



รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

โครงการ การหาค่าเหมาะสมสุดแบบหลายเป้าหมายขนาดใหญ่โดยใช้
ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการกับตัวแปรออกแบบหลายระดับความชัด

โดย
สุจินต์ บุรีรัตน์

30 มิถุนายน 2551

รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

โครงการ การหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบหลายเป้าหมายขนาดใหญ่โดยใช้
ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการกับตัวแปรออกแบบหลายระดับความชัด

ผู้วิจัย

นาย สุจินต์ บุรีรัตน์

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยขอนแก่น

สนับสนุนโดยสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษาและสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย

(ความเห็นในรายงานนี้เป็นของผู้วิจัย สกอ. และ สกว. ไม่จำเป็นต้องเห็นด้วยเสมอไป)

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบคุณ สำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษาและสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย สำหรับทุนสนับสนุนการวิจัย ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. จำลอง ลีมตระกูล ที่ได้ช่วยเหลือเวลาอันมีค่าเพื่อเป็นนักวิจัยที่ปรึกษา พร้อมทั้งคำปรึกษาที่เป็นประโยชน์ต่อการดำเนินงานวิจัย และขอขอบคุณ หน่วยงานต้นสังกัดสำหรับการส่งเสริมให้กิจกรรมนี้ดำเนินไปได้ด้วยดี ท้ายนี้ขอบคุณผู้ใกล้ชิดทั้งหลายที่คอยให้กำลังใจ

บทคัดย่อ

รหัสโครงการ: MGR4980517

ชื่อโครงการ: การหาค่าเหมาะสมสุดแบบหลายเป้าหมายขนาดใหญ่โดยใช้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการกับตัวแปรออกแบบหลายระดับความชัด

ชื่อนักวิจัย และสถาบัน: นายสุจินต์ บุรีรัตน์ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

อีเมล: sujbur@kku.ac.th

ระยะเวลาโครงการ 2 ปี

ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการคือวิธีหาค่าเหมาะสมสุดที่เลียนแบบการวิวัฒนาการของสิ่งบางอย่างและใช้การสุ่มในการหาผลเฉลย วิธีดังกล่าวนี้สามารถใช้ได้กับทั้งปัญหาการหาค่าเหมาะสมสุดแบบเป้าหมายเดียวและหลายเป้าหมาย งานวิจัยนี้เกี่ยวข้องกับการพัฒนาขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการและการประยุกต์ใช้วิธีการนี้กับปัญหาการหาค่าเหมาะสมสุดแบบหลายเป้าหมายขนาดใหญ่ นอกจากนี้วิธีคำนวณเชิงตัวเลขที่เรียกว่าเทคนิคตัวแปรออกแบบหลายระดับความชัดได้ถูกพัฒนาเพื่อใช้ในการเพิ่มสมรรถนะในการหาคำตอบของวิธีวิวัฒนาการ ในงานวิจัยนี้ ปัญหาการออกแบบเหมาะสมสุดขนาดใหญ่คือการหาโทโปโลยีเหมาะสมสุดของโครงสร้างและปัญหาการออกแบบและปรับปรุงโครงข่ายท่อประปา

ได้ทำการปรับปรุงและพัฒนาวิธี PBIL ซึ่งเป็นวิธีวิวัฒนาการแบบเป้าหมายเดียวเพื่อใช้ในการหาค่าเหมาะสมสุดแบบหลายเป้าหมาย ได้ทำการพัฒนาวิธีเส้นดั่งฉากเพื่อใช้ในการกรองผลเฉลยที่ไม่ถูกครอบงำในระหว่างขั้นตอนการคำนวณของวิธี PBIL จากการเปรียบเทียบวิธีวิวัฒนาการใหม่ที่พัฒนาขึ้นมากับขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการที่มีอยู่แล้วสามารถสรุปได้ว่า วิธี PBIL เป็นวิธีที่มีสมรรถนะสูงที่สุดในบรรดาวิธีวิวัฒนาการที่ใช้เลขฐานสองเป็นตัวแปรออกแบบ

ได้ทำการประยุกต์ใช้วิธี PBIL และขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการอื่นๆทั้งแบบที่ใช้จำนวนจริงและเลขฐานสองเป็นตัวแปรออกแบบในการออกแบบและปรับปรุงโครงข่ายท่อประปาของเมืองโยธธา ปัญหาการออกแบบแบบหลายเป้าหมายสามารถจัดเป็นปัญหาค่าเหมาะที่สุดขนาดเล็กและใหญ่ จากการศึกษาพบว่า วิธีวิวัฒนาการที่ใช้จำนวนจริงเป็นตัวแปรออกแบบมีสมรรถนะในการหาผลเฉลยที่ดีที่สุด ส่วนในบรรดาวิธีที่ใช้เลขฐานสอง PBIL คือวิธีที่ดีที่สุด อย่างไรก็ตาม เราสามารถสรุปได้ว่าการประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายสามารถใช้ได้ในการออกแบบจริงของระบบโครงข่ายท่อประปา จากการศึกษาเพิ่มเติมพบว่า การเพิ่มผลเฉลยของระบบท่อปัจจุบันเข้าไปในประชากรเริ่มต้นทำให้สมรรถนะของวิธีวิวัฒนาการต่างๆดีขึ้น

ได้ทำการประยุกต์ใช้ PBIL ร่วมกับวิธีการประมาณค่าการกระจายตัวของวัสดุสำหรับปัญหาการหาโทโปโลยีเหมาะสมสุดแบบหลายเป้าหมายของโครงสร้าง ทั้งนี้ จากการศึกษาอย่างไม่เป็นทางการพบว่าวิธี PBIL คือวิธีที่ดีที่สุดสำหรับปัญหาการออกแบบนี้ จากผลการทดลองเชิงตัวเลขพบว่า PBIL เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพและประสิทธิผล สามารถเปรียบเทียบได้กับวิธีที่ใช้อนุพันธ์ถึงแม้จะมีสมรรถนะต่ำกว่า อย่างไรก็ตามข้อได้เปรียบของการใช้วิธี PBIL คือเราสามารถตั้งปัญหาการออกแบบหาโทโปโลยีเหมาะสมสุดได้หลากหลายรูปแบบมากขึ้น

ได้ทำการพัฒนาเทคนิคเชิงตัวเลขที่เรียกว่า ตัวแปรออกแบบหลายระดับความชัดเพื่อใช้ร่วมกับวิธีวิวัฒนาการในที่นี่คือ SA เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาการหาโทโปโลยีเหมาะสมสุดของโครงสร้าง จากการศึกษาพบว่าเทคนิคเชิงตัวเลขดังกล่าวสามารถเพิ่มสมรรถนะในการหาผลเฉลยโทโปโลยีได้อย่างมีประสิทธิภาพ

คำหลัก: การหาโทโปโลยีเหมาะสมสุด, ตัวแปรออกแบบหลายระดับความชัด, การเรียนรู้เพิ่มขึ้นโดยอาศัยประชากรแบบหลายเป้าหมาย, การออกแบบโครงข่ายการกระจายน้ำ, ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมาย

Abstract

Project Code: MGR4980517

Project Title: Large-scale multiobjective optimisation using evolutionary algorithms with multiresolution design variables

**Investigator: Sujin Bureerat, Department of Mechanical Engineering
Faculty of Engineering, Khon Kaen University**

Email: sujbur@kku.ac.th

Project Period 2 years

Evolutionary algorithms are optimisers based on mimicking some kind of evolutionary behaviours and randomisation. The methods can be used to deal with both single and multiple objective optimisation problems. This project is concerned with the development of a multiobjective evolutionary algorithm and its use for large-scale multiobjective optimisation. A numerical technique termed multi-resolution design variables is proposed to enhance the searching performance of an evolutionary algorithm for solving structural topology optimisation. In this research work, large-scale multiobjective optimisation problems include structural topology optimisation, and design and rehabilitation of water distribution networks.

The single objective version of population-based incremental learning (PBIL) is modified and improved for multiobjective optimisation. A numerical scheme called normal line method (NLM) is developed to be used for Pareto archiving in multiobjective PBIL. From the numerical experiments, it is illustrated that the multiobjective PBIL method is arguably the best of multiobjective evolutionary algorithms using binary codes compared with a number of well established MOEAs.

The proposed PBIL and other MOEAs using binary and real codes are implemented on design and rehabilitation of the Yasothorn pipe network. The multiobjective optimisation problems can be classified as small- and large- scale based upon the total number of design variables. The optimum results show that the best methods for large-scale problems are MOEAs with the use of real design variable while the best method among MOEAs using binary strings is PBIL. It is illustrated that the inclusion of the current design solution of the network to the initial population leads to an enhanced performance of MOEAs. The use of MOEAs is said to be practical for the design and rehabilitation of water distribution network.

The use of PBIL combining with the approximate density distribution (ADD) for multiobjective structural topology optimisation is demonstrated. The PBIL method is the best method for this design problem compared to the others. From the numerical experiment, it is shown that PBIL is efficient and effective when solving a multiobjective topological design problem. The method, although still inferior to the classical gradient-based optimiser, can deal with all kind of topological design problems which means unconventional problems can be posed.

The numerical technique called multiresolution design variables is developed and used with simulated annealing (SA) for solving structural topology optimisation. The technique is said to be the extension of ADD. The testing topological design problems have multiple objective functions while weighted-power technique is used to convert them being one equivalent objective. From the optimum results, it is shown that SA with the use of multiresolution design variables is superior to SA without using such a technique. This is another step to make evolutionary algorithms more efficient in solving large-scale topology optimisation.

Keywords: Topology Optimisation, Multiresolution Design Variables, Multiobjective Population-Based Incremental Learning, Water Distribution Network Design, Multiobjective Evolutionary Algorithms

หน้าสรุปโครงการ (Executive Summary)

1. **ชื่อโครงการ** (ภาษาไทย) การหาค่าเหมาะสมสุดแบบหลายเป้าหมายขนาดใหญ่โดยใช้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการกับตัวแปรออกแบบหลายระดับความชัด

(ภาษาอังกฤษ) Large-Scale Multiobjective Optimisation Using Evolutionary Algorithms with Multiresolution Design Variables.

2. **ชื่อหัวหน้าโครงการ** หน่วยงานที่สังกัด ที่อยู่ หมายเลขโทรศัพท์ โทรสาร และ e-mail

หัวหน้าโครงการ (ชื่อ-สกุล ภาษาไทย) สุจินต์ บุรีรัตน์

(ชื่อ-สกุล ภาษาอังกฤษ) Sujin Bureerat

สถานที่ทำงาน

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

จังหวัด ขอนแก่น รหัสไปรษณีย์ 40002

โทรศัพท์ 043-202845 โทรสาร 043-202849

โทรศัพท์มือถือ 09-7114229 e-mail sujbur@kku.ac.th

ที่อยู่(ที่บ้าน)

123 เฟลตณพเก้า มหาวิทยาลัยขอนแก่น ตำบลในเมือง อำเภอเมือง

จังหวัด ขอนแก่น รหัสไปรษณีย์ 40002

3. **สาขาวิชาที่ทำการวิจัย**

Multiobjective Optimisation

5. **ระยะเวลาดำเนินงาน 2 ปี**

6. ได้เสนอโครงการนี้ หรือโครงการที่มีส่วนเหมือนกับเรื่องนี้บางส่วนเพื่อขอทุนต่อแหล่งทุนอื่นที่ได้บ้าง

✓ ไม่ได้เสนอต่อแหล่งทุนอื่น

7. **ปัญหาที่ทำการวิจัย และความสำคัญของปัญหา**

ปัญหาการหาค่าเหมาะสมสุด (Optimisation Problem) คือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการหาผลเฉลยคือตัวแปรออกแบบ (Design Variables) ที่ให้ค่าเป้าหมาย (Objective) เหมาะสมสุดและในขณะเดียวกันผลเฉลยนั้นต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับ (Constraints) ที่กำหนด ตัวอย่างเช่น ในการออกแบบโครงสร้างเพื่อรับภาระ ต้องการหาขนาดของโครงสร้างที่ให้น้ำหนักต่ำสุดขณะเดียวกันต้องแข็งแรงพอที่จะรับภาระกระทำได้ ในการออกแบบจริงนั้นเป้าหมายของการออกแบบมักจะมีมากกว่าหนึ่งเป้าหมาย โดยปกติแล้วเป้าหมายการออกแบบมักจะขัดแย้งกันเองและการเพิ่มหรือลดค่าเป้าหมายหนึ่งมักมีผลกระทบต่อค่าเป้าหมายอื่น เช่น ถ้าต้องการน้ำหนักโครงสร้างต่ำสุดมักจะได้โครงสร้างที่ไม่แข็งแรง ในขณะเดียวกันถ้าต้องการโครงสร้างที่แข็งแรงสุดน้ำหนักก็จะเพิ่มขึ้น การหาผลเฉลยของปัญหาการหาค่าเหมาะสมสุดเป้าหมายเดียวจะได้ผลเฉลยหนึ่งคำตอบแต่ผลเฉลยของปัญหาแบบหลายเป้าหมายจะมีเป็นอนันต์เรียกว่าเซตคำตอบของพาเรโต (Pareto Optimum Set) ซึ่งการตัดสินใจเลือกคำตอบใดๆในเซตคำตอบเพื่อการใช้งานจริงขึ้นอยู่กับผู้ออกแบบหรือหน่วยงานนั้นๆ

ในอดีตวิธีหาผลเฉลยเหมาะสมที่สุด (Optimisers) ถูกพัฒนาเพื่อหาผลเฉลยเหมาะสมที่สุดแบบเป้าหมายเดียว ซึ่งสามารถแบ่งออกเป็นสองกลุ่มคร่าวๆคือ วิธีหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบใช้และไม่ใช้อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ถึงแม้จะใช้หาคำตอบของการออกแบบเป้าหมายเดียวแต่วิธีเหล่านั้นก็สามารถนำมาประยุกต์ใช้กับปัญหาแบบหลายเป้าหมายได้โดยใช้เทคนิคเชิงตัวเลข (Numerical Technique) เพื่อแปลงปัญหาแบบหลายเป้าหมายเป็นปัญหาแบบเป้าหมายเดียว เช่นวิธีผลรวมถ่วงน้ำหนัก (Weighted Sum Method) อย่างไรก็ตามการดำเนินการดังกล่าวยังมีข้อด้อยอยู่เพราะการดำเนินการ (Run) หนึ่งรอบสามารถหาผลเฉลยเหมาะสมที่สุดได้ค่าเดียวในขณะที่ผลเฉลยเหมาะสมที่สุดของพารามิเตอร์จำนวนเป็นอนันต์

ด้วยเหตุนี้ ได้มีการพัฒนาขั้นตอนวิธี (Algorithms) สำหรับหาเซตคำตอบของพารามิเตอร์ได้ในการดำเนินการเพียงครั้งเดียววิธีการนี้เรียกว่า ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมาย (Multiobjective Evolutionary Algorithms MOEAs) ซึ่งเป็นการประยุกต์ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการเช่น Genetic Algorithms ร่วมกับ Non-dominated Sorting Scheme ในช่วงสิบปีย้อนหลังนี้ได้มีการพัฒนาวิธีหาค่าเหมาะสมที่สุดชนิดดังกล่าวอย่างแพร่หลายในระดับนานาชาติ ถึงแม้ว่าวิธีการนี้จะมีข้อดีคือสามารถหาเซตคำตอบของพารามิเตอร์ได้ในการรันครั้งเดียว และไม่ใช้อนุพันธ์ของฟังก์ชันเป้าหมายและฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับในการค้นหาคำตอบ อีกทั้งยังสามารถค้นหาผลเฉลยเหมาะสมที่สุดวงกว้าง (Global Optimum) ได้ แต่วิธีการนี้ก็ยังมีจุดอ่อนที่สำคัญมากกล่าวคือ อัตราการลู่เข้าที่ช้ามากเนื่องจากใช้หลักการสุ่มในการค้นหาคำตอบ ไม่มีการรับประกันว่าในการค้นหาคำตอบแต่ละครั้งจะสามารถหาคำตอบเหมาะสมที่สุดจริง ฉะนั้นโดยทั่วไปนักวิจัยเรียกวิธีการเหล่านี้ว่า วิธีประมาณแนวของพารามิเตอร์ (Pareto Front Approximation) จากการที่มีอัตราการลู่เข้าช้าทำให้การประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายเป็นไปได้ยากหรือแม้กระทั่งเป็นไปได้เลยสำหรับปัญหาในงานจริงที่มีตัวแปรออกแบบจำนวนมาก (Large-Scale Problem) เช่น ปัญหาการหาโทโปโลยีของโครงสร้างเหมาะสมที่สุด

การหาโทโปโลยีของโครงสร้างเหมาะสมที่สุด คือการหารูปทรงเบื้องต้นของโครงสร้างที่เป็นนวัตกรรม (Innovative Design) โดยโครงสร้างนั้นให้ค่าเป้าหมายเหมาะสมที่สุดเช่น โทโปโลยีที่ให้ค่าความอ่อนตัวต่ำสุด (Minimum Compliance) หรือ โทโปโลยีที่ให้ค่าความถี่ธรรมชาติสูงสุด (Maximum Eigenfrequency) เป็นต้น จากการสืบค้นงานวิจัยพบว่าการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบหลายเป้าหมายสำหรับการออกแบบนี้เป็นทางเลือกที่ดีกว่า การประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายกับการออกแบบชนิดนี้ในปัจจุบันยังไม่ดีพอสำหรับใช้ในงานจริงเนื่องจากเป็นปัญหามหาศาล อย่างไรก็ตาม ถ้าสามารถใช้วิธีเหล่านี้กับการออกแบบโทโปโลยีจะเกิดประโยชน์อย่างมาก โดยเฉพาะการออกแบบเชิงนวัตกรรมของชิ้นส่วนยานยนต์และอากาศยาน

ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดหลายเป้าหมายของระบบท่อน้ำประปาได้มีการศึกษาและพัฒนามาเป็นเวลานานสิบปี การหาค่าเหมาะสมที่สุดของระบบท่อน้ำประปา นอกจากจะเป็นประโยชน์ในการวางระบบท่อใหม่แล้วยังมีประโยชน์เมื่อทำการซ่อมบำรุงหรือวางท่อใหม่แทนระบบท่อเดิม (Network Re-habitation) โดยปกติมีเป้าหมายเพื่อลดราคาท่อในระบบให้ได้มากที่สุด แต่ในความเป็นจริงการออกแบบระบบท่อต้องทำการเพิ่มความสามารถในการขยายโครงข่ายท่อเพิ่มเติมด้วย ดังนั้นการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบหลายเป้าหมายจึงจำเป็นอย่างยิ่งกับงานออกแบบนี้ ได้มีการวิจัยของสถาบันแห่งนี้ในระดับนานาชาติและในประเทศเพื่อประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายกับงานนี้แต่ก็ยังคงเป็นที่ยังขาดอยู่ว่าวิธีวิวัฒนาการที่มีอยู่ในปัจจุบันยังมีประสิทธิภาพพอที่จะหาผลเฉลยของปัญหานี้ได้หรือไม่

งานวิจัยนี้มีเป้าหมายหลักคือการพัฒนาขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น นอกจากนี้ยังทำการพัฒนากระบวนการเชิงตัวเลขที่เรียกว่า ตัวแปรออกแบบหลายระดับความชัด (Multiresolution Design Variables) ซึ่งเป็นการขยายผลต่อจากงานวิจัยก่อนหน้านี้ของผู้เสนอโครงการวิจัยเพื่อใช้ในการหาค่าเหมาะสมที่สุดของโทโปโลยีของโครงสร้าง วัตถุประสงค์คือการพัฒนาขั้นตอนวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายใหม่เพื่อใช้งานกับปัญหาการออกแบบเหมาะสมที่สุดหลายเป้าหมายที่มีเงื่อนไขบังคับ (Multiobjective Optimisation with Constraints) และเป็นปัญหามหาศาล (Large Scale Problem) กระบวนการออกแบบเหมาะสมที่สุดหลายเป้าหมายที่พัฒนาขึ้นใหม่ จะ

เน้นประยุกต์ใช้กับการออกแบบงานจริงหรือใกล้เคียงกับงานจริงนั้นคือ การหาโทโปโลยีของโครงสร้าง และ การหาค่าเหมาะสมสุดของระบบท่อประปา ผลจากงานวิจัยนี้คาดว่าจะได้กระบวนการออกแบบหลายเป้าหมายที่ใช้ได้จริงและมีประสิทธิภาพสูงกว่าที่ใช้กันอยู่ในปัจจุบัน

8. วัตถุประสงค์

- 8.1 เพื่อพัฒนากระบวนการหาค่าเหมาะสมสุดแบบหลายเป้าหมายสำหรับใช้งานกับปัญหาการออกแบบเหมาะสมสุดในงานจริงที่มีจำนวนตัวแปรมาก (Large-Scale Problems)
- 8.2 เพื่อพัฒนาวิธีคำนวณเชิงตัวเลขแบบใหม่กล่าวคือ ตัวแปรออกแบบหลายระดับความชัด (Multiresolution Design Variables)
- 8.3 เพื่อพัฒนาและปรับปรุงขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายใหม่ที่มีประสิทธิภาพดีขึ้น
- 8.4 เพื่อประยุกต์ใช้กระบวนการออกแบบที่พัฒนาขึ้นมากับปัญหาการหาโทโปโลยีเหมาะสมสุดแบบหลายเป้าหมายของโครงสร้าง
- 8.5 เพื่อประยุกต์ใช้กระบวนการออกแบบที่พัฒนาขึ้นมากับปัญหาการหาค่าเหมาะสมสุดหลายเป้าหมายของระบบท่อประปาในงานจริง

9. ระเบียบวิธีวิจัย

- 9.1 พัฒนาเทคนิคเชิงตัวเลขตัวแปรออกแบบหลายระดับความชัด (Multiresolution Design Variables) สำหรับใช้ในปริภูมิสองมิติและสามมิติ
- 9.2 พัฒนาขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายใหม่ที่มีประสิทธิภาพสูงกว่าวิธีที่มีอยู่ในปัจจุบัน
- 9.3 ศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์ต่างๆที่ใช้ในเทคนิคข้างต้นที่มีต่อผลเฉลยเหมาะสมสุด
- 9.4 ศึกษาการประยุกต์ใช้กระบวนการออกแบบที่พัฒนาขึ้นมากับปัญหาการหาค่าโทโปโลยีของโครงสร้างเหมาะสมสุด
- 9.5 ศึกษาการประยุกต์ใช้กระบวนการออกแบบที่พัฒนาขึ้นมากับปัญหาการหาค่าเหมาะสมสุดหลายเป้าหมายของระบบท่อประปา

ช่วงเวลาที่ใช้ในการดำเนินการแต่ละหัวข้อแสดงในตารางข้างล่าง

กิจกรรม	ปีที่ 1				ปีที่ 2			
	1-3	4-6	7-9	10-12	1-3	4-6	7-9	10-12
9.1								
9.2								
9.3								
9.4								
9.5								

สารบัญ

กิตติกรรมประกาศ	3
บทคัดย่อ	4
Abstract	6
หน้าสรุปโครงการ	7
บทที่ 1 บทนำ	11
บทที่ 2 การหาค่าเหมาะสมสุดแบบหลายเป้าหมายด้วยขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการ	15
บทที่ 3 Population-Based Incremental Learning	19
บทที่ 4 การหาค่าเหมาะสมสุดแบบหลายเป้าหมายของโครงข่ายท่อประปา	27
บทที่ 5 การหาโทโปโลยีเหมาะสมสุดแบบหลายเป้าหมายด้วยขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการ	37
บทที่ 6 การประยุกต์ใช้ตัวแปรออกแบบหลายระดับความขัดกับการหาโทโปโลยีเหมาะสมสุดของโครงสร้าง	45
บทที่ 7 สรุป วิจัย และงานในอนาคต	65
เอกสารอ้างอิง	66
Output จากโครงการวิจัย	70
ภาคผนวก	71

บทนำ Introduction

ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุด (Optimisation Problem) คือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการหาผลเฉลยคือตัวแปรออกแบบ (Design Variables) ที่ให้ค่าเป้าหมาย (Objective) เหมาะสมที่สุดและในขณะเดียวกันผลเฉลยนั้นต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับ (Constraints) ที่กำหนด ตัวอย่างเช่น ในการออกแบบโครงสร้างเพื่อรับภาระ ต้องการหาขนาดของโครงสร้างที่ให้น้ำหนักต่ำสุดขณะเดียวกันต้องแข็งแรงพอที่จะรับภาระกระทำได้ ในการออกแบบจริงนั้นเป้าหมายของการออกแบบมักจะมีมากกว่าหนึ่งเป้าหมาย โดยปกติแล้วเป้าหมายการออกแบบมักจะขัดแย้งกันเองและการเพิ่มหรือลดค่าเป้าหมายหนึ่งมักมีผลกระทบต่อค่าเป้าหมายอื่น เช่น ถ้าต้องการน้ำหนักโครงสร้างต่ำสุดมักจะได้โครงสร้างที่ไม่แข็งแรง ในขณะเดียวกันถ้าต้องการโครงสร้างที่แข็งแรงสู้น้ำหนักก็จะเพิ่มขึ้น การหาผลเฉลยของปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดเป้าหมายเดียวจะได้ผลเฉลยหนึ่งคำตอบแต่ผลเฉลยของปัญหาแบบหลายเป้าหมายจะมีเป็นอนันต์เรียกว่าเซตคำตอบของพาเรโต (Pareto Optimum Set) ซึ่งการตัดสินใจเลือกคำตอบใดๆในเซตคำตอบเพื่อการใช้งานจริงขึ้นอยู่กับผู้ออกแบบหรือหน่วยงานนั้นๆ

ในอดีตวิธีหาผลเฉลยเหมาะสมที่สุด (Optimisers) ถูกพัฒนาเพื่อหาผลเฉลยเหมาะสมที่สุดแบบเป้าหมายเดียว ซึ่งสามารถแบ่งออกเป็นสองกลุ่มคร่าวๆคือ วิธีหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบใช้และไม่ใช้อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ถึงแม้จะใช้หาคำตอบของการออกแบบเป้าหมายเดียวแต่วิธีเหล่านั้นก็สามารถนำมาประยุกต์ใช้กับปัญหาแบบหลายเป้าหมายได้โดยใช้เทคนิคเชิงตัวเลข (Numerical Technique) เพื่อแปลงปัญหาแบบหลายเป้าหมายเป็นปัญหาแบบเป้าหมายเดียว เช่นวิธีผลรวมถ่วงน้ำหนัก (Weighted Sum Method) อย่างไรก็ตามการดำเนินการดังกล่าวยังมีข้อด้อยอยู่เพราะการดำเนินการ (Run) หนึ่งรอบสามารถหาผลเฉลยเหมาะสมที่สุดได้ค่าเดียวในขณะที่ผลเฉลยเหมาะสมที่สุดของพาเรโตมีจำนวนเป็นอนันต์

ด้วยเหตุนี้ได้มีการพัฒนาขั้นตอนวิธี (Algorithms) สำหรับหาเซตคำตอบของพาเรโตได้ในการดำเนินการเพียงครั้งเดียววิธีการนี้เรียกว่า ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมาย (Multiobjective Evolutionary Algorithms MOEAs) ซึ่งเป็นการประยุกต์ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการเช่น Genetic Algorithms ร่วมกับ Non-dominated Sorting Scheme ในช่วงสิบปีย้อนหลังนี้ได้มีการพัฒนาวิธีหาค่าเหมาะสมที่สุดชนิดดังกล่าวอย่างแพร่หลายในระดับนานาชาติ ถึงแม้ว่าวิธีการนี้มีข้อดีคือสามารถหาเซตคำตอบของพาเรโตได้ในการรันครั้งเดียว และไม่ใช้อนุพันธ์ของฟังก์ชันเป้าหมายและฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับในการค้นหาคำตอบ อีกทั้งยังสามารถค้นหาผลเฉลยเหมาะสมที่สุดวงกว้าง (Global Optimum) ได้ แต่วิธีการนี้ก็ยังมีจุดอ่อนที่สำคัญมากกล่าวคือ อัตราการลู่เข้าที่ช้ามากเนื่องจากใช้หลักการสุ่มในการค้นหาคำตอบ ไม่มีการรับประกันว่าในการค้นหาคำตอบแต่ละครั้งจะสามารถหาคำตอบเหมาะสมที่สุดจริง ฉะนั้นโดยทั่วไปนักวิจัยเรียกวิธีการเหล่านี้ว่า วิธีประมาณแนวของพาเรโต (Pareto Front Approximation) จากการที่มีอัตราการลู่เข้าต่ำทำให้การประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายเป็นไปได้ยากหรือแม้กระทั่งเป็นไปได้เลยสำหรับปัญหาในงานจริงที่มีตัวแปรออกแบบจำนวนมาก (Large-Scale Problem) เช่น ปัญหาการหาโทโปโลยีของโครงสร้างเหมาะสมที่สุด

การหาโทโปโลยีของโครงสร้างเหมาะสมที่สุด คือการหารูปทรงเบื้องต้นของโครงสร้างที่เป็นนวัตกรรม (Innovative Design) โดยโครงสร้างนั้นให้ค่าเป้าหมายเหมาะสมที่สุดเช่น โทโปโลยีที่ให้ค่าความอ่อนตัวต่ำสุด (Minimum Compliance) หรือ โทโปโลยีที่ให้ค่าความถี่ธรรมชาติสูงสุด (Maximum Eigenfrequency) เป็นต้น จากการสืบค้นงานวิจัยพบว่าการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบหลายเป้าหมายสำหรับการออกแบบนี้เป็นทางเลือกที่ดีกว่า การประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายกับการออกแบบชนิดนี้ในปัจจุบันยังไม่ดีพอสำหรับใช้ในงานจริง

เนื่องจากเป็นปัญหามหาศาล อย่างไรก็ดี ถ้าสามารถใช้วิธีเหล่านี้กับการออกแบบโทโปโลยีจะเกิดประโยชน์อย่างมาก โดยเฉพาะการออกแบบเชิงนวัตกรรมของชิ้นส่วนยานยนต์และอากาศยาน

ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดหลายเป้าหมายของระบบที่น้ำประปาได้มีการศึกษาและพัฒนามาเป็นเวลานานปี การหาค่าเหมาะสมที่สุดของระบบที่น้ำประปา นอกจากจะเป็นประโยชน์ในการวางระบบที่ใหม่แล้วยังมีประโยชน์เมื่อทำการซ่อมบำรุงหรือวางที่ใหม่แทนระบบที่เดิม (Network Re-habitation) โดยปกติมีเป้าหมายเพื่อลดราคาที่อยู่ในระบบให้ได้มากที่สุด แต่ในความเป็นจริงการออกแบบระบบที่ต้องทำการเพิ่มความสามารถในการขยายโครงข่ายท่อเพิ่มเติมด้วย ดังนั้นการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบหลายเป้าหมายจึงจำเป็นกับงานออกแบบนี้ ได้มีการวิจัยของสถาบันแหล่งน้ำในระดับนานาชาติและในประเทศเพื่อประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายกับงานนี้ แต่ก็ยังต้องเป็นที่กังขาอยู่ว่าวิธีวิวัฒนาการที่มีอยู่ในปัจจุบันยังมีประสิทธิภาพพอที่จะหาผลเฉลยของปัญหานี้ได้หรือไม่

งานวิจัยนี้มีเป้าหมายหลักคือการพัฒนาขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น นอกจากนี้ยังทำการพัฒนากระบวนการเชิงตัวเลขที่เรียกว่า ตัวแปรออกแบบหลายระดับความชัด (Multiresolution Design Variables) ซึ่งเป็นการขยายผลต่อจากงานวิจัยก่อนหน้านี้ของผู้เสนอโครงการวิจัยเพื่อใช้ในการหาค่าเหมาะสมที่สุดของโทโปโลยีของโครงสร้าง วัตถุประสงค์คือการพัฒนาขั้นตอนวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายใหม่เพื่อใช้งานกับปัญหาการออกแบบที่เหมาะสมที่สุดหลายเป้าหมายที่มีเงื่อนไขบังคับ (Multiobjective Optimisation with Constraints) และเป็นปัญหามหาศาล (Large Scale Problem) กระบวนการออกแบบที่เหมาะสมที่สุดหลายเป้าหมายที่พัฒนาขึ้นใหม่ จะเน้นประยุกต์ใช้กับการออกแบบงานจริงหรือใกล้เคียงกับงานจริง นั่นคือ การหาโทโปโลยีของโครงสร้าง และการหาค่าเหมาะสมที่สุดของระบบที่น้ำประปา ผลจากงานวิจัยนี้คาดว่าจะได้กระบวนการออกแบบหลายเป้าหมายที่ใช้ได้จริงและมีประสิทธิภาพสูงกว่าที่ใช้กันอยู่ในปัจจุบัน

1.1 วัตถุประสงค์ของโครงการ

- 1.1.1 เพื่อพัฒนากระบวนการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบหลายเป้าหมายสำหรับใช้งานกับปัญหาการออกแบบที่เหมาะสมที่สุดในงานจริงที่มีจำนวนตัวแปรมาก (Large-Scale Problems)
- 1.1.2 เพื่อพัฒนาวิธีคำนวณเชิงตัวเลขแบบใหม่ กล่าวคือ ตัวแปรออกแบบหลายระดับความชัด (Multiresolution Design Variables)
- 1.1.3 เพื่อพัฒนาและปรับปรุงขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายใหม่ที่มีประสิทธิภาพดีขึ้น
- 1.1.4 เพื่อประยุกต์ใช้กระบวนการออกแบบที่พัฒนาขึ้นมากับปัญหาการหาโทโปโลยีที่เหมาะสมที่สุดแบบหลายเป้าหมายของโครงสร้าง
- 1.1.5 เพื่อประยุกต์ใช้กระบวนการออกแบบที่พัฒนาขึ้นมากับปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดหลายเป้าหมายของระบบที่น้ำประปาในงานจริง

1.2 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง (Literature Review)

ในทศวรรษที่ผ่านมา การหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบหลายเป้าหมายได้รับความสนใจทั้งในระดับงานวิจัยและการพัฒนาใช้งานจริงในหลายสาขาวิชา เช่น เศรษฐศาสตร์ วิศวกรรมควบคุม วิศวกรรมโครงสร้าง วิศวกรรมแหล่งน้ำ วิศวกรรมยานยนต์ และวิศวกรรมอากาศยาน [1] การพัฒนาวิธีหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบหลายเป้าหมาย (Multiobjective Optimisers) เป็นหนึ่งในหัวข้อที่สำคัญที่สุดในสาขาการออกแบบนี้ ในอดีตปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดมีเป้าหมายการออกแบบเป้าหมายเดียว ดังนั้นวิธีหาค่าเหมาะสมที่สุดหรือกำหนดการเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Programming) จึงถูกพัฒนาเพื่อการออกแบบเป้าหมายเดียวเท่านั้น แต่ในความเป็นจริงฟังก์ชันเป้าหมายมักมีจำนวนมากกว่าหนึ่งเป้าหมาย การที่ปัญหาการออกแบบมีฟังก์ชันเป้าหมายมากกว่าหนึ่งหรือการออกแบบหลายเป้าหมาย (Multiobjective Design) ทำให้มีจำนวน

ผลเฉลยเป็นอนันต์ซึ่งเรียกว่า เซตผลเฉลยของพารето (Pareto Optimal Set) การประยุกต์ใช้งานวิธีหาค่าเหมาะสมสุด เป้าหมายเดียวสามารถทำได้โดยการแปลงปัญหาหลายเป้าหมายให้เป็นปัญหาเป้าหมายเดียวที่สมมูลกันเช่นการใช้วิธีผลรวมถ่วงน้ำหนัก (Weighted Sum Technique) [2] วิธีเกณฑ์ทั่วทั้ง (Global Criteria Method) [3] วิธีทฤษฎีเกม (Game Theory Method) [4] และวิธี Normalised Normal Constraint [5] การหาคำตอบในลักษณะนี้ให้คำตอบของปัญหาหลายเป้าหมายได้ถูกต้อง แต่ก็มีข้อด้อยที่ชัดเจนคือจะต้องใช้จำนวนรอบในการหาคำตอบ (Run) เท่ากับจำนวนจุดพารето (Pareto Points) ที่ต้องการ นอกจากนี้ในกรณีของวิธีการหาค่าเหมาะสมสุดที่ใช้อนุพันธ์ เนื่องจากการคำนวณค่าฟังก์ชันในการออกแบบจริงมักได้มาจากการคำนวณเชิงตัวเลข การหาอนุพันธ์ทำได้โดยประมาณซึ่งถ้าหากการประมาณค่าอนุพันธ์ไม่แม่นยำพออาจค้นหาผลเฉลยไม่เจอและทำให้กระบวนการค้นคว้าหยุดก่อนถึงผลเฉลยที่ต้องการได้ นอกจากนี้วิธีหาค่าตอบเหมาะสมสุดแบบนี้เหมาะสำหรับการหาค่าเหมาะสมสุดโลคัล (Local Optimisation) เท่านั้น [6]

ข้อด้อยดังกล่าวของวิธีหาค่าเหมาะสมสุดแบบใช้อนุพันธ์สามารถจัดไปได้ด้วยการใช้ ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมาย (MultiObjective Evolutionary Algorithms) วิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายคือวิธีหาค่าตอบเหมาะสมสุดแบบใช้กลุ่มของคำตอบ (Population-Based Methods) [7,8,9] และการสุ่ม (Randomisation) เพื่อหาผลเฉลยโดยไม่ต้องใช้อนุพันธ์ เนื่องจากมีการใช้กลุ่มคำตอบในการหาผลเฉลยจึงสามารถหาเซตคำตอบของพารетоได้ด้วยการดำเนินการ (Run) เพียงรอบเดียว นอกจากนี้วิธีการนี้ยังมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธีการหาค่าเหมาะสมสุดแบบใช้อนุพันธ์เมื่อประยุกต์ใช้กับปัญหาการออกแบบเหมาะสมสุดแบบโกลบอล (Global Optimisation) อย่างไรก็ตามถึงแม้วิธีการเหล่านี้จะมีข้อดีมากมายแต่ก็มีข้อเสียที่สำคัญมากคือ มีอัตราการลู่เข้าที่ช้าและไม่สามารถรับประกันว่าจะได้ผลเฉลยเหมาะสมสุดจริง ด้วยเหตุนี้บ่อยครั้งที่เรียกการหาแนวพารето (Pareto Front) ด้วยวิธีการนี้ว่าการประมาณแนวพารето (Pareto Front Approximation) [10] ขั้นตอนวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายได้รับการพัฒนาออกมาหลายหลายวิธีโดยมากจะมีพื้นฐานและหลักการมาจาก Genetic Algorithms, Evolutionary Programming, Simulated Annealing และ Evolution Strategies ซึ่งเป็นขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบเป้าหมายเดียวที่พัฒนามาก่อน วิธีที่นิยมใช้และนำเสนอในวงการวิชาการในปัจจุบันเช่น MultiObjective Genetic Algorithm (MOGA) [11], Niche Pareto Genetic Algorithm (NPGA) [12], Non-dominated Sorting Genetic Algorithm version 2 (NSGAII) [13,14], Strength Pareto Evolutionary Algorithm version 2 (SPEA2) [15,16], Pareto Archived Evolution Strategy (PAES) [10,17] และ Micro Genetic Algorithm [18] ได้มีการนำเสนอแนวทางการเปรียบเทียบสมรรถนะของขั้นตอนวิธีเหล่านี้เช่นที่นำเสนอใน [19] และ [20] นอกจากนี้งานวิจัยที่ทำมาแล้วเพิ่มเติมจากที่กล่าวมาคือเอกสารอ้างอิง [21-30]

ปัญหาการออกแบบโทโปโลยีของโครงสร้างเหมาะสมสุด กล่าวได้ว่าเป็นนวัตกรรมการออกแบบโครงสร้าง (หารูปร่างเบื้องต้นจากที่ไม่รู้อีกก่อน) เพื่อบรรลุเป้าหมายเหมาะสมสุดที่ตั้งไว้ ตัวอย่างปัญหาการออกแบบโทโปโลยีคือ การหาความอ่อนตัวต่ำสุด (Structural Compliance Minimisation) การหาค่าสทิฟเนสเชิงพลวัตสูงสุด (Dynamic Stiffness Minimisation) และการหาปัจจัยการโก่งตัวเหมาะสมสุด (Buckling Factor Optimisation) [31] การหาค่าเหมาะสมสุดเป้าหมายเดียวมีข้อจำกัดมากเมื่อคำนึงถึงการประยุกต์ใช้งานจริง ด้วยเหตุนี้จึงมีการพัฒนาการหาโทโปโลยีเหมาะสมสุดแบบหลายเป้าหมายซึ่งเป็นกระบวนการออกแบบที่ดีกว่าขึ้นมา [32,33,34] เนื่องจากปัญหาการออกแบบชนิดนี้ต้องใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อีเลเมนต์ในการหาค่าฟังก์ชันการออกแบบ ตัวแปรออกแบบซึ่งกำหนดโทโปโลยีของโครงสร้างคือความหนาแน่นเสมือน (Pseudo Density) ของอีเลเมนต์เหล่านั้น การวิเคราะห์โครงสร้างในงานจริงเพื่อความแม่นยำจำเป็นต้องใช้จำนวนอีเลเมนต์เป็นพันหรือหมื่นอีเลเมนต์นั้นหมายความว่าจำนวนตัวแปรออกแบบมีจำนวนมากมหาศาลทำให้เป็นไปได้ที่จะประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายกับปัญหาการออกแบบนี้ วิธีหาค่าเหมาะสมสุดที่มีประสิทธิภาพสูงสำหรับแก้ปัญหาการออกแบบนี้เป็นวิธีใช้อนุพันธ์ เช่น Optimality Criteria Method, Sequential Quadratic Programming และ The Method of Moving Asymptotes ส่วนการใช้วิธีวิวัฒนาการกับปัญหานี้ไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควรเนื่องจากเป็นปัญหามีขนาดใหญ่ [35-39]

อย่างไรก็ตาม ได้มีการพัฒนาเทคนิคเชิงตัวเลขเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบเป้าหมายเดียว ซึ่งประสบผลเป็นที่น่าพอใจ [40] และได้มีการทดสอบเชิงตัวเลขพบว่าตัวดำเนินการเชิงวิวัฒนาการ (Evolutionary Operator) แบบ mutation ให้คำตอบได้ดีกว่าตัวดำเนินการ crossover ส่วนตัวดำเนินการ probability vector ที่ใช้ใน Population-Based Incremental Learning จะมีประสิทธิภาพปานกลาง [38, 39, 41] งานวิจัยนี้เป็นการขยายผลต่อจากงานที่นำเสนอใน [40] และขยายผลจากปัญหาการออกแบบเป้าหมายเดียวเป็นปัญหาการออกแบบหลายเป้าหมาย การสืบค้นงานวิจัยในเรื่องนี้นอกจากที่กล่าวถึงคือ [42-50]

สำหรับปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดหลายเป้าหมายของระบบท่อน้ำประปานั้น ในระยะเวลาสิบกว่าปีนี้ได้มีการศึกษาและวิจัยอย่างเข้มข้นเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการกับการออกแบบระบบท่อ [51,52,53] จากการศึกษาทางทฤษฎีพบว่า การหาราคาของโครงข่ายระบบท่อประสิทธิภาพต่ำสุดอย่างเดียวไม่ได้เกิดประโยชน์ในการปฏิบัติจริง [54] เพราะการที่ท่อประปามีราคาต่ำสุดหมายถึงขนาดท่อต้องเล็กลงทำให้สูญเสียความสามารถในการขยายโครงข่ายและเพิ่มความเสี่ยงในระบบท่อ ด้วยเหตุนี้การหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบหลายเป้าหมายจึงเป็นเครื่องมือที่ดีกว่าสำหรับการออกแบบนี้ ตัวอย่างเช่นการหาราคาของระบบท่อต่ำสุดและการหาความสามารถในการขยายโครงข่ายสูงสุดพร้อมกัน เป็นต้น [55] การหาค่าเหมาะสมที่สุดของระบบท่อนอกจากการประยุกต์ใช้กับการออกแบบโครงข่ายระบบท่อประปาใหม่แล้วยังสามารถประยุกต์ใช้กับการวางระบบท่อเพื่อซ่อมแซมโครงข่ายเดิม (Network Re-habitation) ซึ่งเกิดประโยชน์ในทางปฏิบัติมากกว่าการออกแบบเหมาะสมที่สุดของโครงข่ายระบบท่อประปาใหม่ [56,57] จากงานวิจัยที่ผ่านมาพบว่าได้มีการประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายกับการออกแบบท่อประปาแต่การสาธิตการออกแบบมักจะนำเสนอด้วยจำนวนตัวแปร 10 – 20 ตัวแปร (พื้นที่หน้าตัดของท่อ) เท่านั้น ดังนั้นในงานนี้จึงต้องการประยุกต์ใช้วิธีวิวัฒนาการเพื่อแก้ปัญหาการออกแบบที่เป็นปัญหาคำนวณใหญ่ของโครงข่ายท่อประปา งานวิจัยที่ทำมาแล้วเกี่ยวกับด้านนี้นอกจากที่กล่าวอ้างคือ [58,59,60]

การหาค่าเหมาะสมสุดหลายเป้าหมายด้วยขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการ

Multiobjective Optimisation by Evolutionary Algorithms

การประยุกต์การออกแบบหาค่าเหมาะสมสุดสำหรับปัญหาการออกแบบจริงในงานวิศวกรรมนั้น โดยทั่วไปจะประกอบไปด้วยฟังก์ชันเป้าหมาย (objective function) และเงื่อนไขบังคับ (constraints) ตัวอย่างเช่น การออกแบบเพื่อลดน้ำหนักหรือราคาของชิ้นงานให้น้อยที่สุดแต่มีเงื่อนไขคือโครงสร้างจะต้องไม่เสียหายจากแรงกระทำ อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติ ฟังก์ชันเป้าหมายไม่ได้มีเฉพาะน้ำหนักหรือราคาของชิ้นงานเท่านั้น ผู้ออกแบบอาจต้องการหาน้ำหนักน้อยสุด (weight minimisation) และในขณะเดียวกันยังต้องการให้โครงสร้างของชิ้นงานมีความแข็งแรงมากที่สุด (strength maximisation) และมีเงื่อนไขบังคับคือความปลอดภัยในการใช้งาน ปัญหาลักษณะนี้เรียกว่า การหาค่าเหมาะสมสุดแบบหลายเป้าหมาย

การหาผลเฉลยของปัญหาการหาค่าเหมาะสมสุดรูปแบบนี้มีความแตกต่างจากการหาผลเฉลยของปัญหาการออกแบบที่มีฟังก์ชันเป้าหมายเดียว ในอดีต วิธีการหาค่าเหมาะสมสุดที่พัฒนาขึ้นมาส่วนใหญ่ใช้ในการหาผลเฉลยของปัญหาการออกแบบเป้าหมายเดียว อย่างไรก็ตาม เราสามารถประยุกต์ใช้วิธีเหล่านั้นกับปัญหาแบบหลายเป้าหมาย โดยการเพิ่มกระบวนการเชิงตัวเลขพิเศษ เช่น วิธี ผลรวมแบบถ่วงน้ำหนัก (weighted sum method) ข้อเสียของกระบวนการออกแบบนี้คือ เราจะต้องรันการหาค่าเหมาะสมสุดเป็นจำนวนหลายครั้งเท่ากับจำนวนผลเฉลยที่เราต้องการ

ในปัจจุบัน ได้มีการพัฒนาวิธีการหาค่าเหมาะสมสุดแบบวิวัฒนาการหรือขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการ เพื่อใช้ในการหาผลเฉลยเหมาะสมสุดของปัญหาแบบหลายเป้าหมาย ข้อดีของการประยุกต์ใช้วิธีการเหล่านี้คือ เป็นวิธีที่ประยุกต์ใช้งานง่ายสามารถใช้หาผลเฉลยของปัญหาการหาค่าเหมาะสมสุดได้เกือบทุกรูปแบบ เป็นวิธีหาค่าเหมาะสมสุดที่สามารถรันได้โดยไม่มีการสะดุดหรือเกิดข้อผิดพลาดในระหว่างกระบวนการคำนวณ และที่สำคัญที่สุด ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการที่พัฒนาขึ้นมาในปัจจุบันสามารถหากลุ่มของผลเฉลยพาเรโตได้ในการรันเพียงครั้งเดียวซึ่งความสามารถนี้ทำให้วิธีวิวัฒนาการเป็นที่นิยมมาก อย่างไรก็ตาม วิธีการเหล่านี้ยังมีข้อเสียที่หลีกเลี่ยงไม่ได้กล่าวคือ มีอัตราการลู่เข้าช้าและไม่มีความคงเส้นคงวา (ไม่สามารถหาคำตอบเดิมได้เสมอ ในการรันหลายๆครั้ง) ทั้งนี้เป็นเพราะว่า วิธีการเหล่านี้ใช้การสุ่มเป็นหลักในกระบวนการคำนวณ

ตัวอย่างขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการที่พัฒนาขึ้นในยุคเริ่มต้นมีดังนี้

- Vector Evaluation Genetic Algorithm (VEGA) [61]
- MultiObjective Genetic Algorithm (MOGA) [11]
- strength Pareto evolutionary algorithm (SPEA) [15]
- None-dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA) [13]

ในยุคเริ่มต้น ผู้พัฒนากระบวนการคำนวณจะเน้นไปที่ความสามารถในการหาผลเฉลยพาเรโตได้ภายในการรันครั้งเดียว หลังจากนั้น ยุคต่อมา ได้มีการพัฒนาขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการโดยเน้นไปที่สมรรถนะในการหาคำตอบเป็นหลัก ได้มีการพัฒนาวิธีการใหม่ และปรับปรุงวิธีการที่มีอยู่แล้วเพื่อเพิ่มสมรรถนะของวิธีเหล่านั้นเพื่อสามารถใช้งานจริงได้ ดังเช่น

- non-dominated sorting genetic algorithm (NSGAI) [14]
- strength Pareto evolutionary algorithm (SPEA2) [16]
- multiobjective particle swarm optimisation (MPSO) [62]
- multiobjective Population-Based Incremental Learning (PBIL) [63]

ปัญหาการหาค่าเหมาะสมสุดแบบหลายเป้าหมาย สามารถเขียนได้ดังนี้ [64]

Find $\mathbf{x}$ such that

$$\text{Min: } \mathbf{f} = \{f_1(\mathbf{x}), \dots, f_p(\mathbf{x})\} \quad (2.1)$$

Subject to

$$g_i(\mathbf{x}) \leq 0$$

$$h_i(\mathbf{x}) = 0$$

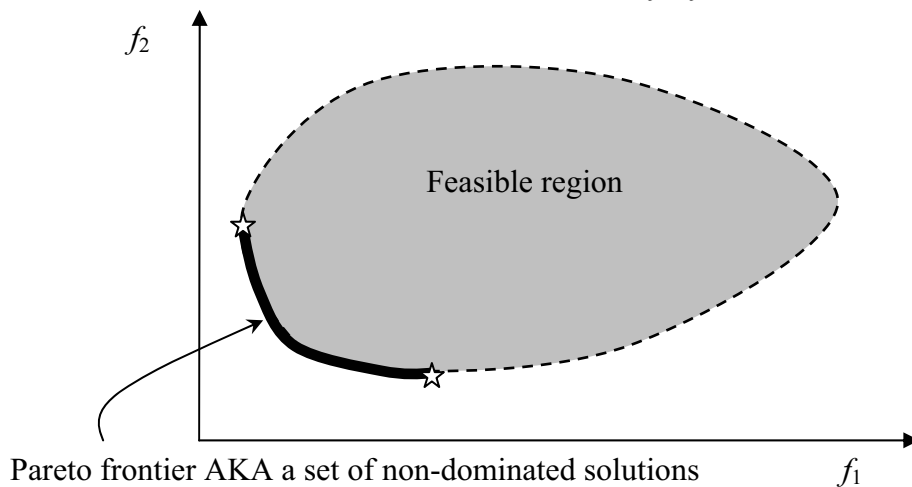
เมื่อ $\mathbf{x}$ คือเวกเตอร์ของตัวแปรออกแบบ

f_i คือฟังก์ชันเป้าหมาย

g_i คือเงื่อนไขบังคับแบบอสมการ

และ h_i คือเงื่อนไขบังคับแบบสมการ

โดยปกติแล้วฟังก์ชันเป้าหมายมักจะขัดแย้งกัน ตัวอย่างเช่นในกรณีของปัญหาแบบสองเป้าหมายที่ทำการหาน้ำหนักน้อยสุดและความแข็งแรงสูงสุดของโครงสร้าง ถ้าทำการเพิ่มความแข็งแรงจะส่งผลให้น้ำหนักเพิ่มขึ้น แต่ถ้าเราลดน้ำหนักจะส่งผลให้ความแข็งแรงลดลงเช่นกัน รูปที่ 2-1 แสดงขอบเขตที่หาคำตอบได้ (feasible region) ของปัญหาการออกแบบสองเป้าหมายบนโดเมนของฟังก์ชันเป้าหมาย จากรูปจะเห็นได้ว่าผลเฉลยของปัญหามีมากกว่าหนึ่งผลเฉลยและเมื่อรวมผลเฉลยทั้งหมด จะได้เส้นโค้งที่แสดงที่บ่งชี้แสดง เส้นโค้งนี้เรียกว่าแนวของพารето (Pareto front) ส่วนผลเฉลย ($\mathbf{x}$) ที่อยู่บนแนวของพารетоเรียกว่า เซตผลเฉลยเหมาะสมสุดของพารето (Pareto optimal set) ด้วยเหตุผลเช่นเดียวกับกรณีของสองฟังก์ชันเป้าหมาย แนวของพารетоของปัญหาแบบสามฟังก์ชันเป้าหมายจะอยู่ในรูปของพื้นผิว (surface)

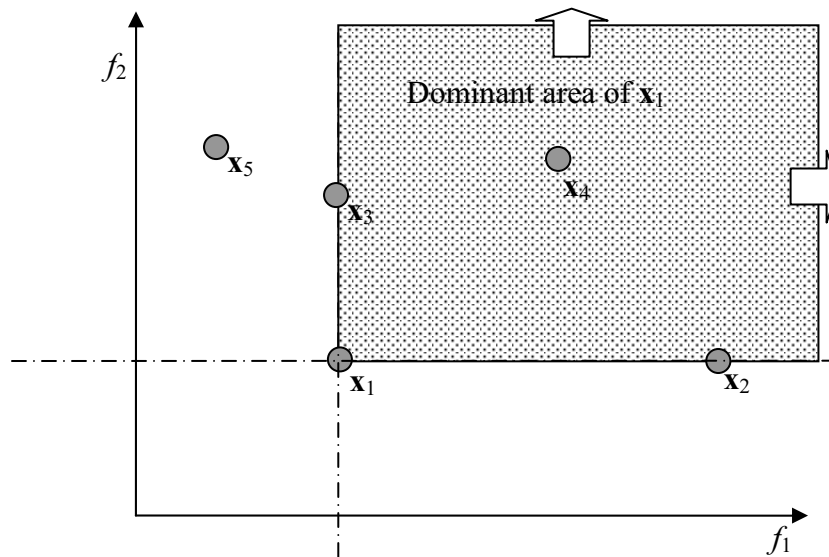


รูปที่ 2-1 แนวของพารетоของปัญหาที่มีสองเป้าหมาย [64]

แนวคิดในการหาผลเฉลยของพารетоด้วยวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายคือการใช้กลุ่มของผลเฉลยในการหาคำตอบ (หรือประชากร) ในแต่ละรอบของการค้นหาคำตอบ ในระหว่างกระบวนการค้นหาคำตอบวิธีวิวัฒนาการจะทำการเก็บผลเฉลยที่ไม่ถูกครอบงำ (non-dominated solutions) ไว้ในเมตริกซ์เก็บผลเฉลยพารето (Pareto archive) นิยามสำคัญสำหรับการค้นหาคำตอบด้วยหลักการคัดสรรผลเฉลยที่ไม่ถูกครอบงำในกรณีของการหาค่าต่ำสุด (minimisation) มีดังนี้ [64]

นิยาม 1 การครอบงำ (dominance) กำหนดให้ $f_i(\mathbf{x})$; $i = 1, \dots, p$ คือฟังก์ชันเป้าหมาย ถ้า $f_i(\mathbf{x}_1) \leq f_i(\mathbf{x}_2)$ สำหรับทุก $i \in \{1, \dots, p\}$ และมี j โดยที่ $f_j(\mathbf{x}_1) < f_j(\mathbf{x}_2)$ สามารถสรุปได้ว่า $\mathbf{x}_1$ ครอบงำ $\mathbf{x}_2$ เขียนแทนด้วย $\mathbf{x}_1 \prec \mathbf{x}_2$.

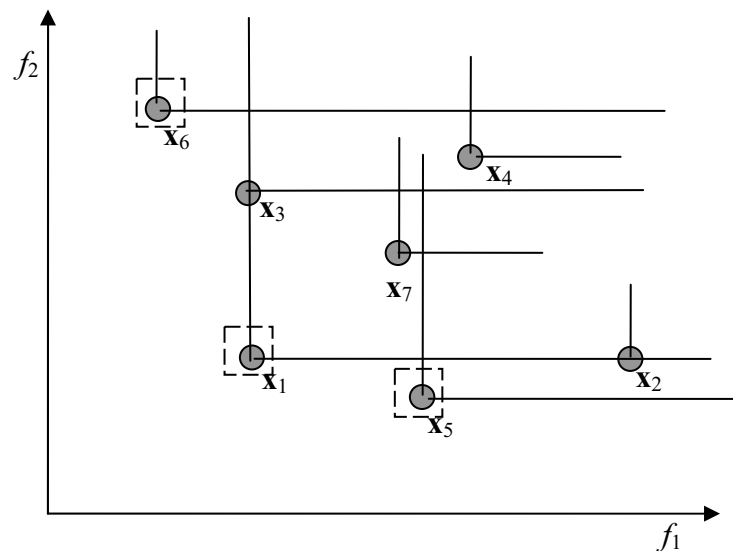
รูปที่ 2-2 แสดงผลเฉลยในโดเมนของฟังก์ชันเป้าหมายสองฟังก์ชัน จากรูปแสดงให้เห็นว่าผลเฉลย x_1 ครอบงำผลเฉลย x_2 x_3 x_4 ในขณะที่ x_5 ไม่ถูกครอบงำโดย x_1 ในรูปยังแสดงให้เห็นถึงพื้นที่ที่ครอบงำของผลเฉลย x_1 ซึ่งหมายความว่าผลเฉลยใดๆ ที่อยู่ในขอบเขตพื้นที่ที่ครอบงำนี้จะถูกครอบงำโดย x_1



รูปที่ 2-2 พื้นที่ครอบงำของผลเฉลย x_1 [64]

นิยาม 2 ผลเฉลยที่ไม่ถูกครอบงำ (non-dominated solutions) กำหนดให้ G คือเซตของผลเฉลยขนาด N , ผลเฉลย $x_c \in G$ เรียกว่าผลเฉลยที่ไม่ถูกครอบงำใน G ถ้าไม่มี $x \in G$ ที่ครอบงำ x_c

จากรูปที่ 2-3 ผลเฉลยที่ไม่ถูกครอบงำคือ x_1 , x_5 และ x_6



รูปที่ 2-3 การสาธิตการคัดสรรผลเฉลยที่ไม่ถูกครอบงำ [64]

ในกระบวนการคำนวณเชิงตัวเลข การหาผลเฉลยที่ไม่ถูกครอบงำสามารถทำได้โดยการใช้เมตริกซ์ของการครอบงำ (dominance matrix) A ซึ่งแสดงวิธีการหาในตารางที่ 2-1 เอลิเมนต์ A_{ij} สามารถหาได้ดังนี้

$$A_{ij} = \begin{cases} 1; & x_i \prec x_j \\ 0; & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.2)$$

เมื่อได้เมตริกซ์ของการครอบงำแล้ว คำนวณค่าการถูกรองงำของผลเฉลย $\mathbf{x}_j$ ได้ดังนี้

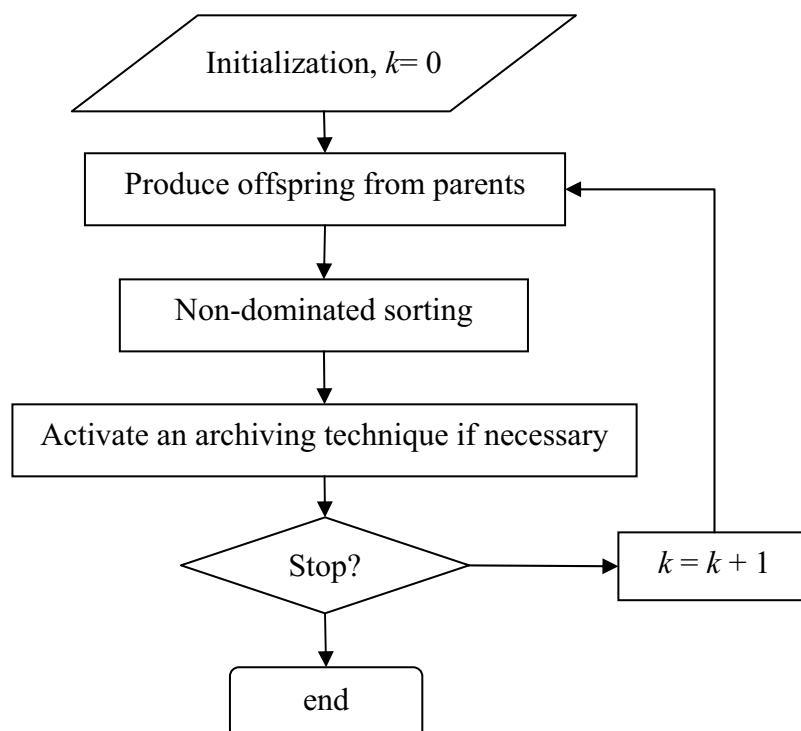
$$B_j = \sum_{i=1}^N A_{ij} \quad (2.3)$$

ผลเฉลย $\mathbf{x}_j$ เรียกว่าผลเฉลยที่ไม่ถูกรองงำถ้า $B_j = 0$

ตารางที่ 2-1 เมตริกซ์สำหรับคัดสรรผลเฉลยที่ไม่ถูกรองงำ $\mathbf{A}$ [64]

	$\mathbf{x}_1$	$\mathbf{x}_2$	$\mathbf{x}_3$	$\mathbf{x}_4$	$\mathbf{x}_5$	$\mathbf{x}_6$	$\mathbf{x}_7$
$\mathbf{x}_1$	0	1	1	1	0	0	1
$\mathbf{x}_2$	0	0	0	0	0	0	0
$\mathbf{x}_3$	0	0	0	1	0	0	0
$\mathbf{x}_4$	0	0	0	0	0	0	0
$\mathbf{x}_5$	0	1	0	1	0	0	0
$\mathbf{x}_6$	0	0	0	0	0	0	0
$\mathbf{x}_7$	0	0	0	1	0	0	0
Σ	0	2	1	4	0	0	1

รูปที่ 2-4 แสดงโฟลชาร์ทแบบทั่วไปของขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมาย กระบวนการค้นหาคำตอบเริ่มต้นด้วยประชากรตั้งต้น (initial population) ซึ่งได้มาจากการสุ่มและเมตริกซ์สำหรับเก็บผลเฉลยที่ไม่ถูกรองงำ จากนั้นทำการผลิตประชากรลูก (offspring) จากประชากรพ่อแม่ เมื่อได้ประชากรลูกแล้วทำการหาค่าฟังก์ชันเป้าหมายของผลเฉลยในประชากรลูก จากนั้นทำการคัดสรรผลเฉลยที่ไม่ถูกรองงำจากยูเนียนเซตของประชากรลูกและสมาชิกในเมตริกซ์เก็บผลเฉลยที่ไม่ถูกรองงำเดิม เมื่อได้กลุ่มของผลเฉลยที่ไม่ถูกรองงำชุดใหม่ ใส่แทนที่ผลเฉลยที่ไม่ถูกรองงำชุดเก่าในเมตริกซ์ ทำการปรับปรุงเมตริกซ์บรรจุผลเฉลยที่ไม่ถูกรองงำไปเรื่อยๆจนกระทั่งหยุดการค้นหาคำตอบ ผลเฉลยพาเรโตจากการใช้วิธีวิวัฒนาการเหล่านี้คือสมาชิกในเมตริกซ์บรรจุผลเฉลยที่ไม่ถูกรองงำนั่นเอง อย่างไรก็ตามผลเฉลยนี้เรียกว่าค่าประมาณของแนวของพาเรโต (approximate Pareto front) เท่านั้น เพราะไม่มีการรับประกันว่าวิธีวิวัฒนาการจะหาแนวของพาเรโตที่แม่นยำได้



รูปที่ 2-4 โฟลชาร์ทแบบทั่วไปของขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมาย

Population-Based Incremental Learning

3.1 กระบวนการคำนวณเชิงตัวเลขของ PBIL

Population-Based Incremental Learning (PBIL) จัดว่าเป็นวิธีการหาค่าเหมาะสมสุดแบบใช้ประชากรของผลเฉลย (population-based method) หรืออาจจัดเป็นขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการอีกรูปแบบหนึ่ง โดยหลักการพื้นฐานแล้ว PBIL เป็นขั้นตอนวิธีประมาณค่าของการกระจาย (estimation of distribution algorithm) ที่อยู่ในรูปแบบอย่างง่าย การใช้ PBIL ในการหาค่าเหมาะสมสุดแบบเป้าหมายเดียวนำเสนอใน [65] และจากนั้นได้มีการประยุกต์ใช้วิธีวิวัฒนาการนี้อย่างแพร่หลาย ส่วนหนึ่งของงานวิจัยนี้ได้ทำการพัฒนา PBIL สำหรับใช้แก้ปัญหาการหาค่าเหมาะสมสุดแบบหลายเป้าหมายดังรายละเอียดใน [63] และ [66] ซึ่งพบว่าประสิทธิภาพของ PBIL ในการหาแนวของพารามิเตอร์ของปัญหาการหาค่าเหมาะสมสุดแบบหลายเป้าหมายสามารถเปรียบเทียบได้กับขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการอื่นที่มีสมรรถนะสูง

วิธี PBIL ใช้สิ่งที่เรียกว่าเวกเตอร์ของความน่าจะเป็นในการการแสดงประชากรซึ่งอยู่ในรูปของตัวเลขฐานสอง รูปที่ 3-1 แสดงตัวอย่างของเวกเตอร์ (คอลัมน์) ของความน่าจะเป็น ค่าความน่าจะเป็นในที่นี้คือโอกาสที่จะมีเลข '1' อยู่ในคอลัมน์ที่สอดคล้องกันของประชากร จากรูป ประชากรคือแถวของเมตริกซ์ จากตัวอย่างในรูปที่ 3-1 จะเห็นได้ว่า เวกเตอร์ของความน่าจะเป็นหนึ่งเวกเตอร์สามารถสร้างประชากรได้หลากหลายชุด

population 1	population 2	population 3
0 0 1 1,	0 1 1 0,	0 1 0 1
1 1 0 0,	1 1 0 1,	1 0 0 1
0 0 1 1,	1 0 1 0,	0 0 0 1
1 1 0 0,	0 0 0 1,	0 1 0 0
Probability Vectors [0.5, 0.5, 0.5, 0.5] [0.5, 0.5, 0.5, 0.5] [0.25, 0.5, 0, 0.75]		

รูปที่ 3-1 ตัวอย่างของเวกเตอร์ความน่าจะเป็นและประชากรที่สอดคล้องกับเวกเตอร์

ในกรณีของการประยุกต์ใช้ PBIL กับการหาค่าเหมาะสมสุดแบบหลายเป้าหมายนั้น เพื่อให้เกิดความหลากหลายในประชากรของ PBIL จำเป็นต้องใช้เวกเตอร์ของความน่าจะเป็นมากกว่าหนึ่งเวกเตอร์ ดังนั้นเมื่อมีเวกเตอร์มากกว่าหนึ่งเวกเตอร์จึงเรียกกลุ่มเวกเตอร์นั้นว่าเมตริกซ์ของความน่าจะเป็น (probability matrix) [63] เขียนแทนด้วย $\mathbf{P}$ ในขั้นตอนเริ่มต้น เอลิเมนต์ทุกเอลิเมนต์ของเมตริกซ์ของความน่าจะเป็นจะถูกตั้งค่าเป็น 0.5 ซึ่งหมายความว่ามีการกระจายตัวเลข "0" และ "1" หนึ่งในแนวคอลัมน์ ให้มีจำนวนเท่ากัน กำหนดให้ N คือจำนวนผลเฉลยในประชากร I คือจำนวนเวกเตอร์ของความน่าจะเป็นที่ต้องการใช้ และ n_b คือความยาวของตัวเลขฐานสองสำหรับผลเฉลยใดๆ ดังนั้นเมตริกซ์ของความน่าจะเป็นจะมีขนาดเป็น $I \times n_b$ โดยที่แต่ละแถวของเมตริกซ์คือเวกเตอร์ของความน่าจะเป็นย่อยที่ใช้ในการผลิตประชากรย่อยเป็นจำนวน N/I ผลเฉลย

การผลิตประชากรในแต่ละรอบของการคำนวณ (iteration) จะได้จากการรวมกลุ่มประชากรย่อย I กลุ่มเข้าด้วยกัน จากนั้นทำการหาค่าของฟังก์ชันเป้าหมายของผลเฉลยในกลุ่มประชากรที่สร้างขึ้นมา ขั้นตอนต่อมาคือการคัดสรรผลเฉลยที่ไม่ถูกครอบงำจากการรวมกลุ่มของประชากรชุดใหม่ที่ได้กับผลเฉลยที่ไม่ถูกครอบงำในรอบการคำนวณที่ผ่านมา

หลังจากนั้นทำการปรับปรุงเมตริกซ์ของความน่าจะเป็น การปรับปรุงเมตริกซ์จะใช้ผลเฉลี่ยที่ไม่ถูกครอบงำในการแปลงค่าของเอลิเมนต์ของเมตริกซ์ สำหรับแถวที่ i^{th} ของเมตริกซ์ เราสามารถคำนวณค่าใหม่ของเอลิเมนต์ของ $\mathbf{P}$ ได้ดังนี้

$$P_{ij}^{\text{new}} = P_{ij}^{\text{old}} (1 - L_R) + \bar{b}_j L_R \quad (3.1)$$

เมื่อ $L_R \in [0, 1]$ เรียกว่าค่าอัตราการเรียนรู้ (learning rate)

$\bar{b}_j$ คือเอลิเมนต์ที่ j^{th} ของผลเฉลี่ยที่เป็นเลขฐานสอง ซึ่งจะได้อธิบายวิธีหาค่าเหล่านี้ในขั้นตอนต่อไป

นอกจากการปรับปรุงค่าของ $\mathbf{P}$ ด้วยสมการ (3.1) แล้ว เราสามารถปรับปรุงค่าเมตริกซ์ของความน่าจะเป็นด้วยกระบวนการมิวเตชัน (mutation) ดังนี้

$$P_{ij}^{\text{new}} = P_{ij}^{\text{old}} (1 - m_s) + \text{rand}(0 \text{ or } 1).m_s \quad (3.2)$$

เมื่อ m_s คือค่าการเลื่อนของมิวเตชัน

โอกาสในการประยุกต์ใช้สมการ (3.2) ถูกกำหนดโดยความน่าจะเป็นของการเกิดมิวเตชันเช่นเดียวกับในกรณีของขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม (genetic algorithms)

ในการศึกษานี้ ค่าของ $\bar{b}_j$ สามารถหาได้สองวิธีคือ

scheme 1 ทำการเลือกผลเฉลี่ยตัวเลขฐานสองจำนวน $n_0 < N$ ผลเฉลี่ยโดยการสุ่ม ค่าของ $\bar{b}_j$ คือค่าเฉลี่ยในแนวคอลัมน์ของผลเฉลี่ยที่ถูกเลือกเหล่านั้น

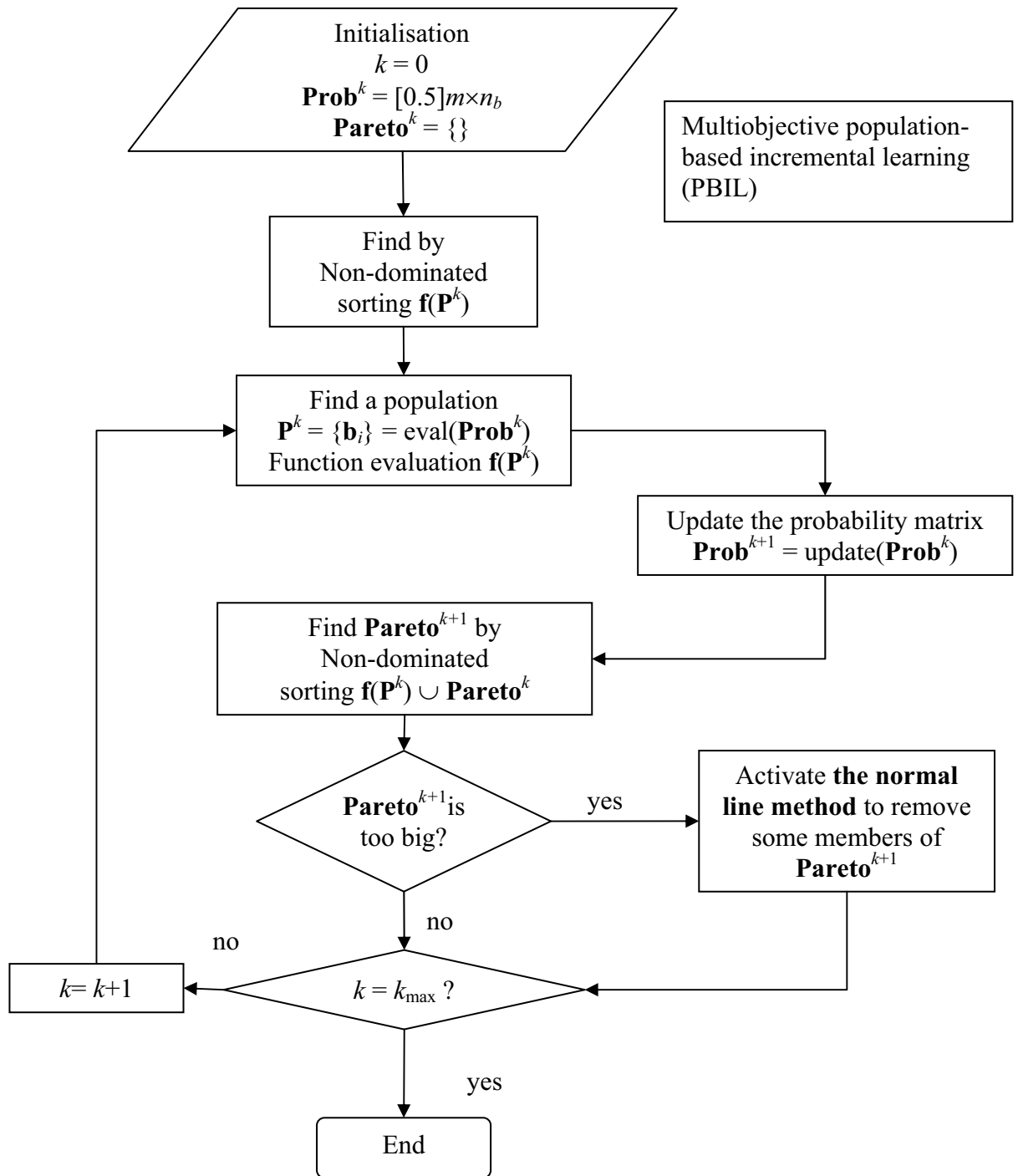
scheme 2 สุ่มเลือกค่าน้ำหนักถ่วง w_i สำหรับคำนวณค่า

$$F = \sum_{i=1}^p w_i f_i$$

ผลเฉลี่ยที่ไม่ถูกครอบงำที่ให้ค่า F น้อยที่สุดจะถูกเลือกใช้ในการปรับเปลี่ยนค่าของ $\mathbf{P}$ ใน (3.1)

นอกจากการปรับปรุงเมตริกซ์ของความน่าจะเป็นแล้ว ปัญหาในระหว่างกระบวนการคำนวณของขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายคือ ในระหว่างรอบการคำนวณวิธีวิวัฒนาการส่วนใหญ่สามารถค้นหาผลเฉลี่ยที่ไม่ถูกครอบงำได้เป็นจำนวนมาก ถ้าเราเก็บผลเฉลี่ยทั้งหมดไว้ที่เมตริกซ์เก็บผลเฉลี่ยที่ไม่ถูกครอบงำ ($\mathbf{A}$) จะทำให้เมตริกซ์มีขนาดใหญ่มาก และมักจะทำให้คอมพิวเตอร์ใช้หน่วยความจำค่อนข้างมาก และท้ายที่สุด จะส่งผลให้คอมพิวเตอร์ไม่สามารถทำงานต่อได้ ปัญหานี้สามารถแก้ไขได้โดยการเพิ่มตัวดำเนินการอีกหนึ่งตัวเข้ามาในกระบวนการคำนวณเชิงตัวเลข กระบวนการดังกล่าว เรียกว่าวิธีการรองผลเฉลี่ย (archiving technique) สำหรับเก็บในเมตริกซ์ Pareto archive หลักการทำงานของตัวดำเนินการนี้คือ ในขั้นเริ่มต้น จะต้องระบุจำนวนผลเฉลี่ยสูงสุดที่อนุญาตให้เก็บในเมตริกซ์เก็บผลเฉลี่ย $\mathbf{A}$ เป็นจำนวน N_a ผลเฉลี่ย ในที่นี้เรียกว่าขนาดของ $\mathbf{A}$ (archive size) ในทุกรอบของการคำนวณ ถ้าผลเฉลี่ยที่ไม่ถูกครอบงำมีมากกว่า N_a ตัวดำเนินการรองผลเฉลี่ยจะทำงานเพื่อลบผลเฉลี่ยบางส่วนออกจาก $\mathbf{A}$ โดยมีเงื่อนไขคือ จะต้องคงความหลากหลายของผลเฉลี่ยที่ยังเหลืออยู่ให้มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ วิธีการรองผลเฉลี่ยได้ถูกพัฒนาขึ้นมาหลายวิธีเช่น adaptive grid algorithm (AGA) [11] มีใช้ใน PAES, nearest neighborhood method (NNM) [16] ใช้ใน SPEA2, crowded-comparison approach [14] มีใช้ใน NSGA2 สำหรับวิธี PBIL ผู้วิจัยได้เสนอวิธีเส้นตั้งฉาก (normal line method, NLM [66]) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

วิธีเส้นตั้งฉากได้ประยุกต์ใช้แนวคิดพื้นฐานบางส่วนของงานใน [5] อย่างไรก็ตามวิธีการนี้กับวิธีการใน [5] ได้ถูกนำมาใช้ในสถานการณ์ที่แตกต่างกันโดยสิ้นเชิง ในขั้นตอนเริ่มต้นต้องทำการ normalise ค่าฟังก์ชันเป้าหมายของผลเฉลี่ยทั้งหมดใน $\mathbf{A}$ ดังนี้



รูปที่ 3-3 โฟลชาร์ทของ PBIL

3.2 การทดสอบสมรรถนะของ PBIL

การทดสอบสมรรถนะในการหาคำตอบของ PBIL ได้ถูกดำเนินการโดยใช้ปัญหาการออกแบบหลายฟังก์ชัน เป้าหมายที่จัดว่าเป็นปัญหาทดสอบมาตรฐานทั้งหมด 8 ปัญหา กล่าวคือ ปัญหาสองฟังก์ชันเป้าหมาย F_1 , F_2 , F_3 , F_4 , F_5 และ F_6 จากเอกสารอ้างอิง [19] ปัญหาการออกแบบทั้ง 6 นี้ จัดว่าเป็นการวัดความยากในการหาผลเฉลยของพาเรโตทุก

รูปแบบที่เป็นไปได้ จำนวนตัวแปรออกแบบที่ใช้คือ $n = 30$ นอกจากนี้ยังมีปัญหาทดสอบ F_7 FON problem จาก [68] และ F_8 SPH- m problem จาก [69] ปัญหา F_8 มีขอบเขตของตัวแปรออกแบบเป็น $x_i \in [-5, 5]$.

ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายที่ใช้ทดสอบร่วมกับ PBIL เพื่อประเมินสมรรถนะของ PBIL คือ NPGA, NSGAI, SPEA2 และ PAES ส่วน PBIL แยกออกเป็นสองวิธีคือ PBIL1 ใช้ scheme1 ในการปรับปรุงเมตริกซ์ของความน่าจะเป็น และ PBIL2 ใช้ scheme2 ในการปรับปรุงเมตริกซ์ของความน่าจะเป็น เราสามารถจัดหมวดหมู่ของวิธีวิวัฒนาการได้ดังนี้ วิธีที่ใช้ครอสโอเวอร์เป็นหลัก (NPGA, NSGA และ SPEA) วิธีที่ใช้มิวเทชันเป็นหลัก (PAES) และวิธีการประมาณค่าของการกระจาย (PBIL1, PBIL2) วิธีวิวัฒนาการทั้งหมดนี้ใช้ขนาดของประชากรเป็น $N_p = 100$ จำนวนรอบของการคำนวณคือ 100 สำหรับทุกปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุด ยกเว้นกรณีของปัญหา F_7 ที่ใช้ขนาดของประชากรเท่ากับ 30 และจำนวนรอบของการคำนวณเป็น 30 ขนาดของเมตริกซ์เก็บผลเฉลยที่ไม่ถูกรอรับงำคือ 100 ตัวแปรออกแบบทั้งหมดถูกเข้ารหัสเป็นตัวเลขฐานสองยาว 30 หลัก รายละเอียดของเงื่อนไขการออกแบบของแต่ละวิธีมีดังนี้

- NPGA the number of randomly selected individuals for tournament selection is 30, the next generation consists of 50 (15 for F_7) non-dominated solutions and 50 (15 for F_7) members from the tournament selection, crossover probability is 1.0 and mutation probability is 0.1.
- NSGAI crossover probability is 1.0 and mutation probability is 0.1.
- SPEA2 crossover probability is 1.0 and mutation probability is 0.1.
- PAES uses (1+1)-PAES and adaptive grid archiving technique.
- PBIL1 uses the first probability matrix updating scheme, learning rate $LR = 0.5$ (constant), the number of probability vectors $l = 20$, mutation shift $m_s = 0.2$ and mutation probability is 0.02.
- PBIL2 uses the second probability matrix updating scheme, learning rate $LR = 0.5$ (constant), the number of probability vectors $l = 20$, mutation shift $ms = 0.2$ and mutation probability is 0.02.

แต่ละขั้นตอนวิธีถูกรันเพื่อหาผลเฉลยของพารามิเตอร์ของแต่ละปัญหาทดสอบ 30 ครั้ง โดยถือว่าผลเฉลยที่ไม่ถูกรอรับงำที่ได้ในรอบของการคำนวณรอบสุดท้ายคือแนวของพารามิเตอร์ ในการทดสอบสมรรถนะนี้ ใช้พารามิเตอร์บ่งชี้สมรรถนะสองตัวคือ ตัวบ่งชี้ C และ M ซึ่งมีนิยามดังนี้

$$C(A, B) := \frac{|\{b \in B; \exists a \in A : a \leq b\}|}{|B|} \quad (3.4)$$

เมื่อ A และ B คือแนวของพารามิเตอร์ใดๆ

จากนิยามถ้า $C(A, B) = 1$ ผลเฉลยทั้งหมดใน B ถูกรอรับงำหรือเท่ากับผลเฉลยใน A ถ้า $C(A, B) = 0$ หมายความว่าไม่มีผลเฉลยใดใน A ที่ถูกรอรับงำผลเฉลยใน B พารามิเตอร์บ่งชี้สมรรถนะตัวที่สองคือพารามิเตอร์ M ซึ่งเกิดจากการเชื่อมกันของ M_1^* , M_2^* และ M_3^* ที่นิยามใน [19]

$$M = \frac{M_1}{M_2 + M_3} \quad (3.5)$$

เมื่อ M_1 คือค่าเฉลี่ยของระยะทางระหว่างแนวของพารามิเตอร์ที่ได้จากการใช้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการกับแนวของพารามิเตอร์จริงของปัญหานั้นๆ

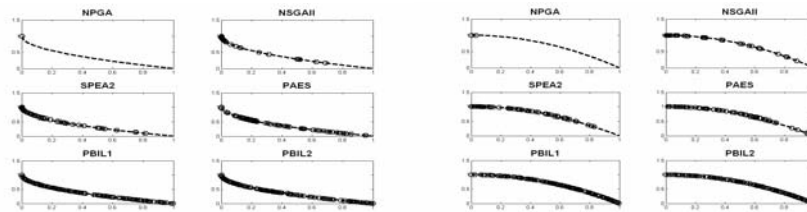
M_2 ใช้ในการวัดการกระจายตัวของแนวของพารามิเตอร์

M_3 ใช้ในการวัดการขยายตัวของแนวของพารามิเตอร์

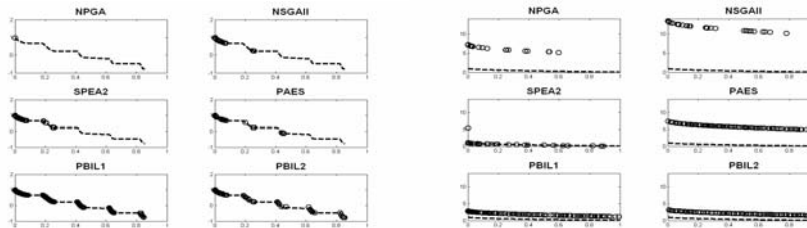
จากสมการ จะเห็นได้ว่าค่า M ต่ำแสดงว่าแนวของพารามิเตอร์นั้นดีกว่าแนวของพารามิเตอร์ที่มีค่า M สูง

3.3 ผลการรันและการเปรียบเทียบสมรรถนะ

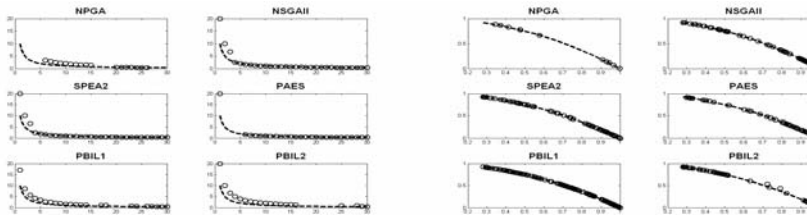
รูปที่ 3-4 แสดงแนวของพารेटโตที่ได้จากการรันขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการทั้ง 6 ในหัวข้อย่อก่อนหน้านี้ ปัญหาทดสอบ F_1 และ F_2 แนวของพารेटโตที่แสดงคือแนวของพารेटโตที่ดีที่สุดจากการรันแต่ละวิธี 30 ครั้ง ส่วนเส้นประคือแนวพารेटจริงของปัญหานั้นๆ จากรูปจะเห็นได้ว่าแนวพารेटโตที่ได้จากวิธี PBIL1 และ PBIL2 จะกระจายกันอย่างสม่ำเสมอกว่าวิธีอื่น รูปที่ 3-5 แสดงแนวพารेटโตของปัญหาทดสอบ F_3 และ F_4 กรณีของ F_3 PBIL1 และ PBIL2 ได้แนวของพารेटโตที่ดีที่สุด ส่วนในกรณีของ F_4 SPEA2 คือวิธีที่ได้คำตอบดีที่สุดโดยมีวิธีที่ดรองลงมาคือ PBIL1 และ PBIL2 ตามลำดับ รูปที่ 3-6 แสดงแนวพารेटโตของปัญหา F_5 และ F_6 ที่ได้จากการประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการต่างๆ จากรูปสรุปได้ว่า SPEA2 และ NSGAII เป็นวิธีที่ให้คำตอบที่ดีที่สุดในกรณีของ F_5 ส่วนในกรณีของ F_6 วิธีที่ดีที่สุดคือ PBIL1 รองลงมาคือ SPEA2 รูปที่ 3-7 แสดงแนวพารेटโตของปัญหาทดสอบ F_7 ซึ่งได้วิธีที่ดีที่สุดคือ PBIL1 ส่วนวิธีที่ดีที่สุดของปัญหาทดสอบ F_8 คือ PBIL2



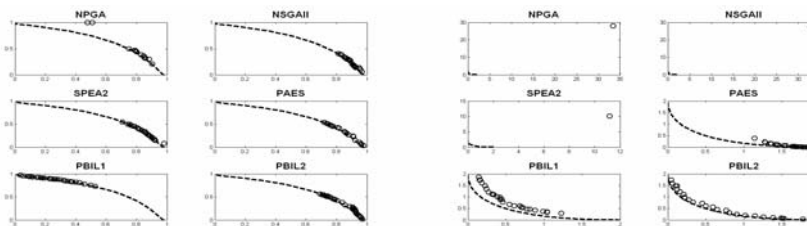
รูปที่ 3-4 แนวของพารेटโตของ F_1 และ F_2 ที่ได้จาก MOEAs



รูปที่ 3-5 แนวของพารेटโตของ F_3 และ F_4 ที่ได้จาก MOEAs



รูปที่ 3-6 แนวของพารेटโตของ F_5 และ F_6 ที่ได้จาก MOEAs

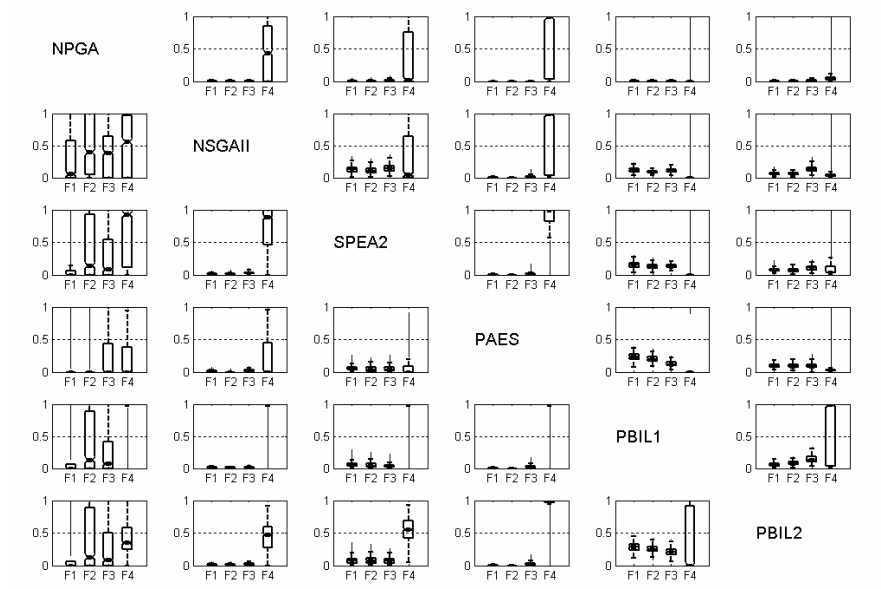


รูปที่ 3-7 แนวของพารेटโตของ F_7 และ F_8 ที่ได้จาก MOEAs

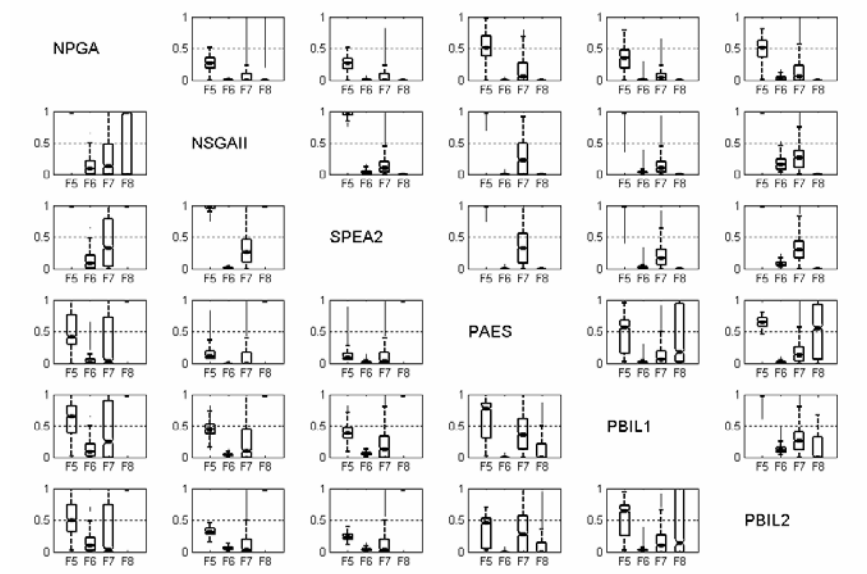
การเปรียบเทียบก่อนหน้าเป็นการเปรียบเทียบจากการสังเกต สำหรับการเปรียบเทียบโดยใช้พารามิเตอร์บ่งชี้สมรรถนะ นำเสนอในรูปที่ 3-8 3-9 และ 3-10 รูปที่ 3-8 แสดง box-plot เปรียบเทียบสมรรถนะของวิธีต่างๆในการหาผลเฉลยของปัญหาทดสอบ F_1 - F_4 รูปที่ 3-9 แสดง box-plot เปรียบเทียบสมรรถนะของวิธีต่างๆในการหาผลเฉลยของปัญหาทดสอบ F_5 - F_8 จากรูปทั้งสอง สามารถสรุปได้ว่า NPGA คือวิธีที่มีประสิทธิภาพต่ำที่สุด สำหรับปัญหาทดสอบ 3 อันแรก วิธีวิวัฒนาการต่างๆถือว่ามีความสมรรถนะใกล้เคียงกันยกเว้น NPGA ที่มีสมรรถนะต่ำกว่าวิธีอื่นมาก ในปัญหาทดสอบ F_4 PBIL1 คือวิธีที่ดีที่สุด ส่วนวิธีที่ดีที่สุดสำหรับ F_5 คือ SPEA2 และ NSGAII สำหรับ F_6 วิธีที่ให้ผลเฉลยดีที่สุดประกอบด้วย SPAE2 PAES และ PBIL1 วิธี SPEA2 คือวิธีที่ดีที่สุดสำหรับ F_7 ในขณะที่ PAES คือวิธีที่ดีที่สุดสำหรับ F_8 โดยมี PBIL2 เป็นวิธีที่ดีที่สุดอันดับสอง

รูปที่ 3-10 แสดงการเปรียบเทียบพารามิเตอร์ M ที่ได้จากวิธีการต่างๆ จากรูปสามารถสรุปได้ว่า PBIL1 และ PBIL2 คือวิธีที่ดีที่สุดสำหรับปัญหาทดสอบ F_1 - F_3 ในกรณีของ F_4 วิธีที่ดีที่สุดคือ PBIL1 วิธี SPEA2 และ NSGAII คือวิธีที่ดีที่สุดสำหรับ F_5 วิธีที่ดีที่สุดสำหรับ F_6 คือ SPEA2, NSGAII, PBIL1 และ PBIL2 ในกรณีของ F_7 วิธีที่ดีที่สุดคือ PBIL2 ส่วนวิธีที่ดีที่สุดสำหรับ F_8 คือ PAES, PBIL1 และ PBIL2

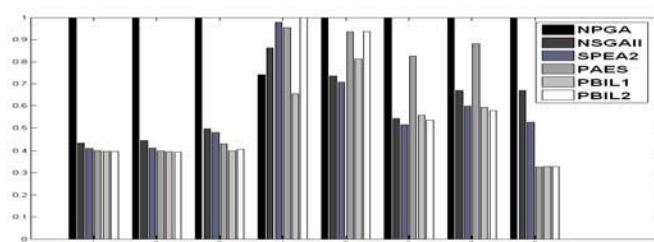
สรุปจากการวัดสมรรถนะของวิธีวิวัฒนาการคือ PBIL เป็นขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายที่มีสมรรถนะสูงเทียบเท่ากับขั้นตอนวิธีที่มีมาก่อน โดยภาพรวมจากการแก้ปัญหาทดสอบทั้ง 8 วิธีที่ดีที่สุดคือ PBIL1 ส่วนวิธีที่มีสมรรถนะต่ำที่สุดคือ NPGA จากการศึกษาทำให้ได้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายที่มีสมรรถนะสูงและสามารถใช้งานในแบบตัวเลขฐานสองคือ PBIL ที่ใช้ scheme1 ในการปรับปรุงเมตริกซ์ของความน่าจะเป็น อย่างไรก็ตามควรทำการทดสอบ PBIL ที่พัฒนาขึ้นมานี้เปรียบเทียบกับวิธีวิวัฒนาการอื่นในปัญหาการหาค่าเหมาะสมสุดแบบหลายเป้าหมายอื่นที่ใช้ในงานจริงเพื่อสรุปสมรรถนะโดยรวมของวิธีการที่พัฒนาขึ้นมา



รูปที่ 3-8 Box-plot ค่าของ C ของ F_1 F_2 F_3 & F_4



รูปที่ 3-9 Box-plot ค่าของ C ของ F_5 F_6 F_7 & F_8



รูปที่ 3-10 การเปรียบเทียบค่าของ M

การหาค่าเหมาะสมสุดหลายเป้าหมายของโครงข่ายท่อประปา Pipe Network Optimisation

4.1 ความนำ

เนื้อหาในบทนี้เป็นการประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีพัฒนาการแบบหลายฟังก์ชันเป้าหมายสำหรับการออกแบบที่ใช้ในงานจริง นั่นคือปัญหาการหาค่าเหมาะสมสุดของโครงข่ายท่อประปา (pipe network optimisation) วิธีพัฒนาการที่ใช้ประกอบด้วย PAES, NSGAI, SPEA2, PBIL และ MPSO ที่ใช้ทั้งจำนวนจริงและเลขฐานสองเป็นตัวแปรออกแบบเพื่อให้ใกล้เคียงกับงานจริงมากที่สุด โครงข่ายระบบท่อประปาของอำเภอเมืองยโสธรถูกนำมาใช้สาธิตการออกแบบ ปัญหาการออกแบบสามารถแบ่งออกเป็นการออกแบบโครงข่ายท่อประปาใหม่และการซ่อมแซมระบบท่อประปาเก่า ปัญหาการหาค่าเหมาะสมสุดถูกตั้งขึ้นมาเพื่อหาค่าต่ำสุด การสูญเสียในท่อต่ำสุดและความยืดหยุ่น (resilience) สูงสุดของโครงข่ายท่อ ตัวแปรออกแบบคือขนาดของท่อ ปัญหาการออกแบบสามารถจัดออกเป็นปัญหามิติเล็ก (small-scale) และปัญหามิติใหญ่ (large-scale) ในการเปรียบเทียบสมรรถนะของวิธีพัฒนาการต่างๆ ใช้การสังเกตแนวพาเรโตและพารามิเตอร์ C นอกจากนี้ ได้ทำการศึกษาผลของการใส่ผลเฉลยของระบบท่อที่ใช้อยู่ในปัจจุบันเข้าไปยังประชากรเริ่มต้น (initial population) จากการศึกษาทำให้ทราบถึงสมรรถนะของวิธีพัฒนาการต่างๆ ในการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะสมสุดแบบหลายเป้าหมายของระบบโครงข่ายท่อประปา และพบว่า การเพิ่มผลเฉลยของโครงข่ายท่อที่ใช้งานในปัจจุบันเข้าไปในประชากรเริ่มต้นช่วยเพิ่มสมรรถนะในการค้นหาคำตอบของขั้นตอนวิธีพัฒนาการเหล่านั้น

วิธีพัฒนาการที่ใช้ประกอบด้วย วิธีที่ใช้เวกเตอร์ทิศทางในการหาคำตอบ (MPSO) วิธีที่ใช้มิวเตชันเป็นหลักในการหาคำตอบ (PAES) วิธีการประมาณค่าของการกระจาย (PBIL) และวิธีที่ใช้โครอสโอเวอร์เป็นหลักในการหาคำตอบ (SPEA2 NSGAI) สำหรับวิธีที่ใช้มิวเตชันและโครอสโอเวอร์เป็นหลักในการหาคำตอบสามารถประยุกต์ใช้ได้ทั้งตัวแปรออกแบบจำนวนจริงและตัวแปรออกแบบตัวเลขฐานสอง ส่วน PBIL สามารถใช้ได้เฉพาะเลขฐานสอง ในขณะที่ MPSO โดยทั่วไป สามารถใช้ได้เฉพาะจำนวนจริง การดำเนินการโครอสโอเวอร์และมิวเตชันแบบใช้ตัวเลขฐานสองนำเสนอใน [40] ส่วนการดำเนินการแบบใช้จำนวนจริงในงานวิจัยนี้ใช้กระบวนการคำนวณที่นำเสนอใน [70] เพื่อความง่ายในการบรรยายและทำความเข้าใจ ผู้วิจัยได้ใช้ตัวย่อสำหรับวิธีพัฒนาการต่างๆ ดังนี้

- BNSGA คือ NSGAI แบบใช้เลขฐานสอง
- RNSGA คือ NSGAI แบบใช้จำนวนจริง
- BSPEA คือ SPEA2 แบบใช้เลขฐานสอง
- RSPEA คือ SPEA2 แบบใช้จำนวนจริง
- BPAES คือ PAES แบบใช้เลขฐานสอง
- RPAES คือ PAES แบบใช้จำนวนจริง
- BPBIL คือ PBIL แบบใช้เลขฐานสอง
- RMPSO คือ MPSO แบบใช้จำนวนจริง

4.2 การออกแบบโครงข่ายท่อประปา

โครงข่ายท่อประปาหรือโครงข่ายการกระจายน้ำ (water distribution network) คือระบบที่ประกอบด้วย บั้ม ถังเก็บน้ำ อ่างเก็บน้ำ วาล์ว และอุปกรณ์อื่นๆ เชื่อมต่อเข้าด้วยกันด้วยท่อขนาดต่างๆ กัน ทำให้เกิดเป็นลูป (loops) และจุดต่อ

(nodes) ของโครงข่าย แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการไหลในโครงข่ายอธิบายได้ด้วยการสมมูลมวลที่จุดต่อซึ่งจะได้สมการเชิงเส้น N_v-1 สมการ [51-52]

$$\sum Q_i = D \quad (4.1)$$

เมื่อ N_v คือจำนวนของจุดต่อในโครงข่าย

Q_i คือทิศทางการเข้าไปหรือออกจากจุดต่อ มีค่าเป็นได้ทั้งบวกและลบ

D คืออุปสงค์ (demand) ที่จุดต่อนั้นๆ

เงื่อนไขที่ 2 คือหลักการของงานและพลังงาน หรืออาจกล่าวได้ว่า การสูญเสียรวม (total head loss) รอบลูปใดๆ ไม่ว่าจะเป็นบวกหรือลบ เมื่อรวมกันแล้วมีค่าเป็นศูนย์

$$\sum h_i = 0 \quad (4.2)$$

เมื่อ h_i คือการสูญเสียในลูปนั้นๆ

โดยการใช้สูตรของ Hazen-Williams ความสูญเสียในท่อสามารถเขียนได้ดังนี้

$$h_i = \frac{a_1 Q_i^{a_2}}{d_i^{a_3}} \quad (4.3)$$

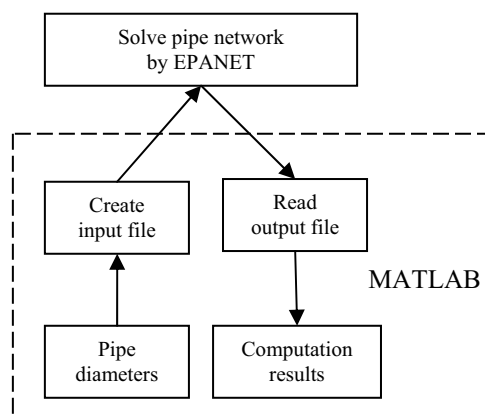
เมื่อ a_1 คือค่าสัมประสิทธิ์ที่ขึ้นกับความยาวของท่อ ความขรุขระของท่อ ฯลฯ

a_2 เรียกว่าเลขยกกำลังของทิศทางการไหล

a_3 เรียกว่าเลขยกกำลังของเส้นผ่าศูนย์กลางท่อ

การวิเคราะห์การไหลในระบบโครงข่ายท่อคือการแก้ปัญหาหาค่าการผสมเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้น (4.1)

และ (4.2) โดยมี Q_i เป็นตัวแปรอิสระ ในงานวิจัยนี้ได้ทำการประยุกต์ใช้ซอฟต์แวร์ EPANET ในการวิเคราะห์การไหลในระบบโครงข่ายท่อ และใช้โค้ดของวิธีวิวัฒนาการที่พัฒนาขึ้นมาด้วยภาษาของ MATLAB รูปที่ 4-1 แสดงการเชื่อมต่อระหว่าง EPANET และ MATLAB สำหรับการหาค่าฟังก์ชันในปัญหาการออกแบบ



รูปที่ 4-1 การเชื่อมต่อ EPANET และ MATLAB

4.3 ปัญหาการออกแบบและเงื่อนไขการทดสอบ

การออกแบบโครงข่ายท่อประปาสามารถทำได้โดยการกำหนดโทโปโลยีของโครงข่ายเป็นข้อมูลเบื้องต้น พารามิเตอร์ที่สามารถตั้งเป็นตัวแปรออกแบบได้คือ ขนาดท่อ ขนาดของถังน้ำ ขนาดของปั๊ม การออกแบบโครงข่ายของท่อประปาหรือการกระจายน้ำมักจะคำนึงถึง ราคา ความปลอดภัย ความง่ายในการซ่อมบำรุงหรือความสามารถในการขยายโครงข่าย ความสะอาดของน้ำ เป็นต้น ส่วนฟังก์ชันเป้าหมายในการออกแบบที่มักจะพิจารณาได้แก่ ราคาของโครงข่าย ความ

น่าเชื่อถือ (reliability) ของโครงข่าย และความสูญเสียรวมในท่อของโครงข่าย คุณภาพน้ำ และโครงสร้างพื้นฐานของโครงข่าย การประยุกต์ใช้การหาค่าเหมาะสมที่สุดไม่ได้ประยุกต์ใช้เฉพาะกับการออกแบบโครงข่ายใหม่เท่านั้น แต่ยังสามารถประยุกต์ใช้กับโครงข่ายเก่าในกรณีที่เรากำลังต้องการปรับปรุงระบบท่อในบางส่วนของโครงข่ายที่มีอยู่แล้ว (rehabilitation) อันเนื่องมาจากความต้องการการใช้น้ำที่มากขึ้นในพื้นที่จากการเพิ่มขึ้นของประชากร การขยายตัวของอุตสาหกรรม ฯลฯ นอกจากนี้ การซ่อมบำรุงเนื่องจากการกัดกร่อน รั่ว และแตกของอุปกรณ์โครงข่าย ก็เป็นอีกสาเหตุหนึ่งที่ทำให้วิศวกรต้องปรับปรุงระบบโครงข่ายเดิมที่มีอยู่แล้ว ในการออกแบบเพื่อปรับปรุงโครงข่ายเดิม ผู้ออกแบบอาจใช้โทโปโลยีของโครงข่ายเดิมที่มีอยู่แล้วหรือออกแบบโทโปโลยีใหม่เพื่อให้ได้โครงข่ายที่ดีกว่า จากที่กล่าวมาข้างต้น เราสามารถสรุปได้ว่าการประยุกต์ใช้การหาค่าเหมาะสมที่สุดคือเครื่องมือที่สำคัญมากสำหรับการออกแบบโครงข่ายท่อประปา [53-60]

ปัญหาการออกแบบเหมาะสมที่สุดแบบหลายเป้าหมายสำหรับระบบโครงข่ายท่อประปาสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\text{Min} : [f_1(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})] \quad (4.4)$$

Subject to

$$V_i(\mathbf{x}) \leq \bar{V}_i; i = 1, \dots, N_p$$

$$H_i(\mathbf{x}) \leq \bar{H}_i; i = 1, \dots, N_p$$

เมื่อ $\mathbf{x}$ คือเวกเตอร์ของตัวแปรออกแบบชนิดไม่ต่อเนื่อง (discrete design variables)

f_i คือฟังก์ชันเป้าหมาย

V_i คือความเร็วของน้ำในท่อ

$\bar{V}_i$ ความเร็วสูงสุดในท่อที่ยอมรับได้ (1.5 m/s)

H_i คือค่าไฮดรอลิกเกรเดียนต์ (hydraulic gradient) ในท่อ

$\bar{H}_i$ ค่าไฮดรอลิกเกรเดียนต์สูงสุดในท่อที่ยอมรับได้ (10 m)

ฟังก์ชันเป้าหมายในการศึกษาครั้งนี้มี 3 ค่าคือ การหาค่าต่ำสุดของระบบโครงข่าย การหาความยืดหยุ่นสูงสุด (resilience maximisation) ของระบบโครงข่ายและการหาค่าการสูญเสียรวมในระบบท่อของโครงข่าย ค่าความยืดหยุ่น [55] ในระบบโครงข่ายคือปริมาณที่ใช้วัดความสามารถในการขยายขนาดของโครงข่ายเมื่อมีชุมชนหรืออุตสาหกรรมเกิดขึ้นในบริเวณใกล้เคียง ค่าพารามิเตอร์นี้อาจกล่าวได้ว่าเป็นค่าที่ใช้วัดความน่าเชื่อถือของโครงข่าย

ผู้วิจัยเลือกโครงข่ายระบบท่อประปาของอำเภอเมือง จังหวัดยโสธรสำหรับสาธิตการออกแบบโดยพิจารณาเฉพาะท่อหลัก โทโปโลยีของโครงข่ายนี้แสดงในรูปที่ 4-2 ระบบโครงข่ายนี้มี 426 ท่อหลัก มีจุดต่อทั้งหมด 337 จุดต่อ และมีถังจ่ายน้ำ 1 ถัง ตัวแปรออกแบบมีสองเซตกล่าวคือ

DSV1: ท่อจำนวน 40 ท่อในกรอบสี่เหลี่ยมในรูปที่ 4-2 ถูกเลือกเพื่อปรับปรุงขนาดของท่อใหม่ ปัญหาในลักษณะนี้เกิดขึ้นบ่อยในการบำรุงรักษาระบบโครงข่ายของท่อประปา การประยุกต์ใช้การหาค่าเหมาะสมที่สุดย่อมก่อให้เกิดประโยชน์สูงสุดกับระบบโครงข่าย ผู้ดูแลโครงข่าย และผู้บริโภค

DSV2: ชุดตัวแปรออกแบบนี้คือเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อทั้งหมด 422 ท่อ ยกเว้นท่อหลักขนาดใหญ่ที่ยังคงขนาดท่อเดิมเอาไว้ การออกแบบด้วยตัวแปรออกแบบเซตนี้สามารถจัดว่าเป็นการออกแบบระบบโครงข่ายท่อประปาใหม่หรืออาจจัดเป็นการออกแบบเพื่อรีโนเวตและปรับโครงข่ายครั้งใหญ่ก็ได้

เซตตัวแปร **DSV2** เรียกว่าปัญหาการออกแบบขนาดใหญ่ (large-scale) ส่วน **DSV1** จัดว่าเป็นปัญหาการออกแบบขนาดเล็ก (small-scale) เมื่อพิจารณาจากจำนวนของตัวแปรออกแบบ ตารางที่ 4-1 แสดงขนาดท่อและราคาของท่อที่ใช้ในการสาธิตการออกแบบครั้งนี้ [55]

เซตของฟังก์ชันเป้าหมายที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้มีดังนี้

P1 – min: cost and max: resilience

P2 – min: cost and min: total head loss

P3 – min: cost, max: resilience and min: total head loss

จากจำนวนเซตของตัวแปรออกแบบและเซตของฟังก์ชันเป้าหมาย สามารถจัดปัญหาการออกแบบได้เป็น 6 ปัญหาดังแสดงในตารางที่ 4-2 เมื่อ F_{ij} คือปัญหาการออกแบบที่มีเซตของฟังก์ชันเป้าหมายเป็น P_j และใช้ตัวแปรออกแบบ DSV_i

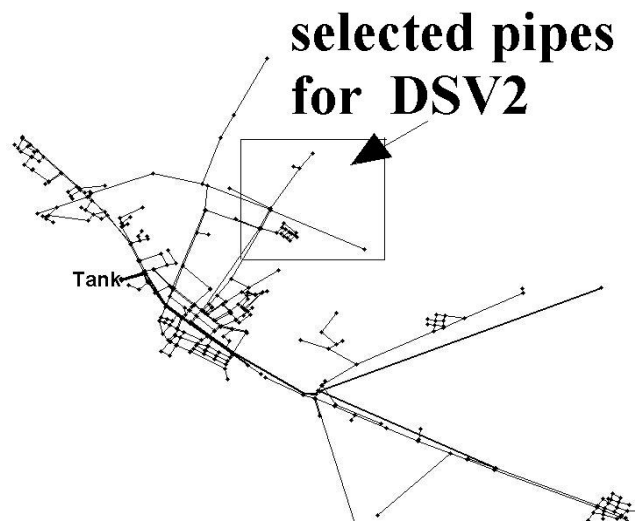
ทำการประยุกต์ใช้วิธีการคัดสรรผลเฉลยที่ไม่ถูกรอบงำแบบมีเงื่อนไขบังคับนำเสนอใน [71] ขนาดของประชากรจำนวนรอบของการคำนวณ และขนาดของเมตริกซ์เก็บผลเฉลยพาเรโต แสดงในตารางที่ 4-2 ในกรณีที่ใช้ตัวเลขฐานสอง ใช้เลขฐานสอง 10 หลักสำหรับหนึ่งตัวแปรออกแบบ ในแต่ละปัญหาทดสอบ วิธีวิวัฒนาการต่างๆ ใช้ประชากรเริ่มต้นชุดเดียวกัน ขอบเขตบนและล่างของตัวแปรออกแบบคือ $a_i = 1$ และ $b_i = 12$ ความน่าจะเป็นในการดำเนินการครอสโอเวอร์และมิวเทชันสำหรับ NSGA และ SPEA คือ 1.0 และ 0.5 ตามลำดับ วิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายแต่ละวิธีถูกใช้แก้ปัญหาแต่ละปัญหา 6 ครั้งเพื่อสามารถทดสอบทั้งอัตราการใช้และความสำเร็จ (consistency) ของขั้นตอนวิธีเหล่านั้น ผลเฉลยที่ไม่ถูกรอบงำชุดสุดท้ายที่ได้จากแต่ละวิธีการถือว่าเป็นผลเฉลยพาเรโตของวิธีการนั้นๆ

ตารางที่ 4-1 การเข้ารหัสเลขจำนวนเต็ม ขนาดท่อและราคา

<i>Integer</i>	<i>Diameter (mm)</i>	<i>Price (\$/m)</i>
1	25	2
2	50	5
3	75	8
4	100	11
5	150	16
6	200	23
7	250	32
8	300	50
9	350	60
10	400	90
11	450	130
12	500	170

ตารางที่ 4-2 จำนวนรอบของการคำนวณและขนาดของประชากร

<i>Design problem</i>	<i>No. of generation</i>	<i>Population size</i>	<i>External archive size</i>
F11	250	200	200
F12	250	200	200
F13	250	200	200
F21	100	100	100
F22	100	100	100
F23	100	100	100

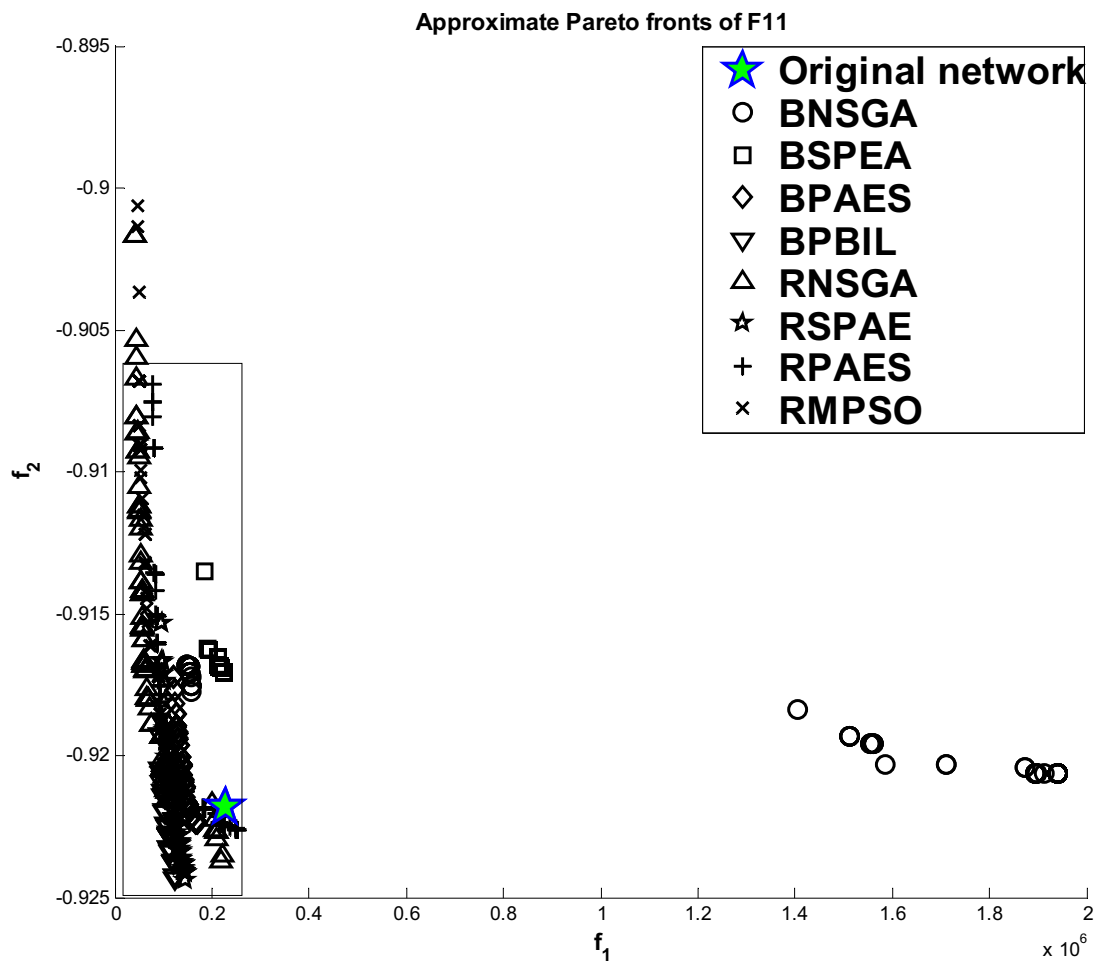


รูปที่ 4-2 ระบบโครงข่ายท่อประปาของอำเภอเมืองยโสธร

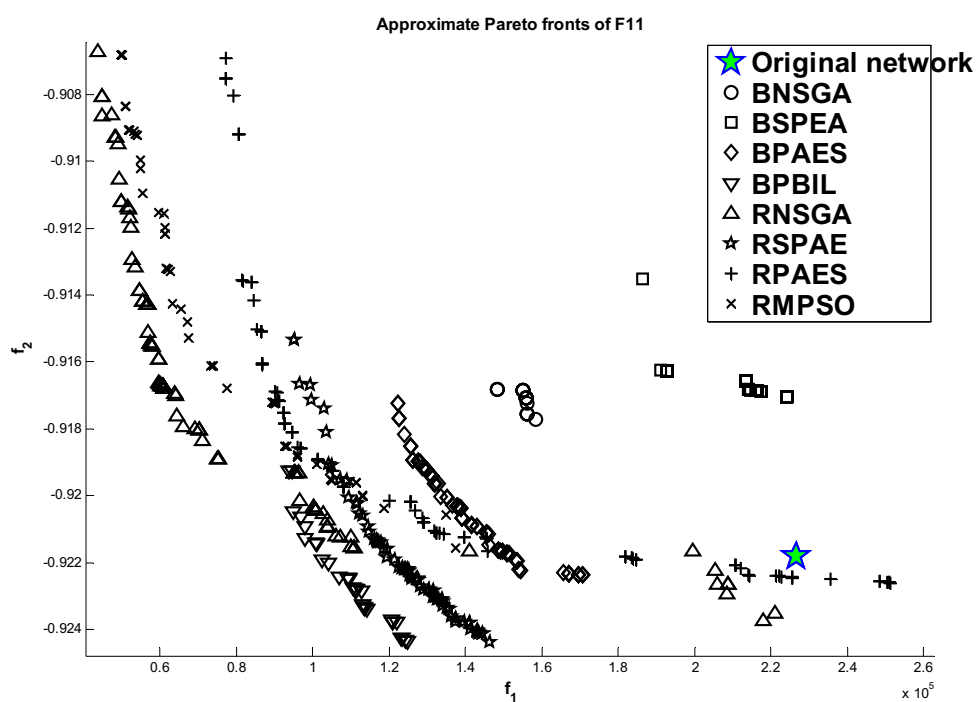
4.4 ผลการออกแบบ

เรามีจำนวนของแนวพาเรโตทั้งหมด $8 \times 6 \times 6$ แนวจากการรันขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมาย 8 วิธี ในการหาผลเฉลยของปัญหาการออกแบบ 6 ปัญหา โดยแต่ละปัญหาทำการรันวิธีวิวัฒนาการ 6 ครั้ง รูปที่ 4-3 แสดงแนวพาเรโตที่ได้จากการประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการต่างๆ ในการหาผลเฉลยของปัญหา F_{11} แนวของพาเรโตของปัญหานี้จะติดกัน (contiguous) ส่วนมาร์กเกอร์รูปดาวคือผลเฉลยของโครงข่ายเดิมที่ใช้อยู่ในปัจจุบัน การขยายของการเปรียบเทียบแนวพาเรโตเหล่านี้นำเสนอในรูปที่ 4-4 จากรูป แนวพาเรโตที่ได้จาก RNSGA และ BPBIL คือแนวพาเรโตที่ดีที่สุด แนวพาเรโตส่วนใหญ่จะดีกว่าผลเฉลยของโครงข่ายปัจจุบันยกเว้นแนวที่ได้จากวิธี BNSGA และ BSPEA

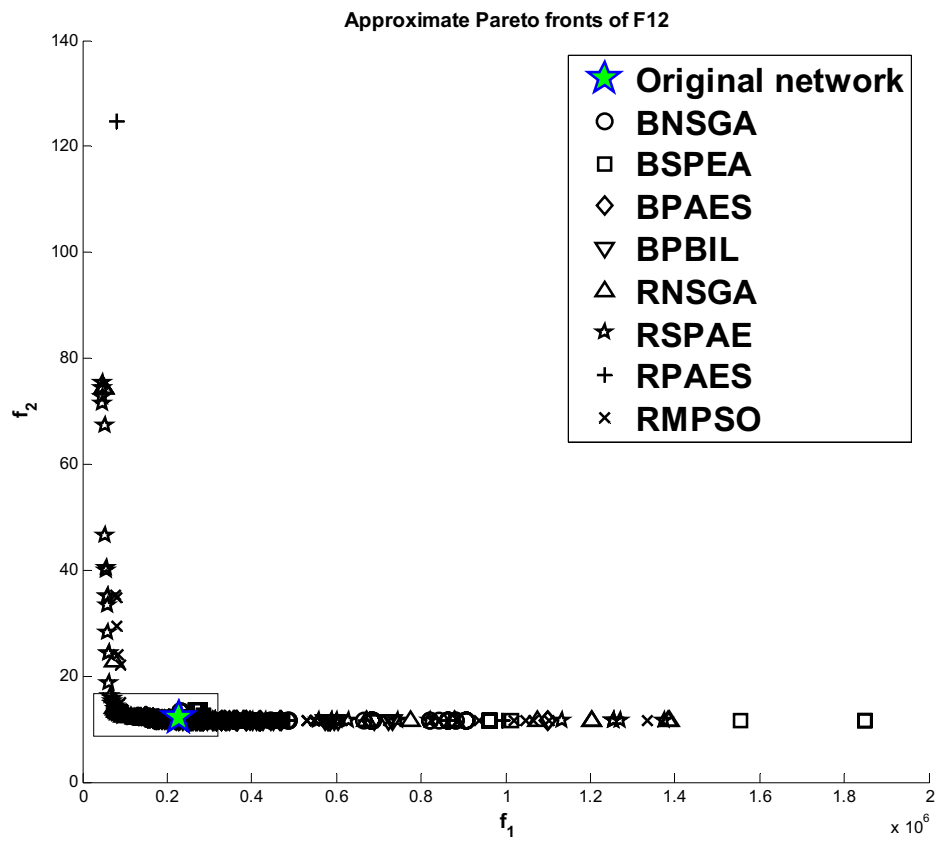
รูปที่ 4-5 แสดงแนวพาเรโตที่ได้จากการประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการต่างๆ ในการหาผลเฉลยของปัญหา F_{12} ส่วนการขยายแสดงในรูปที่ 4-6 จากรูป ผลเฉลยที่ได้จากวิธีวิวัฒนาการทั้งหลายยกเว้น แนวพาเรโตจาก BNSGA และ BSPEA จะไม่ถูกรอรับโดยผลเฉลยของโครงข่ายปัจจุบัน แนวของพาเรโตจากวิธี RSPEA และ RNSGA คือแนวที่ดีที่สุด สำหรับปัญหา F_{13} ซึ่งมีสามฟังก์ชันเป้าหมายจะไม่แสดงแนวของพาเรโตเนื่องจากความยุ่งยากในการสังเกตและเปรียบเทียบ



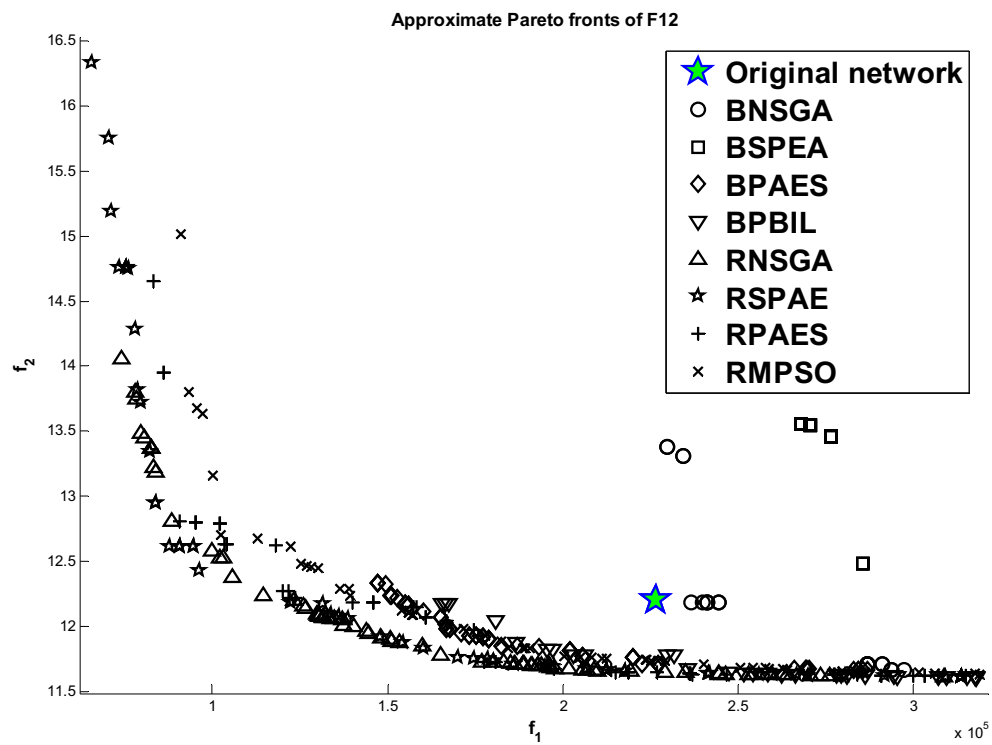
รูปที่ 4-3 แนวของพารेटอของ F_{11}



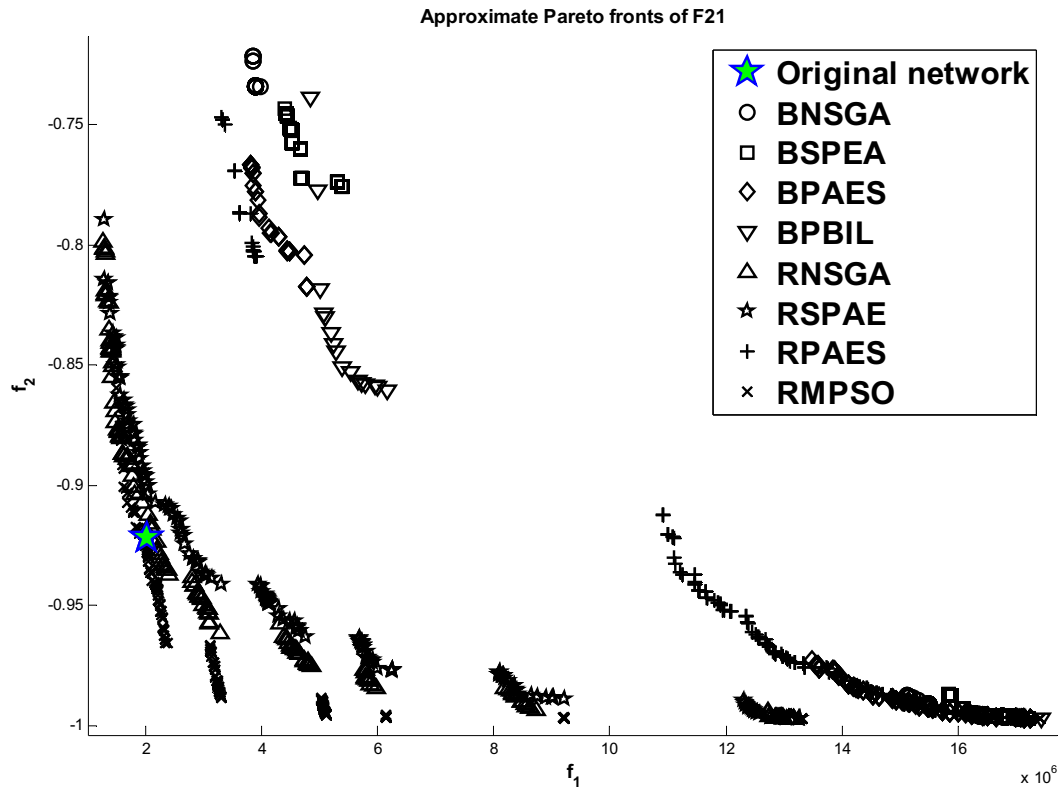
รูปที่ 4-4 ขยายรูปที่ 4-3



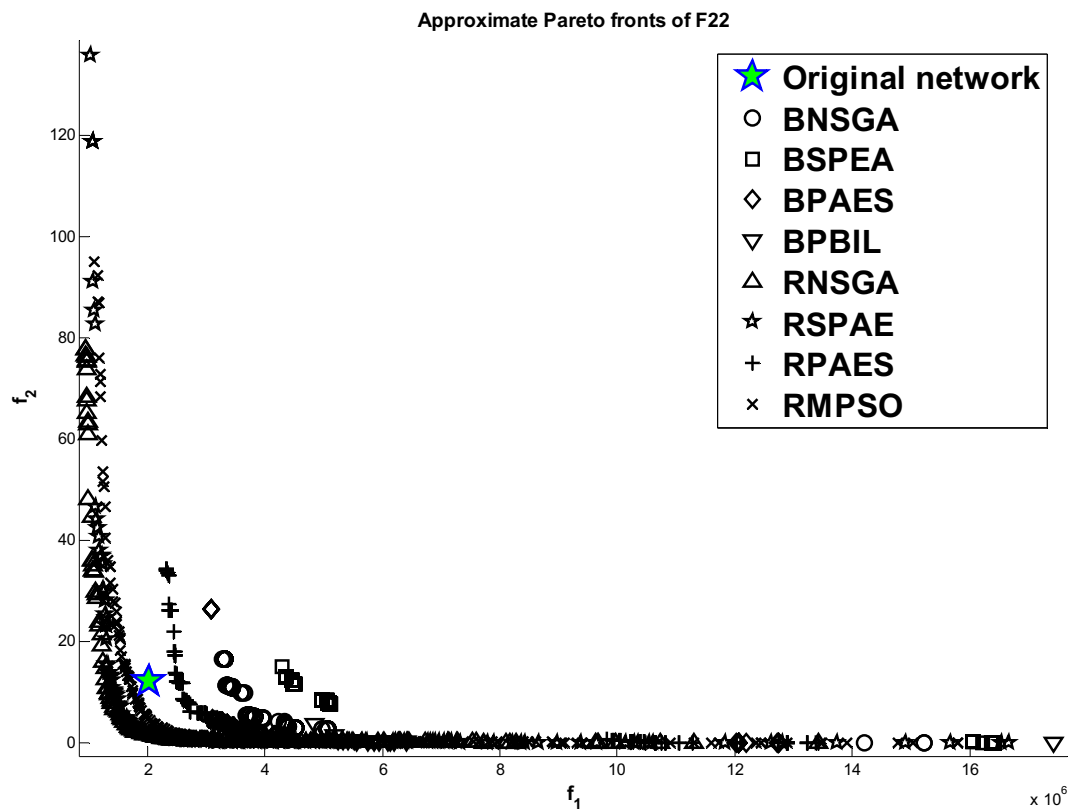
รูปที่ 4-5 แนวของพารेटอของ F_{12}



รูปที่ 4-6 ขยายรูปที่ 4-5



รูปที่ 4-7 แนวของพาริตของ of F_{21}



รูปที่ 4-8 แนวของพาริตของ F_{22}

สำหรับปัญหาขนาดใหญ่ รูปที่ 4-7 แสดงแนวพาเรโตที่ได้จากการประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการต่างๆ ในการหาผลเฉลยของปัญหา F_{21} แนวของพาเรโตจัดว่าเป็นแบบไม่ต่อเนื่อง (non-contiguous) แนวพาเรโตของ RMPSO คือแนวที่ดีที่สุดส่วนแนวพาเรโตของ RNSGA คือแนวที่ด้อยอันดับสอง จากรูปมีแนวของพาเรโตจาก RMPSO เท่านั้นที่ดีกว่าผลเฉลยของโครงข่ายปัจจุบัน รูปที่ 4-8 แสดงแนวพาเรโตที่ได้จากการประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการต่างๆ ในการหาผลเฉลยของปัญหา F_{22} จากรูปจะเห็นได้ว่าแนวพาเรโตที่ได้จาก RNSGA, RMPSO และ RSPEA ดีกว่าผลเฉลยของโครงข่ายปัจจุบันโดยที่ผลเฉลยของ RNSGA ดีที่สุด จากรูป 4-3 ถึง 4-9 สามารถสรุปได้ว่าการประยุกต์ใช้ RNSGA, RMPSO และ RSPEA ให้แนวของพาเรโตที่มีการขยายแนวได้ดีกว่า

ผลจากการเปรียบเทียบสมรรถนะของวิธีต่างๆ ด้วยพารามิเตอร์บ่งชี้สมรรถนะ C แสดงในรูปที่ 4-9 หมายเลขบนแกน x ของ box-plot แต่ละอันคือปัญหาการออกแบบดังนี้ $1 = F_{11}$, $2 = F_{12}$, $3 = F_{13}$, $4 = F_{21}$, $5 = F_{22}$ และ $6 = F_{23}$ จากรูปสามารถสรุปการเปรียบเทียบสมรรถนะโดยประมาณได้ดังนี้

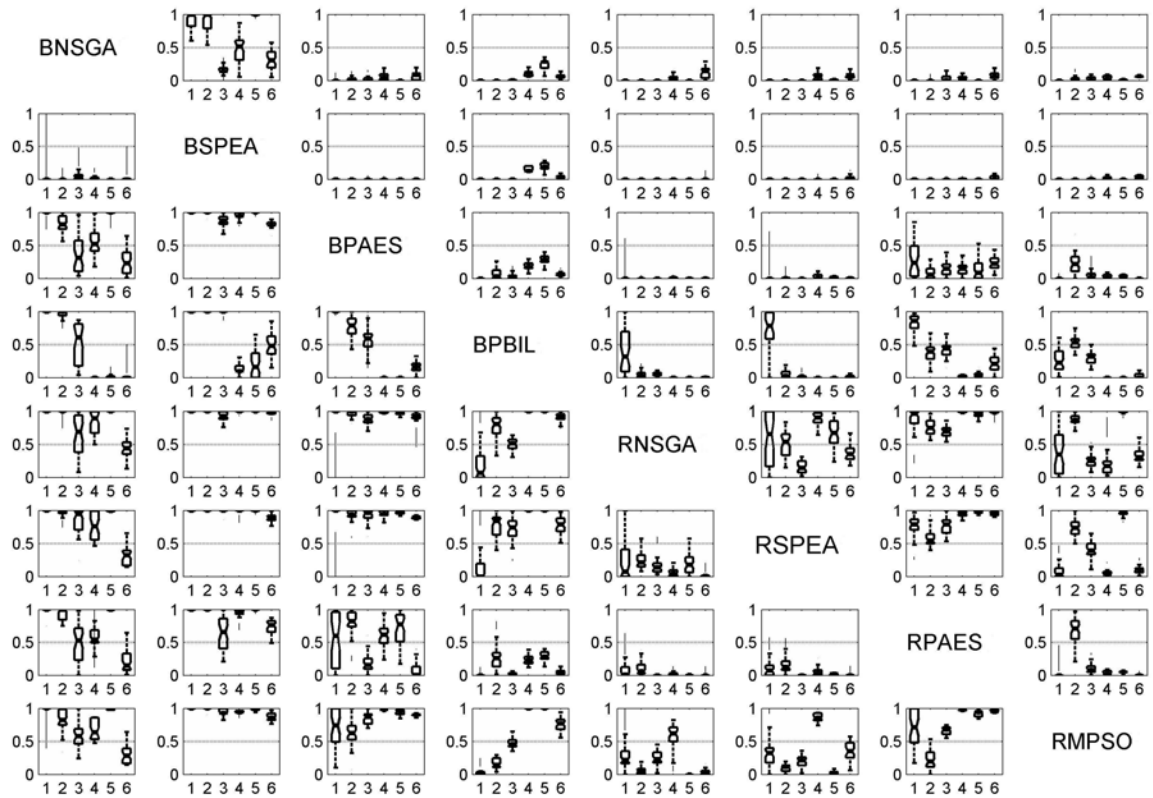
ตารางที่ 4-3 การเปรียบเทียบสมรรถนะของวิธีวิวัฒนาการด้วยพารามิเตอร์ C

<i>Design problem</i>	<i>The best</i>	<i>The second best</i>
F11	BPBIL	RNSGA
F12	RNSGA	RSPEA
F13	RSPEA&RNSGA	-
F21	RMPSO	RNSGA
F22	RNSGA	RSPEA
F23	RNSGA	RMPSO

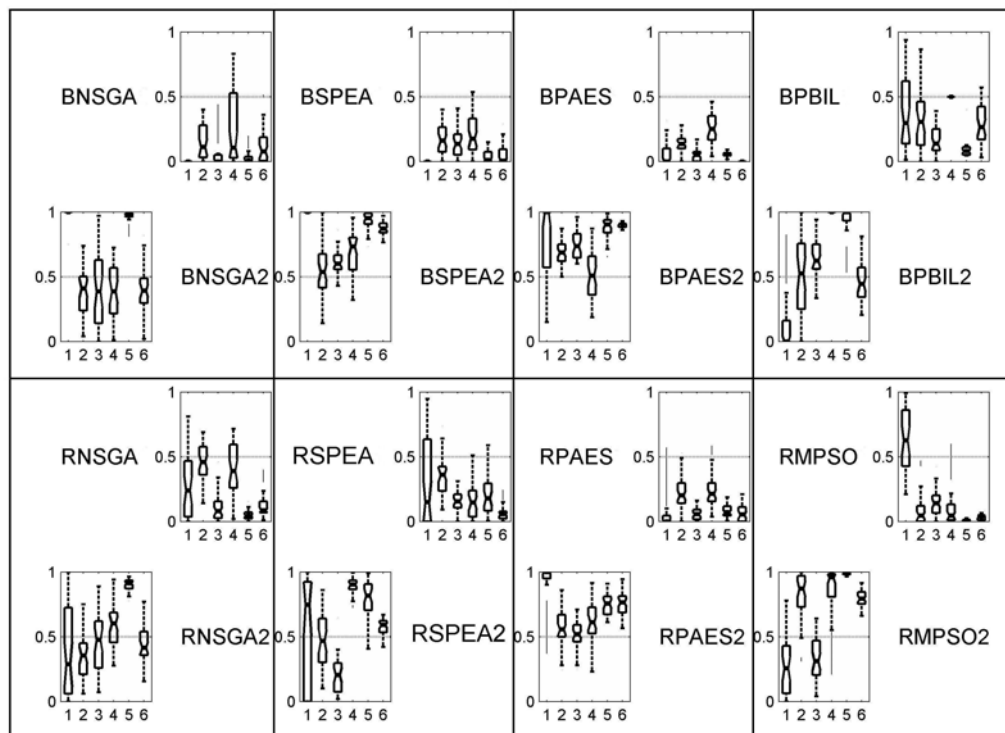
โดยภาพรวม RNSGA คือวิธีที่ดีที่สุด ในขณะที่วิธีที่ด้อยอันดับสองและสามคือ RSPEA และ RMPSO ตามลำดับ วิธีวิวัฒนาการที่ใช้จำนวนจริงมีสมรรถนะดีกว่าวิธีที่ใช้ตัวเลขฐานสอง ยกเว้นกรณีของ F_{11} ซึ่ง BPBIL เป็นวิธีที่ดีที่สุดในกลุ่มของขั้นตอนวิธีที่ใช้เลขฐานสอง BPBIL คือวิธีที่มีสมรรถนะสูงสุด (ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดสอบในบทที่ 3) ส่วนวิธีที่ดีที่ด้อยอันดับสองของกลุ่มนี้คือ BPAES

การศึกษารณีสองเป็นการศึกษาผลกระทบของการเพิ่มผลเฉลยของโครงข่ายปัจจุบันเข้าไปในประชากรเริ่มต้นของวิธีวิวัฒนาการ โดยปกติแล้วในการหาผลเฉลยต่างๆ ไป วิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายจะใช้ผลเฉลยเริ่มต้นที่สร้างขึ้นมาโดยการสุ่ม แต่ในกรณีของการปรับปรุงระบบโครงข่ายของท่อน้ำประปา เราจะมีผลเฉลยที่ใช้ในปัจจุบันเสมอและผลเฉลยนี้ในอดีต ได้มาจากการออกแบบลองผิดลองถูกจนสามารถใช้งานจริงได้ ดังนั้นผลเฉลยของโครงข่ายปัจจุบันจึงจัดว่าเป็นผลเฉลยที่ดี ดังแสดงในรูปที่ 4-3 ถึง 4-9 เพื่อความง่ายต่อการทำความเข้าใจ วิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายที่ใช้ประชากรเริ่มต้นที่มีผลเฉลยของโครงข่ายปัจจุบันเขียนแทนด้วย BNSGA2, BSPEA2, BPAES2, BPBIL2, RNSGA2, RSPEA2, RPAES2 และ RMPSO2

ผลการเปรียบเทียบสมรรถนะของวิธีวิวัฒนาการในกรณีที่ประชากรเริ่มต้นมีและไม่มีผลเฉลยของโครงข่ายปัจจุบัน โดยใช้พารามิเตอร์ C แสดงในรูปที่ 4-10 จากรูปสามารถสรุปได้ว่าการเพิ่มผลเฉลยปัจจุบันเข้าไปในประชากรเริ่มต้นส่งผลให้ BNSGA, BSPEA, BPAES และ RPAES มีสมรรถนะการค้นหาคำตอบได้ดีขึ้นในทุกปัญหาทดสอบ ช่วยเพิ่มสมรรถนะของ BPBIL และ RMPSO สำหรับทุกปัญหาการออกแบบยกเว้นปัญหา F_{11} ช่วยเพิ่มสมรรถนะของ RNSGA ยกเว้นกรณีของปัญหาทดสอบ F_{11} and F_{12} และช่วยเพิ่มสมรรถนะในการหาผลเฉลยของ RSPEA ยกเว้นในกรณีของปัญหาทดสอบ F_{13} เราสามารถสรุปได้ว่าการเพิ่มผลเฉลยของโครงข่ายปัจจุบันเข้าไปในประชากรเริ่มต้นส่งผลให้สมรรถนะของขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายดีขึ้น ส่วนในบางกรณีที่ไม่สามารถเพิ่มสมรรถนะของวิธีวิวัฒนาการได้เพราะเป็นปัญหาที่มีจำนวนตัวแปรน้อยหรือปัญหาขนาดเล็ก ซึ่งการใช้ประชากรเริ่มต้นที่ได้จากการสุ่มอย่างเดียวก็สามารถทำให้วิธีวิวัฒนาการเหล่านั้นเข้าถึงแนวของพาเรโตที่แท้จริงได้เช่นกัน



รูปที่ 4-9 การเปรียบเทียบพารามิเตอร์ C



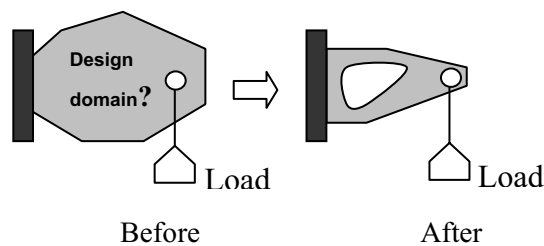
รูปที่ 4-10 การเปรียบเทียบพารามิเตอร์ C

การหาโทโปโลยีเหมาะสมสุดแบบหลายเป้าหมายด้วยขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการ Multiobjective Topology Optimisation Using MOEA

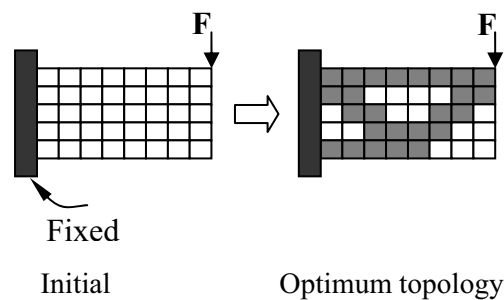
5.1 ความนำ

เนื้อหาในบทนี้เป็นการขยายผลจากงานวิจัย [40] ซึ่งเป็นการประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบเป้าหมายเดียวสำหรับหาผลเฉลยของการหาโทโปโลยีเหมาะสมสุดของโครงสร้าง จากงานวิจัยที่ทำมาก่อน พบว่าการประยุกต์ใช้วิธีผลรวมถ่วงน้ำหนัก (weighted-sum technique) และวิธีวิวัฒนาการสำหรับการหาค่าเหมาะสมสุดแบบเป้าหมายเดียวนั้นทำให้เกิดข้อจำกัดคือเราไม่สามารถสรุปได้ว่าค่าของปัจจัยการถ่วงน้ำหนัก (weighting factors) ที่เหมาะสมนั้นมีค่าเท่าไร ข้อเสนอแนะในบทความคือควรทำการประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีที่เหมาะสมสุดแบบหลายเป้าหมายเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว

รูปที่ 5-1 นำเสนอแนวคิดของการหาโทโปโลยีเหมาะสมสุดของโครงสร้างในสองมิติ โดเมนของการออกแบบสามารถมีได้ทั้งพื้นที่ที่สามารถเปลี่ยนแปลงได้ พื้นที่ไม่อนุญาตให้เปลี่ยนแปลง และช่องว่าง โจทย์ของการหาโทโปโลยีเหมาะสมสุดของโครงสร้างในรูปคือ รูปร่างเบื้องต้นหรือโครงร่างหรือโทโปโลยีของชิ้นงานที่ได้รับภาระตามที่กำหนดและถูกยึดไว้ตามเงื่อนไขขอบเขต ควรมีรูปร่างเป็นอย่างไร ในที่นี้ผู้ออกแบบจะไม่ทราบโครงร่างหรือโทโปโลยีที่เหมาะสมสุดมาก่อน ในทางปฏิบัติ การแก้ปัญหการออกแบบลักษณะนี้สามารถทำได้โดยการประยุกต์ใช้วิธีการหาค่าเหมาะสมสุดและการวิเคราะห์เชิงไฟไนต์เอลิเมนต์ (รูปที่ 5-2) เริ่มต้นจากการสร้างกริดของไฟไนต์เอลิเมนต์บนโดเมนการออกแบบ ในกรณีของโครงสร้างสองมิติ ตัวแปรออกแบบคือความหนาของเอลิเมนต์เหล่านั้น เมื่อทำการหาผลเฉลยเหมาะสมสุดแล้ว เอลิเมนต์ที่มีค่าความหนาสูงจะพิจารณาเป็นเนื้อวัสดุของโครงสร้างในขณะที่เอลิเมนต์ที่มีความหนาน้อยมากถือว่าเป็นช่องว่างบนโดเมนการออกแบบ ด้วยการดำเนินการในลักษณะนี้ทำให้ได้โทโปโลยีของชิ้นงานที่มีประสิทธิภาพสูง



รูปที่ 5-1 แนวคิดของการหาโทโปโลยีเหมาะสมสุด



รูปที่ 5-2 การหาโทโปโลยีเหมาะสมสุดโดยใช้การวิเคราะห์ทางไฟไนต์เอลิเมนต์

ปัญหาการออกแบบโทโปโลยีเหมาะสมสุดในการศึกษานี้สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\min: \mathbf{f}(\mathbf{p}) = \{w, c\}^T \quad (5.1)$$

subject to

$$\sigma_i(\mathbf{p}) \leq \sigma_a$$

$$\delta \leq \delta_a$$

$$\rho_i \in \{\rho_i^{\min}, \rho_i^{\max}\}$$

เมื่อ $\mathbf{KU} = \mathbf{F}$

$$c = \mathbf{U}^T \mathbf{KU}$$

$\mathbf{p}$ คือเวกเตอร์ของตัวแปรออกแบบทางโทโปโลยีซึ่งในที่นี้คือความหนาแน่นของเอลิเมนต์ของโครงสร้าง

w คือน้ำหนักของโครงสร้าง

c คือค่าความอ่อนตัวของโครงสร้าง

$\mathbf{U}$ คือการกระจัดของโครงสร้างอันเนื่องมาจากแรงกระทำภายนอก $\mathbf{F}$

$\mathbf{K}$ คือเมตริกซ์สทیفเนส

σ_i คือความเค้นสมมูลที่เอลิเมนต์ที่ i^{th}

σ_a ค่าความเค้นสูงสุดที่ยอมได้

δ ระยะยวบตัวสูงสุดบนโครงสร้าง

δ_a ระยะยวบตัวสูงสุดที่ยอมรับได้

$\rho_i^{\min}$ ขอบเขตล่างของตัวแปรออกแบบที่ i^{th}

$\rho_i^{\max}$ ขอบเขตบนของตัวแปรออกแบบที่ i^{th}

ปัญหาการออกแบบจัดว่าเป็นปัญหาที่แปลกใหม่เมื่อเทียบกับปัญหาการหาโทโปโลยีเหมาะสมที่สุดทั่วไป เนื่องจากมีเงื่อนไขบังคับของความเค้นและระยะยวบตัวในเวลาเดียวกัน ในการวิเคราะห์โครงสร้าง งานวิจัยนี้ใช้แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ที่มีอันดับของสมการโพลีโนเมียลต่ำเพื่อให้เวลาที่ใช้ในการคำนวณสั้นลง อย่างไรก็ตามปัญหาที่ตามมาคือผลเฉลยโทโปโลยีที่ได้มักจะมีรูปแบบของตาหมากรุกเกิดขึ้นซึ่งมีสาเหตุมาจากความไม่เสถียรของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์เอง เพื่อแก้ปัญหานี้ ได้ทำการประยุกต์ใช้วิธีการกรองเอลิเมนต์พื้น (ground element filtering) ซึ่งนำเสนอใน [72] และ [73] เทคนิคการกรองเอลิเมนต์พื้นนี้นอกจากจะช่วยป้องกันการเกิดตาหมากรุกบนโทโปโลยีที่ได้แล้ว ยังช่วยลดจำนวนตัวแปรออกแบบทางโทโปโลยี ซึ่งส่งผลให้สมรรถนะในการหาคำตอบของขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการเพิ่มขึ้น [40] ปัญหาการออกแบบเมื่อทำการประยุกต์ใช้วิธีการกรองเอลิเมนต์พื้นหรือเรียกอีกแบบหนึ่งว่าตัวแปรออกแบบการประมาณค่าการกระจายตัวของเอลิเมนต์ (approximate density distribution ADD) มีรูปแบบดังนี้

$$\min: \{ c(\mathbf{p}^{ADD}), w(\mathbf{p}^{ADD}) \} \quad (5.2)$$

subject to

$$\sigma_i(\mathbf{p}) \leq \sigma_a$$

$$\delta \leq \delta_a$$

$$\rho_i \in \{0, 1\}$$

เมื่อ p^{ADD} คือเวคเตอร์ของตัวแปรออกแบบ ADD ซึ่งมีค่าเป็น 0 หรือ 1 การแปลงระหว่างความหนาของเอลิเมนต์บนโครงสร้าง p และตัวแปรออกแบบ ADD p^{ADD} สามารถหาได้จาก

$$p = Tp^{ADD} \quad (5.3)$$

ในกรณีที่เรากำลังต้องการป้องกันการเกิดคาหกบนผลเฉลยโทโปโลยี สมการ (5.3) จะต้องปรับเปลี่ยนเป็น

$$p = \text{round}(Tp^{ADD} + p^0) \quad (5.4)$$

เมื่อค่า p^0 คือค่าคงที่ระหว่าง 0 ถึง 1 ซึ่งจะต้องระบุก่อนดำเนินการหาค่าเหมาะสมที่สุด รายละเอียดเพิ่มเติมอยู่ใน [74] และ [75]

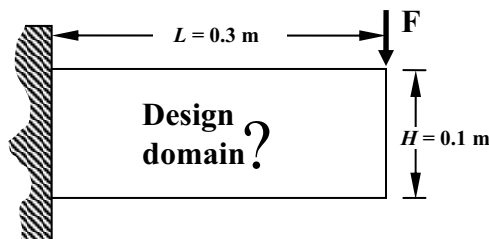
5.2 ปัญหาการออกแบบสาธิต

รูปที่ 5-3 แสดงกรณีในสองมิติสำหรับการทดสอบการออกแบบสาธิต ส่วนกริดของไฟไนต์เอลิเมนต์และกริดของตัวแปรออกแบบ ADD แสดงในรูปที่ 5-4 รายละเอียดและเงื่อนไขของการออกแบบมีดังนี้

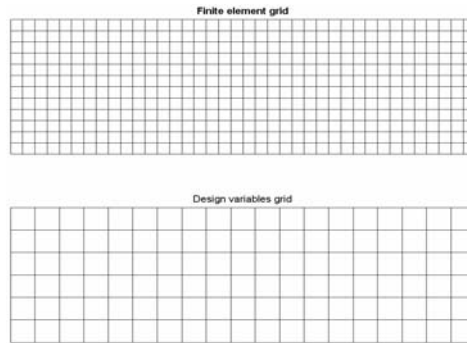
- โครงสร้างทำจากวัสดุที่มีค่าโมดูลัสของยังเป็น $205 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ และค่าอัตราส่วนของพัวซอง 0.3
- ขนาดของโครงสร้างคือ $L = 0.3 \text{ m}$ และ $H = 0.1 \text{ m}$
- ค่าความเค้นครากที่ใช้คือ $250 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ และค่าระยะขอบตัวสูงสุดที่ยอมรับได้คือ 0.005 m
- กริดของไฟไนต์เอลิเมนต์ของโครงสร้างมีความละเอียด 38×12 เอลิเมนต์ ส่วนกริดของตัวแปรออกแบบ ADD มี 19×6 เอลิเมนต์
- ค่าของ $p_i^{\min}$ และ $p_i^{\max}$ คือ 0.000001 m และ 0.015 m ตามลำดับ

ขั้นตอนวิธีที่เหมาะสมที่สุดที่ใช้ในการหาผลเฉลยนี้คือ PBIL (PBIL1 ใน [63] แต่ใช้วิธีเส้นตั้งฉาก [66] ในการกรองผลเฉลย)

หมายเหตุ ผู้วิจัยได้ทดสอบการหาโทโปโลยีที่เหมาะสมที่สุดนี้โดยใช้วิธีวิวัฒนาการต่างๆที่ใช้ในบทที่ 4 แต่จากการเปรียบเทียบสมรรถนะด้วยพารามิเตอร์ C พบว่าวิธีที่ดีที่สุดคือ PBIL ดังนั้นจึงนำเสนอเฉพาะผลการออกแบบที่ได้จาก PBIL



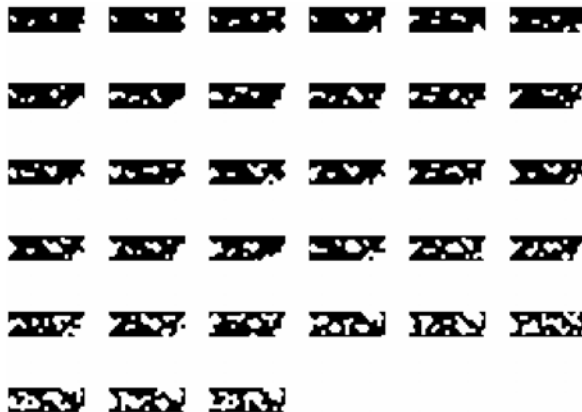
รูปที่ 5-3 โดเมนการออกแบบ



รูปที่ 5-4 กริดของไฟไนต์เอลิเมนต์และตัวแปรออกแบบ ADD

5.3 ผลการออกแบบ

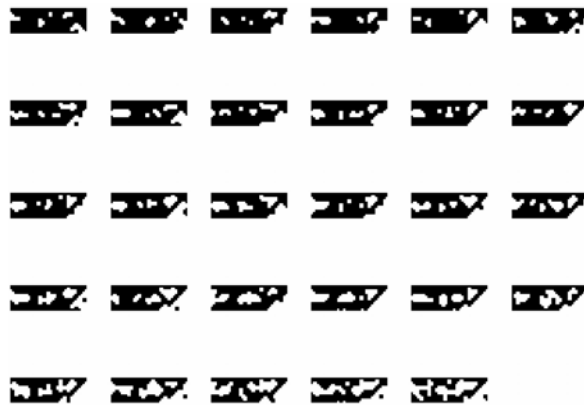
หัวข้อย่อหน้านี้นำเสนอผลการออกแบบจากปัญหาการออกแบบในหัวข้อย่อหน้าก่อนหน้า และได้ศึกษาผลกระทบของขนาดของประชากรและจำนวนรอบของการคำนวณที่มีต่อสมรรถนะของการค้นหาคำตอบของ PBIL ขนาดของเมตริกซ์เก็บผลเฉลยที่ไม่ถูกครอบงำคือ 100 สำหรับการรันทุกครั้งในบทนี้ รูปที่ 5-5 แสดงผลเฉลยโทโปโลยีของโครงสร้างเมื่อขนาดของประชากรและจำนวนรอบของการคำนวณมีค่าเป็น 50 ผลเฉลย และ 50 รอบตามลำดับ จากรูปจะเห็นได้ว่า ผลเฉลยที่ได้ยังอยู่ห่างไกลจากแนวของพาราทอจริง โทโปโลยีของโครงสร้างเมื่อใช้รอบของการคำนวณเป็น 50 และใช้ขนาดของประชากรเป็น 100 และ 150 แสดงในรูปที่ 5-6 และ 5-7 ตามลำดับในขณะที่โทโปโลยีของโครงสร้างที่หาได้จากวิธี SIMP และ OCM [42] แสดงในรูปที่ 5-8 เราสามารถสรุปได้ว่าขนาดของประชากรที่ใหญ่กว่าส่งผลให้ได้คำตอบที่ดีกว่า แต่ยังถือว่าผลที่ได้จากการใช้ PBIL ยังสู้ผลจากวิธี OCM ซึ่งใช้อนุพันธ์ช่วยในการหาคำตอบไม่ได้



รูปที่ 5-5 โทโปโลยีที่ 50 รอบของการคำนวณและขนาดของประชากรเป็น 50



รูปที่ 5-6 โทโปโลยีที่ 50 รอบของการคำนวณและขนาดของประชากรเป็น 100

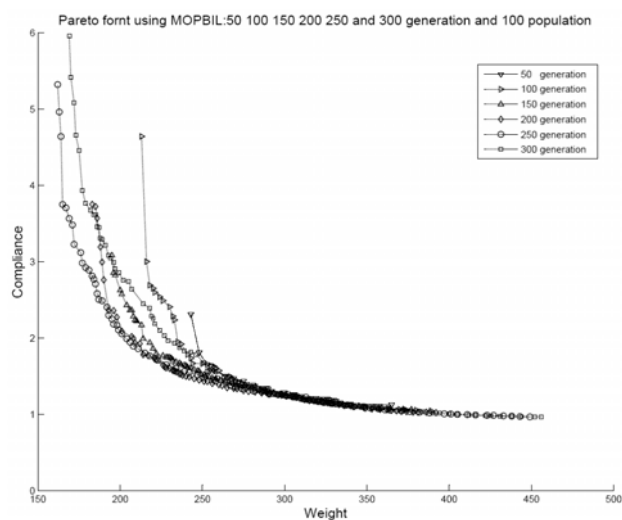


รูปที่ 5-7 โทโปโลยีที่ 50 รอบของการคำนวณและขนาดของประชากรเป็น 150



รูปที่ 5-8 โทโปโลยีจาก OCM

รูปที่ 5-9 แสดงแนวของพารेटอที่ได้จากการใช้ PBIL หาผลเฉลยเมื่อขนาดของประชากรคือ 100 และจำนวนรอบของการคำนวณคือ 50 100 150 200 250 และ 300 ในขณะที่โทโปโลยีของโครงสร้างที่จำนวนรอบของการคำนวณ 50 100 150 200 250 และ 300 แสดงในรูปที่ 5-10 5-11 5-12 5-13 5-14 และ 5-15 ตามลำดับ เราสามารถสรุปได้ว่า เมื่อจำนวนประชากรเท่ากัน การใช้จำนวนรอบของการคำนวณมากกว่าย่อมส่งผลให้ได้โทโปโลยีของโครงสร้างที่ดีกว่า จากกรณีศึกษา นี้ ตั้งแต่รอบของการคำนวณที่มากกว่า 100 ขึ้นไปผลเฉลยโทโปโลยีถือว่าสามารถเปรียบเทียบได้กับผลเฉลยที่ได้จากวิธี OCM (ผลเฉลยจาก OCM ในรูปที่ 5-8 คือผลเฉลยที่ได้จากปัญหาการออกแบบที่แตกต่างจากปัญหาการออกแบบ (5-2) แต่นำมาเปรียบเทียบกันโดยประมาณเท่านั้น)



รูปที่ 5-9 แนวของพารेटอของปัญหาการออกแบบที่รอบของการคำนวณ 50, 100, 150, 200, 250 และ 300



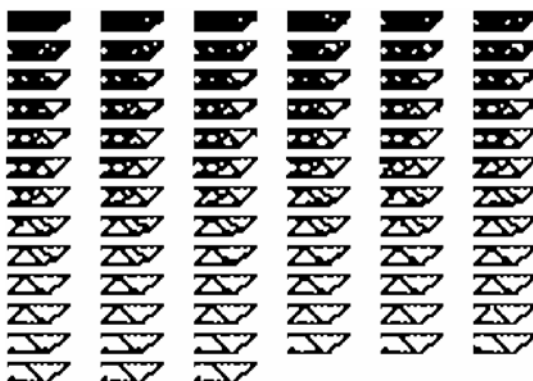
รูปที่ 5-10 โทโปโลยีที่ 50 รอบของการคำนวณและขนาดของประชากรเป็น 100



รูปที่ 5-11 โทโปโลยีที่ 100 รอบของการคำนวณและขนาดของประชากรเป็น 100



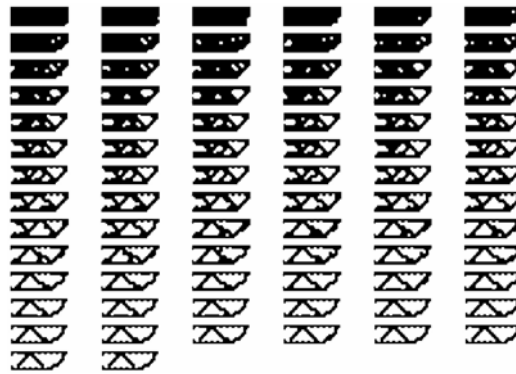
รูปที่ 5-12 โทโปโลยีที่ 150 รอบของการคำนวณและขนาดของประชากรเป็น 100



รูปที่ 5-13 โทโปโลยีที่ 200 รอบของการคำนวณและขนาดของประชากรเป็น 100

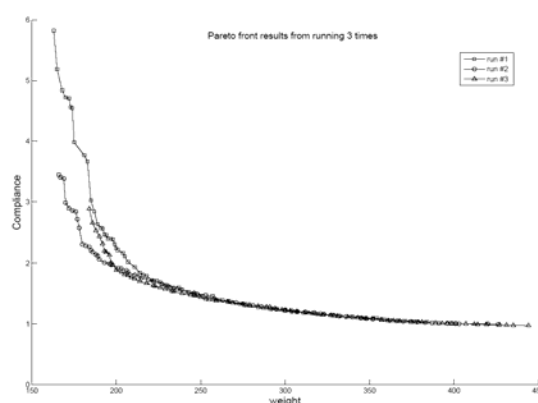


รูปที่ 5-14 โทโปโลยีที่ 250 รอบของการคำนวณและขนาดของประชากรเป็น 100

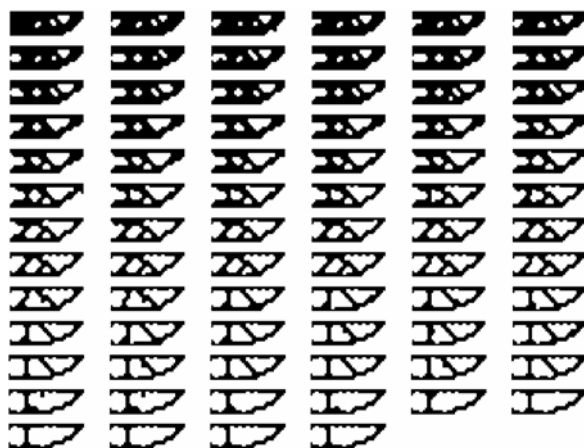


รูปที่ 5-15 โทโปโลยีที่ 300 รอบของการคำนวณและขนาดของประชากรเป็น 100

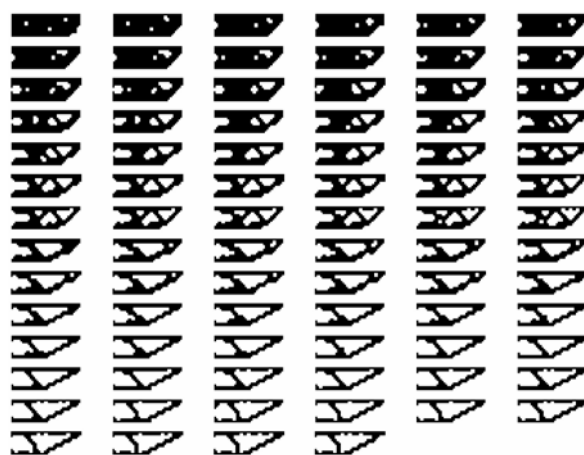
การทดสอบความสม่ำเสมอ (consistency) ในการหาคำตอบของ PBIL แสดงในรูปที่ 5-16 ถึงรูปที่ 5-19 รูปที่ 5-16 แสดงค่าโดยประมาณของแนวพาเรโตของปัญหาการออกแบบ (5.2) ขนาดของประชากรมีค่าเป็น 100 และจำนวนรอบของการคำนวณคือ 250 รอบ โดยใช้ PBIL หาผลเฉลย 3 ครั้ง ส่วนผลเฉลยโทโปโลยีของการรันครั้งที่ 1, 2 และ 3 แสดงในรูปที่ 5-17, 5-18 และ 5-19 ตามลำดับ เราสามารถสรุปได้ว่าการใช้ PBIL ในการหาผลเฉลยจั่วมีความสม่ำเสมอในการหาแนวของพาเรโตในระดับหนึ่ง ผลเฉลยที่ได้จากการรันทั้งสามครั้งได้โทโปโลยีหลากหลายรูปแบบเพื่อการตัดสินใจของผู้ออกแบบในการรันการหาค่าเหมาะสมที่สุดเพียงครั้งเดียวซึ่งถือว่าเป็นข้อได้เปรียบของขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบหลายเป้าหมายอย่างแท้จริง



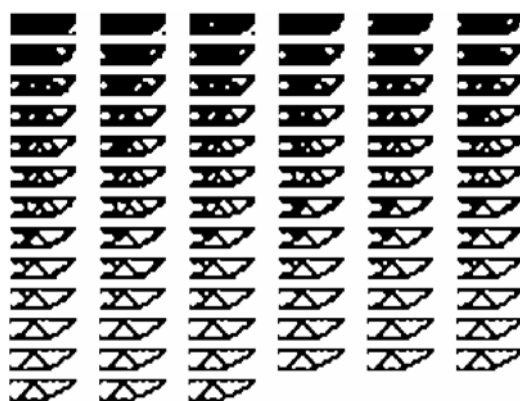
รูปที่ 5-16 แนวของพาเรโตจากการรัน PBIL 3 ครั้ง



รูปที่ 5-17 โทโปโลยีที่ได้จากการรันครั้งที่ 1



รูปที่ 5-18 โทโปโลยีที่ได้จากการรันครั้งที่ 2



รูปที่ 5-19 โทโปโลยีที่ได้จากการรันครั้งที่ 3

จากผลการออกแบบ เราสามารถสรุปได้ว่า การออกแบบตามแนวคิด (conceptual design) ของโครงสร้างสามารถหาได้โดยการใช้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการสำหรับหาผลเฉลยเหมาะสมสุดของพารามิเตอร์ และใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการวิเคราะห์โครงสร้างเพื่อกำหนดค่าฟังก์ชันที่ใช้ในการออกแบบ

การประยุกต์ใช้ตัวแปรหลายระดับความขัดกับการหาค่าโทโปโลยีเหมาะสมสุดของโครงสร้าง

Applications of Multi-Resolution Design Variables for Topology Optimisation

6.1 ความนำ

การหาโทโปโลยีเหมาะสมสุดเป็นเครื่องมือสำหรับการออกแบบตามแนวคิดของโครงสร้างที่มีประสิทธิภาพและประสิทธิผลมาก เราสามารถใช้เทคนิคการหาโทโปโลยีเหมาะสมสุดกับการออกแบบชิ้นส่วนยานยนต์ [76-77] การสังเคราะห์กลไกที่อ่อนตัวได้ [78-79] ในปัจจุบันได้มีการวิจัยเพื่อพัฒนาเทคโนโลยีการออกแบบชนิดนี้ไปอย่างแพร่หลายทั่วโลกดังเช่นที่กล่าวถึงใน [31] โดยทั่วไปแล้วเราจะใช้วิธีหาค่าเหมาะสมสุดสำหรับแก้ปัญหาการออกแบบและใช้วิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ในการวิเคราะห์โครงสร้าง วิธีการหาค่าโทโปโลยีเหมาะสมสุดที่จัดว่าเป็นวิธีที่ผ่านการพัฒนาจนถึงขั้นใช้งานได้จริงคือ solid isotropic material with penalisation (SIMP) [31,42] homogenisation method [80] และ evolutionary structural optimisation [81]

ส่วนมากผู้วิจัยและผู้ออกแบบนิยมใช้วิธีหาค่าเหมาะสมสุดที่ใช้อนุพันธ์ของฟังก์ชันในการหาค่าตอบเพราะได้รับการพิสูจน์แล้วว่ามีประสิทธิภาพดีพอ เช่นวิธี optimality criteria method (OCM) [42] the method of moving asymptotes (MMA) [31] และ Sequential Linear Programming (SLP) [82] ได้มีการประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการบ้างเช่นใน [35-37] แต่พบว่าสมรรถนะในการหาผลเฉลยโทโปโลยีของวิธีวิวัฒนาการนั้นยังไม่ดีพอ ทั้งนี้เป็นเพราะว่าปัญหาการออกแบบโทโปโลยีเหมาะสมสุดเกือบทุกรูปแบบจัดว่าเป็นปัญหามิติสูงที่มีจำนวนตัวแปรออกแบบเป็นจำนวนมาก ส่งผลให้วิธีวิวัฒนาการมีประสิทธิภาพต่ำในการหาผลเฉลยในลักษณะนี้

ด้วยเหตุนี้ ได้มีการพัฒนาระบบการคำนวณเชิงตัวเลขหลากหลายรูปแบบเพื่อนำมาใช้ร่วมกับวิธีวิวัฒนาการและช่วยเพิ่มสมรรถนะในการหาผลเฉลยโทโปโลยีของวิธีเหล่านี้ การพัฒนาในส่วนนี้มีทั้งการประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีวิวัฒนาการแบบเป้าหมายเดียวและหลายเป้าหมาย ตัวอย่างเช่นงานใน [83-86] การประยุกต์ใช้เทคนิค ADD [40] จัดว่าเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากวิธีหนึ่งทั้งในกรณีของการออกแบบเป้าหมายเดียวและหลายเป้าหมาย ADD คือเทคนิคง่ายๆที่ใช้หลักการลดขนาดของเวกเตอร์ของตัวแปรออกแบบทางโทโปโลยีแต่ส่งผลต่อโคเมนของการออกแบบเพียงเล็กน้อย นอกจากนี้ยังสามารถใช้ในการป้องกันการเกิดตาหมากรุกบนโทโปโลยีของโครงสร้างได้อีกด้วย จากองค์ความรู้ก่อนหน้านี้นี้พบว่า [39] [40] การประยุกต์ใช้วิธีวิวัฒนาการหรือวิธีการหาค่าเหมาะสมสุดที่ใช้การดำเนินการมิวเทชันเช่น simulated annealing (SA) จะมีสมรรถนะในการหาผลเฉลยเหมาะสมสุดดีกว่าวิธีวิวัฒนาการอื่น การเพิ่มสมรรถนะในการหาค่าตอบเหมาะสมสุดของวิธีวิวัฒนาการถือว่าเป็นประโยชน์ต่อวงการวิจัยและพัฒนาเทคโนโลยีการหาโทโปโลยีเหมาะสมสุดเป็นอย่างมาก เพราะว่า โดยการใช้วิธีวิวัฒนาการ เราสามารถตั้งปัญหาการออกแบบได้หลากหลายรูปแบบ ซึ่งจะนำไปสู่การพัฒนาชิ้นงานออกแบบที่ดีกว่า

เนื้อหาในบทนี้เป็นการประยุกต์ใช้ SA ในการหาโทโปโลยีเหมาะสมสุดของโครงสร้าง งานชิ้นนี้คือการขยายผลต่อจากการพัฒนา ADD ใน [40] ได้ทำการเสนอเทคนิคเชิงตัวเลขที่เรียกว่าตัวแปรออกแบบหลายระดับความขัด (multiresolution design variables) เพื่อเพิ่มสมรรถนะในการหาผลเฉลยของ SA นอกจากนี้ ยังประยุกต์ใช้เทคนิคการซ่อมโครโมโซม (chromosome repairing technique) ซึ่งนำเสนอใน [86]

6.2 Simulated Annealing

วิธี SA เป็นวิธีหาค่าเหมาะสมที่สุดอีกวิธีหนึ่งที่ใช้การสุ่มเป็นกลไกหลักในการหาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด เราอาจจัดวิธี SA ว่าเป็นวิธีวิวัฒนาการอีกวิธีหนึ่ง ปรัชญาเริ่มต้นของ SA คือการเลียนแบบกระบวนการเย็นตัวของโลหะเมื่ออุณหภูมิเย็นตัวได้ทีละน้อย กระบวนการหาผลเฉลยไปถึงจุดที่เหมาะสมที่สุด กระบวนการคำนวณเชิงตัวเลขของ SA ในการศึกษานี้ มีรายละเอียดดังนี้ [75]

1. Initialisation: initial solution $\mathbf{x}_{parent} = \mathbf{x}_{best}$, $f_{parent} = f_{best}$, initial temperature T
2. Generate n_s design solutions $\{\mathbf{x}_1^1, \mathbf{x}_2^1, \dots, \mathbf{x}_{n_s}^1\}$ and their corresponding function values $\{f_1^1, f_2^1, \dots, f_{n_s}^1\}$ by mutating on $\mathbf{x}_{parent}$
3. Generate n_s design solutions $\{\mathbf{x}_1^2, \mathbf{x}_2^2, \dots, \mathbf{x}_{n_s}^2\}$ and their corresponding function values $\{f_1^2, f_2^2, \dots, f_{n_s}^2\}$ by mutating on $\mathbf{x}_{best}$
4. Find $f_{candidate} = \min(\{f_i^1\} \cup \{f_i^2\})$ and its corresponding design solution $\mathbf{x}_{candidate}$
5. If $f_{candidate} \leq f_{parent}$, set $\mathbf{x}_{parent} = \mathbf{x}_{candidate}$, $f_{parent} = f_{candidate}$, $\mathbf{x}_{best} = \mathbf{x}_{candidate}$, $f_{best} = f_{candidate}$ and go to step 8.
6. Otherwise, find $P_B = \exp\left(\frac{f_{parent} - f_{candidate}}{T}\right)$ and go to step 7
7. If $rand < P_B$, set $\mathbf{x}_{parent} = \mathbf{x}_{candidate}$, $f_{parent} = f_{candidate}$, and $\mathbf{x}_{best}$ and f_{best} are not changed.
8. Reduce the temperature T if the condition is fulfilled.
9. If the termination criterion is met, stop the procedure. Otherwise, go to step 2.

ในแต่ละรอบของการคำนวณ ผลเฉลยจำนวน n_s เวกเตอร์จะถูกสร้างขึ้นโดยการดำเนินการมิวเตชันกับผลเฉลย $\mathbf{x}_{parent}$ และผลเฉลยอีก n_s ตัวถูกสร้างขึ้นจากการดำเนินการมิวเตชันกับ $\mathbf{x}_{best}$ ผลเฉลย $\mathbf{x}_{best}$ และ $\mathbf{x}_{parent}$ คือค่าเดียวกันเมื่อ $f_{candidate} \leq f_{parent}$ นอกเหนือจากนี้ ผลเฉลยทั้งสองจะแตกต่างกัน พารามิเตอร์ $rand \in [0,1]$ คือเลขสุ่มแบบยูนิฟอร์ม การลดค่าอุณหภูมิสามารถวางแผนโดยผู้รันโปรแกรมหรือผู้ออกแบบ การใช้ SA ในการหาผลเฉลยของการหาโทโปโลยีที่เหมาะสมที่สุดได้ถูกวิจัยมาหลายครั้งอย่างเช่นในบทความ [87-88] รายละเอียดเพิ่มเติมของ SA อยู่ใน [89-90]

6.3 ตัวแปรออกแบบหลายระดับความชัด

รูปที่ 6-1 แสดงกระบวนการหาโทโปโลยีที่เหมาะสมที่สุดโดยการประยุกต์ใช้วิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ ตัวแปรออกแบบหลายระดับความชัดเป็นการพัฒนาต่อยอดจากวิธี ADD ซึ่งเป็นงานวิจัยที่ผู้วิจัยได้ดำเนินการมาก่อน ในการหาผลเฉลยโทโปโลยีของโครงสร้าง การประยุกต์ใช้แบบจำลองไฟไนท์เอลิเมนต์ที่มีอันดับของสมการโพลิโนเมียลต่ำมักจะส่งผลให้เกิดรูปแบบของตารวมการก่อกวนโทโปโลยีของโครงสร้างเสมอ ทั้งนี้มีสาเหตุมาจากความไม่เสถียรของแบบจำลองไฟไนท์เอลิเมนต์เองซึ่งส่งผลให้รูปแบบตารวมการก่อกวนโครงสร้างมีความแข็งแรงกว่าที่ควรจะเป็น

วิธี ADD เป็นวิธีที่ช่วยให้การเกิดตารวมการก่อกวนลดลงหรือหมดไปจากผลเฉลยโทโปโลยี เป็นวิธีการที่ประยุกต์ใช้การอินเตอร์โพลชันรูปแบบหนึ่ง (surface spline interpolation) สำหรับประมาณค่าการกระจายตัวของความหนาของไฟไนท์เอลิเมนต์จากค่าความหนาที่ทราบค่าจากโดเมนอื่น ที่โดเมนของออกแบบหาโทโปโลยีเหมาะสมที่สุด จะมีกริดสองชุด โดยชุดแรกจะเป็นกริดสำหรับการคำนวณเชิงไฟไนท์เอลิเมนต์ ส่วนชุดที่สองเป็นกริดของตัวแปรออกแบบ ADD ซึ่งจะมีรายละเอียดต่ำกว่ากริดของไฟไนท์เอลิเมนต์ จากรูปที่ 6-2 ซึ่งเป็นโดเมนออกแบบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กำหนดให้กริดของไฟไนท์เอลิเมนต์มีจำนวน n เวกเตอร์ ส่วนกริดของตัวแปรออกแบบ ADD มี m เวกเตอร์ ให้ $\mathbf{r}_j^0$ คือเวกเตอร์ตำแหน่งของจุดศูนย์กลางของเอลิเมนต์ในกริดของตัวแปรออกแบบ (เครื่องหมายบวก) และ $\mathbf{r}_k^v$ คือเวกเตอร์ตำแหน่งของจุดศูนย์กลางของเอลิเมนต์บนกริดของไฟไนท์เอลิเมนต์ (เครื่องหมายลบ) ทำการประยุกต์ใช้วิธีอินเตอร์โพลชัน เราสามารถประมาณค่าความ

หนาของเอลิเม้นต์บนกริดของไฟไนท์เอลิเม้นต์ $\mathbf{p}$ ถ้าเราทราบค่าของความหนาของเอลิเม้นต์ที่อยู่บนกริดของตัวแปรออกแบบ ADD $\mathbf{p}^{ADD}$ ดังนี้

$$\mathbf{p} = \mathbf{CA}^{-1} \mathbf{p}^{ADD} = \mathbf{Tp}^{ADD} \quad (6.1)$$

เมื่อ

$$\mathbf{A} = [a_{ij}]_{m \times m} = [f(d(\mathbf{r}_i^0, \mathbf{r}_j^0))] = [f(d_{ij})]$$

$$\mathbf{C} = [c_{kj}]_{n \times m} = [f(d(\mathbf{r}_k^0, \mathbf{r}_j^0))] = [f(d_{kj})]$$

$$d(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = \sqrt{(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)^T (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)}.$$

ในที่นี้เราใช้ฟังก์ชัน $f(x) = x$ ความละเอียดหรือความชัด (resolution) ของกริดของตัวแปรออกแบบจะต้องน้อยกว่าความชัดของกริดของไฟไนท์เอลิเม้นต์พื้นเสมอ กระบวนการคำนวณ (6.1) สามารถจินตนาการว่าเป็นการกรองเอลิเม้นต์พื้นด้วยการกำหนดตัวกรองที่กริดของตัวแปรออกแบบ รายละเอียดเพิ่มเติมอยู่ใน [40] และ [47]

เพื่อสามารถป้องกันผลเฉลยที่มีความหนาแน่นของไฟไนท์เอลิเม้นต์ที่มีค่าอยู่ระหว่างกลางขอบเขตบนและล่างของตัวแปรออกแบบ (intermediate densities) สมการ (6.1) ถูกดัดแปลงเพื่อให้ผลเฉลยเป็นได้เฉพาะขอบเขตบนหรือล่างเท่านั้น การแปลงในสมการ (6.1) สามารถจัดอยู่ในรูปตัวเลขฐานสองได้ดังนี้

$$\rho_i^e = \begin{cases} 0; \rho_i + \rho^0 \leq 0.5 \\ 1; \rho_i + \rho^0 > 0.5 \end{cases} \quad (6.2)$$

เมื่อ $\rho^0 \in (0, 0.5)$ คือค่าคงที่ที่จะต้องระบุก่อนการดำเนินการหาค่าเหมาะสมสุด

เราสามารถเขียนสมการ (6.2) ในรูปของการดำเนินการทางเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\mathbf{p}^e = \text{round}(\mathbf{Tp}^{ADD} + \mathbf{p}^0) \quad (6.3)$$

เมื่อ $\mathbf{p}^0$ คือเวกเตอร์ขนาด $n \times 1$ ที่มีค่าของเอลิเม้นต์ทุกตัวเป็น ρ^0 และฟังก์ชัน $\text{round}(x)$ คือการปัดเศษจำนวนจริง x ให้เป็นจำนวนจริงที่อยู่ใกล้กับ x มากที่สุด

รูปที่ 6-3 ถึง 6-5 แสดงการแปลงจากความหนาแน่นจากโดเมน ADD ไปเป็นความหนาแน่นของเอลิเม้นต์ที่กริดของไฟไนท์เอลิเม้นต์ซึ่งจะเห็นได้ว่าโทโปโลยีที่ได้มีรูปแบบของตาหมากรุก ในที่นี้กริดของตัวแปรออกแบบ ADD มีความละเอียด 20×10 เอลิเม้นต์ ส่วนกริดของไฟไนท์เอลิเม้นต์มีความละเอียดที่ 30×15 เอลิเม้นต์ ในรูปที่ 6-3 ค่าของ ρ^0 คือ 0.05 ผลการแปลงเมื่อค่าของพารามิเตอร์ถูกตั้งเป็น 0.15 และ 0.25 แสดงในรูปที่ 6-4 และ 6-5 ตามลำดับ เราสามารถสังเกตได้ว่าการแปลงในรูปที่ 6-3 และ 6-4 ไม่สามารถป้องกันการเกิดตาหมากรุกได้ทั้งหมด ในขณะที่การแปลงในรูปที่ 6-5 สามารถป้องกันการเกิดตาหมากรุก ฉะนั้น การกำหนดค่า ρ^0 ที่เหมาะสมต้องทำก่อนการดำเนินการหาค่าโทโปโลยีเหมาะสมสุด

จากที่กล่าวถึงใน [40] เทคนิค ADD นอกจากจะสามารถป้องกันการเกิดตาหมากรุกแล้วยังช่วยลดขนาดของตัวแปรออกแบบโดยที่ไม่ส่งผลกระทบต่อในด้านลบกับโดเมนการออกแบบมากนัก และการลดลงของจำนวนของตัวแปรออกแบบจะส่งผลให้วิธีวิวัฒนาการมีสมรรถนะในการหาผลเฉลยได้ดีขึ้น อย่างไรก็ตาม วิธีการนี้ยังมีจุดด้อยเพราะว่าท้ายที่สุดแล้วจำนวนตัวแปรออกแบบที่มากกว่าย่อมนำไปสู่ผลเฉลยโทโปโลยีที่ดีกว่า จากข้อสังเกตนี้ งานวิจัยนี้จึงนำเสนอการประยุกต์ใช้กริดของตัวแปรออกแบบ ADD มากกว่าหนึ่งระดับความชัด หลักการคือเริ่มต้นใช้กริดตัวแปรออกแบบที่มีระดับความละเอียดต่ำในการหาค่าเหมาะสมสุด จากนั้นเมื่อการหาค่าเหมาะสมสุดดำเนินไป ทำการเพิ่มความละเอียดของกริดของตัวแปรออกแบบขึ้นเรื่อยๆ จนกระทั่งได้คำตอบที่เหมาะสมสุด กระบวนการออกแบบลักษณะนี้สามารถทำได้โดย

การประยุกต์ใช้สมการ (6.1) สำหรับเปลี่ยนระดับความชัดหรือความละเอียดของกริดของตัวแปรออกแบบ และ (6.3) สำหรับป้องกันการเกิดตาหมากรุก

รูปที่ 6-6 สถิติการประยุกต์ใช้ระบบตัวแปรที่ใช้กริดของตัวแปรออกแบบหลายระดับความละเอียดหรือตัวแปรออกแบบหลายระดับความชัด (multi-resolution design variable) ซึ่งปรากฏอยู่บนหัวข้อของงานวิจัยนี้ จากรูปทำการใช้กริดของตัวแปรออกแบบที่ระดับความละเอียดต่ำที่สุดคือ $\mathbf{p}^{ADD1}$ ใช้ 10×5 เอลิเมนต์ ส่วนกริดของตัวแปรออกแบบในระดับที่สองคือ $\mathbf{p}^{ADD2}$ ซึ่งมีความละเอียด 14×7 เอลิเมนต์ กริดของตัวแปรออกแบบชุดที่สามคือ $\mathbf{p}^{ADD3}$ มี 20×10 เอลิเมนต์ ส่วนกริดของไฟไนท์เอลิเมนต์ $\mathbf{p}^e$ มีความละเอียดเป็น 30×15 เอลิเมนต์ การแปลงค่าจาก $\mathbf{p}^{ADD1}$ ไปเป็น $\mathbf{p}^{ADD2}$ สามารถทำได้ดังนี้

$$\mathbf{p}_{98 \times 1}^{ADD2} = \mathbf{T}_{98 \times 50}^{12} \mathbf{p}_{50 \times 1}^{ADD1} \quad (6.4)$$

เมื่อ $\mathbf{T}^{12}$ เมตริกซ์การแปลงขนาด 98×50

เช่นเดียวกันกับกรณีแรก การแปลงค่าจาก $\mathbf{p}^{ADD2}$ ไปเป็น $\mathbf{p}^{ADD3}$ สามารถทำได้ดังนี้

$$\mathbf{p}_{200 \times 1}^{ADD3} = \mathbf{T}_{200 \times 98}^{23} \mathbf{p}_{98 \times 1}^{ADD2} \quad (6.5)$$

หรือ

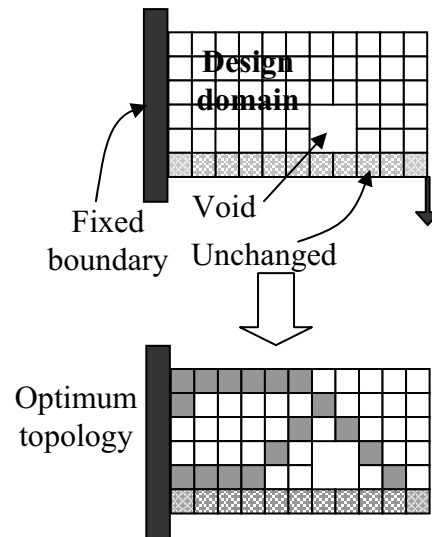
$$\mathbf{p}_{200 \times 1}^{ADD3} = \mathbf{T}_{200 \times 98}^{23} (\mathbf{T}_{98 \times 50}^{12} \mathbf{p}_{50 \times 1}^{ADD1}). \quad (6.6)$$

การแปลงรอบสุดท้ายคือการแปลงจากความหนาแน่นที่กริดตัวแปรออกแบบไปเป็นความหนาแน่นของกริดของไฟไนท์เอลิเมนต์โดยการใช้สมการ (6.3) จะได้

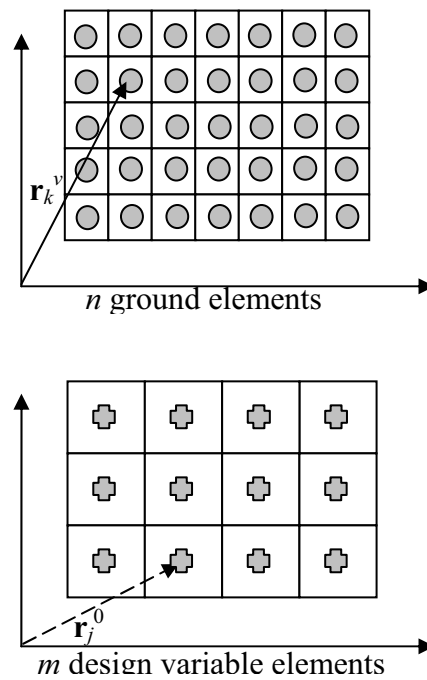
$$\mathbf{p}_{300 \times 1}^e = \text{round}(\mathbf{T}_{300 \times 200} \mathbf{p}_{200 \times 1}^{ADD3} + \mathbf{p}^0). \quad (6.7)$$

กระบวนการก่อนการหาค่าเหมาะสมสุด (pre-process) จะดำเนินการหาเมตริกซ์การแปลงที่ใช้ใน (6.4) ถึง (6.7) พร้อมทั้งหาค่าของพารามิเตอร์ $\mathbf{p}^0$ รูปที่ 6-6 แสดงการแปลง เริ่มต้นจาก การแปลง $\mathbf{p}^{ADD1}$ ไปเป็น $\mathbf{p}^{ADD2}$ จาก $\mathbf{p}^{ADD2}$ ไปเป็น $\mathbf{p}^{ADD3}$ และท้ายที่สุดแปลงจาก $\mathbf{p}^{ADD3}$ ไปเป็นความหนาแน่นของไฟไนท์เอลิเมนต์ $\mathbf{p}^e$ เมื่อ $\mathbf{p}^0 = 0.25$ เราสามารถสังเกตได้ว่ารูปแบบตาหมากรุกสามารถเกิดขึ้นได้บนโดเมนของตัวแปรออกแบบทั้งสาม แต่ตาหมากรุกจะไม่เกิดบนโดเมนของไฟไนท์เอลิเมนต์เมื่อเราประยุกต์ใช้ (6.3) ในขั้นตอนสุดท้ายของการแปลง

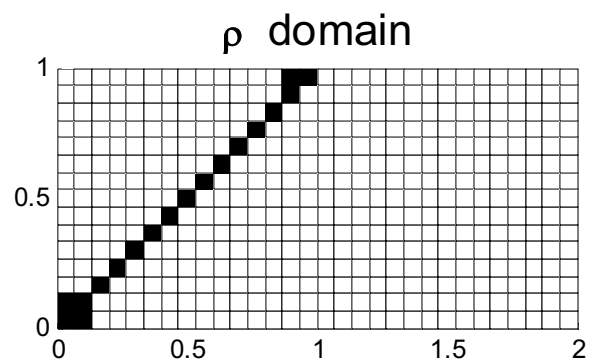
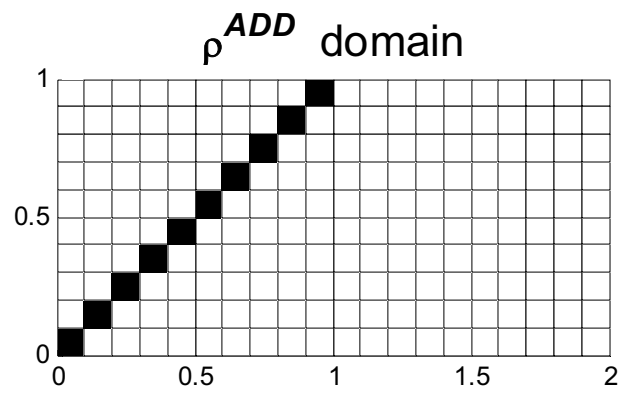
สำหรับกระบวนการหาโทโปโลยีเหมาะสมสุดโดยใช้ตัวแปรออกแบบหลายระดับความชัดและวิธี SA นั้น เริ่มต้นทำการประยุกต์ใช้ $\mathbf{p}^{ADD1}$ กับ SA ไปเป็นระยะเวลาหนึ่งโดยคาดหวังว่าเมื่อใช้กริดที่มีความละเอียดต่ำ SA จะสามารถเข้าใกล้ผลเฉลยเหมาะสมสุดได้เร็วขึ้น จากนั้นทำการเปลี่ยนระดับความชัด เป็น $\mathbf{p}^{ADD2}$ เพื่อให้ SA สามารถเข้าใกล้ผลเฉลยเหมาะสมสุดจริงได้มากขึ้น กระบวนการจะดำเนินไปเรื่อยๆจนกระทั่งกริดของตัวแปรออกแบบที่ละเอียดที่สุดที่ผู้ออกแบบตั้งไว้ถูกใช้งาน จากกระบวนการออกแบบนี้จะเห็นได้ว่า ผู้ออกแบบจำเป็นต้องระบุจำนวนกริดของตัวแปรออกแบบ ความละเอียดของแต่ละกริด กริดของไฟไนท์เอลิเมนต์ ค่า $\mathbf{p}^0$ และขนาดประชากรและจำนวนรอบของการคำนวณสำหรับแต่ละกริดของตัวแปรออกแบบ



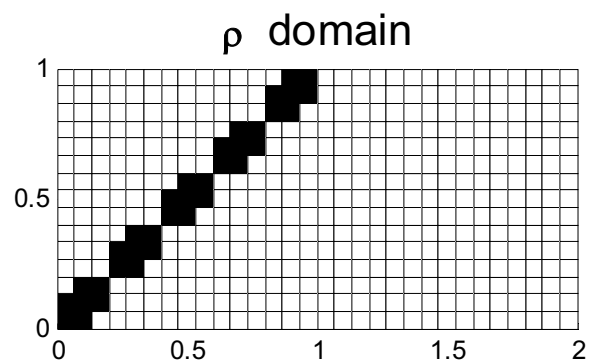
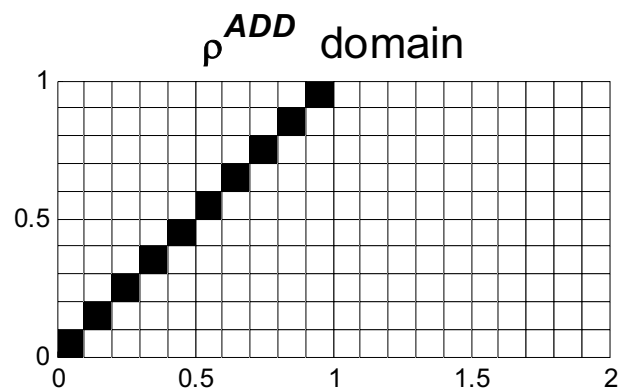
รูปที่ 6-1 การหาโทโปโลยีเหมาะสมสุด



รูปที่ 6-2 กริดของเอลิเมนต์พื้นและกริดของตัวแปรออกแบบ



รูปที่ 6-3 การแปลงระหว่างกริด ADD และกริดของเอลิเมนต์พื้น $\rho^0 = 0.05$



รูปที่ 6-4 การแปลงระหว่างกริด ADD และกริดของเอลิเมนต์พื้น $\rho^0 = 0.15$