



รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

โครงการ: การตรวจสอบ Standard Model โดยศึกษา chiral anomaly ของ

$$\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$$

โดย อ.ดร.บุรินทร์ อัสวพิภพ

ธันวาคม ๒๕๕๘

รายงานฉบับสมบูรณ์

โครงการ: การตรวจสอบ Standard Model โดยศึกษา chiral anomaly ของ

$$\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$$

อ.ดร.บุรินทร์ อิศวพิภพ

ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สนับสนุนโดยสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา และสำนักงานกองทุน

สนับสนุนการวิจัย

(ความเห็นในรายงานนี้เป็นของผู้วิจัย สกอ. และ สกว. ไม่จำเป็นต้องเห็นด้วยเสมอไป)

หน้าสรุปโครงการ (Executive Summary)
ทุนพัฒนาศักยภาพในการทำงานวิจัยของอาจารย์รุ่นใหม่

โครงการ: การตรวจสอบ Standard Model โดยศึกษา chiral anomaly ของ $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$

1. ที่มาและความสำคัญ

ในปัจจุบันเป็นที่ยอมรับกันว่า Standard Model เป็นทฤษฎีที่ประสบความสำเร็จอย่างมากในการอธิบายถึงอันตรกิริยาระหว่างอนุภาคมูลฐานและแรงพื้นฐานในธรรมชาติ ได้แก่ แรงนิวเคลียร์อย่างแรง แรงนิวเคลียร์อย่างอ่อน และแรงแม่เหล็กไฟฟ้า โดยไม่นับรวมแรงโน้มถ่วง ในส่วนของแรงนิวเคลียร์อย่างแรงซึ่งอธิบายถึงอันตรกิริยาระหว่างควาร์ก(quarks) และกลูออน(gluons)ในนิวคลีออนนั้น ได้อธิบายโดยอาศัยทฤษฎีเกจที่เรียกว่า Quantum Chromodynamics หรือ QCD อย่างไรก็ตามในส่วนของ QCD นั้นประกอบไปด้วยค่าพารามิเตอร์จำนวนหนึ่งซึ่งต้องอาศัยข้อมูลจากการทดลองเพื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์เหล่านั้น หนึ่งในพารามิเตอร์นั้นก็คือ เลขควมดัมของควาร์กที่เรียกว่า “สี(color)” ซึ่งเป็นที่ยอมรับกันโดยทั่วไปว่า ควาร์กมี 3 สี

ในการศึกษาเกี่ยวกับสมมาตรของ QCD พบว่ามีการแตกของสมมาตรใน 3 ลักษณะ คือ explicitly broken symmetry, spontaneously broken symmetry และ quantum mechanically broken symmetry ซึ่ง chiral anomaly นี้เป็นตัวอย่างหนึ่งของ quantum mechanically broken symmetry การค้นพบ chiral anomaly ครั้งแรกในปี ค.ศ.1949 จากความพยายามที่จะอธิบายการสลายตัวของอนุภาค $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ พบว่าผลการคำนวณทางทฤษฎีของค่า structure function ขึ้นกับค่าพารามิเตอร์อิสระเพียงตัวเดียวเท่านั้นคือ จำนวนสีของควาร์ก ซึ่งเมื่อกำหนดให้จำนวนสีของควาร์กเท่ากับ 3 ผลการคำนวณทางทฤษฎีและผลที่ได้จากการทดลองมีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดี งานวิจัยต่อ ๆ มาได้แสดงให้เห็นว่า chiral anomaly นี้ยังสามารถศึกษาได้โดยกระบวนการอื่น เช่น $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ ซึ่งผลการคำนวณทางทฤษฎีก็ขึ้นกับจำนวนสีของควาร์กเช่นเดียวกับในกรณีของ $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ จากการศึกษาผลการทดลองศึกษา $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ ในปี ค.ศ.1987 โดย Antipov และคณะ พบว่าผลการคำนวณทางทฤษฎีของค่า structure function จะสอดคล้องกับผลที่ได้จากการทดลองเมื่อกำหนดให้จำนวนสีเป็น 4 แทนที่จะเป็น 3 ซึ่งถือว่าเป็นพารามิเตอร์มูลฐานหนึ่งของ Standard Model ข้อขัดแย้งดังกล่าวย่อมส่งผลกระทบต่อความถูกต้องและความเชื่อถือของ Standard Model จากการวิเคราะห์เพิ่มเติมพบว่า การทดลองดังกล่าวมีค่าคลาดเคลื่อนอยู่สูงถึง 20%

ในปี ค.ศ.1994 ได้มีการเสนอโครงการวิจัยเพื่อศึกษา chiral anomaly ของ $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ โดย Professor Miskimen ซึ่งเป็นการศึกษาจากปฏิกิริยานิวเคลียร์ที่ต่างกันไปที่ยังไม่มีผู้ศึกษามาก่อน โครงการวิจัยดังกล่าวได้ดำเนินการทดลองในช่วงปลายปี ค.ศ.1998 ณ The Thomas Jefferson National Accelerator Facility หรือ Jefferson Lab มลรัฐเวอร์จิเนีย สหรัฐอเมริกา และได้ผ่านการวิเคราะห์ผลเบื้องต้นโดยผู้วิจัย ในปี ค.ศ.1999 เนื่องจากการทดลองในช่วงปีแรกของ CLAS detector ผลการทดลองที่ได้จึงถูกจำกัดโดยค่าพลังงานของโฟตอนและค่าทางสถิติทำให้ไม่สามารถสรุปค่า structure function ของ $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ ที่ chiral limit (มวลของ u และ d ควาร์กที่ประกอบกันเป็นอนุภาคโพออนเป็นศูนย์) ได้ ในช่วงปีที่สองของการทดลอง (ปลายปี ค.ศ.2000) ก็ได้มีการเพิ่มพลังงานของโฟตอนและได้เก็บข้อมูลเพิ่มเติมมากขึ้นกว่าเดิมประมาณ 20 เท่า

ซึ่งจะทำให้การหาค่า structure function ของ $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ ที่ chiral limit ได้ค่าที่น่าเชื่อถือมากยิ่งขึ้นและยังสามารถขยายผลไปสู่ย่านที่มีพลังงานสูงขึ้นอีกด้วย กองปรกับข้อมูลการทดลองดังกล่าวยังไม่มีผู้ทำการวิเคราะห์ ผู้วิจัยเห็นว่าเป็นโอกาสอันดีที่จะอาศัยประสบการณ์และความคุ้นเคยเกี่ยวกับ CLAS detector และหัวข้อวิจัย เพื่อทำการวิเคราะห์ข้อมูลใหม่ที่ได้นี้ เพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับ chiral anomaly ของ $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องแม่นยำของ Standard Model ซึ่งหากผลการทดลองและการคำนวณทางทฤษฎียังให้ผลแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ก็จะทำให้ต้องมีการรื้อฟื้นเกี่ยวกับความเข้าใจในการศึกษาเรื่อง chiral anomaly

2. ขอบเขตของการวิจัย

1. หาค่า structure function ของ $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ ที่ chiral limit
2. หาค่า structure function ของ $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ ใน physical region
3. เปรียบเทียบผลที่ได้จากงานวิจัยนี้กับผลการทดลองก่อนหน้านี้และผลทางทฤษฎี

3. ผลการวิจัย

ในงานวิจัยนี้ทำการหาค่า differential cross sections ของปฏิกิริยานิวเคลียร์ $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ โดยการตรวจวัดอนุภาค π^+ โดย drift chambers อนุภาค π^0 โดย electromagnetic calorimeters และอนุภาคนิวตรอนโดยใช้ missing mass ของปฏิกิริยา ซึ่งการหาค่า differential cross section ของปฏิกิริยานี้จะพิจารณาค่า $\frac{d^2\sigma}{ds dt}$ สำหรับพลังงาน โฟตอน 2 GeV โดยจะพิจารณา s ในช่วง $4 - 48 m_\pi^2$ และ $|t|$ ในช่วง $0 - 50 m_\pi^2$ โดย s และ t คือ Mandelstam variables หลังจากได้ค่า differential cross sections ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ แล้ว ขั้นตอนต่อไปก็คือ การหาค่า cross sections ของปฏิกิริยา $\gamma\pi^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$ หรือ $\gamma \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^-$ เนื่องจากเป็นปฏิกิริยาที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับการหาค่า $F^{3\pi}$ structure function ซึ่งทำได้โดยใช้ Chew-Low extrapolation technique ซึ่งจะทำให้การ fit cross section ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ ด้วยฟังก์ชันโพลีโนเมียล

$$(t - m_\pi^2) \frac{d^2\sigma}{ds dt} \equiv F(t) = -|p_0| + p_1(t - m_\pi^2) + p_2(t - m_\pi^2)^2$$

โดย p_0, p_1 และ p_2 คือพารามิเตอร์ที่ได้จากการ fit ซึ่งในการ fit ดังกล่าวได้กำหนด constraint ไว้ 2 ข้อคือ 1) $F(t = m_\pi^2) = -|p_0|$ ซึ่งคือค่า cross sections ที่ pion pole และ 2) $F(t = 0) \geq 0$ ค่าพารามิเตอร์ $|p_0|$ มีความสัมพันธ์กับ cross section ของ $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ ดังสมการ

$$F(t = m_\pi^2) = -|p_0| = (t - m_\pi^2)^2 \frac{d^2\sigma}{ds dt} = -2 \left(\frac{2f^2}{4\pi} \right) \cdot \frac{s}{E_\gamma^2} \sqrt{1 - \frac{4m_\pi^2}{s}} \cdot \sigma_{\gamma\pi \rightarrow \pi\pi}$$

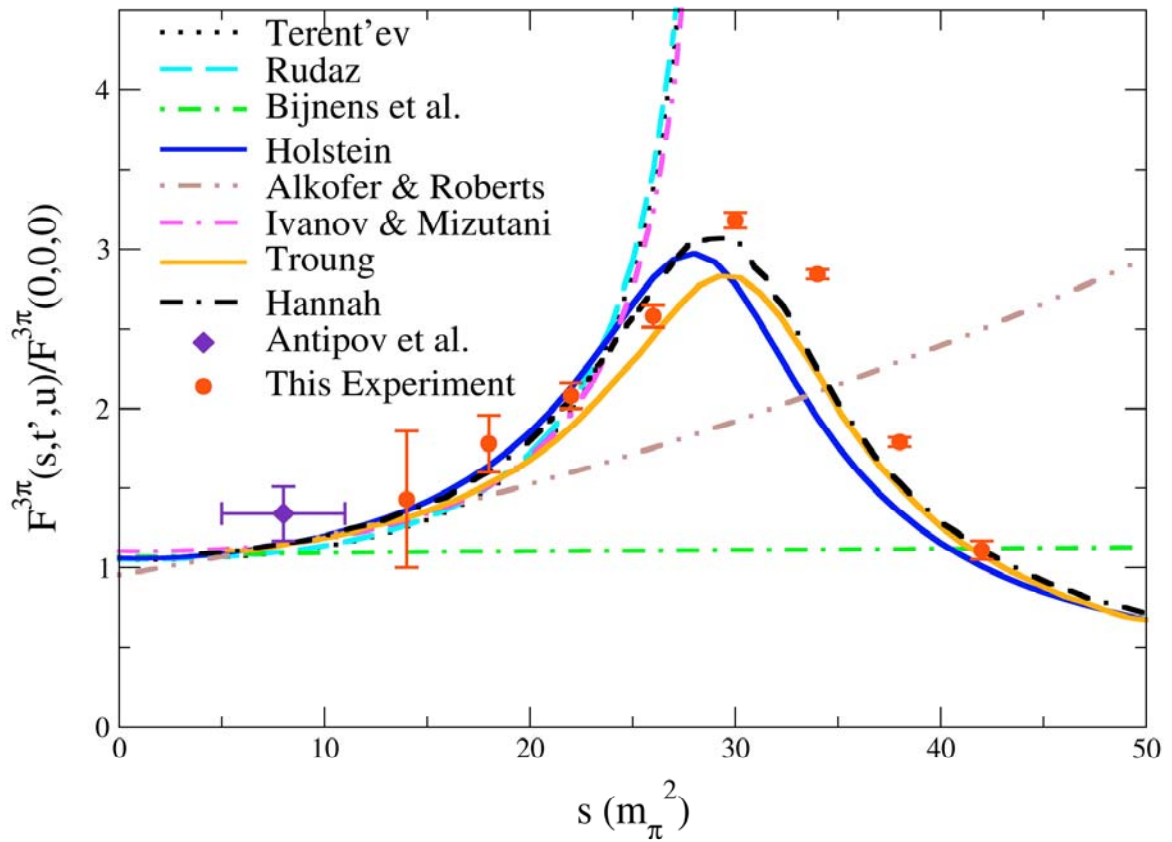
การหาค่า $F^{3\pi}$ structure function ตามสมการ

$$\left(F^{3\pi}(s, t', u)\right)^2 = 128\pi \left(\frac{6}{s}\right) \left(1 - \frac{4m_\pi^2}{s}\right)^{-3/2} (s - m_\pi^2)^{-1} \sigma_{\gamma\pi \rightarrow \pi\pi}(s)$$

ได้ผลดังนี้

$s \text{ (m}_\pi^2\text{)}$	$F^{3\pi}(s, t'=u) / F^{3\pi}(0)$
14	1.43 ± 0.43
18	1.78 ± 0.18
22	2.08 ± 0.08
26	2.58 ± 0.07
30	3.18 ± 0.05
34	2.84 ± 0.03
38	1.79 ± 0.03
42	1.11 ± 0.06

$$t = m_\pi^2, t' = u$$



4. สรุปผลการวิจัย

1. งานวิจัยนี้ได้แสดงให้เห็นถึง momentum dependent ของ $F^{3\pi}$ structure function ใน physical region
2. การหาค่า $F^{3\pi}$ ที่ chiral limit ($s = t' = u = 0$) นั้นยังไม่สามารถทำได้ เนื่องจากการ extract cross section ในย่าน s ต่ำ ๆ ยังมีความคลาดเคลื่อนสูง
3. ค่า $F^{3\pi}$ ที่ extract ได้ใน physical region สอดคล้องกับผลการคำนวณที่ได้รวมผลจาก $\pi\pi$ final state interaction

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอแสดงความขอบคุณนักวิจัยที่ปรึกษา รศ.ดร.เดวิด รูฟโฟโล ที่กรุณาให้การสนับสนุน คำแนะนำที่มีค่า จนงานวิจัยนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

ขอขอบคุณสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา และ สำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย สำหรับทุนพัฒนาศักยภาพในการทำงานวิจัยของอาจารย์รุ่นใหม่ ที่ให้โอกาสผู้วิจัยได้ทำงานวิจัยอย่างต่อเนื่องตลอดระยะเวลาการดำเนินงานวิจัย

ขอขอบคุณภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ได้เอื้อเฟื้อสถานที่และให้การสนับสนุนในการทำวิจัย

สุดท้ายนี้ ขอขอบคุณภรรยาและลูกน้อย สำหรับกำลังใจ ความรัก ความเข้าใจ และ ความห่วงใยที่มีให้เสมอมา

สัญญาเลขที่: MRG4680038

ชื่อโครงการ: การตรวจสอบ Standard Model โดยศึกษา chiral anomaly ของ $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$

ชื่อผู้วิจัย: อ.ดร.บุรินทร์ อัสวพิภพ

ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Email Address: burin@sc.chula.ac.th

ระยะเวลาโครงการ: 2.5 ปี

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้ทำการหาค่า structure function ของ $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ ($F^{3\pi}$) จากปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ โดยใช้ข้อมูลจาก CLAS detector ที่ Jefferson Lab, สหรัฐอเมริกา และทำการวัดค่า differential cross section ของปฏิกิริยาสำหรับพลังงานโฟตอนประมาณ 2 GeV และ $12 < s < 44 m_\pi^2$ โดยการตรวจวัดอนุภาค π^+ และ π^0 โดยตรง และตรวจวัดนิวตรอนโดย missing mass ของปฏิกิริยา ผลการทดลองแสดงให้เห็นถึง momentum dependent ของ $F^{3\pi}$ และมีความสอดคล้องกับผลการคำนวณทางทฤษฎีที่ได้นำผลจาก $\pi\pi$ final state interactions บนพื้นฐานของ chiral perturbation แต่ยังไม่สามารถระบุค่า $F^{3\pi}$ ที่ chiral limit ได้เนื่องจากผลการทดลองใช้ย่าน s ต่ำ ๆ มีความคลาดเคลื่อนสูง

คำสำคัญ: chiral anomaly, axial anomaly, structure function, CLAS

Contact Number: MRG4680038

Project Title: Test of the Standard Model via $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ Chiral Anomaly

Investigator: Dr. Bruin Asavapibhop

Department of Physics, Faculty of Science, Chulalongkorn University

Email Address: burin@sc.chula.ac.th

Project Period: 2.5 years

Abstract

We extract the $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ structure function ($F^{3\pi}$) from the $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ reaction obtaining the data from the CLAS detector at Jefferson Lab, USA. We measure the differential cross section for the photon energy about 2 GeV and $12 < s < 44 m_\pi^2$ by detecting π^+ and π^0 directly and neutron via missing mass of the reaction. The results show a momentum dependence of the $F^{3\pi}$ and are consistent with the theoretical calculations that include the effects of $\pi\pi$ final state interactions on the chiral perturbation prediction. However the $F^{3\pi}$ at chiral limit still cannot be specified from our measurement due to high uncertainty in the low s regions.

คำสำคัญ: chiral anomaly, axial anomaly, structure function, CLAS

ที่มาและความสำคัญ

ในปัจจุบันเป็นที่ยอมรับกันว่า Standard Model เป็นทฤษฎีที่ประสบความสำเร็จอย่างมากในการอธิบายถึงอันตรกิริยาระหว่างอนุภาคมูลฐานและแรงพื้นฐานในธรรมชาติ ได้แก่ แรงนิวเคลียร์อย่างแรง แรงนิวเคลียร์อย่างอ่อน และแรงแม่เหล็กไฟฟ้า โดยไม่นับรวมแรงโน้มถ่วง ในส่วนของแรงนิวเคลียร์อย่างแรงซึ่งอธิบายถึงอันตรกิริยาระหว่างควาร์ก(quarks) และกลูออน(gluons)ในนิวคลีออนนั้น ได้อธิบายโดยอาศัยทฤษฎีเกจที่เรียกว่า Quantum Chromodynamics หรือ QCD อย่างไรก็ดีตามในส่วนของ QCD นั้น ประกอบไปด้วยค่าพารามิเตอร์จำนวนหนึ่งซึ่งต้องอาศัยข้อมูลจากการทดลองเพื่อกำหนดพารามิเตอร์เหล่านั้น หนึ่งในพารามิเตอร์นั้นก็คือ เลขควมตัมของควาร์กที่เรียกว่า “สี(color)” ซึ่งเป็นที่ยอมรับกันโดยทั่วไปว่า ควาร์กมี 3 สี

ในการศึกษาเกี่ยวกับสมมาตรของ QCD พบว่ามีการแตกของสมมาตรใน 3 ลักษณะ คือ explicitly broken symmetry, spontaneously broken symmetry และ quantum mechanically broken symmetry ซึ่ง chiral anomaly นี้เป็นตัวอย่างหนึ่งของ quantum mechanically broken symmetry การค้นพบ chiral anomaly ครั้งแรกในปี ค.ศ.1949 จากความพยายามที่จะอธิบายการสลายตัวของอนุภาค $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ พบว่า ผลการคำนวณทางทฤษฎีของค่า structure function ขึ้นกับค่าพารามิเตอร์อิสระเพียงตัวเดียวเท่านั้นคือ จำนวนสีของควาร์ก ซึ่งเมื่อกำหนดให้จำนวนสีของควาร์กเท่ากับ 3 ผลการคำนวณทางทฤษฎีและผลที่ได้จากการทดลองมีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดี งานวิจัยต่อ ๆ มาได้แสดงให้เห็นว่า chiral anomaly นี้ยังสามารถศึกษาได้โดยกระบวนการอื่น เช่น $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ ซึ่งผลการคำนวณทางทฤษฎีก็ขึ้นกับจำนวนสีของควาร์กเช่นเดียวกับในกรณีของ $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ จากการศึกษาผลการทดลองศึกษา $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ ในปี ค.ศ.1987 โดย Antipov และคณะ พบว่าผลการคำนวณทางทฤษฎีของค่า structure function จะสอดคล้องกับผลที่ได้จากการทดลองเมื่อกำหนดให้จำนวนสีเป็น 4 แทนที่จะเป็น 3 ซึ่งถือว่าเป็นพารามิเตอร์มูลฐานหนึ่งของ Standard Model ข้อขัดแย้งดังกล่าวย่อมส่งผลกระทบต่อความถูกต้องและความเชื่อถือของ Standard Model จากการวิเคราะห์เพิ่มเติมพบว่า การทดลองดังกล่าวมีค่าคลาดเคลื่อนอยู่สูงถึง 20%

ในปี ค.ศ.1994 ได้มีการเสนอโครงการวิจัยเพื่อศึกษา chiral anomaly ของ $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ โดย Professor Miskimen ซึ่งเป็นการศึกษาจากปฏิกริยานิวเคลียร์ที่ต่างกันที่ยังไม่มีผู้ศึกษามาก่อน โครงการวิจัยดังกล่าวได้ดำเนินการทดลองในช่วงปลายปี ค.ศ.1998 ณ The Thomas Jefferson National Accelerator Facility หรือ Jefferson Lab มลรัฐเวอร์จิเนีย สหรัฐอเมริกา และได้ผ่านการวิเคราะห์ผลเบื้องต้นโดยผู้วิจัยในปี ค.ศ.1999 เนื่องจากเป็นการทดลองในช่วงปีแรกของ CLAS detector ผลการทดลองที่ได้จึงถูกจำกัดโดยค่าพลังงานของโฟตอนและค่าทางสถิติทำให้ไม่สามารถสรุปค่า structure function ของ $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ ที่ chiral limit (มวลของ u และ d ควาร์กที่ประกอบกันเป็นอนุภาคโพออนเป็นศูนย์) ได้ ในช่วงปีที่สองของการทดลอง(ปลายปี ค.ศ.2000) ก็ได้มีการเพิ่มพลังงานของโฟตอนและได้เก็บข้อมูลเพิ่มเติมมากขึ้นกว่าเดิมประมาณ 20 เท่า ซึ่งจะทำให้การหาค่า structure function ของ $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ ที่

chiral limit ได้ค่าที่น่าเชื่อถือมากยิ่งขึ้นและยังสามารถขยายผลไปสู่ย่านที่มีพลังงานสูงขึ้นอีกด้วย กอปรกับข้อมูลการทดลองดังกล่าวยังไม่มีผู้ที่ทำการวิเคราะห์ ผู้วิจัยเห็นว่าเป็นโอกาสอันดีที่จะอาศัยประสบการณ์และความคุ้นเคยเกี่ยวกับ CLAS detector และหัวข้อวิจัย เพื่อทำการวิเคราะห์ข้อมูลใหม่ที่ได้นี้ เพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับ chiral anomaly ของ $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องแม่นยำของ Standard Model ซึ่งหากผลการทดลองและการคำนวณทางทฤษฎียังให้ผลแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ก็จะทำให้ต้องมีการรื้อฟื้นเกี่ยวกับความเข้าใจในการศึกษาเรื่อง chiral anomaly

ขอบเขตของการวิจัย

1. หาค่า structure function ของ $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ ที่ chiral limit
2. หาค่า structure function ของ $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ ใน physical region
3. เปรียบเทียบผลที่ได้จากงานวิจัยนี้กับผลการทดลองก่อนหน้านี้และผลทางทฤษฎี

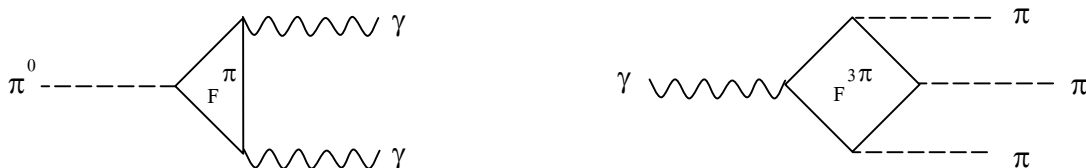
ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาอันตรกิริยาระหว่างควาร์กและกลูออนโดยวิธีการแก้สมการลากรางเจียนของ QCD โดยตรงนั้นเป็นสิ่งที่ยากยิ่ง เนื่องจากการ couple กันเองของกลูออนทำให้มีลักษณะไม่เป็นเชิงเส้น อย่างไรก็ตามเราก็สามารถที่จะศึกษาสมบัติของ QCD ได้โดยการศึกษาสมมาตรของ QCD ที่ระดับพลังงานต่ำ¹

การศึกษาเกี่ยวกับ chiral anomaly เกิดขึ้นครั้งแรกจากความพยายามที่จะอธิบายการสลายตัวของอนุภาค $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ ^{2,3,4} ในทฤษฎีสนามดั้งเดิม(classical field theory) เมื่อพิจารณากรณีที่มีมวลของควาร์กเป็นศูนย์(chiral limit)แล้ว จะมีการอนุรักษ์ของ axial current หรือ $\partial_\mu A^\mu = 0$ แต่เมื่อพิจารณาการคำนวณทางควมดัมโดยพิจารณา one loop diagram ของการสลายตัวของ π^0 แล้วพบว่าไม่เป็นเช่นนั้น แต่จะมีพจน์ใหม่เกิดขึ้นซึ่งเป็นที่มาของชื่อ chiral anomaly

$$\partial_\mu A_{(3)}^\mu = 2i(m_u \bar{u}\gamma^5 u + m_d \bar{d}\gamma^5 d) + \frac{\alpha N_c}{12\pi} \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} F_{\alpha\beta} F_{\mu\nu}$$

โดยที่ $F_{\alpha\beta}$ คือ electromagnetic tensor และ N_c คือจำนวนสีของควาร์กซึ่งเป็นพารามิเตอร์อิสระ



รูปที่ 1 แสดง loop diagram ของ $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ และ $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$

Witten ได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง structure function ของ $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ ที่เรียกว่า F^π กับ N_c โดยใช้ Wess-Zumino effective Lagrangian^{5,6}

$$\begin{aligned} F_{th}^\pi &= \frac{\alpha N_c}{3\pi f_\pi} \\ &= 0.025 \text{ GeV}^{-1}, \quad N_c = 3 \end{aligned}$$

ซึ่งสอดคล้องเป็นอย่างดีกับผลการทดลอง $F_{exp}^\pi = 0.024 \pm 0.003 \text{ GeV}^{-1}$ (f_π คือ ค่าคงที่การสลายตัวของอนุภาค π)

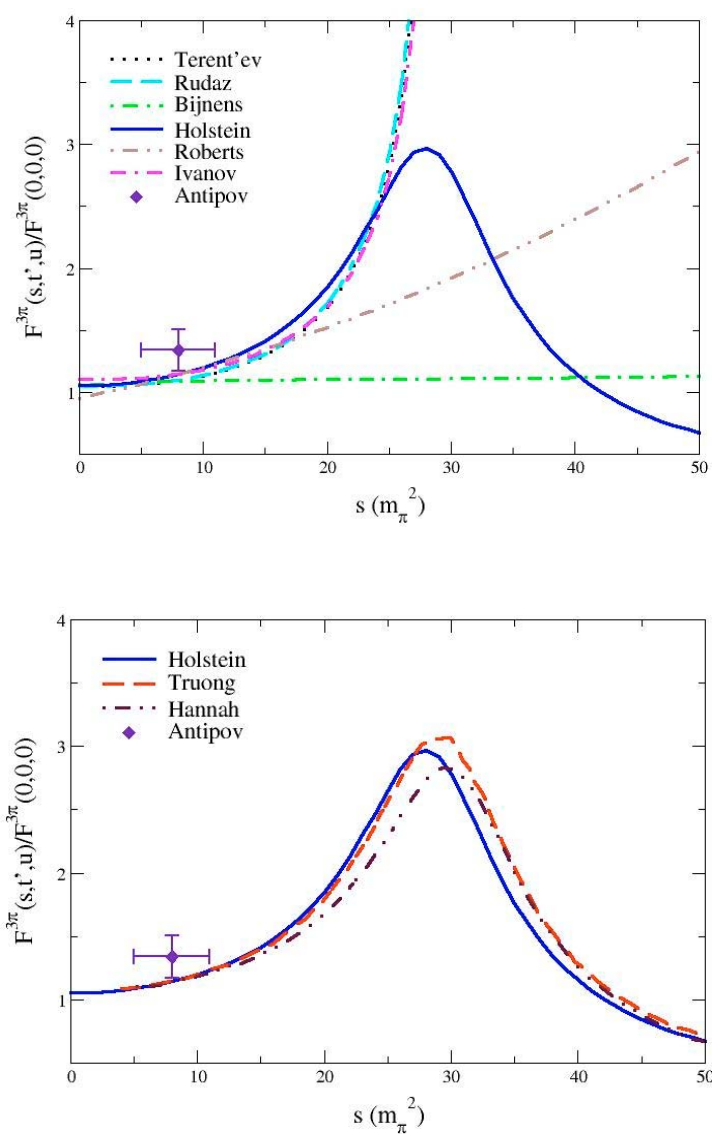
ในช่วงปี ค.ศ. 1970 ได้มีการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของ matrix elements ในกรณีของ $2\gamma \rightarrow \pi^0$ เข้ากับ $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ และได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง structure function ของ $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$; (F^π) กับ structure function ของ $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$; ($F^{3\pi}$) โดยใช้ Wess-Zumino-Witten effective Lagrangian^{7,8,9}

$$\begin{aligned} F_{th}^{3\pi} &= \frac{F^\pi}{ef_\pi^2} \\ &= \frac{eN_c}{12\pi^2 f_\pi^2} \\ &= 9.7 \text{ GeV}^{-3}, \quad N_c = 3 \end{aligned}$$

ผลการทดลองของ Antipov และคณะ¹⁰ โดยการศึกษาปฏิกิริยา $\pi^- A \rightarrow \pi^- \pi^0 A$ ด้วยลำอนุภาค π ที่มีโมเมนตัม $40 \text{ GeV}/c$ ได้ว่า $F_{exp}^{3\pi} = 12.9 \pm 0.9 \pm 0.5 \text{ GeV}^{-3}$ ซึ่งเห็นได้ชัดว่าค่าทางทฤษฎีและค่าจากการทดลองไม่สอดคล้องกัน แต่ถ้าแทนค่า $N_c = 4$ จะทำให้ผลทางทฤษฎีสอดคล้องกับผลการทดลอง แต่ก็ทำให้เกิดปัญหาอย่างยิ่งต่อสมมติฐานพื้นฐานของ Standard Model ที่กำหนดให้ $N_c = 3$

ข้อจำกัดหนึ่งในการหาค่า $F^{3\pi}$ ก็คือค่าทางทฤษฎีดังกล่าวเป็นการคำนวณที่ chiral limit คือถือว่ามวลของควาร์กที่ประกอบกันเป็นอนุภาค π เป็นศูนย์ แต่ในความเป็นจริงแล้วอนุภาค π มีมวล จึงต้องอาศัยแบบจำลองที่มีผู้คำนวณไว้เพื่อหาค่าของ $F^{3\pi}$ ใน physical region ที่เป็นฟังก์ชันของ Mandelstam's 4-momentum แล้วทำการ extrapolate สู่ chiral limit โดยแบบจำลองของ Terent'ev¹¹ และของ Rudaz¹² อาศัยหลักของ vector meson dominance แบบจำลองของ Bijnen¹³ และของ Holstein¹⁴ ใช้หลักของ chiral perturbation ส่วนแบบจำลองของ Alkofer และ Roberts¹⁵ และของ Ivanov และ Mizutani¹⁶ ใช้แบบจำลองควาร์ก ซึ่งมีความแตกต่างกันมากในช่วงของ physical region แบบจำลองของ Hannah¹⁷ อาศัย chiral expansion ต่อมา Truong¹⁸ ได้พัฒนาแบบจำลองโดยอาศัย

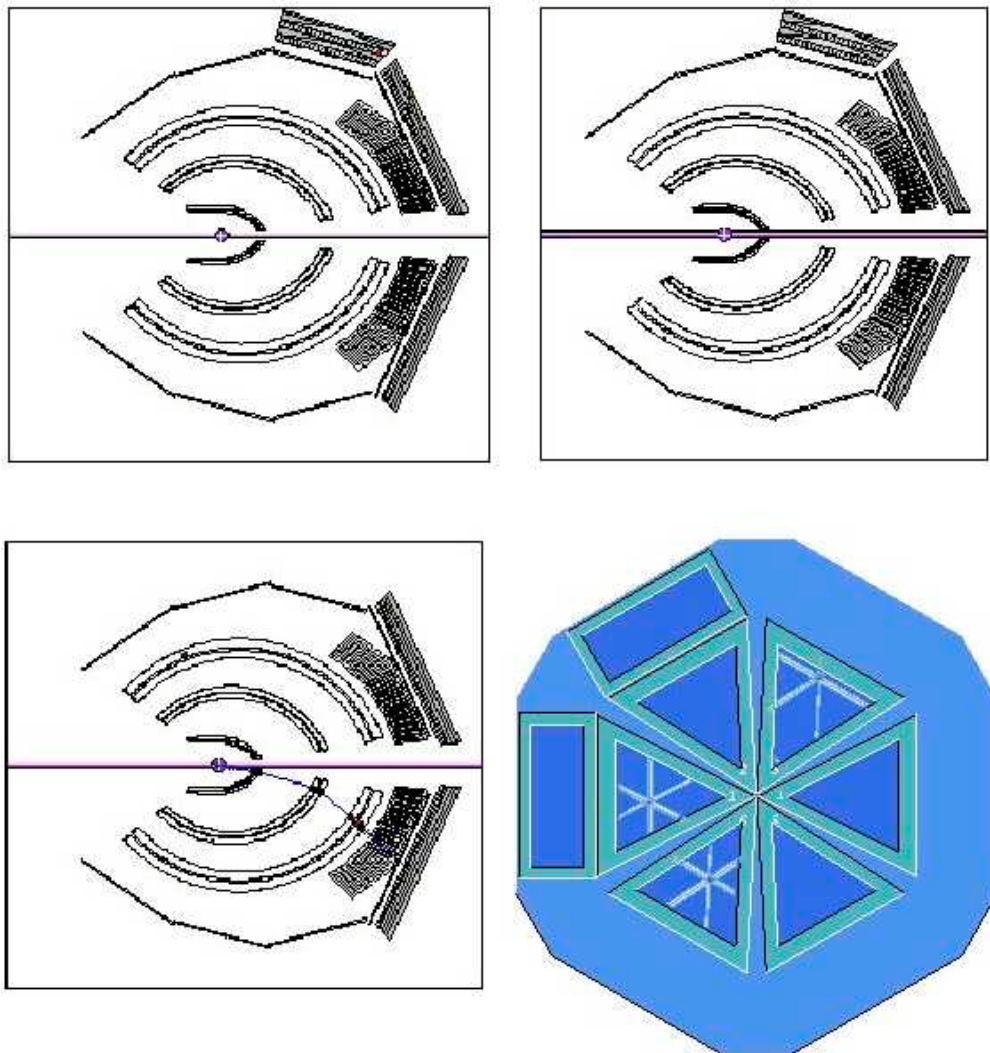
iterative integral โดยพิจารณาถึง P-wave $\pi\pi$ phase shifts แบบจำลองของ Holstein, Truong และ Hannah ต่างก็แสดงถึง ρ -production ในย่าน physical region ซึ่งแตกต่างจากแบบจำลองอื่นอย่างเห็นได้ชัด



รูปที่ 2 แสดงค่า $F^{3\pi}$ จากผลการทดลองของ Antipov *et. al* เปรียบเทียบกับการคำนวณทางทฤษฎี

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในงานวิจัยนี้เลือกศึกษาปฏิกิริยานิวเคลียร์ $pp \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ ซึ่งแตกต่างจากปฏิกิริยาที่ Antiproton และคณะได้ทำการศึกษา โดยจะทำการคัดเลือกเฉพาะเหตุการณ์ที่มีอนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าบวกเพียงหนึ่งอนุภาคเท่านั้น ซึ่งสามารถตรวจวัดได้โดย drift chambers และอนุภาคที่ไม่มีประจุอีก 2 อนุภาคซึ่งจะตรวจวัดโดย electromagnetic calorimeters ตัวอย่างของเหตุการณ์ดังกล่าวได้แสดงในรูปที่ 3 จะเห็นว่า มีรอยทางเดินของอนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าบวก(เบนออก)ใน drift chambers เพียงอนุภาคเดียวเท่านั้น แต่มีร่องรอยที่ปรากฏใน electromagnetic calorimeters อยู่ถึง 3 รอย ซึ่งหนึ่งรอยนั้นเป็นของอนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าบวกเกิดอันตรกิริยาใน electromagnetic calorimeters ส่วนอีก 2 รอยที่เหลือนั้นเป็นของอนุภาคที่ไม่มีประจุ



รูปที่ 3 แสดงภาพจาก CLAS Event Display

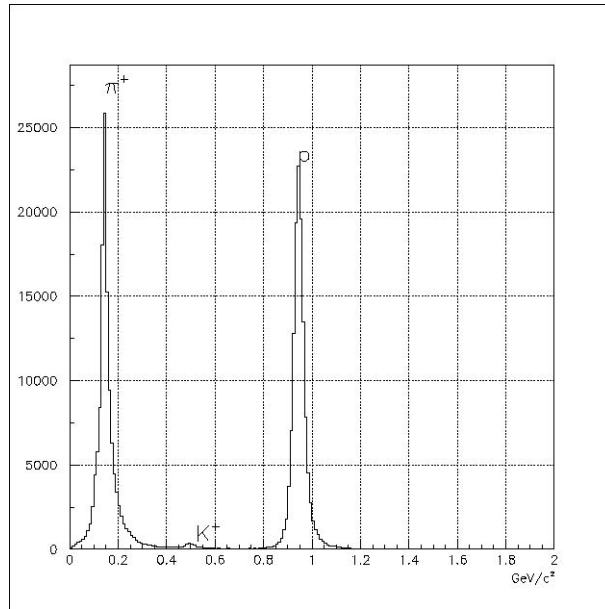
ในปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ มีอนุภาคเกิดขึ้นหลังจากการชน 3 อนุภาคคือ π^+ , π^0 และนิวตรอน (n) โดยมี π^+ เท่านั้นที่เป็นอนุภาคที่มีประจุไฟฟ้า ส่วน π^0 และ n เป็นกลางทางไฟฟ้า และเนื่องจาก π^0 นั้นสลายตัวอย่างรวดเร็วเป็นโฟตอน 2 ตัว ดังนั้นอนุภาคที่เกิดขึ้นและสามารถตรวจวัดได้โดย CLAS จึงเป็น 4 อนุภาคคือ π^+ , โฟตอน 2 ตัว และนิวตรอน ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยไม่ได้ทำการตรวจวัดนิวตรอนโดยตรง เนื่องจาก CLAS ไม่ได้ถูกออกแบบมาเพื่อวัดนิวตรอนโดยตรง ดังนั้นประสิทธิภาพในการตรวจวัดนิวตรอนของ CLAS จึงไม่ค่อยดีนัก อย่างไรก็ตาม เราก็สามารถที่จะตรวจวัดนิวตรอนได้โดยอ้อม คือจะใช้เทคนิคที่เรียกว่า missing mass technique โดยเราจะตรวจวัดอนุภาค π^+ และ π^0 โดยตรงและสมมติว่ามีอนุภาคอีก 1 อนุภาค(อนุภาค X)ที่เราไม่ได้ตรวจวัดโดยตรงจากปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 X$ จากนั้นเราจะพิจารณาว่าอนุภาค X นี้คืออะไรโดยพิจารณาว่ามวลของอนุภาค X สอดคล้องกับอนุภาคใด ซึ่งการหามวลของอนุภาค X เราจะใช้หลักการอนุรักษ์พลังงาน(E)และโมเมนตัม($\vec{p}$) ดังนี้

$$\begin{aligned} E_\gamma + E_p &= E_{\pi^+} + E_{\pi^0} + E_X \\ \vec{p}_\gamma + \vec{p}_p &= \vec{p}_{\pi^+} + \vec{p}_{\pi^0} + \vec{p}_X \\ \therefore m_X &= \sqrt{E_X^2 - \vec{p}_X^2} \end{aligned}$$

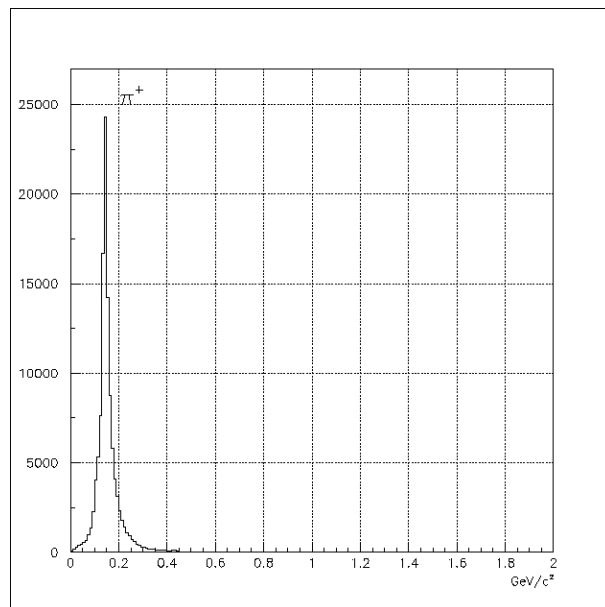
ดังนั้นในขั้นแรก เราจะคัดกรองเฉพาะเหตุการณ์ที่ CLAS ตรวจวัดได้อนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าบวก 1 อนุภาคและอนุภาคที่เป็นกลางทางไฟฟ้า 2 อนุภาคเท่านั้น การบ่งชี้ว่าอนุภาคประจุไฟฟ้าบวกนั้นเป็นอนุภาค π^+ หรือไม่นั้น จะอาศัยข้อมูลเกี่ยวกับโมเมนตัมและความเร็วของอนุภาคเพื่อทำการคำนวณหามวลของอนุภาคดังกล่าวตามสมการ

$$m^2 = p^2 \left(\frac{1}{\beta^2} - 1 \right)$$

โดยที่ m และ p คือมวลและโมเมนตัมของอนุภาคตามลำดับ และ $\beta = \frac{v}{c}$ ซึ่งเมื่อทำการพลอต histogram ของมวลที่คำนวณได้จะได้ดังรูปที่ 4 ซึ่งจะเห็นว่าอนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าบวกนั้นอาจเป็น π^+ หรือ K^+ หรือโปรตอน(p) ก็ได้ ดังนั้นการคัดเลือกอนุภาคที่เป็น π^+ จะเลือกเฉพาะอนุภาคที่มีค่า $m^2 < 0.2 \text{ GeV}^2 / c^4$ โดยที่ $m_{\pi^+} = 0.139 \text{ GeV} / c^2$, $m_{K^+} = 0.493 \text{ GeV} / c^2$ และ $m_p = 0.938 \text{ GeV} / c^2$ ซึ่งเมื่อทำการ cut ดังกล่าวแล้วจะได้ดังรูปที่ 5



รูปที่ 4 แสดง mass distribution ของอนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าบวก โดยการเลือกเหตุการณ์ที่ตรวจวัดอนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าบวกเพียง 1 ตัวและอนุภาคที่เป็นกลางทางไฟฟ้า 2 ตัว

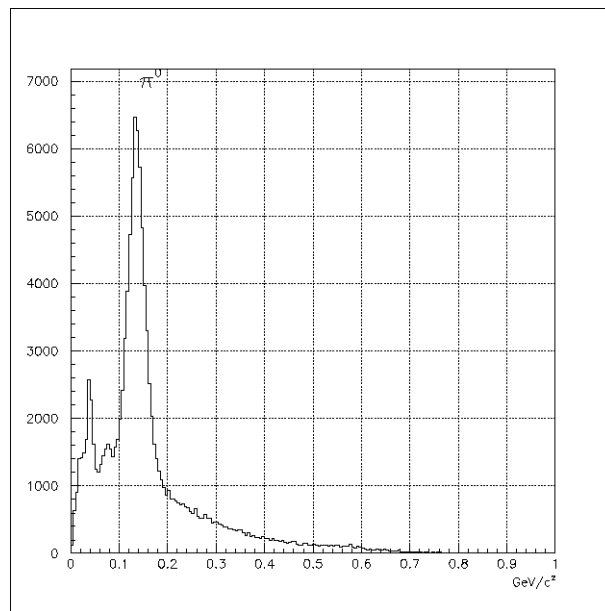


รูปที่ 5 แสดง mass distribution ของอนุภาค π^+ โดยเงื่อนไข $m^2 < 0.2 \text{ GeV}^2 / c^4$

หลังจากที่เราเลือกเหตุการณ์ที่มี π^+ ได้แล้ว ขั้นตอนต่อไปจะเป็นการพิจารณาว่ามี π^0 (ซึ่งสลายตัวอย่างรวดเร็วเป็นโฟตอน 2 ตัวที่สามารถตรวจวัดได้โดย electromagnetic calorimeters) อยู่ในเหตุการณ์นั้นด้วยหรือไม่ โดยจะพิจารณา invariant mass ของอนุภาคที่เป็นกลางทั้งสองนั้นว่าสอดคล้องกับมวลของ π^0 หรือไม่โดยการวัดพลังงานและมุมระหว่างอนุภาคที่เป็นกลาง 2 ตัวนั้นแล้วคำนวณหามวลจาก

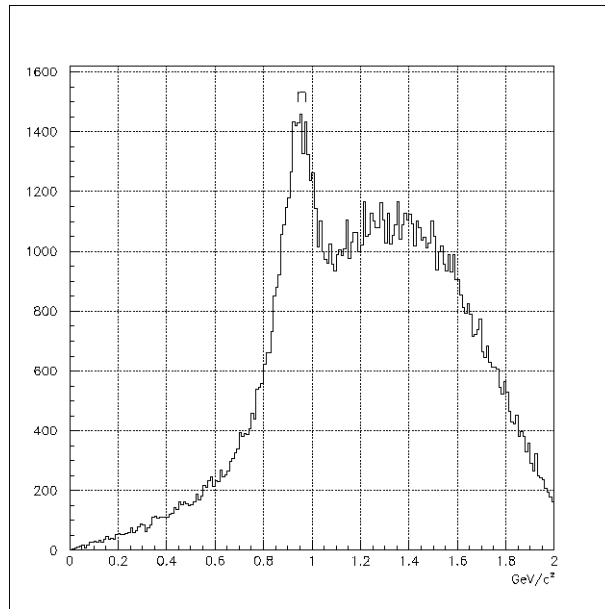
$$m_{\pi}^2 = 2E_{\gamma_1} E_{\gamma_2} (1 - \cos \theta)$$

ซึ่งถ้าอนุภาค 2 ตัวนั้นมาจากการสลายตัวของ π^0 จริง invariant mass ของโฟตอนทั้งสองตัวนี้ก็จะให้ค่ามวลที่สอดคล้องกับมวลของ π^0 ($m_{\pi^0} = 0.135 \text{ GeV}/c^2$) ซึ่งจากรูปที่ 6 พบว่ามี π^0 เกิดขึ้นจริง



รูปที่ 6 แสดง invariant mass ของโฟตอน 2 ตัวซึ่งแสดงให้เห็น peak ในบริเวณที่สอดคล้องกับมวลของ π^0
ส่วน peak เล็ก ๆ นั้นคือ background

ขั้นตอนสุดท้ายจะเป็นการพิจารณาว่า มีนิวตรอนเกิดขึ้นร่วมกับ π^+ และ π^0 ด้วยหรือไม่ โดยพิจารณา missing mass ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 X$ ดังได้กล่าวไว้แล้วข้างต้น จากรูปที่ 7 พบว่ามี peak เกิดขึ้นในบริเวณที่สอดคล้องกับมวลของนิวตรอน ($m_n = 0.939 \text{ GeV}/c^2$) แสดงว่า เราสามารถตรวจวัดอนุภาค π^+ , π^0 และ n จากปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ ได้

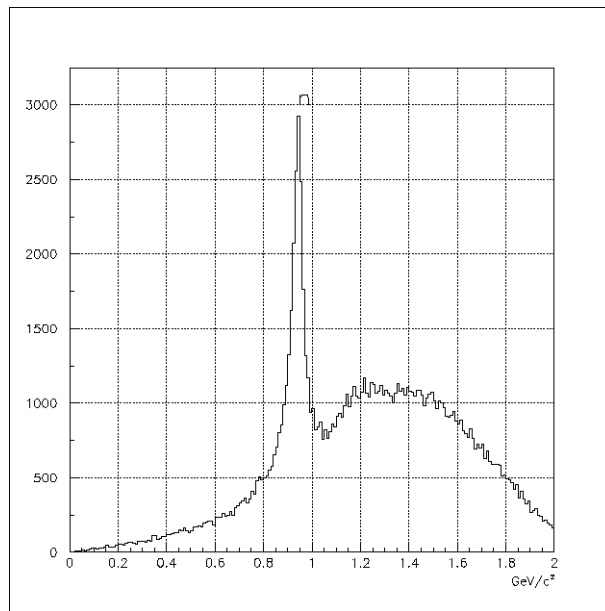


รูปที่ 7 แสดง missing mass distribution ซึ่งแสดงให้เห็น peak ของอนุภาคนิวตรอน

อย่างไรก็ตาม จากการพิจารณา peak ของนิวตรอนที่ได้พบว่าความกว้างของ peak นั้นยังมีค่ามากอยู่ แสดงว่าค่าพลังงานและโมเมนตัมของนิวตรอนที่คำนวณได้ยังมีความไม่แน่นอนอยู่มาก เราสามารถอาศัย kinematic fit ช่วยทำให้ได้ค่าที่แม่นยำมากขึ้นโดยการ optimize ค่าพลังงานของโฟตอนสองตัวที่มาจากการสลายตัวของ π^0 โดยถือว่าเรารู้ตำแหน่งที่โฟตอนทั้งสองตกกระทบบน calorimeter ได้ อย่างแม่นยำพอสมควรแต่ยังมีความคลาดเคลื่อนอยู่ในส่วนของการวัดพลังงาน ดังนั้นเราจะหาค่าที่ดีที่สุดของพลังงานของโฟตอนทั้งสองที่มาจากการสลายตัวของ π^0 โดยการ minimize ฟังก์ชัน

$$f = \frac{(E_1' - E_1)^2}{\sigma_{E_1}^2} + \frac{(E_2' - E_2)^2}{\sigma_{E_2}^2} + \frac{(m_{\pi^0} - \sqrt{(E_1' - E_2')^2 - (E_1' \hat{n}_1 + E_2' \hat{n}_2)^2})^2}{\sigma_{\pi^0}^2}$$

โดยที่ E_1 , E_2 , $\hat{n}_1$, $\hat{n}_2$, σ_{E_1} และ σ_{E_2} คือค่าพลังงาน, unit vectors และ calorimeter energy resolutions ของโฟตอนทั้งสองตัวที่ตรวจวัดได้ตามลำดับ และ E_1' , E_2' คือค่าพลังงานของโฟตอนทั้งสองตัวที่ผ่านการ optimize แล้ว ผลจากการ optimize ค่าพลังงานของโฟตอนทั้งสองนั้น ทำให้เราได้ค่าพลังงานและโมเมนตัมที่ดีที่สุดของ π^0 ซึ่งก็ทำให้เราได้ค่าพลังงานและโมเมนตัมที่ดีที่สุดของนิวตรอนด้วยเช่นกัน ซึ่งจากรูปที่ 8 จะเห็นว่า peak ของนิวตรอนแคบลงกว่าเดิมมาก



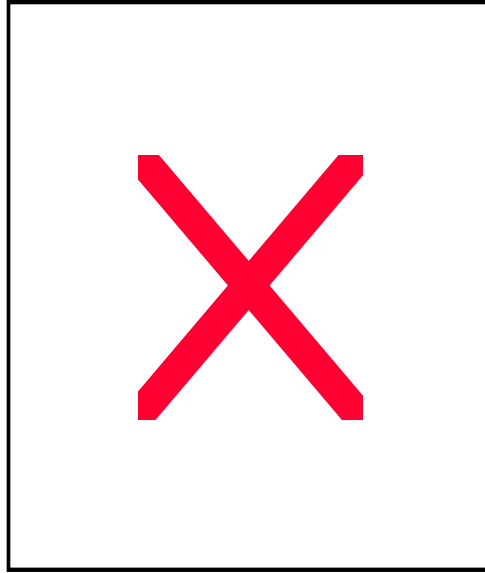
รูปที่ 8 แสดง peak ของนิวตรอนที่ผ่านการ optimize π^0

การนับจำนวนเหตุการณ์ที่มีอนุภาค π^+ , π^0 และ n เป็นอนุภาค final state จากปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ กระทำโดยการ fit histogram รอบ peak ของนิวตรอนด้วย polynomial function เพื่อประมาณค่าของ background แล้วนำไปลบออกจาก peak ของนิวตรอนเพื่อประมาณจำนวนเหตุการณ์ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ ที่เกิดขึ้น

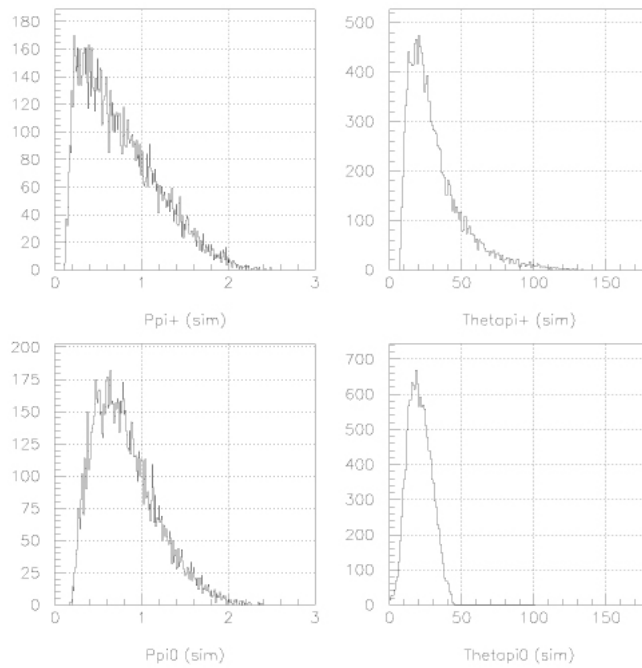
การหาค่า differential cross section ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$

ในการหาค่า differential cross section ของปฏิกิริยานั้น จะพิจารณาค่า $\frac{d^2\sigma}{ds dt}$ สำหรับพลังงานโฟตอน 2 GeV โดยจะพิจารณา s ในช่วง $4 - 48 m_\pi^2$ และ $|t|$ ในช่วง $0 - 50 m_\pi^2$ ทั้งนี้ s และ t คือ Mandelstam variables ดังรูปที่ 9

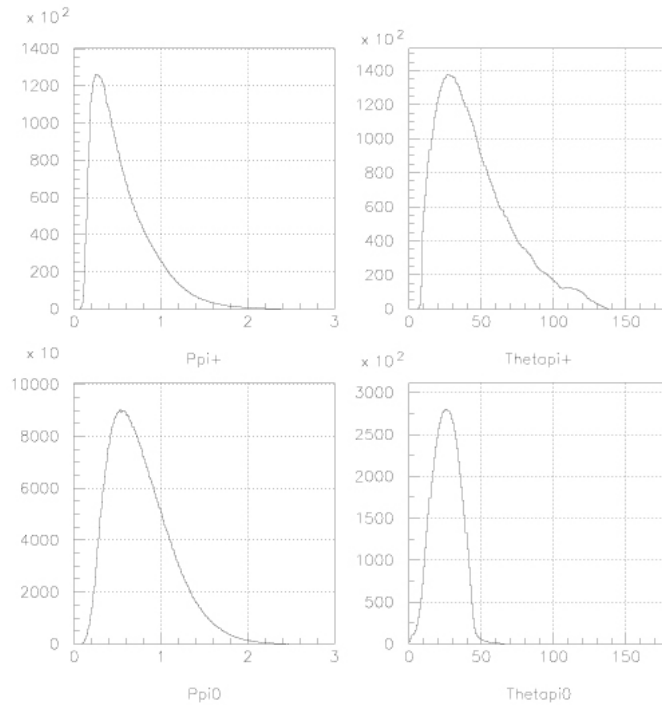
ในการหาค่า cross section นั้นจะทำการหาค่า acceptance ของ detector เป็นอันดับแรก โดยการจำลองเหตุการณ์ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ จาก event generator จากนั้นจึงทำการ propagate อนุภาคทั้งสามคือ π^+ , π^0 และนิวตรอนเข้าสู่ CLAS detector แล้วจึงทำ event reconstruction เช่นเดียวกับข้อมูลที่ได้จากการทดลองจริง และผ่านเข้าสู่กระบวนการวิเคราะห์ข้อมูลเช่นเดียวกับผลการทดลองจริง ซึ่งตัวอย่างของเหตุการณ์ที่จำลองได้เทียบกับเหตุการณ์จากการทดลองได้แสดงดังรูปที่ 10 และ 11



รูปที่ 9 แสดง Feynman diagram ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ และ Mandelstam variables ที่เกี่ยวข้อง



รูปที่ 10 แสดงผลจากการจำลองเหตุการณ์ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$



รูปที่ 11 แสดงผลจากการทดลองของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$

ปริมาณที่สำคัญต่อการหาค่า cross section อีกปริมาณหนึ่งคือ photon flux ซึ่งคือจำนวนโฟตอนที่เข้ากระทบเป้า (N_γ) ซึ่งในที่นี้จะพิจารณาจำนวนโฟตอนที่มีพลังงานในช่วง 1.875 GeV – 2.125 GeV นอกจากนี้ยังได้พิจารณาเฉพาะอนุภาค π^+ ที่ตรวจได้ในช่วง $\phi \leq \pm 25^\circ$ จากแนวกลางของ drift chamber ในแต่ละ sector และค่า $\cos \theta_{cm} \leq 0.6$ ซึ่งเป็นบริเวณที่ตรวจวัด π^+ ได้มากที่สุด และค่า differential cross sections จาก

$$\frac{d^2\sigma}{ds dt} = \frac{N_{ev} \cdot 10^{30}}{N_\gamma \frac{N_0 \rho}{M_H} \ell \Delta s \Delta t \epsilon_A} \mu b / GeV^4$$

โดย N_{ev}	คือจำนวนเหตุการณ์ที่ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ ที่เกิดขึ้นในแต่ละ bin size
N_γ	คือจำนวนโฟตอนที่เข้าชนเป้า
N_0	คือ Avogadro number = $6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
ρ	คือความหนาแน่นของเป้า = 0.0708 g/cm^3
M_H	คือมวลโมเลกุลของไฮโดรเจน = 1.08 g/mol
ℓ	คือความยาวของเป้า = 18 cm

Δs	คือ bin size ของ $s = 4m_\pi^2$
Δt	คือ bin size ของ $t = 0.5m_\pi^2$
ε_A	คือ acceptance correction fraction

หลังจากได้ค่า differential cross sections แล้ว ขั้นตอนต่อไปก็คือ การหาค่า cross sections ของปฏิกิริยา $\gamma\pi^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ หรือ $\gamma \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^-$ เนื่องจากเป็นปฏิกิริยาที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับการหาค่า $F^{3\pi}$ structure function แต่การวัดค่า cross sections ของปฏิกิริยา $\gamma\pi^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ โดยตรงนั้นทำได้ยากมากเนื่องจากเราไม่เป้าที่เสถียรของ π เราจึงต้องหาค่านี้จากปฏิกิริยาที่มีความสัมพันธ์กัน จากรูปที่ 9 จะเห็นว่า $\gamma \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^-$ vertex นี้เป็นส่วนหนึ่งของปฏิกิริยาที่เราทำการวัดคือ $\gamma p \rightarrow \pi^+\pi^0 n$ โดยมีการแลกเปลี่ยน virtual π^- ระหว่าง vertex ของ nucleons และ pions นั่นก็คือมีค่า $t < 0$ เพื่อความสะดวกเราจะเขียนตัวแปร s และ t ในหน่วย m_π^2 ดังนั้นในการหาค่า cross sections ของปฏิกิริยา $\gamma\pi^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ เราจึงต้องทำการหาค่า cross sections ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+\pi^0 n$ ก่อนแล้วจึงทำการ extract cross sections ของปฏิกิริยา $\gamma\pi^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ โดยใช้ Chew-Low extrapolation technique¹⁹ ไปสู่ค่า $t \rightarrow m_\pi^2$ ซึ่งค่า cross sections ของปฏิกิริยา $\gamma\pi^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ สัมพันธ์กับ $\gamma p \rightarrow \pi^+\pi^0 n$ ดังนี้^{20,21}

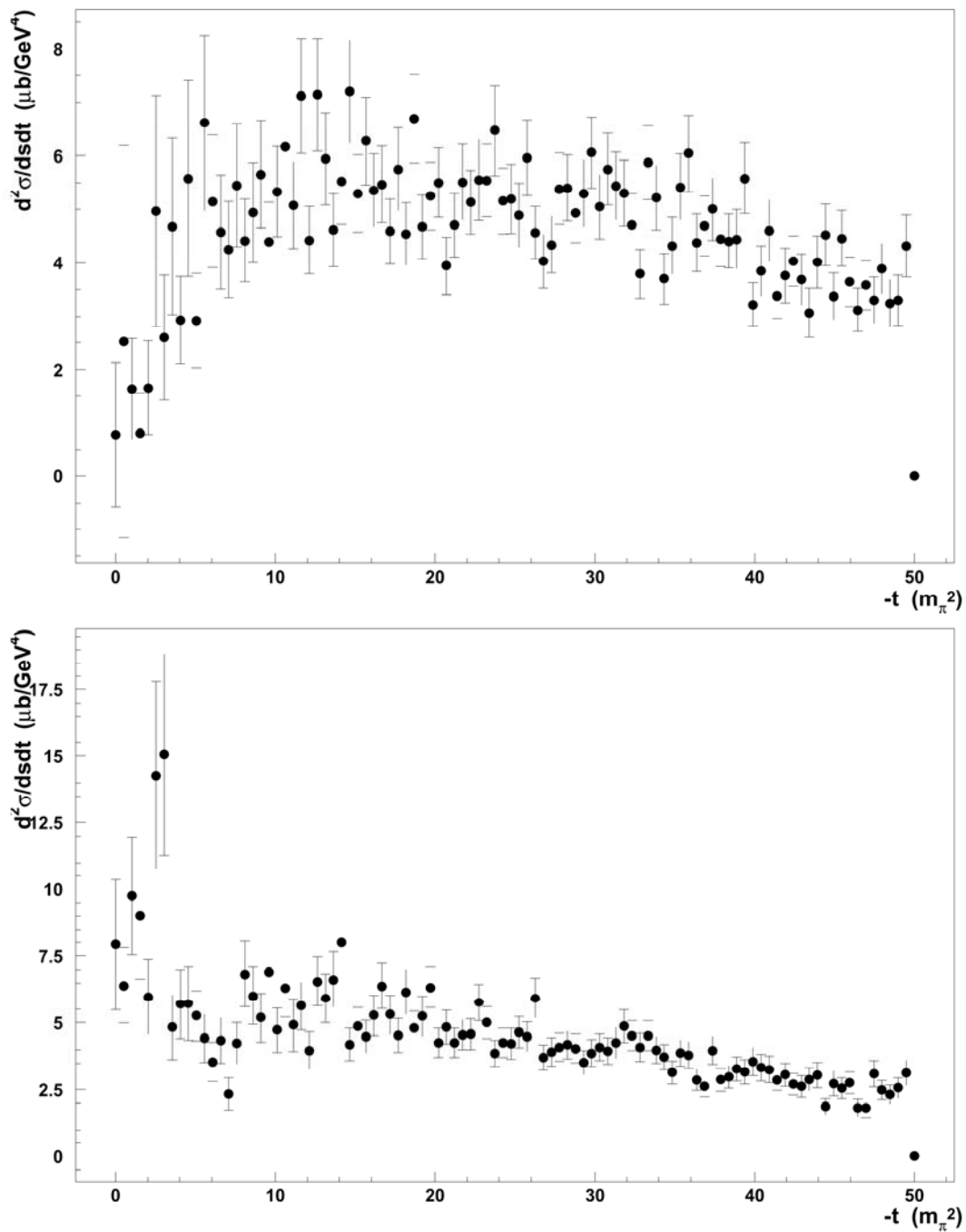
$$\frac{d^2\sigma}{ds dt} = 2 \left(\frac{2f^2}{4\pi} \right) \frac{1}{m_\pi^2} \cdot \frac{-t}{(t-m_\pi^2)^2} \cdot \frac{s}{E_\gamma^2} \sqrt{1 - \frac{4m_\pi^2}{s}} \cdot \sigma_{\gamma\pi \rightarrow \pi\pi}$$

$$\sigma_{\gamma\pi \rightarrow \pi\pi}(s) = \frac{(F^{3\pi}(s, t', u))^2}{128\pi} \cdot \frac{s}{6} \left(1 - \frac{4m_\pi^2}{s} \right)^{3/2} (s - m_\pi^2)$$

โดย $2f^2 = 0.16$ คือ $\pi^\pm p$ coupling constant และ E_γ คือพลังงานของโฟตอนที่เข้าทำปฏิกิริยา โดย Chew-Low extrapolation technique นี้อาศัยการ fit cross section ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+\pi^0 n$ ด้วยฟังก์ชันโพลิโนเมียลในรูปของ

$$(t - m_\pi^2) \frac{d^2\sigma}{ds dt} \equiv F(t) = -|p_0| + p_1(t - m_\pi^2) + p_2(t - m_\pi^2)^2$$

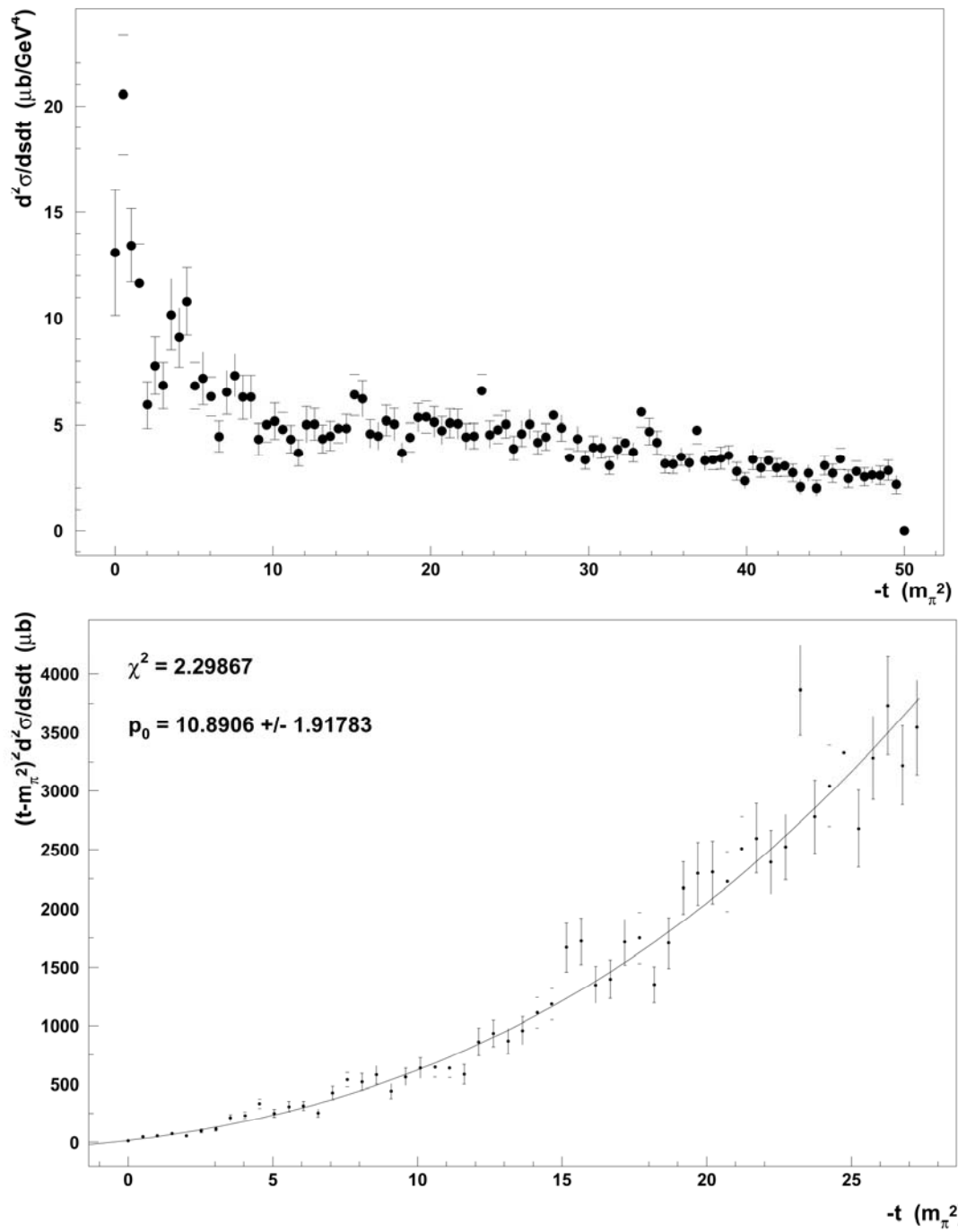
โดย p_0, p_1 และ p_2 คือพารามิเตอร์ที่ได้จากการ fit ซึ่งในการ fit ดังกล่าวได้กำหนด constraint ไว้ 2 ข้อ คือ 1) $F(t = m_\pi^2) = -|p_0|$ ซึ่งคือค่า cross sections ที่ pion pole และ 2) $F(t = 0) \geq 0$ รูปที่ 12 – 20 แสดงค่า differential cross sections ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+\pi^0 n$ ที่ $E_\gamma = 2 \text{ GeV}$ และการ fit โดย Chew-Low extrapolation technique



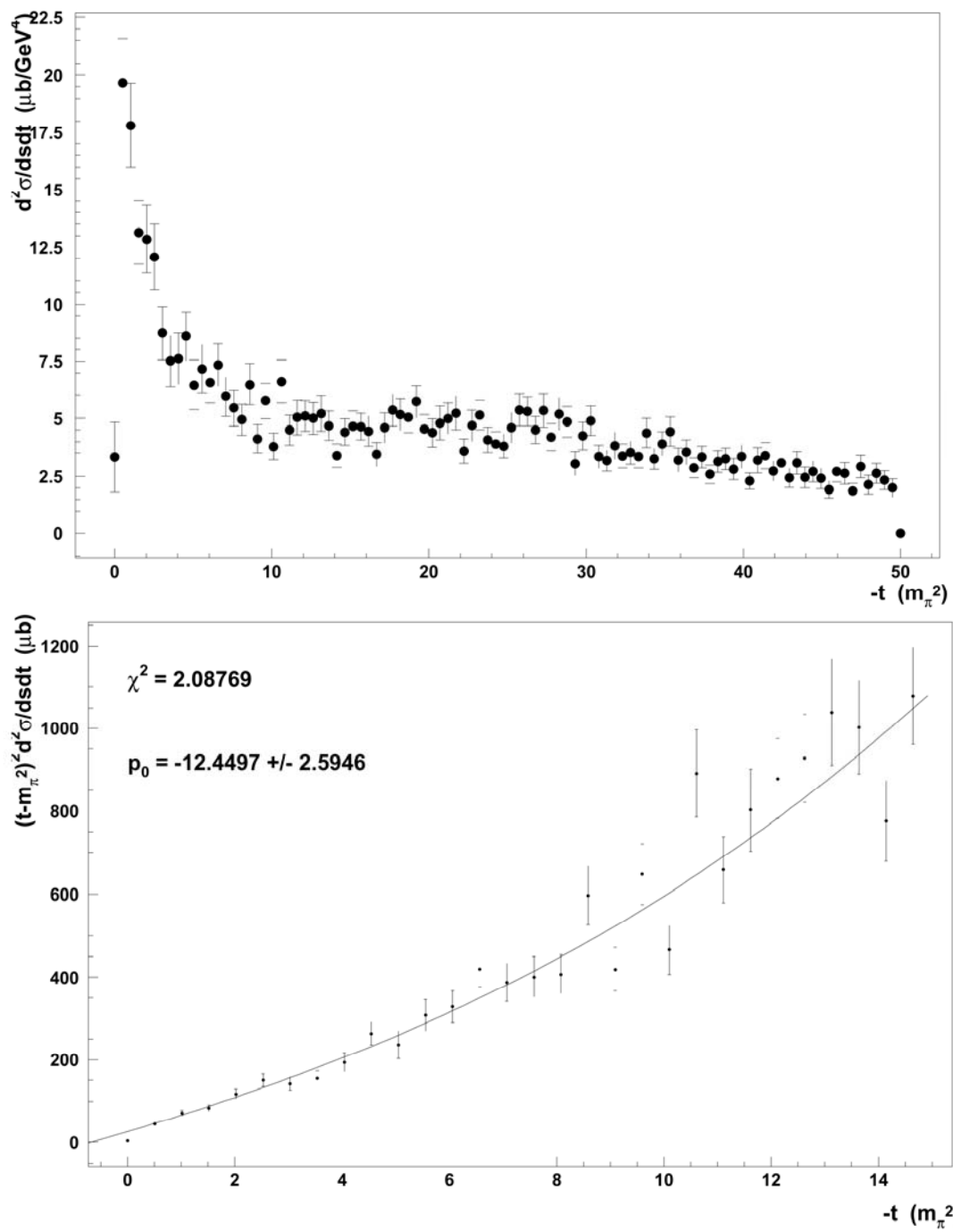
รูปที่ 12 แสดง differential cross sections ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ เป็นฟังก์ชันของ t

ในช่วง $s = 6m_\pi^2$ (บน) และ $s = 10m_\pi^2$ (ล่าง)

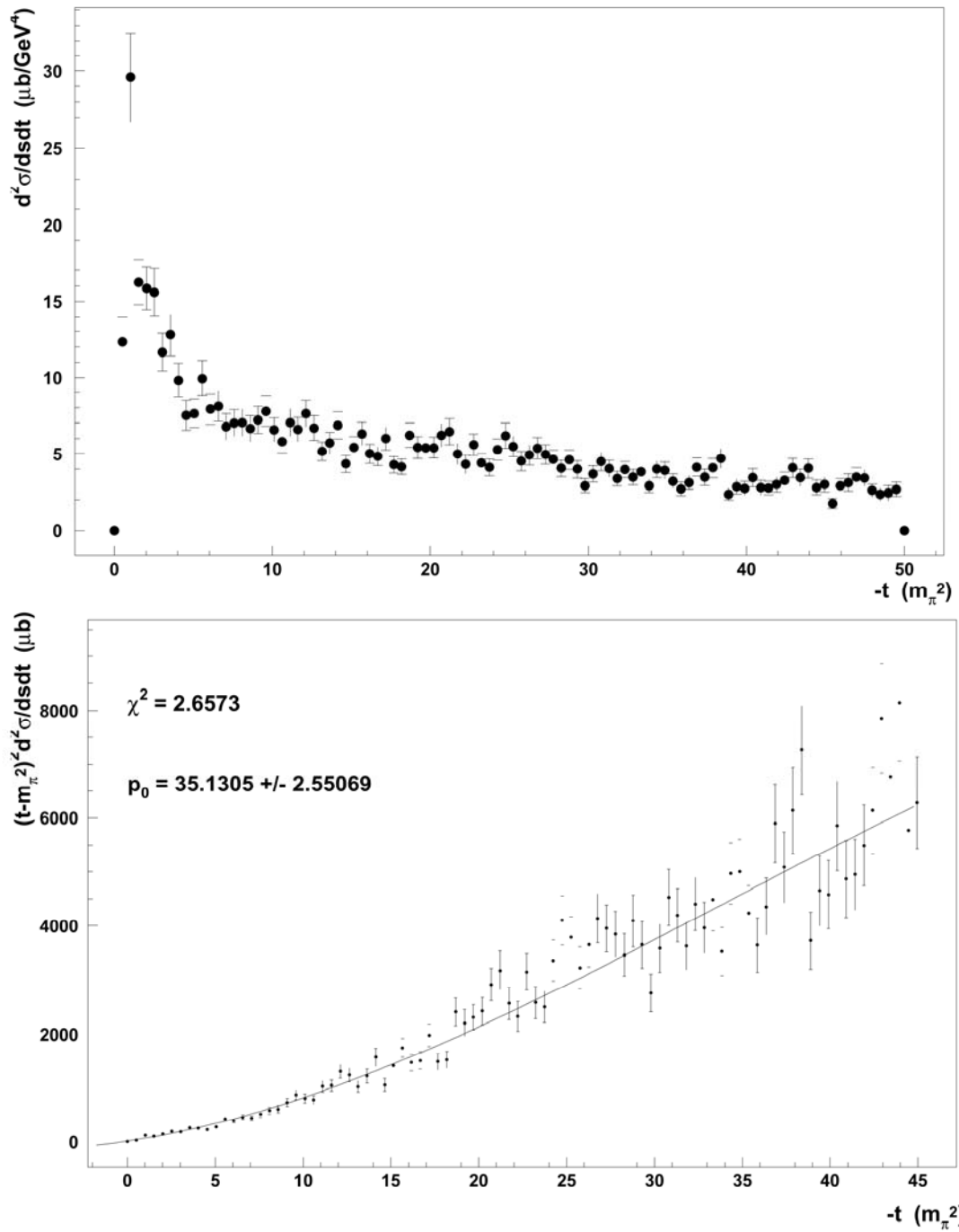
หมายเหตุ: สำหรับการ fit ในช่วง $s = 6m_\pi^2$ และ $s = 10m_\pi^2$ นั้นมีความคลาดเคลื่อนของพารามิเตอร์ p_0 สูง มาก จึงไม่นำมาแสดงในที่นี้



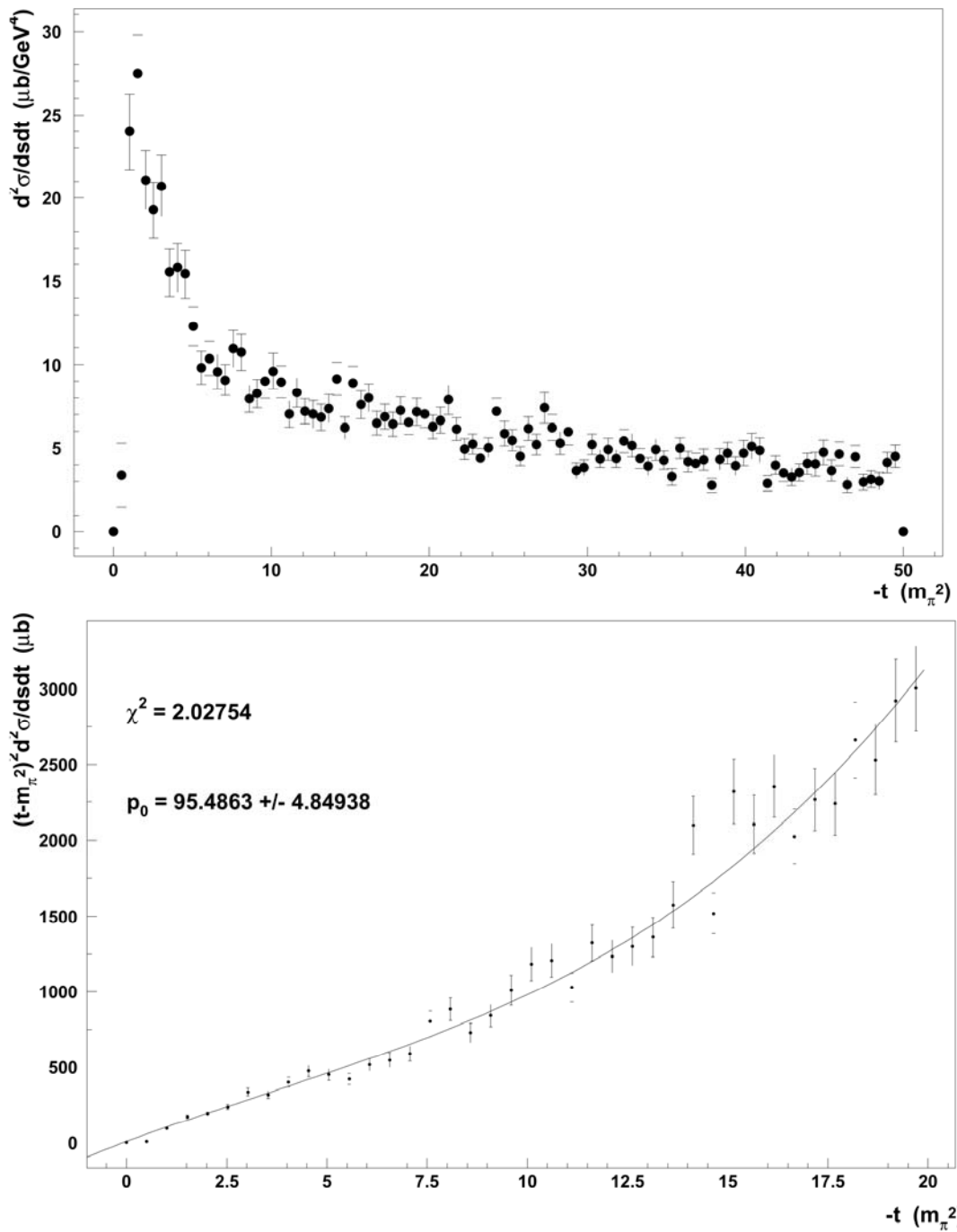
รูปที่ 13 แสดง differential cross sections ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ เป็นฟังก์ชันของ t ในช่วง $s = 14m_\pi^2$ (บน) และผลการ fit โดย Chew-Low extrapolation technique (ล่าง)



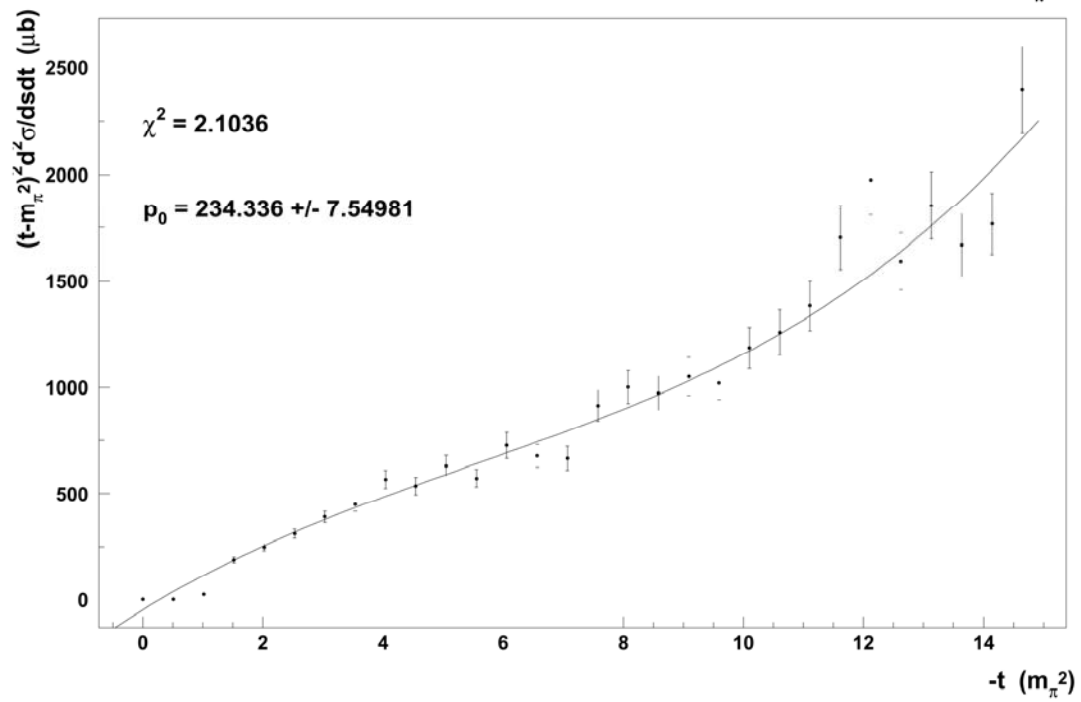
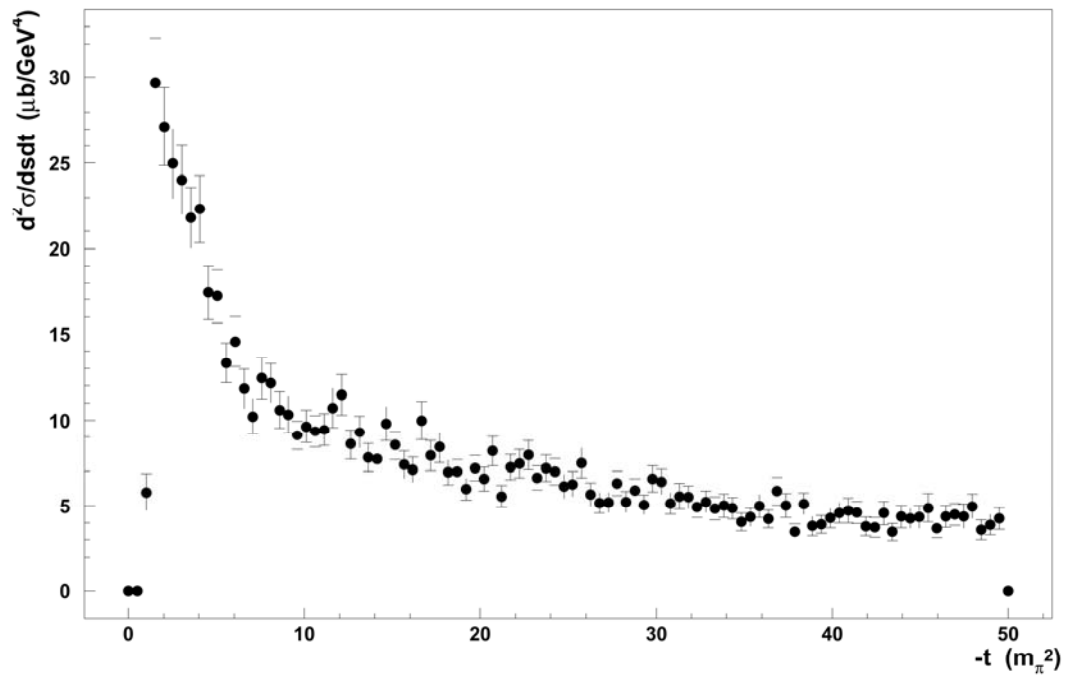
รูปที่ 14 แสดง differential cross sections ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ เป็นฟังก์ชันของ t ในช่วง $s = 18m_\pi^2$ (บน) และผลการ fit โดย Chew-Low extrapolation technique (ล่าง)



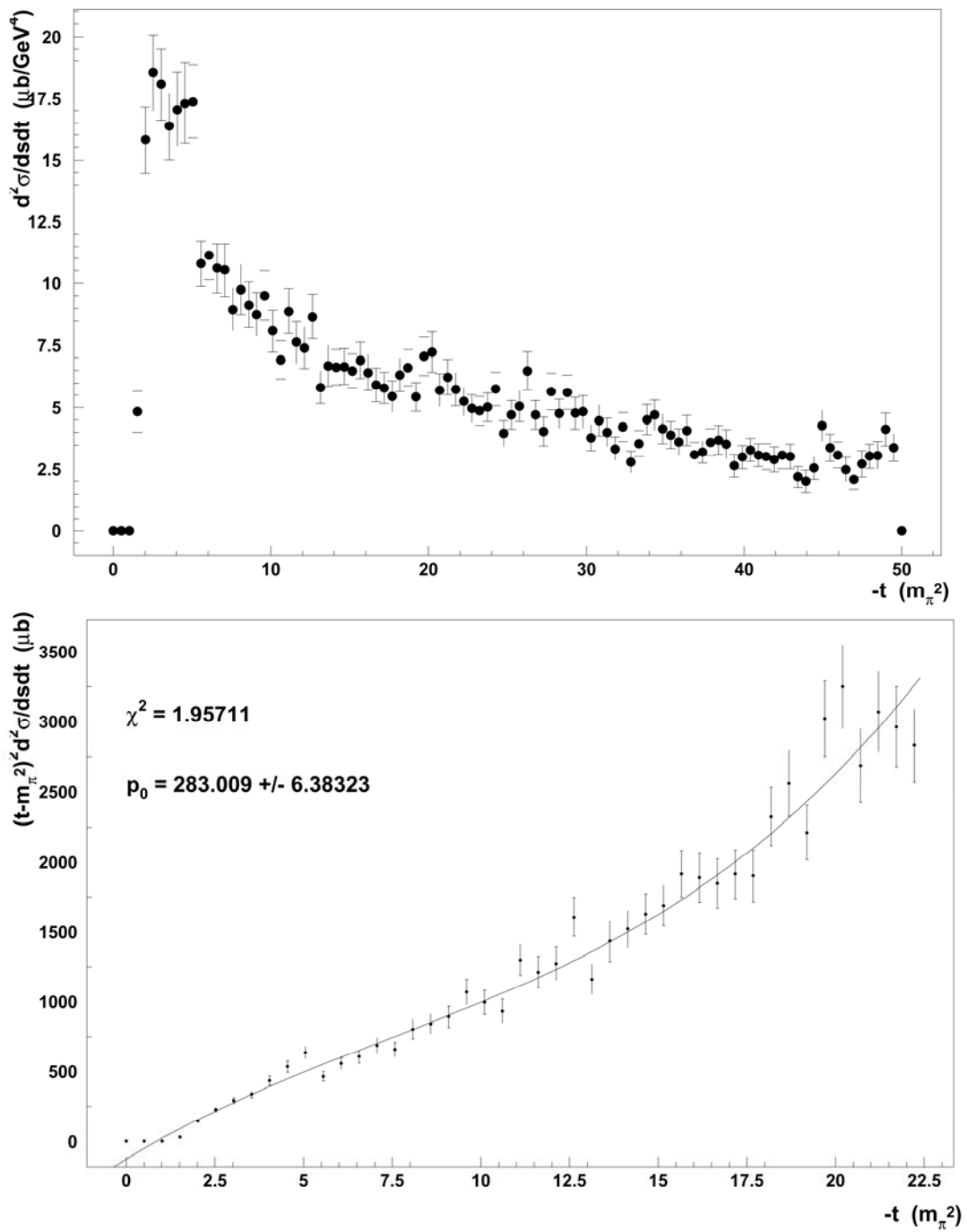
รูปที่ 15 แสดง differential cross sections ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ เป็นฟังก์ชันของ t ในช่วง $s = 22m_\pi^2$ (บน) และผลการ fit โดย Chew-Low extrapolation technique (ล่าง)



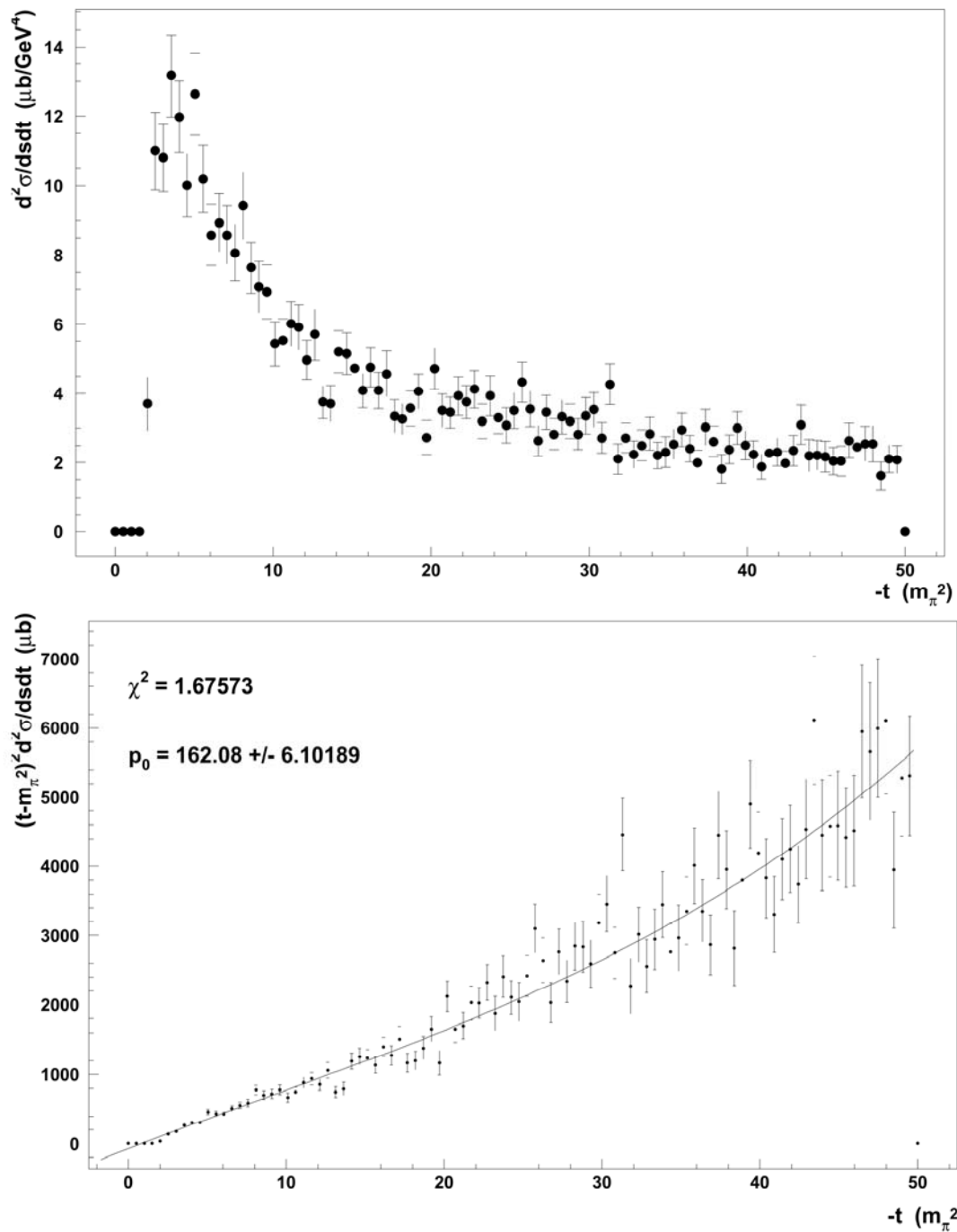
รูปที่ 16 แสดง differential cross sections ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ เป็นฟังก์ชันของ t ในช่วง $s = 26\text{m}_\pi^2$ (บน) และผลการ fit โดย Chew-Low extrapolation technique (ล่าง)



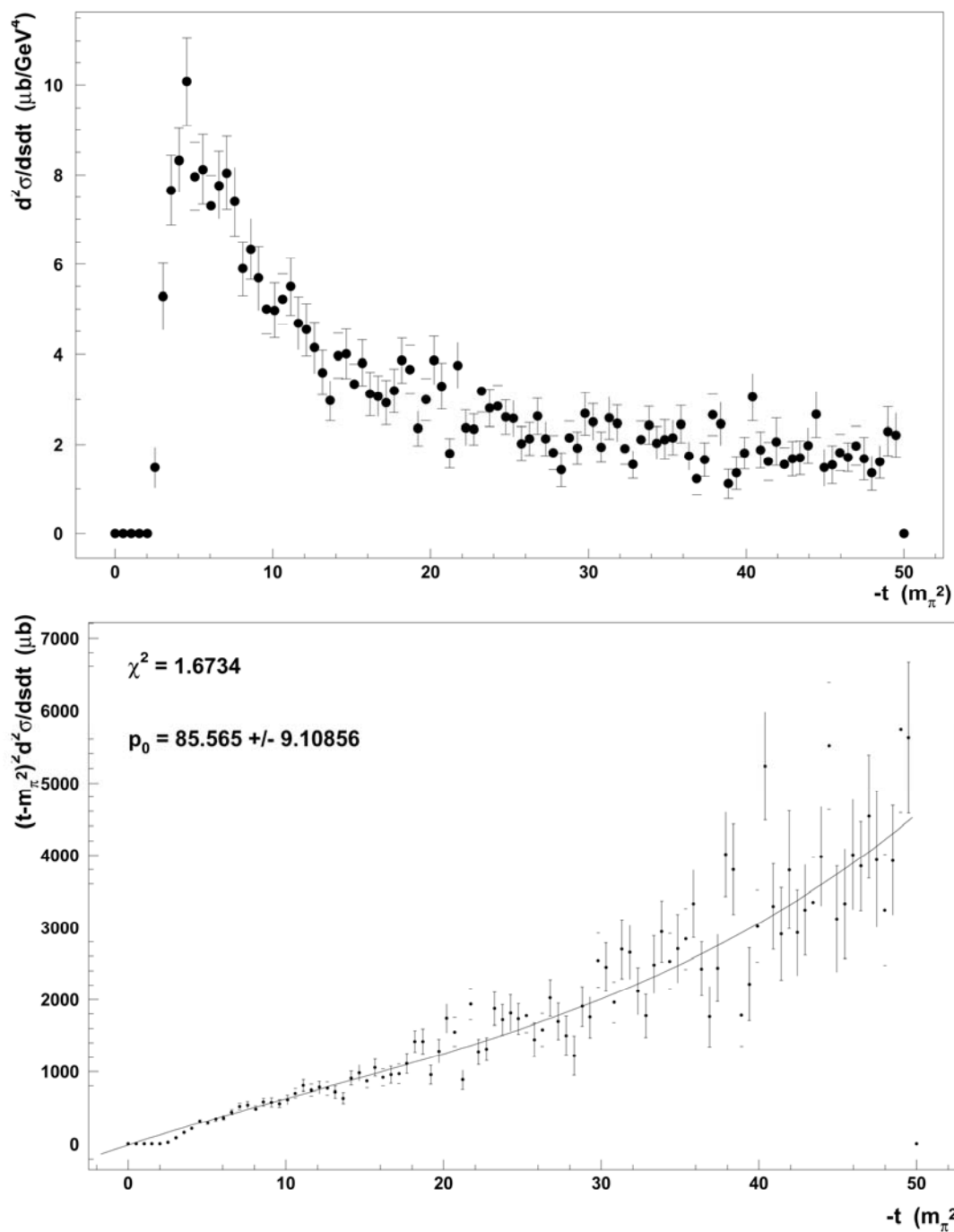
รูปที่ 17 แสดง differential cross sections ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ เป็นฟังก์ชันของ t ในช่วง $s = 30 m_\pi^2$ (บน) และผลการ fit โดย Chew-Low extrapolation technique (ล่าง)



รูปที่ 18 แสดง differential cross sections ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ เป็นฟังก์ชันของ t ในช่วง $s = 34m_\pi^2$ (บน) และผลการ fit โดย Chew-Low extrapolation technique (ล่าง)



รูปที่ 19 แสดง differential cross sections ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ เป็นฟังก์ชันของ t ในช่วง $s = 38m_\pi^2$ (บน) และผลการ fit โดย Chew-Low extrapolation technique (ล่าง)



รูปที่ 20 แสดง differential cross sections ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ เป็นฟังก์ชันของ t ในช่วง $s = 42 m_\pi^2$ (บพ) และผลการ fit โดย Chew-Low extrapolation technique (ล่าง)

การ extract ค่า $F^{3\pi}$ จากผลการทดลอง

ผลของการ fit แสดงดังตารางข้างล่างนี้

$s (m_\pi^2)$	$ p_0 $	χ^2
14	10.89 ± 1.92	2.3
18	12.45 ± 2.59	2.1
22	35.13 ± 2.55	2.7
26	95.49 ± 4.85	2.0
30	234.33 ± 7.55	2.1
34	283.01 ± 6.38	2.0
38	162.08 ± 6.10	1.7
42	85.57 ± 9.10	1.7

ค่าพารามิเตอร์ $|p_0|$ มีความสัมพันธ์กับ cross section ของ $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ ดังสมการ

$$F(t = m_\pi^2) = -|p_0| = (t - m_\pi^2)^2 \frac{d^2\sigma}{ds dt} = -2 \left(\frac{2f^2}{4\pi} \right) \cdot \frac{s}{E_\gamma^2} \sqrt{1 - \frac{4m_\pi^2}{s}} \cdot \sigma_{\gamma\pi \rightarrow \pi\pi}$$

อย่างไรก็ตาม cross section ที่ได้จากสมการข้างบนยังไม่ถูกต้องสมบูรณ์ เนื่องจากในการคัดเลือกเหตุการณ์เพื่อหาค่า $\frac{d^2\sigma}{ds dt}$ นั้นเราจำกัดเฉพาะเหตุการณ์ที่ $\phi_{\pi^+} \leq \pm 25^\circ$ และ $\cos\theta_{cm}^{\pi^+} \leq 0.6$ ดังนั้นจึงต้องทำการปรับแก้ค่าดังกล่าวโดย

$$\sigma_{\gamma\pi \rightarrow \pi\pi}^{\text{correct}} = \int_{-25^\circ}^{25^\circ} d\phi_\pi \int_{-0.6}^{0.6} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\cos\theta_{cm}^\pi = \frac{2}{3} \sigma_{\gamma\pi \rightarrow \pi\pi}$$

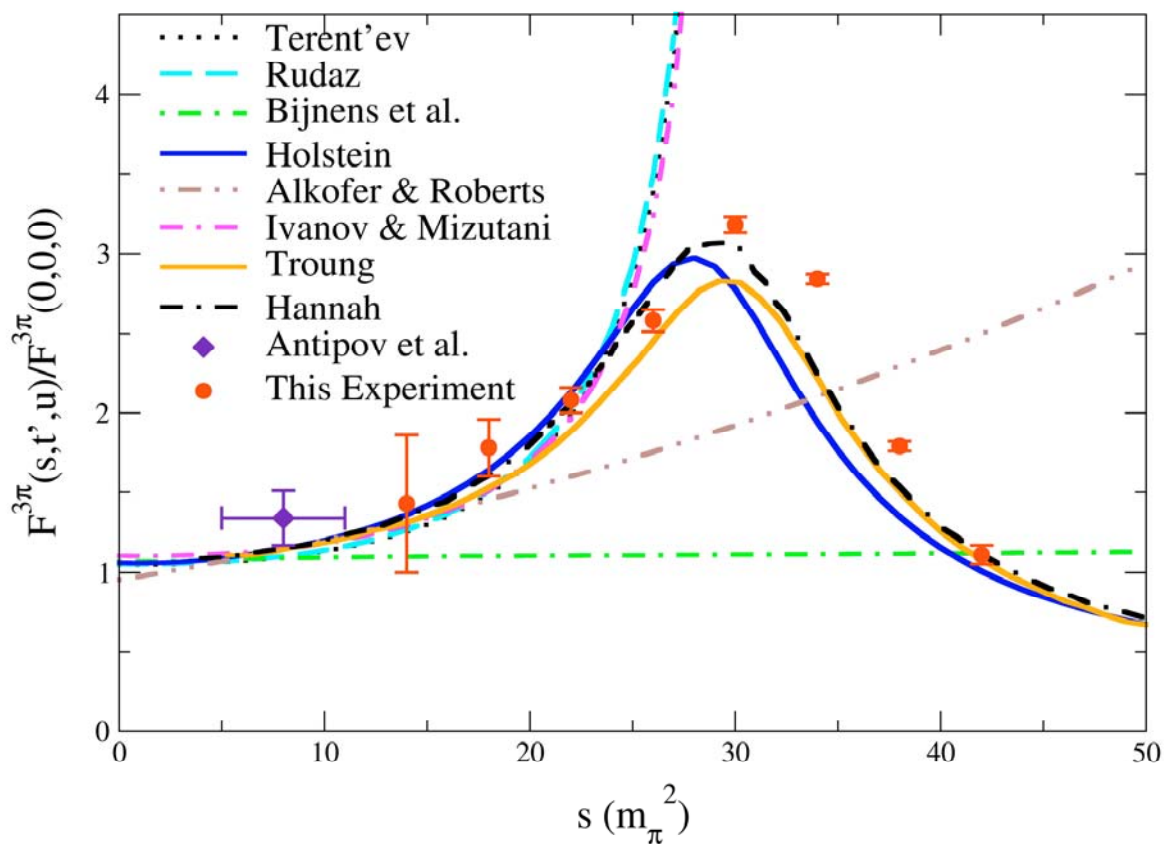
ซึ่งสามารถหา $F^{3\pi}$ structure function ได้ตามสมการ

$$(F^{3\pi}(s, t', u))^2 = 128\pi \left(\frac{6}{s} \right) \left(1 - \frac{4m_\pi^2}{s} \right)^{-3/2} (s - m_\pi^2)^{-1} \sigma_{\gamma\pi \rightarrow \pi\pi}(s)$$

ผลจากการหา $F^{3\pi}$ แสดงดังตารางข้างล่างนี้ และรูปที่ 21

$s \text{ (m}_\pi^2\text{)}$	$F^{3\pi}(s, t'=u)/F^{3\pi}(0)$
14	1.43 ± 0.43
18	1.78 ± 0.18
22	2.08 ± 0.08
26	2.58 ± 0.07
30	3.18 ± 0.05
34	2.84 ± 0.03
38	1.79 ± 0.03
42	1.11 ± 0.06

$$t = m_\pi^2, t' = u$$



รูปที่ 21 แสดง $F^{3\pi}$ ที่ได้จากงานวิจัยนี้เปรียบเทียบกับผลการคำนวณทางทฤษฎีต่าง ๆ

จากรูปที่ 21 จะเห็นว่า ค่า $F^{3\pi}$ จากการคำนวณของ Holstein, Truong และ Hannah เป็นไปในแนวเดียวกับค่าที่วัดได้ในช่วง $s > 26m_\pi^2$ ซึ่งเป็นการคำนวณที่ได้รวมผลจาก $\pi\pi$ final state interaction บนพื้นฐานของ chiral perturbation ส่วนในช่วง $s < 26m_\pi^2$ นั้น การคำนวณของ Terent'ev, Rudaz, Bijmens, Roberts, Ivanov, Holstein, Truong และ Hannah ต่างก็สอดคล้องกับผลการทดลอง ซึ่งแสดงให้เห็นถึง momentum dependent ของ $F^{3\pi}$ อย่างไรก็ตาม สำหรับ $s < 14m_\pi^2$ นั้น ยังไม่สามารถหาค่า $F^{3\pi}$ ได้ เนื่องจากยังมีความคลาดเคลื่อนสูงในการ extract ค่าดังกล่าวจากผลการทดลอง ทำให้ยังไม่มี constraint ที่ค่า s ต่ำ ๆ ที่จะใช้ในการหาค่า $F^{3\pi}$ ที่ chiral limit

สรุปผลการวิจัย

1. งานวิจัยนี้ได้แสดงให้เห็นถึง momentum dependent ของ $F^{3\pi}$ structure function ใน physical region
2. การหาค่า $F^{3\pi}$ ที่ chiral limit ($s = t' = u = 0$) นั้นยังไม่สามารถทำได้ เนื่องจากการ extract cross section ในย่าน s ต่ำ ๆ ยังมีความคลาดเคลื่อนสูง
3. ค่า $F^{3\pi}$ ที่ extract ได้ใน physical region สอดคล้องกับผลการคำนวณที่ได้รวมผลจาก $\pi\pi$ final state interaction

เอกสารอ้างอิง

1. J.F. Donoghue, E. Golowich, and B.R. Holstein, "Dynamics of the Standard Model", Cambridge (1992).
2. Steinberger, J., Phys. Rev. **76**, 1180 (1949).
3. Adler, S.L., Phys. Rev. **177**, 2426 (1969).
4. Bell, J.S., and R. Jackiw, Nuovo Cimento **60A**, 47 (1969).
5. Wess, J., and B. Zumino, Phys. Lett. **37B**, 95 (1971).
6. Witten, E., Nucl. Phys. B223, 422 (1983).
7. Adler, S.L., B.W. Lee, S.B. Treiman, and A. Zee, Phys. Rev. **D4**, 3497 (1971).
8. Terent'ev, M., JETP Lett. **14**, 94 (1971).
9. Aviv, R., and A. Zee, Phys. Rev. **D5**, 2372 (1972).
10. Anitpov, Yu.M., et al., Phys. Rev. **D36**, 21 (1987).
11. Terent'ev, M.V., Phys. Rev. **D10**, 3857 (1972).
12. Rudaz, S., Phys. Lett. **B145**, 281 (1984).
13. Bijnens, J., A. Bramon, and F. Cornet, Phys. Lett. **B237**, 488 (1990).
14. Holstein, B.R., Phys. Rev. **D53**, 4099 (1996).
15. Alkofer, R., and C.D. Roberts, Phys. Lett. **B369**, 101 (1996).
16. Ivanov, M.A., and T. Mizutani, Phys. Rev. **D53**, 1470 (1996).
17. Hannah, T., Nucl. Phys. **B593**, 577-595 (2001).
18. Truong, Tran N., Phys. Rev. **D65**, 056004 (2002).
19. Chew, G. F., and F. E. Low, Phys. Rev. **113**, 1640 (1959).
20. Pomeranchuk, Ya., and I. M. Shmushkevich, Nucl. Phys. **23**, 452 (1961).
21. Iroshnikov, G. S., and Yu. P. Nikitin, Sov. J. Nucl. **7**, 381 (1968).

ภาคผนวก

1. CLAS : CEBAF Large Acceptance Spectrometer

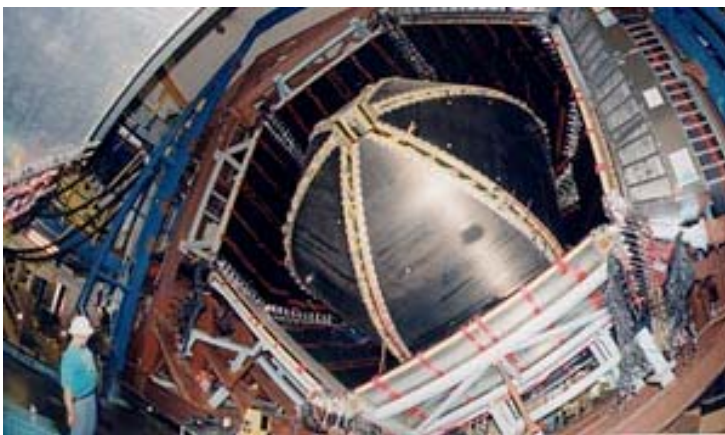
CLAS เป็น detector ใน Experimental Hall B ของ The Thomas Jefferson National Accelerator Facility หรือที่รู้จักกันในชื่อเดิมว่า CEBAF (Continuous electron Beam Accelerator Facility) ตั้งอยู่ในมลรัฐเวอร์จิเนีย ประเทศสหรัฐอเมริกา การตรวจวัดอนุภาคที่เกิดจากปฏิกิริยานิวเคลียร์ที่ต้องการศึกษาทำได้โดยการยิงลำอนุภาคอิเล็กตรอนหรือลำอนุภาคโฟตอนเข้าชนเป้าซึ่งอาจเป็นไฮโดรเจนหรือดิวทีเรียม เป็นต้น โดยเครื่องเร่งอนุภาคที่ Jefferson Lab สามารถเร่งอิเล็กตรอนให้มีพลังงานสูงสุดประมาณ 6 GeV และสามารถผลิตโฟตอนที่มีพลังงาน 20% – 95% ของพลังงานของอิเล็กตรอนโดยอาศัยหลักการแผ่รังสี Bremsstrahlung การจัดวางตำแหน่งของส่วนประกอบต่าง ๆ ของ CLAS จะจัดในลักษณะของสมมาตรหกเหลี่ยม โดย CLAS ประกอบด้วย detector components ต่าง ๆ ดังนี้ คือ

- Drift Chambers ใช้สำหรับตรวจวัดอนุภาคที่มีประจุไฟฟ้า โดยแบ่งเป็น 3 regions
- Cerenkov Counters ใช้สำหรับตรวจวัดอิเล็กตรอน
- Time-of-flight System สำหรับวัดเวลาในการเดินทางของอนุภาค
- Electromagnetic Calorimeters สำหรับวัดพลังงานของอิเล็กตรอนและโฟตอน

ในกรณีการทดลองเกี่ยวกับ photoproduction ยังมีส่วนประกอบอื่นที่สำคัญ ได้แก่

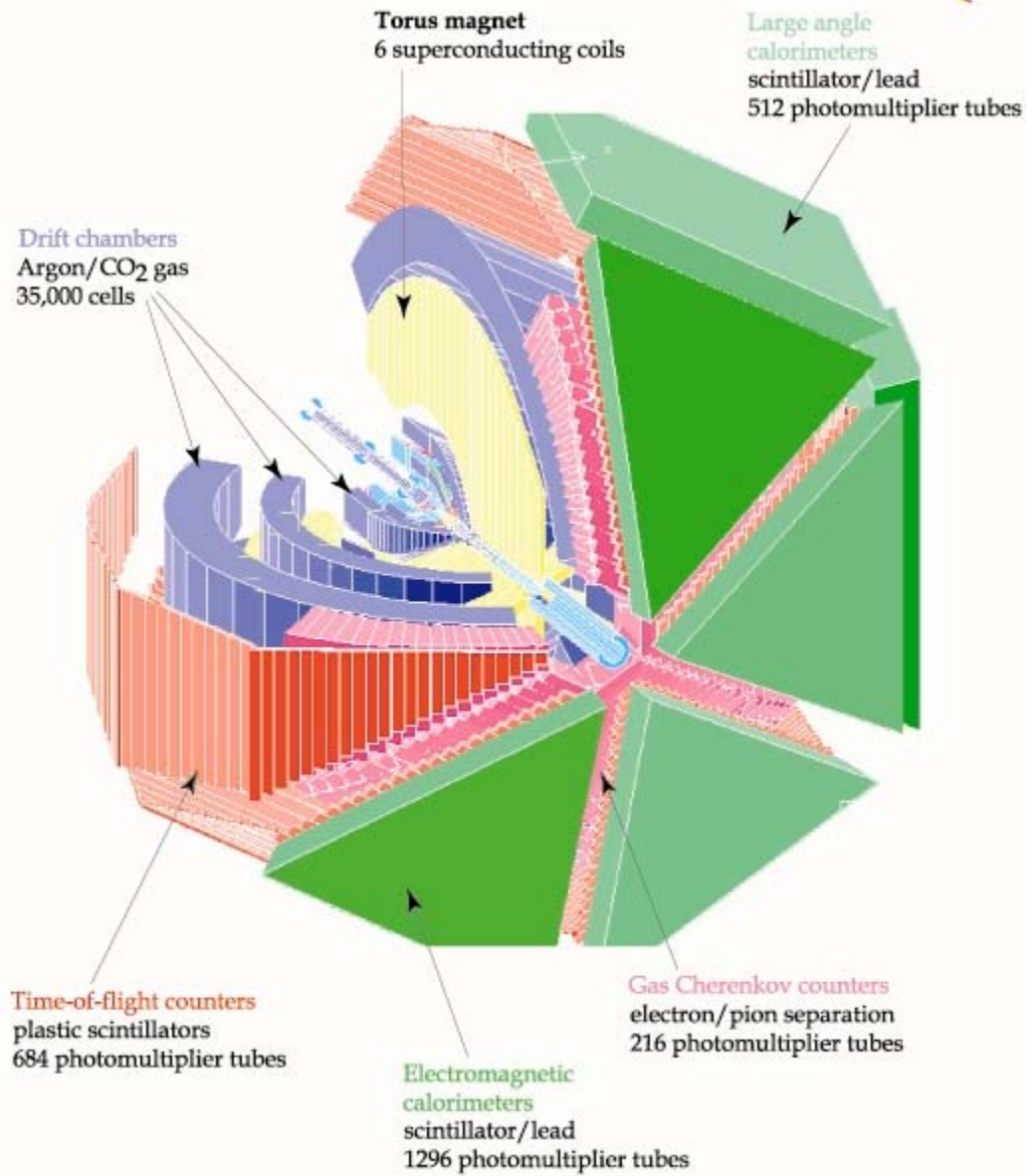
- Bremsstrahlung Tagging System สำหรับวัดพลังงานของอนุภาคโฟตอนที่เข้าชนเป้า
- Start Counters สำหรับเป็นตัวบอกเวลาเริ่มต้นของปฏิกิริยานิวเคลียร์
- Downstream Devices สำหรับวัด photon flux ที่เข้าชนเป้า

นอกจากนี้ยังมี Superconducting Toroidal Magnets ความแรงประมาณ 3 Tesla สำหรับเบนอนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าเพื่อใช้วัดโมเมนตัมของอนุภาค และ Cryogenic System สำหรับหล่อเย็นเป้าที่มีสถานะเป็นก๊าซ ณ อุณหภูมิห้อง เช่น ไฮโดรเจน อีเลียม เป็นต้น



รูปที่ 22 แสดงภาพถ่ายทางอากาศของบริเวณที่ตั้งเครื่องเร่งอนุภาคและ Experimental Halls (บน) และ CLAS ใน Experimental Hall B (ล่าง)

CEBAF Large Acceptance Spectrometer

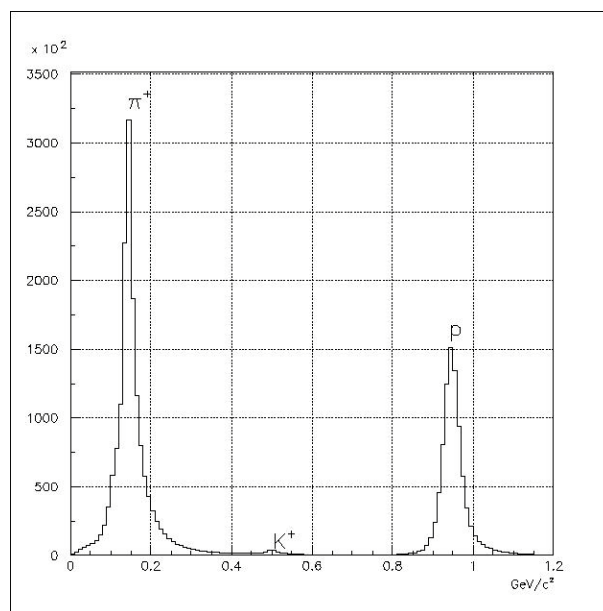


รูปที่ 23 แสดงส่วนประกอบต่าง ๆ ของ CLAS

2. การวัดค่า differential cross sections ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$

วัตถุประสงค์ของการวัดค่า differential cross sections ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$ คือการตรวจสอบความถูกต้องของขั้นตอนการวิเคราะห์ข้อมูลและความถูกต้องของ photon flux ซึ่งเป็นปริมาณที่สำคัญมากในการหาค่า differential cross sections ซึ่งการวัดค่า differential cross sections ในที่นี้เป็นเพียงการประมาณค่าในเบื้องต้นเท่านั้น ยังไม่ได้มีการปรับแก้ค่าต่าง ๆ เช่น detector acceptance และ detector inefficiency ขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูลของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$ นั้นคล้ายคลึงกับขั้นตอนในการวิเคราะห์ปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ เพียงแต่ไม่ต้องพิจารณาว่ามี π^0 เกิดขึ้นหรือไม่ ในการตรวจวัดนิวตรอนจากปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$ เรายังคงใช้ missing mass technique เช่นเดียวกับกรณีของ $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ ขั้นตอนการหาค่า differential cross sections สรุปได้ดังนี้

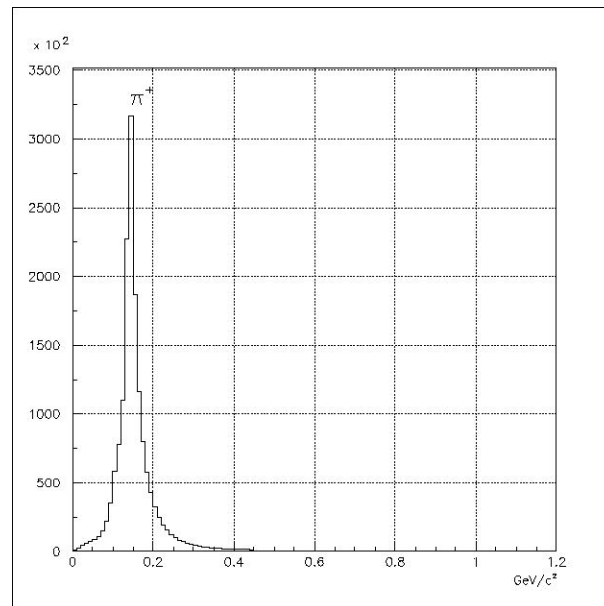
ขั้นที่ 1 คัดเลือกเฉพาะเหตุการณ์ที่ CLAS ตรวจวัดได้อนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าบวกเพียง 1 อนุภาคเท่านั้น ซึ่งการแจกแจงมวลของอนุภาคดังกล่าวแสดงดังรูปที่ 24



รูปที่ 24 แสดง mass distribution ของอนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าบวก

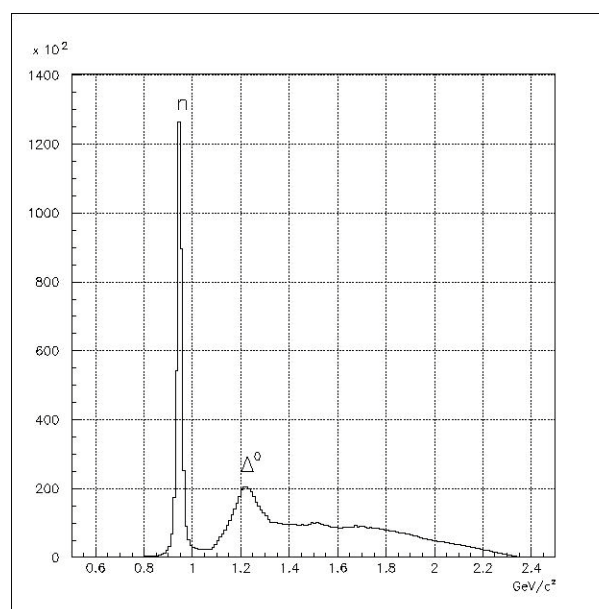
โดยการเลือกเหตุการณ์ที่ตรวจวัดอนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าบวกเพียง 1 ตัวเท่านั้น

ขั้นที่ 2 เลือกเฉพาะอนุภาคที่มีค่า $m^2 < 0.2 \text{ GeV}^2/c^4$ เช่นเดียวกับกรณีของ $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^0 n$ จะได้เฉพาะเหตุการณ์ที่มี π^+ เท่านั้น ดังรูปที่ 25

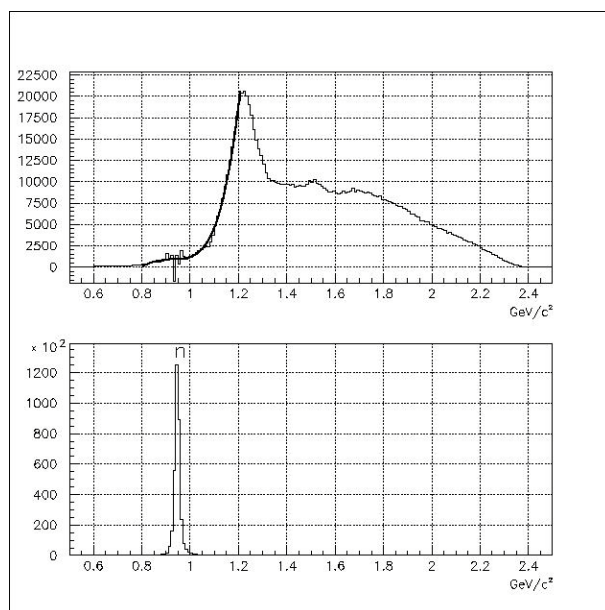


รูปที่ 25 ทำการเลือกเฉพาะอนุภาค π^+ โดยเงื่อนไข $m^2 < 0.2 \text{ GeV}^2/c^4$

ขั้นที่ 3 ใช้ missing mass technique เพื่อดูว่ามีนิวตรอนเกิดขึ้นหรือไม่ ซึ่งจากรูปที่ 26 จะเห็นว่า มี peak ที่สอดคล้องกับมวลของนิวตรอน นั่นก็คือมีปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$ เกิดขึ้น นอกจากนี้ยังพบว่ามี อนุภาค Δ^0 จากปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0$ เกิดขึ้นด้วย ในที่นี้เราจะพิจารณาปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$ เท่านั้น



รูปที่ 26 แสดง missing mass distribution ของอนุภาคที่ไม่ได้ทำการตรวจวัดโดยตรง ซึ่งก็คืออนุภาคนิวตรอน
ขั้นที่ 4 ประมาณจำนวนนิวตรอนที่เกิดขึ้นโดยการ fit histogram รอบ ๆ peak ของนิวตรอนด้วย polynomial function เพื่อประมาณค่าของ background ใต้ peak นิวตรอน แล้วนำไปลบออกจาก peak ของนิวตรอนเพื่อประมาณจำนวนเหตุการณ์ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$ ที่เกิดขึ้นทั้งหมด ดังรูปที่ 27



รูปที่ 27 แสดงการ fit background ด้วย polynomial function (บน)
 และ peak ของนิวตรอนหลังจากหัก background ออกแล้ว (ล่าง)

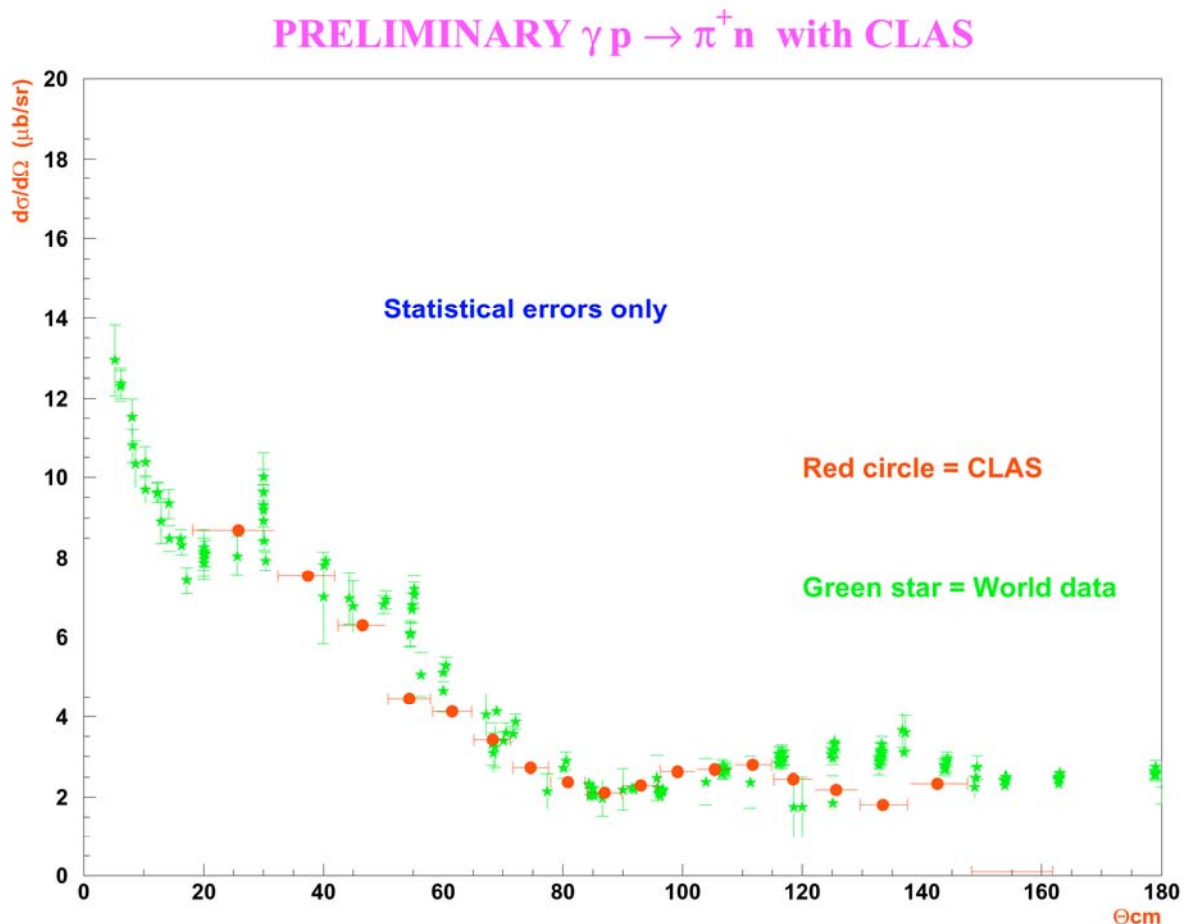
ขั้นที่ 5 ทำการหาค่า differential cross sections จาก

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{N_{ev} \cdot 10^{30}}{N_\gamma \frac{N_0 \rho}{M_H} \ell(\Delta \cos \theta_{cm})(\Delta \phi) \epsilon_A} \quad \mu b / Sr$$

โดย N_{ev} คือจำนวนเหตุการณ์ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$ ที่เกิดขึ้นในแต่ละ bin size
 N_γ คือจำนวนโฟตอนที่เข้าชนเป้า
 N_0 คือ Avogadro number = $6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
 ρ คือความหนาแน่นของเป้า = 0.0708 g/cm^3
 M_H คือมวลโมเลกุลของไฮโดรเจน = 1.08 g/mol

ℓ	คือความยาวของเป้า = 18 cm
$\Delta \cos \theta_{\text{cm}}$	คือ bin size ของ π^+ polar angle in cm frame = 0.1
$\Delta \phi$	คือ bin size ของ π^+ azimuthal angle in cm frame = 0.1745 radians
ε_A	คือ acceptance correction fraction = 1.

ซึ่งในการหาค่า differential cross sections ในเบื้องต้นนี้จะสนใจเฉพาะเหตุการณ์ที่สามารถตรวจวัด π^+ ได้ใน drift chambers โดยมีมุม ϕ ในช่วง $\pm 5^\circ$ จากแนวกลางของ drift chambers ซึ่งถือว่าบริเวณดังกล่าวมีค่า acceptance correction 100% ในการหาค่า differential cross sections นี้ได้พิจารณาที่พลังงานของโฟตอนเท่ากับ 900 MeV แล้วเปรียบเทียบกับค่าที่ผู้อื่นได้รายงานไว้แล้วใน database จาก website ของ CNS Data Analysis Center <http://gwdac.phys.gwu.edu> ดังรูปที่ 28 จะเห็นว่าโดยภาพรวมแล้วค่า differential cross sections ที่ทำการวัดได้นี้มีความสอดคล้องกันกับค่าที่ผู้อื่นได้รายงานไว้ ทำให้มั่นใจได้ว่ากระบวนการวิเคราะห์ข้อมูลและค่า photon flux นั้นมีความน่าเชื่อถือเป็นอย่างดี



รูปที่ 28 แสดง differential cross sections ของปฏิกิริยา $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$ จากงานวิจัยนี้เปรียบเทียบกับผลของงานวิจัย