

บทคัดย่อ

ให้ $S \subseteq V(G)$ ในกราฟ $G = (V(G), E(G))$ เราจะเรียก S ว่า dominating set ของ G เมื่อสมาชิกแต่ละ v ใน $V(G)$ เป็นสมาชิกใน S หรือประชิดกับจุดใน S เราจะกล่าวว่า S เป็น independent dominating set ของ G เมื่อ S เป็น dominating set ของ G และ $G[S]$ เป็นกราฟที่ไม่มีเส้น และ independence domination number ของกราฟ G เขียนแทนด้วย $i(G)$ คือจำนวนสมาชิกที่น้อยที่สุดในการบรรจุ independent dominating set ของ G กราฟ G จะเป็นกราฟ k - i -critical เมื่อ $i(G) = k$ แต่ $i(G + e) < k$ สำหรับแต่ละเส้น $e \notin E(G)$

สำหรับกราฟอย่างง่าย G ใดๆ complementary prism ของ G เขียนแทนด้วย $G\bar{G}$ คือกราฟที่ได้จากการเชื่อมจุดแต่ละจุดใน G ที่สมนัยกับจุดใน $\bar{G}$ ด้วยเส้นเพียง 1 เส้น

สำหรับจำนวนเต็มบวก k และกราฟไม่ขาดตอน G ที่มีอันดับมากกว่าหรือเท่ากับ $2k + 2$ เราจะกล่าวว่า G เป็นกราฟ k -extendable เมื่อสำหรับการจับคู่ M ที่มีขนาดเท่ากับ k จะมีการจับคู่สมบูรณ์ใน G ซึ่งเส้นแต่ละเส้นใน M อยู่ในการจับคู่สมบูรณ์นั้น และจะกล่าวว่ากราฟ G ที่มีขนาดเท่ากับ p เป็นกราฟ k -factor-critical เมื่อ p และ k เป็นจำนวนเต็มบวกที่มี parity เดียวกัน และเมื่อกำจัดจุดจำนวน k จุดใดๆ ใน G แล้วกราฟที่เหลือมีการจับคู่สมบูรณ์

ในรายงานการวิจัยฉบับนี้เราได้ศึกษาสมบัติของกราฟ k - i -critical graphs โดยได้แสดงว่าถ้า G เป็นกราฟไม่ขาดตอนซึ่งเป็นกราฟ k - i -critical โดยที่ $k \geq 3$ และมี u เป็น cutvertex แล้ว จำนวนคอมโพเนนต์ของ $G - u$ ไม่เกิน $k - 1$ และจะมีคอมโพเนนต์ของ $G - u$ อย่างมากที่สุดเพียงสองคอมโพเนนต์ที่แต่ละคอมโพเนนต์มีจุดมากกว่า 1 จุด และเราได้ให้ลักษณะเฉพาะเจาะจงของกราฟ ในกรณีที่จำนวนคอมโพเนนต์ของ $G - u$ เท่ากับ $k - 1$ ยิ่งไปกว่านั้นเราได้ให้ลักษณะเฉพาะเจาะจงของกราฟ 3 - i -critical ที่มี S เป็นเซตตัดซึ่ง $|S| = 2$ และ $|S| = 3$ และจำนวนคอมโพเนนต์ของ $G - S$ ไม่เกิน 3 รวมทั้งเราได้ให้เงื่อนไขเพียงพอที่จะทำให้กราฟ 3 - i -critical เป็นกราฟ k -factor-critical และท้ายสุดเราได้ศึกษาสมบัติของกราฟ G ในเทอมของดีกรีที่เท่ากันของ G และคุณสมบัติของ extendability ของ G ที่ทำให้ $G\bar{G}$ เป็นกราฟ k -extendable.

คำสำคัญ : domination, critical, cutvertex, cutset, extendable, factor-critical, complementary prism

Abstract

A set $S \subseteq V(G)$ is a (vertex) dominating set for $G = (V(G), E(G))$ if every vertex of G either belongs to S or is adjacent to a vertex of S . A dominating set S for G is an independent dominating set if $G[S]$ has no edges. Let $i(G)$ denote the minimum cardinality of an independent dominating set for G . A graph G is said to be k - i -critical if $i(G) = k$ but $i(G + e) < k$ for each $e \notin E(G)$.

For a simple graph G , the complementary prism of G , denoted by $G\overline{G}$, is the graph obtained by taking a copy of G and a copy of $\overline{G}$ and then joining corresponding vertices by an edge.

For a positive integer k , a connected graph G of order at least $2k + 2$ is k -extendable if for each matching M of size k in G there is a perfect matching in G containing all edges of M . A graph G of order p is k -factor-critical, where p and k are positive integers with the same parity, if the deletion of any set of k vertices results in a graph with a perfect matching.

In this report, we investigate some properties of k - i -critical graphs. We show that if G is a connected k - i -critical, for $k \geq 3$, with a cutvertex u , then the number of components of $G - u$, $c(G - u)$, is at most $k - 1$ and there are at most two non-singleton components. Further, if $c(G - u) = k - 1$, then a characterization of such graphs is given. We also give a characterization of connected 3 - i -critical graphs with a minimum cutset S of size 2 and 3 with the number of components of $G - S$ is at most 3. A sufficient condition for connected 3 - i -critical graphs to be k -factor-critical is also provided. Finally, we investigate properties of G in terms of the regularity of G and the extendability of G so that $G\overline{G}$ is k -extendable.

Keywords : domination, critical, cutvertex, cutset, extendable, factor-critical, complementary prism