



โครงการ : สมบัติบางประการของตัวนำเวดิงที่มีสารเจือ

โดย รศ.ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรหิรัญและคณะ

พฤศจิกายน 2551

รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

โครงการ : สมบัติบางประการของตัวนำยวดยิ่งที่มีสารเจือ

คณะผู้วิจัย

สังกัด

- | | |
|----------------------------------|----------------------------|
| 1. รศ.ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรหิรัญ | มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |
| 2. ศ.ดร.สุทัศน์ ยกส้าน | มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |

สนับสนุนโดยสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา และสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย
(ความเห็นในรายงานนี้เป็นของผู้วิจัย สกอ. และ สกว. ไม่จำเป็นต้องเห็นด้วยเสมอไป)

กิตติกรรมประกาศ

การวิจัยครั้งนี้ได้รับเงินสนับสนุนการวิจัยจากสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา
และสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัยและได้รับความกรุณาจากท่าน ศ.ดร.สุทัศน์ ยกส้าน มา
เป็นนักวิจัยที่ปรึกษาให้ จึงขอแสดงความขอบคุณอย่างสูงมาในครั้งนี้ด้วย

พงษ์แก้ว อุดมสมุทรหิรัญ

บทคัดย่อ

รหัสโครงการ : MRG5080115
ชื่อโครงการ : สมบัติบางประการของตัวนำวยดย้งที่มีสารเจือ
ชื่อหลักวิจัย : รศ.ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรหิรัญ
ระยะเวลาโครงการ : 1 ธันวาคม 2549 – 30 พฤศจิกายน 2551

งานวิจัยครั้งนี้มีจุดประสงค์เพื่อศึกษาผลของศักย์กระเจิงของสารเจือที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤติ สมบัติของไอโซโทปและอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียส โดยใช้วิธีฟังก์ชันกรีนเพื่อคำนวณหาฟังก์ชันของสมการเหล่านี้ สมการของอุณหภูมิวิกฤติและสมบัติของไอโซโทปที่มีผลของสารเจือแบบไม่เป็นแม่เหล็กและแบบเป็นแม่เหล็ก ได้ถูกนำเสนอแบบแม่นยำตรง แบบประมาณและการคำนวณเชิงตัวเลข พบว่าเครื่องหมายของขนาดการกระเจิงอันดับสองของบอร์นมีผลอย่างมากต่อค่าของอุณหภูมิวิกฤติและสมบัติของไอโซโทปของตัวนำวยดย้งที่มีสารเจือ สำหรับอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสได้ถูกนำเสนอในรูปแบบของสมการที่มีสารเจือแบบสุ่ม กรณีที่มีศักย์กระเจิงสารเจืออย่างอ่อนและอย่างเข้ม ในรูปแบบของอนุกรมยกกำลังของ order parameter และ อุณหภูมิ ผลการคำนวณเชิงตัวเลขพบฟิสิกส์ที่ชัดเจนในกรณีศักย์กระเจิงสารเจืออย่างอ่อนแต่ไม่ผลในกรณีศักย์กระเจิงสารเจืออย่างเข้ม

คำหลัก : ตัวนำวยดย้งที่มีสารเจือ สมบัติของไอโซโทป
อัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียส

Abstract

Project Code : **MRG5080115**
Project Title : **Some Properties of Impure Superconductors**
Investigator : **Assoc.Dr.Pongkaew Udomsamuthirun**
Project Period : **1 December 2549- 30 November 2551**

The purpose of this research is to study the effect of impurities scattering potential on critical temperature, isotope effect coefficient and the nuclear spin relaxation rate . We use the Green's function method to derive those equations including the impurities scattering potential. The exact, approximation and numerical calculation of critical temperature and isotope effect coefficient formulas contained non-magnetic and magnetic impurities are shown. We find that the sign of magnitude of second-order Born-scattering have shown the great effect on the critical temperature and isotope effect coefficient of impure superconductors. We also show the nuclear spin lattice relaxation rate formula contained the random impurity in case of weak scattering potential and strong scattering potential in the simple form as the power series of order parameter and temperature. The numerical calculations show that there is coherence peak in the weak impurity scattering potential but there is no peak in the strong impurity scattering potential.

Keywords : impure superconductors, Isotope effect coefficient,
the nuclear spin lattice relaxation rate

Executive Summary

การวิจัยในครั้งนี้มีเป้าหมายที่จะทำการศึกษาผลของสารเจือทั้งแบบเป็นแม่เหล็กและไม่เป็นแม่เหล็กที่มีต่อสมบัติทางฟิสิกส์ในตัวนำยวดยิ่งแบบที่มีสารเจือ โดยใช้ทฤษฎี BCS ที่นำมาปรับปรุงเพื่อให้สามารถใช้กับตัวนำยวดยิ่งที่มีสารเจือ แล้วนำมาประยุกต์ใช้หาสมบัติทางฟิสิกส์ต่างๆ ประกอบไปด้วย อุณหภูมิวิกฤติ ช่องว่างพลังงาน สัมประสิทธิ์ของไอโซโทป และค่าเวลาการผ่อนคลาย โดยใช้วิธีฟังก์ชันกรีนเพื่อคำนวณหาฟังก์ชันของสมการเหล่านี้

สมการของอุณหภูมิวิกฤติและสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปที่มีผลของสารเจือแบบไม่เป็นแม่เหล็กและแบบเป็นแม่เหล็ก ได้ถูกนำเสนอแบบแม่นยำ แบบประมาณและการคำนวณเชิงตัวเลข พบว่าเครื่องหมายของขนาดการกระเจิงอันดับสองของบอร์นมีผลอย่างมากต่อค่าของอุณหภูมิวิกฤติและสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปของตัวนำยวดยิ่ง และสารเจือมีผลทำให้อุณหภูมิวิกฤติและสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปของตัวนำยวดยิ่งสามารถมีค่ามากกว่าและน้อยกว่า ตัวนำยวดยิ่งที่ไม่มีสารเจือได้

สำหรับอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสได้ถูกนำเสนอในรูปแบบของสมการที่มีสารเจือแบบสุ่ม โดยมีศักย์กระเจิงสารเจืออย่างอ่อนและอย่างเข้ม ผลการคำนวณพบว่าสมการที่ได้อยู่ในรูปอนุกรมยกกำลังของ order parameter และ อุณหภูมิ ผลการคำนวณเชิงตัวเลขพบฟิคโคเฮียเรนในกรณีศักย์กระเจิงสารเจืออย่างอ่อนแต่ไม่ผลในกรณีศักย์กระเจิงสารเจืออย่างเข้ม

จากผลการคำนวณทั้งสองคืออุณหภูมิวิกฤติและอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสพบว่าไม่สอดคล้องกับทฤษฎี BCS ที่ว่าสารเจือจะมีผลทำให้อุณหภูมิวิกฤติลดลงเท่านั้นและ ฟิคโคเฮียเรนจะเกิดกับตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิมเท่านั้น ดังนั้นผลการคำนวณที่ได้จึงเป็นการค้นพบใหม่ซึ่งต้องรอผลการทดลองยืนยันความถูกต้องต่อไป

สารบัญ

เนื้อหา	หน้า
กิตติกรรมประกาศ	
บทคัดย่อไทย	
บทคัดย่ออังกฤษ	
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการ	1
1.3 ระเบียบการวิจัย	2
1.4 ขอบเขตการวิจัย	2
1.5 แผนการดำเนินงานตลอดโครงการ	2
1.6 ประวัติการค้นพบตัวนำเวดจ์	3
บทที่ 2 เอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	5
2.1 สัมประสิทธิ์ของปรากฏการณ์ไอโซโทป	5
2.2 อัตราการฟ่อนคลายสปินของนิวเคลียส	7
บทที่ 3 สมบัติบางประการของตัวนำเวดจ์ที่มีสารเจือ	8
3.1 ผลของสารเจือที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤติ	8
3.2 ผลของสารเจือที่มีต่อสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป	12
3.3 ผลของสารเจือที่มีต่ออัตราการฟ่อนคลายสปินของนิวเคลียส	13
บทที่ 4 ผลการคำนวณและการอภิปรายผล	22
4.1 ผลของสารเจือที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤติและสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป	22
4.2 ผลของสารเจือที่มีต่ออัตราการฟ่อนคลายสปิน	25
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย	30
5.1 สรุปผลของสารเจือที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤติและสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป	30
5.2 สรุปผลของสารเจือที่มีต่ออัตราการฟ่อนคลายสปิน	30
ข้อเสนอแนะ	31
เอกสารอ้างอิง	32
Output ที่ได้จากโครงการ	
ภาคผนวก	

บทที่ 1

บทนำ

ตัวนำวยดยังเป็นสารที่ได้รับความนิยมเป็นอย่างมากในวงการฟิสิกส์ของของแข็ง ทั้งนี้เนื่องจากเป็นสารที่มีสมบัติน่าสนใจหลายประการที่มีแนวโน้มในการนำไปพัฒนาได้อย่างกว้างขวาง เช่น สมบัติการมีความต้านทานไฟฟ้าเป็นศูนย์ ปรากฏการณ์การลอยตัวเหนือแม่เหล็ก แต่การพัฒนาตัวนำวยดยิ่งยงไปไม่ได้ไกลนักทั้งนี้เนื่องจากนักวิจัยยังขาดความเข้าใจในกลไกการเกิดสภาพนำวยดยิ่งยงซึ่งเป็นองค์ความรู้ที่สำคัญต่อการพัฒนา

ในงานวิจัยครั้งนี้จึงมีจุดประสงค์เพื่อศึกษาสมบัติบางประการของตัวนำวยดยิ่งยงที่มีสารเจือทางทฤษฎี เพื่อเป็นแนวทางในการใช้อธิบายกลไกการเกิดสภาพนำวยดยิ่งยงเพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาตัวนำวยดยิ่งยงให้มีคุณภาพที่สูงขึ้นต่อไป

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา

ในปัจจุบันได้มีการค้นพบตัวนำวยดยิ่งยงอุณหภูมิสูงที่ส่วนใหญ่มีช่องว่างพลังงานเดี่ยวและมีการค้นพบตัวนำวยดยิ่งยงแมกนีเซียมไดโบไรด์ที่มีช่องว่างพลังงานแบบสองช่องว่างพลังงาน ซึ่งในโครงการเดิมที่ผู้วิจัยได้ศึกษาผลของสารเจือที่มีต่อสมบัติของไอโซโทปของตัวนำวยดยิ่งยงนั้น ผู้วิจัยพบว่าการศึกษาสมบัติของไอโซโทปเพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอที่จะอธิบายสมบัติของตัวนำวยดยิ่งยงตามที่คาดหวังได้มากเพียงพอ ดังนั้นในโครงการนี้จึงจะทำการวิจัยต่อเนื่องจากโครงการที่ผ่านมาโดยจะทำการวิจัยในสมบัติทางฟิสิกส์ที่หลากหลายมากขึ้นเพื่อจะอธิบายสมบัติต่างๆของตัวนำวยดยิ่งยงได้ครอบคลุมมากขึ้น

ในการวิจัยนี้ผู้วิจัยจะทำการศึกษา ช่องว่างพลังงาน อุณหภูมิวิกฤติ ความจุความร้อนดัชนีของปรากฏการณ์ไอโซโทป และค่าเวลาการผ่อนคลาย ในตัวนำวยดยิ่งยงแบบช่องว่างพลังงานเดี่ยว และ แบบสองช่องว่างพลังงาน สำหรับตัวนำวยดยิ่งยงแบบที่มีสารเจือทั้งแบบที่เป็นสารแม่เหล็กและไม่เป็นสารแม่เหล็ก ที่มีสมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบต่างๆ ซึ่งจะเป็นการพัฒนาความรู้ ความเข้าใจในสมบัติและกลไกการเกิดสภาพนำวยดยิ่งยงในตัวนำวยดยิ่งยงแบบช่องว่างพลังงานเดี่ยว และแบบสองช่องว่างพลังงาน

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการ

เพื่อพัฒนาความรู้ ความเข้าใจและสร้างองค์ความรู้ใหม่ในเรื่องกลไกการเกิดสภาพนำวยดยิ่งยงและผลของสารเจือที่มีต่อสมบัติทางฟิสิกส์ในตัวนำวยดยิ่งยงแบบช่องว่างพลังงานเดี่ยว และแบบสองช่องว่างพลังงาน ที่มีสมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบต่างๆ โดยจะศึกษาผลของ

สารเจือทั้งแบบแม่เหล็กและไม่ใช้แม่เหล็กที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤติ ช่องว่างพลังงาน สัมประสิทธิ์ของไอโซโทป และความจุความร้อน ของตัวนำยิ่งยวดทั้งสองแบบ

1.3 ระเบียบการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้มีเป้าหมายที่จะทำการศึกษาผลของสารเจือทั้งแบบเป็นแม่เหล็กและไม่เป็นแม่เหล็กที่มีต่อสมบัติทางฟิสิกส์ในตัวนำยิ่งยวดแบบช่องว่างพลังงานเดี่ยว และแบบสองช่องว่างพลังงาน โดยใช้ทฤษฎี BCS ที่นำมาปรับปรุงเพื่อให้สามารถใช้กับตัวนำยิ่งยวดที่มีสารเจือ แล้วนำมาประยุกต์ใช้หาสมบัติทางฟิสิกส์ ต่างๆ ประกอบไปด้วย อุณหภูมิวิกฤติ ช่องว่างพลังงาน สัมประสิทธิ์ของไอโซโทป ความจุความร้อน และค่าเวลาการผ่อนคลาย

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

ศึกษาผลของสารเจือทั้งแบบแม่เหล็กและไม่ใช้แม่เหล็กที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤติ ช่องว่างพลังงาน สัมประสิทธิ์ของไอโซโทป และความจุความร้อน ในตัวนำยิ่งยวดแบบช่องว่างพลังงานเดี่ยว และแบบสองช่องว่างพลังงาน ที่มีสมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบต่างๆ

1.5 แผนการดำเนินงานตลอดโครงการ

กิจกรรม \ เดือนที่	1-6	7-12	13-18	19-24
ศึกษาผลงานที่เกี่ยวข้อง เช่น สมบัติต่างๆ ของตัวนำยิ่งยวดแบบช่องว่างพลังงานเดี่ยวและสองแถบพลังงาน ที่มีสารเจือ และทฤษฎีใหม่ที่มีการนำเสนอ รวมถึงเทคนิคในการแก้ปัญหา	<<==	=====	==>>	
สร้างแบบจำลองของตัวนำยิ่งยวดแบบช่องว่างพลังงานเดี่ยวและสองแถบพลังงานที่มีสารเจือแบบเป็นแม่เหล็กและไม่เป็นแม่เหล็กโดยจะประยุกต์หรือดัดแปลงจากของ Haran และ Nagi	<<==	=====	==>>	
คำนวณสมบัติของตัวนำยิ่งยวดที่มีสารเจือแบบเป็นแม่เหล็กและไม่เป็นแม่เหล็กเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้คำตอบของ -อุณหภูมิวิกฤติ และดัชนีของปรากฏการณ์ไอโซโทป -ช่องว่างพลังงาน -ความจุความร้อน	<<==	==>>	<<=>>	<<=>>
คำนวณเชิงตัวเลข โดยโปรแกรม mathematica และ เทคนิคการทำซ้ำแบบ Newton		<<==	==>>	
นำเสนอผลงานในวารสาร		<=>		<==>
สรุปโครงการ				<==>
ผลที่คาดว่าจะได้รับ	Paper 1 เรื่อง		Paper 1 เรื่อง	

1.6 ประวัติการค้นพบตัวนำยวดยิ่ง

สภาพนำยวดยิ่งถูกพบครั้งแรกในปรอท โดย Kamerlingh Onnes[1] ในปี 1911 เมื่อลดอุณหภูมิจนต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤติ(T_c) ตัวนำยวดยิ่งจะเปลี่ยนสถานะจาก สถานะปกติ เป็นสถานะนำยวดยิ่ง ที่มีสมบัติที่แตกต่างจากสถานะปกติอย่างชัดเจนคือ มีความต้านทานเป็นศูนย์ ปรากฏการณ์ไมสเนอร์ (Meissner Effect) ปรากฏการณ์ไอโซโทป(Isotope Effect) และปรากฏการณ์โจเซฟสัน (Josephson Effect)

ในปี 1988 Bednorz และ Muller [2] พบสภาพนำยวดยิ่งในสารประกอบของธาตุทรานสิชันและออกไซด์ ซึ่งเป็นตัวนำยวดยิ่งตระกูลใหม่ที่เรียกว่า ตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง มีสมบัติที่แตกต่างกับตัวนำยวดยิ่งแบบเดิมหลายประการ กล่าวคือแม้ว่าจะเป็นตัวนำยวดยิ่งแบบช่องว่างพลังงานเดี่ยวเช่นเดียวกันแต่สมมาตรของช่องว่างพลังงานเป็นแบบ d-wave และความหนาแน่นสถานะเป็นแบบ van Hove เป็นส่วนใหญ่ มีโครงสร้างแบบเป็นชั้นๆโดยมีชั้นของคอปเปอร์ออกไซด์เป็นชั้นที่เกิดการนำไฟฟ้าดังนั้นความไม่สมมาตรของโครงสร้าง จะต้องมีผลต่อสมบัติของตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงอย่างแน่นอน ซึ่งอาจมีผลทำให้มีอุณหภูมิวิกฤติสูงกว่าตัวนำยวดยิ่งแบบเดิมมาก เช่น พบว่า ในตระกูล Bi-Sr-Ca-Cu-O [3] สามารถให้ T_c ได้สูงถึง 110 K สูงกว่าจุดเดือดของไนโตรเจนเหลว(77K) ก่อนข้างมาก ดังนั้นจึงสามารถนำมาใช้ประโยชน์ได้กว้างขวางกว่าตัวนำยวดยิ่งแบบเดิม ที่ใช้ฮีเลียมเหลว(4 K)เป็นสารหล่อเย็น และยังเป็นที่คาดหวังกันว่า ถ้าสามารถสร้างตัวนำยวดยิ่งที่มี T_c สูงถึงอุณหภูมิห้องก็สามารถนำมาใช้ แทนทองแดงในสายไฟฟ้าต่างๆ ในอุปกรณ์ทางไฟฟ้า เนื่องจากตัวนำยวดยิ่งไม่มีความต้านทานจะสามารถลดการสูญเสียพลังงานและเพิ่มประสิทธิภาพของอุปกรณ์นั้นได้เป็นอย่างมาก

เมื่อเดือนมกราคมปี 2001 มีการค้นพบตัวนำยวดยิ่งตัวใหม่ คือ MgB_2 [4] ที่เป็นตัวนำยวดยิ่งแบบสองช่องว่างพลังงานที่มีโครงสร้างและองค์ประกอบที่แตกต่างจากตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงเดิมมาก มีโครงสร้างที่ง่าย ๆ เป็นกลุ่มที่สัมพันธ์กับสารประกอบของโบรอน ตัวนำยวดยิ่งชนิดนี้พบได้ใน สารประกอบ binary โครงสร้างแบบ AlB_2 (space group $P6/mmm$) ที่มีชั้นของโบรอนแบบ graphite-type อยู่ระหว่างชั้นของ Mg ที่มีการวางตัวแบบ hexagonal close-packed และมีระยะห่างระหว่างระนาบโบรอนมากกว่าระยะระหว่างโบรอนในระนาบ แสดงว่า MgB_2 มีโครงสร้างแบบ anisotropy เชื่อว่าการมีโครงสร้างแบบชั้นๆของสารประกอบชนิดนี้อาจมีผลกระทบที่สำคัญต่อสมบัติต่างๆในสภาพนำยวดยิ่งเช่นเดียวกับตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง จากการทดลองพบว่า มี T_c ที่สูงถึง 39 K ซึ่งสูงกว่าขอบเขตที่อธิบายได้ดีด้วยทฤษฎี BCS และยังไม่มีทฤษฎีหรือคำอธิบายใดที่ได้รับการยอมรับอย่างกว้างขวาง เนื่องจากมีโครงสร้างที่ไม่ซับซ้อนจึงสามารถเตรียมได้ง่าย รวมทั้งยังสามารถนำไปขึ้นรูปทำตัวนำได้ง่าย และสะดวกกว่าตัวนำยวดยิ่งกลุ่มคอปเปอร์ออกไซด์ จึงเป็นที่สนใจของนักวิทยาศาสตร์ทั่วโลก

จากการศึกษาผลของสารเจือที่มีต่อสมบัติของตัวนำยวดยิ่งที่มีช่องว่างพลังงานเดี่ยว โดยเฉพาะต่ออุณหภูมิวิกฤติและสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปพบว่าสำหรับกรณีของสารเจือที่ไม่

เป็นแม่เหล็กจะไม่มีผลต่ออุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยิ่งยวดที่มีสมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบ s-wave เลย แต่จะมีผลอย่างมากในสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบ d-wave, p-wave และ f-wave

ในปัจจุบันมีทฤษฎีของตัวนำยิ่งยวดที่ได้รับการยอมรับอย่างกว้างคือ ทฤษฎี BCS [5] ที่ถูกเสนอโดย Bardeen, Cooper และ Schrieffer ใน ปี 1957 โดยมีหลักการที่ว่า ตัวนำในสถานะนำยิ่งยวดคือ คู่ของอิเล็กตรอนที่ดึงดูดกันด้วยปฏิกิริยาที่มีโฟนอนเป็นตัวช่วย (electron-phonon interaction) และ คู่ของอิเล็กตรอนนี้ถูกเรียกว่า คู่ของคูเปอร์ (Cooper pair) [6]

BCS ได้เสนอแบบจำลองของฮามิลโทเนียน(Hamiltonian) ที่มีคู่ของคูเปอร์เป็นตัวนำ ดังนี้

$$H = \sum_{k\sigma} \varepsilon_k C_{k\sigma}^+ C_{k\sigma} - \sum_{kk'} V_{kk'} C_{k\uparrow}^+ C_{-k\downarrow}^+ C_{-k'\downarrow} C_{k'\uparrow}$$

โดย ε_k เป็นพลังงานของอิเล็กตรอนวัดจากระดับพลังงานเฟอร์มี $V_{kk'}$ เป็นพลังงานศักย์ของการดึงดูดกันของคูเปอร์ และ $C_{k\sigma}^+, C_{k\sigma}$ เป็นตัวดำเนินการสร้างและทำลายตามลำดับ

เมื่อนำฮามิลโทเนียนมาคำนวณด้วยวิธีทางคณิตศาสตร์จะพบว่าทฤษฎี BCS สามารถอธิบายสมบัติต่างๆของตัวนำยิ่งยวดแบบดั้งเดิมได้ดี แต่สำหรับตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงและ MgB_2 ยังมีสมบัติหลายประการที่ไม่สามารถอธิบายได้

บทที่ 2

เอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะกล่าวถึงงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับ ช่องว่างพลังงาน อุณหภูมิวิกฤติ ความจุความร้อน ดัชนีของปรากฏการณ์ไอโซโทป และค่าเวลาการผ่อนคลาย ในตัวนำยวดยิ่งแบบที่มีสารเจือ

2.1 สัมประสิทธิ์ของปรากฏการณ์ไอโซโทป

จากการทดลองพบว่า $T_c \propto M^{-\alpha}$ โดย M คือมวลของไอโซโทป และ α เป็นสัมประสิทธิ์ของปรากฏการณ์ไอโซโทป ตามทฤษฎี BCS พบว่า $\alpha = 1/2$ เกิดจากการกำหนดว่ากลไกของสภาพนำยวดยิ่งเกิดจากปฏิกิริยาของอิเล็กตรอนกับโฟนอน

จากการทดลองวัดสัมประสิทธิ์ของปรากฏการณ์ไอโซโทป ใน MgB_2 Budko และคณะ [7] พบว่า $\alpha_B = 0.2$ และ Hinks [8] ได้ $\alpha_B = 0.3$ และ $\alpha_{Mg} = 0.02$ แสดงว่าค่าสัมประสิทธิ์ของปรากฏการณ์ไอโซโทปทั้งหมด $\alpha_T = \alpha_B + \alpha_{Mg}$ มีค่าประมาณ 0.3 การทดลองชี้ว่า มีผลของอันตรกิริยาของอิเล็กตรอนกับโฟนอน (electron-phonon interaction) ตามแบบ BCS เกี่ยวข้องด้วย อาจกล่าวได้ว่า MgB_2 คุณสมบัติคล้ายกับตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิม

Dahm [9] และ ผู้วิจัย [10] ได้ทำการศึกษาผลของช่องว่างเทียมและแบบจำลอง two-square-well model และผลของปฏิกิริยาระยะสั้นที่เกิดจากโฟนอนและอิเล็กตรอน ที่มีผลต่อสัมประสิทธิ์ของปรากฏการณ์ไอโซโทปในตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง ทั้งในคลื่นสมมาตรแบบ s และ d โดยใช้สมการของช่องว่างพลังงานเป็น

$$\Delta(k) = \sum_{k'} V_{kk'} \frac{\tanh(\sqrt{\epsilon_{k'}^2 + E_g^2} / 2T_c)}{2\sqrt{\epsilon_{k'}^2 + E_g^2}} \Delta'(k')$$

ในที่นี้ E_g คือช่องว่างพลังงานเทียม ซึ่งได้ผลการคำนวณที่สอดคล้องกับผลการทดลองเป็นอย่างดี

Mierzynska และ Wysokinski [11] ศึกษาผลของสารเจือในระนาบและนอกระนาบที่มีต่อสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปของตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง พบว่าในกรณีของ striped cuprate สัมประสิทธิ์ของไอโซโทปเพิ่มขึ้นเมื่อความเข้มข้นของสารเจือเพิ่มขึ้นในบริเวณ underdoped และมีค่าไม่เปลี่ยนแปลงในบริเวณ overdoped

ผู้วิจัยและคณะ [12] ศึกษาตัวนำยวดยิ่งโดยใช้แบบจำลอง two-band model ของ ตัวนำยวดยิ่งแบบคลื่น s-wave ที่มีทั้งแรงดึงดูดแบบโฟนอนและแบบไม่ใช่โฟนอนและความหนาแน่นสถานะแบบคงตัวและแบบ van Hove โดยได้แสดงผลการคำนวณของสัมประสิทธิ์ไอโซโทปทั้ง analytic และเชิงตัวเลขพบว่าสำหรับความหนาแน่นสถานะแบบคงตัวเท่านั้นที่สามารถอธิบายสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปของแมกนีเซียมไดโบไรด์ได้

Haran และ Nagi [13-17] ได้เสนอวิธีในการศึกษาผลสารเจือทั้งแบบไม่เป็นแม่เหล็ก และแบบที่เป็นแม่เหล็ก ที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤติและสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปของตัวนำยิ่งยวดยิ่ง อุณหภูมิสูง แบบที่ขึ้นกับทิศทาง ในขอบเขตการประมาณแบบ Born เป็นทฤษฎีที่สามารถใช้อธิบายตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงได้อย่างดีโดยเริ่มพิจารณาจาก Green function ตามแนวทางการนี้

$$G(\omega, k) = -\frac{i\tilde{\omega} + \xi_k}{\tilde{\omega}^2 + \xi_k^2 + |\tilde{\Delta}(k)|^2}$$

และนอกแนวทางการเป็น

$$F(\omega, k) = \frac{\tilde{\Delta}(k)}{\tilde{\omega}^2 + \xi_k^2 + |\tilde{\Delta}(k)|^2}$$

เมื่อ $\tilde{\omega}(k)$ เป็น renormalized Matsubara frequency และ $\tilde{\Delta}(k)$ เป็น renormalized order parameter

Ohashi [18] เสนอวิธีการคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤติตัวนำยิ่งยวดแบบสองแถบ ที่มีสารเจือแบบไม่เป็นแม่เหล็ก โดยพิจารณาเริ่มจากฮาร์มิลโทเนียนแบบสองแถบตามสมการ

$$H = \sum_{p\sigma} \varepsilon_p^a a_{p\sigma}^+ a_{p\sigma} + \sum_{p\sigma} \varepsilon_p^b b_{p\sigma}^+ b_{p\sigma} - g_{aa} \sum_{pp'} a_{p\uparrow}^+ a_{-p\downarrow}^+ a_{-p'\downarrow} a_{p'\uparrow} - g_{bb} \sum_{pp'} b_{p\uparrow}^+ b_{-p\downarrow}^+ b_{-p'\downarrow} b_{p'\uparrow} \\ - g_{ab} \sum_{pp'} a_{p\uparrow}^+ a_{-p\downarrow}^+ b_{-p'\downarrow} b_{p'\uparrow} - g_{ba} \sum_{pp'} b_{p\uparrow}^+ b_{-p\downarrow}^+ a_{-p'\downarrow} a_{p'\uparrow} + H_{imp}$$

เมื่อ H_{imp} เป็นฮาร์มิลโทเนียนของสารเจือแบบที่ไม่เป็นแม่เหล็ก ตามสมการ

$$H_{imp} = \sum_{Rpp'\sigma} e^{i(p-p')\cdot R_i} [v_{aa} a_{p\sigma}^+ a_{p'\sigma} + v_{bb} b_{p\sigma}^+ b_{p'\sigma} + v_{ab} a_{p\sigma}^+ b_{p'\sigma} + v_{ba} b_{p\sigma}^+ a_{p'\sigma}]$$

Openov และคณะ [19,20] ได้ศึกษาสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปและอุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยิ่งยวดแบบช่องว่างพลังงานเดี่ยวที่มีสารเจือแบบเป็นแม่เหล็กและไม่เป็นแม่เหล็ก ซึ่งได้รูปแบบของสมการที่ใกล้เคียงกับของ Haran และ Nagi

งานวิจัยของผู้วิจัย[21-23] ได้อธิบายอัตราส่วนของช่องว่างพลังงาน (Δ_0) กับอุณหภูมิวิกฤติ (T_c) ในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงโดยใช้ความหนาแน่นสถานะ ($N(\varepsilon)$) แบบ van Hove และแบบยกกำลัง โดยใช้สมการของช่องว่างพลังงานตามแบบ BCS คือ

$$\frac{2}{V} = \int_{E_F - \omega_D}^{E_F + \omega_D} \frac{N(\varepsilon) \tanh(\sqrt{(\varepsilon - E_F)^2 + \Delta^2(T)} / 2T)}{\sqrt{(\varepsilon - E_F)^2 + \Delta^2(T)}} d\varepsilon$$

โดย ω_D คือ พลังงานของ Debye และ E_F คือ พลังงานของเฟอร์มี

พบว่าอัตราส่วนของช่องว่างพลังงานกับอุณหภูมิวิกฤติที่ได้จากการคำนวณมีค่าสอดคล้องกับค่าที่ได้จากการทดลองของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงดี

Prozorov และ คณะ [24] ใช้ proximity effect ในการอธิบาย อัตราส่วนของช่องว่างพลังงานกับอุณหภูมิวิกฤติของ MgB_2 เนื่องจากพบว่า MgB_2 มีโครงสร้างเป็นชั้นๆ ผลที่ได้สามารถเข้ากับผลการทดลองได้เมื่อ $\Delta_0 \approx 2.61 \text{ meV}$ หรือ $2\Delta_0/T_c = 1.54$

Pringle, William และ Tallon [25] ศึกษาผลของการโด๊ป และ สารเจือที่ต่อสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปของตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงโดยมีความหนาแน่นสถานะตามสมการ

$$N(E) = N_0 + N_1 \ln\left[\frac{E_0}{|E|}\right], \quad |E| \leq E_0$$

$$= N_0, \quad E_0 < |E| < E_2$$

2.2 อัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียส

การวัดอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียส เป็นข้อมูลที่สำคัญอย่างหนึ่งสำหรับอธิบายตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิวิกฤตสูง โดยแสดงถึงลักษณะของการเกิด Gap opening และการกระตุ้นของกึ่งอนุภาคเมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซ (Nuclear spin-lattice relaxation) จากการศึกษาในสารตัวนำยวดยิ่ง ^{27}Al ของ Hebel และ Slichter [27] พบว่ามีการเกิดพีคในการวัดค่าอัตราการผ่อนคลายสปินในตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิมขึ้นที่บริเวณต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤติ ซึ่งมีสอดคล้องกับทฤษฎี BCS เป็นอย่างมาก

ลีดอนและซูล [27] ได้ศึกษาอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสเมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซ (Nuclear spin-lattice relaxation rate, $1/T_1$) ของตัวนำยวดยิ่ง โดยใช้วิธีฟังก์ชันกรีน

ฮาเซกาวา [28] ได้ศึกษาอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียส ในตัวนำยวดยิ่งที่มีความหนาแน่นสถานะแบบขึ้นกับทิศทางของ Line-nodes ของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นพี

เมื่อเร็วๆนี้ ปาร์คเกอร์และฮาส [29] ได้ศึกษาผลของความหนาแน่นสถานะแบบต่างๆของตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิมที่มีต่ออัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสเมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซ โดยปรับปรุงทฤษฎี BCS เพื่อแสดงให้เห็นว่าในตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิมจะมีพีคเล็กๆ เกิดขึ้นที่บริเวณใกล้ๆ กับอุณหภูมิวิกฤต

บทที่ 3

สมบัติบางประการของตัวนำยวดยิ่งที่มีสารเจือ

ในงานวิจัยครั้งนี้จึงมีจุดประสงค์เพื่อศึกษาสมบัติบางประการของตัวนำยวดยิ่งที่มีสารเจือทางทฤษฎี เพื่อเป็นแนวทางในการใช้อธิบายกลไกการเกิดสภาพนำยวดยิ่ง

3.1 ผลของสารเจือที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤติ

การศึกษาผลของสารเจือทั้งแบบไม่เป็นแม่เหล็กและแบบที่เป็นแม่เหล็กที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤติ ในตัวนำยวดยิ่ง ครั้งนี้ เป็นการศึกษาต่อจากโครงการที่ผ่านมา โดยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำแบบจำลองของ Haran และ Nagi [13-17] รวมทั้งแบบจำลองของ Openov[19,20] เพื่อพัฒนาแบบจำลองให้สมบูรณ์มากยิ่งขึ้นทั้งนี้จะคำนึงถึงผลของศักย์การกระเจิงทั้งแบบที่ขึ้นกับสปินและไม่ขึ้นกับสปินที่มีผลต่อสมบัติของตัวนำยวดยิ่ง

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้เริ่มทำการศึกษาระบวนการศึกษาผลของสารเจือใหม่โดยเริ่มต้นที่ฮาร์มิลโทเนียน ตามแบบของ BCS ดังนี้

$$H = \sum_{k,\sigma} \varepsilon_k a_{k\sigma}^+ a_{k\sigma} + \sum_{k,k',\sigma,\sigma'} u(k,\sigma;k',\sigma') a_{k\sigma}^+ a_{k'\sigma'} + \sum_{k,k'} V(k,k') a_{k\uparrow}^+ a_{-k\downarrow}^+ a_{-k'\downarrow} a_{k'\uparrow} \quad (3.1)$$

โดยตัวดำเนินการสร้าง(ทำลาย) $a_{k\sigma}^+ (a_{k\sigma})$ สำหรับอิเล็กตรอนที่มีเลขคลื่น k และสปินบน

แกน z-axis เป็น $\sigma = \uparrow$ หรือ $\downarrow$, พลังงานของกึ่งอนุภาควัดจากพลังงานศักย์เคมี μ เป็น

$\varepsilon_k = \xi_k - \mu$ (ไม่ขึ้นกับสปิน), $u(k,\sigma;k',\sigma')$ เป็นเมตริกซ์ของการกระเจิงของอิเล็กตรอนแบบ

สุม จากสถานะ (k',σ') ไปสถานะ (k,σ) , และ $V(k,k')$ เป็นศักย์ของการเกิดคู่ของ BCS

โดย $V(k,k') = -V_0 e(k)e(k')$ เมื่อ V_0 เป็นพลังงานการเกิดคู่ และ $e(k)$ เป็น real basis

function

นำฮาร์มิลโทเนียนมาคำนวณหา Green's function โดยกำหนด normal และ anomalous temperature Green's function ดังนี้

$$G(k, \tau) = - \langle T_\tau a_{k\sigma}(\tau) a_{k\sigma}^+(0) \rangle, F(k, \tau) = \langle T_\tau a_{-k-\sigma}^+(\tau) a_{k\sigma}^+(0) \rangle,$$

$$\tilde{G}(k, \tau) = - \langle T_\tau a_{-k-\sigma}^+(\tau) a_{-k-\sigma}(0) \rangle, \tilde{F}(k, \tau) = \langle T_\tau a_{k\sigma}(\tau) a_{-k-\sigma}(0) \rangle$$

เขียนเมตริกซ์ของ Green function ตาม Nambu representation เป็น

$$\hat{G}(\omega, k) = \begin{pmatrix} G(\omega, k) & -\tilde{F}(\omega, k) \\ -F(\omega, k) & \tilde{G}(\omega, k) \end{pmatrix}$$

ดังนั้น normal และ anomalous temperature Green's function เฉลี่ยทั่วสารเจือทั้งตำแหน่งและสปิน เป็น

$$G(\omega, k) = -\frac{i\tilde{\omega} + \varepsilon_k}{\tilde{\omega}^2 + \varepsilon_k^2 + |\tilde{\Delta}(k)|^2} \quad (3.2)$$

$$F(\omega, k) = \frac{\tilde{\Delta}(k)}{\tilde{\omega}^2 + \varepsilon_k^2 + |\tilde{\Delta}(k)|^2} \quad (3.3)$$

เมื่อ $\tilde{\omega}(k)$ เป็น renormalized Matsubara frequency และ $\tilde{\Delta}(k)$ เป็น renormalized order parameter

กำหนดให้ $u(k, k')$ เป็นศักย์ของสารเจือที่ขึ้นกับเวกเตอร์คลื่น ตามสมการ

$$u(k, k') = v(k, k') + J(k, k') \quad (3.4)$$

เมื่อ $v(k, k')$ ศักย์ที่ไม่ขึ้นกับสปิน และ $J(k, k')$ เป็นเทอมที่เกิดจากสปิน กำหนดให้อิทธิพลของการกระเจิงสามารถแยกตัวแปรได้ตามสมการ

$$v^2(k, k') = v_0^2 + v_1^2 f(k) f(k') \quad (3.5)$$

$$J^2(k, k') = J_0^2 + J_1^2 g(k) g(k') \quad (3.6)$$

เมื่อ $v_0(v_1), J_0(J_1)$ คือแอมพลิจูดของการกระเจิงแบบสมมาตร (isotropic) เนื่องจากสารเจือแบบไม่เป็นแม่เหล็ก(เป็นแม่เหล็ก)

$f(k), g(k)$ คือฟังก์ชันของการกระเจิงแบบขึ้นกับทิศทาง (anisotropic) เนื่องจากสารเจือแบบไม่เป็นแม่เหล็กและเป็นแม่เหล็ก ซึ่งค่าเฉลี่ยทั่วผิวเฟอร์มีของ $f(k)$ และ $g(k)$ จะมีค่าเป็นศูนย์, $\langle f(k) \rangle = \langle g(k) \rangle = 0$ และค่า normalized เป็น $\langle f^2(k) \rangle = 1$ และ $\langle g^2(k) \rangle = 1$ เพื่อให้แบบจำลองมีความครอบคลุมมากขึ้นจะกำหนดให้ $g(k) \neq f(k)$ ก่อนในการคำนวณ ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จะครอบคลุมทั้งกรณี $g(k) = \pm f(k)$ และ $g(k) \neq f(k)$

พิจารณาผลของสารเจือบนตัวนำยวดยิ่งแบบไม่สมมาตรตามสมการ [19,20]

$$\hat{G}^{-1}(\omega, k) = \hat{G}_0^{-1} - \hat{M}(\omega, k)$$

เมื่อ $\hat{M}(\omega, k) = \langle u(k, k') \hat{G}(\omega, k') u(k', k) \rangle$.

จะได้ $\tilde{\omega}(k)$ และ $\tilde{\Delta}(k)$ [30,31] ตามสมการ

$$\tilde{\omega}(k) = \omega + \pi n_i N_0 \int_{FS} dS_{k'} n(k') \tilde{\omega}(k') \frac{v^2(k, k') + J^2(k, k')}{\sqrt{\tilde{\omega}^2(k') + \tilde{\Delta}^2(k')}} \quad (3.7)$$

$$\tilde{\Delta}(k) = \Delta + \pi n_i N_0 \int_{FS} dS_{k'} n(k') \tilde{\Delta}(k') \frac{v^2(k, k') \mp J^2(k, k')}{\sqrt{\tilde{\omega}^2(k') + \tilde{\Delta}^2(k')}} \quad (3.8)$$

โดย $\omega = \pi T(2n+1)$

T เป็นอุณหภูมิ และ n เป็นจำนวนเต็ม

ξ_k เป็นพลังงานของ กิ่งอนุภาค

n_i เป็นความเข้มข้นของสารเจือ

โดย $\Delta(k)$ เป็น order parameter ที่ขึ้นกับ เวกเตอร์คลื่น ตามสมการ

$$\Delta(k) = \Delta e(k) \quad (3.9)$$

เมื่อ $e(k)$ เป็น basis function ที่ขึ้นกับ เวกเตอร์คลื่น และ Δ เป็น order parameter ที่ไม่ขึ้นกับ เวกเตอร์คลื่น และมีเงื่อนไขการ normalized เป็น $\langle e^2 \rangle = 1$

เครื่องหมาย $\pm$ ที่เทอมของ second-order Born scattering ในสมการของ order parameter เป็นแบบจำลองของผู้วิจัย[31,32] ซึ่งจะมีความสำคัญในการพิจารณาสมการอย่างมาก และยังไม่เคยมีใครให้ความสนใจมาก่อน เครื่องหมาย บวก "+" สามารถเกิดขึ้นได้ในกรณีที่มีผลของของศักย์สารเจือแบบไม่ขึ้นกับสปินมากกว่าแบบที่ขึ้นกับสปิน เครื่องหมาย ลบ "-" เกิดกับกรณี มีผลของของศักย์สารเจือแบบไม่ขึ้นกับสปินน้อยกว่าแบบที่ขึ้นกับสปิน

กำหนดให้ การอินทิเกรตของเวกเตอร์คลื่น $\int d^3k / (2\pi)^3$ กระทำทั่วบริเวณผิวเฟอร์มี ดังนั้น สามารถเขียนแทนได้ด้วย $N_0 \int_{FS} dS_k n(k) \int d\xi_k$ โดยมี N_0 เป็นความหนาแน่นสถานะที่ผิวเฟอร์มี และ $n(k)$ เป็นความหนาแน่นสถานะ angle-resolved ที่ผิวเฟอร์มี และมีเงื่อนไขการ normalized เป็น $\int_{FS} dS_k n(k) = 1$

จากสมการของช่องว่างพลังงานในขอบเขตการคู่ควบอย่างอ่อน

$$\Delta(k) = -T \sum_{\omega} \sum_{k'} V(k, k') \frac{\tilde{\Delta}(k')}{\tilde{\omega}^2 + \xi_{k'}^2 + |\tilde{\Delta}(k')|^2} \quad (3.10)$$

เมื่อ $V(k, k')$ เป็นศักย์ของการเกิดคู่คูเปอร์ แบบที่ขึ้นกับทิศทางและมีสมการเป็น

$$V(k, k') = -V_0 e(k) e(k') \quad (3.11)$$

คำนวณหาสมการของอุณหภูมิวิกฤติได้เป็น

$$\ln\left(\frac{T_c}{T_{C0}}\right) = 2\pi T_c \sum_{\omega>0} \{ [f(\omega)]_{\Lambda=0} - \frac{1}{\omega} \} \quad (3.12)$$

โดย

$$[f(\omega)]_{\Lambda=0} = \int_{FS} dS_k n(k) \frac{e(k)}{\tilde{\omega}_0(k)} \left[\frac{\tilde{\Delta}(k)}{\Delta} \right]_{\Lambda=0} \quad (3.13)$$

เมื่อ T_{C0} เป็นอุณหภูมิวิกฤติของตัวนำวดยิ่งที่ไม่มีสารเจือ
แทนค่าในสมการจะได้สมการของอุณหภูมิวิกฤติเป็น

$$\ln\left(\frac{T_c}{T_{c0}}\right) = (1 - \langle e \rangle^2) \left[\Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \left(\frac{\Gamma_0 + G_0}{2\pi T_c}\right)\right) \right] + S_1 + S_2 + S_3 \quad (3.14)$$

โดย

$$S_1 = 2\pi T_c \sum_{\omega>0} \frac{\langle ef \rangle}{(\omega + \Gamma_0 + G_0)} \frac{\Gamma_1 \langle ef \rangle (\omega + \Gamma_0 + G_0 \pm G_1) \mp \langle fg \rangle \langle eg \rangle G_1 \Gamma_1}{(\omega + \Gamma_0 + G_0 - \Gamma_1)(\omega + \Gamma_0 + G_0 \pm G_1) \pm \langle fg \rangle^2 \Gamma_1 G_1}$$

$$S_2 = \mp 2\pi T_c \sum_{\omega>0} \frac{\langle eg \rangle}{(\omega + \Gamma_0 + G_0)} \frac{G_1 \langle eg \rangle (\omega + \Gamma_0 + G_0 - \Gamma_1) + \langle fg \rangle \langle ef \rangle G_1 \Gamma_1}{(\omega + \Gamma_0 + G_0 \pm G_1)(\omega + \Gamma_0 + G_0 - \Gamma_1) \pm \langle fg \rangle^2 \Gamma_1 G_1}$$

$$S_3 = \langle e \rangle^2 \left[\Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{G_0 \pm G_0}{2\pi T_c}\right) \right]$$

เมื่อ $\Gamma_0 = \pi m_i N_0 v_0^2$, $\Gamma_1 = \pi m_i N_0 v_1^2$, $G_0 = \pi m_i N_0 J_0^2$, $G_1 = \pi m_i N_0 J_1^2$ เป็น อัตราการกระเจิง

ที่เกิดจาก isotropic non-magnetic, anisotropic non-magnetic, isotropic magnetic, and

anisotropic magnetic ตามลำดับ ซึ่ง G_0 และ G_1 มีค่าขึ้นกับขนาดสปินที่เกิดจากสารเจือที่

เป็นแม่เหล็ก โดยจะมีเครื่องหมายบวกลบเข้ามาเกี่ยวข้อง

สมการของอุณหภูมิกฤตที่ได้จะเป็นสมการของอุณหภูมิกฤตของตัวนำยิ่งยวดที่มีสารเจือแบบเป็นแม่เหล็กและไม่เป็นแม่เหล็กที่มีการกระจายตัวแบบสุ่ม โดยคำนึงผลของ spin exchange interaction ด้วย และสามารถครอบคลุมสมการของอุณหภูมิกฤตที่ได้นำเสนอมาก่อนแล้ว

3.2 ผลของสารเจือต่อสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป

เมื่อนำสมการของอุณหภูมิกฤตตามสมการ(3.14) มาคำนวณหาสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปโดยอาศัยความสัมพันธ์

$$\alpha = -\frac{d \ln T_c}{d \ln M} = \frac{1}{2} \frac{\omega_D}{T_c} \frac{dT_c}{d\omega_D}$$

จะได้

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_0}{\alpha} = & 1 - (1 - \langle e \rangle^2) \left(\frac{\Gamma_0 + G_0}{2\pi T_c} \right) \left(\Psi' \left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma_0 + G_0}{2\pi T_c} \right) - \frac{\langle e \rangle^2}{2\pi T_c} \Psi' \left(\frac{1}{2} + \frac{G_0 \pm G_0}{2\pi T_c} \right) \left(\frac{G_0 \pm G_0}{2\pi T_c} \right) \right) \\ & - 2\pi T_c \sum_{\omega > 0} \left(\frac{1}{\omega + \Gamma_0 + G_0} \right) \left(\frac{A}{B} \left(\frac{\Gamma_0 + G_0}{\omega + \Gamma_0 + G_0} \right) + \frac{\omega}{B} (\Gamma_1 \langle ef \rangle^2 \mp G_1 \langle eg \rangle^2) - \frac{2A\omega}{B^2} \left(\omega + \Gamma_0 + G_0 \pm \frac{G_1 - \Gamma_1}{2} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.15)$$

เมื่อ α (α_0) เป็น สัมประสิทธิ์ของไอโซโทปของตัวนำยิ่งยวดที่มีสารเจือ(บริสุทธิ์) และ

$$\begin{aligned} A = & (\omega + \Gamma_0 + G_0) (\Gamma_1 \langle ef \rangle^2 \mp G_1 \langle eg \rangle^2) \pm \Gamma_1 G_1 (\langle ef \rangle^2 + \langle eg \rangle^2) \mp 2\Gamma_1 G_1 \langle ef \rangle \langle fg \rangle \langle eg \rangle \\ B = & (\omega + \Gamma_0 + G_0 \pm G_1) (\omega + \Gamma_0 + G_0 - \Gamma_1) \pm \Gamma_1 G_1 \langle fg \rangle^2 \end{aligned}$$

สมการของสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปตามสมการ(3.15) จะมีผลของสารเจือแบบเป็นแม่เหล็กและแบบไม่เป็นแม่เหล็กอยู่ด้วย ทั้งนี้ยังรวมผลของการกระเจิงที่ไม่สมมาตรและผลของการกระเจิงเนื่องจากการสปีนของสารเจือด้วย

สำหรับกรณีที่สารเจือมีลักษณะสมมาตรค่อนข้างมากหรืออาจกล่าวได้ว่ามีผลของ Γ_1 และ G_1 น้อยๆ จะสามารถใช้การประมาณได้ โดยกระจาย S_1 และ S_2 ในรูปอนุกรม แล้วพิจารณาแค่เทอมแรกจะได้สมการของอุณหภูมิกฤตเป็น

$$\begin{aligned}
\ln\left(\frac{T_c}{T_{c0}}\right) = & \left(1 - \langle e \rangle^2 + \langle ef \rangle^2 + \langle eg \rangle^2 - 2\langle ef \rangle \langle fg \rangle \langle eg \rangle\right) \left[\Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma_0 + G_0}{2\pi T_c}\right)\right] \\
& - \left(\langle ef \rangle^2 \mp 2\left(\frac{G_1}{\Gamma_1 \pm G_1}\right) \langle ef \rangle \langle fg \rangle \langle eg \rangle\right) \left[\Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma_0 + G_0 - \Gamma_1}{2\pi T_c}\right)\right] \\
& - \left(\langle eg \rangle^2 - 2\left(\frac{\Gamma_1}{\Gamma_1 \pm G_1}\right) \langle ef \rangle \langle fg \rangle \langle eg \rangle\right) \left[\Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} - \frac{\Gamma_0 + G_0 \pm G_1}{2\pi T_c}\right)\right] \\
& + \langle e \rangle^2 \left[\Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{G_0 \pm G_0}{2\pi T_c}\right)\right]
\end{aligned} \tag{3.16}$$

และในทำนองเดียวกันสามารถหาสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปได้เป็น

$$\begin{aligned}
\frac{\alpha_0}{\alpha} = & 1 - \left(1 - \langle e \rangle^2 + \langle ef \rangle^2 + \langle eg \rangle^2 - 2\langle ef \rangle \langle fg \rangle \langle eg \rangle\right) \left(\frac{\Gamma_0 + G_0}{2\pi T_c}\right) \Psi'\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma_0 + G_0}{2\pi T_c}\right) \\
& + \left(\langle ef \rangle^2 \mp 2\left(\frac{G_1}{\Gamma_1 \pm G_1}\right) \langle ef \rangle \langle fg \rangle \langle eg \rangle\right) \left(\frac{\Gamma_0 + G_0 - \Gamma_1}{2\pi T_c}\right) \Psi'\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma_0 + G_0 - \Gamma_1}{2\pi T_c}\right) \\
& + \left(\langle eg \rangle^2 - 2\left(\frac{\Gamma_1}{\Gamma_1 \pm G_1}\right) \langle ef \rangle \langle fg \rangle \langle eg \rangle\right) \left(\frac{\Gamma_0 + G_0 \pm G_1}{2\pi T_c}\right) \Psi'\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma_0 + G_0 \pm G_1}{2\pi T_c}\right) \\
& - \langle e \rangle^2 \left(\frac{G_0 \pm G_0}{2\pi T_c}\right) \Psi'\left(\frac{1}{2} + \frac{G_0 \pm G_0}{2\pi T_c}\right)
\end{aligned} \tag{3.17}$$

จะพบว่าสมการ(3.16) และสมการ(3.17) สามารถลดรูปเป็นสมการของอุณหภูมิวิกฤติและ

สมการของสัมประสิทธิ์ไอโซโทปของกรณีที่ทำมาแล้วได้อย่างง่ายกว่าสมการ(3.14)และ(3.15)

3.3 ผลของสารเจือที่มีต่ออัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียส

ในการศึกษาอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียส($\frac{1}{T_1}$)เมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซ ได้นิยามว่า $\frac{1}{T_1}$ มีค่าแปรผันตามความน่าจะเป็น ($W_{n \rightarrow m}$) ของการกลับตัวของสปินของนิวเคลียสจากสถานะ $|n\rangle$ ไปยังสถานะ $|m\rangle$ สำหรับกรณีทั่วไป อันตรกิริยาการกลับตัวของสปินระหว่างสปินของนิวเคลียสและอิเล็กตรอนตัวนำ ความน่าจะเป็นนี้สามารถเขียนในรูปของฟังก์ชันกรีนของอนุภาคเดี่ยว ของระบบอิเล็กตรอนโดยสามารถเขียนได้เป็น[27]

$$W_{n \rightarrow m} = \frac{C^2}{2\hbar} \sum_{j,j'} \frac{[\langle n|I_j|m\rangle\langle m|I_{j'}|n\rangle + c.c.]}{[1 - \exp(\beta\omega)]} \text{Im} O[i\omega(q) \rightarrow \omega + i\delta] \\ \times \left\{ T \sum_s \left[G_{\omega(s)}(R_j, R_{j'}) G_{\omega(s)-\omega(q)}(R_{j'}, R_j) + F_{\omega(s)}(R_j, R_{j'}) F_{\omega(q)-\omega(s)}^+(R_j, R_{j'}) \right] \exp[i\omega(s)\eta] \right\}$$

เมื่อ $C = (-8\pi/3)\gamma_e\gamma_n\hbar^2$

γ_e, γ_n คือ ค่าคงตัวของอัตราส่วนแม่เหล็กโปรตอนและนิวเคลียส ตามลำดับ

I_j คือ สปินของนิวเคลียส

$\omega(q)$ คือ ความถี่ โดยที่ $\omega(q) = 2q\pi T$

$\omega(s)$ คือ ความถี่ โดยที่ $\omega(s) = (2s+1)\pi T$

q, s คือ จำนวนเต็ม โดยที่ $q = 1, 2, 3, \dots$ และ $s = 0, 1, 2, 3, \dots$

δ, η คือ ปริมาณที่มีค่าน้อยๆ

ω คือ ความถี่ที่เกิดจากความแตกต่างของระดับพลังงานซีแมน (Zeeman) ของสถานะ $|n\rangle$ และ $|m\rangle$ โดยทั่วไป ω จะมีค่าน้อย

และเมื่อแทนค่าแล้วจัดรูปสมการ สามารถเขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$W_{n \rightarrow m} = (C^2/2\pi\hbar) \sum_{j,j'} [\langle n|I_j|m\rangle\langle m|I_{j'}|n\rangle + c.c.] \int dE f(E) [1 - f(E - \omega)] \\ \times [\text{Im} G_E^R(R_j, R_{j'}) \text{Im} G_{E-\omega}^R(R_{j'}, R_j) + \text{Im} F_E^R(R_j, R_{j'}) \text{Im} F_{\omega-E}^{R+}(R_j, R_{j'})] \quad (3.19)$$

และมีความหนาแน่นสถานะของตัวนำวดยิ่งหาได้จากสมการ

$$N(E) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} [G_{ij}(i\omega_m \rightarrow E + i\delta)] = N_0 \text{Re} \left[\frac{E}{\sqrt{E^2 - |\Delta|^2}} \right] \quad (3.20)$$

เมื่อ N_0 คือ ความหนาแน่นสถานะที่ระดับพลังงานเฟอร์มิในสถานะนำปกติ

สมการอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียส T_1^{-1} มีค่าแปรผันตาม ความน่าจะเป็น ($W_{n \rightarrow m}$) ของการกลับตัวของสปินของนิวเคลียส จากสถานะ $|n\rangle$ ไปยังสถานะ $|m\rangle$ ดังนั้น จะสามารถเขียนได้ตามสมการ[33]

$$T_1^{-1} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^2 (\gamma_e\gamma_n)^2 W \quad (3.21)$$

สำหรับงานวิจัยชิ้นนี้จะทำการศึกษาผลของสารเจือที่มีต่ออัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียส ในตัวนำวยดิ่งแบบคลื่นดีที่มีสารเจือ โดยจะใช้สมการ(3.21) ในการคำนวณ ซึ่งเป็นสมการสำหรับตัวนำวยดิ่งแบบที่ไม่มีสารเจือและมีสารเจือก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นกับฟังก์ชันกรีนที่นำมาคำนวณ

เริ่มต้นการคำนวณด้วยการหาฟังก์ชันกรีน โดยใช้ฮามิลโทเนียน ของทฤษฎี BCS แบบที่ไม่มีสารเจือ ตามสมการ

$$H = \sum_{k\sigma} \varepsilon_k a_{k\sigma}^+ a_{k\sigma} + \sum_{kk'} V_{kk'} a_{k\uparrow}^+ a_{-k\downarrow}^+ a_{-k'\downarrow} a_{k'\uparrow} \quad (3.22)$$

เมื่อ ε_k คือ พลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน $C_{k\sigma}^+ (C_{k\sigma})$ คือ ตัวดำเนินการสร้าง (ทำลาย) และ $V_{kk'}$ คือ พลังงานศักย์ดึงดูดของอิเล็กตรอนสองตัวซึ่งจะเรียกออิเล็กตรอนทั้งสองตัวนี้ว่าคู่อุปเปอร์ โดยตามทฤษฎี BCS จะกำหนดให้ $V_{kk'} = V_0$

จากฮามิลโทเนียนสามารถคำนวณหา ฟังก์ชันกรีนของตัวนำวยดิ่งที่ไม่มีสารเจือ ที่ตำแหน่ง r เทียบกับ r' ได้เป็น

$$G_0(i\omega_m, r, r') = -\frac{1}{\Omega} \sum_k e^{ik \cdot (r-r')} \frac{i\omega_m + \varepsilon_k \tau_3 + \Delta_k \tau_1}{\omega_m^2 + \varepsilon_k^2 + \Delta_k^2} \quad (3.23)$$

เมื่อ τ_i คือเมทริกซ์เพาลี(Pauli matrices) เมื่อ $i = 0, 1, 2, 3$ โดยที่ $\tau_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \text{และ} \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

ω_m คือ ความถี่มัดซูบาระ โดยที่ $\omega_m = (2m+1)\pi T$ ซึ่ง m คือจำนวนเต็ม $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

ε_k คือ พลังงานของกึ่งอนุภาคที่มีโมเมนตัม k โดยวัดเทียบกับพลังงานเฟอร์มี

Δ_k คือ ช่องว่างพลังงาน สำหรับตัวนำวยดิ่งแบบคลื่นดี

Ω คือ ปริมาตรของระบบ

ในการหาฟังก์ชันกรีนของตัวนำวยดิ่งที่มีสารเจือจะทำการประมาณแบบ ที่-เมทริกซ์ ซึ่งมีรูปแบบตามสมการ

$$G(i\omega_m, r, r') = G_0(i\omega_m, r, r') + G_0(i\omega_m, r, 0) U_0 \tau_3 \frac{1}{1 - G_0(i\omega_m, 0, 0) U_0 \tau_3} G_0(i\omega_m, 0, r') \quad (3.24)$$

เมื่อ $U = U_0 \tau_3$ คือ พลังงานศักย์การกระเจิงเนื่องจากสารเจือ

นำสมการ (3.23) แทนค่าลงในสมการ (3.24) จะสามารถหาฟังก์ชันกรีนที่มีสารเจือ โดยกำหนดให้สารเจืออยู่ที่ตำแหน่ง $r = r' = 0$ ดังนั้น

$$G(i\omega_m, 0, 0) = N_0\pi \left(\frac{i\omega_m + \Delta_k \tau_1}{\sqrt{\omega_m^2 + \Delta_k^2}} \right) + \frac{1}{1 - \left(u_0 \left(\frac{i\omega_m + \Delta_k \tau_1}{\sqrt{\omega_m^2 + \Delta_k^2}} \right) \tau_3 \right)^2} \left[N_0\pi u_0 \left(\frac{i\omega_m + \Delta_k \tau_1}{\sqrt{\omega_m^2 + \Delta_k^2}} \right)^2 \tau_3 + N_0\pi u_0^2 \left(\frac{i\omega_m + \Delta_k \tau_1}{\sqrt{\omega_m^2 + \Delta_k^2}} \right)^3 \right] \quad (3.25)$$

และจากสมการ(3.20) สามารถหาความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่งที่มีสารเจือปนได้ตามสมการ

$$N_{imp}(E) = -\frac{1}{\pi N_0} \text{Im}[G_{11}(i\omega_m \rightarrow E + i\delta, 0, 0)] \quad (3.26)$$

เนื่องจากฟังก์ชันกรีนตามองค์ประกอบ 11 เป็น

$$G_{11}(i\omega_m, 0, 0) = N_0\pi \left(\frac{i\omega_m}{\sqrt{\omega_m^2 + \Delta_k^2}} \right) + \frac{1}{1 - \left(u_0 \left(\frac{i\omega_m}{\sqrt{\omega_m^2 + \Delta_k^2}} \right) \right)^2} \left[N_0\pi u_0 \left(\frac{i\omega_m}{\sqrt{\omega_m^2 + \Delta_k^2}} \right)^2 + N_0\pi u_0^2 \left(\frac{i\omega_m}{\sqrt{\omega_m^2 + \Delta_k^2}} \right)^3 \right]$$

นำไปแทนค่าแล้วจัดรูปจะได้

$$N_{imp}(E) = \frac{N_d(E)}{1 + u_0^2 N_d^2(E)} \quad (3.27)$$

เมื่อ $N_d(E) = \frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta_k^2}}$ คือ ความหนาแน่นสถานะที่ได้จากทฤษฎี BCS และ

$$u_0 = N_0\pi U_0$$

ในตัวนำยวดยิ่งแบบคลื่น $d_{x^2y^2}$ จะมีสมการช่องว่างพลังงานอยู่ในรูปสมการ

$\Delta_k(T) = \Delta(T) \sin 2\theta$ หรือ $\Delta_k(T) = \Delta(T) \cos 2\theta$ ในระบบแบบสองมิติ เมื่อ $\Delta_k(T)$ เป็นช่องว่างพลังงานแบบที่ขึ้นกับอุณหภูมิและเวกเตอร์คลื่น และ $\Delta(T)$ เป็นช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิเท่านั้น และ θ เป็นมุมที่วัดจากแกน k_x เขียนสมการ(3.28) ใหม่เป็น

$$N_{imp}(E, \theta) = \frac{N_d(E, \theta)}{1 + u_0^2 N_d^2(E, \theta)} \quad (3.28)$$

โดย $N_{imp}(E) = \int d\Omega N_{imp}(E, \theta)$.

หาค่าเฉลี่ยของความหนาแน่นสถานะทั่วผิวเฟอร์มี แล้วพิจารณากรณีที่ มีสารเจือแบบอ่อน โดย $u_0 N_d(E) \ll 1$ ในตัวนำวยดิ่งแบบคลื่นดีที่มีโครงสร้างแบบ 2 มิติ ซึ่งจากสมการ (3.28) สามารถหาสมการของความหนาแน่นสถานะได้เป็น

$$\begin{aligned} N_{imp}(E) &\approx \frac{2}{\pi} K\left(\frac{\Delta}{E}\right) - \frac{2}{\pi} u_0^2 \left(1 + \frac{\Delta^2}{E^2}\right) E \left(\frac{\Delta}{E}\right) && \text{เมื่อ } E > \Delta \\ &\approx \frac{2}{\pi} \frac{E}{\Delta} K\left(\frac{E}{\Delta}\right) && \text{เมื่อ } E < \Delta \end{aligned} \quad (3.29)$$

เมื่อ $K(E)$ และ $E(E)$ เป็น the complete elliptic integral of first และ second kind ตามลำดับ

สำหรับตัวนำวยดิ่งแบบคลื่นดี พบว่า W ตามสมการ(3.19) สามารถเขียนได้เป็น $W = \int dE \frac{a_{11}(E)a_{22}(-E) - a_{12}(E)a_{21}(-E)}{1 + \cosh(E/T)}$. เมื่อ a_{ij} เป็นค่าตามองค์ประกอบต่างๆของ

ฟังก์ชันกรีน และ $N_{imp}(E) = \frac{a_{11}(E)}{N_0} = \frac{a_{22}(-E)}{N_0}$ โดย a_{12} และ a_{21} มีค่าเป็นศูนย์

เนื่องจากคู่ของอิเล็กตรอนไม่สามารถอยู่ที่ตำแหน่งเดียวกันได้ ซึ่งได้[33]

$$W = N_0^2 \int_0^{\omega_p} \sec h^2\left(\frac{E}{2T}\right) N_{imp}^2(E) dE \quad (3.30)$$

แทนค่า สมการ(3.29) ลงในสมการ(3.30) แล้วแทนค่า $\sec h^2 x = 1 - \tanh^2 x$ และใช้การประมาณ $\tanh x \approx x, x < 1$ และ $\tanh x \approx 1, x > 1$ ซึ่งทำให้การคำนวณแบ่งออกเป็นสองส่วน คือ เมื่อ $\Delta < 2T$ และ $\Delta > 2T$

สำหรับกรณี $\Delta < 2T$ จะได้

$$\frac{W}{T} = 2N_0^2 \left(\frac{\Delta}{2T} \right) \left\{ \int_0^1 \left(\frac{2}{\pi} x K(x) \right)^2 \left(1 - \left(\frac{\Delta x}{2T} \right)^2 \right) dx + \int_1^{2T/\Delta} \left(\frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{2}{\pi} u_0^2 \frac{x^2 + 1}{x^2} E\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 \left(1 - \left(\frac{\Delta x}{2T} \right)^2 \right) dx \right\} + d$$

เมื่อ $x = \frac{E}{\Delta}$ และกำหนดให้เทอมกำลังสูงๆมีค่าเป็นค่าคงตัว d ได้ผลการคำนวณเชิงตัวเลขดังนี้

$$\int_0^1 dx \left(\frac{2}{\pi} x K(x) \right)^2 = 0.6424, \quad \int_0^1 dx \left(\frac{2}{\pi} x^2 K(x) \right)^2 = 0.4534,$$

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta}{2T} \int_1^{2T/\Delta} dx \left(\frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 - \left(\frac{\Delta}{2T} \right)^3 \int_1^{2T/\Delta} dx \left(\frac{2}{\pi} x K\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 \approx 0.6680 - 0.2920 \frac{\Delta}{2T}, \\ & \frac{\Delta}{2T} \int_1^{2T/\Delta} dx \left(\frac{2}{\pi} u_0^2 \frac{x^2+1}{x^2} E\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 - \left(\frac{\Delta}{2T} \right)^3 \int_1^{2T/\Delta} dx \left(\frac{2}{\pi} x u_0^2 \frac{x^2+1}{x^2} E\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 \approx (0.6720 - 0.00961 \frac{\Delta}{2T}) u_0^4, \\ & -2 \left(\frac{\Delta}{2T} \right) \int_1^{2T/\Delta} dx \frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \left(\frac{2}{\pi} u_0^2 \frac{x^2+1}{x^2} E\left(\frac{1}{x}\right) \right) + 2 \left(\frac{\Delta}{2T} \right)^3 \int_1^{2T/\Delta} dx \frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \left(\frac{2}{\pi} x u_0^2 \frac{x^2+1}{x^2} E\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 \approx (-1.3400 + 0.3060 \frac{\Delta}{2T}) u_0^2 \end{aligned}$$

ในที่สุดจะได้

$$\begin{aligned} \frac{W}{T} = 2N_0^2 \left\{ (0.6680 + d_1) + 0.3504 \frac{\Delta}{2T} - 0.4534 \left(\frac{\Delta}{2T} \right)^3 + (-1.3400 + d_2) + 0.3060 \frac{\Delta}{2T} u_0^2 \right. \\ \left. + (0.6720 + d_3 - 0.00961 \frac{\Delta}{2T}) u_0^4 \right\} \quad (3.31) \end{aligned}$$

สำหรับกรณี $\Delta > 2T$ จะได้

$$\frac{W}{T} = 2N_0^2 \left\{ \frac{\Delta}{2T} \int_0^{2T/\Delta} \left(\frac{2}{\pi} x K(x) \right)^2 dx + \left(\frac{\Delta}{2T} \right)^3 \int_0^{2T/\Delta} \left(\frac{2}{\pi} x^2 K(x) \right)^2 dx + e \left(\frac{\Delta}{2T} \right)^\beta + f \right\}$$

โดยกำหนดให้เทอมที่มีกำลังสูงมีค่าเป็น $e \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^\beta + f$ โดย e, f, β เป็นค่าคงตัว และมีการประมาณดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{\Delta}{2T} \int_0^{2T/\Delta} dx \left(\frac{2}{\pi} x K(x) \right)^2 &\approx \frac{(2T/\Delta)^2}{3} + \frac{(2T/\Delta)^4}{10}, \\ \left(\frac{\Delta}{2T} \right)^3 \int_0^{2T/\Delta} dx \left(\frac{2}{\pi} x^2 K(x) \right)^2 &\approx \frac{(2T/\Delta)^2}{5} + \frac{(2T/\Delta)^4}{14} \end{aligned}$$

จะได้

$$\begin{aligned} \frac{W}{T} = 2N_0^2 \left\{ 0.1333 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^2 + 0.0286 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^4 + e_1 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^{\beta_1} + f_1 \right. \\ \left. + (e_2 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^{\beta_2} + f_2) u_0^2 + (e_3 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^{\beta_3} + f_3) u_0^4 \right\} \quad (3.32) \end{aligned}$$

มีเงื่อนไขสำหรับสมการ(3.31) และ(3.32) ดังนี้ 1) ที่ $T = T_c$, $\frac{W_n}{W_s|_{T=T_c}} = 1$. 2) ที่

$T \rightarrow 0$, $\frac{W_n}{W_s|_{T=T_c}} = 0$ และ 3) ความต่อเนื่องของฟังก์ชันและอนุพันธ์อันดับที่ 1 ที่ตำแหน่ง

รอยต่อ $\Delta = 2T$

หลังจากพิจารณาเงื่อนไขทั้งสามและนำไปแทนค่าในสมการการผ่อนคลายสปินของ
นิวเคลียส สมการ (3.21) สำหรับกรณี $\Delta(T) < 2T$ จะได้

$$\frac{1}{T} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 (\gamma_e \gamma_n)^2 N_0^2 T \left\{ 1 + 0.3504 \frac{\Delta}{2T} - 0.4534 \left(\frac{\Delta}{2T}\right)^3 + (-2 + 0.3060 \frac{\Delta}{2T}) u_0^2 + (3 - 0.00961 \frac{\Delta}{2T}) u_0^4 \right\} \quad (3.33)$$

สำหรับกรณี $\Delta > 2T$ จะได้

$$\frac{1}{T_1} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 (\gamma_e \gamma_n)^2 N_0^2 T \left\{ 0.1333 \left(\frac{2T}{\Delta}\right)^2 + 0.0286 \left(\frac{2T}{\Delta}\right)^4 + 0.7351 \left(\frac{2T}{\Delta}\right)^{0.86} - 1.694 \left(\frac{2T}{\Delta}\right)^{0.18} u_0^2 + 2.994 \left(\frac{2T}{\Delta}\right)^{0.0032} u_0^4 \right\} \quad (3.34)$$

พิจารณากรณีที่ มีสารเจือแบบเข้มข้น โดย $u_0 N_d(E) \gg 1$ ซึ่งจากสมการ (3.29) สามารถหา
สมการของความหนาแน่นสถานะได้เป็น

$$\begin{aligned} N_{imp}(E) &\approx \frac{2}{\pi u_0^2} E \left(\frac{\Delta}{E}\right) - \frac{2}{3\pi u_0^4} \left\{ \left(\frac{4E^2 - 2\Delta^2}{E^2}\right) E \left(\frac{\Delta}{E}\right) - \left(\frac{E^2 - \Delta^2}{E^2}\right) K\left(\frac{\Delta}{E}\right) \right\} \quad \text{เมื่อ } E > \Delta \\ &\approx \frac{2}{\pi u_0^2} \frac{\Delta}{E} \left\{ E \left(\frac{E}{\Delta}\right) + \left(\frac{E^2}{\Delta^2} - 1\right) K\left(\frac{E}{\Delta}\right) \right\} \\ &\quad - \frac{2}{3\pi u_0^4} \left\{ \left(\frac{4E^2 \Delta - 2\Delta^3}{E^3}\right) \left[E \left(\frac{E}{\Delta}\right) + \left(\frac{E^2 - \Delta^2}{\Delta^2}\right) K\left(\frac{E}{\Delta}\right) \right] - \left(\frac{E^2 - \Delta^2}{E\Delta}\right) K\left(\frac{E}{\Delta}\right) \right\} \\ &\quad \text{เมื่อ } E < \Delta \quad (3.35) \end{aligned}$$

สำหรับกรณี $\Delta < 2T$ โดยกำหนดให้เทอมที่มีกำลังสูงๆมีค่าเป็น $h\left(\frac{\Delta}{2T}\right)^5 + g$ โดย
 g, h เป็นค่าคงตัว และใช้การคำนวณเชิงตัวเลขซึ่งในที่สุดจะได้

$$\begin{aligned} \frac{W}{T} = 2N_0^2 \left\{ \frac{1}{u_0^4} \left[(0.6650 + g_1) - 1.2759 \frac{\Delta}{2T} - 0.0657 \left(\frac{\Delta}{2T}\right)^3 + h_1 \left(\frac{\Delta}{2T}\right)^5 \right] \right. \\ + \frac{1}{u_0^6} \left[-(1.330 + g_2) + 3.171 \frac{\Delta}{2T} + 0.0930 \left(\frac{\Delta}{2T}\right)^3 - h_2 \left(\frac{\Delta}{2T}\right)^5 \right] \\ \left. + \frac{1}{u_0^8} \left[(0.6620 + g_3) - 1.8466 \frac{\Delta}{2T} - 0.0329 \left(\frac{\Delta}{2T}\right)^3 + h_3 \left(\frac{\Delta}{2T}\right)^5 \right] \right\} \quad (3.36) \end{aligned}$$

และสำหรับกรณี $\Delta > 2T$ โดยกำหนดให้เทอมที่มีกำลังสูงๆมีค่าเป็น $k\left(\frac{2T}{\Delta}\right)^6 + m$
โดย m, k เป็นค่าคงตัว และใช้การคำนวณเชิงตัวเลข ซึ่งจะได้

$$\begin{aligned} \frac{W}{T} = 2N_0^2 \left\{ \frac{1}{u_0^4} \left[0.0333 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^2 + 0.0036 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^4 + k_1 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^6 + m_1 \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{u_0^6} \left[-0.0500 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^2 - 0.0045 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^4 - k_2 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^6 - m_2 \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{u_0^8} \left[0.0188 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^2 + 0.0013 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^4 + k_3 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^6 + m_3 \right] \right\} \quad (3.37) \end{aligned}$$

นำสมการ(3.36) และ(3.37) มาใส่เงื่อนไข ซึ่งจะได้สมการอัตราการผ่อนคลายของสปินนิวเคลียส สำหรับ $\Delta(T) < 2T$ เป็น

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_1} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^2 (\gamma_e \gamma_n)^2 N_0^2 T \left\{ \frac{1}{u_0^4} \left[\left(1 - 1.2759 \frac{\Delta}{2T} - 0.0657 \left(\frac{\Delta}{2T} \right)^3 + 0.3333 \left(\frac{\Delta}{2T} \right)^5 \right] \right. \right. \\ \left. + \frac{1}{u_0^6} \left[-2 - 3.1710 \frac{\Delta}{2T} + 0.0930 \left(\frac{\Delta}{2T} \right)^3 - 1.0219 \left(\frac{\Delta}{2T} \right)^5 \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{u_0^8} \left[3 - 1.8466 \frac{\Delta}{2T} - 0.0329 \left(\frac{\Delta}{2T} \right)^3 - 0.4272 \left(\frac{\Delta}{2T} \right)^5 \right] \right\} \quad (3.38) \end{aligned}$$

และสำหรับ $\Delta(T) > 2T$ เป็น

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_1} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^2 (\gamma_e \gamma_n)^2 N_0^2 T \left\{ \frac{1}{u_0^4} \left[0.0333 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^2 + 0.0036 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^4 - 0.0451 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^6 \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{u_0^6} \left[-0.0500 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^2 - 0.0045 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^4 + 0.2965 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^6 \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{u_0^8} \left[0.0188 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^2 + 0.0013 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^4 + 0.6732 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^6 \right] \right\} \quad (3.39) \end{aligned}$$

สำหรับกรณีไม่มีสารเจือซึ่งกำหนดให้ $u_0 = 0$ จะได้ความหนาแน่นสถานะเป็น

$$\begin{aligned} N(x) &= \frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \quad , x > 1; \\ &= \frac{2}{\pi} x K(x) \quad , x < 1 \end{aligned} \quad (3.40)$$

เมื่อ $x = \frac{E}{\Delta}$ และ $K(E)$ เป็น the complete elliptic integral of first

จะได้สมการอัตราการผ่อนคลายของสปินนิวเคลียส

สำหรับ $\Delta(T) < 2T$ เป็น

$$\frac{1}{T_1} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^2 (\gamma_e \gamma_n)^2 N_0^2 T \left[1 + 0.3504 \frac{\Delta(T)}{2T} - 0.4534 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \right] \quad (3.41)$$

และสำหรับ $\Delta(T) > 2T$ จะเป็น

$$\frac{1}{T_1} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^2 (\gamma_e \gamma_n)^2 N_0^2 T [0.1333 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^2 + 0.0286 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^4 + 0.7351 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^{0.86}] \quad (3.42)$$

จากสมการของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียส T_1^{-1} ในตัวนำยวดยิ่งแบบคลีนดีที่มีสารเจือ ตามสมการ(3.33) (3.34) (3.38) (3.39) (3.41) และ(3.42) พบว่าตัวแปรสำคัญสำหรับการคำนวณคือค่าช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิต่างๆ $\Delta(T)$ การคำนวณหา $\Delta(T)$ จะเริ่มจากการกำหนด $\Delta(0)$ และ ω_D แล้วแทนลงในสมการ(3.43) เพื่อคำนวณหา T_c

$$\int_{-\omega_D}^{\omega_D} d\varepsilon \frac{\tanh(\varepsilon / 2T)}{\varepsilon} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-\omega_D}^{\omega_D} d\varepsilon \frac{N_{imp}(\varepsilon, \Delta(T)) \tanh(\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T)} / 2T)}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T)}} \quad (3.43)$$

และนำค่าที่ได้ แทนค่าลงในสมการ(3.44) เพื่อคำนวณหา $\Delta(T)$ ต่อไป

$$\int_{-\omega_D}^{\omega_D} d\varepsilon \frac{\tanh(\varepsilon / 2T)}{\varepsilon} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-\omega_D}^{\omega_D} d\varepsilon \frac{N_{imp}(\varepsilon, \Delta(0))}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(0)}} \quad (3.44)$$

ทั้งนี้สมการ(3.43) และสมการ(3.44) ก็คือสมการช่องว่างพลังงานตามทฤษฎี BCS ที่นำมาประยุกต์ใช้กับตัวนำยวดยิ่งแบบคลีนดีที่มีสารเจือ

บทที่ 4

ผลการคำนวณและการอภิปรายผล

ในบทที่ผ่านมาได้แสดงการคำนวณเชิงสมการของค่าอุณหภูมิวิกฤติ สัมประสิทธิ์ไอโซโทป และค่าอัตราการผ่อนคลายของสปิน ซึ่งในบทนี้จะแสดงผลการคำนวณเชิงตัวเลขของสมการที่คำนวณได้เพื่อวิเคราะห์และสรุปผลต่อไป

4.1 ผลของสารเจือที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤติและสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป

จากสมการอุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยิ่งยวดที่มีสารเจือตามสมการ(3.14)

$$\ln\left(\frac{T_c}{T_{c0}}\right) = (1 - \langle e \rangle^2) \left[\Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \left(\frac{\Gamma_0 + G_0}{2\pi T_c}\right)\right) \right] + S_1 + S_2 + S_3$$

และ สัมประสิทธิ์ของไอโซโทปของตัวนำยิ่งยวดที่มีสารเจือตามสมการ (3.15)

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_0}{\alpha} = & 1 - (1 - \langle e \rangle^2) \left(\frac{\Gamma_0 + G_0}{2\pi T_c} \right) \left(\Psi'\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma_0 + G_0}{2\pi T_c}\right) - \frac{\langle e \rangle^2}{2\pi T_c} \Psi'\left(\frac{1}{2} + \frac{G_0 \pm G_0}{2\pi T_c}\right) \left(\frac{G_0 \pm G_0}{2\pi T_c} \right) \right) \\ & - 2\pi T_c \sum_{\omega > 0} \left(\frac{1}{\omega + \Gamma_0 + G_0} \right) \left(\frac{A}{B} \left(\frac{\Gamma_0 + G_0}{\omega + \Gamma_0 + G_0} \right) + \frac{\omega}{B} (\Gamma_1 \langle ef \rangle^2 \mp G_1 \langle eg \rangle^2) - \frac{2A\omega}{B^2} \left(\omega + \Gamma_0 + G_0 \pm \frac{G_1 - \Gamma_1}{2} \right) \right) \end{aligned}$$

โดยตัวแปรต่างๆที่ใช้ได้แสดงแล้วในบทที่ผ่านมา ซึ่งเมื่อนำสมการทั้งสองมาคำนวณเชิงตัวเลข ผลการคำนวณสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 1 รูปที่ 2 และ รูปที่ 3 ซึ่งทั้ง 3 รูปได้แสดงผลการคำนวณเนื่องจากเครื่องหมาย “ + ” และ “ - ” ของสมการ(3.14) และ (3.15) ซึ่งเป็นผลมาจากการคิดขนาดของศักย์การกระเจิงเนื่องจากสารเจือแบบที่ขึ้นกับการสปินและไม่ขึ้นกับการสปิน โดยเครื่องหมายบวก เกิดจากศักย์การกระเจิงเนื่องจากสารเจือแบบไม่ขึ้นกับการสปินมากกว่าแบบที่ขึ้นกับการสปิน และโดยเครื่องหมายลบ เกิดจากศักย์การกระเจิงเนื่องจากสารเจือแบบไม่ขึ้นกับการสปินน้อยกว่าแบบที่ขึ้นกับการสปิน

โดยรูปที่ 1 แสดงผลการคำนวณโดยกำหนดให้ $\Delta(k) = \Delta \cos(2\phi)$ $\frac{\omega_D}{2\pi T_{c0}} = 20$,

$$n(\phi) = \frac{1}{2\pi}, e(\phi) = \sqrt{2} \cos(2\phi), \text{ และ } f(\phi) = \sqrt{2} \cos(2\phi), g(\phi) = \sqrt{2} \cos(2\phi) \text{ ซึ่งจะได้}$$

$\langle e \rangle = 0, \langle ef \rangle = \langle eg \rangle = \langle fg \rangle = 1$ และรูปที่ 2 แสดงกรณี $g(k) \neq f(k)$. โดยใช้ตัวแปร

$$\frac{\omega_D}{2\pi T_{c0}} = 20, n(\phi) = \frac{1}{2\pi}, e(\phi) = \sqrt{2} \cos(2\phi), f(\phi) = \sqrt{2} \cos(2\phi), g(\phi) = \frac{4}{\sqrt{5}} \cos^3(2\phi)$$

ได้ $\langle e \rangle = 0, \langle ef \rangle = 1, \langle eg \rangle = \langle fg \rangle = \frac{3}{\sqrt{10}}$. พบว่าในกรณีเครื่องหมายบวก ค่าของอุณหภูมิ

วิกฤติของตัวนำยิ่งยวดที่มีสารเจือสามารถมีค่ามากกว่าตัวนำยิ่งยวดที่ไม่มีสารเจือได้ และกรณี

เครื่องหมายลบจะให้ค่าของอุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยิ่งยวดที่มีสารเจือมีค่าน้อยกว่าตัวนำยิ่งยวดที่ไม่มี

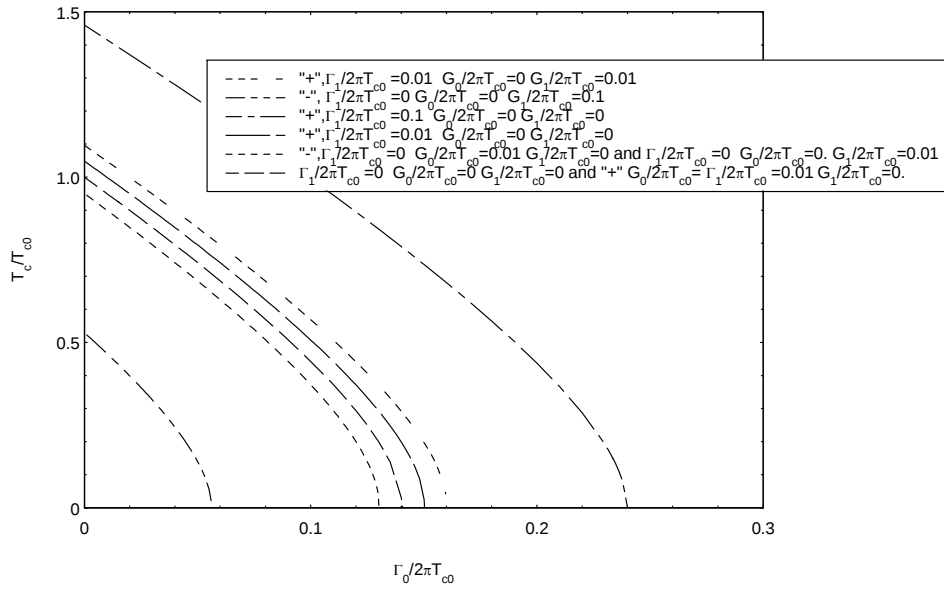
สารเจือตลอด ทั้งนี้เมื่อสารเจือมีค่ามากขึ้นอุณหภูมิวิกฤติจะมีค่าน้อยลงทั้งสองกรณีซึ่งสอดคล้อง

คล้อยกับผลการคำนวณและผลการทดลองที่นำเสนอมาก่อนแล้ว ผลการคำนวณสัมประสิทธิ์ของ

ไอโซโทปได้ถูกนำเสนอตามรูปที่ 3 พบว่ากรณีเครื่องหมายลบสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปกรณีที่มี

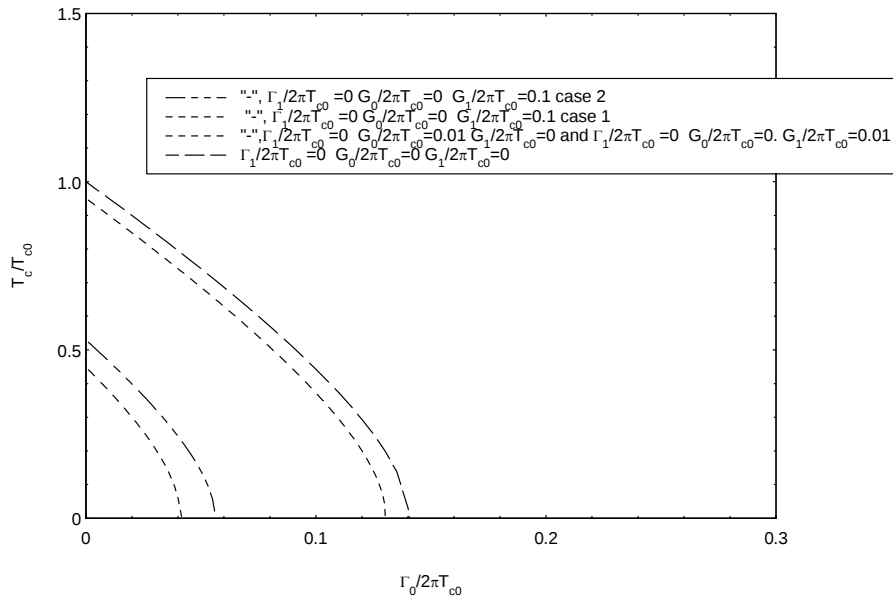
สารเจือจะมีค่ามากกว่ากรณีไม่มีสารเจือ แต่ในกรณีเครื่องหมายบวกได้สัมประสิทธิ์ของไอโซโทปมีค

น้อยกว่า



รูปที่ 1 แสดงผลการคำนวณ T_c สำหรับกรณี "+" และ "-" โดยตัวแปรที่ใช้คือ $\frac{\omega_D}{2\pi T_{c0}} = 20$,

$$n(\phi) = \frac{1}{2\pi}, e(\phi) = \sqrt{2} \cos(2\phi), f(\phi) = \sqrt{2} \cos(2\phi), \text{ and } g(\phi) = \sqrt{2} \cos(2\phi) .$$

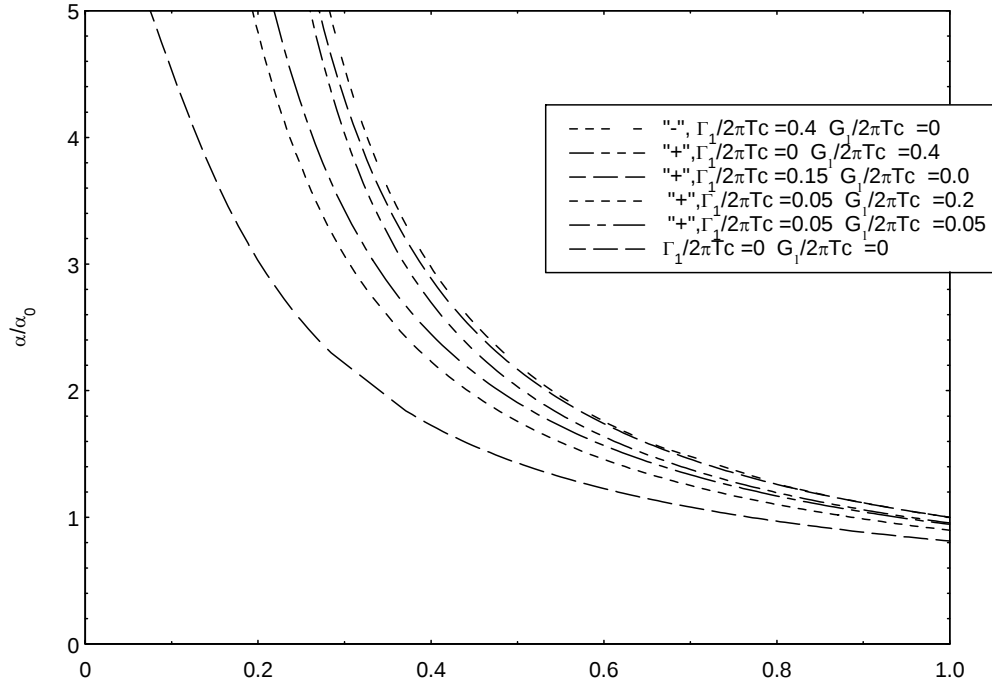


รูปที่ 2 แสดงผลการคำนวณ T_c สำหรับกรณี "+" และ "-" โดย The case 1 คือ $\frac{\omega_D}{2\pi T_{c0}} = 20$,

$$n(\phi) = \frac{1}{2\pi}, e(\phi) = \sqrt{2} \cos(2\phi), f(\phi) = \sqrt{2} \cos(2\phi), g(\phi) = \sqrt{2} \cos(2\phi) . \text{ และ The case}$$

$$2 \text{ คือ } \frac{\omega_D}{2\pi T_{c0}} = 20, n(\phi) = \frac{1}{2\pi}, e(\phi) = \sqrt{2} \cos(2\phi), f(\phi) = \sqrt{2} \cos(2\phi),$$

$$g(\phi) = \frac{4}{\sqrt{5}} \cos^3(2\phi) .$$



รูปที่ 3 แสดง α ในกรณี “+” และ “-” ตัวแปรที่ใช้คือ $\frac{\omega_D}{2\pi T_{c0}} = 20$, $n(\phi) = \frac{1}{2\pi}$,

$$e(\phi) = \sqrt{2} \cos(2\phi), \quad f(\phi) = \sqrt{2} \cos(2\phi), \quad g(\phi) = \frac{4}{\sqrt{5}} \cos^3(2\phi)$$

4.2 ผลของสารเจือที่มีต่ออัตราการพ้องคลาสนิวเคลียส

จากสมการของอัตราการพ้องคลาสนิวเคลียส T_1^{-1} ในตัวนำยิ่งยวดแบบคลีนดีที่มีสารเจือ กรณีที่มีสารเจือแบบอ่อนตามสมการ(3.33) และ (3.34) คือ

สำหรับกรณี $\Delta(T) < 2T$ จะได้

$$\frac{1}{T} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 (\gamma_e \gamma_n)^2 N_0^2 T \left\{ 1 + 0.3504 \frac{\Delta}{2T} - 0.4534 \left(\frac{\Delta}{2T}\right)^3 + (-2 + 0.3060 \frac{\Delta}{2T}) u_0^2 + (3 - 0.00961 \frac{\Delta}{2T}) u_0^4 \right\} \quad (3.33)$$

และสำหรับกรณี $\Delta > 2T$ จะได้

$$\frac{1}{T_1} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 (\gamma_e \gamma_n)^2 N_0^2 T \left\{ 0.1333 \left(\frac{2T}{\Delta}\right)^2 + 0.0286 \left(\frac{2T}{\Delta}\right)^4 + 0.7351 \left(\frac{2T}{\Delta}\right)^{0.86} - 1.694 \left(\frac{2T}{\Delta}\right)^{0.18} u_0^2 + 2.994 \left(\frac{2T}{\Delta}\right)^{0.0032} u_0^4 \right\} \quad (3.34)$$

และกรณีที่มีสารเจือแบบเข้มตามสมการ (3.38) และ (3.39) คือ

สำหรับ $\Delta(T) < 2T$ เป็น

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_1} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^2 (\gamma_e \gamma_n)^2 N_0^2 T \left\{ \frac{1}{u_0^4} \left[\left(1 - 1.2759 \frac{\Delta}{2T} - 0.0657 \left(\frac{\Delta}{2T} \right)^3 + 0.3333 \left(\frac{\Delta}{2T} \right)^5 \right] \right. \right. \\ \left. + \frac{1}{u_0^6} \left[-2 - 3.1710 \frac{\Delta}{2T} + 0.0930 \left(\frac{\Delta}{2T} \right)^3 - 1.0219 \left(\frac{\Delta}{2T} \right)^5 \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{u_0^8} \left[3 - 1.8466 \frac{\Delta}{2T} - 0.0329 \left(\frac{\Delta}{2T} \right)^3 - 0.4272 \left(\frac{\Delta}{2T} \right)^5 \right] \right\} \quad (3.38) \end{aligned}$$

สำหรับ $\Delta(T) > 2T$ เป็น

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_1} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^2 (\gamma_e \gamma_n)^2 N_0^2 T \left\{ \frac{1}{u_0^4} \left[0.0333 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^2 + 0.0036 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^4 - 0.0451 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^6 \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{u_0^6} \left[-0.0500 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^2 - 0.0045 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^4 + 0.2965 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^6 \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{u_0^8} \left[0.0188 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^2 + 0.0013 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^4 + 0.6732 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^6 \right] \right\} \quad (3.39) \end{aligned}$$

และกรณีที่ไม่มีสารเจือตามสมการ (3.41) และสมการ(3.42) คือ

สำหรับ $\Delta(T) < 2T$ เป็น

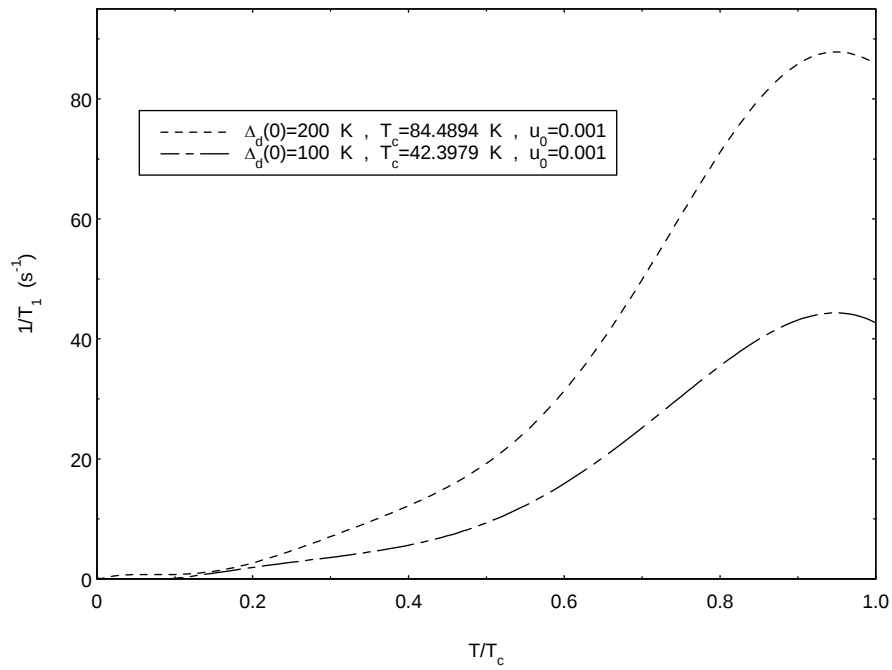
$$\frac{1}{T_1} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^2 (\gamma_e \gamma_n)^2 N_0^2 T \left[1 + 0.3504 \frac{\Delta(T)}{2T} - 0.4534 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \right] \quad (3.41)$$

และสำหรับ $\Delta(T) > 2T$ จะเป็น

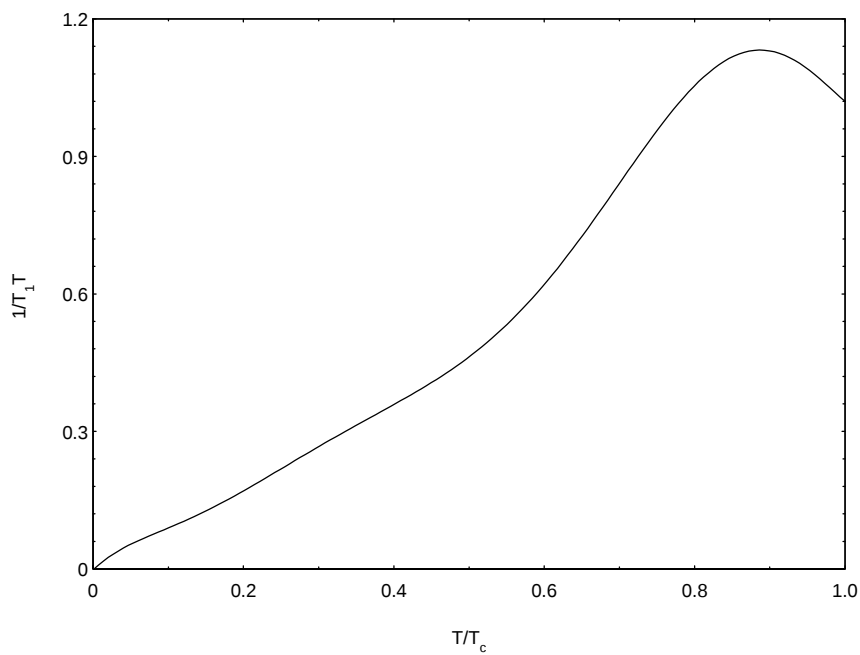
$$\frac{1}{T_1} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^2 (\gamma_e \gamma_n)^2 N_0^2 T \left[0.1333 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^2 + 0.0286 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^4 + 0.7351 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^{0.86} \right] \quad (3.42)$$

และใช้การคำนวณตามสมการ(3.43) และสมการ(3.44) ในการคำนวณหาค่าช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิต่างๆ $\Delta(T)$

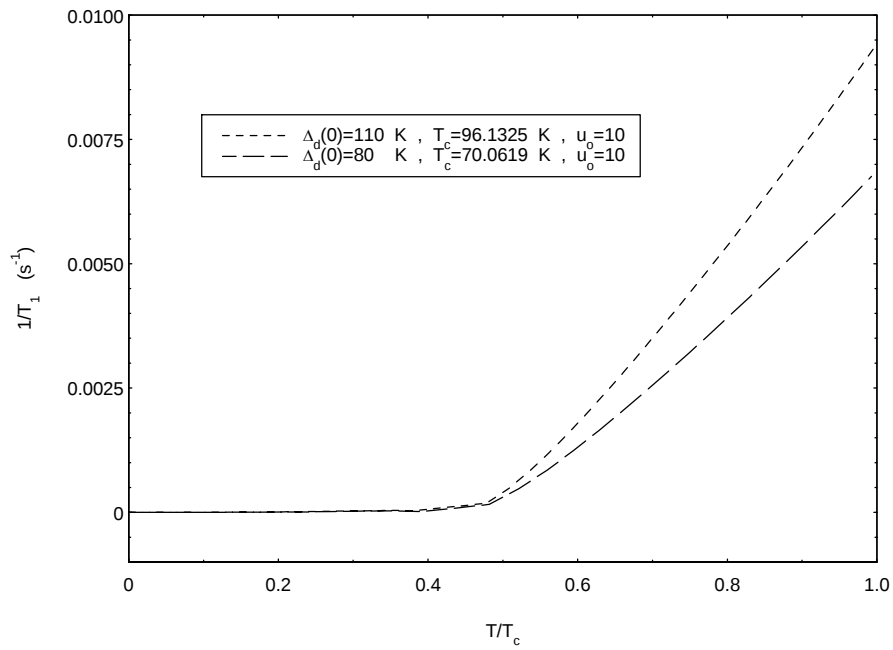
ผลการคำนวณแสดงได้ดังรูปที่ 4-8



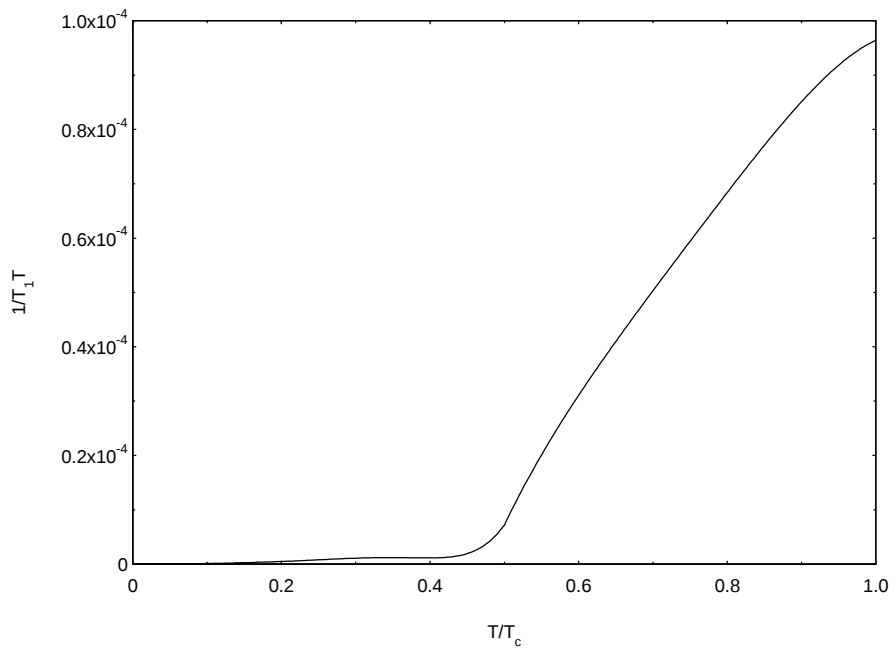
รูปที่ 4 แสดง T_1^{-1} กับอุณหภูมิการเปลี่ยนเฟสแบบอ่อน



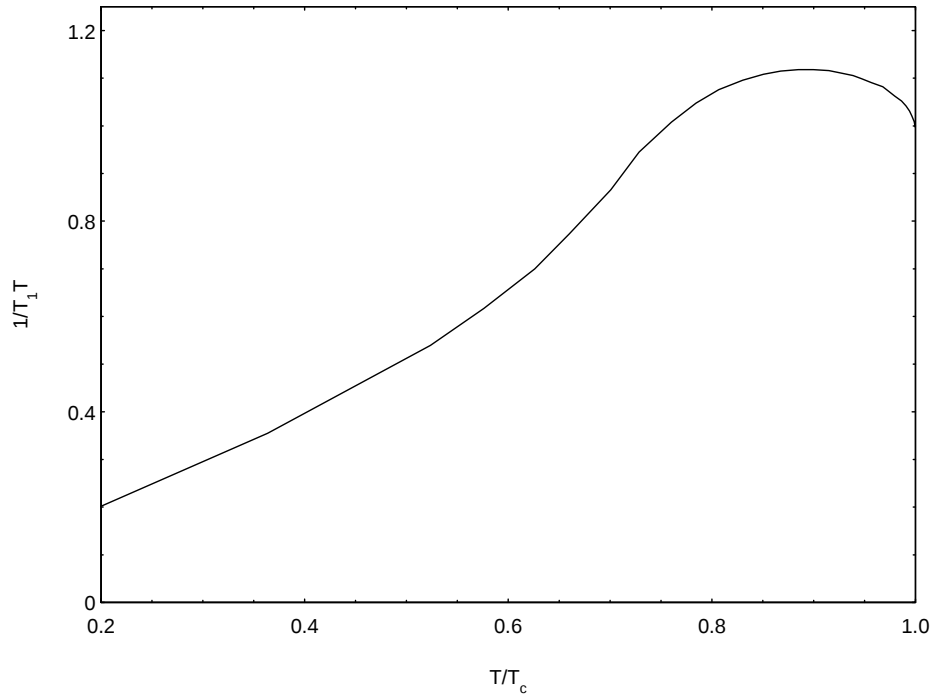
รูปที่ 5 แสดง $(TT_1)^{-1}$ กับอุณหภูมิการเปลี่ยนเฟสแบบอ่อน ตัวแปรเดียวกับรูปที่ 1 แต่ได้กราฟมาเส้นเดียว



รูปที่ 6 แสดง T_1^{-1} กับอุณหภูมิการเปลี่ยนสถานะแบบเข้ม



รูปที่ 7 แสดง $(TT_1)^{-1}$ กับอุณหภูมิการเปลี่ยนสถานะแบบอ่อนตัวแปรเดียวกับรูปที่ 6 แต่ได้กราฟมาเส้นเดียว



รูปที่ 8 แสดง $(TT_1)^{-1}$ กับอุณหภูมิกรณีไม่มีสารเจือ

จากตามรูปที่ 4-8 สามารถพบฟิสิกโคเฮียเรนได้ในกรณีที่ไม่มีสารเจือ และกรณีมีสารเจืออย่างอ่อน แต่จะไม่พบในกรณีที่สารเจือแบบเข้ม

จากผลจากการคำนวณพบว่าสามารถพบฟิสิกโคเฮียเรนในตัวยาวดิ่งแบบไม่ตั้งเดิมได้ แม้ว่าจะไม่สอดคล้องกับผลการทำนายตามทฤษฎี BCS ที่ว่าจะพบฟิสิกโคเฮียเรนในตัวยาวดิ่งแบบตั้งเดิมเท่านั้น ทั้งนี้ผลการวิจัยกับชี้ว่าความเข้มของสารเจือที่มีอยู่ในตัวยาวดิ่งมีผลต่อการเกิดฟิสิก โดยถ้ามีความเข้มข้นมากก็เลยไม่สามารถพบฟิสิกโคเฮียเรนในตัวยาวดิ่งนั้นได้

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย

ตัวนำวดยิ่งเป็นสารที่ได้รับความสนใจเป็นอย่างมากในวงการฟิสิกส์ของแข็ง ทั้งนี้เนื่องจากเป็นสารที่มีสมบัติน่าสนใจหลายประการที่มีแนวโน้มในการนำไปพัฒนาได้อย่างกว้างขวาง

ในงานวิจัยครั้งนี้มีจุดประสงค์เพื่อศึกษาสมบัติบางประการของตัวนำวดยิ่งที่มีสารเจือทางทฤษฎี เพื่อพัฒนาความรู้ ความเข้าใจและสร้างองค์ความรู้ใหม่ในเรื่องกลไกการเกิดสภาพนำวดยิ่งและผลของสารเจือที่มีต่อสมบัติทางฟิสิกส์ในตัวนำวดยิ่ง เพื่อเป็นแนวทางในการใช้อธิบายกลไกการเกิดสภาพนำวดยิ่ง

จากผลการคำนวณในบทที่ผ่านมาสามารถสรุปผลการวิจัยเป็นหัวข้อตามที่ได้ดำเนินการดังนี้

5.1 สรุปผลของสารเจือที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤติและสัมประสิทธิ์ไอโซโทป

จากการศึกษาผลของสารเจือทั้งแบบไม่เป็นแม่เหล็กและแบบที่เป็นแม่เหล็กที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤติและสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปในตัวนำวดยิ่งครั้งนี้ พบว่าเมื่อพิจารณาสารเจือแบบเป็นแม่เหล็กโดยคำนึงถึงขนาดของสารเจือที่ขึ้นกับสปินและไม่ขึ้นกับสปิน จะทำให้ได้เครื่องหมายบวกและลบที่สมการการกระเจิงของบอร์น และมีผลทำให้ได้สมการอุณหภูมิวิกฤติและสัมประสิทธิ์ไอโซโทปที่แตกต่างกัน ซึ่งพบว่าสมการที่ได้สามารถครอบคลุมกรณีต่างๆที่เคยมีการนำเสนอมาแล้ว

พบว่าอุณหภูมิวิกฤติและสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปของตัวนำวดยิ่งที่มีสารเจือสามารถมีค่ามากกว่าและน้อยกว่า ตัวนำวดยิ่งที่ไม่มีสารเจือได้ทั้งนี้ขึ้นกับเครื่องหมายที่พิจารณา ซึ่งเป็นการค้นพบใหม่ เนื่องจากที่ผ่านมายังไม่มีผลการคำนวณใดที่สามารถยืนยันกลไกที่สามารถทำให้อุณหภูมิวิกฤติของตัวนำวดยิ่งแบบมีสารเจือสูงกว่าของตัวนำวดยิ่งแบบไม่มีสารเจือได้

5.2 สรุปผลของสารเจือที่มีต่ออัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียส

จากการศึกษาผลของสารเจือที่มีการเรียงตัวแบบสุ่มที่มีต่ออัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียส ได้แสดงผลการคำนวณด้วยกราฟของความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสกับอุณหภูมิ โดยสามารถพบฟิสิกส์เชิงเรขาคณิตในตัวนำวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิมได้ในกรณีที่ไม่มีสารเจือและกรณีที่มีสารเจือแบบอ่อน แต่จะไม่พบในกรณีที่มีสารเจือแบบเข้ม ซึ่งผลการคำนวณที่ได้จะไม่สอดคล้องกับผลการทำนายตามทฤษฎี BCS ที่ว่าจะพบฟิสิกส์เชิงเรขาคณิตใน

ตัวนำวยดยั้งแบบตั้งเดิมเท่านั้น อย่างไรก็ตามได้มีทฤษฎีและผลการทดลองเริ่มมีการค้นพบฟิวดในตัวนำวยดยั้งแบบไม่ตั้งเดิมถูกนำเสนอมาบ้างแล้ว ดังนั้นผลการคำนวณที่ค้นพบจึงต้องรอผลการทดลองยืนยันความถูกต้อง

ข้อเสนอแนะ

1.เนื่องจากผลการคำนวณสำหรับตัวนำวยดยั้งแบบสองช่องว่างพลังงาน และค่าความจุความร้อนยังไม่แล้วเสร็จ และผู้วิจัยต้องการยืนยันความถูกต้องสำหรับกรณีช่องว่างพลังงานเดี่ยวเสียก่อน ดังนั้นจึงไม่ได้ถูกนำเสนอในครั้งนี้

2.ต้องการข้อมูลผลการทดลองเพื่อยืนยันความถูกต้องของทฤษฎีที่นำเสนอ

เอกสารอ้างอิง

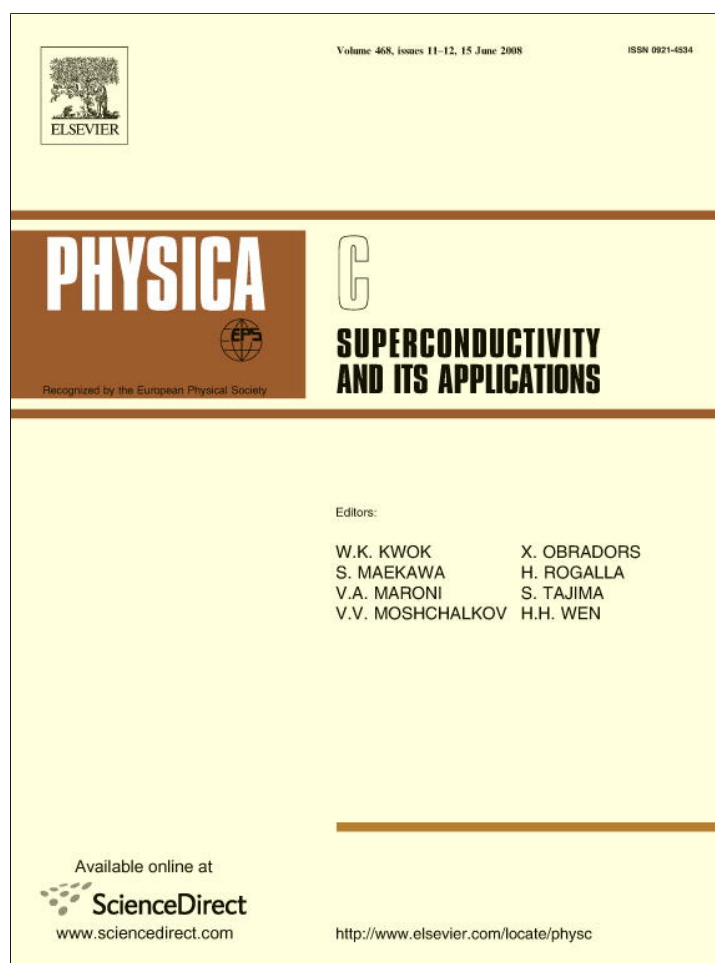
- [1] Kamerlingh Onnes H., Leiden Comm. **120b,122b,124c** (1911).
- [2] Bednorz J.G., and Muller K.A., Z.Physik B **64**, 189(1986).
- [3] Maeda H. et al., Jap.J.Phys.Lett. **27**, L209(1988).
- [4] Nagamatsu J. et al., Nature (London) **410**, 63(2001).
- [5] Bardeen J., Cooper L.N., and Schrieffer J.R., Phys.Rev. **108**, 1175(1957).
- [6] Cooper L.N., Phys.Lett. **104**, 1189(1956).
- [7] Budko S.L., and et al., Phys.Rev.Lett. B **86**, 1877(2001).
- [8] HinhD.G., Claus H., and Jorgensen J.D., Nature **411**, 457(2001).
- [9] Dahm T., Phys.Rev. B **61**, 6381(2000).
- [10] Udomsamuthirun P.,Physica Status Solidi (b) **226**, 315(2001).
- [11] Mierzynska M. and Wysokinski K.I.,Phys.Rev. B **67**, (2003)
- [12] Udomsamuthirun P., Kumvongsa C.,Burakorn A.,Changkanarth P.,and Yoksan S.
PhysicaC **425**, 149(2005).
- [13] Haran G. and Nagi A.D.S.,Physical Review B **54**,15463(1996). ;
- [14] Haran G.and Nagi A.D.S.,Physical Review B **63**,12503(2000). ;
- [15] Haran G.and Nagi A.D.S., Solid State Commun. **106**,775(1998). ;
- [16] Haran G.and Nagi A.D.S.,Physical Review B **58**,12441(1998). ;
- [17] Haran G.and Nagi A.D.S.,Physical Review B **63**,12503(2001).
- [18] Ohashi Y.,Journal of the Physical Society of Japan **71**,1978(2002).
- [19] Openov L.A. ,Semenihim I.A.,and Kishore,Phys.Rev. B **64**,12513(2001).
- [20] Openov L.A. Phys.Rev.B **58**,9468(1998).
- [21] Udomsamuthirun P.,Ratanaburi S.,and Yoksan S., J.Sci.Soc.Thailand **22**,169(1996).
- [22] Ratanaburi S.,Udomsamuthirun P.and Yoksan S.,Journal .of Superconductivity
9,485 (1996).
- [23] Udomsamuthirun P., Ratanaburi S., Saentalard N.and Yoksan S. Journal of
Superconductivity **9**, 605(1996).
- [24] Prozorov R. and et al., Phys.Rev B **64**,180501-1(2001).
- [25] Pringle D.J.,William G.V.M.,and Tallon J.L.,Physical Review B **62**,12527(2000).
- [26] Hebel L.C. & Slichter C.S. Phys. Rev. **113**, 1504-1519 (1959).

- [27] Leadont R. and Suhl H., Physical Review. **165**, 596 (1967).
- [28] Hasegawa Y., Journal of the Physical Society of Japan. **65**, 3131 (2007)
- [29] Parker D. and Haas S., Physical Review B. **75**, 1 (2007).
- [30] Maki K., in Superconductivity, R.D. Parks (ed.), (Marcel Dekker, New York, 1969),
Vol. 2, pp. 1035-1102.
- [31] Udomsamuthirun P. and Supadanaison, Physica C **468** (2008) 929-931.
- [32] Udomsamuthirun P., Supadanaison R. and Yoksan S., (submitted)
- [33] Matsumoto M., J. Phys. Soc. Jpn. **70**, 2505 (2001).

Output

1. Udomsamuthirun P. and Supadanaison R., "The spin exchange interaction effect on T_c equation of anisotropic impure superconductors." *Physica C* **468**(2008)929-931.
2. Udomsamuthirun P., Supadanaison R. and Yoksan S., "The spin-independent and spin exchange interaction on isotope effect coefficient of anisotropic impure superconductors", Submitted to *Superconductor Science and Technology* .
3. Udomsamuthirun P. and Wanghunklang J., "The ratio of normal state to superconducting state of spin lattice relaxation rate of unconventional superconductors", Submitted to *Physica C* .
4. Udomsamuthirun P. and Meemon K., "Effect of Impurities Scattering Potential on relaxation rate in impure d-wave superconductors" , Submitted to *Superconductor Science and Technology*.
5. นิสิตระดับปริญญาโทจบการศึกษา 3 คน

ภาคผนวก



This article appeared in a journal published by Elsevier. The attached copy is furnished to the author for internal non-commercial research and education use, including for instruction at the authors institution and sharing with colleagues.

Other uses, including reproduction and distribution, or selling or licensing copies, or posting to personal, institutional or third party websites are prohibited.

In most cases authors are permitted to post their version of the article (e.g. in Word or Tex form) to their personal website or institutional repository. Authors requiring further information regarding Elsevier's archiving and manuscript policies are encouraged to visit:

<http://www.elsevier.com/copyright>



Contents lists available at ScienceDirect

Physica C

journal homepage: www.elsevier.com/locate/physc



The spin exchange interaction effect on T_c equation of anisotropic impure superconductors

P. Udomsamuthirun^{*}, R. Supadanaison

Department of Physics, Faculty of Science, Srinakharinwirot University, Bangkok 10110, Thailand

ARTICLE INFO

Article history:

Received 18 January 2008

Received in revised form 24 March 2008

Accepted 8 April 2008

Available online 15 April 2008

PACS:

74.20.-z

74.62.Dh

Keywords:

Spin exchange interaction

Impurity scattering

Anisotropic impure superconductors

ABSTRACT

We study the influence of spin exchange interaction of impurity scattering on critical temperature of anisotropic impure superconductors. The model of random non-magnetic and magnetic impurity are revised to cover the effect of spin exchange interaction. The sign of magnitude of the second-order Born scattering has been changed after consideration of the spin exchange interaction that also effects the form of T_c equation. We can get the general T_c equation that can be described well by anisotropic impure superconductors and covers all models done before.

© 2008 Elsevier B.V. All rights reserved.

1. Introduction

The results of impurities that introduced into the superconductors are found in a change of the superconducting critical temperature. They modify the quasi-particle spectrum, interaction parameters and induce pair breaking in superconducting state. The non-magnetic impurities have little effect on critical temperature in s-wave superconductors [1] but they exhibit a strong pair breaking effect in the high temperature superconductors [2]. Shi and Li [3] study the influence of non-magnetic impurities on critical temperature of the layered superconductors by using an superconducting-normal layer model with d-wave pairing in the superconducting layer. Haran and Nagi [4–7] proposed a theory of non-magnetic and magnetic impurities in an anisotropic superconductors including the effect of anisotropic (momentum-dependent) impurities scattering. They consider an anisotropic superconductor with randomly distributing impurities, treating the electron-impurity scattering within second Born approximation, and neglecting the impurity-impurity interaction. Although Haran and Nagi consider the effect of anisotropic (momentum-dependent) impurities scattering, they do not consider the effect of spin exchange interaction of impurities on T_c equation. They get two kinds of T_c equation. Firstly they find T_c equation [5–7] that similar to Openov [8,9] and secondly they find T_c equation with having the extra term [4].

Openov [8,9] study the effect of impurities, both magnetic and non-magnetic, on the critical temperature of anisotropy superconductors as function of potential and spin-flip scattering rate. But his equation do not include the effect of momentum-dependent of scattering potential and spin exchange interaction. Recently, Haran [10] also revise the model of anisotropic impurity superconductor by giving the condition of non-negative magnitude of the second-order Born scattering potential.

The previous work of Haran and Nagi [4–7] and Opeov [8,9] have been described the effect of non-magnetic and magnetic scattering on anisotropic superconductor but all of them show their T_c equations that having extra term in [4] and difference in some term. The physics behind this effect is not clear. In this work, we revise these works by considering the effect of spin exchange interaction of impurity scattering on T_c equation that we think that it is the physics behind. Our model contain both non-negative and negative magnitude of the second-order Born scattering potential that do not been considered before. After our calculation, we can get the only one T_c equation that can describe all of the T_c equation of [4–9], especially we can describe the extra term of [4].

2. Model and calculation

Within the framework of BCS model, the Hamiltonian of a superconductor containing both non-magnetic and magnetic impurities is as follows:

^{*} Corresponding author.

E-mail address: udomsamut55@yahoo.com (P. Udomsamuthirun).

$$H = \sum_{k,\sigma} \epsilon_k a_{k\sigma}^\dagger a_{k\sigma} + \sum_{k,k',\sigma,\sigma'} u(k,\sigma;k',\sigma') a_{k\sigma}^\dagger a_{k'\sigma'}^\dagger + \sum_{k,k'} V(k,k') a_{k\uparrow}^\dagger a_{k\downarrow}^\dagger a_{-k\downarrow} a_{-k\uparrow} \quad (1)$$

where the operator $a_{k\sigma}^\dagger$ ($a_{k\sigma}$) creates (annihilates) an electron with the wave vector k and the spin projection on z-axis $\sigma = \uparrow$ or $\downarrow$, $\epsilon_k = \xi_k - \mu$ is the (spin-independent) quasiparticle energy measured from the chemical potential μ , $u(k,\sigma;k',\sigma')$ is the matrix element for electron scattering by randomly distributed impurities (defects) from the state (k',σ') to the state (k,σ) , and $V(k,k')$ is the BCS pair potential. $V(k,k') = -V_0 e(k)e(k')$ where V_0 is the pairing energy and $e(k)$ is a real basis function.

For the formal procedure of T_c calculation, we define the normal and anomalous temperature Green's function as:

$$G(k,\tau) = -\langle T_\tau a_{k\sigma}(\tau) a_{k\sigma}^\dagger(0) \rangle, \quad F(k,\tau) = \langle T_\tau a_{-k-\sigma}^+(\tau) a_{k\sigma}^\dagger(0) \rangle, \\ \tilde{G}(k,\tau) = -\langle T_\tau a_{-k-\sigma}^-(\tau) a_{-k-\sigma}(0) \rangle, \quad \tilde{F}(k,\tau) = \langle T_\tau a_{k\sigma}(\tau) a_{-k-\sigma}(0) \rangle$$

The matrix Green function in the Nambu representation is

$$\hat{G}(\omega, k) = \begin{pmatrix} G(\omega, k) & -\tilde{F}(\omega, k) \\ -F(\omega, k) & \tilde{G}(\omega, k) \end{pmatrix}$$

We can get the normal and anomalous temperature Green's function averaged over the impurity position and spin directions as:

$$G(\omega, k) = -\frac{i\tilde{\omega} + \epsilon_k}{\tilde{\omega}^2 + \epsilon_k^2 + |\tilde{\Delta}(k)|^2} \quad (2)$$

$$F(\omega, k) = \frac{\tilde{\Delta}(k)}{\tilde{\omega}^2 + \epsilon_k^2 + |\tilde{\Delta}(k)|^2} \quad (3)$$

where $\tilde{\omega}(k)$ is the renormalized Matsubara frequency and $\tilde{\Delta}(k)$ is the renormalized order parameter.

Although the isotropic impurity scattering can describe the impurity effect on superconductivity well, the weak anisotropic impurity scattering occur when the Fermi surface average of the order parameter is non-zero. We can go beyond the isotropic scattering cases by treating a small perturbation of the isotropic scattering as [4–7]. The anisotropy impurity scattering can be found in case of extended magnetic moment impurity (magnetic impurity scattering) and the anisotropy of the crystal lattice (non-magnetic impurity scattering).

The momentum-dependent impurity potential can be simplify into model as:

$$u(k, k') = v(k, k') + J(k, k') \bar{S} \cdot \bar{\sigma} \quad (4)$$

where $v(k, k')$ is the spin-independent potential component and $J(k, k') \bar{S} \cdot \bar{\sigma}$ is the spin exchange interaction. $\bar{S}$ is the spin of magnetic impurity and $\bar{\sigma}$ is the electron spin density. We assumed a separable form of scattering probabilities.

$$v^2(k, k') = v_0^2 + v_1^2 f(k) f(k') \quad (5)$$

$$J^2(k, k') = J_0^2 + J_1^2 g(k) g(k') \quad (6)$$

where $v_0(v_1)$ and $J_0(J_1)$ are isotropic (anisotropic) scattering amplitudes for non-magnetic and magnetic potential. $f(k)$ and $g(k)$ are the momentum-dependent anisotropy function in the non-magnetic and magnetic scattering channel. The averaged over the Fermi surface of $f(k)$ and $g(k)$ vanish, $\langle f(k) \rangle = \langle g(k) \rangle = 0$, and are normalized as $\langle f^2(k) \rangle = 1$ and $\langle g^2(k) \rangle = 1$.

To consider the effect of impurity on anisotropic superconductor, we set the equation [8,9]

$$\hat{G}^{-1}(\omega, k) = \hat{G}_0^{-1} - \hat{M}(\omega, k)$$

where $\hat{M}(\omega, k) = \langle u(k, k') \hat{G}(\omega, k') u(k', k) \rangle$.

Finally we can get the $\tilde{\omega}(k)$ and $\tilde{\Delta}(k)$ [11,12] as

$$\tilde{\omega}(k) = \omega + \pi n_i N_0 \int_{\text{FS}} dS_k n(k') \tilde{\omega}(k') \frac{v^2(k, k') + J^2(k, k') S(S+1)}{\sqrt{\tilde{\omega}^2(k') + \tilde{\Delta}^2(k')}} \quad (7)$$

$$\tilde{\Delta}(k) = \Delta + \pi n_i N_0 \int_{\text{FS}} dS_k n(k') \tilde{\Delta}(k') \frac{v^2(k, k') \pm J^2(k, k') S(S+1)}{\sqrt{\tilde{\omega}^2(k') + \tilde{\Delta}^2(k')}} \quad (8)$$

Here $\omega = \pi T(2n+1)$, T is temperature, n is integer number and n_i is impurity concentration.

The “ $\pm$ ” sign in Eq. (8) play an important rule in this model. They depend on the spin exchange interaction of magnetic impurity scattering that effect to the sign of magnitude of the second-order Born scattering. The effect of magnetic impurities scattering contribution from both spin-flip and spin-conserving scattering of electrons due to their exchange interaction with magnetic impurities.

The “+” and “−” sign mean that we consider the effect of non-negative and negative magnitude of the second-order Born scattering, respectively. After consideration the spin exchange interaction term in Eq. (4), we find that “+” sign can be occurred in case of spin-conserving scattering that $J(k, k') \bar{S} \cdot \bar{\sigma}$ is equal to $J(k, k') \bar{S} \cdot \bar{\sigma} \equiv J(k, k') S^z$ and spin-flip scattering as $J(k, k') (-i\gamma_\sigma) S^x$ or $J(k, k') S^y$. And the “−” sign [8,9] can be found in case spin-conserving scattering that $J(k, k') \bar{S} \cdot \bar{\sigma}$ is equal to $J(k, k') \bar{S} \cdot \bar{\sigma} \equiv J(k, k') \gamma_\sigma S^z$ and spin-flip scattering as $J(k, k') S^x$ or $J(k, k') i\gamma_\sigma S^y$. Where $\gamma_\sigma = +1$ and -1 for $\sigma = \uparrow$ and $\downarrow$, respectively, and S^x, S^y and S^z are the Pauli matrices of spin of magnetic impurity. The “ $\pm$ ” sign in Eq. (8) show the orientation of electron spin through γ_σ contributed from spin-conserving exchange scattering of electrons due to their exchange interaction with magnetic impurities.

Taking a separable pair potential $V(k, k') = -V_0 e(k)e(k')$, that V_0 is the pairing energy and $\Delta(k)$ is the orbital part of the singlet superconducting order parameter. We defined as $\Delta(k) = \Delta e(k)$ where $e(k)$ is a real basis function and $\langle e^2 \rangle = 1$, where $\langle \dots \rangle$ denotes the average value over the Fermi surface that $\int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \rightarrow N_0 \int_{\text{FS}} dS_k n(k) \int d\xi_k$ and $\langle \dots \rangle = \int_{\text{FS}} dS_k n(k) \langle \dots \rangle$. Here $n(k)$ is the angle-resolved Fermi surface density of state. N_0 is the overall density of state at Fermi surface.

We can get the critical temperature as:

$$\ln \left(\frac{T_c}{T_{c0}} \right) = (1 - \langle e \rangle^2) \left[\Psi \left(\frac{1}{2} \right) - \Psi \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{\Gamma_0 + G_0}{2\pi T_c} \right) \right) \right] + S_1 + S_2 + S_3 \quad (9)$$

That

$$S_1 = 2\pi T_c \sum_{\omega>0} \frac{\langle ef \rangle}{(\omega + \Gamma_0 + G_0)} \frac{\Gamma_1 \langle ef \rangle (\omega + \Gamma_0 + G_0 \mp \Gamma_1) \pm \langle fg \rangle \langle eg \rangle \Gamma_1 \Gamma_1}{(\omega + \Gamma_0 + G_0 - \Gamma_1)(\omega + \Gamma_0 + G_0 \mp \Gamma_1) \mp \langle fg \rangle^2 \Gamma_1 \Gamma_1} \\ S_2 = \pm 2\pi T_c \sum_{\omega>0} \frac{\langle eg \rangle}{(\omega + \Gamma_0 + G_0)} \frac{G_1 \langle eg \rangle (\omega + \Gamma_0 + G_0 - \Gamma_1) + \langle fg \rangle \langle ef \rangle \Gamma_1 \Gamma_1}{(\omega + \Gamma_0 + G_0 \mp \Gamma_1)(\omega + \Gamma_0 + G_0 - \Gamma_1) \mp \langle fg \rangle^2 \Gamma_1 \Gamma_1} \\ S_3 = \langle e \rangle^2 \left[\Psi \left(\frac{1}{2} \right) - \Psi \left(\frac{1}{2} + \frac{G_0 \pm G_1}{2\pi T_c} \right) \right]$$

Here $\Gamma_0 = \pi n_i N_0 v_0^2$, $\Gamma_1 = \pi n_i N_0 v_1^2$, $G_0 = \pi n_i N_0 J_0^2 S(S+1)$ and $G_1 = \pi n_i N_0 J_1^2 S(S+1)$ are scattering rate of isotropic non-magnetic, anisotropic non-magnetic, isotropic magnetic and anisotropic magnetic channel, respectively. G_0 and G_1 depend on the magnitude of spin exchange interaction.

The Eq. (9) is the critical temperature equation of anisotropic impure superconductors that include the effect of random magnetic and non-magnetic impurities, and the spin exchange interaction.

3. Discussion

In our model, we can get the T_c equation that can describe all case done before [4–7,9,10]. The effect of spin exchange interaction are to change the sign of magnitude of the second-order Born scattering shown by Eq. (8). And they effect to the critical temperature equation by changing sign from plus to minus of Eq. (9). The occurring of “ $\pm$ ” sign in Eq. (9) (in S_1 , S_2 and S_3) depend on the sign “ $\pm$ ” of Eq. (8). In case of “ $-$ ” sign, we can get the result of Haran and Nagi [4] especially $S_3 = \langle e \rangle^2 \left[\Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{2G_0}{2\pi T_c}\right) \right]$ that they think it is the additional term. Within our model, we can clarify that this additional term come from the spin exchange interaction. In case of “ $+$ ” sign, we can get the results of Haran and Nagi [5–7], and Openov [8,9]. The term S_3 equal to zero in this case. The new term of S_1 and S_2 have been found by our calculation.

For the above discussion, we can conclude that the spin exchange interaction can change the form of T_c equation, and the final T_c equation can describe the critical temperature of anisotropic impure superconductors well. In this work, we will not show the numerical calculation because it is a special case of our consideration that has been done before by others.

4. Conclusion

We have revised the model of non-magnetic and magnetic impurities of Haran and Nagi [4–7] and Opeov [8,9] that considers the problem of non-magnetic and magnetic impurities in an anisotropic impure superconductor for the case of anisotropic (momentum-dependent) impurity scattering in weak-coupling approximation. The effect of spin exchange interaction of impurity scattering on T_c equation is included in our model. The spin exchange interaction effects the sign of magnitude of the second-order Born scattering that also effects the T_c equation.

After our calculation, we can get the general T_c equation that can well describe every model done before.

Acknowledgements

The authors thank Professor Dr. Suthat Yoksan for the useful discussion and also thank Thai Research Fund and Office of Higher Education Commission for the financial support.

References

- [1] P.W. Anderson, *Phys. Rev. Lett.* 3 (1959) 323.
- [2] K. Ueda, T.M. Rice, *Theory of heavy Fermion and valence fluctuations*, in: T. Kasuyasu, T. Saso (Eds.), Springer, Berlin, 1985, p. 267.
- [3] D. Shi, Z. Li, *Physica C* 270 (1996) 274.
- [4] G. Haran, A.D.S. Nagi, *Phys. Rev. B* 63 (2000) 12503.
- [5] G. Haran, A.D.S. Nagi, *Phys. Rev. B* 54 (1996) 15463.
- [6] G. Haran, A.D.S. Nagi, *Solid State Commun.* 106 (1998) 775.
- [7] G. Haran, A.D.S. Nagi, *Phys. Rev. B* 58 (1998) 12441.
- [8] L.A. Openov, *JETP Lett.* 66 (1997) 661.
- [9] L.A. Openov, *Phys. Rev. B* 58 (1998) 9468.
- [10] G. Haran, *Phys. Rev. B* 65 (2002) 216501.
- [11] A.A. Abrikosov, L.P. Gorkov, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 39 (1960) 1781. *Sov. Phys. – JETP* 12 (1961) 1243.
- [12] K. Maki, in: R.D. Parks (Ed.), *Superconductivity*, vol. 2, Marcel Dekker, New York, 1969, pp. 1035–1102.

ผลงานวิจัยที่ทำในรอบปี

ในรอบปีที่ผ่านมา ตั้งแต่ 1 ธันวาคม 2549 ถึง 30 พฤศจิกายน 2550 โครงการวิจัยได้ดำเนินไปอย่างก้าวหน้าตามลำดับ ดังที่จะเสนอต่อไปนี้

วัตถุประสงค์ของโครงการ

เพื่อพัฒนาความรู้ ความเข้าใจและสร้างองค์ความรู้ใหม่ในเรื่องกลไกการเกิดสภาพนำยวดยิ่งและผลของสารเจือที่มีต่อสมบัติทางฟิสิกส์ในตัวนำยวดยิ่งแบบช่องว่างพลังงานเดี่ยว และแบบสองช่องว่างพลังงาน ที่มีสมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบต่างๆ โดยจะศึกษาผลของสารเจือทั้งแบบแม่เหล็กและไม่ใช่แม่เหล็กที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤติ ช่องว่างพลังงาน สัมประสิทธิ์ของไอโซโทป และความจุความร้อน ของตัวนำยวดยิ่งทั้งสองแบบ

แผนการดำเนินงานตลอดโครงการ

กิจกรรม \ เดือนที่	1-6	7-12	13-18	19-24
ศึกษาผลงานที่เกี่ยวข้อง เช่น สมบัติต่างๆ ของตัวนำยวดยิ่งแบบช่องพลังงานเดี่ยวและสองแถบพลังงาน ที่มีสารเจือ และทฤษฎีใหม่ที่มีการนำเสนอ รวมถึงเทคนิคในการแก้ปัญหา	<<==	====	==>>	
สร้างแบบจำลองของตัวนำยวดยิ่งแบบช่องพลังงานเดี่ยวและสองแถบพลังงานที่มีสารเจือแบบเป็นแม่เหล็กและไม่เป็นแม่เหล็กโดยจะประยุกต์หรือดัดแปลงจากของ Haran และ Nagi และของ Ohashi	<<==	====	==>>	
คำนวณสมบัติของตัวนำยวดยิ่งที่มีสารเจือแบบเป็นแม่เหล็กและไม่เป็นแม่เหล็กเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้คำตอบของ -อุณหภูมิวิกฤติ และดัชนีของปรากฏการณ์ไอโซโทป -ช่องว่างพลังงาน -ความจุความร้อน	<<==	==>>	<<=>>	<<=>>
คำนวณเชิงตัวเลข โดยโปรแกรม mathematica และ เทคนิคการทำซ้ำแบบ Newton		<<==	==>>	
นำเสนอผลงานในวารสาร		<=>		<==>
สรุปโครงการ				<==>
ผลที่คาดว่าจะได้รับ	Paper 1 เรื่อง		Paper 1 เรื่อง	

การดำเนินงานวิจัยตามวัตถุประสงค์ในรอบปีที่ผ่านมา

ในรอบปีที่ผ่านมาผู้วิจัยได้ทำการศึกษาผลของสารเจือที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยวดยิ่งโดยศึกษาในสมบัติเรื่องอุณหภูมิวิกฤติและ อัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสดังนี้

ผลของสารเจือที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤติ

การศึกษาผลของสารเจือ ทั้งแบบไม่เป็นแม่เหล็ก และแบบที่เป็นแม่เหล็กที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤติ ในตัวนำยวดยิ่ง ครั้งนี้ เป็นการศึกษาต่อจากโครงการที่ผ่านมา โดยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำแบบจำลองของ Haran และ Nagi [1-4] รวมทั้งแบบจำลองของ Openov[5-6] เพื่อพัฒนาแบบจำลองให้สมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้เริ่มทำการศึกษาระบวนการศึกษาผลของสารเจือใหม่โดยเริ่มต้นที่ฮาร์มิลโทเนียน ตามแบบของ BCS ดังนี้

$$H = \sum_{k,\sigma} \varepsilon_k a_{k\sigma}^+ a_{k\sigma} + \sum_{k,k',\sigma,\sigma'} u(k,\sigma;k',\sigma') a_{k\sigma}^+ a_{k'\sigma'} + \sum_{k,k'} V(k,k') a_{k\uparrow}^+ a_{-k\downarrow}^+ a_{-k'\downarrow} a_{k'\uparrow} \quad (1)$$

โดยตัวดำเนินการสร้าง(ทำลาย) $a_{k\sigma}^+ (a_{k\sigma})$ สำหรับอิเล็กตรอนที่มีเลขคลื่น k และสปินบน

แกน z-axis เป็น $\sigma = \uparrow$ หรือ $\downarrow$, พลังงานของกึ่งอนุภาควัดจากพลังงานศักย์เคมี μ เป็น

$\varepsilon_k = \xi_k - \mu$ (ไม่ขึ้นกับสปิน) , $u(k,\sigma;k',\sigma')$ เป็นเมตริกซ์ของการกระเจิงของอิเล็กตรอนแบบ

สุม จากสถานะ (k',σ') ไปสถานะ (k,σ) , และ $V(k,k')$ เป็นศักย์ของการเกิดคู่ของ BCS

โดย $V(k,k') = -V_0 e(k)e(k')$ เมื่อ V_0 เป็นพลังงานการเกิดคู่ และ $e(k)$ เป็น real basis

function

นำฮาร์มิลโทเนียนมาคำนวณหา Green's function โดยกำหนด normal และ anomalous temperature Green's function ดังนี้

$$G(k,\tau) = - \langle T_\tau a_{k\sigma}(\tau) a_{k\sigma}^+(0) \rangle, F(k,\tau) = \langle T_\tau a_{-k-\sigma}(\tau) a_{k\sigma}^+(0) \rangle,$$

$$\tilde{G}(k,\tau) = - \langle T_\tau a_{-k-\sigma}^+(\tau) a_{-k-\sigma}^+(0) \rangle, \tilde{F}(k,\tau) = \langle T_\tau a_{k\sigma}(\tau) a_{-k-\sigma}(0) \rangle$$

เขียนเป็นเมตริกซ์ Green function ตาม Nambu representation เป็น

$$\hat{G}(\omega,k) = \begin{pmatrix} G(\omega,k) & -\tilde{F}(\omega,k) \\ -F(\omega,k) & \tilde{G}(\omega,k) \end{pmatrix}$$

ดังนั้น normal และ anomalous temperature Green's function เฉลี่ยทั่วสารเจือทั้ง

ตำแหน่งและสปิน เป็น

$$G(\omega, k) = -\frac{i\tilde{\omega} + \varepsilon_k}{\tilde{\omega}^2 + \varepsilon_k^2 + |\tilde{\Delta}(k)|^2} \quad (2)$$

$$F(\omega, k) = \frac{\tilde{\Delta}(k)}{\tilde{\omega}^2 + \varepsilon_k^2 + |\tilde{\Delta}(k)|^2} \quad (3)$$

เมื่อ $\tilde{\omega}(k)$ เป็น renormalized Matsubara frequency และ $\tilde{\Delta}(k)$ เป็น renormalized order parameter

กำหนดให้ $u(k, k')$ เป็นศักย์ของสารเจือที่ขึ้นกับเวกเตอร์คลื่น ตามสมการ

$$u(k, k') = v(k, k') + J(k, k') \bar{S} \cdot \bar{\sigma} \quad (4)$$

เมื่อ $v(k, k')$ ศักย์ที่ไม่ขึ้นกับสปิน และ $J(k, k') \bar{S} \cdot \bar{\sigma}$ เป็นเทอมที่เกิดจาก the spin exchange interaction เมื่อ $\bar{S}$ เป็น classical spin ของศักย์ของสารเจือและ $\bar{\sigma}$ เป็น electron spin density

กำหนดให้อิทธิพลของการกระเจิงสามารถแยกตัวแปรได้ตามสมการ

$$v^2(k, k') = v_0^2 + v_1^2 f(k) f(k') \quad (5)$$

$$J^2(k, k') = J_0^2 + J_1^2 g(k) g(k') \quad (6)$$

เมื่อ $v_0(v_1), J_0(J_1)$ คือแอมพลิจูดของการกระเจิงแบบสมมาตร (isotropic) เนื่องจากสารเจือแบบไม่เป็นแม่เหล็ก(เป็นแม่เหล็ก)

$f(k), g(k)$ คือฟังก์ชันของการกระเจิงแบบขึ้นกับทิศทาง (anisotropic) เนื่องจากสารเจือ เนื่องจากสารเจือแบบไม่เป็นแม่เหล็กและเป็นแม่เหล็ก ซึ่งค่าเฉลี่ยทั่วผิวเฟอร์มีของ

$f(k)$ และ $g(k)$ จะมีค่าเป็นศูนย์, $\langle f(k) \rangle = \langle g(k) \rangle = 0$ และค่า normalized เป็น

$\langle f^2(k) \rangle = 1$ และ $\langle g^2(k) \rangle = 1$ เพื่อให้แบบจำลองมีความครอบคลุมมากขึ้นจะกำหนด ให้

$g(k) \neq f(k)$ ก่อนในการคำนวณ ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จะครอบคลุมทั้งกรณีที่ $g(k) = \pm f(k)$ และ

$g(k) \neq f(k)$

พิจารณาผลของสารเจือปนตัวนำวดยิ่งแบบไม่สมมาตรตามสมการ [5,6]

$$\hat{G}^{-1}(\omega, k) = \hat{G}_0^{-1} - \hat{M}(\omega, k)$$

เมื่อ $\hat{M}(\omega, k) = \langle u(k, k') \hat{G}(\omega, k') u(k', k) \rangle$.

จะได้ $\tilde{\omega}(k)$ และ $\tilde{\Delta}(k)$ [8,9] ตามสมการ

$$\tilde{\omega}(k) = \omega + \pi n_i N_0 \int_{FS} dS_{k'} n(k') \tilde{\omega}(k') \frac{v^2(k, k') + J^2(k, k') S(S+1)}{\sqrt{\tilde{\omega}^2(k') + \tilde{\Delta}^2(k')}} \quad (7)$$

$$\tilde{\Delta}(k) = \Delta + \pi n_i N_0 \int_{FS} dS_{k'} n(k') \tilde{\Delta}(k') \frac{v^2(k, k') \pm J^2(k, k') S(S+1)}{\sqrt{\tilde{\omega}^2(k') + \tilde{\Delta}^2(k')}} \quad (8)$$

โดย $\omega = \pi T(2n+1)$

T เป็นอุณหภูมิ และ n เป็นจำนวนเต็ม

ξ_k เป็นพลังงานของ กิ่งอนุภาค

n_i เป็นความเข้มข้นของสารเจือ

โดย $\Delta(k)$ เป็น order parameter ที่ขึ้นกับ เวกเตอร์คลื่น ตามสมการ

$$\Delta(k) = \Delta e(k) \quad (9)$$

เมื่อ $e(k)$ เป็น basis function ที่ขึ้นกับ เวกเตอร์คลื่น และ Δ เป็น order parameter ที่ไม่ขึ้นกับ เวกเตอร์คลื่น และมีเงื่อนไขการ normalized เป็น $\langle e^2 \rangle = 1$

เครื่องหมาย $\pm$ ที่เทอมของ second-order Born scattering ในสมการของ order parameter เป็นแบบจำลองของผู้วิจัย ซึ่งจะมีความสำคัญในการพิจารณาสมการอย่างมาก และยังไม่เคยมีใครให้ความสนใจมาก่อน เกิดจากการพิจารณาอันตรกิริยา spin exchange

interaction เครื่องหมาย บวก "+" สามารถเกิดขึ้นได้ในกรณี ที่ $J(k, k') \bar{S} \cdot \vec{\sigma}$ เป็น

$$J(k, k') \bar{S} \cdot \vec{\sigma} \equiv J(k, k') S^z \quad \text{หรือ} \quad J(k, k') (-i\gamma_\sigma) S^x \quad \text{หรือ} \quad J(k, k') S^y \quad \text{และ}$$

เครื่องหมาย ลบ "-" เกิดกับกรณี ที่ $J(k, k') \bar{S} \cdot \vec{\sigma}$ เป็น

$$J(k, k') \bar{S} \cdot \vec{\sigma} \equiv J(k, k') \gamma_\sigma S^z \quad \text{หรือ} \quad J(k, k') S^x \quad \text{or} \quad J(k, k') i\gamma_\sigma S^y \quad \text{โดย} \quad \gamma_p = +1 \quad \text{และ} \quad -1$$

สำหรับ $\sigma = \uparrow$ และ $\downarrow$ ตามลำดับ, และ S^x, S^y, S^z เป็น the Pauli matrices ของสารเจือแบบ

แม่เหล็ก

กำหนดให้ การอินทิเกรตของเวกเตอร์คลื่น $\int d^3k/(2\pi)^3$ กระทำที่บริเวณผิวเฟอร์มี ดังนั้น สามารถเขียนแทนได้ด้วย $N_0 \int_{FS} dS_k n(k) \int d\xi_k$ โดยมี N_0 เป็นความหนาแน่นสถานะที่ผิวเฟอร์มี และ $n(k)$ เป็นความหนาแน่นสถานะ angle-resolved ที่ผิวเฟอร์มี และมีเงื่อนไขการnormalized เป็น $\int_{FS} dS_k n(k) = 1$

จากสมการของช่องว่างพลังงานในขอบเขตการคู่ควบอย่างอ่อน

$$\Delta(k) = -T \sum_{\omega} \sum_{k'} V(k, k') \frac{\tilde{\Delta}(k')}{\tilde{\omega}^2 + \xi_{k'}^2 + |\tilde{\Delta}(k')|^2} \quad (10)$$

เมื่อ $V(k, k')$ เป็นศักย์ของการเกิดคู่คูเปอร์ แบบที่ขึ้นกับทิศทางและมีสมการเป็น

$$V(k, k') = -V_0 e(k) e(k') \quad (11)$$

คำนวณหาสมการของอุณหภูมิวิกฤติได้เป็น

$$\ln\left(\frac{T_C}{T_{C0}}\right) = 2\pi T_C \sum_{\omega>0} \{ [f(\omega)]_{\Lambda=0} - \frac{1}{\omega} \} \quad (12)$$

โดย

$$[f(\omega)]_{\Lambda=0} = \int_{FS} dS_k n(k) \frac{e(k)}{\tilde{\omega}_0(k)} \left[\frac{\tilde{\Delta}(k)}{\Delta} \right]_{\Lambda=0} \quad (13)$$

เมื่อ T_{C0} เป็นอุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยวดยิ่งที่ไม่มีสารเจือ
แทนค่าในสมการจะได้สมการของอุณหภูมิวิกฤติเป็น

$$\ln\left(\frac{T_C}{T_{C0}}\right) = (1 - \langle e \rangle^2) \left[\Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \left(\frac{\Gamma_0 + G_0}{2\pi T_C}\right)\right) \right] + S_1 + S_2 + S_3 \quad (14)$$

โดย

$$S_1 = 2\pi T_C \sum_{\omega>0} \frac{\langle ef \rangle}{(\omega + \Gamma_0 + G_0)} \frac{\Gamma_1 \langle ef \rangle (\omega + \Gamma_0 + G_0 \mp G_1) \pm \langle fg \rangle \langle eg \rangle G_1 \Gamma_1}{(\omega + \Gamma_0 + G_0 - \Gamma_1)(\omega + \Gamma_0 + G_0 \mp G_1) \mp \langle fg \rangle^2 \Gamma_1 G_1}$$

$$S_2 = \pm 2\pi T_c \sum_{\omega>0} \frac{\langle eg \rangle}{(\omega + \Gamma_0 + G_0)} \frac{G_1 \langle eg \rangle (\omega + \Gamma_0 + G_0 - \Gamma_1) + \langle fg \rangle \langle ef \rangle G_1 \Gamma_1}{(\omega + \Gamma_0 + G_0 \mp G_1)(\omega + \Gamma_0 + G_0 - \Gamma_1) \mp \langle fg \rangle^2 \Gamma_1 G_1}$$

$$S_3 = \langle e \rangle^2 \left[\Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{G_0 \pm G_0}{2\pi T_c}\right) \right]$$

เมื่อ $\Gamma_0 = \pi m_i N_0 v_0^2$, $\Gamma_1 = \pi m_i N_0 v_1^2$, $G_0 = \pi m_i N_0 J_0^2 S(S+1)$, $G_1 = \pi m_i N_0 J_1^2 S(S+1)$ เป็น

อัตราการกระเจิง ที่เกิดจาก isotropic non-magnetic, anisotropic non-magnetic, isotropic

magnetic, and anisotropic magnetic ตามลำดับ ซึ่ง G_0 และ G_1 มีค่าขึ้นกับขนาดของ spin

exchange interaction

สมการของอุณหภูมิกฤตที่ได้จะเป็นสมการของอุณหภูมิกฤตของตัวนำยิ่งยวดที่มี
สารเจือแบบเป็นแม่เหล็กและไม่เป็นแม่เหล็กที่มีการกระจายตัวแบบสุ่ม โดยคำนึงผลของ spin
exchange interaction ด้วย และสามารถครอบคลุมสมการของอุณหภูมิกฤตที่ได้นำเสนอมา
ก่อนแล้วในเอกสารอ้างอิง[1-4,6-7]

พิจารณาในกรณีเครื่องหมายลบจะได้สมการของอุณหภูมิกฤตเป็น

$$\ln\left(\frac{T_c}{T_{c0}}\right) = (1 - \langle e \rangle^2 - \langle ef \rangle^2) \left[\Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \left(\frac{\Gamma_0 + G_0}{2\pi T_c}\right)\right) \right] + \langle e \rangle^2 \left[\Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \left(\frac{2G_0}{2\pi T_c}\right)\right) \right] \\ + \langle ef \rangle^2 \left[\Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \left(\frac{\Gamma_0 + G_0 - G_1 - \Gamma_1}{2\pi T_c}\right)\right) \right] \quad (15)$$

เมื่อ T_c (T_{c0}) เป็นอุณหภูมิกฤตของตัวนำยิ่งยวดแบบมีสารเจือ(ไม่มีสารเจือ) และ $\Psi(x)$ เป็น
สมการ digamma function และสมการ(15) โดย เฉพาะ เทอม

$$S_3 = \langle e \rangle^2 \left[\Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{2G_0}{2\pi T_c}\right) \right] \text{ ซึ่ง Haran และ Nagi ไม่สามารถสรุปที่มาได้ แต่}$$

แบบจำลองนี้สามารถสรุปได้ว่ามาจาก spin exchange interaction

พิจารณาในกรณีเครื่องหมายบวก พบว่าจะครอบคลุมสมการของ Haran and Nagi[
2-4], และ Openov [5,6] ซึ่งมี เทอม S_3 เป็น ศูนย์ และได้เทอม S_1 และ S_2 เพิ่มขึ้นมา โดย
ยังไม่มีมีการคำนวณและนำเสนอมาก่อน

อัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียส,

การวัดอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียส เป็นข้อมูลที่สำคัญสำหรับอธิบายตัวนำยิ่งยวดยิ่งอุณหภูมิลึกสูง โดยแสดงถึงลักษณะของการเกิด Gap opening และการกระตุ้นของกึ่งอนุภาคเมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซ (Nuclear spin-lattice relaxation) จากการศึกษาในสารตัวนำยิ่งยวด ^{27}Al พบว่าสอดคล้องกับทฤษฎี BCS เป็นอย่างมาก เป็นไปตามโดยเป็นไปตามสมการ

$$\frac{1}{T_1} \sim \exp(-\Delta/k_B T) \quad \text{เมื่อ } T \ll T_c \quad (16)$$

ในปี ค.ศ. 1967 ลีตอนและซูล [10] ได้ศึกษาอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสเมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซ (Nuclear spin-lattice relaxation rate, $1/T_1$) ของตัวนำยิ่งยวด โดยใช้วิธีฟังก์ชันกรีน

ในการศึกษาอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสเมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซ ได้นิยามว่า $R \equiv 1/T_1 T$ คืออัตราส่วนของความน่าจะเป็น ($W_{n \rightarrow m}$) ของการกลับตัวของสปินของนิวเคลียส จากสถานะ $|n\rangle$ ไปยังสถานะ $|m\rangle$ สำหรับกรณีทั่วไป อันตรกิริยาการกลับตัวของสปินระหว่างสปินของนิวเคลียสและอิเล็กตรอนตัวนำ ความน่าจะเป็นนี้สามารถเขียนในเทอมของฟังก์ชันกรีนของความร้อนของอนุภาคเดี่ยว, G_ω และ F_ω^+ ของระบบอิเล็กตรอนแบบไม่ถูกรบกวน ได้เป็น

$$W_{n \rightarrow m} = \frac{C^2}{2\hbar} \sum_{j,j'} \frac{[\langle n | I_j | m \rangle \langle m | I_{j'} | n \rangle + c.c.]}{[1 - \exp(\beta\omega)]} \text{Im} O[i\omega(q) \rightarrow \omega + i\delta] \\ \times \left\{ T \sum_s \left[G_{\omega(s)}(R_j, R_{j'}) G_{\omega(s)-\omega(q)}(R_{j'}, R_j) + F_{\omega(s)}(R_j, R_{j'}) F_{\omega(q)-\omega(s)}^+(R_{j'}, R_j) \right] \exp[i\omega(s)\eta] \right\} \quad (17)$$

เมื่อ $C = (-8\pi/3)\gamma_e\gamma_n\hbar^2$

γ_e, γ_n คือ ค่าคงตัวของอัตราส่วนแม่เหล็กไจโรของอิเล็กตรอนและนิวเคลียส ตามลำดับ

T คือ อุณหภูมิ

I_j คือ สปินของนิวเคลียส

$\omega(q)$ คือ ความถี่ โดยที่ $\omega(q) = 2q\pi T$

$\omega(s)$ คือ ความถี่ โดยที่ $\omega(s) = (2s+1)\pi T$

q, s คือ จำนวนเต็ม โดยที่ $q = 1, 2, 3, \dots$ และ $s = 0, 1, 2, 3, \dots$

δ, η คือ ปริมาณที่มีค่าน้อยๆ

ω คือ ความถี่ที่เกิดจากความแตกต่างของระดับพลังงานซีแมน (Zeeman) ของสถานะ $|n\rangle$ และ $|m\rangle$ โดยทั่วไป ω จะมีค่าน้อย และสามารถกำหนดให้มีค่าเท่ากับศูนย์ได้

สามารถเขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$W_{n \rightarrow m} = (C^2/2\pi\hbar) \sum_{j,j'} [\langle n|I_j|m\rangle \langle m|I_{j'}|n\rangle + c.c.] \int dE f(E) [1 - f(E - \omega)] \\ \times [\text{Im} G_E^R(R_j, R_{j'}) \text{Im} G_{E-\omega}^R(R_{j'}, R_j) + \text{Im} F_E^R(R_j, R_{j'}) \text{Im} F_{\omega-E}^{R^+}(R_j, R_{j'})] \quad (18)$$

จาก Green's function ของตัวนำวยวดยิ่ง

$$\hat{G}_0(i\omega, r, r') = -\frac{1}{\Omega} \sum_k e^{ik(r-r')} \frac{i\omega_m + \varepsilon_k \tau_3 + \Delta_k \tau_1}{\omega_m^2 + \varepsilon_k^2 + \Delta_k^2}$$

เมื่อ τ_i คือ เมทริกซ์เพาลี (Pauli matrices) เมื่อ $i = 0, 1, 2, 3$ โดยที่ $\tau_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \text{และ} \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

ω_m คือ ความถี่มัดซูบาระ โดยที่ $\omega_m = (2m+1)\pi T$ ซึ่ง m คือจำนวนเต็ม $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

ε_k คือ พลังงานของกึ่งอนุภาคที่มีโมเมนตัม k โดยวัดเทียบกับระดับของศักย์ทางเคมี

ความหนาแน่นสถานะของตัวนำวยวดยิ่งหาได้จากสมการ

$$N(E) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} [G_{ij}(i\omega_m \rightarrow E + i\delta)] = N_0 \text{Re} \left[\frac{E}{\sqrt{E^2 - |\Delta|^2}} \right]$$

เมื่อ N_0 คือ ความหนาแน่นสถานะที่ระดับพลังงานเฟอร์มิในสถานะนำปกติ

กำหนดให้ $a_{ij} = -\frac{1}{\pi} \text{Im} [G_{ij}(i\omega_m \rightarrow E + i\delta)]$

ดังนั้นจะได้

$$N(E) = a_{ij} = N_0 \text{Re} \left[\frac{E}{\sqrt{E^2 - |\Delta|^2}} \right]$$

ดังนั้นสมการความน่าจะเป็น ($W_{n \rightarrow m}$) ของการกลับตัวของสปินของนิวเคลียส จากสถานะ $|n\rangle$ ไปยังสถานะ $|m\rangle$ ในสถานะนำยวดยิ่ง เขียนได้เป็น

$$W_s = \frac{C^2}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dE f(E)(1-f(E))(a_{11}(E)a_{22}(-E) - a_{12}(E)a_{21}(-E)) \quad (19)$$

กำหนดให้ $R = \frac{1}{(T_1 T)}$ และ $W = \frac{1}{T_1}$ ที่สถานะนำยวดยิ่งจะเป็น $\frac{W_s}{T} = \frac{1}{(T_1 T)}$ ที่สถานะ

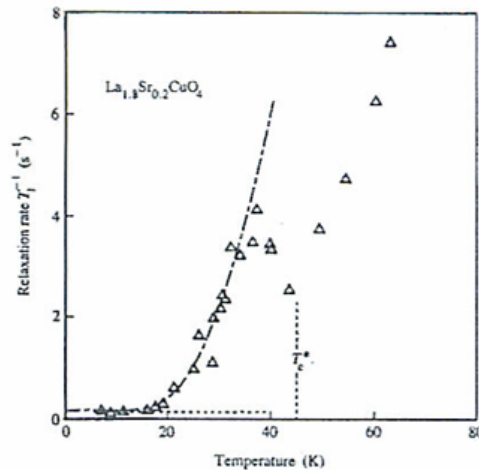
ปกติ $\frac{W_n}{T_c} = \frac{1}{(T_1 T)} \Big|_{T=T_c}$ จะได้

$$\frac{R_s}{R_n} = \frac{(T_1 T) \Big|_{T=T_c}}{(T_1 T)}$$

นำไปแทนค่าแล้วจัดรูปใหม่ จะได้

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1} \Big|_{T=T_c}} = \int_0^{\infty} dE \frac{N^2(E)}{N_0^2} \text{sech}^2(E/2T) / 2T \quad (20)$$

ได้มีการศึกษาการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสเมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซของ ^{139}La ในตัวนำยวดยิ่ง $\text{La}_{1.8}\text{Sr}_{0.2}\text{CuO}_4$ เมื่อสนามเป็นศูนย์ (Zero-field) ดังภาพประกอบ



ภาพประกอบ แสดง $1/T_1$ กับอุณหภูมิของ ^{139}La ในตัวนำยวดยิ่ง $\text{La}_{1.8}\text{Sr}_{0.2}\text{CuO}_4$ ที่มา: Mehring. (1989). IMB J. RES Develop. 33. p. 349.

จากภาพพบว่าโหนด (Hump) จะเกิดขึ้นที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤต และที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต อัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียส ($1/T_1$) จะลดลงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล ซึ่งอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียส สามารถคำนวณได้ดังสมการ

$$\frac{1}{T_{1s}} = \frac{4\pi}{\hbar} \left(\frac{\gamma_n}{\gamma_e} \right)^2 K^2 \int dE \left(\frac{E^2 + \Delta^2}{E^2 - \Delta^2} \right) f(E)(1 - f(E)) \quad (21)$$

เมื่อ $1/T_{1s}$ คือ อัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสในสภาวะนำวยดิ่ง
 $f(E)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงแบบเฟอร์มีของอนุภาคที่มีพลังงาน E

$$\text{โดยที่ } f(E) = \frac{1}{e^{-\varepsilon/k_B T} + 1}$$

K คือ ค่าคงตัว Knight shift

ในปี ค.ศ. 1996 ฮาเซกาวา [11] ได้ศึกษาความหนาแน่นสถานะของตัวนำวยดิ่งที่ขึ้นกับทิศทางของ Line-nodes ในฟังก์ชันของช่องว่างที่พื้นผิวเฟอร์มีของตัวนำวยดิ่งชนิดคลื่นพี ซึ่งฟังก์ชันของช่องว่างสำหรับสถานะเชิงขั้วได้กำหนดโดย $\Delta_{k,polar} = \Delta_0 \cos \theta$ เมื่อ $\cos \theta = k_z/|k|$ กำหนดให้พื้นผิวเฟอร์มีเป็นแบบทรงกลม สามารถเขียนความหนาแน่นสถานะตามทฤษฎี BCS ได้โดย $N(E) = N_0 \int \frac{d\Omega}{4\pi} \text{Im} \frac{E}{\sqrt{\Delta_k^2 - E^2}}$ เมื่อความหนาแน่นสถานะของสถานะนำปกติ คือ N_0 เป็นค่าคงตัว และฟังก์ชันของช่องว่างพลังงาน Δ_k ขึ้นกับทิศทางของ k เท่านั้น

ความหนาแน่นสถานะเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \frac{N_{polar}(E)}{N_0} &= \frac{\pi E}{2 \Delta_0} & \text{เมื่อ } E < \Delta_0 \\ &= \frac{E}{\Delta_0} \arcsin \frac{\Delta_0}{E} & \text{เมื่อ } E \geq \Delta_0 \end{aligned}$$

สามารถคำนวณหาความหนาแน่นสถานะสำหรับสถานะของช่องว่างโดย

$$\begin{aligned} \Delta_{k,x^2-y^2} &= \Delta_0 \frac{k_x^2 - k_y^2}{|k|^2} \\ &= \Delta_0 \sin^2 \theta \cos 2\phi \\ \text{และ } \Delta_{k,xy} &= \Delta_0 \frac{2k_x k_y}{|k|^2} \\ &= \Delta_0 \sin^2 \theta \sin 2\phi \end{aligned}$$

ทั้ง 2 สถานะ คือ สถานะดีเจเนอเรท (degenerate) เมื่อกำหนดให้พื้นผิวเฟอร์มิเป็นแบบทรงกลม พลังค์ชั้นของช่องว่างสำหรับสถานะ $x^2 - y^2$ เป็นศูนย์ บนเส้น $k_x = k_y$ และ $k_x = -k_y$ บนพื้นผิวเฟอร์มิ และเส้นนี้จะมีอันตรกิริยาที่จุด $(0, 0, \pm k_F)$ ความหนาแน่นสถานะที่ได้ สามารถคำนวณได้จากสมการดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{N_{x^2-y^2}(E)}{N_0} &= \frac{x}{\pi} \left[\int_0^1 du \frac{K(u)}{\sqrt{1-xu}} + \int_0^{1-x} du \frac{K(u+x)}{\sqrt{u(u+x)}} \right] \quad \text{เมื่อ } x < 1 \\ &= \frac{x}{\pi} \int_0^{1/x} du \frac{K(u)}{\sqrt{1-xu}} \quad \text{เมื่อ } x \geq 1 \end{aligned} \quad (22)$$

เมื่อ $x = E/\Delta_0$ และ $K(k)$ คือ พลังค์ชั้นอิลลิปติก ชนิดที่ 1 โดย

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} d\theta \frac{1}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta}} \quad (23)$$

สำหรับ $E \leq \Delta_0$ จะได้

$$\frac{N_{x^2-y^2}(E)}{N_0} = \frac{E}{2\Delta_0} \log \frac{\alpha\Delta_0}{E} \quad (24)$$

เมื่อ α มีค่าเป็น 16.0

สำหรับความหนาแน่นสถานะที่ขึ้นกับ $E \log(\alpha\Delta_0/E)$ ในคุณสมบัติทั่วไปของตัวนำยวดยิ่งแบบขึ้นกับทิศทางของ Line-nodes ในฟังก์ชันของช่องว่างบนพื้นผิวเฟอร์มิ ที่บริเวณใกล้ๆ กับจุดที่มีการตัดผ่านของ Line-nodes สามารถเขียนฟังก์ชันของช่องว่างได้เป็น

$$\Delta_k \sim \Delta_0 \xi \eta \quad (25)$$

โดยเลือกการเปลี่ยนแปลงของ ξ และ η ที่เหมาะสมบนพื้นผิวเฟอร์มิ สำหรับ $x = E/\Delta_0 \ll 1$ ความหนาแน่นสถานะของ Line-nodes ที่หาได้ คือ

$$\begin{aligned} N(E) &\sim N_0 \int_{-1}^1 d\xi \int_{-1}^1 d\eta \operatorname{Im} \frac{E}{\sqrt{(\Delta_0 \xi \eta)^2 - E^2}} \\ &= 4N_0 x \left[\int_0^x d\xi \int_0^1 d\eta \frac{1}{\sqrt{x^2 - (\xi \eta)^2}} + \int_x^1 d\xi \int_0^{x/\xi} d\eta \frac{1}{\sqrt{x^2 - (\xi \eta)^2}} \right] \end{aligned}$$

$$= 2\pi N_0 \frac{E}{\Delta_0} \log \frac{2\Delta_0}{E} \quad (26)$$

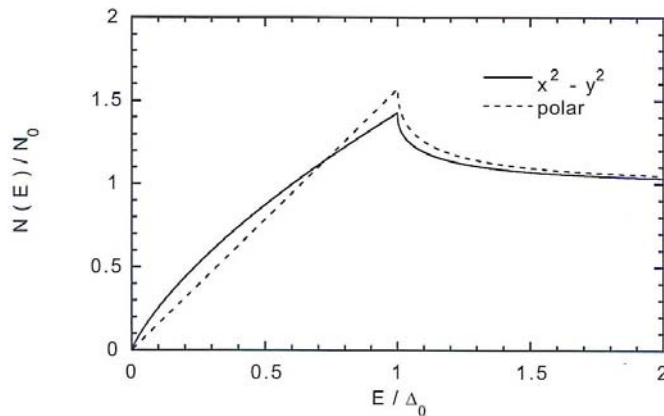
สามารถคำนวณหาอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสเมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซ, $1/T_1$ ซึ่งเขียนได้โดย

$$\frac{(T_1)_{normal}}{(T_1)_{super}} = 2 \int_0^\infty dE \left(\frac{-\partial f(E)}{\partial E} \right) \left\{ \left(\frac{N(E)}{N_0} \right)^2 + \left(\frac{M(E)}{N_0} \right)^2 \right\} \quad (27)$$

เมื่อ

$$M(E) = N_0 \int \frac{d\Omega}{4\pi} \text{Im} \frac{\Delta_k}{\sqrt{\Delta_k^2 - E^2}} \quad (28)$$

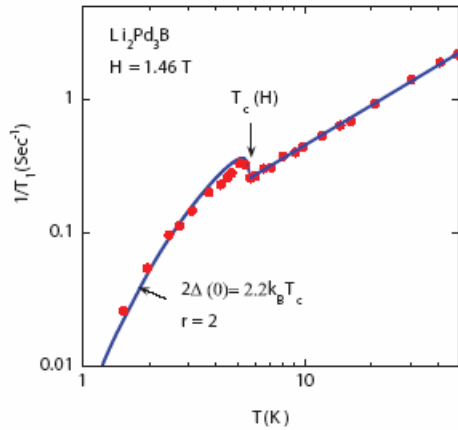
สำหรับกรณีของตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม จะได้ $M(E) = 0$



ภาพประกอบ แสดงถึงฟังก์ชันของช่องว่างพลังงานสำหรับสถานะ $x^2 - y^2$

ที่มา: Hasegawa. (1996). Journal of the Physical Society of Japan 65(10): 3132.

ในปี ค.ศ. 2007 ปาร์คเกอร์และฮาสส์ [12] ได้ศึกษาความหนาแน่นสถานะแบบต่างๆ ของตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม โดยเริ่มจากการพิจารณาสมการอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสเมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซ, $1/T_1$ โดยปรับปรุงทฤษฎี BCS เพื่อแสดงให้เห็นว่าในตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม จะมีฟิสิกส์เล็กๆ เกิดขึ้นที่บริเวณใกล้ๆ กับอุณหภูมิวิกฤต (T_c) ดังภาพประกอบ



ภาพประกอบ แสดงถึงฟีกของ $1/T_1$ ในตัวนำยวดยิ่ง $\text{Li}_2\text{Pd}_3\text{B}$

ที่มา: Parker; & Haas. (2007). Physical Review B. 75(052501): 1.

โดยเริ่มจากการพิจารณาสมการ

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}|_{T=T_c}} = \int_0^{\infty} dE N^2(E) \text{sech}^2(E/2T) / 2T \quad (29)$$

กำหนดให้ $F(E) = N(E) - 1$ จะได้ $N(E) = F(E) + 1$

และ $N^2(E) = (F(E) + 1)^2 = F^2(E) + 2F(E) + 1$

โดยที่ $\int_0^{\infty} dE F^2(E) = 0$

แทนค่า $N^2(E)$ ลงในสมการ (29) จะได้

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}|_{T=T_c}} = \int_0^{\infty} dE (1 + 2F(E) + F^2(E)) \text{sech}^2(E/2T) / 2T \quad (30)$$

พิจารณาโดยใช้สมการความหนาแน่นสถานะที่ได้จากทฤษฎี BCS ที่มีรูปแบบดังนี้

$$N(E/\Delta) \equiv N(x) = \text{Re} \left\langle \frac{x}{\sqrt{x^2 - f^2}} \right\rangle$$

เมื่อ $\langle \dots \rangle$ คือ ค่าเฉลี่ยบนพื้นผิวเฟอร์มิ

และ f คือ ตัวแปรที่ขึ้นกับมุม

โดยในงานวิจัยนี้ ได้พิจารณาฟีกโคเฮียเรนซ์ บริเวณใกล้ๆ อุณหภูมิวิกฤต (T_c) ที่เกิดจากความหนาแน่นสถานะ 3 กรณีนี ของตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม คือ

1. ความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี (d-wave) : พิจารณาเป็น 2 มิติ

โดยที่ $\Delta(k) = \Delta_0 \sin \theta$

2. ความหนาแน่นสถานะของของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase : พิจารณาเป็น 3 มิติ

โดยที่ $\Delta(k) = \Delta_0 \sin \theta$

3. ความหนาแน่นสถานะของช่องว่างพลังงานที่มี Line-node : พิจารณาเป็น 3 มิติ

โดยที่ $\Delta(k) = \Delta_0 \cos \theta$

ในการคำนวณหาความหนาแน่นสถานะสามารถหาได้ดังนี้

กรณีตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี (d-wave) ได้ $f = \sin \theta$ และพิจารณาเป็น 2 มิติ ดังนั้นจะได้

$$N(E/\Delta) \equiv N(x) = \text{Re} \left\langle \frac{x}{\sqrt{x^2 - f^2}} \right\rangle$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - \frac{1}{x^2} \sin^2 \theta}}$$

จาก $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} = F(x, k)$ เมื่อ $k < 1$

ดังนั้น $N(x) = \frac{1}{2\pi} F\left(2\pi, \frac{1}{x}\right)$

โดยที่ $F(x, k)$ คือ Legendre elliptic integral ชนิดที่ 1

จาก $F(n\pi \pm \varphi, k) = 2nK(k) \pm F(\varphi, k)$ เมื่อ $K(k)$ คือ ฟังก์ชันอีลิปติก ชนิดที่ 1

เนื่องจาก $\varphi = 0$ และ $n = 0$ ดังนั้นจะได้

$$F\left(2\pi, \frac{1}{x}\right) = 4K\left(\frac{1}{x}\right), \frac{1}{x} < 1$$

ดังนั้น

$$N(x) = \frac{1}{2\pi} 4K\left(\frac{1}{x}\right), x > 1$$

$$= \frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right), x > 1$$

และจาก

$$K\left(\frac{1}{k}\right) = kK(k) + iK(k)$$

สำหรับความหนาแน่นสถานะนี้จะพิจารณาเฉพาะส่วนจริง ดังนั้น

$$N(x) = \frac{2}{\pi} xK(x), x < 1$$

ในที่สุดจะได้

$$N(x) = \frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right), \quad x > 1 \quad (31)$$

$$= \frac{2}{\pi} x K(x), \quad x < 1 \quad (32)$$

ต่อไปจะคำนวณหา $\int_0^\infty dE F^2(E) \text{sech}^2(E/2T)/2T$ และ $\text{sech}^2(E/2T) = 1$ เนื่องจากกำหนดให้มุมของ sech^2 มีค่าน้อยๆ ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} \int_0^\infty dE F^2(E) \text{sech}^2(E/2T)/2T &= \frac{\Delta}{2T} \int_0^\infty dx (N(x) - 1)^2 \\ &= \frac{\Delta}{2T} \left[\int_0^1 dx \left(\frac{2}{\pi} x K(x) - 1 \right)^2 + \int_1^\infty dx \left(\frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) - 1 \right)^2 \right] \\ &= 0.4743 \left(\frac{\Delta}{2T} \right) \end{aligned} \quad (33)$$

กรณีของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase

กรณีของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase ได้ $f = \sin \theta$ และพิจารณาเป็น 3 มิติ ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} N(E/\Delta) \equiv N(x) &= \text{Re} \left\langle \frac{x}{\sqrt{x^2 - f^2}} \right\rangle \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi d\theta d\varphi \frac{x \sin \theta}{\sqrt{x^2 - f^2}} \\ &= \frac{x}{2} \int_0^\pi d\theta \frac{\sin \theta}{\sqrt{(x^2 - 1) + \cos^2 \theta}} \\ &= \frac{x}{2} \int_{-1}^1 \frac{dy}{\sqrt{(x^2 - 1) + y^2}} \end{aligned}$$

จาก

$$\int \frac{dy}{\sqrt{y^2 + a^2}} = \ln(y + \sqrt{y^2 + a^2}) + c$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} N(x) &= \frac{x}{2} \ln(y + \sqrt{x^2 - 1 + y^2}) \Big|_{-1}^1 \\ &= \frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) \end{aligned} \quad (34)$$

ต่อไปจะคำนวณหา $\int_0^{\infty} dE F^2(E) \text{sech}^2(E/2T)/2T$

โดย

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} dE F^2(E) \text{sech}^2(E/2T)/2T &= \frac{\Delta}{2T} \int_0^{\infty} dx (N(x)-1)^2 \\ &= \frac{\Delta}{2T} \int_0^{\infty} dx \left(\frac{x}{2} \ln \left(\left| \frac{1+x}{1-x} \right| \right) - 1 \right)^2 \\ &= \frac{\Delta}{2T} [0.607489 + 0.214978] \\ &= 0.822476 \left(\frac{\Delta}{2T} \right) \end{aligned} \quad (35)$$

กรณีช่องว่างพลังงานแบบ 3 มิติ ที่มี Line-node

กรณีช่องว่างพลังงาน ที่มี Line-node ได้ $f = \cos \theta$ และพิจารณาเป็น 3 มิติ ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} N(E/\Delta) \equiv N(x) &= \text{Re} \left\langle \frac{x}{\sqrt{x^2 - f^2}} \right\rangle \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} d\theta d\varphi \frac{x \sin \theta}{\sqrt{x^2 - f^2}} \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{\pi} d\theta \frac{x \sin \theta}{\sqrt{x^2 - \cos^2 \theta}} \\ &= \frac{x}{2} \int_{-1}^1 \frac{dy}{\sqrt{x^2 - y^2}} \end{aligned} \quad (36)$$

เนื่องจากที่ $|y| \leq 1$ ใช้ได้เมื่อ $|x| \geq 1$ และสำหรับ $x \leq 1$ และ $x > y$ ก็จะทำให้สมการ เป็นจริงได้ พิจารณา สำหรับกรณี $x \geq 1$; $N(x) = \frac{x}{2} \int_{-1}^1 \frac{dy}{\sqrt{x^2 - y^2}}$

จาก $\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \sin^{-1} \frac{u}{a} + c$

ดังนั้น
$$\begin{aligned} N(x) &= \frac{x}{2} \sin^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) \Big|_{-1}^1 \\ &= x \sin^{-1} \left(\frac{1}{x} \right) \end{aligned}$$

สำหรับกรณี $x \leq 1$; $N(x) = \frac{x}{2} \int_{-x}^x \frac{dy}{\sqrt{x^2 - y^2}}$ (สำหรับกรณี Real part)

$$N(x) = \frac{x}{2} \int_{-x}^x \frac{dy}{\sqrt{x^2 - y^2}}$$

$$= x \sin^{-1}(1)$$

ดังนั้น
$$N(x) = \frac{\pi}{2} x$$

สำหรับ $N(x)$ กรณีช่องว่างพลังงานแบบ 3 มิติ ที่มี Line-node จะได้

$$\begin{aligned} N(x) &= \frac{\pi}{2} x, & x \leq 1 \\ &= x \sin^{-1}\left(\frac{1}{x}\right), & x \geq 1 \end{aligned} \quad (37)$$

ต่อไปจะคำนวณหา $\int_0^{\infty} dE F^2(E) \text{sech}^2(E/2T)/2T$

จะได้

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} dE F^2(E) \text{sech}^2(E/2T)/2T &= \frac{\Delta}{2T} \int_0^{\infty} dx (N(x) - 1)^2 \\ &= \frac{\Delta}{2T} [0.251671 + 0.025638] \\ &= 0.2773 \left(\frac{\Delta}{2T} \right) \end{aligned} \quad (38)$$

เอกสารอ้างอิง

1. G.Haran and A.D.S.Nagi,Physical Review B **63**,12503(2000).
2. G.Haran and A.D.S.Nagi,Physical Review B **54**,15463(1996).
3. G.Haran and A.D.S.Nagi, Solid State Commun. **106**,775(1998).
- 4.G.Haran and A.D.S.Nagi,Physical Review B **58**,12441(1998).
5. L.A.Openov , JETP Lett **66**, 661(1997).
6. L.A.Openov,Phys.Rev. B **58**,9468(1998).
7. G.Haran,Physical Review B **65**,216501(2002).
8. A.A.Abrikosov and L.P.Gorkov,Zh.Eksp.Teor.Fiz.39,1781(1960).[Sov.Phys.-JETP
12,1243(1961)].
9. K.Maki, in Superconductivity,R.D.Parks(ed.), (Marcel Dekker,New York,1969),
Vol.2,pp.1035-1102.
- 10 . R.Leadont and H. Suhl ,Physical Review. **165**, 596 (1967).
- 11.Y.Hasegawa,Journal of the Physical Society of Japan. **65**, 3131(2007)
12. D.Parker and S. Haas, Physical Review B. **75** , 1(2007).

งานที่กำลังทำอยู่

1. นำสมการของอุณหภูมิกฎที่ได้มา คำนวณหาสมการของสัมประสิทธิ์ไอโซโทป สำหรับตัวนำยิ่งยวดที่มีสารเจือ โดยใช้สมการของสัมประสิทธิ์ไอโซโทป $\alpha = -\frac{\partial \ln T_C}{\partial \ln M}$

สำหรับกรณีที่มีสารเจือจะได้สมการของสัมประสิทธิ์ไอโซโทปเป็น

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{\alpha_0} &= \left(\frac{\partial \ln T_C}{\partial \ln M} \right) / \left(\frac{\partial \ln T_{C0}}{\partial \ln M} \right) \\ &= \frac{T_{C0}}{T_C \left(\frac{\partial T_{C0}}{\partial T_C} \right)} \end{aligned}$$

เมื่อ α คือสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปกรณีที่มีสารเจือ

α_0 คือสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปกรณีที่ไม่มีสารเจือ

M คือมวลของไอโซโทปและ อยู่ภายใต้เงื่อนไขการสั่นแบบฮาร์โมนิก

แล้วคำนวณเพื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง

2. คำนวณหาสมการของอัตราการผ่อนคลายสำหรับตัวนำยิ่งยวด โดยใช้ความหนาแน่นสถานะและ order parameter แบบต่างๆ

ผลงานวิจัยที่ได้รับ

1.เสนอต่อ วารสาร Physica C ในเรื่อง "The spin exchange interaction effect on T_c equation of anisotropic impure superconductors" โดยอยู่ในระหว่างการพิจารณาของวารสาร

2. กำลังเตรียมบทความดังนี้

2.1 The effect of spin interaction on Isotope effect of impure superconductor

2.2 The effect of density of state on coherence peak in superconductor.

2.3 The relaxation rate of impure superconductor.

คาดว่าจะแล้วเสร็จและนำเสนอได้ภายในเดือนเมษายน 2551

กิจกรรมอื่นๆ

-ได้เข้าร่วมประชุมที่ The Abdus Salam International Centre for Theoretical Physics, Italy เรื่อง School on Pulsed Neutrons: Characterization of Materials ระหว่างวันที่ 15-26 สิงหาคม 2007

สมบัติบางประการของตัวนำวยดยั้งที่มีสารเจือ

โดย รศ.ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรหิรัญ

ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ตัวนำวยดยั้งเป็นสารที่ได้รับความนิยมเป็นอย่างมากในวงการฟิสิกส์ของของแข็ง ทั้งนี้เนื่องจากเป็นสารที่มีสมบัติน่าสนใจหลายประการที่มีแนวโน้มในการนำไปพัฒนาได้อย่างกว้างขวาง เช่น สมบัติการมีความต้านทานไฟฟ้าเป็นศูนย์ ปรากฏการณ์การลอยตัวเหนือแม่เหล็ก ในปัจจุบันได้มีการค้นพบตัวนำวยดยั้งอุณหภูมิสูงในสารต่างๆหลายชนิดซึ่งสารเหล่านี้ มีอุณหภูมิวิกฤติที่สูง เหมาะแก่การนำมาประยุกต์ใช้งานมากกว่าตัวนำวยดยั้งแบบดั้งเดิม จากการทดลองพบว่าตัวนำวยดยั้งอุณหภูมิสูงส่วนใหญ่จะมีสมบัติเป็นตัวนำวยดยั้งที่มีสารเจือ ซึ่งนักวิจัยยังไม่มี ความเข้าใจในกลไกการเกิดสภาพนำวยดยั้งในตัวนำวยดยั้งอุณหภูมิสูงมากนัก

สัมประสิทธิ์ของไอโซโทปและ อัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสเป็นสมบัติที่สำคัญประการหนึ่งของตัวนำวยดยั้งที่จะแสดงถึงกลไกภายในในตัวนำวยดยั้งว่าเกิดจากอันตรกิริยาของอิเล็กตรอนกับโฟนอนตามทฤษฎี BCS หรือไม่ ในการวิจัยครั้งนี้จะทำการศึกษาสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปและ อัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสในตัวนำวยดยั้งที่มีสารเจือ โดยจะศึกษาผลของศักย์กระเจิงของสารเจือที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤติ สัมประสิทธิ์ของไอโซโทปและอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียส โดยใช้วิธีฟังก์ชันกรีน

จากการศึกษาพบว่าสารเจือมีผลทำให้อุณหภูมิวิกฤติและสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปของตัวนำวยดยั้งที่มีสารเจือสามารถมีค่ามากกว่าและน้อยกว่า ตัวนำวยดยั้งที่ไม่มีสารเจือได้และจากอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสจะสามารถพบฟิสิกส์เคเฮียเรนในตัวนำวยดยั้งแบบที่มีสารเจือหรือแบบไม่ดั้งเดิมได้ ซึ่งเป็นการค้นพบใหม่จึงต้องรอผลการทดลองยืนยันความถูกต้องต่อไป