U_w \right\} z - \lambda \left\{ \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^2}{2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} h - U_w \right\} \quad (9)$$

By substituting velocity profiles in x -direction and z -direction based on Darcy's law into a continuity equation as shown in Eq. (10), the modified Reynolds equation with boundary slip and air permeability in z -direction can be expressed in Eq. (11). The modified Reynolds equation has been formulated [12] for a porous web taking into account the air permeability for both surfaces in moving web direction. The modified Reynolds equation for slider head and porous media surface has been derived

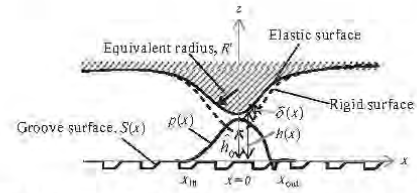


Fig. 3. Air film between the web and the concave surface interface.

[14] based on both molecular slip and porous boundary slip. The modified Reynolds equation has been formulated for air permeability in web–roller system [15]. In this paper, the modified Reynolds equation has been formulated included molecular slip and air permeability in porous grooved concave bearing.

$$\int_0^h \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \rho u dz \right\} + \int_{-t_w}^0 \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \left\{ -\frac{k}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right\} \right) dz = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\left\{ h^3 + 6\lambda h^2 \right\} \rho \frac{\partial p}{\partial x} \right] - 12\eta \left(\frac{m\pi d^4}{128\eta t_w} \right) p (p - p_a) = 6\eta U_w \frac{\partial (ph)}{\partial x} \quad (11)$$

Fig. 3 illustrates details of an air film between a web and a grooved concave surface interface where h_0 is a central air film thickness for rigid surface at $x=0$. The air film thickness can be written as

$$h(x) = h_0 + \frac{x^2}{2R'} + \delta(x) + S(x) \quad (12)$$

Material deformation $\delta(x)$ is dependent on the air pressure distribution and the equivalent Young's modulus as shown in Eq. (13) [1].

$$\delta(x) = -\frac{1}{\pi E_0} \int_{x_{in}}^{x_{out}} p(x') \ln(x-x')^2 dx' \quad (13)$$

The shapes of grooved concave surface were proposed as trapezoidal and semi-elliptical grooves as illustrated in Fig. 4(a) and (b), respectively. The trapezoidal and semi-elliptical grooves are assumed to be periodic. Trapezoidal and semi-elliptical grooves in a wavelength (L), can be divided into three and two parts, respectively, and mathematical models for both surfaces can be expressed in Eqs. (14) and (15), respectively. For a smooth surface, the shape surface $S(x)$ is equal to zero.

Trapezoidal groove surface profile can be written as

$$S_i = \begin{cases} -D & ; x_i \leq (n-0.75)L \\ |x_i - (x_n + 0.25L)| \tan \theta - D & ; (n-0.75)L < x_i \leq (n-0.5)L \\ 0 & ; (n-0.5)L < x_i \leq nL \end{cases} \quad (14)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{D}{0.25L} \right); \quad x_n = (n-1)L; \quad (15)$$

Elliptical groove surface profile can be written as

$$S_i = \begin{cases} -D \left\{ 1 - \frac{|x_i - x_n|^2}{(L/4)^2} \right\}^{1/2} & ; x_i \leq (n-0.5)L \\ 0 & ; (n-0.5)L < x_i \leq nL \end{cases} \quad (16)$$

where the shape of a groove surface is defined as S_i , D is the groove depth, L is the wavelength of a grooved surface, and n indicates groove number along the contact width.

The equilibrium force with web tension angles ψ , both inlet and outlet, and nip-load N , can be expressed as

$$F_n = W_i \{N - (T_w \cos \psi_1 + T_w \cos \psi_2)\} = W_i \int_{x_{in}}^{x_{out}} (p - p_a) dx \quad (17)$$

The relationship between Young's modulus of flexible web E_2 and web tension T_w can be estimated based on Pfeiffer's experiment [17], and it is represented by the following empirical equation

$$E_2 = C_0 + C_1 |\sigma_r|^{C_2} \quad (18)$$

where C_0 , C_1 and C_2 are constants that can be obtained experimentally and σ_r is the radial stress of a flexible web which can be estimated as

$$\sigma_r = \left(\frac{T_w \cos \psi_1 + T_w \cos \psi_2}{r_0} \right) \quad (19)$$

2.2. Friction coefficient of the air film in the contact region

Frictional force dF of the air film in the contact region can be written in Eq. (20) where $(\eta du/dz)_{z=0}$ is the shear stress of an air film at the concave surface, and dA is the shearing area. By integrating Eq. (20), the total frictional force can be obtained

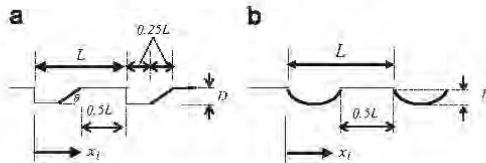


Fig. 4. Shapes of concave surface: (a) Trapezoidal groove surface, (b) Semi-elliptical groove surface.

as shown in Eq. (21).

$$dF = \left(\eta \frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=0} dA \quad (20)$$

$$F = - \int_{x_{in}}^{x_{out}} \frac{\eta W_i}{(2\lambda + h)} \left\{ \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^2}{2} + \frac{\lambda}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} h - U_w \right\} dx \quad (21)$$

The friction coefficient can be obtained as

$$\mu = \frac{F}{F_n} \quad (22)$$

where F is the total frictional force and F_n is load in z -direction.

3. Numerical calculation

Physical properties of the porous material and 20 μm polypropylene web used in calculations are shown in Table 1.

The dimensionless modified Reynolds equation can be written as Eq. (23).

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(Q_s \frac{\partial P}{\partial X} \right) = K \frac{\partial}{\partial X} (PH) + \hat{S} (P^2 - P) \quad (23)$$

where $P = p/p_a$, $H = h/(b^2/R)$, $X = x/b$, $b = R'((8F_n)/(\pi E_2 R'^2))^{0.5}$, $R' = ((r_1 r_2)/(r_1 + r_2))$, $E_2 = ((1 - \nu_1^2)/(E_1) + (1 - \nu_2^2)/(E_2))^{-1}$, $Q_s = PH^3 (1 + (6\lambda R')/(b^2 H))$, $K = ((6\eta U_w R^2)/(b^3 p_a))$, $\hat{S} = ((12\eta k_c R^3)/(b^4))$, and $k_c = ((m\pi d^3)/(128\eta t_w A))$

Finite difference method with Newton-Raphson technique was implemented to obtain EHL characteristics of a flexible web on a grooved concave surface such as air pressure and air film thickness profiles as well as frictional force distributions of the air-film in the contact region. The coupled modified Reynolds

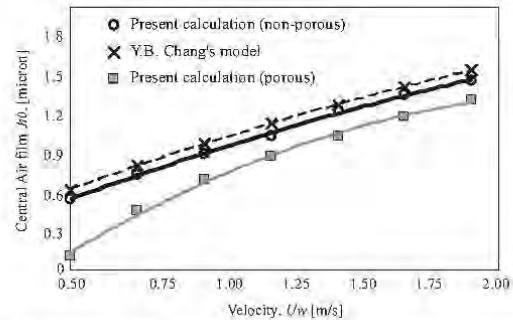


Fig. 5. Comparison of minimum air film thickness between present model and Chang's model under smooth impermeable surface.

Table 1
Physical properties of materials.

Parameter	PP-20 μm
Flexible film thickness t_0 , μm	20
Flexible film width W_i , m	0.3
Static friction coefficient between webs μ_s	0.3
Radial Young's modulus of flexible film, $E_2 = C_0 + C_1 \sigma_r ^{C_2}$, Pa	$C_0 = 1.06 \times 10^6$, $C_1 = 1.01 \times 10^8$, $C_2 = 1.0$
Poisson's ratio of concave surface ν_1	0.5
Poisson's ratio of flexible film ν_2	0.3
Young's modulus of concave surface E_1 , GPa	0.027
Radius of upper roller r_0 (m)	0.0445
Tension angles of inlet position ψ_1 , degree	60
Tension angles of inlet position ψ_2 , degree	60
Molecular mean free path of air at room temperature and atmospheric pressure λ , μm	0.064

equation, air film thickness equation, and load balance of the two surfaces in line contact are simultaneously solved using multi-grid multi-level and Newton–Raphson technique to obtain fast convergences. The convergence criteria of air pressure and load are adopted as follows:

$$\zeta_1 = \frac{\sum_{i=1}^N |p_i - p_i^0|}{\sum_{i=1}^N |p_i|} \leq 1 \times 10^{-5}; \quad \zeta_2 = \left| \frac{F_n}{W/bp_a} - \int_{x_{in}}^{x_{out}} (P-1)dX \right| \leq 1 \times 10^{-5} \quad (24)$$

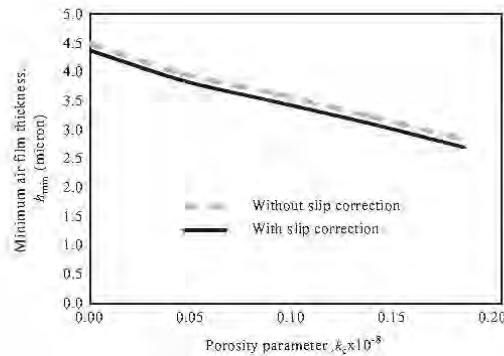


Fig. 6. The effect of boundary slip on air film thickness under smooth varying porosity parameters, ($D=0$, $T_w=100$ N/m, $U_w=10$ m/s, $F_n=25$ N, $r_0=0.0445$ m, $r_1=0.089$ m and $E_q=1.15$ MPa).

where P_i^0 is the dimensionless air pressure that had been previously evaluated in the numerical algorithm.

4. Results and discussions

In order to ensure numerical algorithm reliability, the central air film thickness, h_0 , with various web velocities for smooth non-porous material were compared with previous results under roller–roller contact as shown in Fig. 5.

Results from the present calculations without porous material show overall a small deviation from the film thickness estimated by Chang's model [1] (dashed line). However, the influence of porous material amplifies this difference significantly as shown Fig. 5.

Fig. 6 shows the variation of minimum air film thickness with respect porosity parameter with and without boundary slip correction. The minimum air film thickness with boundary slip correction should be the correct value when compared to a value without molecular slip correction [18]. The difference between the two air film thicknesses with and without molecular slip is approximately $0.126 \mu\text{m}$ as shown in Fig. 6.

Fig. 7 illustrates a comparison between air lubricant characteristics in the contact region for smooth surfaces, non-porous materials, a web tension of 200 N/m, a web velocity of 10 m/s, a normal load of 25 N, and Young's modulus equivalent to 1.22 MPa for the modified model; flexible web between guided roller and concave surface as shown in Fig. 1(a) and the previous; flexible web between guided roller and supported roller as shown in Fig. 1(b). For the modified model with a concave surface, the contact width approximately 6.0 mm is larger than the contact width for the previous model which is approximately 3.0 mm as the resulting air film thickness profile increases and air pressure

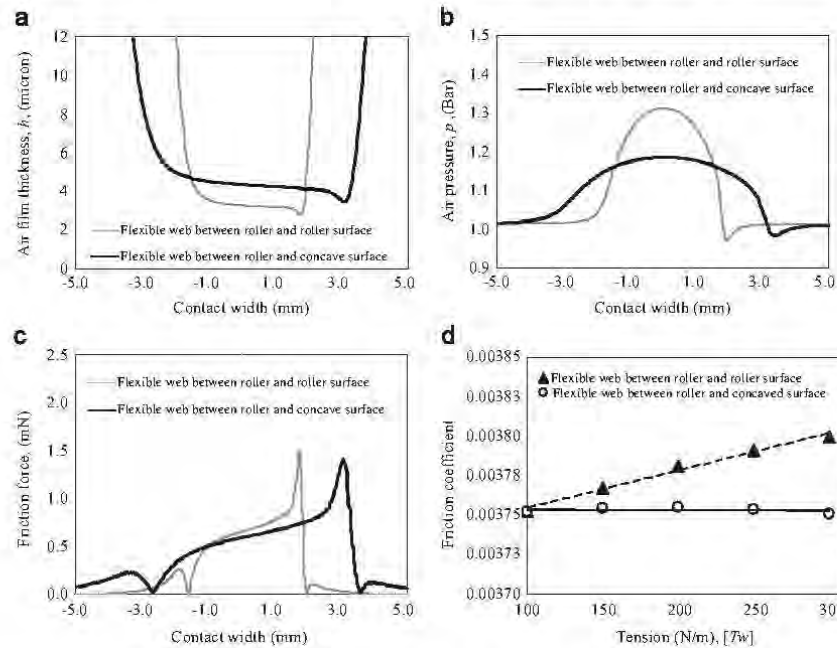


Fig. 7. Comparison of air pressure profiles and air film thickness profiles between two rollers and concave models, ($T_w=200$ N/m, $U_w=10$ m/s, $F_n=25$ N, $r_0=0.0445$ m, $r_1=0.089$ m and $E_q=1.22$ MPa). (a) Air film thickness profile. (b) Air pressure profile. (c) Friction force profile. (d) Friction coefficient under varying tensions.

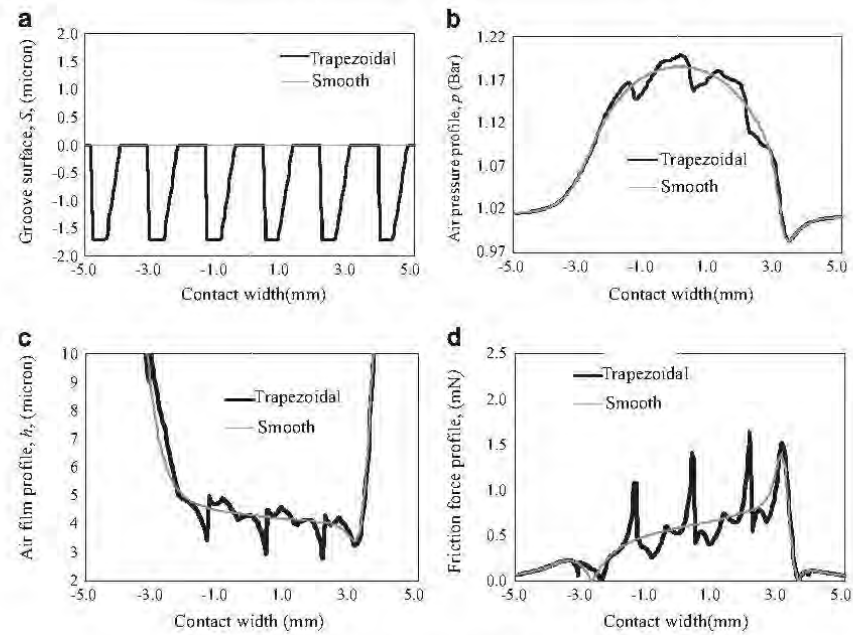


Fig. 8. Characteristics of air lubrication in contact area between trapezoidal groove surface and smooth surface, ($U_w = 10$ m/s, $T_w = 200$ N/m, $F_n = 25$ N, $E_q = 1.44$ MPa and $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$). (a) Concave roughness. (b) Air pressure profile. (c) Air film thickness profile. (d) Traction profile.

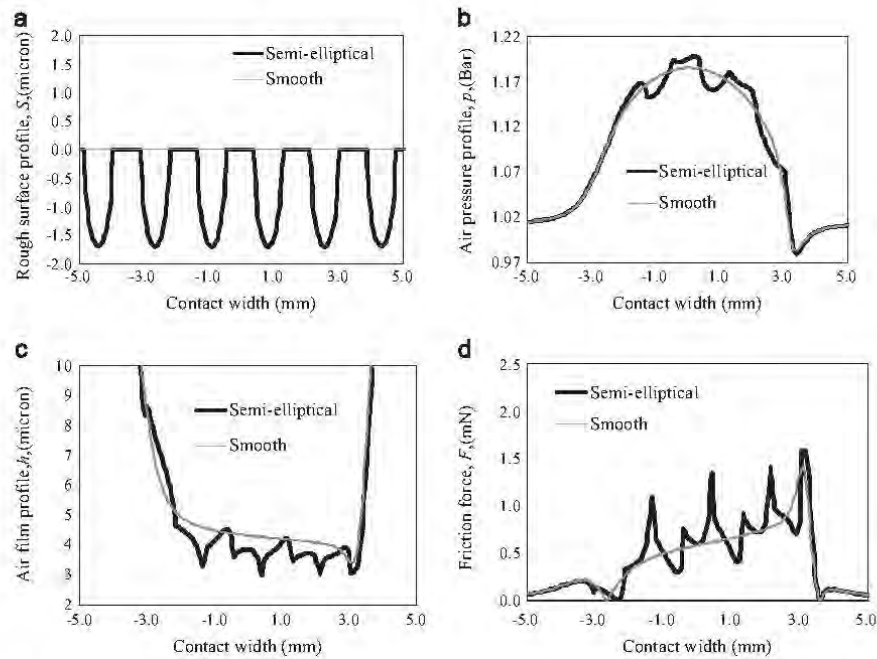


Fig. 9. Characteristics of air lubrication in contact area between semi-elliptical groove surface and smooth surface, ($U_w = 10$ m/s, $T_w = 200$ N/m, $F_n = 25$ N, $E_q = 1.44$ MPa and $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$). (a) Concave roughness. (b) Air pressure profile. (c) Air film thickness profile. (d) Traction profile.

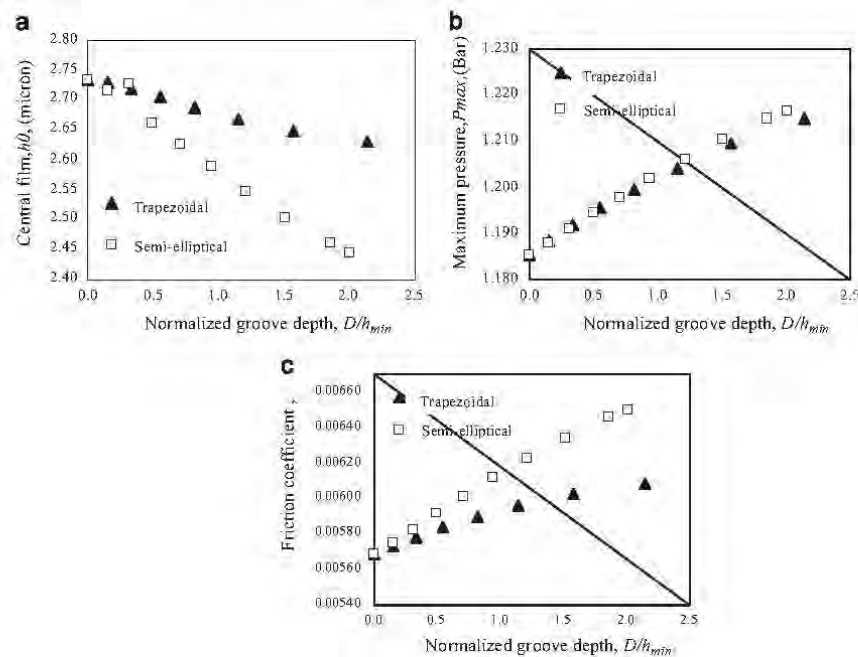


Fig. 10. Comparisons of friction coefficients, maximum air pressure and central air film thickness for trapezoidal and semi-elliptical groove surfaces under various groove depths, ($U_a = 10$ m/s, $T_w = 200$ N/m, $F_n = 25$ N, $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$, $E_g = 1.44$ MPa and $k_g = 0.2 \times 10^{-8}$). (a) Air film at central into contact region: normalized groove depth, D/h_{min} . (b) Maximum air pressure: normalized groove depth, D/h_{min} . (c) Friction coefficient: normalized groove depth, D/h_{min} .

profile becomes lower than that for a convex roller surface, as shown in Fig. 7(a) and (b). Due to the increasing and decreasing in air film thickness and air pressure profile, respectively, in a concave surface, the maximum frictional force in the web-concave surface interface is reduced slightly as shown in Fig. 7(c). Moreover, Fig. 7(d) shows friction coefficients under varying web tensions for the modified model also become slightly lower than the previous model, so wear of a nip-device can be reduced by using a concave surface.

However, frictional force becomes significant to prevent slippage for a high speed web velocity. High speed webs are in demand for various applications so a rough surface technique has been implemented for improving web handling process. The characteristics of air lubrication under a non-porous material such as air pressure and air film thickness as well as frictional force profiles under trapezoidal and semi-elliptical shapes were compared with smooth surfaces as shown in Figs. 8 and 9, respectively. Results show both surfaces give thinner minimum air film thicknesses than a smooth surface; thus maximum air pressure and frictional forces become greater than a smooth surface's value.

Fig. 10 shows influences of groove depths of both trapezoidal and semi-elliptical grooves under a velocity of 10 m/s, a tension of 200 N/m, a normal-load of 25 N, a normalized radial clearance of 1.0, Young's modulus equivalent to 1.22 MPa, and an air permeability parameter of 0.2×10^{-8} . The central air film thicknesses for both trapezoidal and semi-elliptical grooves decrease as groove depths increase due to an air pressure drop within the grooves (Fig. 10(a)). Therefore, maximum air pressure and friction coefficient increase nonlinearly as the groove depth increase, Fig. 10(b) and (c), especially for trapezoidal grooves; this results

in a friction coefficient that is lower for a trapezoidal groove structure than a semi-elliptical groove as shown in Fig. 10(c).

Fig. 11 shows effects of normal load on central air film thicknesses, maximum air pressure and friction coefficients under a velocity of 10 m/s and 100 N/m in web tension, groove depth of $2.0 \mu\text{m}$, a normalized radial clearance of 1.0, Young's modulus equivalent to 1.16 MPa and the air permeability parameter of 0.2×10^{-8} . The results show all three profiles central air film thicknesses decreased due to increases in normal load as shown in Fig. 11(a), resulting in increases in maximum air pressure and friction coefficients, as shown in Fig. 11(b) and (c), respectively, with a lower frictional coefficient in a trapezoidal groove structure.

The effect of equivalent Young's modulus, E_g , maximum air pressure and friction coefficients under a velocity of 10 m/s, groove depth of $1.75 \mu\text{m}$, a normal-load of 25 N, a normalized radial clearance of 1.0, and an air permeability parameter of 0.2×10^{-8} on central air film thickness are shown in Fig. 12. The central air film thicknesses for smooth, trapezoidal, and semi-elliptical surfaces are decreased nonlinearly as equivalent Young's modulus increase, due to a decrease in material deformation in a web-concave interface. Consequently, the maximum air pressure and friction coefficients are increased as E_g increases, as shown in Fig. 12(a) and (c), again, with lower friction coefficients in a trapezoidal structure.

Fig. 13 shows effects of concave radial clearance under a velocity of 10 m/s, a groove depth of $1.75 \mu\text{m}$, a tension of 200 N/m, a normal-load of 25 N, and an air permeable parameter of 0.2×10^{-8} . Normalized radial clearance is $(r_1 - r_2)/r_1$. For an increase in a concave radial clearance, the contact width becomes smaller, thus the effective normal load area is reduced, and this

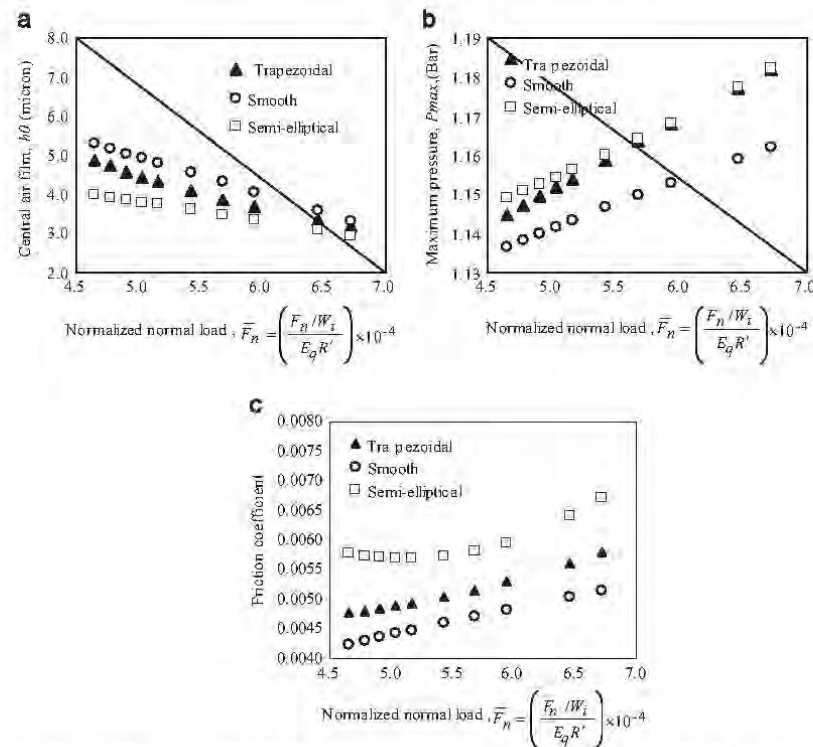


Fig. 11. Comparisons of the friction coefficient, the maximum air pressures and central air film for trapezoidal, smooth, and semi-elliptical groove surfaces under various normalized normal load ($U_a = 10$ m/s, $T_a = 100$ N/m, $D = 2.0$ μ m, $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$, $E_s = 1.16$ MPa and $k_c = 0.2 \times 10^{-8}$). (a) Air film at central into contact region: normalized normal load, $\bar{F}_n = ((F_n/W_t)/(E_q R')) \times 10^{-4}$, (b) Maximum air pressure: normalized normal load, $\bar{F}_n = ((F_n/W_t)/(E_q R')) \times 10^{-4}$, (c) Friction coefficient: normalized normal load, $\bar{F}_n = ((F_n/W_t)/(E_q R')) \times 10^{-4}$.

leads to a central air film thickness reduction. Therefore, maximum air pressure and friction coefficients become larger as concave radial clearances are increased. Therefore, it can be concluded that a more conformal concave surface ($r_2 \rightarrow r_1$) results in lower friction than a flat [$r_2 - r_1/r_1 \rightarrow 1.0$ or a convex supporting surface]. A trapezoidal groove structure gives a low friction coefficient compared with a semi-elliptical groove structure, although, all groove surfaces yield higher friction coefficients when compared with a smooth surface.

Effects of porosity on concave smooth, trapezoidal, and semi-elliptical surfaces under a velocity of 10 m/s, a groove depth of 1.75 μ m, a tension of 200 N/m, a normal-load of 25 N, and a normalized radius of 1.0 are shown in Fig. 14. When air permeability increases or air volume inside a web-concave interface becomes smaller, the central air film thickness is decreased; this leads to an increase in both maximum air pressure and friction coefficient as shown in Fig. 14(a)–(c). For a trapezoidal groove structure, a friction coefficient is lower than a semi-elliptical groove structure.

Finally, the effect of velocities on central air film thicknesses, maximum air pressure and friction coefficients for a smooth, trapezoidal, and semi-elliptical surfaces under a normal-load of 25 N, a web tension of 200 N/m, groove depth of 1.75 μ m, normalized radius of 1.0, and air permeability parameter of 0.2×10^{-8} are shown in Fig. 15. Results show increasing relationships between central air film thickness and web velocity as shown in Fig. 15(a) where maximum air pressure is rapidly

decreased for both trapezoidal and semi-elliptical grooves despite a constant maximum air pressure on a smooth surface. Friction coefficient for smooth, trapezoidal and semi-elliptical grooved surfaces with parabolic web speed. For a smooth surface, the minimum friction coefficient is 0.00525 which corresponds to a normalized flexible web speed of 6.0. The minimum friction coefficient decreases to 0.0055 at a normalized flexible web speed of 6.5 for a trapezoidal grooved structure. For a semi-elliptical grooved structure, the minimum friction coefficient is 0.00575 at a normalized flexible web speed of 7.0.

5. Conclusions

In this paper, the characteristics of air lubrication of a flexible web were numerically investigated and examined for porous grooved concave surface nip-devices; trapezoidal and semi-elliptical grooves were implemented to control friction in concave surface bearings for a high efficiency web manufacturing process. The main conclusions are summarized as follow:

- (1) For concave surface bearing, the maximum frictional force of a fluid film in the contact region is reduced when compared with a typical convex support roller. This can reduce web damage due to an extreme frictional force. Moreover, the area

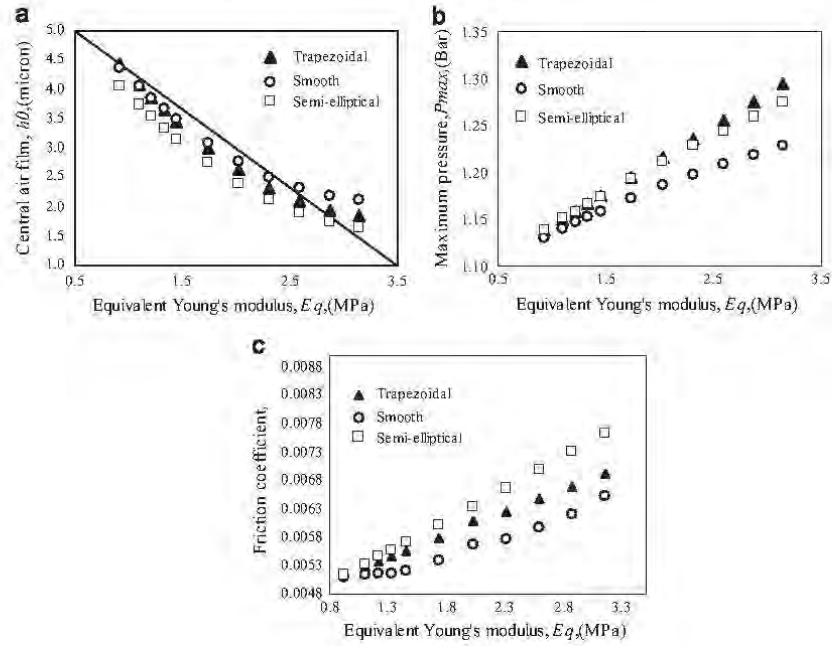


Fig. 12. Comparisons of the friction coefficient, the maximum air pressures and central air film for trapezoidal, smooth, and semi-elliptical groove surfaces under various equivalent Young's moduli ($U_w = 10$ m/s, $D = 1.75$ μ m, $F_e = 25$ N, $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$ and $k_c = 0.2 \times 10^{-8}$). (a) Air film at central into contact region, equivalent Young's modulus, E_q , (MPa). (b) Maximum air pressure, equivalent Young's modulus, E_q , (MPa). (c) Friction coefficient, equivalent Young's modulus, E_q , (MPa).

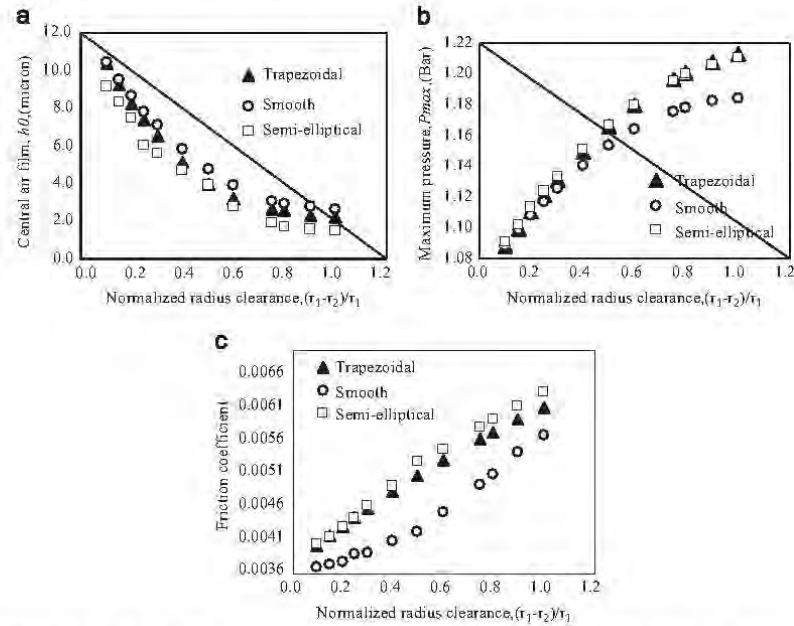


Fig. 13. Comparisons of the friction coefficient, the maximum air pressures and minimum air film for trapezoidal, smooth, and semi-elliptical groove surfaces under various normalized radial clearance, ($U_w = 10$ m/s, $F_e = 25$ N, $T_w = 200$ N/m, $D = 1.75$ μ m, $E_q = 1.44$ MPa and $k_c = 0.2 \times 10^{-8}$). (a) Air film at central into contact region: normalized radius clearance, $(r_1 - r_2)/r_1$. (b) Maximum air pressure: normalized radius clearance, $(r_1 - r_2)/r_1$. (c) Friction coefficient: normalized radius clearance, $(r_1 - r_2)/r_1$.

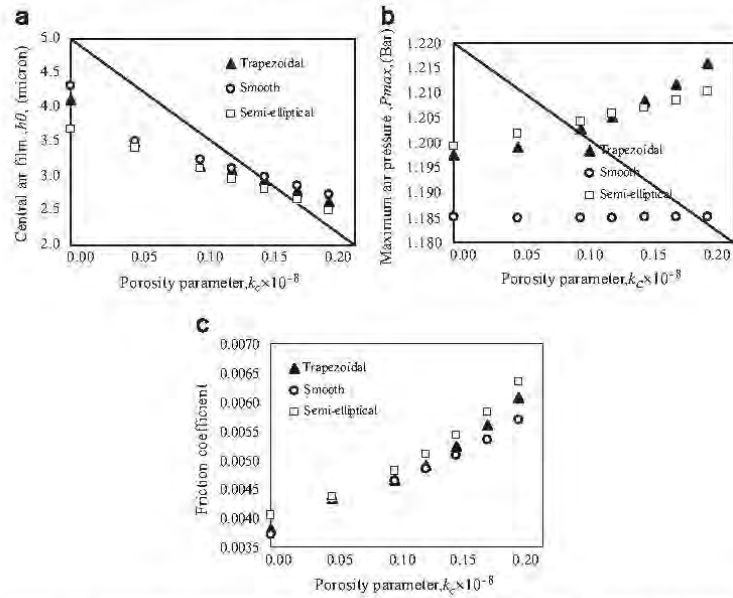


Fig. 14. Comparisons of friction coefficients, maximum air pressure and minimum air film thicknesses for trapezoidal, smooth, and semi-elliptical groove surfaces under various permeability values, ($U_w = 10$ m/s, $F_a = 25$ N, $T_a = 200$ N/m, $D = 1.75$ μ m, $E_g = 1.44$ MPa and $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$). (a) Air film at central into contact region, porosity parameter, $k_c \times 10^{-8}$. (b) Maximum air pressure, porosity parameter, $k_c \times 10^{-8}$. (c) Friction coefficient, porosity parameter, $k_c \times 10^{-8}$.

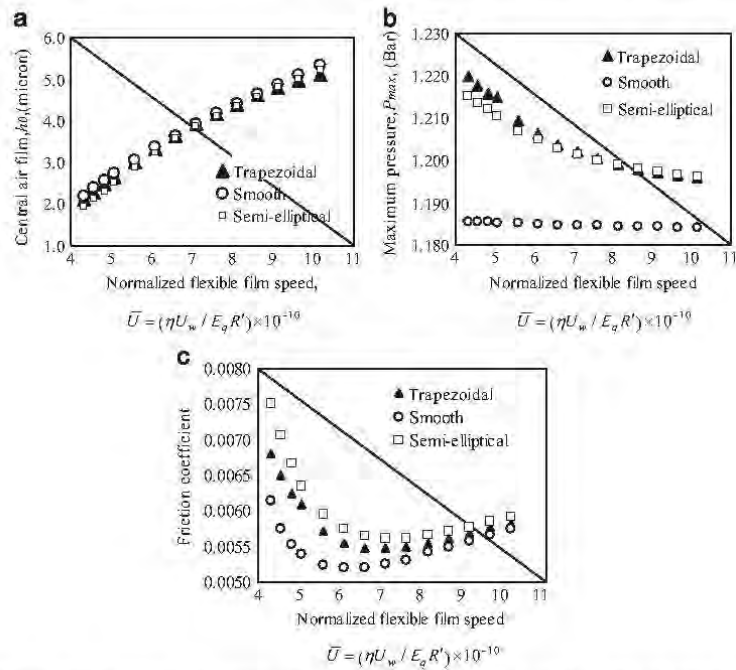


Fig. 15. Comparisons of friction coefficient, maximum air pressure and central air film thickness for trapezoidal, smooth, and semi-elliptical grooved surfaces under various flexible film speed, ($F_a = 25$ N, $T_a = 200$ N/m, $D = 1.75$ μ m, $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$, $E_g = 1.44$ MPa and $k_c = 0.2 \times 10^{-8}$). (a) Air film at central into contact region: normalized flexible film speed, $\bar{U} = (\eta U_w / E_g R') \times 10^{-10}$. (b) Maximum air pressure: normalized flexible film speed, $\bar{U} = (\eta U_w / E_g R') \times 10^{-10}$. (c) Friction coefficient: normalized flexible film speed, $\bar{U} = (\eta U_w / E_g R') \times 10^{-10}$.

- that supports a moving flexible web is increased and can potentially prevent slippage of a moving web.
- (2) When trapezoidal groove are fabricated on a concave surface, the friction coefficient is lower than making semi-elliptical grooves; energy loss in web handling is reduced. However, friction and energy loss would be even lower with a smooth concave surface nip-device.

Acknowledgement

The authors wish to acknowledge Thailand Research Fund for financial support under the Royal Golden Jubilee Ph.D. Program (RGJ) and under Grant no. BRG-5180019.

References

- [1] Chang YB, Chambers FW, Shelton JJ. Elastohydrodynamic lubrication of air-lubricated rollers. *ASME Journal of Tribology* 1996;118:623–8.
- [2] Lei H, Cole KA, Weinstein SJ. Modeling air entrainment and temperature effects in winding. *ASME Journal of Applied Mechanics* 2003;70:902–14.
- [3] Müftü S, Jagodnik JJ. Traction between a web and a smooth roller. *ASME Journal of Tribology* 2004;126:177–84.
- [4] Sasaki M, Kohno K, Tanimoto K, Takahashi S, Suzuki S, Hashimoto H. Traction force between rotation rolls and moving web considering the effect of air-entrainment. *Microsystem Technologies* 2007;13:1161–116.
- [5] Rice BS, Cole KA, Müftü S. A model for determining the asperity engagement height in relation to web traction over non-vented rollers. *ASME Journal of Tribology* 2002;124:584–94.
- [6] Ducotey KS, Good JK. A numerical algorithm for determining the traction between a web and a circumferentially grooved roller. *ASME Journal of Tribology* 2000;122:578–84.
- [7] Rice BS, Gans RF. Predictive models of web-to-roller traction. *ASME Journal of Tribology* 2005;127:180–9.
- [8] Quang Tran SB, Yoo YH, Ko JH, Kim J, Byun DY, Lee JW, Byun YH, Shin KH. Experimental and numerical study of air entrainment between web and spirally grooved roller. *ASME Journal of Tribology* 2009;131:1–8.
- [9] Hashimoto H, Nakagawa H. Improvement of web spacing and friction characteristics by two types of stationary guides. *ASME Journal of Tribology* 2001;123:509–16.
- [10] Hashimoto H. Prediction model of paper-web wrinkling and some numerical calculation examples with experimental verifications. *Microsystem Technologies* 2007;13:933–41.
- [11] Hikita S, Hashimoto H. Improvement of slippage and wrinkling of transporting webs using micro-grooved rollers. *JSME Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing* 2010;4:226–37.
- [12] Müftü S, Altan MC. Mechanics of a porous web moving over a cylindrical guide. *ASME Journal of Tribology* 2000;122:418–26.
- [13] Hashimoto H. Experimental study of porous foil bearings for web-handling. *Tribology International* 2000;33:191–6.
- [14] Knudsen JK, Palmquist KE. The effect of porosity on the head-media interface. *ASME Journal of Tribology* 2001;123:555–60.
- [15] Hashimoto H, Okajima M. Theoretical and experimental investigations into spacing characteristics between roller and three types of webs with different permeabilities. *ASME Journal of Tribology* 2006;128:267–74.
- [16] Burgdorfer A. The influence of the molecular mean free path on the performance of hydrodynamic gas lubricated bearings. *ASME Journal of Basic Engineering* 1959;81:94–100.
- [17] Pfeiffer JD. Internal pressure in a wound roll. *Tappi Journal* 1966;49:342–3.
- [18] Zhou WD, Wong CH, Liu B, Yu SK, Hua W. Effect of temperature dependent air properties on the performances of a thermal actuated slider. *Tribology International* 2009;42:902–10.

TEHL Analysis of Rough Surface Spur Gears with Non-Newtonian Lubricants under Sudden Overloads*

Mongkolwongrojn MONGKOL** and Panichakorn JESDA**

** Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering,
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand
E-mail: kmmongko@kmitl.ac.th

Abstract

The time-dependent modified Reynolds equation, elasticity equation, and energy equation with initial conditions were formulated and solved numerically using a multi-grid multilevel with full approximation technique for an involute spur gear. In this analysis, the normal load and sudden overload are applied on either two pairs or one pair of gear teeth. The transition from two pairs to one pair and vice versa are modeled as a step variation of load. The effects of overload, surface roughness, non-Newtonian lubricant properties of the meshing gear in the region along the line of action are examined. The results show that lubricant properties and surface roughness have significant effects on film thickness, film temperature and friction coefficient for spur gears with rough surfaces. The minimum film thickness is decreased rapidly with the decrease of lubricant power law index. For gears operated at a sudden overload condition, the film temperature and friction coefficient are severely increased.

Key words: Spur Gears, TEHL, Non-Newtonian Lubricant, Surface Roughness, Sudden Overload Condition

1. Introduction

The TEHL analysis of involute spur gear under non-stationary condition is still a very complex problem. It is very hard to predict the film thickness and film temperature of lubricant in the contact region. In this case, it is not only the load that varies, but entrainment velocity and contact geometry also varies, as the gear teeth come into action. Moreover, the surface roughness of gear teeth, behavior of lubricant properties undergoing high shear stress and the load may all vary over a wide range along the line of the action. So it is very hard to get all these effects into the transient thermal elastohydrodynamic convergent solution of an involute spur gear.

The gear problem has historically been solved with different simplifications. The numerical solution of elastohydrodynamic lubrication (EHL) problems was solved by Dowson and Higginson[1]. Many numerical analyses have been obtained in the area ranging from thermoelastohydrodynamic (TEHD) lubrication problems to transient EHL problems. Wang and Cheng [2,3] made a Grubin-type analysis of involute spur gear transmissions and were able to calculate the minimum film thickness at several points along the line of action. Lee and Hamrock [4] used the Newton-Raphson method to calculate time-dependent EHL problems under low load conditions. Khonsari, Wang, and Qi[5] formulated Reynolds and energy equations for non-Newtonian liquid-solid lubricants in line contact. Hua and Khonsari [6] gave an isothermal full transient solution of involute spur

*Received 20 May, 2012 (No. 12-0224)
[DOI: 10.1299/jamdsm.6.1031]

Copyright © 2012 by JSME

gear but did not consider the dynamic load in the model. More recently, a full isothermal transient non-Newtonian EHL solution to the Reynolds equation was given by Larsson [7]. Lubrecht, Ten Napel, and Bosma [8] showed that the multigrid algorithm is more efficient than the Newton-Raphson method in solving EHL with roughness effect. The multigrid technique has been developed to solve transient thermo-elastohydrodynamic lubrication (TEHL) by Osborn and Sadeghi [9]. Ai and Cheng [10] presented the formulation of the transient rough EHL problem using a multigrid technique. The results showed that surface roughness induced transient effects significantly in the pressure distribution in line contact. Youqiang Wang [11] present the formulation of the transient TEHL in spur gear problem. The results showed that the transient effect condition has significant effects to the film temperature and film thickness of lubricant in contact region. M. Mongkolwongrojn [12] showed that the non-Newtonian lubricant has significant effects to the film temperature and film thickness of lubricant in contact region under sudden load.

In the present analysis, the non-Newtonian (power law model) and sudden overload conditions are incorporated. Rigid gear teeth rough surfaces are assumed in this full transient thermal EHL analysis. Finite difference multigrid multilevel method with full approximate scheme techniques were implemented to calculate the transient TEHD lubrication with non-Newtonian lubricant properties under gear teeth carrying a sudden overload. Minimum film thickness, maximum film temperature and friction coefficient were determined at different contact points along the line of action.

Nomenclature

- b : Semi-width of Hertzian contact under load w'_0 , m , $b = R_0(8W'_0/\pi)^{1/2}$
 C_{RT} : Transient dimensionless curvature sum, $C_{RT} = R_x/R_0$
 C_{UT} : Transient dimensionless entrainment velocity, $C_{RT} = \bar{u}/u_0$
 C_{WT} : Transient dimensionless load, $C_{WT} = w'/w'_0$
 $D(X)$: Dimensionless of combined surface roughness of gear and pinion
 $E_{1/2}$: Elastic modulus of pinion/gear, Pa
 E' : Effective elastic modulus, Pa , $1/E' = 1/2[(1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2]$
 f : Friction coefficient of pinion
 h : Lubricant film thickness, m
 h_0 : Rigid central film thickness, m
 H : Dimensionless film thickness, $H = h(R_0/b^2)$
 H_0 : Dimensionless rigid central film thickness, $H_0 = h_0(R_0/b^2)$
 K : Constant in modified Reynold equation
 k : Thermal conductivity of lubricant, $W/m \cdot K$
 k_0 : Thermal conductivity of lubricant at ambient pressure, $W/m \cdot K$
 $\bar{k}_p$: Dimensionless Thermal conductivity of lubricant $\bar{k}_p = k/k_0$
 K_{T1} : Constant in Energy equation
 K_{T2} : Constant in Energy equation
 K_{T3} : Constant in Energy equation
 m_0 : Apparent viscosity at the shear rate of unit, $Pa \cdot s$
 n : Power law index
 p : Pressure, Pa
 P : Dimensionless pressure, $P = p/P_H$
 P_H : Maximum Hertzian pressure, Pa , $P_H = E'(W'_0/2\pi)^{1/2}$
 r_a : Base cycle radius of pinion, m
 r_b : Base cycle radius of gear, m
 R_0 : Equivalence pitch cycle radius, m , $1/R_0 = 1/r_a \sin(\bar{\varphi}) + 1/r_b \sin(\bar{\varphi})$
 R_1 : Radius of curvature of pinion teeth, m

R_2	: Radius of curvature of gear teeth, m
R_X	: Curvature sum, m , $1/R_X = 1/R_1 + 1/R_2$
$\bar{S}$	: Along Line of action, m
S_0	: Slip ratio, $S_0 = (u_2 - u_1)/\bar{u}$
t	: Time, s
$\bar{t}$	: Dimensionless time, $\bar{t} = t(u_0/b)$
T	: Temperature, K
T_1	: Surface temperature of pinion, K
T_2	: Surface temperature of gear, K
T_0	: Inlet temperature, K
u	: Film velocity, m/s
u_1	: Pinion teeth surface velocity, m/s
u_2	: Gear teeth surface velocity, m/s
$\bar{u}$	: Entrainment velocity, m/s , $\bar{u} = (u_2 + u_1)/2$
u_0	: Reference velocity, m/s
u^*	: Dimensionless film velocity, $u^* = u/u_0$
w'	: Transient load, N/m
w'_0	: Reference load, N/m
W'_0	: Dimensionless reference load, $W'_0 = w'_0/E'R_0^2$
x	: Coordinate, m
X	: Dimensionless coordinate, $X = x/b$
z	: Coordinate, m
Z	: Dimensionless coordinate, $Z = z/h$
Z_1	: Viscosity-Pressure index
θ	: Dimensionless film temperature, $\theta = T/T_0$
θ_1	: Dimensionless pinion teeth surface temperature, $\theta_1 = T_1/T_0$
θ_2	: Dimensionless gear teeth surface temperature, $\theta_2 = T_2/T_0$
μ	: Equivalent viscosity, $Pa \cdot s$
$\bar{\mu}$	: Dimensionless equivalent viscosity, $\bar{\mu} = \mu/\mu_0$
μ_0	: Inlet viscosity, $Pa \cdot s$
τ	: Shear stress of lubricant, Pa
ρ	: Density of lubricant, kg/m^3
ρ_0	: Inlet density of lubricant, kg/m^3
$\bar{\rho}$	: Dimensionless density of lubricant, $\bar{\rho} = \rho/\rho_0$
$\bar{\varphi}$	: Pressure angle, <i>degree</i>

2. Load, curvature and velocity

The force that is transmitted between two teeth in a meshing gear has a complex behaviour and it is difficult to estimate it. In this analysis, gear teeth load is assumed to act along the line of action. The gear teeth are assumed to be rigid and the dynamics of the gear are neglected. The pitch error is assumed to be very small and will not influence the load. With these assumptions, the load will be constant as long as two pair of gear teeth carry the total load. When only one pair carries the load, the gear teeth load will immediately be doubled. Fig. 1 shows the geometric parameters of an involute spur gear transmission. The contact between gear teeth at a distance $\bar{S}$ from the pitch line in a pair of involute gear wheel having radii r_a and r_b and a pressure angle $\bar{\varphi}$ can be represented by two circular cylinders rotating with the same angular velocity ω_a and ω_b as the wheel themselves. These radii vary along the line of the action as:

$$R_1(\bar{S}) = r_a \sin(\bar{\psi}) - \bar{S} \quad (1)$$

$$R_2(\bar{S}) = r_b \sin(\bar{\psi}) + \bar{S} \quad (2)$$

The teeth both roll and slide against each other except at the pitch point, where is a pure rolling condition. The tooth surface velocity are:

$$u_1(\bar{S}) = \omega_a R_1(\bar{S}) \quad (3)$$

$$u_2(\bar{S}) = \omega_b R_2(\bar{S}) \quad (4)$$

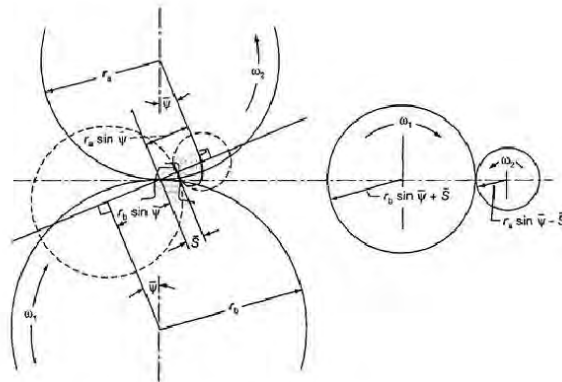


Fig.1 Geometric parameter of an involute spur gear.

3. Governing equation

The time-dependent thermo-elastohydrodynamic lubrication of rolling/sliding line contact can be solved simultaneously by using the Reynolds, elasticity, and energy equations to obtain film pressure, film temperature and film thickness distributions and traction coefficient.

3.1 Modified Reynolds equation

The relationship between shear stress and shear rate of non-Newtonian lubrication in this work can be approximated using a power-law viscosity model.

$$\tau_{xz} = \mu^* \frac{\partial u}{\partial z} \quad \text{and} \quad \tau_{yz} = \mu^* \frac{\partial v}{\partial z} \quad (5)$$

Where the equivalent viscosity

$$\mu^* = m_0 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]^{(n-1)/2} \quad (6)$$

The dimensionless modified Reynolds equation for transient thermal line contact problem with consideration of the temperature dependency of viscosity and density across the film can be written as [12]:

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\epsilon \frac{\partial P}{\partial X} \right) = K \left\{ C_{ur} \frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho} H) + C_{ut} \left(\frac{S_0}{2} \right) \frac{\partial}{\partial X} \left(\bar{\rho} H \left(1 - 2 \frac{\bar{\mu}_{e0}}{\bar{\mu}_{e1}} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} H) \right\} \quad (7)$$

Where

$$K = \frac{u_0 \mu_0 R_0^2}{b^3 P_H} \quad (8)$$

$$\varepsilon = \bar{\rho} H^3 \left(\frac{1}{\bar{\mu}_{e2}} - \frac{\bar{\mu}_{e0}}{\bar{\mu}_{e1}} \right) \quad (9)$$

$$\frac{1}{\bar{\mu}_{ei}} = \int_0^1 \frac{Z^i}{\bar{\mu}^*} dZ \quad (10)$$

Where the boundary conditions are

$$X = X_{inlet}, P = 0 \quad ; \quad X = X_{exit}, P = \frac{\partial P}{\partial X} = 0 \quad (11)$$

3.2 The apparent viscosity equation

The apparent viscosity in power-law viscosity model needs to be included as a correction factor for viscosity-pressure-temperature[13]. The dimensionless apparent viscosity can be written as

$$\bar{\mu}^* = \frac{m_0}{\mu_0} \left| \frac{u_0 R_0}{b^2} \right|^{n-1} \left| \frac{1}{H} \frac{\partial u^*}{\partial Z} \right|^{n-1} \exp\{(\ln(\mu_0) + 9.67) \times (-1 + (1 + 5.1 \times 10^{-9} P_H P)^{z_1}) - \gamma T_0 (\theta - 1)\} \quad (12)$$

3.3 The density equation

The dimensionless density of lubricant according to Dowson and Higginson[1] obeys the following relation

$$\bar{\rho} = \left(1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} P_H P}{1 + 1.7 \times 10^{-9} P_H P} \right) (1 - \beta T_0 (\theta - 1)) \quad (13)$$

3.4 Thermal conductivity of oil film

The effect of pressure on thermal conductivity has been implemented in the thermal EHD calculation by Wang.[13]

$$\bar{k}_p = 1 + \frac{\alpha_{K,1} P_H P}{1 + \alpha_{K,2} P_H P} \quad (14)$$

3.5 The film thickness equation

The film thickness, including the deformation of surface under line contact, is given as

$$H = H_0 + \frac{X^2}{2C_{RT}} + D(X) - \frac{1}{\pi} \int_{X_{inlet}}^{X_{exit}} P(X') \ln|X - X'| dX' \quad (15)$$

Where $D(X)$ is the dimensionless combined surface roughness of gear and pinion with random roughness distribution.

3.6 The load equation

The total load carrying capacity of the lubricant is due to hydrodynamic action. The dimensionless form of load balance equation is

$$\int_{X_{inlet}}^{X_{exit}} P dX = C_{WT} \left(\frac{\pi}{2} \right) \quad (16)$$

3.7 Energy equation

The surface in the contact region can be simplified as semi-infinite body. Following Carslaw and Jaeger, the heat conduction in the surface can be analyzed by ignoring the heat conduction in the X and Y directions. The time-dependent dimensionless energy equation for the oil film is then given as [12]:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} = K_{T1} \left(\frac{\bar{\rho} H^2}{k_p} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial \bar{t}} + u^* \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) - K_{T2} \left(\frac{\bar{\mu}^*}{k_p} \right) \left(\frac{\partial u^*}{\partial \bar{t}} \right)^2 - K_{T3} \left(\frac{\theta H^2}{k_p} \right) \left(\frac{\partial P}{\partial \bar{t}} + u^* \frac{\partial P}{\partial X} \right) \quad (17)$$

Where

$$K_{T1} = \frac{u_0 \rho_0 c_p b^3}{k_0 R_0^2} \quad (18)$$

$$K_{T2} = \frac{\mu_0 u_0^2}{k_0 T_0} \quad (19)$$

$$K_{T3} = \frac{\beta u_0 b^3 P_H}{k_0 R_0^2} \quad (20)$$

The boundary conditions of the energy equation are [15]

$$\theta_{1/2} = 1 \pm \frac{k_0 R_0}{\sqrt{\pi \rho_{1/2} c_{p,1/2} k_{1/2} b^3 u_0 C_{UT} \left(1 - \frac{s_0}{2}\right) x_{inlet}}} \int_{x_{inlet}}^{x_{exit}} \left(\frac{\bar{k}_p}{H} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial Z} \right)_{Z=0/1} \frac{dX'}{\sqrt{X - X'}} \quad (21)$$

$$\theta(X_{inlet}) = 1 \quad (22)$$

3.8 The friction coefficient

The friction coefficient on pinion tooth surface is defined as

$$f = \frac{\mu_0 u_0 R_0}{w_0' b C_{WT}} \int_{x_{inlet}}^{x_{exit}} \left(\frac{\bar{\mu}^*}{H} \right) \left(\frac{\partial u^*}{\partial Z} \right)_{Z=0} dX \quad (23)$$

4. Computational procedure and numerical

The numerical solution of the governing equations described above is carried out by the pressure-temperature iteration between transient modified Reynolds, elasticity and energy equations of the thermo-elastohydrodynamic lubrication with non-Newtonian lubricants, using multi-grid with full approximation scheme technique. Modified Reynolds equation is solved on a uniform grid by the finite difference method. The multi-grid technique has been utilized to improve the convergence rate.

The coupled time-dependent modified Reynolds equation, energy equation, film thickness equation, and load balance of the two surfaces in line contact with non-Newtonian lubricants are simultaneously solved using multi-grid multi-level and Newton-Raphson techniques to obtain fast convergence. The convergence criteria of pressure, temperature, and hydrodynamic load are adopted as follows:

$$\sum_{i=0}^N |P_i^{k+1} - P_i^k| / \sum_{i=0}^N P_i^{k+1} \leq 0.0001 \quad (24)$$

$$\sum_{i=0}^N |\theta_i^{k+1} - \theta_i^k| / \sum_{i=0}^N \theta_i^{k+1} \leq 0.0001 \quad (25)$$

$$\left| C_{WT} \left(\frac{\pi}{2} \right) - \int_{X_{inlet}}^{X_{exit}} P dX \right| / C_{WT} \left(\frac{\pi}{2} \right) \leq 0.0001 \quad (26)$$

During each time interval, the modified Reynolds equation, elasticity equation and energy equation are calculated using boundary conditions and initial conditions to obtain pressure and temperature distributions. In this problem, the boundary condition X_{inlet} and X_{exit} can be obtained as $X_{inlet} = -6.0$ and $X_{exit} = +2.0$.

5. Results and discussion

The gear data and the properties of lubricant used in the analysis are given in Table 1. These gear data correspond to commercially available gearbox.

Table 1 Gear data and lubricant properties

Gear Material	UNB C61300
Number of teeth (pinion : gear)	35:140
Contact ratio	1.786
Module, mm	2
Pinion speed, rpm	1,000
Nominal pressure angle, degree	20
Teeth width, mm	20
Transmitted power, kW	10.0
Elastic modulus of pinion and gear, GPa	117.0
Density of the teeth of pinion and gear, kg/m ³	7950.0
Poisson ratio of the teeth of pinion and gear	0.28
Specific heat of pinion and gear, J/kg · K	736.8
Combined surface roughness amplitude (R_{rms}), μm	0.05 0.10
Inlet temperature of lubricant, K	313.15
Inlet density of the lubricant, kg/m ³	892.80
Inlet viscosity of the lubricant, Pa · s	0.195
Viscosity-Pressure index (Z_4)	0.5685
Viscosity-Temperature coefficient, K ⁻¹	0.05763
Coefficient of thermal expansivity, K ⁻¹	0.00074
Thermal conductivity of lubricant, W/m · K	0.126
Specific heat of lubricant, J/kg · K	1870
Power law index (n)	0.975 for pseudoplastic fluid 1.000 for Newtonian fluid

Fig. 2 shows the variation of the dimensionless idealistic load, central pressure, dimensionless equivalent curvature and entrainment velocity along the line of action. The dimensionless load (C_{WT}) is 0.5 at the approach point A and suddenly increased to 1.0 at point B ($\bar{S} = -1.10 \text{ mm}$) when the load carried by one pair of teeth at that moment. The next pair of teeth comes into action at point D ($\bar{S} = 0.90 \text{ mm}$) and the load is suddenly decreased to 0.5 again. The amount of sliding reaches its highest level at the approach point. There is no sliding at the pitch point. The slip ratio reaches its highest level at the approach point. The entrainment velocity and the equivalent curvature have their lowest levels at that point too. That means this point might be the most critical from a lubricant film thickness point of view.

Fig. 3 shows the variation of minimum film thickness along the line of action and it

can be seen that the film thickness reaches its minimum at the approach point ($\bar{S} = -4.97 \text{ mm}$). The film thickness of the rough surface gear teeth is smaller than that for the smooth surface gear teeth. The minimum film thickness is $0.355 \mu\text{m}$ for smooth surface but the minimum film thickness is $0.286 \mu\text{m}$ and $0.218 \mu\text{m}$ for rough surface gear teeth with $R_{rms} = 0.05 \mu\text{m}$ and $R_{rms} = 0.10 \mu\text{m}$ respectively. This is because the high pressure fluctuation from asperities and the slip ratio result in higher temperature and lower lubricant viscosity. The transient effect is the most pronounced after points B and D. When the load is suddenly increased at point B ($\bar{S} = -0.90 \text{ mm}$), the minimum film thickness first increases from $0.725 \mu\text{m}$ to $0.742 \mu\text{m}$ for smooth surface, and from $0.727 \mu\text{m}$ to $0.737 \mu\text{m}$ for rough surface with $R_{rms} = 0.05 \mu\text{m}$ and from $0.713 \mu\text{m}$ to $0.718 \mu\text{m}$, for rough surface with $R_{rms} = 0.10 \mu\text{m}$, then decreases to $0.700 \mu\text{m}$ for smooth surface, and $0.673 \mu\text{m}$ for rough surface $R_{rms} = 0.05 \mu\text{m}$ and $0.629 \mu\text{m}$ for rough surface $R_{rms} = 0.10 \mu\text{m}$, and then increases again. It never reaches an equilibrium state until the load is halved again. When the next pair of teeth comes into action at point D ($\bar{S} = 0.40 \text{ mm}$), the load is suddenly decreased. The minimum film thickness first increases from $0.780 \mu\text{m}$ to $0.853 \mu\text{m}$ for smooth surface, $0.769 \mu\text{m}$ to $0.843 \mu\text{m}$ for rough surface $R_{rms} = 0.05 \mu\text{m}$ and $0.733 \mu\text{m}$ to $0.819 \mu\text{m}$ for rough surface $R_{rms} = 0.10 \mu\text{m}$, then decreases until it recovers at approximately 1.20 mm , the minimum film thickness value is $0.699 \mu\text{m}$ for smooth surface, the minimum film thickness are $0.700 \mu\text{m}$ and $0.724 \mu\text{m}$ for rough surface $R_{rms} = 0.05 \mu\text{m}$ and $R_{rms} = 0.10 \mu\text{m}$ respectively. This behavior can be understood by the mechanism of the squeeze effect.

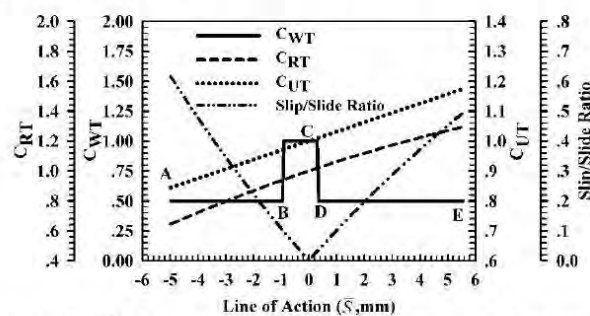


Fig.2 Variation of the load, central pressure, equivalent curvature and entrainment velocity along the line of action.

The variation of friction coefficient on pinion tooth and oil film temperature rise for smooth surface gear teeth and for rough surface gear teeth along the line of action are presented in Fig. 4(a) and Fig. 4(b). The friction coefficient and temperature rise of oil film for the rough surface gear have higher value along the line of action than those for smooth surfaces. At the approach point (point A, $\bar{S} = -4.97 \text{ mm}$), the friction coefficient and maximum film temperature are 0.102 and 67.47 deg.C for smooth surface, the friction coefficient and maximum film temperature are 0.119 and 81.48 deg.C for rough surface ($R_{rms} = 0.05 \mu\text{m}$) and the friction coefficient and maximum film temperature are 0.184 and 116.47 deg.C for rough surface ($R_{rms} = 0.10 \mu\text{m}$), respectively. When the line of action increases, the friction coefficient and maximum film temperature increase. The first peak value of friction coefficient occurs at -4.48 mm and the first peak value of film temperature occurs at -4.00 mm , the friction coefficient and the maximum film temperature are 0.171 and 109.62 deg.C for smooth surface and 0.183 and 179.53 deg.C for rough surface ($R_{rms} = 0.05 \mu\text{m}$) and 0.260 and 256.17 deg.C for rough surface ($R_{rms} = 0.10 \mu\text{m}$), then decreases until the load is suddenly increased. At $\bar{S} = -0.70 \text{ mm}$, the friction coefficient and maximum film temperature of smooth surface and rough surface reach the

peak values 0.154, 48.00 deg.C, 0.178, 113.24 deg.C, 0.411 and 268.36 deg.C, respectively, then they decrease to the minimum values at the pitch point. The friction coefficient is approximately zero and the maximum temperature is near the inlet temperature because there is no sliding. It can be seen that the highest temperature rise occurs near the approach point, which is caused by the large slip ratio. Just after the load increase occurs at point B, the friction coefficient and temperature rise reach high levels because of large load, even though the slip ratio is small. When the line of action shifts from pitch point, film temperature and friction coefficient rise up again. At $\bar{S} = +0.30$ mm, the maximum values are 0.083 and 46.11 deg.C for smooth surface, 0.099 and 49.03 deg.C for rough surface ($R_{rms} = 0.05 \mu\text{m}$) and 0.358 and 187.94 deg.C for rough surface ($R_{rms} = 0.10 \mu\text{m}$), respectively. When the next pair of teeth comes into action at point D, the film temperature and friction coefficient suddenly decrease but they increase again when the contact moves forward along the line of action. The maximum temperature rise at the approach point is higher than that of the recess point. That is because the slip ratio of the approach point is larger than those of the recess point. The friction coefficient and maximum film temperature of rough surface gear teeth increased more rapidly than the value of smooth surface gear teeth when load is suddenly increased at point B and suddenly decreased at point D because the film pressure and film viscosity were suddenly increased from the effects of asperities.

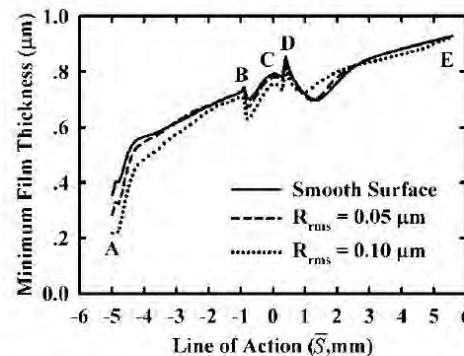
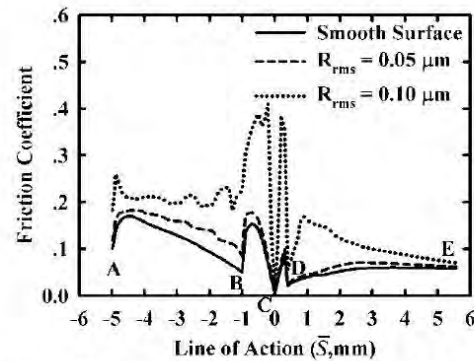


Fig.3 Variation of minimum film thickness along the line of action when lubricant is a pseudoplastic fluid.

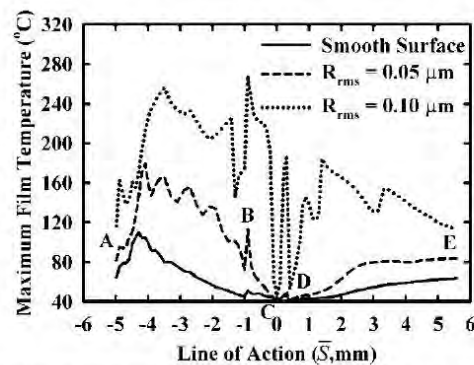
Fig. 5 shows the variation of minimum film thickness, maximum film temperature and friction coefficient along the line of action for various lubricant properties (Pseudoplastic fluid ($n=0.975$), Newtonian fluid ($n=1.0$)) for rough surface with $R_{rms} = 0.05 \mu\text{m}$. It can be seen that the minimum film thickness was dependent on power law index value. The minimum film thickness was rapidly decreased with the decrease of the lubricant power law index value; the minimum film thickness of pseudoplastic fluid lubricant is lower than the minimum film thickness for Newtonian fluid along the line of contact as shown in Fig. 5(a). At approach point, the minimum film thickness is $0.286 \mu\text{m}$ for pseudoplastic fluid and it is $0.289 \mu\text{m}$ for Newtonian fluid. When the load is suddenly increased at point B, the film thickness decreases to $0.673 \mu\text{m}$ for pseudoplastic fluid and it is $0.855 \mu\text{m}$ for Newtonian fluid. When the load is suddenly decrease at point D, the film thickness increases to $0.844 \mu\text{m}$ for pseudoplastic fluid and it is $1.054 \mu\text{m}$ for Newtonian fluid.

The maximum film temperature and friction coefficient of pseudoplastic fluid and Newtonian fluid have similar variation along the line of action as shown in Fig. 5(b) and Fig. 5(c). At the point close to the approach point (point A, $\bar{S} = -4.28$ mm), the friction coefficient and maximum film temperature are 0.183 and 179.53 deg.C for pseudoplastic

fluid and 0.178 and 149.35 deg.C for Newtonian fluid. When load is suddenly increased to double at point B, the maximum film temperature and friction coefficient rapidly increase. The friction coefficient and maximum film temperature increase to 0.178 and 113.24 deg.C for pseudoplastic fluid and 0.179 and 174.54 deg.C for Newtonian fluid; then they rapidly decrease before rapidly increasing again. The peak value of friction coefficient and maximum film temperature are 0.099 and 49.02 deg.C for pseudoplastic fluid and 0.098 and 49.81 deg.C for Newtonian fluid due to the rising of film temperature, decreasing of film viscosity and increasing of lubricant shear stress. Therefore, the friction coefficient of the lubricant film is increased. At pitch point, the friction coefficient is approximately zero and the maximum temperature is near the inlet temperature.



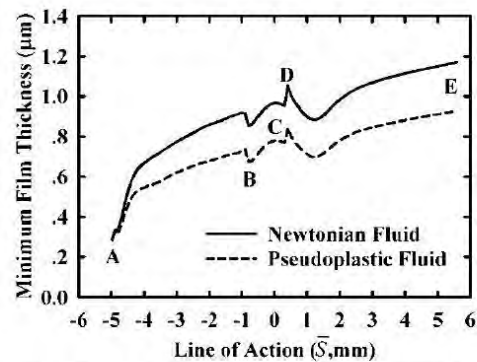
(a) Friction coefficient on pinion surface when lubricant is pseudoplastic fluid.



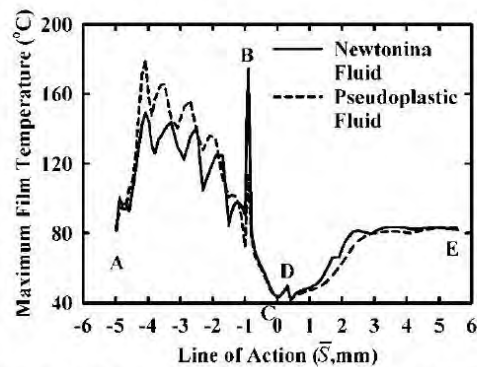
(b) Maximum temperature rise when lubricant is pseudoplastic fluid.

Fig. 4 Variation of friction coefficient on pinion surface and maximum temperature rise along the line of action

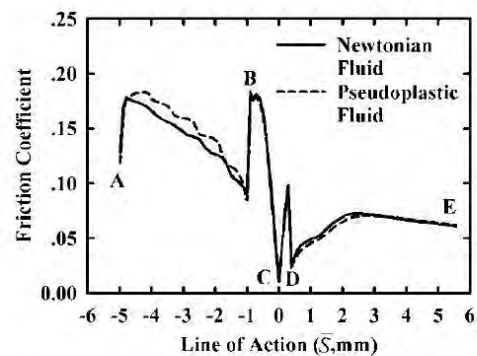
(a) Friction coefficient on pinion surface, (b) maximum temperature rise



(a) Variation of minimum film thickness along the line of action when changed lubricant properties



(b) Variation of maximum film temperature along the line of action when changed lubricant properties



(c) Variation of friction coefficient along the line of action when changed lubricant properties

Fig. 5 Variation of minimum film thickness, maximum temperature rise and friction coefficient on pinion surface along the line of action when lubricant properties are changed

(a) Minimum film thickness (b) Maximum temperature rise and (c) Friction coefficient on pinion.

During operation of spur gears, at the approach point where the gear teeth are in the first contact and at the point of the load is suddenly carried by one pair of teeth. If the load of gear teeth is increased more than the normal operating condition due to a sudden overload or impact of gear teeth as shown in Fig. 6.

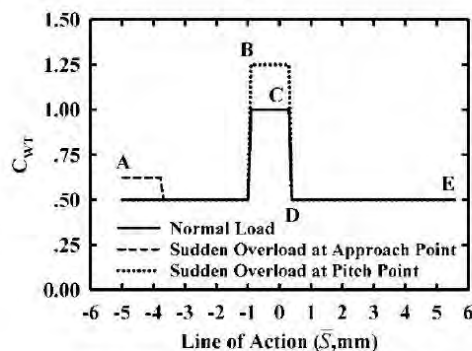
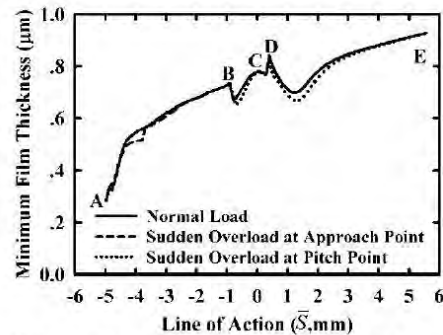


Fig. 6 Variation of the load, along the line of action when load is sudden overload at approach point and the point of the load carried by one pair of teeth

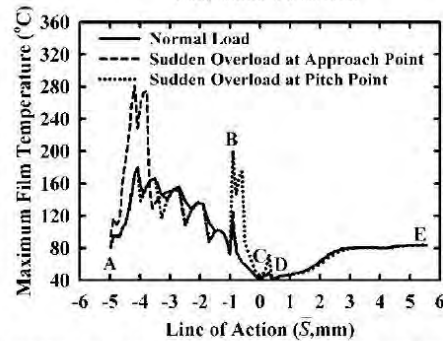
For illustration purposes in this paper, the characteristics of spur gears were investigated when subjected to a sudden overload of 25% of the normal operating load. During sudden overload or impact load at the approach point, the minimum film thickness is close to the normal operating condition because at the approach point the minimum film thickness depends on the mechanism of the squeeze effect; the minimum film thickness at the approach point is $0.286 \mu\text{m}$ for all loads conditions. When load is suddenly increased at point B, the minimum film thickness of impact load at pitch point is smaller than normal operating condition; they are $0.673 \mu\text{m}$ for normal operating condition or for impact load at inlet point, but for the operating condition with impact load at the pitch point, the minimum film thickness is $0.651 \mu\text{m}$. Near the pitch point, the minimum film thickness for impact load at pitch point is greater than the minimum film thickness for normal operating condition; the peak minimum film thickness is $0.780 \mu\text{m}$ which is close to normal operating condition. When the load is suddenly decreased at point D, the minimum film thickness increase to $0.843 \mu\text{m}$ for normal operating condition and it is $0.817 \mu\text{m}$ for impact load at pitch point, as shown in Fig 7(a).

The maximum film temperature and friction coefficient for normal operating condition are compared with the sudden overload at inlet point operating condition, as shown in Fig 7(b) and Fig 7(c). At the approach point, the friction coefficient and maximum film temperature with sudden overload at the inlet point is greater than the normal operating condition, they are 0.146 and 94.50 deg.C for sudden overload at the inlet point operating condition and they are 0.119 and 81.48 deg.C for normal operating condition. When the contact moves forward along the line of action, the friction coefficient and maximum film temperature rapidly increase, the peak value of maximum film temperature is 281.18 deg.C for impact load at inlet point operating condition and 179.53 deg.C for normal operating condition. Then it decreases until the load is suddenly increased. When load is suddenly increased at point B, the friction coefficient and maximum film temperature rapidly increase; the peak values are 0.320 and 200.85 deg.C for sudden overload at pitch point and are 0.179 and 113.24 deg.C for normal operating condition, then the friction coefficient decrease to approximately zero and the film temperature also decrease to inlet temperature at the pitch point and rapidly increasing again. The friction coefficient and maximum film temperature are 0.208 and 71.73 deg.C for a sudden overload at the pitch point and 0.099 and

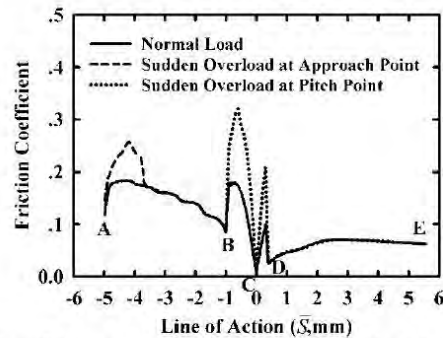
49.02 deg.C for normal operating condition because the film pressure and film viscosity were increased when load increased. When load is suddenly decreased at point D, the friction coefficient and maximum film temperature are rapidly decreased before rising up again.



(a) Variation of minimum film thickness along the line of action under sudden overload



(b) Variation of maximum film temperature along the line of action under sudden overload



(c) Variation of friction coefficient along the line of action when loads impacted

Fig. 7 Variation of minimum film thickness, maximum temperature rise and friction coefficient on pinion surface along the line of action when sudden overload occurs at approach point or at the point where the load being to be carried by one pair of teeth.

(a) Minimum film thickness, (b) Maximum temperature rise and (c) Friction coefficient on pinion.

In sudden overload at the point where the load starts being carried by one pair of teeth, the minimum film thickness is decreased, then it increases more than that for the normal operating condition due to the squeeze effect as shown in Fig 7(a). The oil film thickness and oil film temperature under sudden overload obtained from this present calculation are compared with those from the experiment presented in [16]. The results of the present scheme are in good agreement with the results from the experiment on the measured oil film thickness and the operational temperature under increase in load conditions. The oil film temperature increases with increasing in load but the oil film thickness decreases with the increasing in load. Therefore, oil film temperature and oil film thickness are the critical parameters in gear design. The maximum film temperature and friction coefficient are increased significantly as shown in Fig. 7(b) and Fig. 7(c) because near the pitch point, the motion of gear teeth is nearly pure rolling; then the film pressure and film viscosity are primarily dependent on gear tooth load being carried. That means this operating condition might be the most critical.

6. Conclusion

The time dependent Reynolds equation and energy equation were solved to obtain minimum film thickness, maximum film pressure, friction coefficient and film temperature rise in the contact region between two involute spur gears teeth with non-Newtonian fluid. The effects of rough surfaces gear teeth and two different lubricants are studied. The load is kept constant as long as two pair of teeth carried the total load and it is doubled when only one pair is in action. Normal load condition and sudden overload condition were examined. The following can be concluded as:

1. Considering the rough surface effect, the minimum film thickness is thinner than that for smooth surface gear teeth. The maximum film temperature and friction coefficient are seriously greater than for the smooth surfaces gear teeth. The gear teeth with rough surfaces could be dangerous due to high film temperature. Therefore, the surface roughness of gear teeth is significantly affected for gear design application.
2. Considering the effect of the power law index, the minimum film thickness are clearly depended on power law index value, the pseudoplastic fluid lubricant give lowest values of film thickness, film temperature and friction coefficients.
3. For spur gears under sudden overload near the pitch point, the film temperature and friction coefficient are increased significantly, that means this operating condition might be the most critical.

Acknowledgment

The authors wish to acknowledge Thailand Research Fund for the financial support under Grant No. BRG-5180019.

References

- (1) Dowson D., Higginson G. R., *Elastohydrodynamic lubrication, the fundamentals of roller and gear lubrication.*, Oxford: Pergamon; 1966.
- (2) Wang K. L., Cheng H. S., *A numerical solution to the dynamic load, film thickness and surface temperatures in spur gears, Part I - analysis.*, ASME J Mech Design 1981, vol. 103:177-87.
- (3) Wang K. L., Cheng H. S., *A numerical solution to the dynamic load, film thickness and surface temperatures in spur gears, Part II - results.*, ASME J Mech Design 1981vol.

103:188–94.

(4) Lee, R., and Hamrock, B. J., *Squeeze and Entraining Motion in Nonconformal Line Contacts Part II: Elastohydrodynamic Lubrication*, ASME J. Tribol., 1989 vol. 111, pp. 8–16.

(5) Khonsari, M. M., Wang, H. S., and Qi, Y. L., *A Theory of Liquid-Solid Lubrication in Elastohydrodynamic Regime*, ASME J. Tribol., 1989, vol. 111, pp. 256–265.

(6) Hua D. Y. and Khonsari M. M., *Application of transient elastohydrodynamic lubrication analysis for gear transmissions.*, STLE Tribol Trans 1995, vol.38:905–13.

(7) Larsson R., *Transient non-Newtonian analysis of an involute spur gear*, Wear, 1997, vol. 207, pp. 67–73.

(8) Lubrecht, A. A., Ten Napel, W. E., and Bosma, R., *Multi-grid, an Alternative Method for Calculating Film Thickness and Pressure Profiles in EHL Line Contacts*, ASME J. Tribol., 1986 vol. 108, pp. 551–556.

(9) Osborn, F. K., and Sadeghi, F., *Time Dependent Line EHD Lubrication Using the Multigrid/Multilevel Technique*, ASME J. Tribol., 1992, vol. 114, pp. 68–74.

(10) Ai, X., and Cheng, S. H., *Transient EHL Analysis for Line Contacts With Measured Surface Roughness Using Multigrid Technique*, ASME J. Tribol., 1994, vol. 116, pp. 549–558.

(11) Wang Y., Li H., Tong J. and Yang P., *Transient thermoelastohydrodynamic lubrication analysis of an involute spur gear*, Tribology International, 2004, vol. 37, pp. 773–782.

(12) Mongkolwongrojn M., Aiumpornsin C. And Thammakosol K., *Theoretical Investigation in Thermoelastohydrodynamic Lubrication With Non-Newtonian Lubricants Under Sudden Load Change*, Journal of Tribology, 2006, vol. 128, pp. 771–777.

(13) Roelands, C. J. A., *Correlation aspects of viscosity-temperature-pressure relationship of lubricating oils.*, Ph.D. thesis, Delft University of Technology, Netherlands, 1966.

(14) Wang, S., Cusano, C. and Conry, T. F., *Thermal analysis of elastohydrodynamic lubrication of line contact using the Ree-Eyring fluid model*, Journal of Tribology, 1991, vol. 113, pp. 232–244.

(15) Carslaw, J. W., and Jaeger, J. C., *Conduction of Heat in Solids*, Oxford University Press, 1959, London.

(16) Muniyappa, A., Chandramohan, S. and Seethapathy, S., *Detection and Diagnosis of Gear Tooth Wear through Metallurgical and Oil Analysis*, Japanese Society of Tribologists, Tribology Online, 2010, vol. 5, No. 2, pp. 102–110.

Effects of surface roughness on elastohydrodynamic lubrication in elliptical contact with non-Newtonian fluids

S. Rattapasakorn^{1, a}, J. Panichakorn^{2, b} and M. Mongkolwongrojn^{3, c}

^{1, 2, 3} Department of Mechanical Engineering

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand

^asountaree.t@bu.ac.th, ^bs0060102@kmitl.ac.th, ^ckmmongko@kmitl.ac.th

Keywords: Rough Surface, Modified Reynold Equation, Non-Newtonian fluid, Multigrid method.

Abstract. This paper presents the effect of surface roughness on the performance characteristics of elastohydrodynamic lubrication with non-Newtonian fluid base on Carreau viscosity model in elliptical contact. The time independent modified Reynolds equation and elastic equation were formulated for compressible fluid. Perturbation method, Newton Raphson method and full adaptive multigrid method were implemented to obtain the film pressure, film thickness profiles and friction coefficient in the contact region at various amplitude of combined surface roughness, applied loads, speeds and elliptic ratio. Simulation results show surface roughness amplitude has significant affected the film pressure in the contact region. The minimum film thickness decreases but friction coefficient increases when the combined roughness and applied loads increases. The minimum film thickness and friction coefficient both increase as the relative velocity of the ball and the plate is increase. For increasing the elliptic ratio, the minimum film thickness increases but the friction coefficient decreases.

Introduction

In the history of tribology, there has been a long-standing effort to understand the role of surface roughness in lubrication. The interest in elastohydrodynamic lubrication (EHL) has gradually shifted from the steady state smooth/rough surface problem to more complex geometries. Partially, this change can be explained by the improvement in experimental and numerical capabilities to study in subcontact scale features.

The rough surface EHL problems have historically been solved with different simplifications. The numerical solution of EHL problems were solved by Dowson and Higginson [1]. Numerical studies have started by analyzing the steady state problem by Kweh[2] and Lee[3]. Lubrecht[4], showed that the multigrid algorithm is more efficient than the Newton-Raphson method in solving EHL with roughness effect. The multigrid technique has been developed to solve transient thermoelastohydrodynamic lubrication (TEHL) by Osborn [5]. Wang [6] presented to generate non-Gaussian surfaces with specified standard deviation of mixed lubrication.

In this paper, a rough surface EHL model is presented which combined modified Reynolds equation and elastic equations. Finite difference, multigrid multilevel method with full approximate scheme techniques and Newton's method were implemented to calculate the EHL with non-Newtonian under surface asperity, applied load, surface velocity and elliptic ratio change and to determine minimum film thickness and friction coefficient in contact region.

Governing equation

The relationship between shear stress and shear rate of non-Newtonian lubricant in this work using a Carreau viscosity model can be expressed as.

$$\tau_{xz} = \mu^* \frac{\partial u}{\partial z} \quad \text{and} \quad \tau_{yz} = \mu^* \frac{\partial v}{\partial z} \quad (1)$$

Where the equivalent viscosity [7]

$$\mu^* = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty)(1 + \lambda^2 I)^{\frac{n-1}{2}}, \text{ Where } I = \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 \quad (2)$$