



รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

โครงการ : การออกแบบเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดแบบบิดเกลียวด้วยวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์

Modeling of Twisted Superconducting Filaments by Finite Element Method

โดย ดร.ฐิติพงษ์ สกิตเมธิกุล และคณะ

กรกฎาคม 2552

รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

โครงการ : การออกแบบเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดแบบบิดเกลียวด้วยวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์

Modeling of Twisted Superconducting Filaments by Finite Element Method

คณะผู้วิจัย

1. ดร.จิตติพงษ์ สติรเมธีกุล

2. Prof.Frederic Bouillault

3. รศ.ดร.ณัฐฐา หอมทรัพย์

สังกัด

คณะวิศวกรรมศาสตร์ กำแพงแสน

มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน

LGEP และ University Paris 11 ประเทศฝรั่งเศส

คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตบางเขน

สนับสนุนโดย สำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา และ สำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย

(ความเห็นในรายงานนี้เป็นของผู้วิจัย สกอ. และ สกว. ไม่จำเป็นต้องเห็นด้วยเสมอไป)

บทคัดย่อ

รหัสโครงการ	MRG5080229
ชื่อโครงการ	การออกแบบเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดแบบบิดเกลียวด้วยวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์
ชื่อนักวิจัย	ดร.จิตติพงษ์ สกิตเมธิกุล
ชื่อสถาบัน	คณะวิศวกรรมศาสตร์ กำแพงแสน มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน
อีเมล	thitipong.s@ku.ac.th

ระยะเวลาโครงการ 2 ปี

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีเป้าหมายเพื่อพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่ออธิบายคุณสมบัติหรือปรากฏการณ์ต่างๆของตัวนำยิ่งยวด ความเป็นแม่เหล็ก ความหนาแน่นของสนามแม่เหล็ก ความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้า และการสูญเสียเนื่องจากฮิสเตอรีซิสของสายไฟฟ้าซึ่งประกอบด้วยลวดตัวนำยิ่งยวดหลายๆเส้นบิดเกลียวอยู่ภายใน โดยเริ่มจากการศึกษาและวิเคราะห์ปัญหาทางด้านแม่เหล็กไฟฟ้า จากนั้นจึงสร้างแบบจำลองของลวดตัวนำยิ่งยวดแบบบิดเกลียวด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาฟอร์แทรน โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ในการแก้ปัญหา จากนั้นจึงนำผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณด้วยโปรแกรมภาษาฟอร์แทรนไปแสดงผลกราฟิกด้วยโปรแกรมแมทแล็บ ผลที่ได้จากงานวิจัยนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงานอุตสาหกรรมหลายด้าน และยังสามารถใช้สำหรับต่อยอดงานวิจัยเพื่อการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับแก้ปัญหาที่ซับซ้อนของลวดตัวนำยิ่งยวดแบบบิดเกลียวต่อไปได้

คำหลัก การออกแบบ, ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์, เส้นลวดตัวนำยิ่งยวด

Abstract

Project Code	MRG5080229
Project Title	Modeling of Twisted Superconducting Filaments by Finite Element Method
Investigator	Dr.Thitipong Satiramatekul Faculty of Engineering at Kamphaengsaen Kasetsart University, Kamphaengsaen Campus
E-mail Address	thitipong.s@ku.ac.th
Project Period	2 years

Abstract

The objective of this research is to develop a computer program in order to describe the phenomenon or the properties of superconductor, the magnetization, the density of magnetic field, the electric current density, and the losses due to the hysteresis of the electrical cable which consists of several superconducting filaments twisted inside it. Beginning to study and analyze the electromagnetic problem, then to create a model of twisted superconducting filaments with a computer program in Fortran language and by using the finite element method in order to solve the problem, and then to show the graphic results with Matlab program. The results of this research can be applied in many industrial areas, and also can be used for continuing research of the computer program developing for solving complex problems of twisted superconducting filaments.

Keywords Modeling, Finite Element Method, Superconducting Filament

Executive Summary

สัญญาเลขที่	MRG5080229
ชื่อโครงการ	การออกแบบเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดแบบบิดเกลียวด้วยวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ Modeling of Twisted Superconducting Filaments by Finite Element Method
หัวหน้าโครงการ	ดร.จิตติพงษ์ สติรเมธีกุล
หน่วยงาน	คณะวิศวกรรมศาสตร์ กำแพงแสน มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน
โทรศัพท์	0-3435-1842
โทรสาร	0-3435-2853
อีเมล	thitipong.s@ku.ac.th

ระยะเวลาโครงการ 2 ปี (2 กรกฎาคม 2550 ถึง 1 กรกฎาคม 2552)

ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย

ในปัจจุบันมีการนำตัวนำยิ่งยวดมาใช้งานหลายๆด้าน อาทิเช่น แมกเนติก-เลฟิเทรชันเทรน หรือรถไฟแมกเลฟ (Maglev) ในประเทศญี่ปุ่น ซึ่งใช้ประโยชน์จากปรากฏการณ์ไมสเนอร์ของตัวนำยิ่งยวดทำให้รถไฟลอยขึ้นจากราง ซึ่งเป็นการลดแรงเสียดทาน จึงทำให้รถไฟวิ่งได้เร็วมาก สำหรับในทางการแพทย์นั้น มีการนำตัวนำยิ่งยวดมาใช้ในเครื่องมือ MRI เพื่อศึกษาสิ่งที่เกิดขึ้นภายในร่างกายของมนุษย์ โดยไม่ทำให้เจ็บปวดหรือเกิดบาดแผลใดๆ นอกจากนั้นแล้วยังมีเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ทำด้วยลวดตัวนำไฟฟ้าที่เป็นตัวนำยิ่งยวด ทำให้มีประสิทธิภาพที่สูงกว่าเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ทำด้วยลวดทองแดง ในขณะที่มีขนาดเล็กกว่าครึ่งหนึ่ง ซึ่งสามารถนำมาทำเพื่อการค้าได้ ขณะนี้ประเทศสหรัฐอเมริกาและประเทศญี่ปุ่น มีแผนงานที่จะแทนที่เคเบิลทองแดงใต้ดินด้วยเคเบิลตัวนำยิ่งยวดชนิด BSCCO หล่อเย็นด้วย ไนโตรเจนเหลว กระแสไฟฟ้าจะไหลได้ดีกว่าที่ติดตั้งอยู่ในอุโมงค์เคเบิลปัจจุบัน และสำหรับในงานของราชนาวิสหรัฐ จะนำไป ใช้ในการตรวจจับทุ่นระเบิดและเรือดำน้ำ นอกจากนั้นยังใช้ในการผลิตเรือ โดยใช้มอเตอร์ขนาดเล็กที่ใช้ลวดที่ทำจากตัวนำยิ่งยวดอีกด้วย

จะเห็นได้ว่าในปัจจุบันมีการใช้ตัวนำยิ่งยวดในการทำลวดตัวนำไฟฟ้าแทนที่ลวดทองแดงกันอย่างกว้างขวาง ซึ่งโดยปกติแล้วในเคเบิล (Cable) หนึ่งเส้นจะประกอบด้วย

สายไฟฟ้า (Wire) หลายๆเส้น และในสายไฟฟ้าแต่ละเส้นก็จะประกอบด้วยลวดตัวนำยิ่งยวด (Superconducting Filament) หลายๆเส้นบิดเกลียวอยู่ภายใน การบิดเกลียวของลวดตัวนำยิ่งยวดนี้ก็เพื่อลดการเหนี่ยวนำทางแม่เหล็กไฟฟ้าระหว่างลวดตัวนำยิ่งยวดแต่ละเส้น ซึ่งเป็นการลดการสูญเสียเนื่องจากฮิสเทอรีซิสนั่นเอง และเพื่ออธิบายหรือทำนายผลที่จะเกิดขึ้นกับลวดตัวนำยิ่งยวด การสร้างแบบจำลองด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์จึงมีความจำเป็น ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical Method) ที่นิยมใช้ในการแก้ปัญหาในงานวิศวกรรมในปัจจุบันก็คือ ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method หรือ FEM)

องค์ความรู้ใหม่ที่ได้รับจากงานวิจัยชิ้นนี้ก็คือ คุณสมบัติหรือปรากฏการณ์ต่างๆของตัวนำยิ่งยวด ค่าความเป็นแม่เหล็ก (Magnetization) ค่าความหนาแน่นของสนามแม่เหล็ก ค่าความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้า และการสูญเสียอันเนื่องมาจากฮิสเทอรีซิส (Hysteresis) ของสายไฟฟ้า โดยสายไฟฟ้างกล่าวประกอบด้วยลวดตัวนำยิ่งยวดหลายๆเส้นบิดเกลียวอยู่ภายใน ซึ่งองค์ความรู้ที่ได้รับเหล่านี้จะมีผลกระทบโดยตรงต่อการประยุกต์ใช้ตัวนำยิ่งยวดในด้านต่างๆที่ได้กล่าวมาแล้ว อาทิเช่น การผลิตเคเบิลที่ใช้สายไฟฟ้าที่ทำจากลวดตัวนำยิ่งยวดแบบบิดเกลียว หรือการผลิตมอเตอร์ไฟฟ้าโดยใช้ลวดตัวนำยิ่งยวดแบบบิดเกลียว เป็นต้น นอกจากนี้แล้ว องค์ความรู้ที่ได้รับสามารถนำไปเปรียบเทียบกับองค์ความรู้ของประเทศอื่นๆ เช่น ญี่ปุ่น สหรัฐอเมริกา ฝรั่งเศส ซึ่งทำวิจัยในสาขาเดียวกันอีกด้วย

วัตถุประสงค์ของโครงการ

1. เพื่อสร้างแบบจำลองของลวดตัวนำยิ่งยวดแบบบิดเกลียวด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ภาษาฟอร์แทรน
2. เพื่อแก้ปัญหาทางแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
3. เพื่อแสดงผลกราฟิกโดยใช้โปรแกรมแมทแล็บ
4. เพื่อใช้แบบจำลองที่ได้แก้ปัญหาคืออื่นๆที่ซับซ้อนต่อไปได้
5. เพื่อนำองค์ความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในงานอุตสาหกรรมหลายด้าน เช่น สายส่งไฟฟ้า มอเตอร์ไฟฟ้า รถไฟฟ้าความเร็วสูง อุปกรณ์ทางการแพทย์ เป็นต้น
6. เพื่อเป็นความร่วมมือในการทำงานวิจัยระหว่างประเทศไทยกับประเทศฝรั่งเศส
7. เพื่อเตรียมความพร้อมในการก้าวไปสู่การทำงานวิจัยในระดับที่สูงขึ้น
8. เพื่อสร้างความแข็งแกร่งให้กับระบบการวิจัยของประเทศ
9. เพื่อใช้เป็นสื่อประกอบการเรียนการสอนเรื่องตัวนำยิ่งยวด

ระเบียบวิธีวิจัย

แนวทางการดำเนินงานวิจัยและระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยในแต่ละขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. เริ่มต้นจากการศึกษาและวิเคราะห์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน จากนั้นทำการค้นหาข้อมูลจากเอกสารอ้างอิงที่มีอยู่ และค้นหาข้อมูลเพิ่มเติมจากเอกสารอ้างอิงอื่นๆ รวมทั้งการค้นหาข้อมูลผ่านทางระบบอินเทอร์เน็ต ขั้นตอนนี้ใช้เวลาประมาณ 3 เดือน
2. สร้างแบบจำลองของลวดตัวนำยิ่งยวดแบบบิดเกลียวด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาฟอร์แทรน และแก้ปัญหาด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ จากนั้นทำการทดสอบโปรแกรมจนแน่ใจว่าให้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง ขั้นตอนนี้ใช้เวลาประมาณ 7 เดือน
3. พรีกษาหารือกับนักวิจัยที่ปรึกษา จากนั้นทำการปรับปรุงแก้ไขโปรแกรม ขั้นตอนนี้ใช้เวลาประมาณ 2 เดือน
4. รันโปรแกรมเพื่อเก็บผลลัพธ์ จากนั้นนำผลลัพธ์ที่ได้มาแสดงผลกราฟิกโดยใช้โปรแกรมแมทแลป เสร็จแล้วทำการวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่ได้ ขั้นตอนนี้ใช้เวลาประมาณ 7 เดือน
5. พรีกษาหารือกับนักวิจัยที่ปรึกษา และนำผลที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในงานอุตสาหกรรมต่อไป ขั้นตอนนี้ใช้เวลาประมาณ 2 เดือน
6. สรุปผลและเขียนรายงาน ขั้นตอนนี้ใช้เวลาประมาณ 3 เดือน

แผนและผลการดำเนินงานตลอดโครงการ

ขั้นตอน ที่	กิจกรรม	ระยะเวลาดำเนินการ (เดือนที่)											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	ศึกษาและวิเคราะห์ปัญหา	แผน	✓										
		ผล	✓										
	ค้นหาข้อมูล	แผน		✓	✓								
		ผล		✓	✓								
2	เขียนโปรแกรมภาษาฟอร์แทรน	แผน				✓	✓	✓	✓				
		ผล				✓	✓	✓	✓				
	ทดสอบโปรแกรม	แผน								✓	✓		
		ผล								✓	✓		
3	พรีกษาหารือกับนักวิจัยที่ปรึกษา	แผน										✓	
		ผล										✓	
	ปรับปรุงแก้ไขโปรแกรม	แผน											✓
		ผล											✓

ขั้นตอน ที่	กิจกรรม		ระยะเวลาดำเนินการ (เดือนที่)											
			13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
4	รันโปรแกรมเก็บผลลัพธ์	แผน	✓	✓										
		ผล	✓	✓										
	เขียนโปรแกรมแมทแลป	แผน			✓	✓	✓	✓						
		ผล			✓	✓	✓	✓						
	วิเคราะห์ผลลัพธ์ที่ได้	แผน							✓					
		ผล							✓					
5	ปรึกษาหารือกับนักวิจัย ที่ปรึกษา	แผน								✓				
		ผล								✓				
	นำผลลัพธ์ไปประยุกต์ใช้ ในงานอุตสาหกรรม	แผน									✓			
		ผล									x			
6	สรุปผล	แผน										✓		
		ผล										✓		
	เขียนรายงาน	แผน											✓	✓
		ผล											✓	✓

หมายเหตุ ในขั้นตอนที่ 5 สำหรับการนำผลลัพธ์ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในงานอุตสาหกรรมนั้น ยังไม่ได้ดำเนินการ

ผลงานที่จะตีพิมพ์ในวารสารวิชาการระดับนานาชาติ

ชื่อเรื่อง Finite Element Modeling of Superconducting Magnet

ชื่อวารสาร IEEE Transactions on Applied Superconductivity (peer review process)

ชื่อเรื่อง Numerical Modeling of Superconducting Filaments for Coupled Problem

ชื่อวารสาร IEEE Transactions on Magnetics (peer review process)

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. ในด้านอุตสาหกรรม สามารถนำผลลัพธ์ที่ได้จากโครงการวิจัยนี้ไปประยุกต์ใช้ในงานอุตสาหกรรมหลายด้าน เช่น สายส่งไฟฟ้า มอเตอร์ไฟฟ้า รถไฟฟ้าความเร็วสูง อุปกรณ์ทางการแพทย์ เป็นต้น
2. ในด้านการศึกษา สามารถนำผลลัพธ์ที่ได้จากโครงการวิจัยนี้ไปใช้ประกอบการเรียนการสอนหรือเสริมการเรียนการสอนในเรื่องตัวนำยิ่งยวดได้
3. ในด้านการวิจัยและการพัฒนา สามารถที่จะพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ได้จากโครงการวิจัยนี้เพื่อให้สามารถแก้ปัญหาอื่นๆที่ซับซ้อนต่อไปได้
4. ในด้านความร่วมมือระหว่างประเทศ สามารถที่จะทำเป็นโครงการวิจัยโดยความร่วมมือระหว่างประเทศไทยกับประเทศอื่นๆต่อไปได้

สารบัญ

หัวข้อ	หน้า
บทคัดย่อ	ก
Abstract	ข
Executive Summary	ค
สารบัญ	ช
สารบัญรูป	ณ
บทที่ 1 การศึกษาการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวด.....	1
บทนำ.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	2
วิธีการวิจัย.....	2
ผลการวิจัย.....	3
สรุปและวิจารณ์ผลการวิจัย.....	5
Output จากการวิจัย.....	6
บทที่ 2 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวด.....	7
บทนำ.....	7
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	10
วิธีการวิจัย.....	10
ผลการวิจัย.....	16
สรุปและวิจารณ์ผลการวิจัย.....	27
Output จากการวิจัย.....	27
บทที่ 3 การศึกษาความเป็นแม่เหล็กของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวด.....	28
บทนำ.....	28
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	28
วิธีการวิจัย.....	29
ผลการวิจัย.....	29
สรุปและวิจารณ์ผลการวิจัย.....	37
Output จากการวิจัย.....	37

สารบัญ (ต่อ)

หัวข้อ	หน้า
บทที่ 4 การศึกษาความเป็นแม่เหล็กของแท่งแม่เหล็กตัวนำยิ่งยวด	38
บทนำ	38
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	39
วิธีการวิจัย	39
ผลการวิจัย	45
สรุปและวิจารณ์ผลการวิจัย	53
Output จากการวิจัย	53
บรรณานุกรม	54
ภาคผนวก	55

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
1-1 ปัญหาเบื้องต้น	2
1-2 ข้อมูลในไฟล์ข้อมูล	3
1-3 เส้นลวดตัวนำยิ่งยวดทั้งสองเส้นมีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบสมบูรณ์	4
1-4 เส้นลวดตัวนำยิ่งยวดทั้งสองเส้นไม่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้า	4
1-5 เส้นลวดตัวนำยิ่งยวดทั้งสองเส้นมีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบบางส่วน	5
2-1 โดเมนของปัญหาใน 2 มิติซึ่งถูกแบ่งออกเป็นอิลิเมนต์สามเหลี่ยมเล็กๆ ขนาดต่างๆกัน	9
2-2 กระแสและแรงดันของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดสองเส้นตลอดความยาว L	11
2-3 กระแสและแรงดันของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดสองเส้นตลอดความยาว L (แสดงแบบสามมิติ)	12
2-4 โดเมนของปัญหาในสองมิติและการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต	15
2-5 การกระจายของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าในโดเมนที่พิจารณา	17
2-6 กรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบสมบูรณ์ ($L = 1\text{ m}$)	18
2-7 กรณีที่ไม่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าเลย ($L = 1\text{ mm}$)	19
2-8 กรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบบางส่วน-เกือบจะสมบูรณ์ ($L = 10\text{ cm}$)	21
2-9 กรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบบางส่วน-เกือบจะไม่มี ($L = 1\text{ cm}$)	23
2-10 กรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบบางส่วน ($L = 5\text{ cm}$)	26
3-1 วัฏจักรความเป็นแม่เหล็กของแต่ละส่วนสอดคล้องกับรูปที่ 2-5	32
3-2 การกระจายของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าที่สภาวะอิมิตัว	32
3-3 การเปรียบเทียบวัฏจักรความเป็นแม่เหล็กรวมของทั้งสามกรณี que ศึกษา	34
3-4 การกระจายของกระแสไฟฟ้าที่ไหลในตัวนำไฟฟ้าทั่วไป	35
3-5 กราฟความสัมพันธ์ของค่าความเป็นแม่เหล็กรวมสูงสุดในฟังก์ชันของค่า σL^2	35
3-6 การกระจายของศักย์ไฟฟ้าในแนวแกนของเส้นลวดของทั้งสามกรณี que ศึกษา	36
4-1 แชนด์วิธของตัวนำยิ่งยวด (SC) และตัวนำไฟฟ้าทั่วไป (NC) ภายใต้ สนามแม่เหล็ก	40
4-2 การเปลี่ยนแปลงของสนามแม่เหล็กภายนอกแบบคลื่นรูปสามเหลี่ยม	40

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4-3 โดเมนของปัญหาที่ถูกออกแบบและขอบเขตเงื่อนไขที่ถูกกำหนด (หน่วยเป็น μm).....	42
4-4 กระบวนการแก้ปัญหาโดยใช้ขั้นตอนวิธีทางคอมพิวเตอร์.....	44
4-5 การกระจายของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าในโดเมนที่ถูกออกแบบ ของแต่ละส่วน.....	47
4-6 การกระจายของสนามแม่เหล็ก/ความเหนี่ยวนำแม่เหล็กในโดเมนที่ถูกออกแบบ.....	49
4-7 เปรียบเทียบวัฏจักรความเป็นแม่เหล็กของแต่ละส่วนสำหรับความยาวสามค่า.....	52
4-8 เปรียบเทียบวัฏจักรความเป็นแม่เหล็กรวมของแต่ละความยาว.....	52

บทที่ 1

การศึกษาการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวด

บทนำ

ผลของกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดจะทำให้เกิดสนามแม่เหล็กรอบๆ เส้นลวดนั้น ลักษณะของสนามแม่เหล็กขึ้นอยู่กับขนาดของเส้นลวดและกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน โดยทิศทางของสนามแม่เหล็กรอบๆ เส้นลวดเป็นไปตามกฎสกรูของแมกซ์เวลล์ (Maxwell's screw rule) หรือ กฎกำมือขวา (Right-hand grip rule) พฤติกรรมของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กรวมถึงปฏิกิริยาที่มีต่อตัวนำยิ่งยวด สามารถอธิบายได้โดยใช้สมการของแมกซ์เวลล์ (Maxwell's equations) ซึ่งประกอบด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ 4 สมการแสดงความสัมพันธ์ของปริมาณ 4 ปริมาณคือ ความเข้มสนามไฟฟ้า ความเข้มสนามแม่เหล็ก ความหนาแน่นเส้นแรงไฟฟ้า และความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก

ความสัมพันธ์ตามคุณสมบัติของสารใช้ในการแสดงถึงพฤติกรรมความสัมพันธ์ของค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเนื้อสารตัวกลางในระดับที่มองเห็นได้ด้วยตาเปล่า (Macroscopic) ซึ่งเป็นการพิจารณาพฤติกรรมโดยเฉลี่ยของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในสารตัวกลางที่มีปริมาตรใหญ่กว่าขนาดของอะตอมและโมเลกุล ในกรณีของตัวนำยิ่งยวดซึ่งเป็นสารที่มีคุณสมบัติไม่เป็นเชิงเส้น ทำให้ความสัมพันธ์ดังกล่าวข้างต้นไม่อยู่ในรูปเชิงเส้น แต่เพื่อความง่ายในการแก้ปัญหาจึงประมาณความสัมพันธ์ดังกล่าวให้อยู่ในรูปเชิงเส้น

ผลลัพธ์จากการแก้สมการของแมกซ์เวลล์จะสมบูรณ์ ก็ต่อเมื่อได้ใส่เงื่อนไขขอบเขต (Boundary condition) ที่เหมาะสมเข้าไป เงื่อนไขขอบเขตที่เปลี่ยนแปลงไปจะก่อให้เกิดผลลัพธ์ที่มีลักษณะเปลี่ยนแปลงไปด้วยเช่นเดียวกัน ในที่นี้จะเลือกใช้เงื่อนไขขอบเขตสองแบบในการแก้ปัญหาคือ เงื่อนไขขอบเขตแบบดิริคเลต (Dirichlet type) และเงื่อนไขขอบเขตแบบนอยมันน์ (Neumann type)

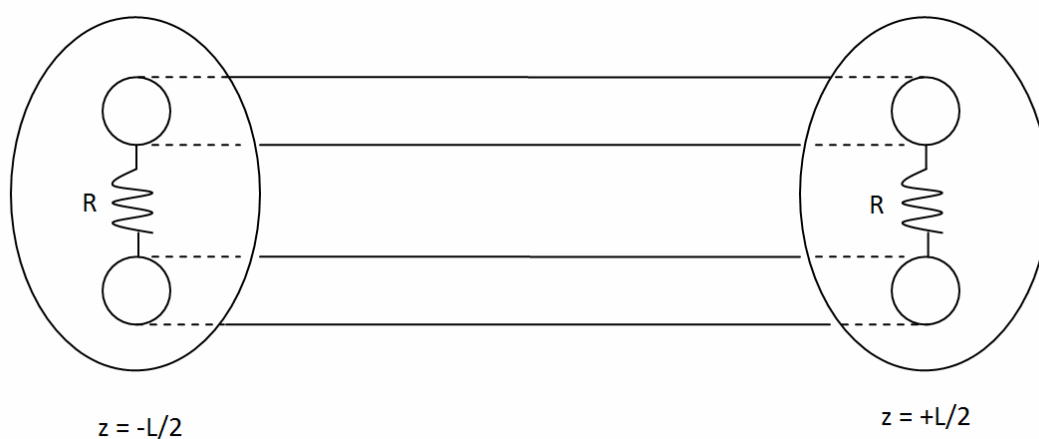
ในการผลิตสายไฟฟ้าซึ่งประกอบด้วยเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดหลายๆเส้นอยู่ภายใน เมื่อเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดหลายๆเส้นอยู่ใกล้กันจะเกิดการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic coupling) ระหว่างเส้นลวดเหล่านั้น ซึ่งมีผลอย่างมากต่อการสูญเสียฮิสเทอรีซิส (Hysteresis losses) และค่าความเป็นแม่เหล็ก (Magnetization) ของสายไฟฟ้า การศึกษาการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดจึงมีความจำเป็น ซึ่งในเบื้องต้นจะทำการศึกษาผลจากการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าระหว่างเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดสองเส้นก่อน

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวด
2. เพื่อสร้างแบบจำลองของลวดตัวนำยิ่งยวดด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาฟอร์แทรน
3. เพื่อแก้ปัญหาทางแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์
4. เพื่อแสดงผลกราฟิกโดยใช้โปรแกรมแมทแล็บ
5. เพื่อนำองค์ความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในการวิจัยขั้นต่อไป

วิธีการวิจัย

ปัญหาเบื้องต้นที่ศึกษาแสดงดังรูปที่ 1-1 ประกอบไปด้วยเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดสองเส้น ล้อมรอบด้วยตัวนำซึ่งในที่นี้สมมติให้เป็นอากาศ และสมมติให้กระแสไฟฟ้าวิ่งผ่านตัวต้านทานตัวหนึ่งซึ่งมีค่าความต้านทานเท่ากับ R จากนั้นป้อนค่า R ต่าง ๆ กันเพื่อศึกษาการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าระหว่างเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดทั้งสองเส้นที่บริเวณปลายทั้งสองด้านของเส้นลวด โดยที่ข้อมูลในไฟล์ข้อมูลที่ใช้ แบ่งออกได้เป็นสี่โซนดังแสดงในรูปที่ 1-2



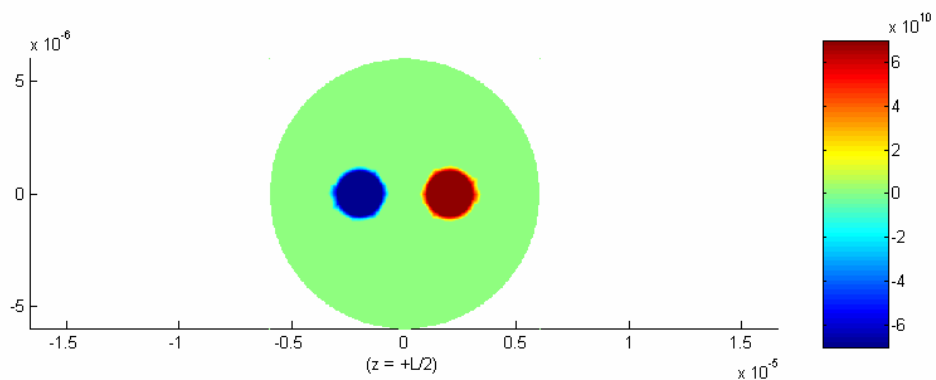
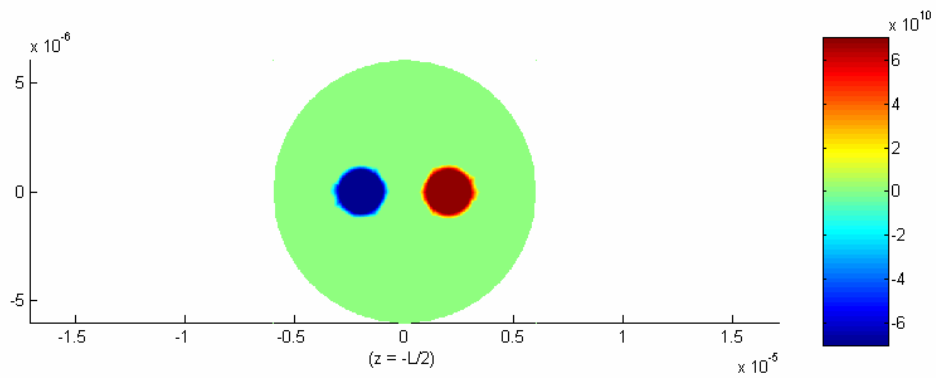
รูปที่ 1-1 ปัญหาเบื้องต้น

Zone 1
Coordinates x and y (for $z = -L/2$)
Zone 2
Coordinates x and y (for $z = +L/2$)
Zone 3
Nodes elements (for $z = -L/2$)
Zone 4
Nodes elements (for $z = +L/2$)

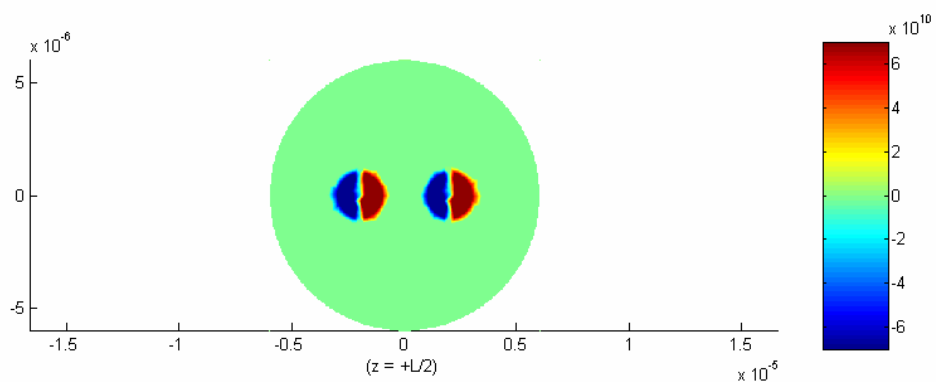
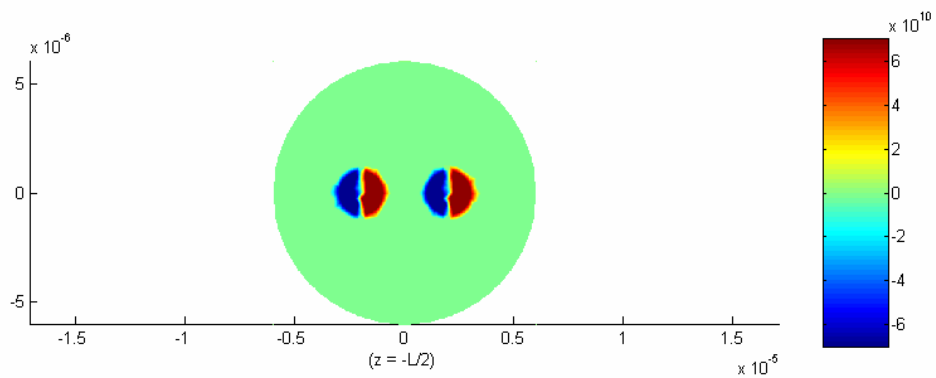
รูปที่ 1-2 ข้อมูลในไฟล์ข้อมูล

ผลการวิจัย

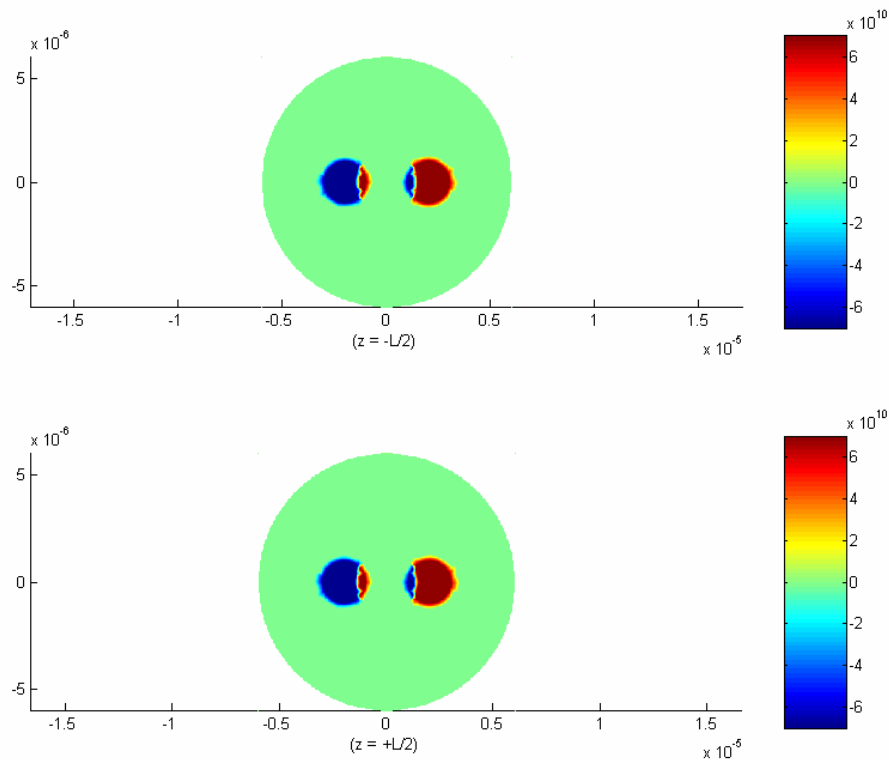
ผลที่ได้แสดงให้เห็นว่า ถ้า R มีค่าน้อย เช่น 10^{-6} โอห์ม จะได้การเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าระหว่างเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดทั้งสองเส้นแบบสมบูรณ์ (coupling) แต่ถ้า R มีค่ามาก เช่น 10^3 โอห์ม จะไม่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าระหว่างเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดทั้งสองเส้นเลย (decoupling) และถ้า R มีค่าประมาณ 10^{-3} โอห์ม ซึ่งอยู่ระหว่างค่าทั้งสอง จะได้การเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าระหว่างเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดทั้งสองเส้นแบบบางส่วน (partially coupling) ดังแสดงในรูปที่ 1-3 รูปที่ 1-4 และรูปที่ 1-5 ตามลำดับ



รูปที่ 1-3 เส้นลวดตัวนำยิ่งยวดทั้งสองเส้นมีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบสมบูรณ์



รูปที่ 1-4 เส้นลวดตัวนำยิ่งยวดทั้งสองเส้นไม่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้า



รูปที่ 1-5 เส้นลวดตัวนำยิ่งยวดทั้งสองเส้นมีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบบางส่วน

สรุปและวิจารณ์ผลการวิจัย

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวด โดยการสร้างแบบจำลองคอมพิวเตอร์ของลวดตัวนำยิ่งยวดสองเส้นโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ในการแก้ปัญหาทางแม่เหล็กไฟฟ้า และนำผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์มาแสดงเป็นรูปกราฟิกเพื่อให้เข้าใจถึงปรากฏการณ์ต่างๆ ได้ง่ายขึ้น ขั้นตอนในการทำวิจัยสามารถสรุปได้ดังนี้ ขั้นตอนแรกเริ่มจากการศึกษาและวิเคราะห์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วนจากข้อมูลในเอกสารอ้างอิงต่างๆ ขั้นตอนที่สองทำการสร้างแบบจำลองของลวดตัวนำยิ่งยวดสองเส้นด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาฟอร์แทรน และใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ในการแก้ปัญหา จากนั้นก็ทำการทดสอบโปรแกรมจนได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง และขั้นตอนที่สามได้ทำการปรับปรุงแก้ไขโปรแกรมดังกล่าวตามคำแนะนำของนักวิจัยที่ปรึกษา

ผลการวิจัยที่ได้รับคือ การกระจายของความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้า และการกระจายของความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็ก สามารถแสดงให้เห็นถึงปรากฏการณ์การเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าระหว่างเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดสองเส้นได้อย่างชัดเจน ซึ่งการเชื่อมต่องดกล่าวมียู่สามแบบด้วยกันคือ การเชื่อมต่องานอย่างสมบูรณ์ การเชื่อมต่องานบางส่วน และการไม่เชื่อมต่องานเลย ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับค่าของพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ได้ป้อนเข้าไปในโปรแกรมคอมพิวเตอร์นั่นเอง

นอกจากนี้ยังสามารถที่จะใช้โปรแกรมดังกล่าวในการคำนวณหาค่าของความเป็นแม่เหล็กของ
ลวดตัวนำยิ่งยวดได้อีกด้วยซึ่งจะกล่าวต่อไปในภายหลัง

Output จากการวิจัย

นำเสนอผลงานแบบโปสเตอร์ในการประชุมวิชาการ “นักวิจัยรุ่นใหม่...พบ...แม่ชีวิจัย
อาวโส สกว.” ครั้งที่ 8 ระหว่างวันที่ 16 ถึง 18 ตุลาคม 2551 ณ โรงแรมฮอลิเดย์ อินน์ รีสอร์ท รี
เจนท์ บีช ชะอำ จังหวัดเพชรบุรี

บทที่ 2

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวด

บทนำ

เพื่อให้เข้าใจถึงปรากฏการณ์ของการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดมากยิ่งขึ้น สามารถทำได้โดยการจำลองสถานการณ์ที่เกิดขึ้นด้วยคอมพิวเตอร์ ซึ่งจำเป็นต้องใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ที่มียุทธศาสตร์ที่ห้องปฏิบัติการ LGEP ในประเทศฝรั่งเศส จึงได้ทำการพัฒนาโปรแกรมไฟไนต์อีลิเมนต์สำหรับแบบจำลองที่ใช้ตัวนำยิ่งยวดเป็นวัสดุขึ้น วิธีการใหม่ได้ถูกนำเสนอใน [Satiramatekul et al., 2006] สำหรับแก้ปัญหาแบบสองมิติของการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบบางส่วน (partially coupling) ระหว่างเส้นลวดตัวนำยิ่งยวด และเพื่อให้เข้าใจถึงปัญหาแบบสามมิติมากขึ้น ในการวิจัยนี้จึงได้นำเสนอเทคนิคใหม่โดยการตัดเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดดังกล่าวออกเป็นหลายๆท่อน จากนั้นก็ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้าที่ไหลข้ามตัวนำทองแดงกับความเข้มสนามไฟฟ้าในเส้นลวดตัวนำยิ่งยวด

การแก้ปัญหาทางด้านแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ต้องอาศัยระเบียบวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข (Numerical method) เนื่องจากระบบสมการที่ได้เป็นระบบสมการเชิงอนุพันธ์ ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ (Finite Element Method หรือเรียกย่อๆว่า FEM) เป็นระเบียบวิธีหนึ่งที่ยอมรับกันมากในปัจจุบัน เนื่องจากช่วยในการแก้ปัญหาทางด้านแม่เหล็กไฟฟ้าได้อย่างรวดเร็วและมีประสิทธิภาพ ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหาก็ขึ้นอยู่กับสามองค์ประกอบ ได้แก่ ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ เงื่อนไขขอบเขต (boundary condition) และลักษณะรูปร่างหรือเรขาคณิต (geometry) ของปัญหา ซึ่งหากองค์ประกอบใดองค์ประกอบหนึ่งเปลี่ยนแปลงไปผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นก็จะเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ใช้สำหรับแก้สมการเชิงอนุพันธ์ โดยการแบ่งโดเมนของปัญหาที่พิจารณาออกเป็นชิ้นส่วนย่อย เรียกว่า อีลิเมนต์ (element) จากนั้นก็สร้างสมการสำหรับแต่ละอีลิเมนต์ เสร็จแล้วจึงนำสมการจากทุกอีลิเมนต์มารวมกันเป็นระบบสมการไฟไนต์อีลิเมนต์ซึ่งเป็นระบบสมการเชิงเส้น และแก้สมการหาผลเฉลยโดยประมาณที่จุดต่อบนโดเมนโดยใช้เงื่อนไขขอบเขต

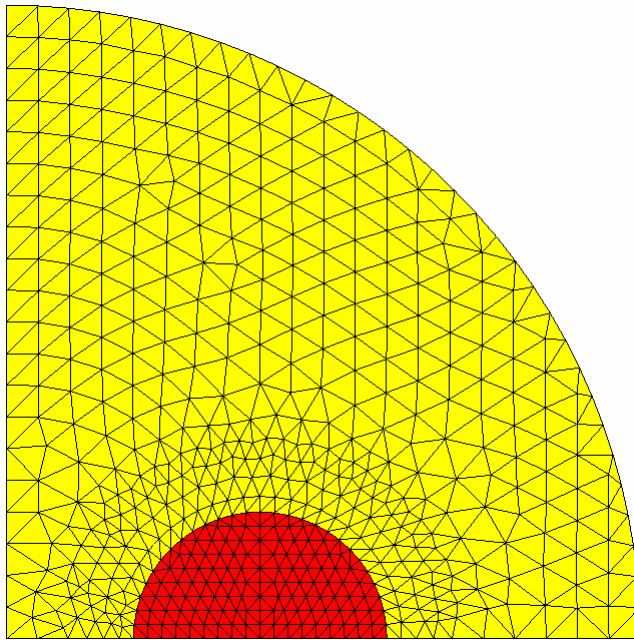
ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมไฟไนต์อีลิเมนต์ประกอบด้วยสามขั้นตอนใหญ่ๆคือการสร้างลักษณะรูปร่างของปัญหาและเงื่อนไขขอบเขตของปัญหา จากนั้นเป็นขั้นตอนของการวิเคราะห์ปัญหาซึ่งเป็นหัวใจของการคำนวณภายในโปรแกรม และขั้นตอนสุดท้ายจะเป็นการแสดงผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ

ในขั้นตอนแรก เริ่มต้นจากการสร้างโดเมนของปัญหา โดยเริ่มตั้งแต่การสร้างเส้นขอบและการสร้างพื้นผิว สำหรับปัญหาแบบสองมิติ ซึ่งหากเป็นปัญหาแบบสามมิติจะต้องทำการ

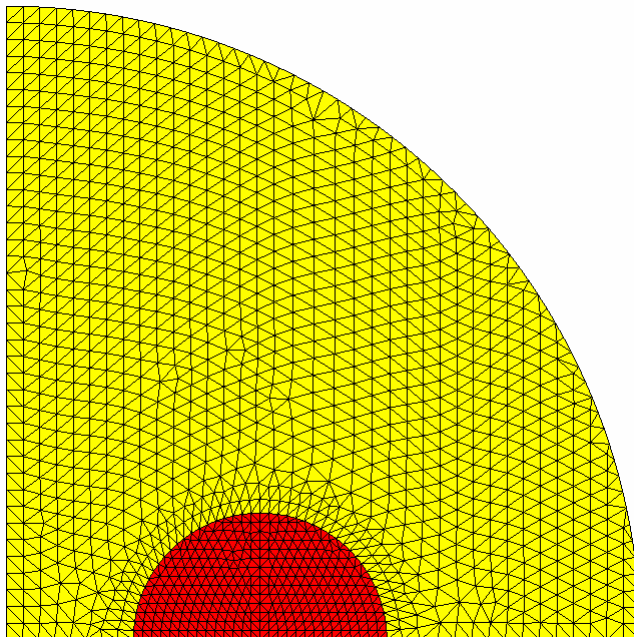
สร้างปริมาตรด้วย จากนั้นก็แบ่งโดเมนของปัญหาที่สร้างขึ้นนี้ออกเป็นอิลิเมนต์เล็กๆ หรือแบ่งออกเป็นตารางย่อยๆ (mesh) โดยเส้นของตารางเหล่านี้ตัดกันที่จุดต่อ (node) เสร็จแล้วจึงกำหนดคุณสมบัติของสาร (ตัวนำยิ่งยวดกับทองแดง) และกำหนดเงื่อนไขขอบเขต ตามลำดับรูปที่ 2-1 แสดงตัวอย่างการแบ่งโดเมนของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์เล็กๆ โดยใช้ซอฟต์แวร์สำเร็จรูป SolidWorks กับ COSMOSWorks ในกรณีนี้โดเมนของปัญหาที่วิเคราะห์ถูกแบ่งออกเป็นอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมเล็กๆ ขนาดต่างๆ กัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับค่าความละเอียดในการแบ่งโดเมนออกเป็นอิลิเมนต์ย่อยๆ ที่เลือกใช้ และยังสามารถแบ่งโดเมนดังกล่าวออกเป็นสองโดเมนย่อยๆ คือ ตัวนำยิ่งยวด (สีแดง) และทองแดง (สีเหลือง) อีกด้วย

ในขั้นตอนของการวิเคราะห์ปัญหา ซึ่งถือได้ว่าเป็นหัวใจของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นนี้ เป็นการนำเอาระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์มาประยุกต์ใช้ในการแก้ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ ทั้งนี้เพื่อหาผลลัพธ์ของปัญหาที่จุดต่อต่างๆ ในกรณีของปัญหาทางด้านแม่เหล็กไฟฟ้า นั้น ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ดังกล่าวมาจากสมการของแมกซ์เวลล์นั่นเอง และผลลัพธ์ของปัญหาที่จุดต่อต่างๆ ได้แก่ ความเข้มสนามไฟฟ้า และความเข้มสนามแม่เหล็ก เป็นต้น

ผลลัพธ์ที่ได้จากขั้นตอนของการวิเคราะห์ปัญหานั้นจะมีจำนวนมาก ซึ่งจะขึ้นอยู่กับจำนวนของจุดต่อที่ใช้ และผลลัพธ์จะอยู่ในรูปแบบของค่าตัวเลข ดังนั้นเพื่อให้เข้าใจในพฤติกรรมหรือปรากฏการณ์ที่ได้ จึงต้องนำค่าเหล่านั้นมานำเสนอพร้อมกันในรูปกราฟิกโดยใช้โปรแกรมแมทแล็บ ซึ่งสามารถทำได้หลายรูปแบบ เช่น การวาดเวกเตอร์ที่ทุกๆ จุดต่อตลอดทั้งโดเมนของปัญหาเพื่อแสดงทั้งขนาดและทิศทางของผลลัพธ์ที่ได้ หรือการวาดด้วยเส้นชั้น (contour line) หรือพื้นผิว (surface) หรือตาราง (mesh) เป็นต้น ซึ่งการนำเสนอเหล่านี้ช่วยให้เกิดความเข้าใจได้อย่างรวดเร็ว ทำให้ทราบถึงสาเหตุของปัญหาอันจะนำไปสู่แนวทางการปรับปรุงแก้ไขให้ดียิ่งขึ้นต่อไป



(ก) โดเมนของปัญหาถูกแบ่งอย่างหยาบๆ



(ข) โดเมนของปัญหาถูกแบ่งอย่างละเอียด

รูปที่ 2-1 โดเมนของปัญหาใน 2 มิติซึ่งถูกแบ่งออกเป็นอีลิเมนต์สามเหลี่ยมเล็กๆขนาดต่างๆกัน

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อสร้างแบบจำลองของลวดตัวนำยิ่งยวดด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาฟอร์แทรน
2. เพื่อแก้ปัญหาทางแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
3. เพื่อแสดงผลกราฟิกโดยใช้โปรแกรมแมทแล็บ
4. เพื่อศึกษาการกระจายของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า
5. เพื่อใช้แบบจำลองที่ได้แก้ปัญหาอื่นๆที่ซับซ้อนต่อไปได้
6. เพื่อนำองค์ความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในการวิจัยขั้นต่อไป

วิธีการวิจัย

การวิเคราะห์ปัญหา

ในการวิจัยครั้งนี้จะนำเอาปัญหาของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดหลายเส้นที่เชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบบางส่วนดังแสดงใน [Satiramatekul et al., 2006] มาพิจารณาโดยใช้สมมุติฐานต่ำสุดในการแก้ปัญหา โดยการพิจารณาสายไฟฟ้าที่ประกอบด้วยเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดสองเส้นฝังอยู่ในตัวนำทองแดง และสมมุติให้ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้ามีทิศทางขนานกับแกนของสายไฟฟ้าและไม่เปลี่ยนแปลงตลอดแกนนี้ ค่าของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าจึงขึ้นอยู่กับค่าของ x , y และ z เท่านั้น ดังนั้นความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็กจะขนานขนานกับระนาบ $x-y$ และขึ้นอยู่กับค่าของ x , y และ z เช่นเดียวกัน

เพื่อหลีกเลี่ยงปริมาณของเอลิเมนต์จำนวนมากที่จำเป็นต้องใช้สำหรับแบบจำลองสามมิติ ดังนั้นจึงทำการตัดสายไฟฟ้าออกเป็นท่อนๆ แต่ละท่อนมีความยาวเท่ากับ L/n โดยที่ L และ n เป็นความยาวของสายไฟฟ้าและจำนวนของท่อนที่ตัด ตามลำดับ โดยในเบื้องต้นนี้จะเลือก n เท่ากับ 8 การแสดงให้เห็นถึงกระแสและแรงดันของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดสองเส้นตลอดความยาวของสายไฟฟ้า L แสดงในรูปที่ 2-2 และรูปที่ 2-3 แบบสองมิติและแบบสามมิติ ตามลำดับ จากความสมมาตรของปัญหา ทำให้เพียงพอที่จะพิจารณาปัญหาเพียงครึ่งหนึ่งของความยาวทั้งหมด ทั้งนี้เพื่อลดจำนวนของท่อนที่ตัด และจากค่าความนำไฟฟ้าที่ต่ำของตัวนำ (ทองแดง) เปรียบเทียบกับค่าความนำไฟฟ้าของตัวนำยิ่งยวด ทำให้มีกระแสไฟฟ้าขนาดเล็กไหลระหว่างเส้นลวดตัวนำยิ่งยวด ความแตกต่างของกระแสไฟฟ้าในเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดเส้นเดียวกันสำหรับสองท่อนติดกันมีค่าเท่ากับกระแสไฟฟ้าที่สูญเสียไปในทองแดง [Satiramatekul et al., 2007]

ความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้าภายในเส้นลวดตัวนำยิ่งยวด (i) และกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวนำทองแดง (i_m) สำหรับท่อนที่ k สามารถหาได้โดยการใช้กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ (KCL) ดังนี้

$$i_k = \begin{cases} i_{k+1} + i_{mk} & ; k = 1, 2, \dots, (n/2 - 1) \\ i_{mk} & ; k = n/2 \end{cases} \quad (2-1)$$

โดยที่ $i_{m0} = 0 \text{ A}$

ส่วนความสัมพันธ์ระหว่างกระแสและแรงดัน สำหรับตอนที่  สามารถหาได้โดยการใช้กฎของโอห์ม ดังนี้

$$i_{mk} = \begin{cases} 2v_k/R & ; k = 1, 2, \dots, (n/2 - 1) \\ v_k/R & ; k = n/2 \end{cases} \quad (2-2)$$

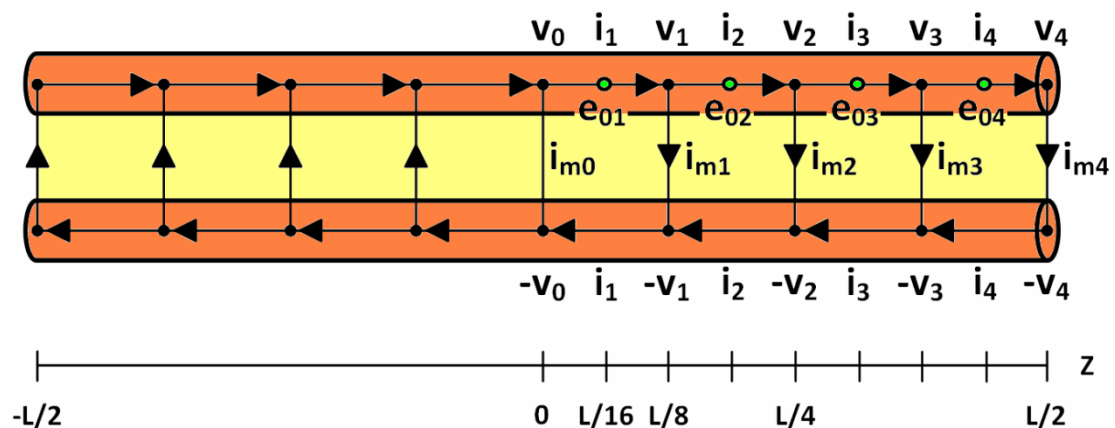
โดยที่ $v_0 = 0 \text{ V}$ และ R แทนความต้านทานของท่อนตัวนำยิ่งยวดที่มีความยาวเท่ากับ L/n ซึ่งค่าของมันสามารถคำนวณได้จากสูตรทางอิเล็กโทรไคเนติก (electrokinetic) และจะสังเกตได้ว่าความต้านทานของท่อนสุดท้ายมีค่าเป็นสองเท่า เนื่องจากความยาวของมันมีขนาดเล็กลงครึ่งหนึ่งนั่นเอง

สมการของความเข้มข้นไฟฟ้า (E_0) ซึ่งแสดงในรูปที่ 2-2 และรูปที่ 2-3 สามารถหาได้
เหมือนดังที่แสดงใน [Satiramatekul et al., 2007]

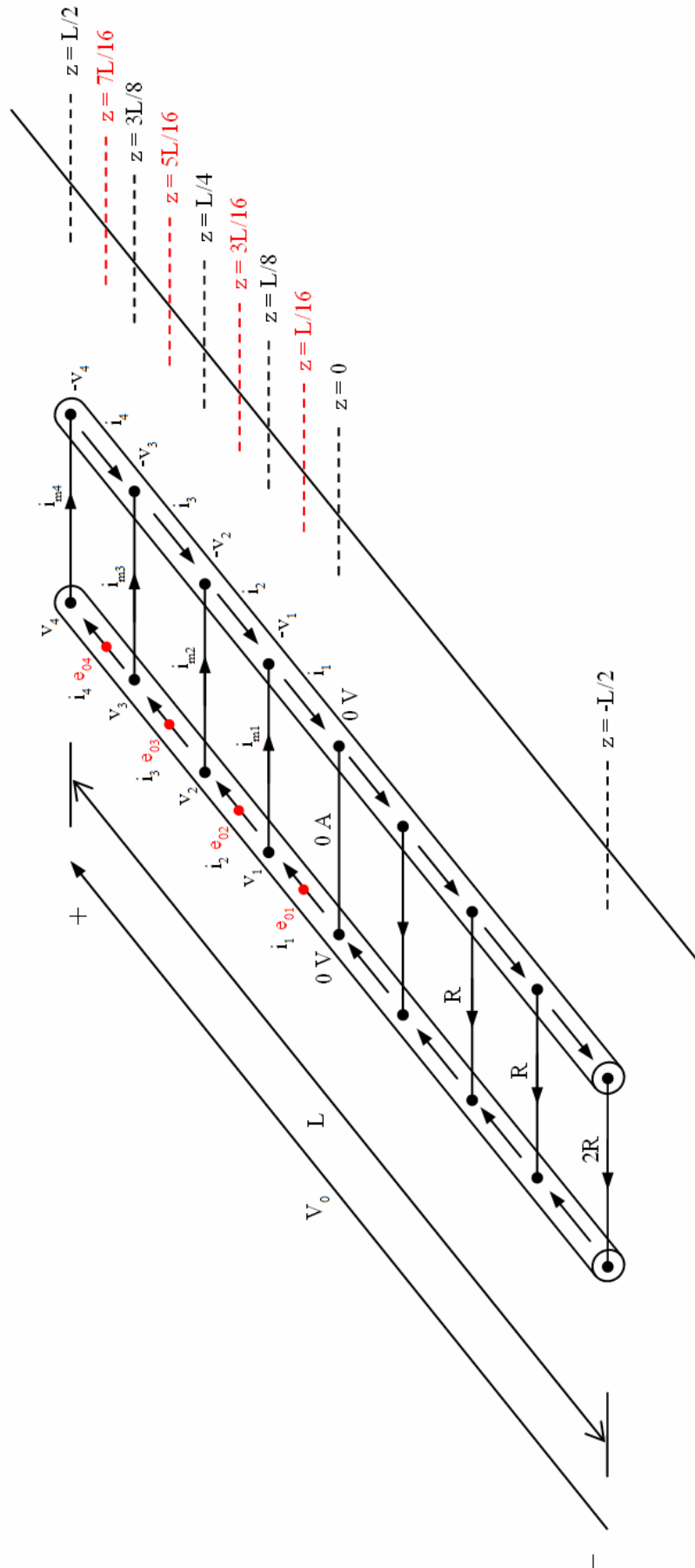
$$e_{0k} = \frac{(v_{k-1} - v_k)}{\binom{L/n}{n}} \text{ at } z = \frac{(2k-1)L}{2n} ; k = 1, 2, \dots, n/2 \quad (2-3)$$

สมการที่ (2-3) สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$v_k = -\frac{L}{n} \sum_{i=1}^k \theta_{0i} \quad ; \quad k = 1, 2, \dots, n/2 \quad (2-4)$$



รูปที่ 2-2 กระแสและแรงดันของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดสองเส้นตลอดความยาว 



รูปที่ 2-3 กระแสและแรงดันของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดสองเส้นตลอดความยาว (แสดงแบบสามมิติ)

ความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้าและความเข้มสนามไฟฟ้า สามารถได้รับโดยการแทนสมการที่ (2-2) และสมการที่ (2-4) ลงในสมการที่ (2-1)

$$i_k = \begin{cases} i_{k+1} - \frac{2L}{nR} \sum_{i=1}^k e_{0i} & ; k = 1, 2, \dots, (n/2 - 1) \\ -\frac{L}{nR} \sum_{i=1}^k e_{0i} & ; k = n/2 \end{cases} \quad (2-5)$$

สมการที่ (2-5) สามารถเขียนใหม่ในรูปของเมทริกซ์ดังนี้

$$I = [C]E_0 \quad (2-6)$$

โดยที่ $I = [i_1 \ i_2 \ \dots \ i_{(n/2)}]^T$, $E_0 = [e_{01} \ e_{02} \ \dots \ e_{0(n/2)}]^T$ และ $[C]$ เป็นเมทริกซ์ของค่าคงที่ซึ่งมีขนาดเท่ากับ $(n/2) \times (n/2)$ สำหรับในกรณีที่ $n = 8$ จะได้ว่า

$$[C] = \begin{bmatrix} 8c & 6c & 4c & 2c \\ 6c & 6c & 4c & 2c \\ 4c & 4c & 4c & 2c \\ c & c & c & c \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

โดยที่ $c = -L/8R$

การสร้างแบบจำลองของปัญหา

โดเมนของปัญหาแสดงในรูปที่ 2-4 (แบบสองมิติ) เพื่อเป็นการลดเวลาในการคำนวณของคอมพิวเตอร์ และจากความสมมาตรของปัญหา ทำให้สามารถที่จะพิจารณาและออกแบบเพียงหนึ่งในสี่ของโดเมนทั้งหมดได้ เทคนิคที่จะเสนอในการแก้ปัญหานี้ก็คือ การรันโปรแกรมไฟไนต์อิลิเมนต์จำนวน $n/2$ โปรแกรมพร้อมๆกัน (แบบขนานกัน) เพื่อคำนวณหาผลลัพธ์ในแต่ละท่อนตัวนำยิ่งยวดจำนวน $n/2$ ท่อน การเชื่อมต่อกันของผลลัพธ์จากการคำนวณด้วยโปรแกรมไฟไนต์อิลิเมนต์แต่ละโปรแกรมจะกระทำผ่านสมการที่ (2-6)

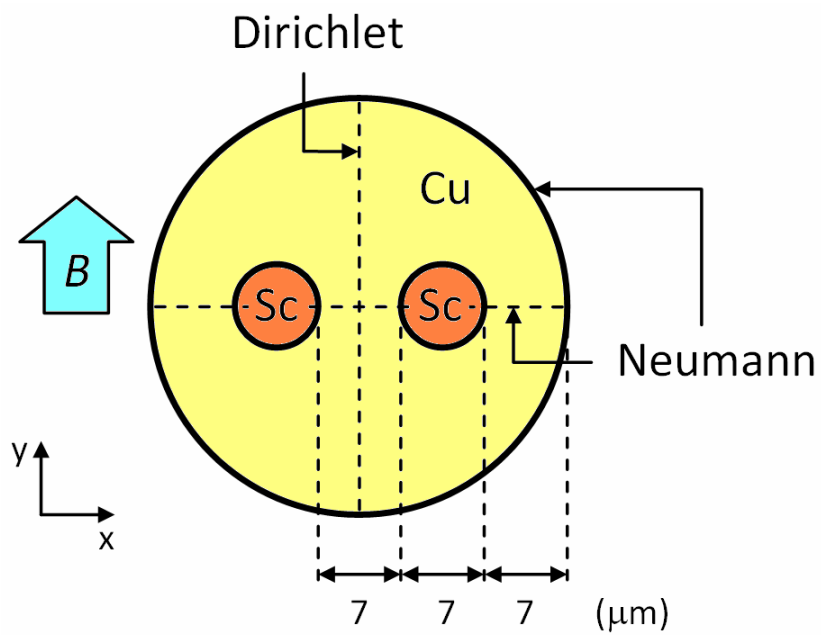
สำหรับขั้นตอนการทำ เริ่มต้นจากการสร้างอิลิเมนต์ของแต่ละท่อนตัวนำยิ่งยวดโดยการสร้างตารางย่อยๆ (mesh) จากนั้นก็สร้างซูเปอร์อิลิเมนต์โดยการทำซูเปอร์ตาราง (super mesh) ซึ่งมีจำนวนอิลิเมนต์และจำนวนจุดต่อมากเป็น $n/2$ เท่าจากเดิม การสร้างโดเมนของปัญหาที่พิจารณาและการสร้างอิลิเมนต์ของแต่ละท่อนตัวนำยิ่งยวดจะใช้ซอฟต์แวร์สำเร็จรูป SolidWorks กับ COSMOSWorks ส่วนการทำซูเปอร์ตารางจะใช้ซอฟต์แวร์สำเร็จรูป Microsoft Office Excel โดยสร้างขึ้นจากข้อมูลของอิลิเมนต์ที่ได้จากไฟล์ที่บันทึกจากซอฟต์แวร์สำเร็จรูป SolidWorks กับ COSMOSWorks

แบบจำลองของตัวนำยิ่งยวดในสถานะวิกฤติของ Bean [Bean, 1962] ซึ่งถูกกำหนดโดยฟังก์ชันไม่เชิงเส้นที่นิยามไว้ใน [Maslouh et al., 1997] ได้ถูกเลือกใช้สำหรับอธิบายลักษณะพฤติกรรมของสารตัวนำยิ่งยวด ในกรณีนี้จะพบว่าระบบสมการเมทริกซ์ที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ เช่นเดียวกันกับที่แสดงไว้ใน [Satiramatekul et al., 2006] และ [Satiramatekul and Bouillault, 2005] ดังนี้

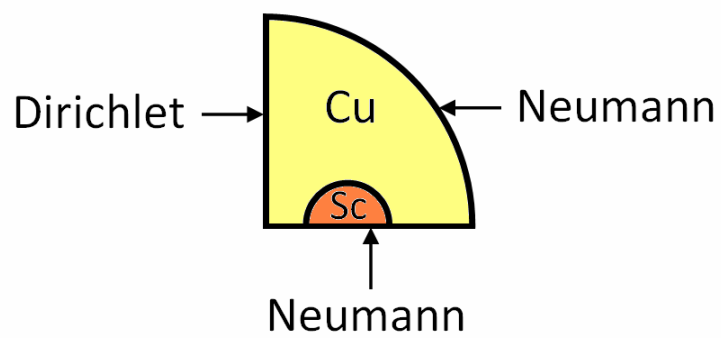
$$[M]\partial_t f_k + [A_\varepsilon]e_k + [A_{\varepsilon v}]e_{0k} = F ; k = 1, 2, \dots, n/2 \quad (2-8)$$

$$[A_{\varepsilon v}]^T e_k + [A_v]e_{0k} = \partial_t i_k ; k = 1, 2, \dots, n/2 \quad (2-9)$$

โดยที่ f คือความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า และ $[M]$ คือเมทริกซ์ขนาด $m \times m$ $[A_\varepsilon]$, $[A_{\varepsilon v}]$, $[A_v]$ เป็นเมทริกซ์ขนาด $m \times m$, $m \times (n/2)$ และ $(n/2) \times (n/2)$ ตามลำดับ (m คือจำนวนของตัวไม่รู้ค่าและ n คือจำนวนของท่อนตัวนำยิ่งยวด) และ F คือเวกเตอร์ของแหล่งกำเนิด



(ก) โดเมนทั้งหมด



(ข) โดเมนที่พิจารณา

รูปที่ 2-4 โดเมนของปัญหาในสองมิติและการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต

ผลการวิจัย

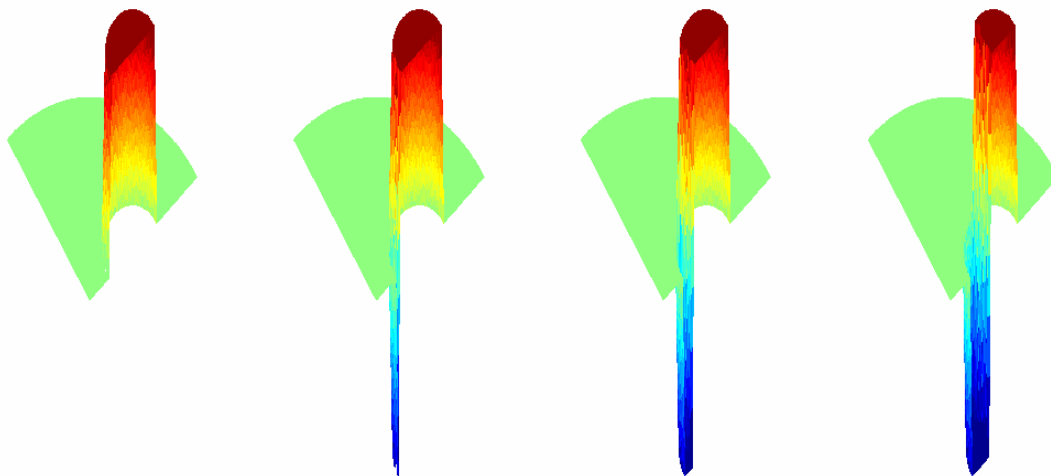
ผลลัพธ์จากการจำลองสถานะการณ์ที่ได้รับโดยการรันโปรแกรมคอมพิวเตอร์ซึ่งใช้วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์และแบบจำลองของ Bean ในการแก้ปัญหา ชุดของการรันโปรแกรมสำหรับสถานะการณ์ที่เส้นลวดตัวนำยิ่งยวดอยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กที่แปรเปลี่ยนในฟังก์ชันไซน์ชอยดัลของเวลา รูปที่ 2-5 แสดงผลของการกระจายของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าในโดเมนที่พิจารณาที่เวลา $t = T/8$ โดยที่ T คือคาบของสนามแม่เหล็กที่ประยุกต์ใช้ รูปภาพย่อยๆ 4 รูปจากทางด้านซ้ายไปทางด้านขวา บ่งบอกถึงการกระจายของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าที่ตำแหน่ง $z = L/16, 3L/16, 5L/16, 7L/16$ ตามลำดับ

ในกรณีที่ความยาวของสายไฟ (L) เท่ากับความยาววิกฤติ (L_c) จะได้ผลลัพธ์ในกรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าบางส่วน (รูปที่ 2-5 (ก)) จะสังเกตได้ว่ากระแสไฟฟ้ารวมในท่อนตรงกลางของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดเท่ากับ $J_c \pi r^2$ โดยที่ r เป็นรัศมีของเส้นลวดและ J_c คือความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าวิกฤติ มีค่าเท่ากับ $3 \times 10^9 \text{ A/m}^2$ ผลลัพธ์ที่ได้เหล่านี้แสดงให้เห็นอย่างชัดเจนถึงปรากฏการณ์การเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นลวดตัวนำยิ่งยวด และยังสอดคล้องกับผลที่แสดงไว้ใน [Wilson, 1983] อีกด้วย

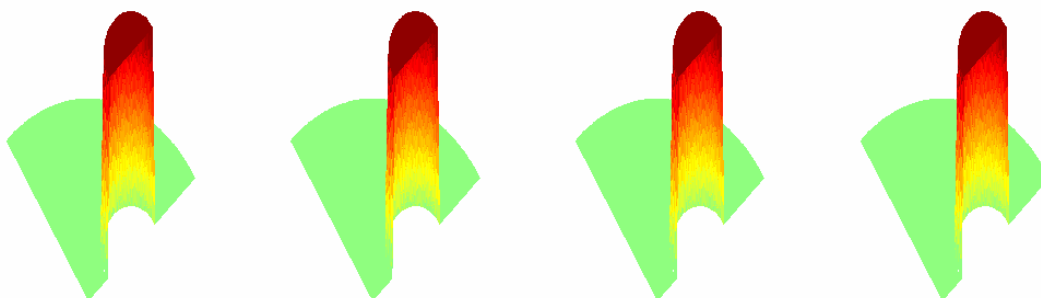
สำหรับกรณีที่ $L \gg L_c$ และ $L \ll L_c$ ผลลัพธ์ที่ได้แสดงให้เห็นในกรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าอย่างสมบูรณ์ของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดทั้งสองเส้น (รูปที่ 2-5 (ข)) และในกรณีที่ไม่มี การเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าเลย (รูปที่ 2-5 (ค)) ตามลำดับ โดยสามารถสังเกตได้ว่ากระแสไฟฟ้ารวมในเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดในรูปที่ 2-5 (ข) มีค่ามากที่สุดและเหมือนกันในทุกๆ ท่อนตัวนำยิ่งยวด แต่ในรูปที่ 2-5 (ค) กระแสไฟฟ้ารวมดังกล่าวมีค่าเป็นศูนย์และเหมือนกันในทุกๆ ท่อนเช่นเดียวกัน ผลลัพธ์ที่ได้เหล่านี้สอดคล้องกับผลที่แสดงไว้ใน [Satiramatekul et al., 2006] และ [Satiramatekul and Bouillault, 2005] นอกจากนี้ ค่าความเป็นแม่เหล็กรวมของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดสามารถคำนวณได้โดยใช้ค่าของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าที่ได้รับ ซึ่งจะกล่าวต่อไปในภายหลัง

ในการทดสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ได้พัฒนาขึ้นจากการวิจัยนี้ ได้ทำการรันโปรแกรมเพียง 10 ขั้นตอนเวลา (time step) เท่านั้น ทั้งนี้เพื่อลดเวลาในการคำนวณของโปรแกรม และกำหนดให้ R มีค่าคงที่เท่ากับ 0.001 โอห์ม โดยทำการเปลี่ยนแปลงเฉพาะค่าความยาวของสายไฟ L ในแต่ละครั้งของการรันโปรแกรมเท่านั้น ผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรมสำหรับแต่ละค่าความยาวของสายไฟที่ขั้นตอนเวลาต่างๆ กันแสดงในรูปที่ 2-6 ถึงรูปที่ 2-10 (แสดงการกระจายของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าในโดเมนที่พิจารณาเป็นแบบสองมิติ) รูปภาพย่อยๆ 4 รูปจากทางด้านบนลงทางด้านล่าง บ่งบอกถึงการกระจายของความหนาแน่น

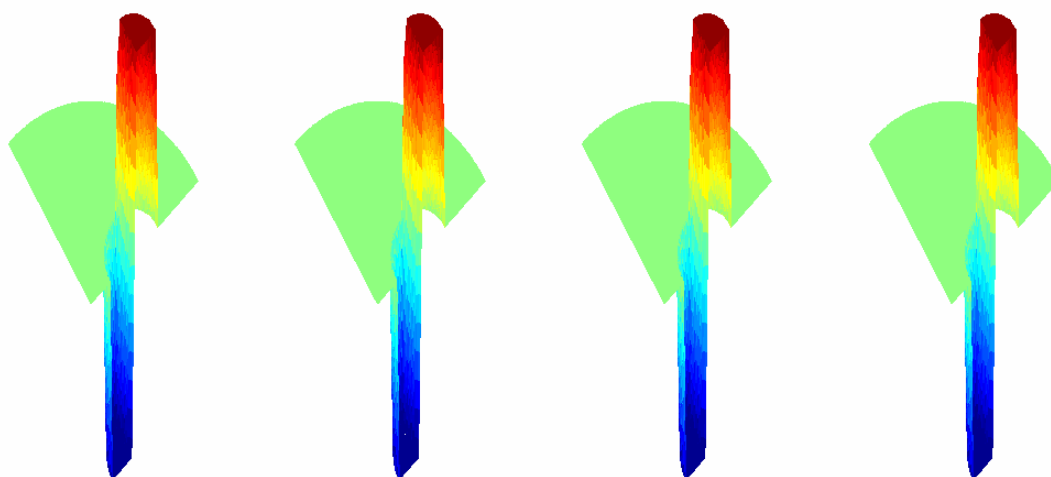
กระแสไฟฟ้าที่ตำแหน่ง $z = L/16, 3L/16, 5L/16, 7L/16$ ตามลำดับ ผลลัพธ์ที่ได้เหล่านี้เป็นเครื่องพิสูจน์ได้ว่าโปรแกรมที่ได้พัฒนาขึ้นมาทำงานได้อย่างถูกต้อง



(ก) กรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบบางส่วน

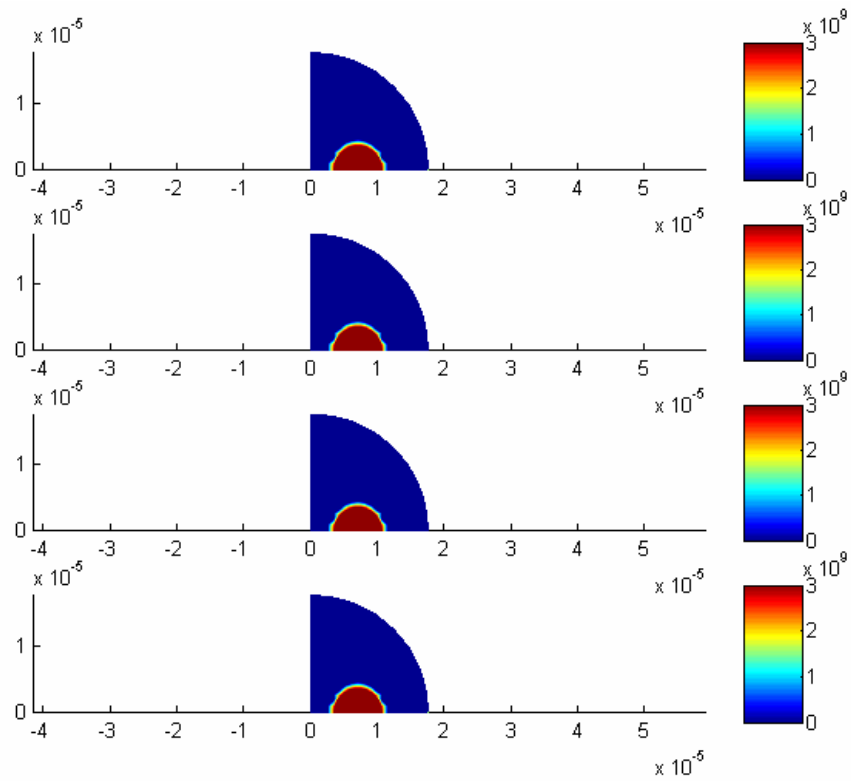


(ข) กรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบสมบูรณ์

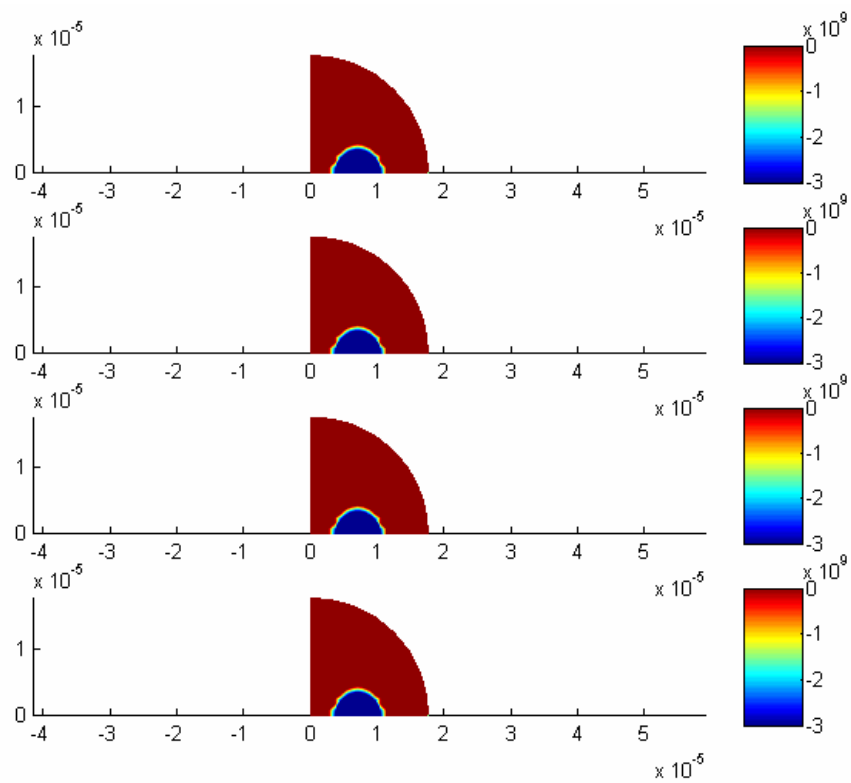


(ค) กรณีที่ไม่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าเลย

รูปที่ 2-5 การกระจายของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าในโดเมนที่พิจารณา

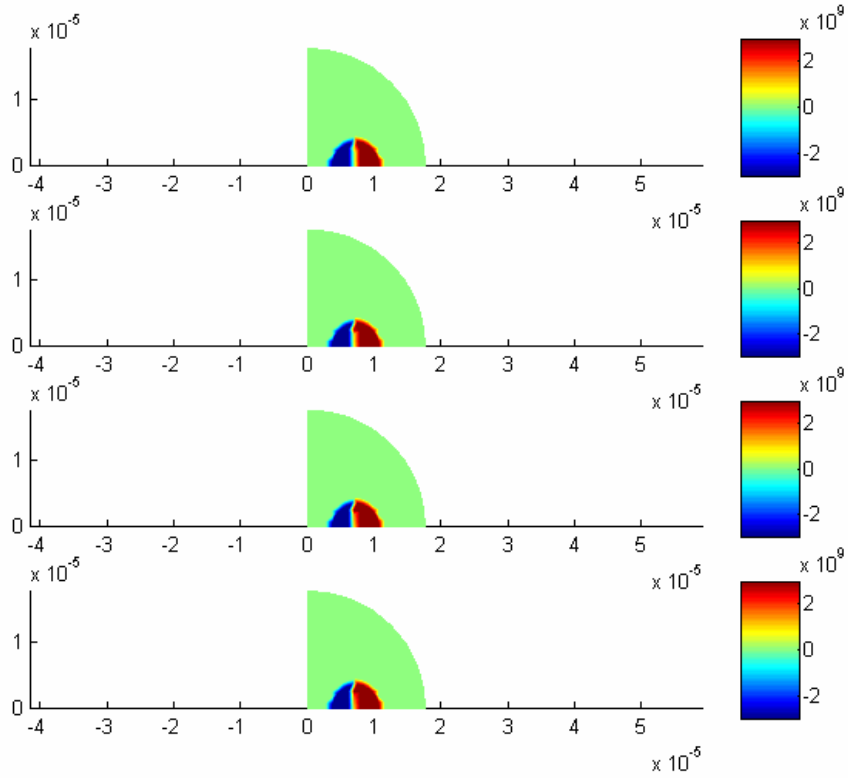


(ก) ที่ชั้นเวลาที่ 1

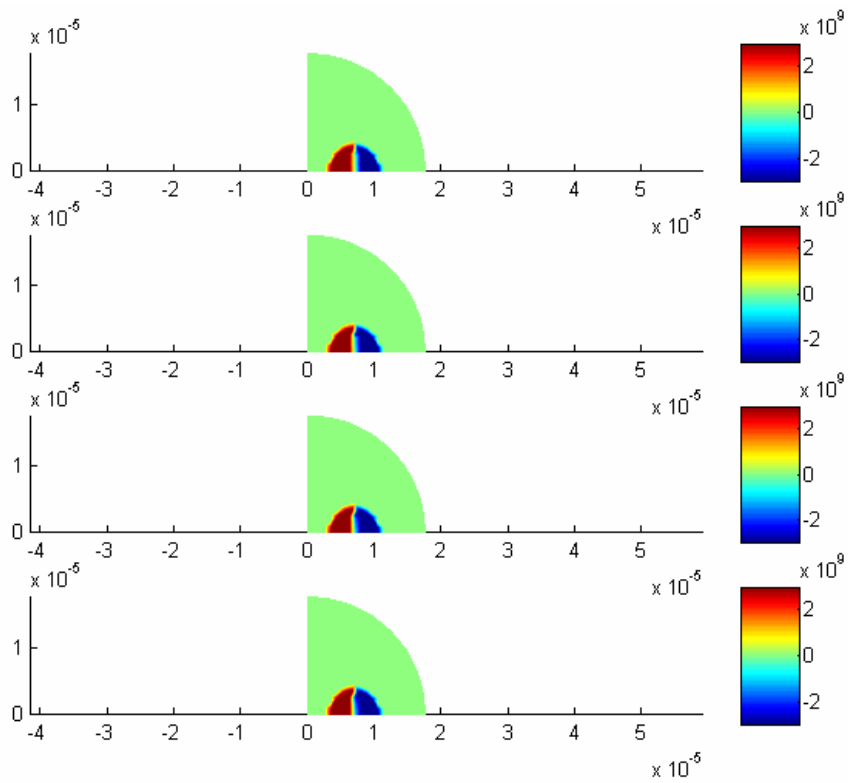


(ข) ที่ชั้นเวลาที่ 5

รูปที่ 2-6 กรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบสมบรูณ์ ($L = 1 \text{ m}$)

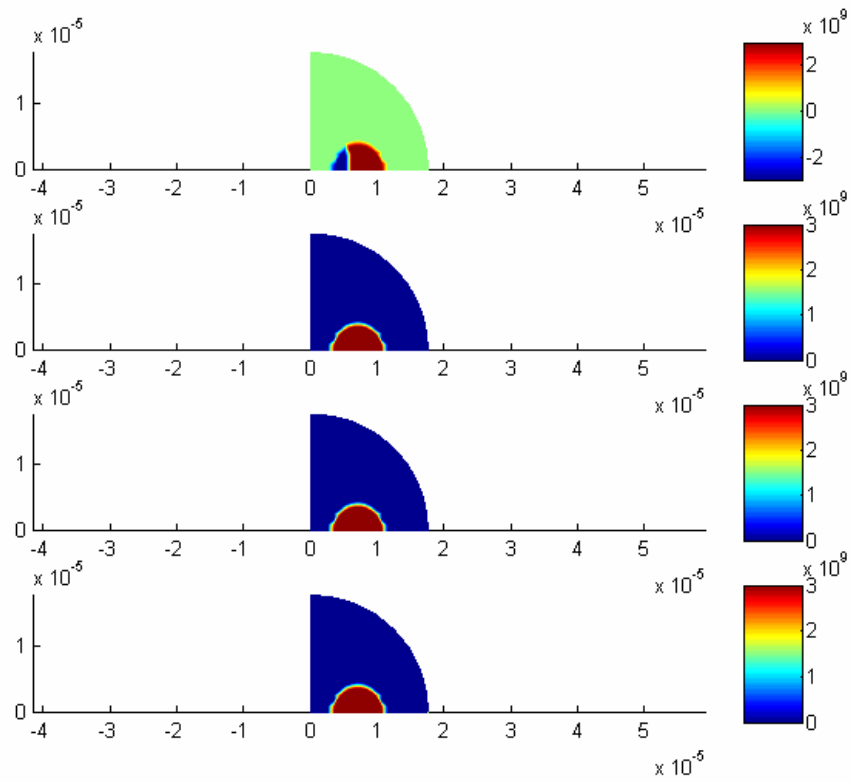


(ก) ที่ชั้นเวลาที่ 1

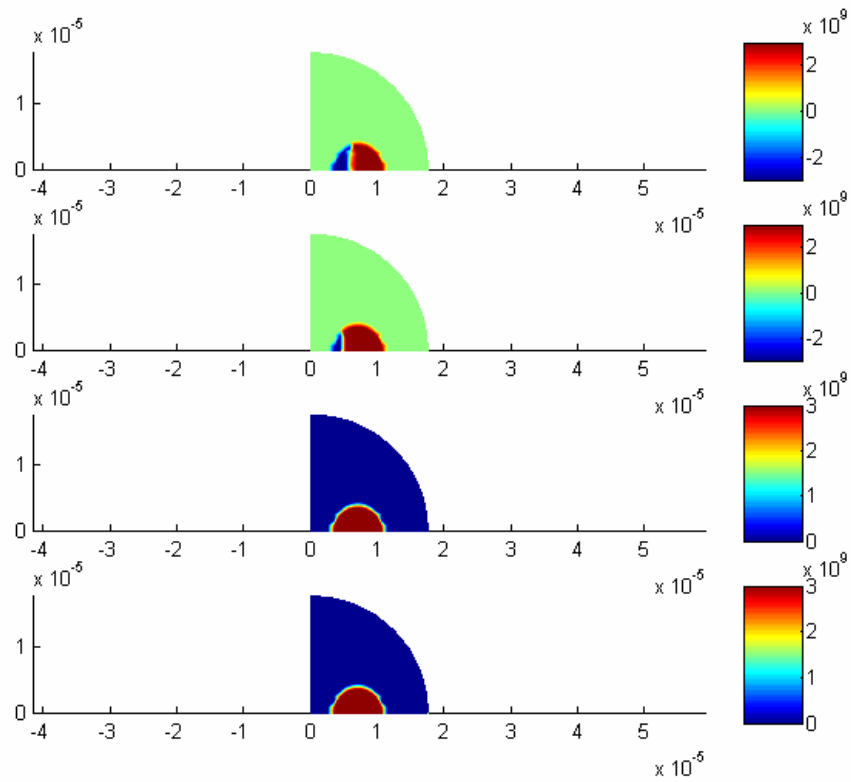


(ข) ที่ชั้นเวลาที่ 5

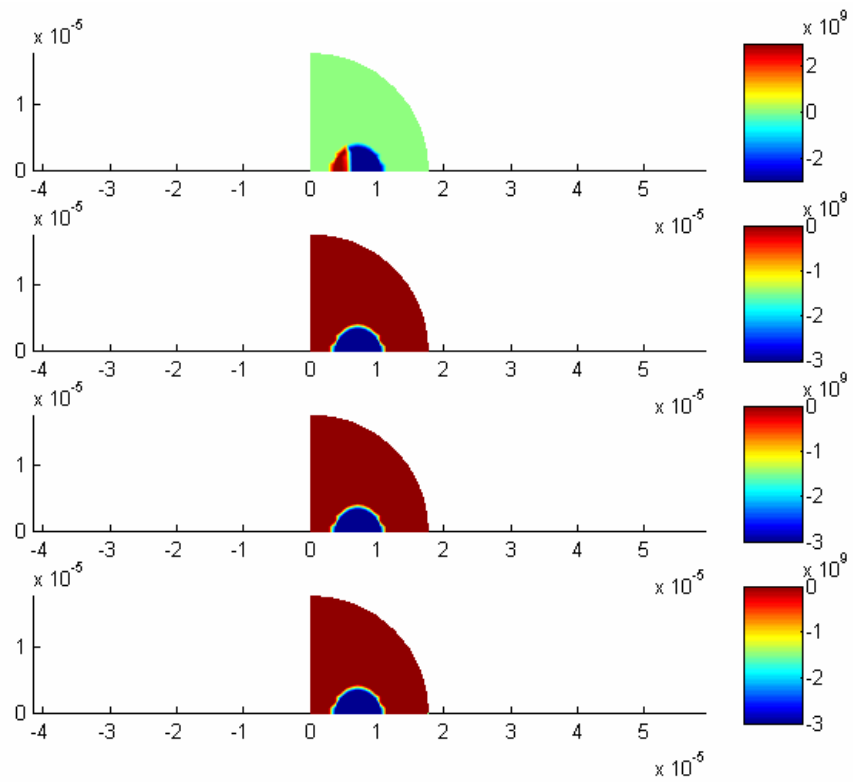
รูปที่ 2-7 กรณีที่ไม่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าเลย ($L = 1 \text{ mm}$)



(ก) ที่ชั้นเวลาที่ 1

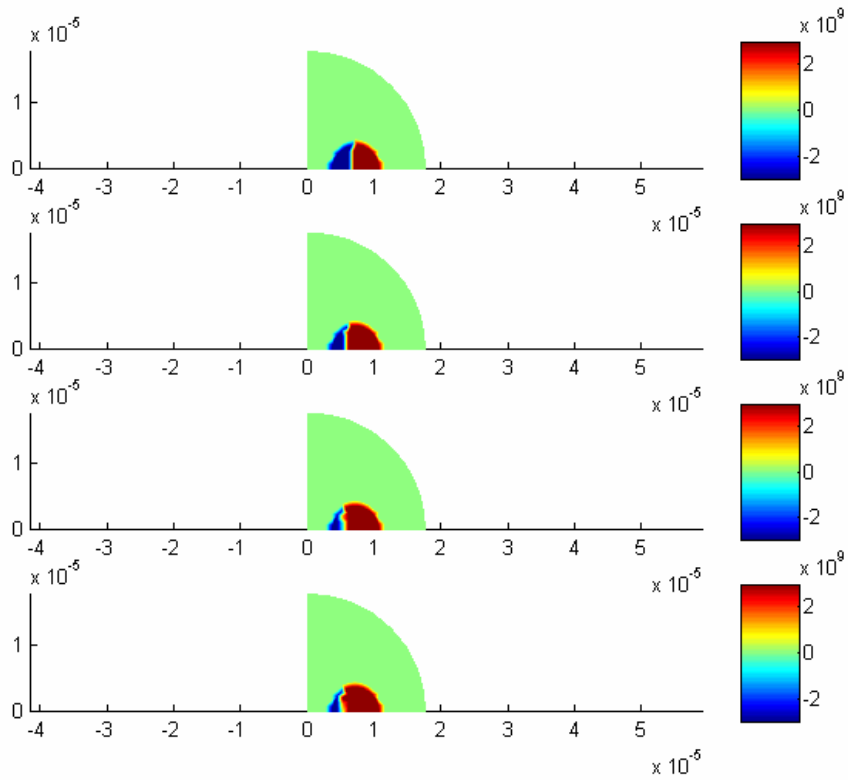


(ข) ที่ชั้นเวลาที่ 2

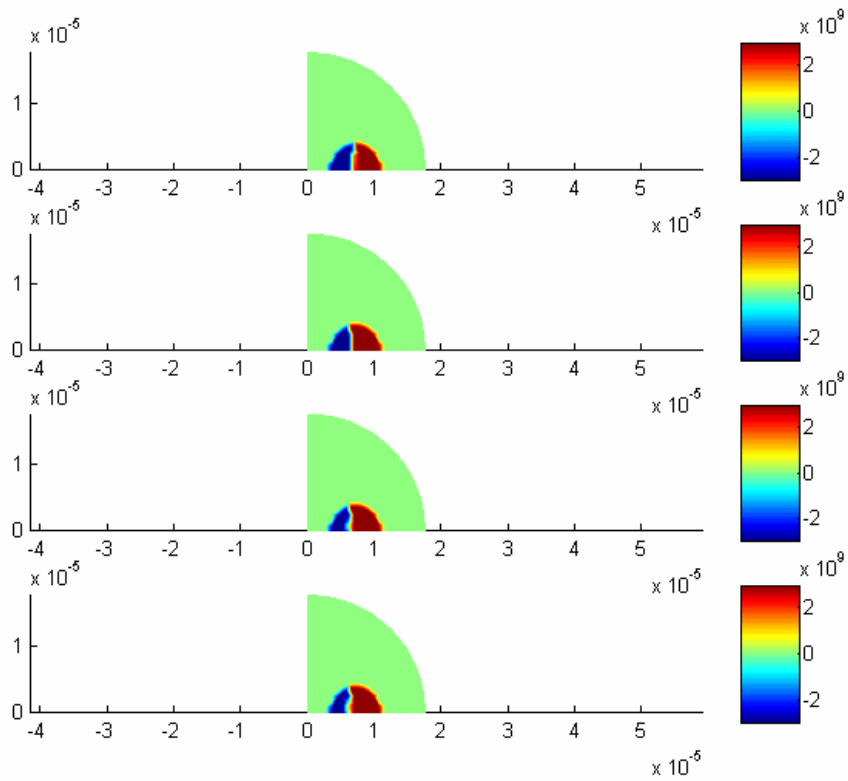


(ค) ที่ชั้นเวลาที่ 5

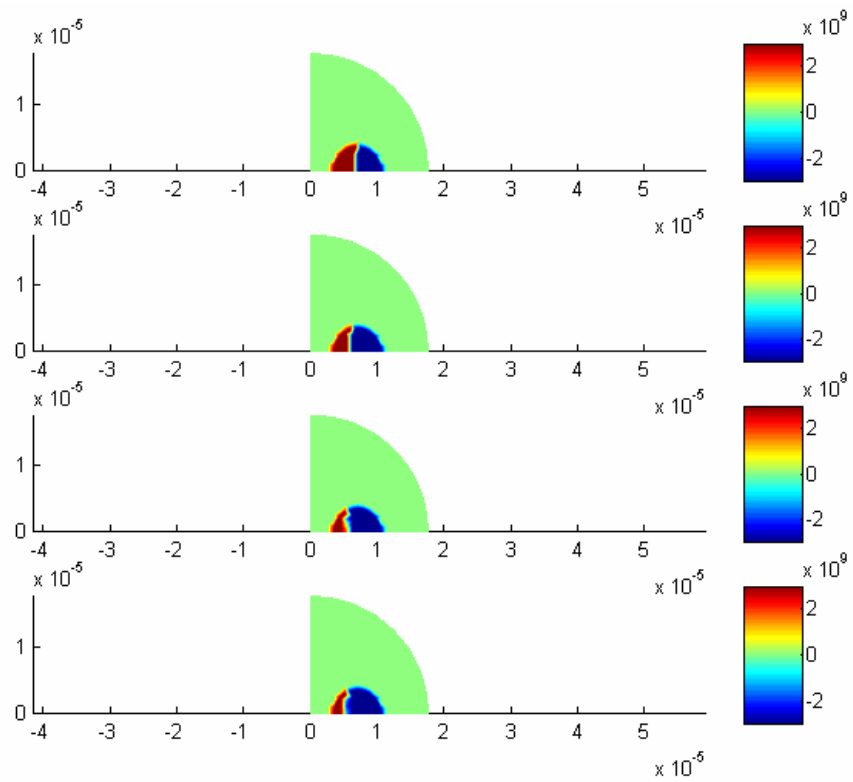
รูปที่ 2-8 กรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบบางส่วน-เกือบจะสมบูรณ์
($L = 10 \text{ cm}$)



(ก) ที่ชั้นเวลาที่ 1

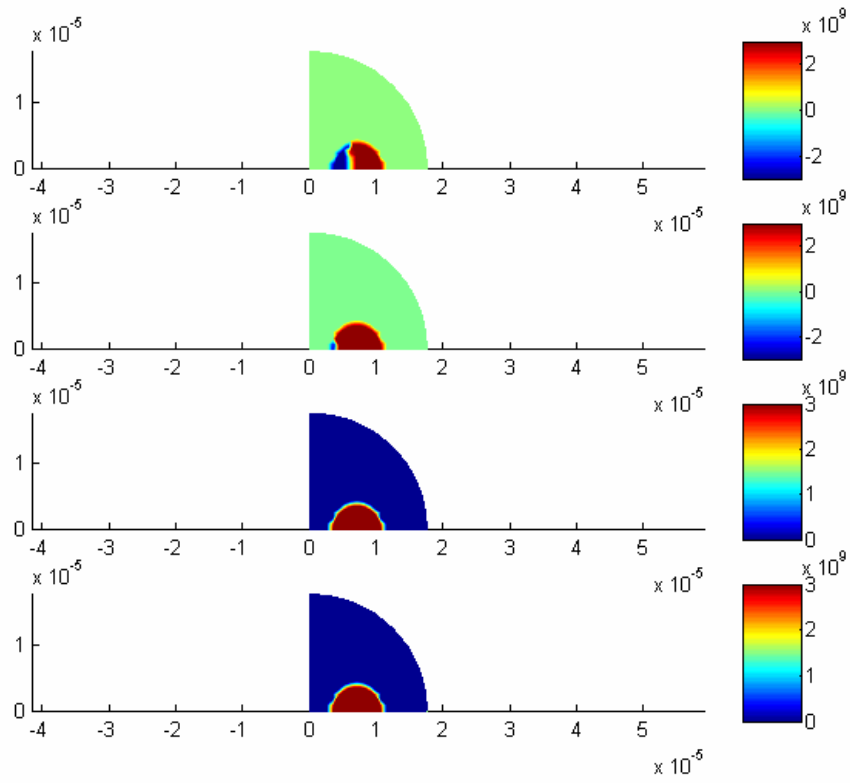


(ข) ที่ชั้นเวลาที่ 2

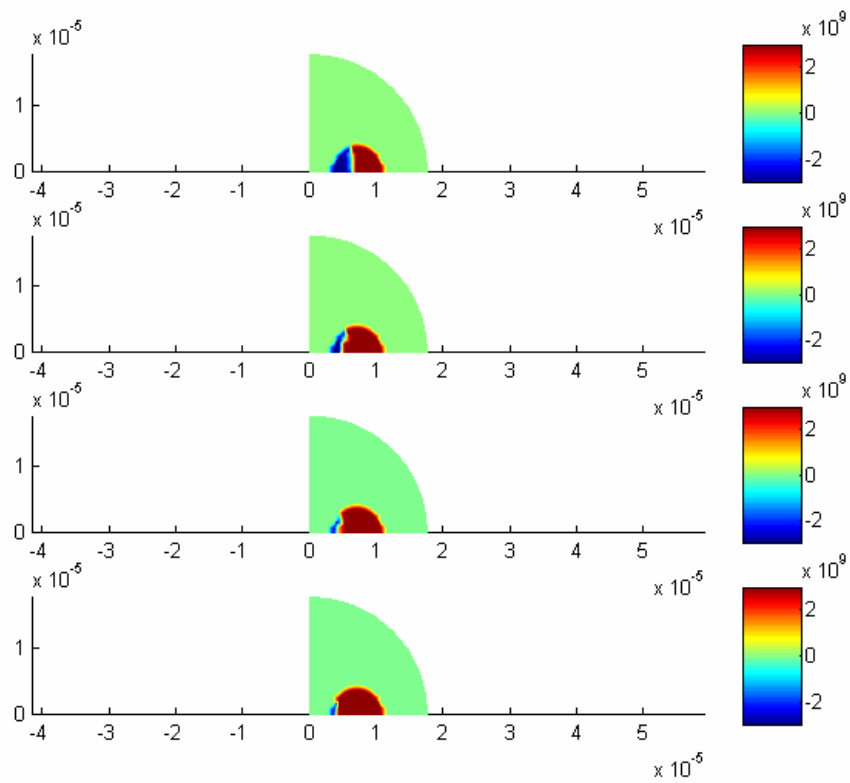


(ค) ที่ชั้นเวลาที่ 5

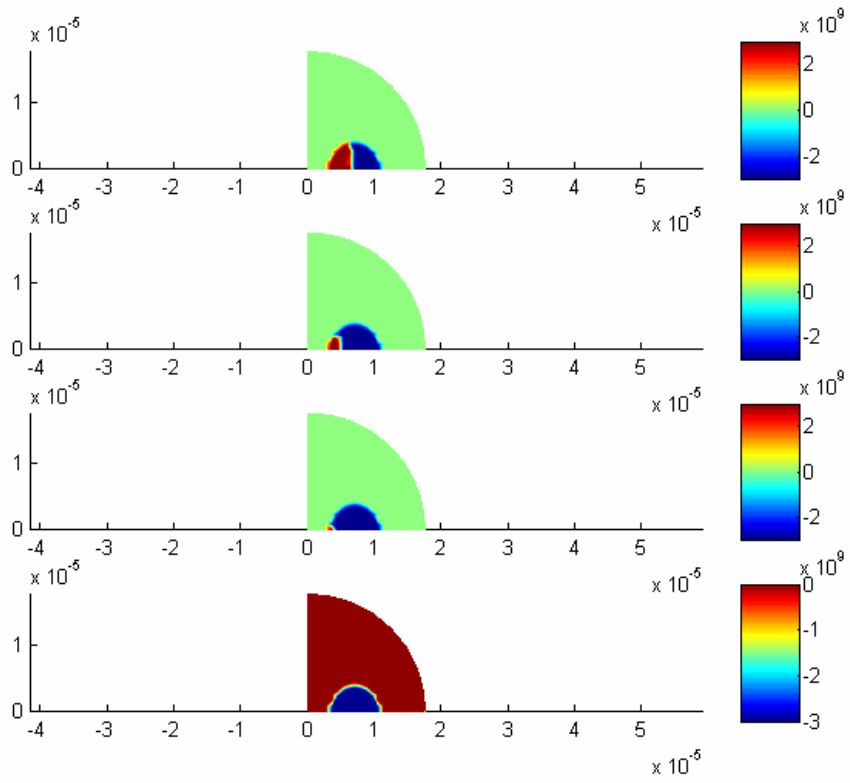
รูปที่ 2-9 กรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบบางส่วน-เกือบจะไม่มี ($L = 1 \text{ cm}$)



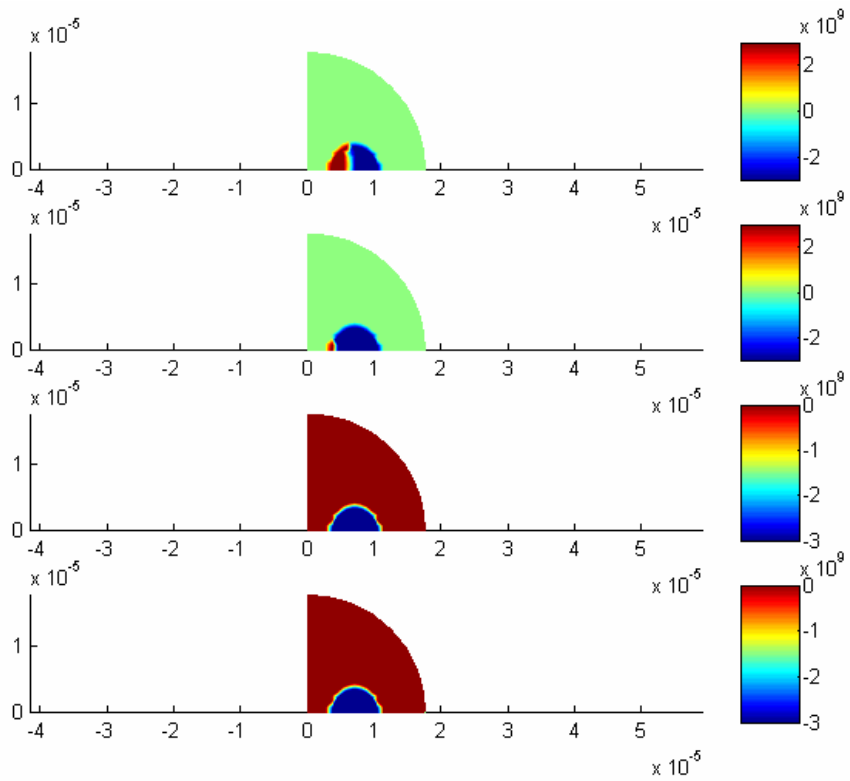
(ก) ที่ชั้นเวลาที่ 1



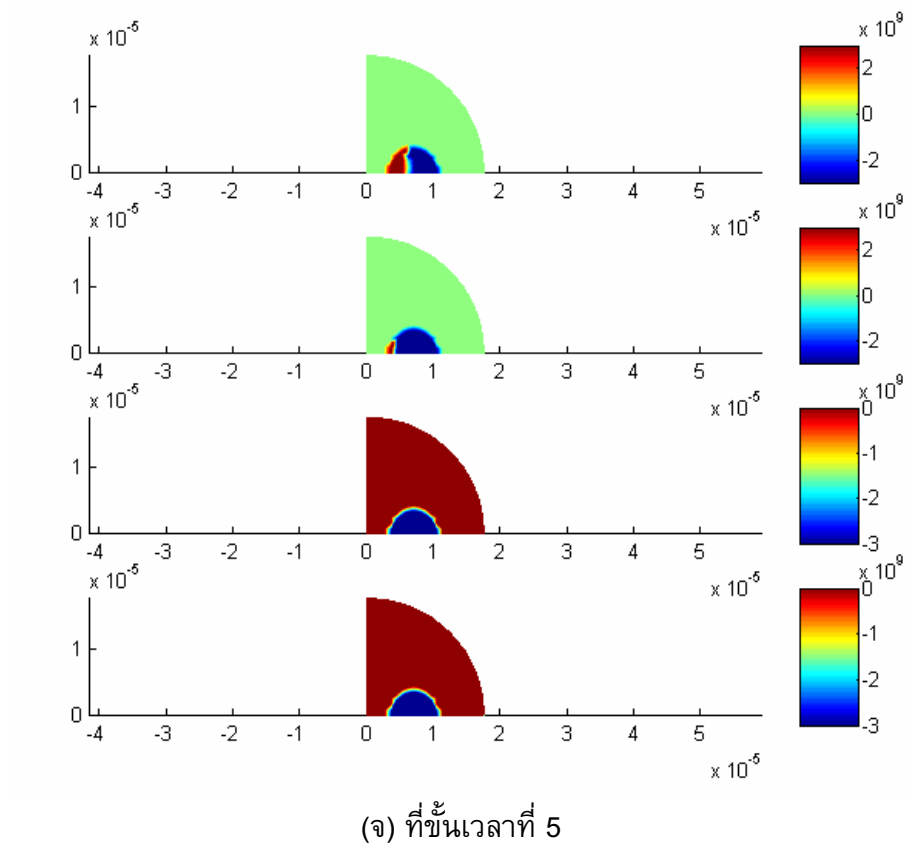
(ข) ที่ชั้นเวลาที่ 2



(ค) ที่ชั้นเวลาที่ 3



(ง) ที่ชั้นเวลาที่ 4



รูปที่ 2-10 กรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบบางส่วน ($L = 5 \text{ cm}$)

สรุปและวิจารณ์ผลการวิจัย

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างแบบจำลองสองมิติทางคณิตศาสตร์ของสายไฟฟ้าที่ประกอบด้วยเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดสองเส้นฝังตัวอยู่ในตัวนำทางไฟฟ้า ในที่นี้สมมุติให้เป็นทองแดง และเพื่อหลีกเลี่ยงการแก้ปัญหาแบบสามมิติซึ่งมีความซับซ้อน จึงได้เสนอเทคนิคใหม่ในการแก้ปัญหาของการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบสองมิติ ทำได้โดยการตัดเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดออกเป็นท่อนๆตามแนวความยาวของเส้นลวด ความแตกต่างของกระแสไฟฟ้าที่ไหลในเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดเส้นเดียวกันระหว่างสองท่อนติดกันเท่ากับกระแสไฟฟ้าซึ่งสูญเสียไปในตัวนำทองแดง ความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้าที่ไหลข้ามตัวนำทองแดงกับความเข้มสนามไฟฟ้าในเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดหาได้จากการวิเคราะห์ทางทฤษฎี และได้ถูกโปรแกรมเพิ่มเข้าไปในโปรแกรมไฟไนต์อีลิเมนต์เดิม สำหรับเรขาคณิตรูปหนึ่งๆของปัญหาที่กำหนดให้ ความยาววิกฤติของสายไฟฟ้าที่ทำให้เส้นลวดตัวนำยิ่งยวดทั้งสองเส้นเกิดการเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าสามารถหาได้ ผลลัพธ์ที่ได้จากรันโปรแกรมโดยใช้แบบจำลองคอมพิวเตอร์ดังกล่าวคือ การกระจายตัวของความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้าภายในโดเมนที่ออกแบบ นอกจากนี้ อิทธิพลของความยาวของสายไฟฟ้าต่อค่าความเป็นแม่เหล็กรวมได้ถูกพิจารณาด้วย ซึ่งจะกล่าวต่อไปในภายหลัง

การประยุกต์เอาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เข้ามาช่วยในการออกแบบ (modeling) รวมทั้งการจำลองการทดสอบ (simulation) โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์นั้น ทำให้ลดเวลาและค่าใช้จ่ายในการที่ต้องทำการทดสอบจริงได้เป็นอย่างมาก นอกจากนี้ การจำลองปัญหบนเครื่องคอมพิวเตอร์ยังเป็นการประหยัดเงินทุนในการวิจัยและการพัฒนาได้อีกด้วย [ศุภฤกษ์, 2547]

Output จากการวิจัย

นำเสนอผลงานแบบโปสเตอร์ในการประชุมวิชาการระดับนานาชาติ International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields ครั้งที่ 17 ระหว่างวันที่ 22 ถึง 26 พฤศจิกายน 2552 ที่เมือง Florianopolis ประเทศบราซิล และได้รับการพิจารณาเพื่อตีพิมพ์ผลงานในวารสารวิชาการระดับนานาชาติ IEEE Transactions on Magnetics หลังจาก Peer review process

บทที่ 3

การศึกษาความเป็นแม่เหล็กของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวด

บทนำ

ในทางปฏิบัติ เพื่อลดข้อผิดพลาดของสนามแม่เหล็กอันเนื่องมาจากกระแสไดอะแมกเนติก (diamagnetic currents) ในเครื่องเร่งความเร็วอนุภาค LHC (Large Hadron Collider) ของศูนย์วิจัยเซิร์น (CERN) ในประเทศสวิตเซอร์แลนด์ จึงจำเป็นต้องใส่แท่งแม่เหล็กสำหรับแก้ไข (correction magnets) ซึ่งขนาดของมันเกี่ยวข้องกับค่าความเป็นแม่เหล็กของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดที่อยู่ภายในเครื่อง [Satiramatekul et al., 2006] ดังนั้นการตรวจสอบค่าความเป็นแม่เหล็กของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดเหล่านี้ในระหว่างกระบวนการผลิตจึงมีความสำคัญอย่างยิ่ง

ในการวิจัยครั้งนี้เราจะศึกษาความเป็นแม่เหล็กของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดสองเส้น ซึ่งเป็นปัญหาเดียวกันกับที่เราได้ศึกษาในการวิจัยก่อนหน้านี้ ผลจากการวิจัยในครั้งนี้ทำให้เราสามารถที่จะคาดการณ์ค่าความเป็นแม่เหล็กของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดได้โดยการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ได้พัฒนาขึ้น และเราสามารถแสดงให้เห็นว่าค่าความเป็นแม่เหล็กที่ได้รับในกรณีที่ไม่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าเลยมีค่าน้อยกว่าในกรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบสมบูรณ์หลายเท่า นอกจากนี้เรายังทำการศึกษาอิทธิพลของความยาวของเส้นลวดต่อปรากฏการณ์ของการเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าระหว่างเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดทั้งสองเส้น รวมทั้งได้ศึกษาอิทธิพลของความยาวของเส้นลวดต่อค่าความเป็นแม่เหล็กรวมสูงสุดอีกด้วย

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาความเป็นแม่เหล็กของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวด
2. เพื่อศึกษาอิทธิพลของความยาวของเส้นลวดต่อปรากฏการณ์ของการเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าระหว่างลวดตัวนำยิ่งยวด และอิทธิพลต่อค่าความเป็นแม่เหล็กรวมสูงสุด
3. เพื่อศึกษาการกระจายของศักย์ไฟฟ้าในแนวแกนของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวด
4. เพื่อนำองค์ความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในการวิจัยขั้นต่อไป

วิธีการวิจัย

ค่าความเป็นแม่เหล็กของแต่ละส่วนสามารถคำนวณหาได้โดยใช้ค่าความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้าที่ได้รับ ดังที่ได้อธิบายไว้ในกรณีก่อน ถ้าเรานำเอาค่าความเป็นแม่เหล็กที่ได้กับค่าสนามแม่เหล็กภายนอก (หรืออาจจะใช้ค่าความเหนี่ยวนำแม่เหล็กภายนอกก็ได้) เนื่องจาก $B = \mu_0 H$ โดยที่ μ_0 คือค่าความซึมซาบแม่เหล็กในอากาศซึ่งมีค่าคงที่เท่ากับ) อย่างน้อยหนึ่งคาบมาเขียนกราฟ เราจะได้วัฏจักรของความ เป็นแม่เหล็กด้วยวิธีเชิงตัวเลข (numerical method)

ผลการวิจัย

รูปที่ 3-1 แสดงวัฏจักรความเป็นแม่เหล็กของแต่ละส่วน ซึ่งสอดคล้องกับการกระจายของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าในรูปที่ 2-5 ในบทที่ 2 เพื่ออธิบายผลลัพธ์ที่ได้ในกรณีที่มีการเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบสมบรูณ์ (รูปที่ 3-1(ข)) และกรณีที่ไม่มีการเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าเลย (รูปที่ 3-1(ค)) เป็นที่น่าสนใจที่จะพิจารณาค่าสูงสุดของความ เป็นแม่เหล็ก (ที่สภาวะอิ่มตัว) ของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดหนึ่งเส้น ซึ่งในทางทฤษฎีสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\vec{M} = \int_L \int_S (\vec{r}_1 + \vec{r}_2) \times \vec{j} ds dz \quad (3-1)$$

โดยที่ S เป็นพื้นที่หน้าตัดของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดหนึ่งเส้น, $\vec{r}_1$ และ $\vec{r}_2$ นิยามไว้ในรูปที่ 3-2

ในกรณีที่มีการเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบสมบรูณ์ เมื่อกระแสไฟฟ้าที่ไหลในเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดอยู่ในสภาวะอิ่มตัว จะได้ว่า

$$\int_S \vec{j} ds = \pm I_c S \vec{u}_x = \pm I_c \vec{u}_x \quad (3-2)$$

โดยที่ $\vec{u}_x$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยซึ่งมีทิศทางในแนวแกนของเส้นลวด ดังนั้นจะได้ว่า

$$\vec{M} = \int_L \left(\vec{r}_1 \times I_c \vec{u}_x + \int_S [\vec{r}_2 \times \vec{j} ds] dz \right) \quad (3-3)$$

จากความสมมาตรของปัญหาที่สภาวะอิ่มตัว จะได้ว่าเทอมที่สองของสมการที่ (3-3) มีค่าเป็นศูนย์ ส่วนเทอมที่หนึ่งมีค่าเท่ากับ $x_1 I_c \vec{u}_y$ โดยที่ x_1 นิยามไว้ในรูปที่ 3-2 ในกรณีนี้จะได้ว่า $x_1 = 2r = 7 \mu m$ ดังนั้นค่าความเป็นแม่เหล็กรวมต่อหน่วยปริมาตรของตัวนำยิ่งยวดของเส้นลวดที่สภาวะอิ่มตัวสามารถคำนวณหาได้จากสมการต่อไปนี้

$$M_{total} = \frac{2\mu_0 M}{S_{total}} = \mu_0 X_1 J_c \quad (3-4)$$

โดยที่ S_{total} เป็นพื้นที่หน้าตัดทั้งหมดของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวด ซึ่งในกรณีนี้เนื่องจากพิจารณาเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดสองเส้น ดังนั้นจะได้ว่า $S_{total} = 2\pi r^2$

สำหรับในกรณีที่ไม่มี การเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าเลย จากสมการที่ (3-1) และจากความสมมาตรของปัญหา จะได้ว่า

$$\vec{r}_1 \times \int_S \vec{j} ds = 0 \quad (3-5)$$

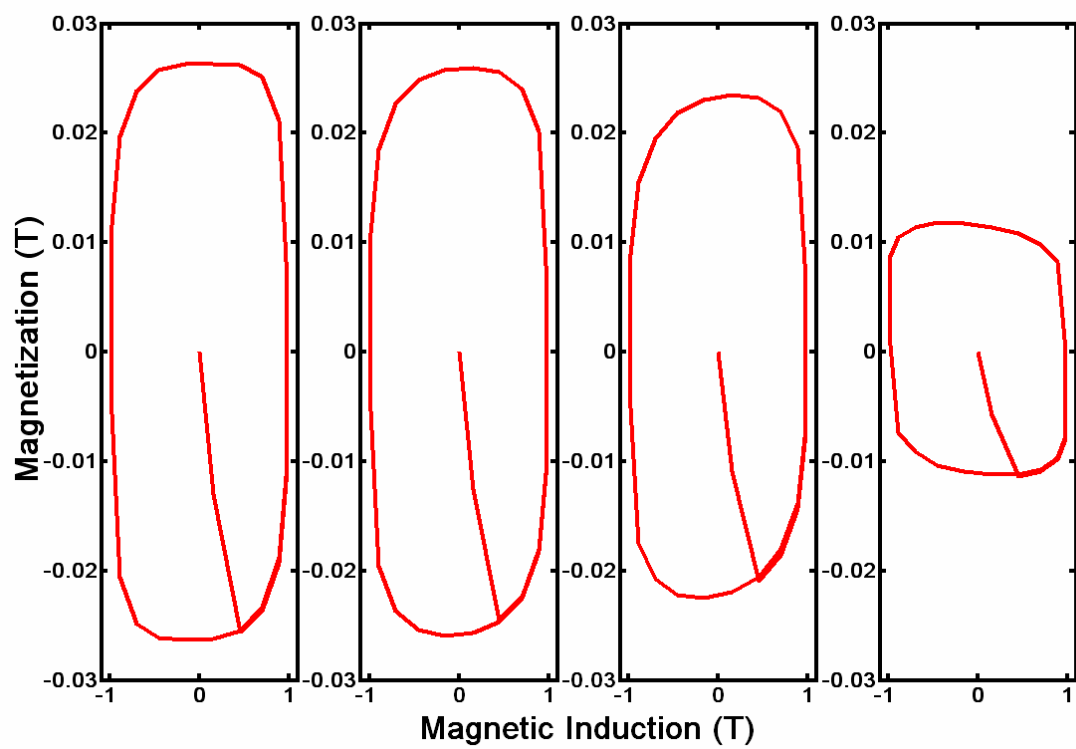
จะเห็นได้ว่าค่าความเป็นแม่เหล็กของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดหนึ่งเส้นในกลุ่มของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดหลายๆเส้นไม่ขึ้นอยู่กับตำแหน่งในการจัดเรียงเส้นลวดเส้นนั้นภายในกลุ่มของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวด ดังนั้นจะได้ว่า

$$\vec{M} = \int_L \int_S \vec{r}_1 \times \vec{j} ds dz \quad (3-6)$$

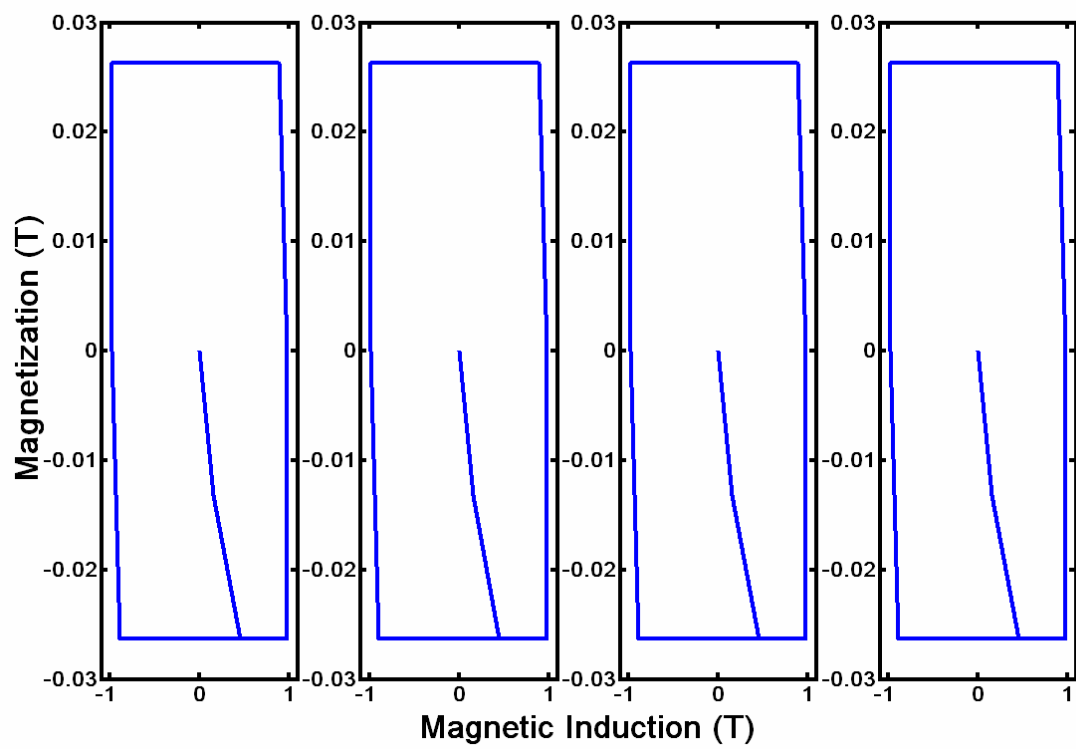
เช่นเดียวกันกับที่แสดงใน [Satiramatekul et al., 2006] และ [Satiramatekul et al., 2005] ความเป็นแม่เหล็กรวมต่อหน่วยปริมาตรของตัวนำยิ่งยวดมีค่าเท่ากับความเป็นแม่เหล็กต่อหน่วยปริมาตรของตัวนำยิ่งยวดของเส้นลวดหนึ่งเส้น นั่นคือ

$$M_{total} = \frac{4\mu_0 r J_c}{3\pi} \quad (3-7)$$

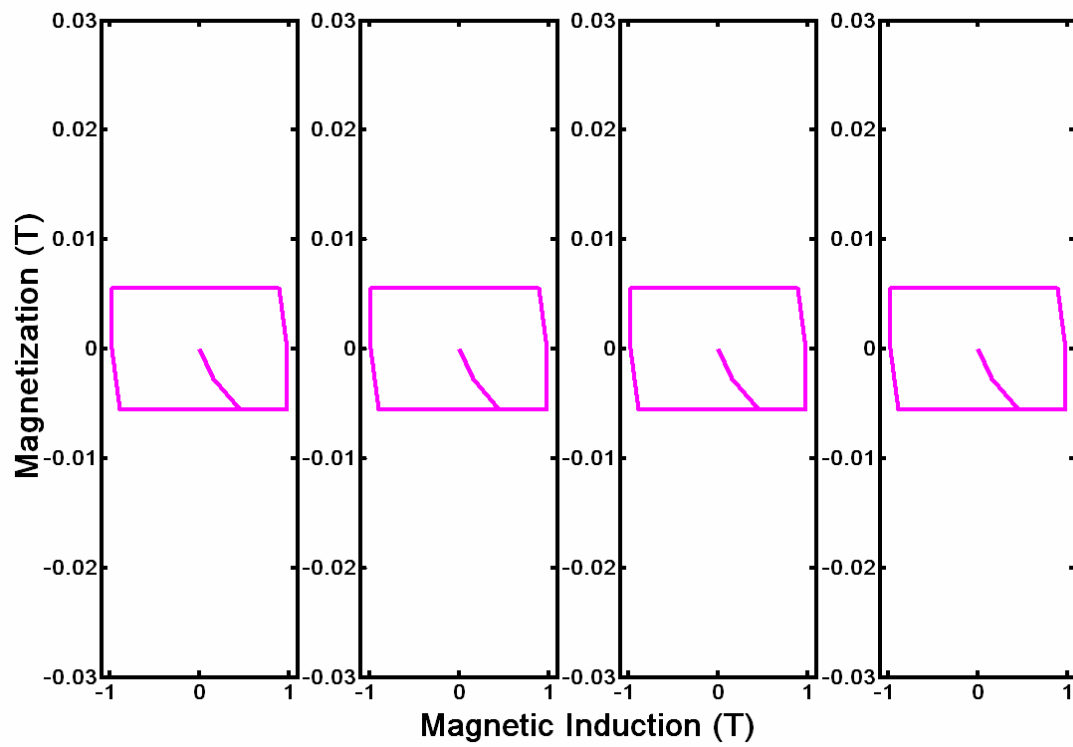
สำหรับทั้งสองกรณีที่กล่าวมา ค่าความเป็นแม่เหล็กรวมที่ได้จากทั้งสองวิธี คือจากการใช้สูตรในทางทฤษฎีและจากการใช้ผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรม มีค่าใกล้เคียงกันมาก โดยมีค่าความแตกต่างระหว่างทั้งสองวิธีเพียง 0.2 % สำหรับในกรณีที่มีการเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบสมบูรณ์ และ 1.2 % สำหรับในกรณีที่ไม่มี การเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าเลยเท่านั้น



(ก) กรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบบางส่วน

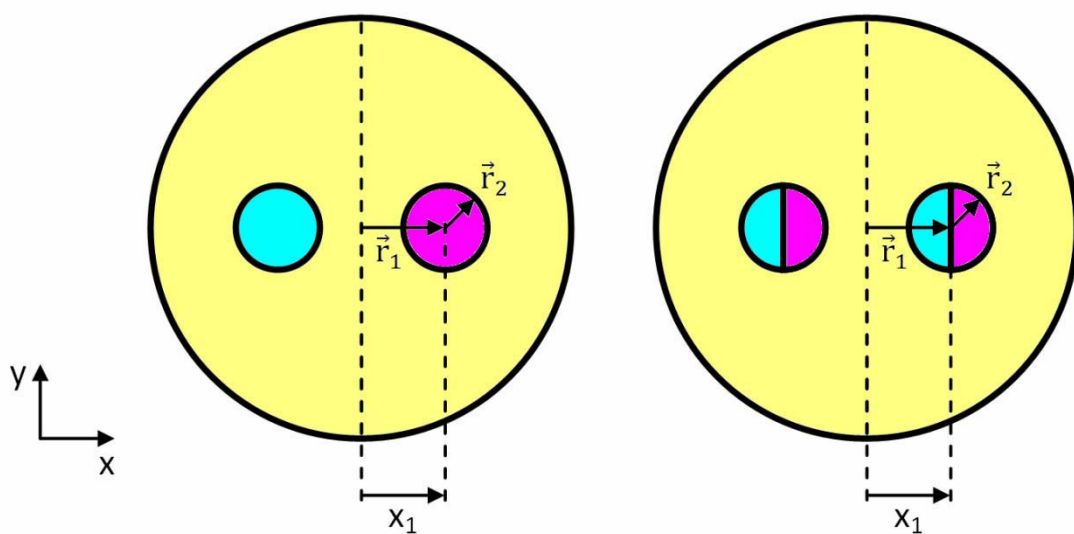


(ข) กรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบสมบูรณ์



(ค) กรณีที่ไม่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าเลย

รูปที่ 3-1 วัฏจักรความเป็นแม่เหล็กของแต่ละส่วนสอดคล้องกับรูปที่ 2-5



รูปที่ 3-2 การกระจายของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าที่สภาวะอิ่มตัว

รูปที่ 3-1(ก) แสดงผลลัพธ์ในกรณีที่มีการเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบบางส่วน ในกรณีนี้จะเห็นได้ว่าค่าความเป็นแม่เหล็กรวมที่สภาวะอิ่มตัวของแต่ละส่วนมีค่าลดลงจากรูปทางด้านซ้ายมือไปยังรูปทางด้านขวามือ (จากส่วนที่อยู่ใกล้กับจุดกึ่งกลางของเส้นลวดไปยังส่วนที่อยู่ใกล้กับปลายของเส้นลวด) หรืออาจจะกล่าวได้ว่าค่าความเป็นแม่เหล็กรวมที่สภาวะอิ่มตัวมีค่าลดลงจากส่วนที่มีการเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าเกือบจะสมบูรณ์ไปยังส่วนที่แทบจะไม่มี การเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าเลย ผลที่ได้นี้สอดคล้องกับผลที่แสดงไว้ใน [Wilson, 1983]

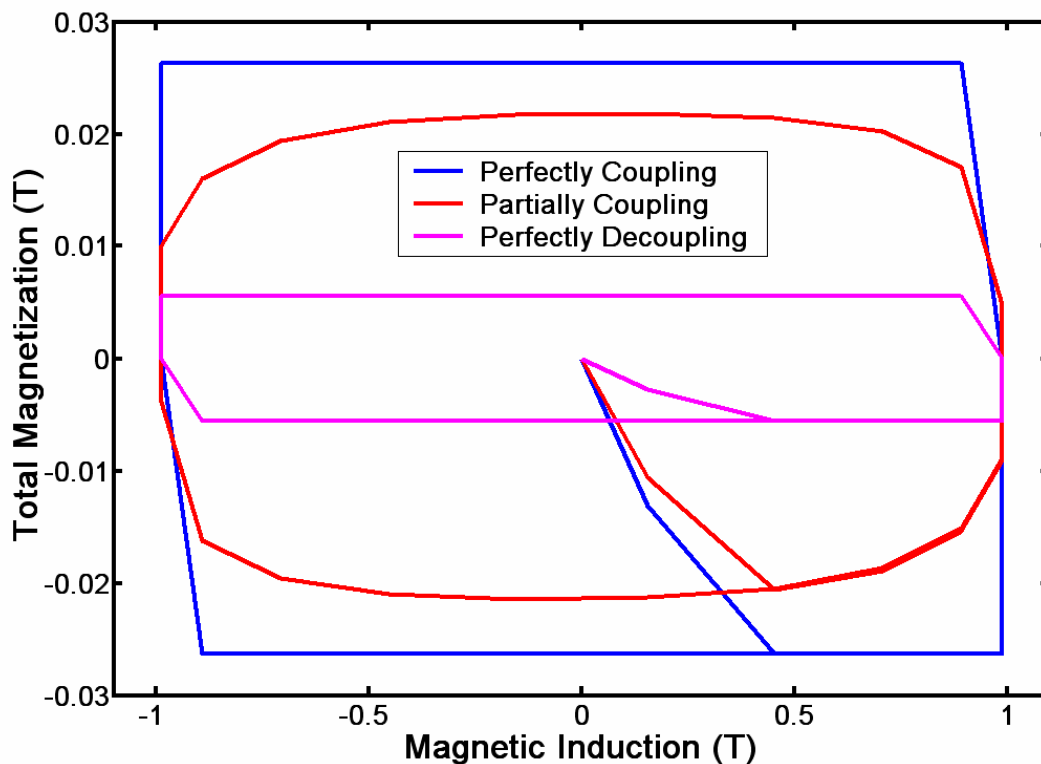
สำหรับทุกกรณี เนื่องจากความสมมาตรของการกระจายของความหนาแน่นของ กระแสไฟฟ้าที่สภาวะอิ่มตัวในแนวแกน x (ตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กภายนอก) ค่าความเป็นแม่เหล็กรวมต่อหน่วยปริมาตรของตัวนำยิ่งยวดของเส้นลวดมีค่าประมาณศูนย์ (แสดงไว้ใน [Satiramatekul et al., 2005])

สุดท้ายแล้ว ค่าเฉลี่ยของค่าความเป็นแม่เหล็กรวมต่อหน่วยปริมาตรของตัวนำยิ่งยวดของเส้นลวดสามารถหาได้จากสมการต่อไปนี้

$$\bar{M}_{total} = \frac{\sum_{k=1}^n M_{total,k}}{\frac{n}{2}} \quad (3-8)$$

รูปที่ 3-3 เปรียบเทียบวัฏจักรของค่าความเป็นแม่เหล็กรวมที่ได้รับจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ สามวัฏจักรสำหรับค่าความยาวของเส้นลวดสามค่า จะสังเกตได้อย่างชัดเจนถึงความผิดปกติของวัฏจักรในกรณีที่มีการเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบบางส่วน และจะสังเกตได้ว่าค่าความเป็นแม่เหล็กรวมในกรณีนี้มีค่าน้อยกว่าในกรณีที่มีการเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบสมบูรณ์ แต่มีค่ามากกว่าในกรณีที่ไม่มีการเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าเลย ผลที่ได้ยืนยันความถูกต้องของผลที่ได้รับก่อนหน้านี้ที่แสดงไว้ใน [Satiramatekul et al., 2006] และ [Satiramatekul et al., 2007]

เพื่อที่จะให้เห็นผลกระทบของความยาวของเส้นลวดต่อค่าความเป็นแม่เหล็กรวมสูงสุด เราจึงทำการรันโปรแกรมโดยใช้แบบจำลองที่ได้ออกแบบสำหรับค่าความยาวของเส้นลวด หลายๆค่า จากสมการที่ (2-6) และสมการที่ (2-7) ในบทที่ 2 แสดงให้เห็นว่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่จะกำหนดผลของการเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดสำหรับ เราชนิดที่กำหนดให้และความถี่ที่กำหนดให้คือ $\frac{L}{R}$ ดังนั้นเพื่อให้ทราบค่าความยาววิกฤติของเส้นลวดซึ่งนำไปสู่กรณีของการเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบบางส่วน จึงจำเป็นที่จะต้องทราบค่าของความต้านทาน R ซึ่งเราสามารถที่จะหาค่าความต้านทานนี้ได้จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางด้านอิเล็กโทรไดเนติก (electrokinetic)



รูปที่ 3-3 การเปรียบเทียบวัฏจักรความเป็นแม่เหล็กรวมของทั้งสามกรณีการศึกษา

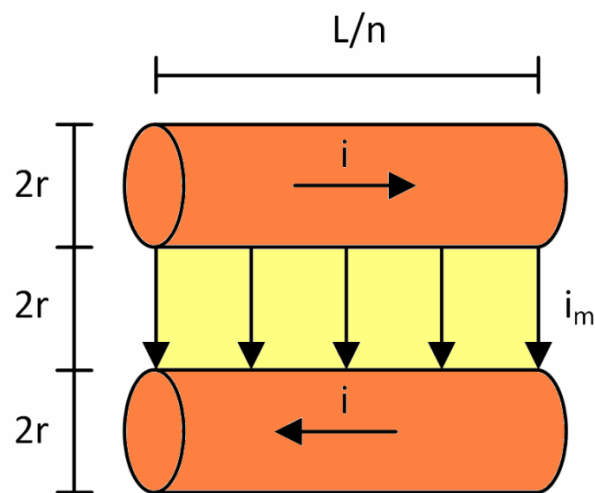
ถ้าเราสมมติให้การกระจายของกระแสไฟฟ้าที่ไหลในตัวนำไฟฟ้าทั่วไปเป็นดังรูปที่ 3-4 เราสามารถที่จะประมาณค่าของความต้านทานดังกล่าวได้ดังนี้

$$R = \frac{\eta}{2\sigma L} \quad (3-9)$$

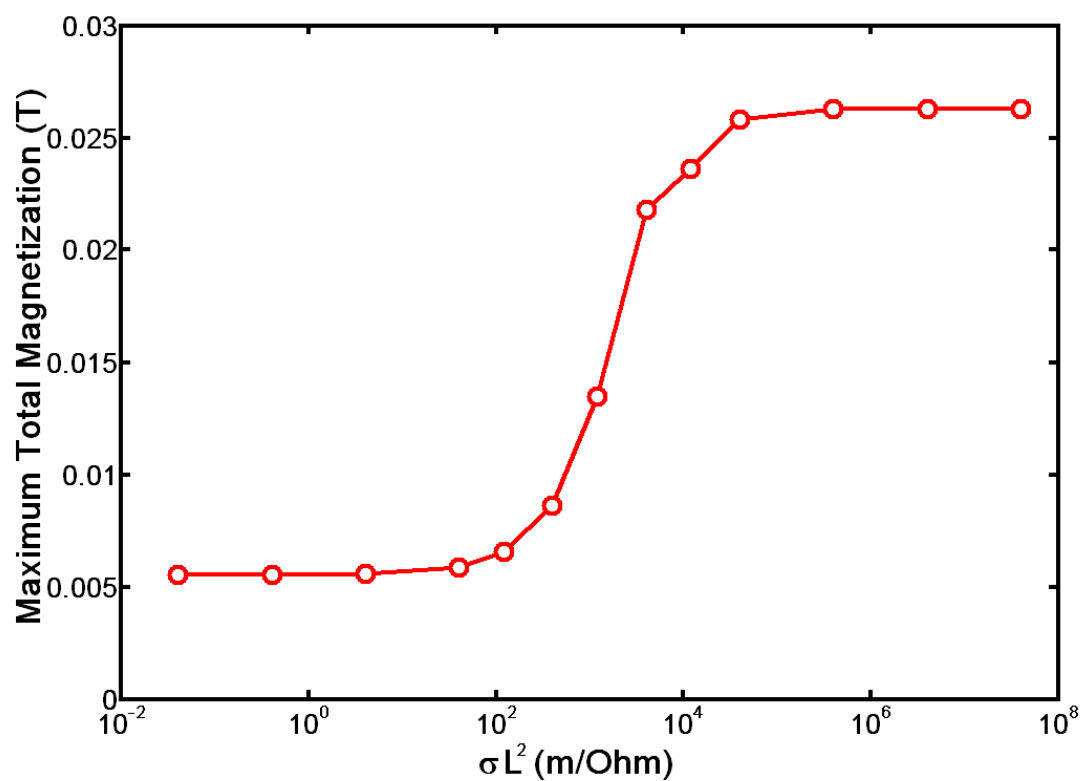
โดยที่ σ เป็นค่าความนำไฟฟ้าของตัวนำไฟฟ้าทั่วไป

จากสมการของความต้านทานดังกล่าว จะเห็นได้ว่าพารามิเตอร์ที่ดีและเหมาะสมที่สุดในการศึกษาผลของการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าคือ σL^2 รูปที่ 3-5 แสดงกราฟความสัมพันธ์ของค่าความเป็นแม่เหล็กรวมสูงสุดในฟังก์ชันของค่า σL^2 ที่ความถี่ของสนามแม่เหล็กภายนอกที่กำหนดให้ (กำหนดไว้ที่ 1 เฮิร์ตซ์) โดยที่ค่าของ σL^2 ถูกเปลี่ยนแปลงจาก 10^{-2} ถึง 10^8 เมตร/โอห์ม เราพบว่าปรากฏการณ์ของการเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบบางส่วนปรากฏให้เห็นเมื่อค่าของ σL^2 มีค่าระหว่างประมาณ 10^2 และ 10^4 เมตร/โอห์ม ในกรณีที่ตัวนำไฟฟ้าทั่วไปเป็นตัวนำทองแดงเกรด OFHC ซึ่งมีค่าความนำไฟฟ้าโดยประมาณเท่ากับ 10^{10} ซีเมนส์/เมตร ที่อุณหภูมิเท่ากับ 4.2 เคลวิน [Satiramatekul et al., 2007] และจำนวนส่วนเท่ากับแปดส่วน ค่า

ความยาวสูงสุดของเส้นลวด (ค่าความยาววิกฤติ L_c) ที่เส้นลวดตัวนำยิ่งยวดยังคงไม่มีการเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าเลยมีค่าประมาณ 100 ไมโครเมตร



รูปที่ 3-4 การกระจายของกระแสไฟฟ้าที่ไหลในตัวนำไฟฟ้าทั่วไป

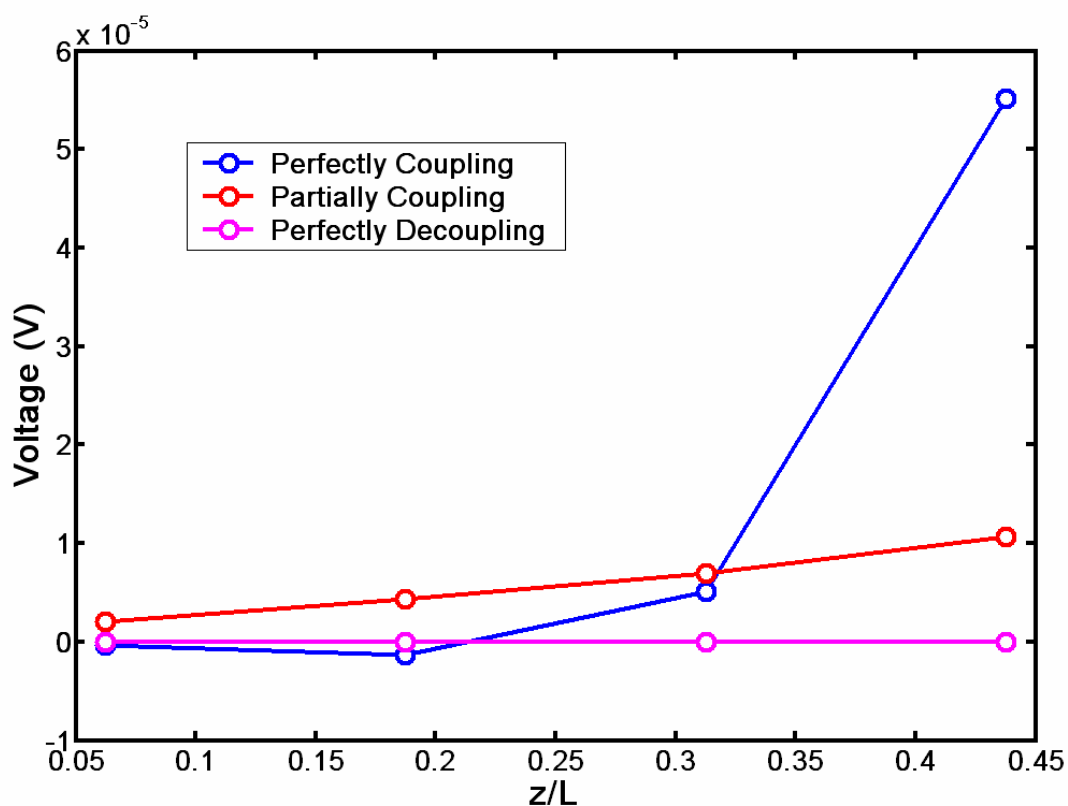


รูปที่ 3-5 กราฟความสัมพันธ์ของค่าความเป็นแม่เหล็กรวมสูงสุดในฟังก์ชันของค่า σL^2

ถ้าเราวาดกราฟของการกระจายของศักย์ไฟฟ้าในแนวแกนของเส้นลวดดังแสดงในรูปที่ 3-6 จะได้ว่าในกรณีของการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบบางส่วน การกระจายเป็นแบบเชิงเส้น ซึ่งเป็นการพิสูจน์สมมติฐานที่ใช้ใน [Satiramatekul et al., 2006] จากความจริงข้อนี้ จะได้ว่าสนามไฟฟ้า (e_0) มีค่าคงที่ และความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้านี้กับกระแสไฟฟ้าทั้งหมดที่ไหลในตัวนำไฟฟ้าทั่วไป (i_m) คือ

$$i_m = \frac{nL}{4R} \times e_0 \quad (3-10)$$

ดังนั้นการกระจายของศักย์ไฟฟ้าในส่วนที่อยู่ตรงกึ่งกลางของเส้นลวดตัวนำที่ยาว ($z = 0$) สามารถหาได้ด้วยวิธีการคำนวณแบบสองมิติและโดยการใช้ความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้าในเส้นลวดตัวนำที่ยาวกับสนามไฟฟ้า (ดูใน [Satiramatekul et al., 2006]) ซึ่งค่าของความยาววิกฤติที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับค่าของความยาววิกฤติที่คำนวณได้ก่อนหน้านี้ใน [Satiramatekul et al., 2006]



รูปที่ 3-6 การกระจายของศักย์ไฟฟ้าในแนวแกนของเส้นลวดของทั้งสามกรณี que ศึกษา

สรุปและวิจารณ์ผลการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ เราได้ทำการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อศึกษาความเป็นแม่เหล็กของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวด โปรแกรมดังกล่าวได้รวมเอาพารามิเตอร์ที่มีอิทธิพลต่อการเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าระหว่างเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดสองเส้น ไม่เฉพาะแต่ความยาวของเส้นลวดเท่านั้น แต่ยังรวมไปถึงรัศมีของเส้นลวด ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าวิกฤติในเส้นลวด อัตราการเปลี่ยนแปลงของสนามแม่เหล็กภายนอก และความต้านทานของตัวนำไฟฟ้าอีกด้วย

ผลจากการรันโปรแกรมโดยใช้แบบจำลองที่ได้ออกแบบพิสูจน์ให้เห็นว่าเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดที่มีความยาวมากกว่าค่าความยาววิกฤติจะมีการเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าระหว่างเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดแบบสมบูรณ์เสมอ และถ้าจะให้เห็นผลลัพธ์ที่ชัดเจนยิ่งขึ้นจะต้องแบ่งโดเมนของปัญหาที่ศึกษา (ในสามมิติ) ออกเป็นโดเมนย่อยๆ (ในสองมิติ) มากขึ้น

Output จากการวิจัย

นำเสนอผลงานแบบโปสเตอร์ในการประชุมวิชาการระดับนานาชาติ International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields ครั้งที่ 17 ระหว่างวันที่ 22 ถึง 26 พฤศจิกายน 2552 ที่เมือง Florianopolis ประเทศบราซิล และได้รับการพิจารณาเพื่อตีพิมพ์ผลงานในวารสารวิชาการระดับนานาชาติ IEEE Transactions on Magnetics หลังจาก Peer review process

บทที่ 4

การศึกษาความเป็นแม่เหล็กของแท่งแม่เหล็กตัวนำยิ่งยวด

บทนำ

ในการควบคุมคุณภาพของสนามแม่เหล็กของแท่งแม่เหล็กหลักในเครื่องเร่งความเร็วอนุภาค LHC (Large Hadron Collider) ของศูนย์วิจัยเซิร์น (CERN) ในประเทศสวิตเซอร์แลนด์ นั้น การตรวจสอบค่าความเป็นแม่เหล็ก (magnetization) ในเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดในระหว่างการผลิตเป็นสิ่งที่มีความสำคัญและมีความจำเป็นอย่างมาก และเพื่อให้เข้าใจในการเปลี่ยนแปลงค่าความเป็นแม่เหล็กในเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดเหล่านี้มากยิ่งขึ้น การจำลองสถานะการณ์ด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ในการแก้ปัญหาจึงเป็นสิ่งที่มีความจำเป็นสำหรับกระบวนการควบคุมที่ดีและมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ในการนี้โปรแกรมไฟไนต์อิลิเมนต์ได้ถูกพัฒนาขึ้นที่ห้องปฏิบัติการ LGEP ในประเทศฝรั่งเศสเพื่อทำนายค่าความเป็นแม่เหล็กดังกล่าว [Satiramatekul and Bouillault, 2005], [Satiramatekul et al., 2006] และ [Satiramatekul et al., 2007]

ในความเป็นจริงแล้ว แท่งแม่เหล็กหลักของเครื่องเร่งความเร็วอนุภาค LHC ผลิตขึ้นมาจากเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดหลายๆเส้น แต่ละเส้นลวดประกอบด้วยแท่งตัวนำยิ่งยวดขนาดเล็กหลายๆแท่งฝังตัวอยู่ในตัวนำไฟฟ้าชนิดหนึ่ง สำหรับที่ศูนย์วิจัยเซิร์นนักวิจัยได้เลือกใช้ NbTi (Niobium Titanium) เป็นตัวนำยิ่งยวด และเลือกใช้ทองแดงเกรด OFHC (Oxygen Free High Conductivity) เป็นตัวนำไฟฟ้า ทั้งนี้เนื่องจากค่าความนำไฟฟ้าและค่าความนำความร้อนที่เหมาะสมของมันนั่นเอง

เพื่อให้เข้าใจถึงปัญหาในสถานะการณ์จริงจำเป็นต้องจำลองสถานะการณ์แบบสามมิติด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ แต่เพื่อหลีกเลี่ยงเวลาจำนวนมากที่ใช้ไปในการคำนวณจากการรันโปรแกรมไฟไนต์อิลิเมนต์เพื่อแก้หาคำตอบของแต่ละอิลิเมนต์ซึ่งมีจำนวนมากและจำเป็นสำหรับแบบจำลองแบบสามมิติ เทคนิคใหม่สำหรับแก้ปัญหานี้แบบสองมิติจึงถูกนำเสนอในการวิจัยครั้งนี้ นั่นก็คือการตัดแบ่งเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดออกเป็นท่อนๆ หลังจากนั้นจึงพิจารณาว่าเกิดอะไรขึ้นในแต่ละท่อนตัวนำยิ่งยวด เช่นเดียวกันกับที่ได้อธิบายไปแล้วก่อนหน้านี้

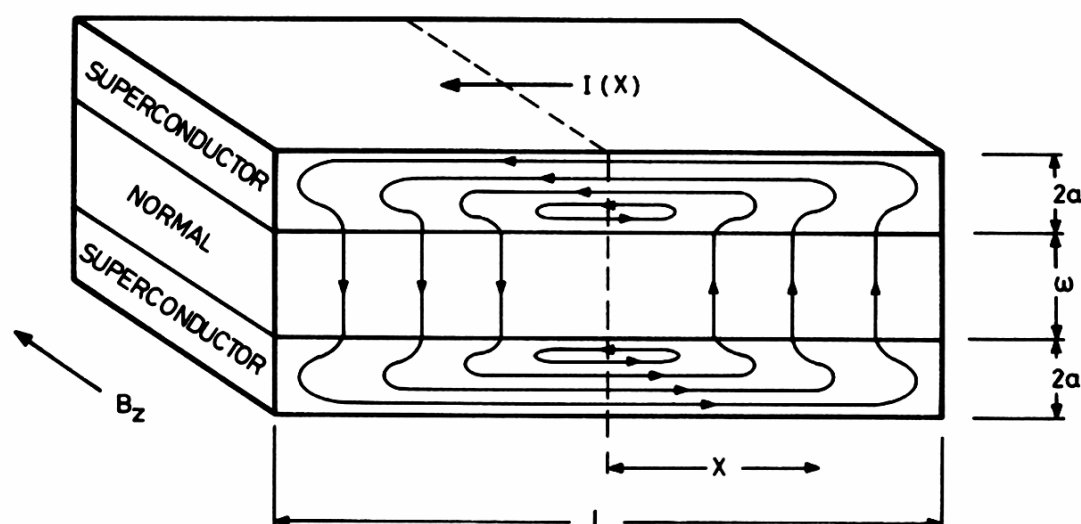
วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อสร้างแบบจำลองของแท่งตัวนำยิ่งยวดด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาฟอร์แทรน
2. เพื่อแก้ปัญหาทางแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์
3. เพื่อแสดงผลกราฟิกโดยใช้โปรแกรมแมทแล็บ
4. เพื่อศึกษาความเป็นแม่เหล็กของแท่งแม่เหล็กตัวนำยิ่งยวด
5. เพื่อศึกษาการกระจายของสนามแม่เหล็กและความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า
6. เพื่อศึกษาอิทธิพลของความยาวของเส้นลวดต่อปรากฏการณ์ของการเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าระหว่างแท่งตัวนำยิ่งยวด
7. เพื่อใช้แบบจำลองที่ได้แก้ปัญหาอื่นๆที่ซับซ้อนต่อไปได้

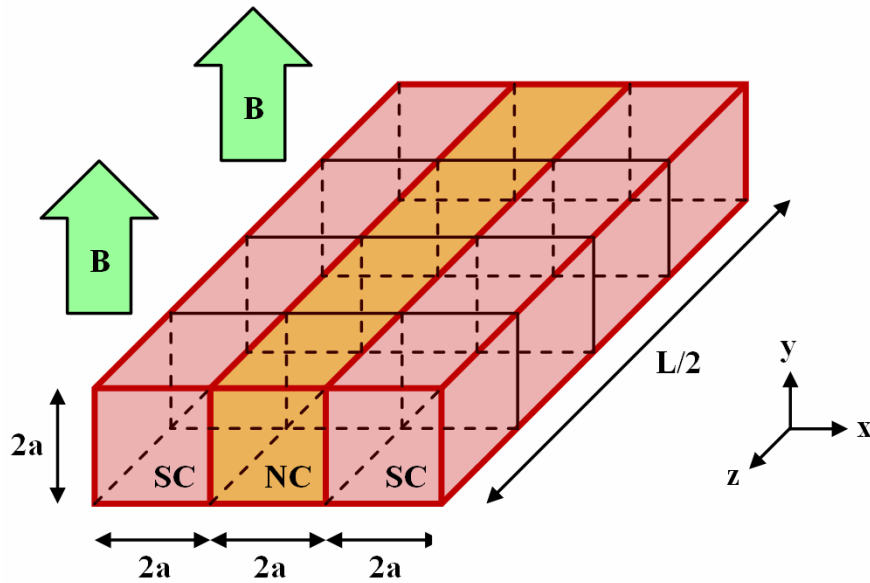
วิธีการวิจัย

การวิเคราะห์ปัญหา

เพื่อให้เข้าใจถึงอิทธิพลของความยาวของสายไฟต่อการเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดหลายๆเส้น ในขั้นตอนแรกนี้ เพื่อให้เข้าใจได้ง่ายเราจะศึกษากรณีของสายไฟฟ้าซึ่งภายในประกอบด้วยเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดสองเส้น ซึ่งในงานวิจัยนี้ เราจะแก้ปัญหาเช่นเดียวกันกับที่แสดงไว้ใน [Wilson, 1983] (รูปที่ 4-1(ก)) โดยพิจารณาแซนด์วิชของตัวนำไฟฟ้าทั่วไป (Normal conductor, NC) ซึ่งอยู่ระหว่างแท่งตัวนำยิ่งยวด (Superconductor, SC) สองแท่งภายใต้สนามแม่เหล็ก (B_z) ในทิศทางขนานกับแกน y ดังแสดงในรูปที่ 4-1(ข)



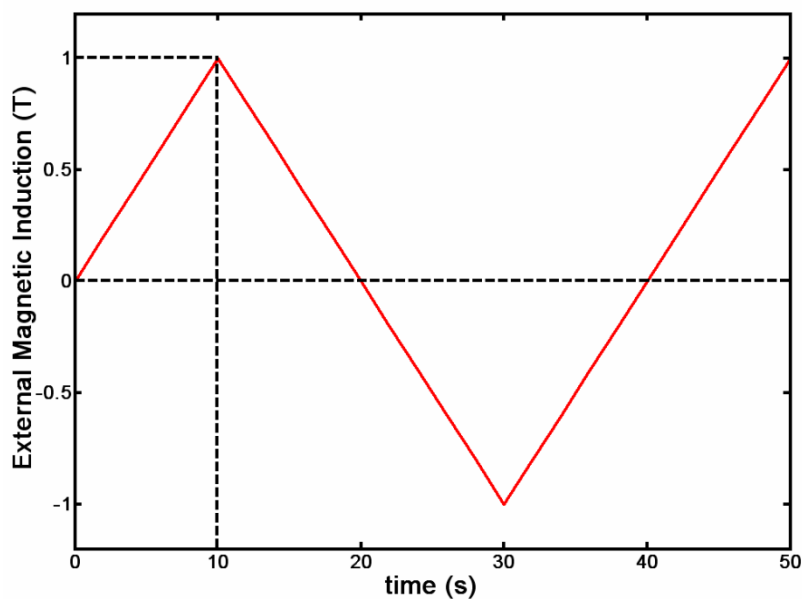
(ก) ปัญหาที่แสดงไว้ใน [Wilson, 1983]



(ข) ปัญหาที่พิจารณาในการวิจัยครั้งนี้

รูปที่ 4-1 แชนด์วิชของตัวนำยิ่งยวด (SC) และตัวนำไฟฟ้าทั่วไป (NC) ภายใต้สนามแม่เหล็ก

เราสมมติว่าสนามแม่เหล็กภายนอกมีการเปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาในอัตรา $\dot{B}$ ($\frac{dB}{dt}$) เป็นเวลานาน ในกรณีนี้ สนามแม่เหล็กมีการเปลี่ยนแปลงแบบคลื่นรูปสามเหลี่ยมและมีอัตรา
การเปลี่ยนแปลง $\dot{B} = \pm 0.1 \frac{T}{s}$ ที่มีความถี่เท่ากับ 0.025 Hz ดังแสดงในรูปที่ 4-2 โดยกำหนดให้
ความหนาแน่นของกระแสหลักในแท่งตัวนำยิ่งยวดสมมติให้ไหลในทิศทางที่ขนานกับแกน z



รูปที่ 4-2 การเปลี่ยนแปลงของสนามแม่เหล็กภายนอกแบบคลื่นรูปสามเหลี่ยม

ถ้าเราพิจารณากระแสที่ไหลในตัวนำทองแดงระหว่างแท่งตัวนำยิ่งยวดสองแท่ง เราจะต้องแก้ปัญหาหนึ่งโดยการสร้างแบบจำลองแบบสามมิติซึ่งมีความซับซ้อนมาก แต่เพื่อลดความซับซ้อนในการแก้ปัญหาเราจึงได้เสนอเทคนิคแบบสองมิติในการศึกษาปรากฏการณ์นี้ นั่นคือการแบ่งโดเมนแบบสามมิติออกเป็นโดเมนแบบสองมิติหลายๆโดเมนและพิจารณาผลที่ได้รับในแต่ละโดเมน ในกรณีนี้เราแบ่งปัญหาในรูปที่ 4-1 ออกเป็นส่วน และเนื่องจากความสมมาตรของกระแสไฟฟ้าที่ไหลทำให้เราสามารถที่จะศึกษาปัญหาเพียงครึ่งหนึ่งของความยาวทั้งหมดได้

ถ้าให้กระแสทั้งหมดที่ไหลแท่งตัวนำยิ่งยวดหนึ่งแท่งที่ระยะทางห่างจากจุดศูนย์กลางของแท่งตัวนำเท่ากับ z มีค่าเป็น $I(z)$ จะมีกระแสบางส่วน $\Delta I(z)$ ที่ไหลข้ามตัวนำทองแดงไปยังแท่งตัวนำยิ่งยวดอีกข้างหนึ่งระหว่าง z กับ $(z + \Delta z)$ ความสัมพันธ์ของกระแสที่ไหลภายในแท่งตัวนำยิ่งยวด (I) กับกระแสที่ไหลผ่านตัวนำทองแดง (ΔI) และแรงดันไฟฟ้าของแต่ละส่วนสามารถได้รับโดยตรงจากกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์และกฎของโอห์ม สุดท้ายเราสามารถที่จะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าในแท่งตัวนำยิ่งยวดในรูปของสมการเมทริกซ์เช่นเดียวกับสมการที่ (2-6) ในบทที่ 2 ดังนี้

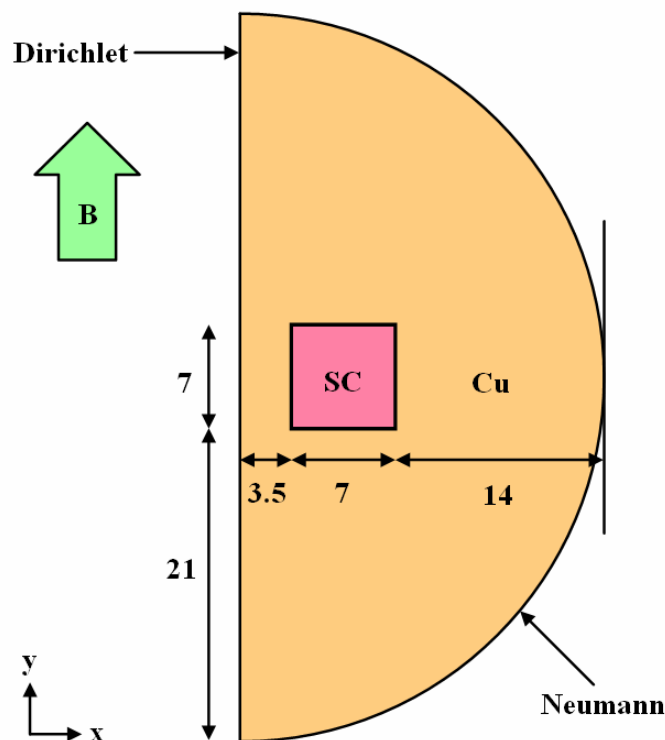
$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8c & 6c & 4c & 2c \\ 6c & 6c & 4c & 2c \\ 4c & 4c & 4c & 2c \\ c & c & c & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{01} \\ E_{02} \\ E_{03} \\ E_{04} \end{bmatrix} \quad (4-1)$$

โดยที่ $c = -\frac{L}{8R}$ เป็นค่าคงที่และ R เป็นค่าความต้านทานทางไฟฟ้าของตัวนำทองแดงในแต่ละส่วนซึ่งสามารถคำนวณได้จากสูตรทางอิเล็กโทรไคเนติก (electrokinetic) ส่วนค่าของสนามไฟฟ้า E_{01} ถึง E_{04} สามารถคำนวณได้เช่นเดียวกับที่แสดงไว้ใน [Satiramatekul et al., 2007]

ในกรณีนี้ จากเรขาคณิตของปัญหาที่กำหนดให้ในรูปที่ 4-1 ค่าความต้านทานทางไฟฟ้าระหว่างแท่งตัวนำยิ่งยวดสองแท่งในแต่ละส่วนสามารถประมาณได้เท่ากับ $\frac{8\rho}{L}$ โดยที่ ρ เป็นค่าความต้านทานทางไฟฟ้าของตัวนำทองแดงในหน่วยโอห์ม-เมตร นอกจากนั้นเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น เราจึงไม่คิดผลของความต้านทานบริเวณหน้าสัมผัสระหว่างตัวนำยิ่งยวดและตัวนำทองแดง

การออกแบบแท่งแม่เหล็กตัวนำยิ่งยวด

เพื่อสะท้อนความเป็นจริงทางกายภาพ เราได้กำหนดเงื่อนไขขอบเขตแบบดิริคเลต (Dirichlet type) และเงื่อนไขขอบเขตแบบนอยมันน์ (Neumann type) บนขอบของโดเมนดังนี้ เงื่อนไขขอบเขตแบบดิริคเลต ($E = 0$) ที่ขอบเขตทางด้านเส้นตรงและเงื่อนไขขอบเขตแบบนอยมันน์ ($\frac{\partial E}{\partial n} = \frac{\partial B_z}{\partial t}$) ที่ขอบเขตทางด้านครึ่งวงกลม โดยที่ B_z เป็นองค์ประกอบในแนวสัมผัสของสนามแม่เหล็กภายนอก เงื่อนไขสุดท้ายนี้ถูกกำหนดไว้บนขอบเขตของตัวนำทองแดงซึ่งอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของโดเมนเป็นระยะทางที่มากพอเพื่อที่สนามปฏิกิริยามีแนวโน้มที่จะลู่เข้าสู่ศูนย์บริเวณใกล้กับขอบเขตของตัวนำทองแดง และจากผลของความสมมาตรของปัญหา การออกแบบจึงถูกจำกัดอยู่เพียงครึ่งหนึ่งของปัญหาที่ศึกษาดังแสดงในรูปที่ 4-3 และเพื่อบ่งชี้คุณลักษณะและพฤติกรรมทางไฟฟ้าของตัวนำยิ่งยวดเราใช้แบบจำลองในสถานะวิกฤติของ Bean [Bean, 1962]



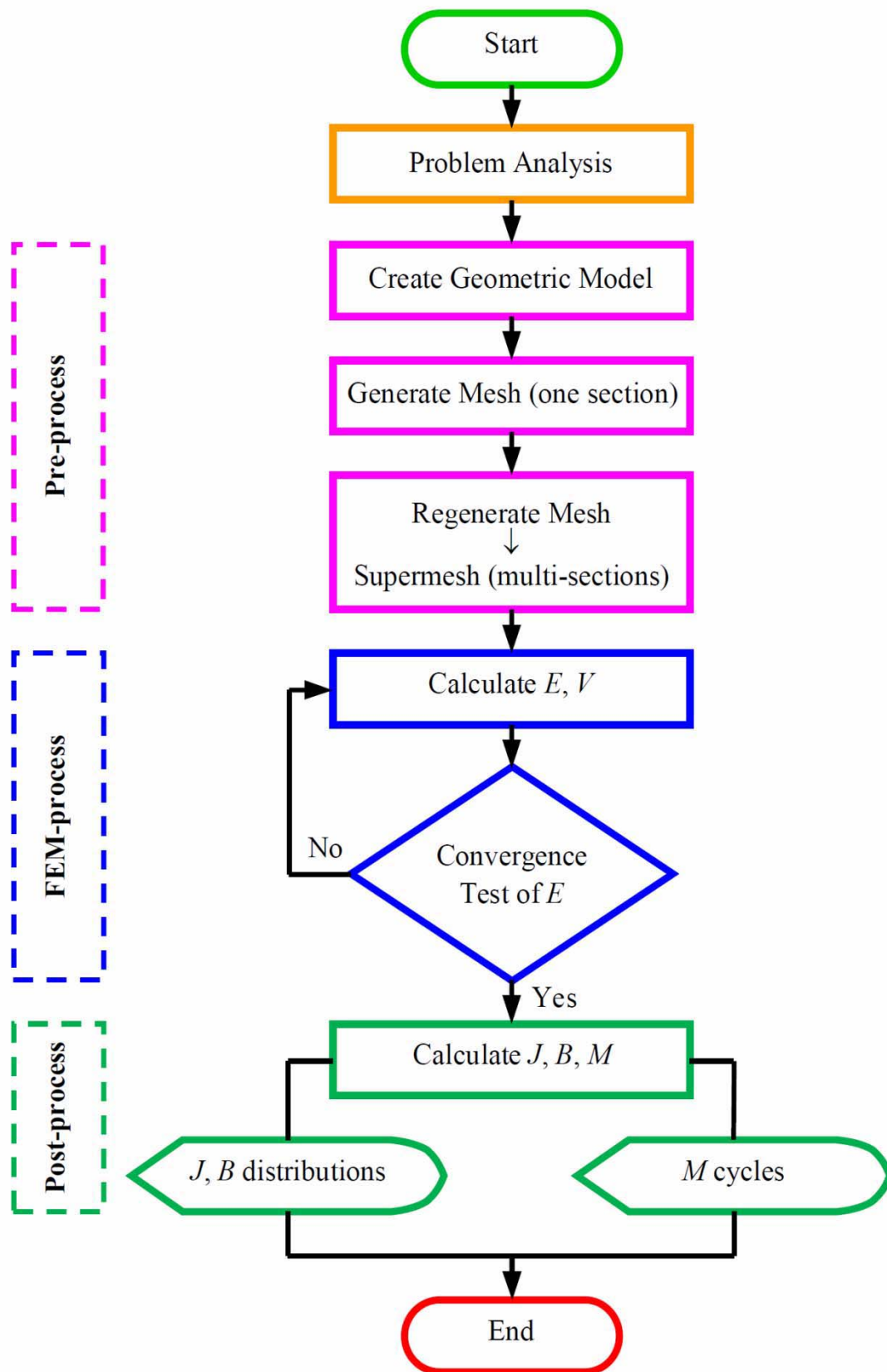
รูปที่ 4-3 โดเมนของปัญหาที่ถูกออกแบบและขอบเขตเงื่อนไขที่ถูกกำหนด (หน่วยเป็น μm)

ในการแก้ปัญหานี้ เราได้เสนอขั้นตอนวิธีทางคอมพิวเตอร์ดังแสดงในรูปที่ 4-4 โดยในขั้นตอนแรกคือการสร้างแบบจำลองทางเรขาคณิตของปัญหาในรูปที่ 4-3 โดยใช้โปรแกรม

SolidWorks จากนั้นจึงสร้างตาราง (mesh) โดยใช้โปรแกรม COSMOSWorks และสร้างซูเปอร์ตาราง (super mesh) จากตารางที่ได้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel ตามลำดับ

ขั้นตอนที่สองคือการคำนวณหาผลลัพธ์โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ ซึ่งเราได้ปรับปรุงแก้ไขโปรแกรมไฟไนต์อีลิเมนต์ที่มีอยู่เดิมของ LGEP ผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรมนี้คือค่าสนามไฟฟ้า (E) และค่าศักย์ไฟฟ้า (V) (ดูใน [Satiramatekul and Bouillault, 2005], [Satiramatekul et al., 2006] และ [Satiramatekul et al., 2007])

ขั้นตอนสุดท้ายคือการคำนวณหาค่าความหนาแน่นของกระแส (I) ค่าความเหนี่ยวนำแม่เหล็ก (B) และค่าความเป็นแม่เหล็ก (M) ซึ่งสองค่าแรกสามารถคำนวณได้โดยตรงจากค่าของสนามไฟฟ้า ส่วนค่าสุดท้ายจะคำนวณได้จากค่าความหนาแน่นของกระแส และเพื่อแสดงผลกราฟิกของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ เราใช้โปรแกรมแมทแลป (MATLAB)



รูปที่ 4-4 กระบวนการแก้ปัญหาโดยใช้ขั้นตอนวิธีทางคอมพิวเตอร์

ผลการวิจัย

ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า

ผลของการกระจายของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าที่ได้จากการรันโปรแกรมโดยใช้แบบจำลองที่ได้ออกแบบในแต่ละส่วนที่เวลาเดียวกันแสดงในรูปที่ 4-5 การกระจายของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าทั้งสี่รูปจากบนลงล่างแสดงการกระจายของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าที่ตำแหน่ง $z = \frac{L}{16}, \frac{3L}{16}, \frac{5L}{16}, \frac{7L}{16}$ ตามลำดับ เราพบว่าสำหรับ $L = 20 \text{ m}$ การกระจายของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าทั้งสี่รูปแสดงให้เห็นถึงปรากฏการณ์ของการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบสมบรูณ์ระหว่างแท่งตัวนำยิ่งยวดทั้งสองแท่งได้อย่างชัดเจน (ดูรูปที่ 4-5(ก)) ในทางตรงกันข้าม สำหรับ $L = 20 \text{ }\mu\text{m}$ รูปทั้งสี่รูปนี้แสดงให้เห็นว่าไม่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าเลยระหว่างแท่งตัวนำยิ่งยวดทั้งสองแท่ง (ดูรูปที่ 4-5(ค))

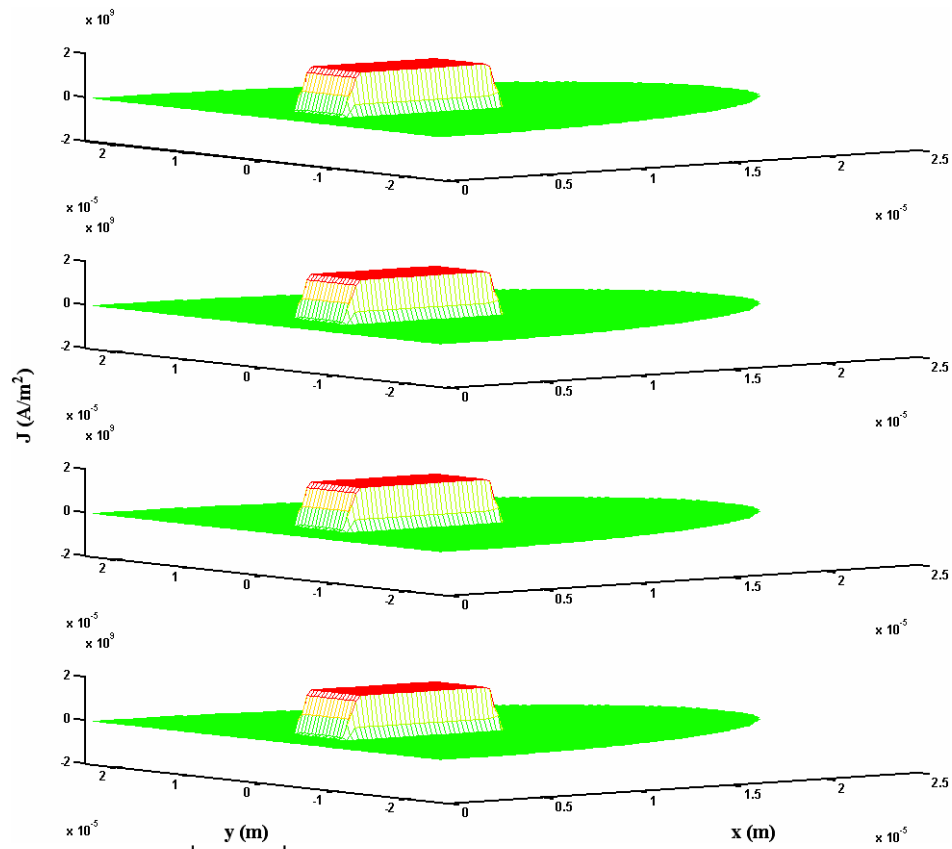
นอกจากนั้น ผลลัพธ์ที่ได้นี้มีความน่าสนใจอย่างมากสำหรับ $L = 20 \text{ mm}$ เนื่องจากการเชื่อมต่อของกระแสไฟฟ้าในแต่ละส่วนมีความแตกต่างกัน (ดูรูปที่ 4-5(ข)) เราพบว่าค่าสูงสุดของกระแสรวมในแท่งตัวนำยิ่งยวดหนึ่งแท่งอยู่ที่ตำแหน่ง $z = \frac{L}{16}$ การเชื่อมต่อของกระแสไฟฟ้าเต็มทั้งหน้าตัดของแท่งตัวนำยิ่งยวด กระแสรวมนี้มีค่าลดลงที่ตำแหน่ง $z = \frac{3L}{16}, \frac{5L}{16}, \frac{7L}{16}$ ตามลำดับ

จากสูตรที่แสดงไว้ใน [Wilson, 1983] เราสามารถที่จะคำนวณหาความยาววิกฤติ (L_c) ในทางทฤษฎีได้ ในกรณีนี้ สำหรับค่าของปริมาณต่างๆที่แสดงไว้ในตารางที่ 4-1 ค่าความยาววิกฤตินี้จะมีค่าเท่ากับ 20 mm (ค่าความกว้างของแท่งตัวนำยิ่งยวดที่แสดงไว้ในตารางสอดคล้องกับค่าของเส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดที่ใช้สำหรับแท่งแม่เหล็กหลักในเครื่องเร่งความเร็วอนุภาค LHC ของศูนย์วิจัยเซิร์น [Satiramatekul et al., 2005]) จะเห็นได้ว่าค่าของความยาววิกฤติที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สูตรในทางทฤษฎีมีความสอดคล้องกับค่าที่ได้จากการรันโปรแกรมโดยใช้แบบจำลองที่ได้ออกแบบ

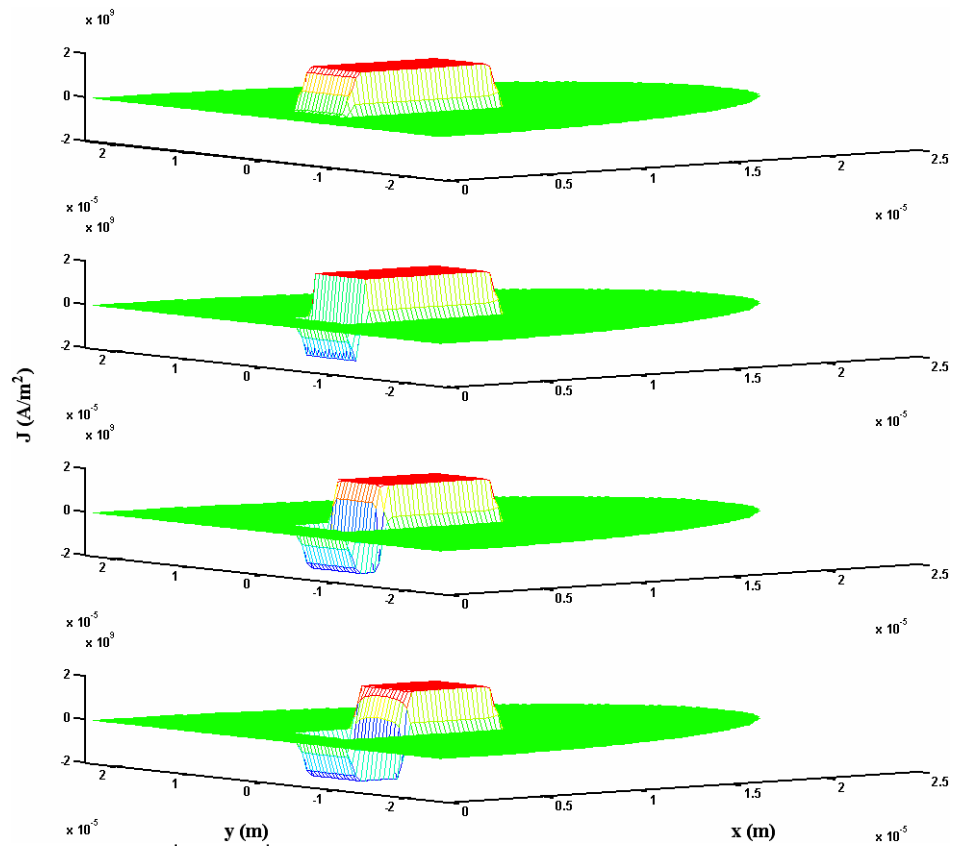
ตารางที่ 4-1 ค่าของปริมาณต่างๆที่ใช้สำหรับคำนวณหาความยาววิกฤติ

สัญลักษณ์	ปริมาณ	ค่า
a	ความกว้างของแท่งตัวนำยิ่งยวด	$3.5 \times 10^{-4} \text{ m}$
I_c	ความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้าวิกฤติ (NbTi ที่ 5 T)	$2 \times 10^9 \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$

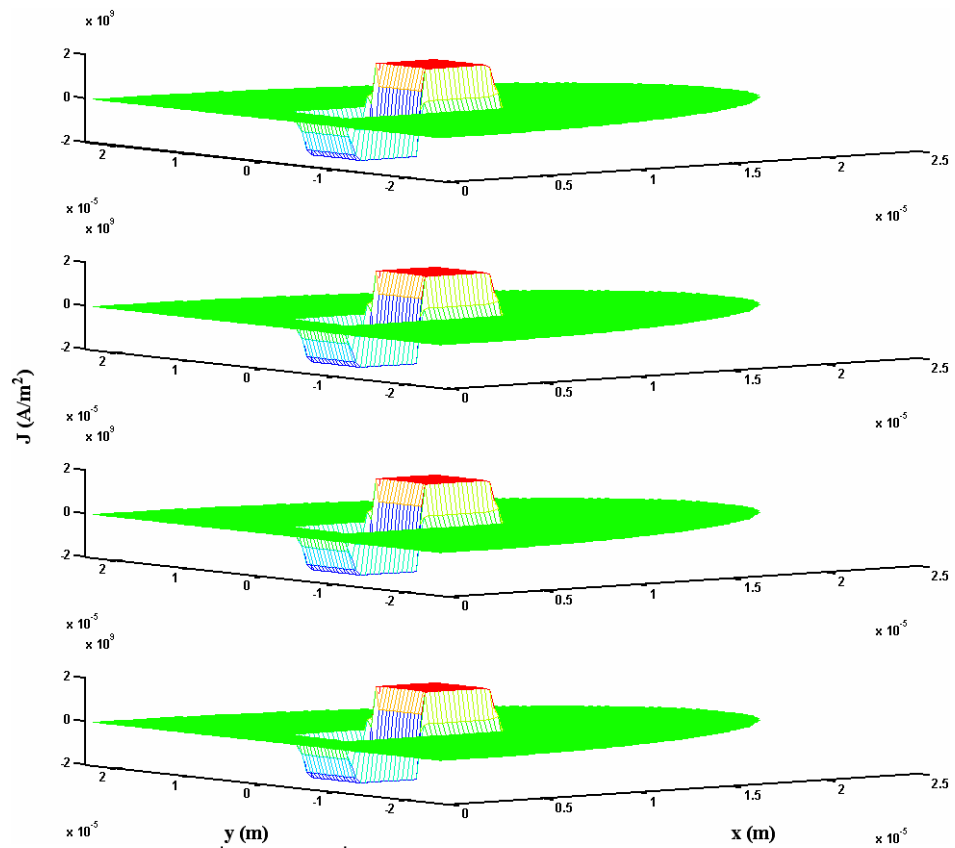
ρ	ความต้านทานทางไฟฟ้าของทองแดง (ทองแดงเกรด OFHC ที่ 5 T)	$3.6 \times 10^{-10} \Omega \cdot m$
$\dot{B}$	อัตราการเปลี่ยนแปลงของสนามแม่เหล็ก	$0.1 \frac{T}{s}$



(ก) กรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบสมบูรณ์ ($L = 20 \text{ m}$)



(ข) กรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบบางส่วน ($L = 20$ mm)

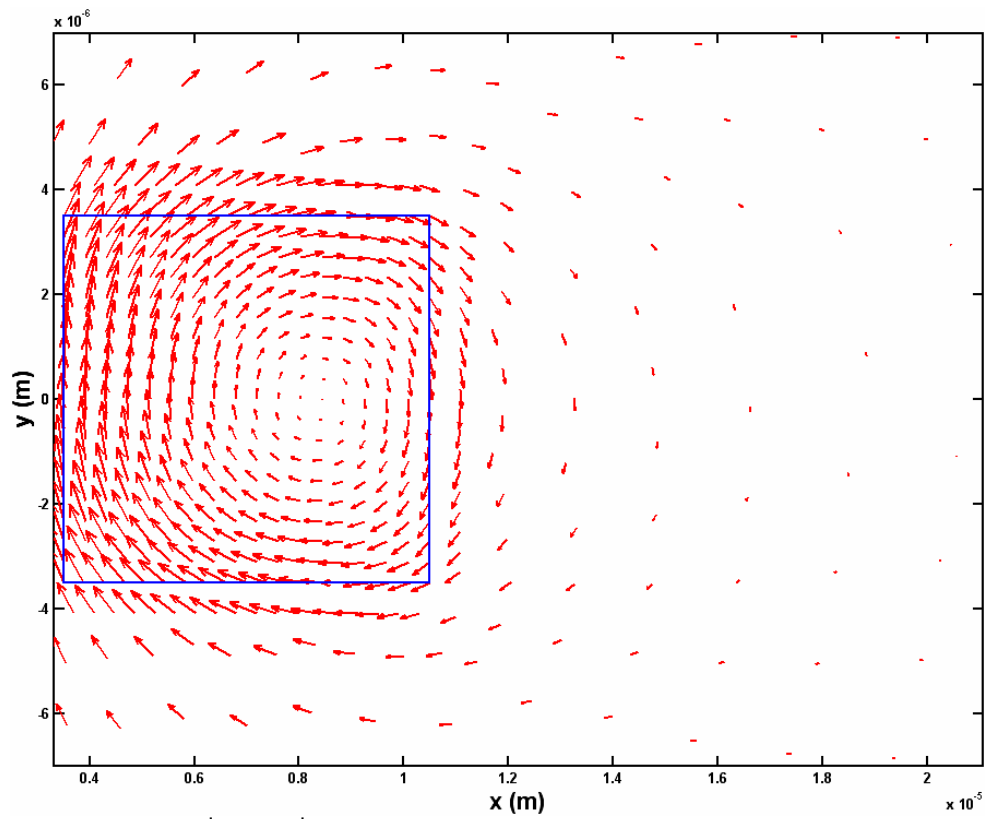


(ค) กรณีที่ไม่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าเลย ($L = 20$ μ m)

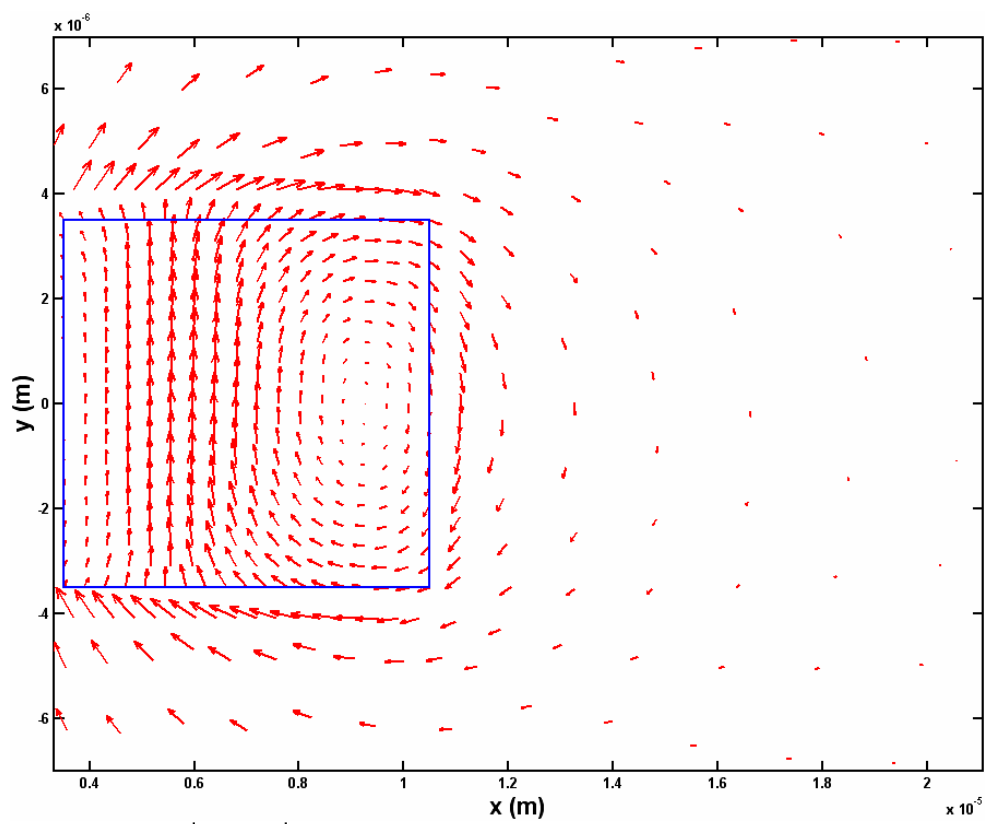
รูปที่ 4-5 การกระจายของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าในโดเมนที่ถูกออกแบบของแต่ละส่วน

ความเหนี่ยวนำแม่เหล็ก

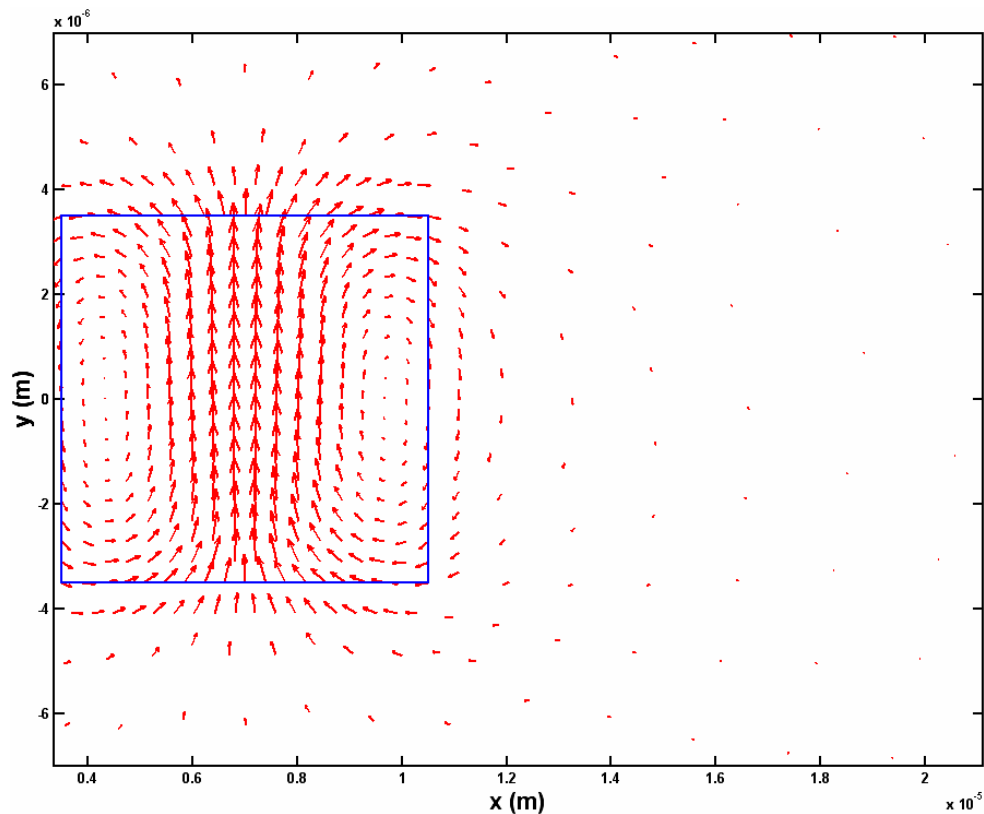
รูปที่ 4-6 แสดงผลของการกระจายของสนามแม่เหล็ก/ความเหนี่ยวนำแม่เหล็กที่ได้จากการรันโปรแกรมโดยใช้แบบจำลองที่ได้ออกแบบที่ตำแหน่ง $z = \frac{7L}{16}$ และที่เวลาเดียวกัน เราสามารถสังเกตการเปลี่ยนแปลงของทิศทางของสนามแม่เหล็ก/ความเหนี่ยวนำแม่เหล็กภายในแท่งตัวนำยิ่งยวด ซึ่งรูปเหล่านี้สามารถชี้ให้เห็นถึงทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าในแท่งตัวนำยิ่งยวดได้ เช่น สำหรับ $L = 20 \text{ m}$ กระแสไฟฟ้าในแท่งตัวนำยิ่งยวดจะไหลในทิศทางเดียว (รูปที่ 4-6(ก)) ในขณะที่สำหรับ $L = 20 \text{ mm}$ และ $L = 20 \text{ }\mu\text{m}$ กระแสไฟฟ้าในแท่งตัวนำยิ่งยวดจะไหลในสองทิศทาง (รูปที่ 4-6(ข) และรูปที่ 4-6(ค) ตามลำดับ)



(ก) กรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบสมบูรณ์ ($L = 20 \text{ m}$)



(ข) กรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบบางส่วน ($L = 20 \text{ mm}$)



(ค) กรณีที่ไม่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าเลย ($L = 20 \mu\text{m}$)

รูปที่ 4-6 การกระจายของสนามแม่เหล็ก/ความเหนี่ยวนำแม่เหล็กในโดเมนที่ถูกออกแบบ

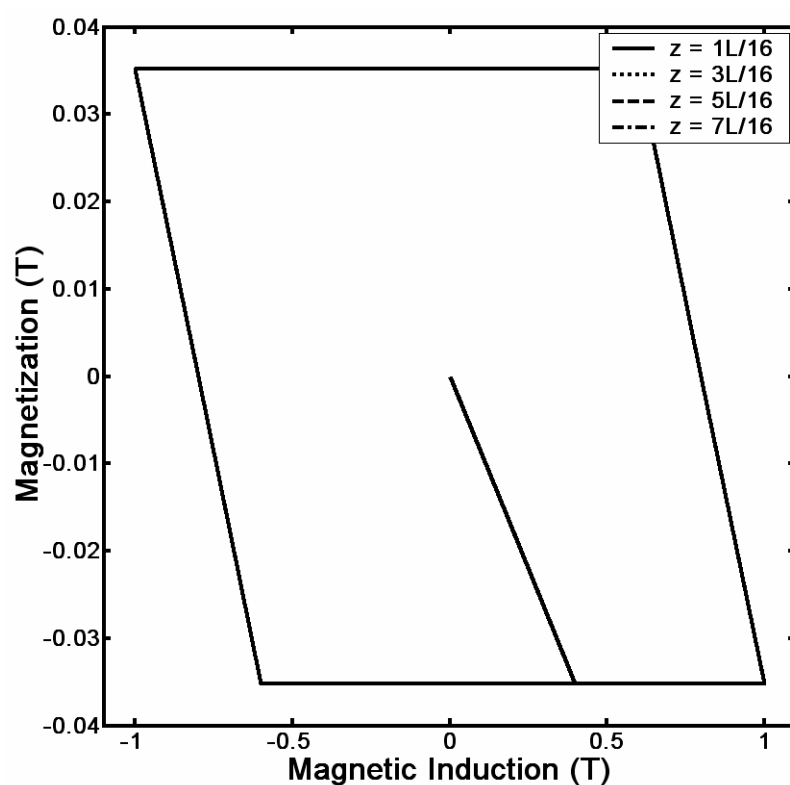
ความเป็นแม่เหล็ก

เราสามารถที่จะคำนวณหาค่าความเป็นแม่เหล็กได้โดยใช้ค่าความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้าที่ได้รับ ถ้านำเอาค่าความเป็นแม่เหล็กและค่าความเหนี่ยวนำแม่เหล็กมาวาดกราฟ จะได้วัฏจักรของความเป็นแม่เหล็ก รูปที่ 4-7 เปรียบเทียบวัฏจักรความเป็นแม่เหล็กของแต่ละส่วนสำหรับความยาวของแท่งตัวนำยิ่งยวดสามค่า สำหรับ $L = 20 \text{ m}$ และ $L = 20 \mu\text{m}$ ทุกส่วนให้วัฏจักรความเป็นแม่เหล็กที่เหมือนกัน อย่างไรก็ตามค่าความเป็นแม่เหล็กสูงสุดมีค่ามากในกรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบสมบูรณ์ ($L = 20 \text{ m}$) แต่สำหรับ $L = 20 \text{ mm}$ (รูปที่ 4-7(ข)) ขนาดของวัฏจักรความเป็นแม่เหล็กลดลงจากตำแหน่งที่ $z = \frac{L}{16}$ ไปยังตำแหน่งที่ $z = \frac{7L}{16}$ หรือจากส่วนที่อยู่ใกล้ๆกับจุดกึ่งกลางของแท่งตัวนำยิ่งยวดไปยังส่วนที่อยู่ใกล้ๆกับปลายของแท่งตัวนำยิ่งยวด

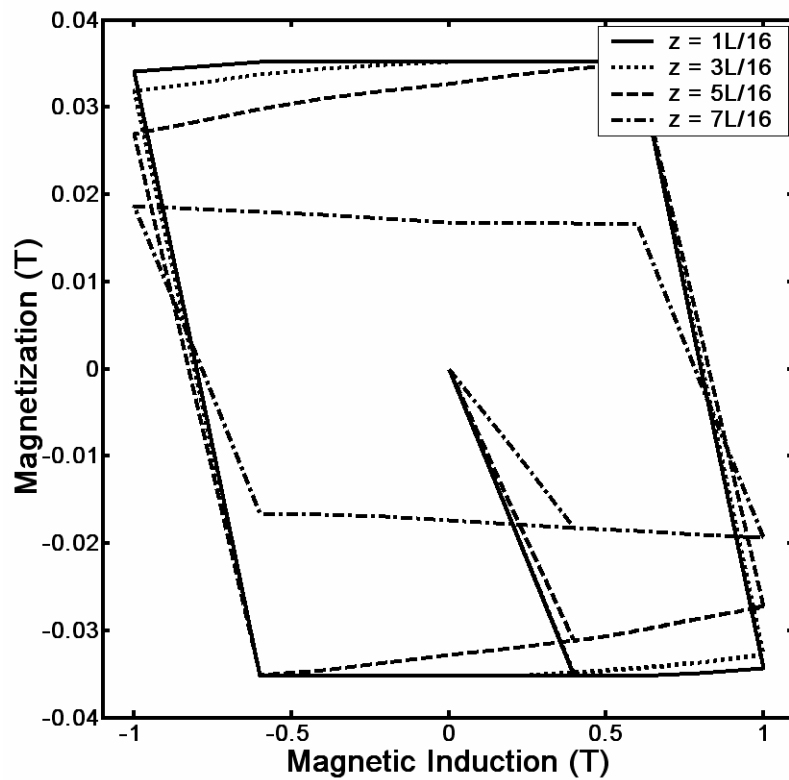
ค่าความเป็นแม่เหล็กรวมของแท่งแม่เหล็กสามารถที่จะหาได้จากการคำนวณหาค่าเฉลี่ยของค่าความเป็นแม่เหล็กในทุกๆส่วนสำหรับความยาวของแท่งแม่เหล็กที่กำหนดให้ ในรูปที่ 4-8 เราได้ผลลัพธ์เหมือนกับที่แสดงไว้ใน [Satiramatekul et al., 2006] นั่นคือค่าความเป็นแม่เหล็กรวมในกรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบบางส่วนมีค่าอยู่ระหว่างค่าความเป็นแม่เหล็ก

รวมในกรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบสมบูรณ์กับค่าความเป็นแม่เหล็กรวมในกรณีที่ไม่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าเลย

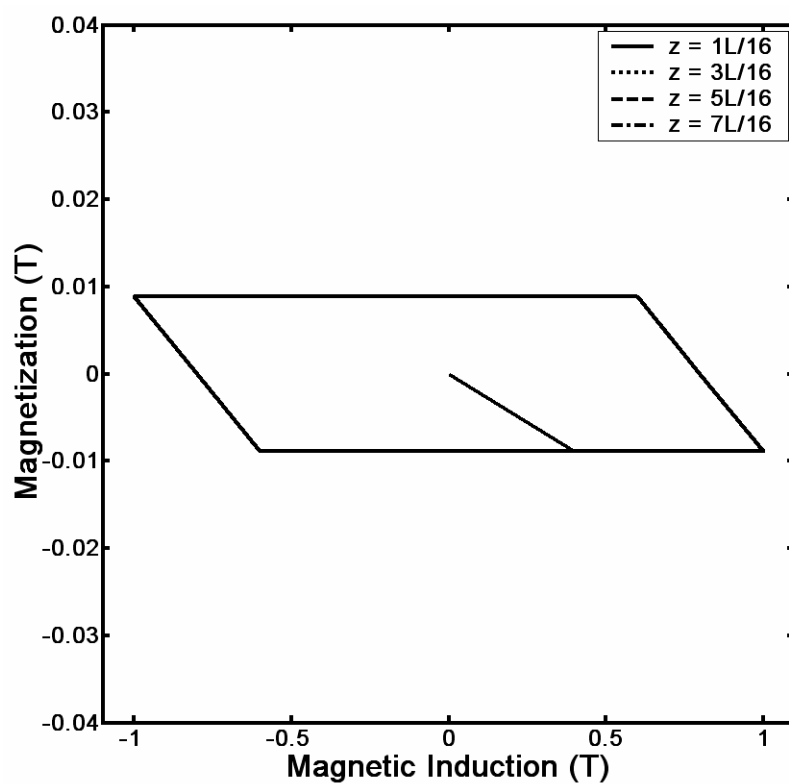
สรุปผลที่ได้จากการรันโปรแกรมโดยใช้แบบจำลองที่ได้ออกแบบของปัญหาอย่างง่ายเหมือนใน [Wilson, 1983] พิสูจน์ให้เห็นว่าเส้นลวดตัวนำยิ่งยวดที่ฝังตัวอยู่ในตัวนำไฟฟ้าทั่วไปที่มีความยาวหลายกิโลเมตรภายในแท่งแม่เหล็กจะเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบสมบูรณ์เสมอ จากเหตุผลข้างต้นนี้ จึงทำให้เส้นลวดตัวนำยิ่งยวดจะต้องบิดเกลียวโดยที่ความยาวของเกลียวหนึ่งรอบที่เหมาะสมนั้นจะต้องมีค่าน้อยกว่าความยาววิกฤติเสมอ [Satiramatekul et al., 2007]



(ก) กรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบสมบูรณ์ ($L = 20 \text{ m}$)

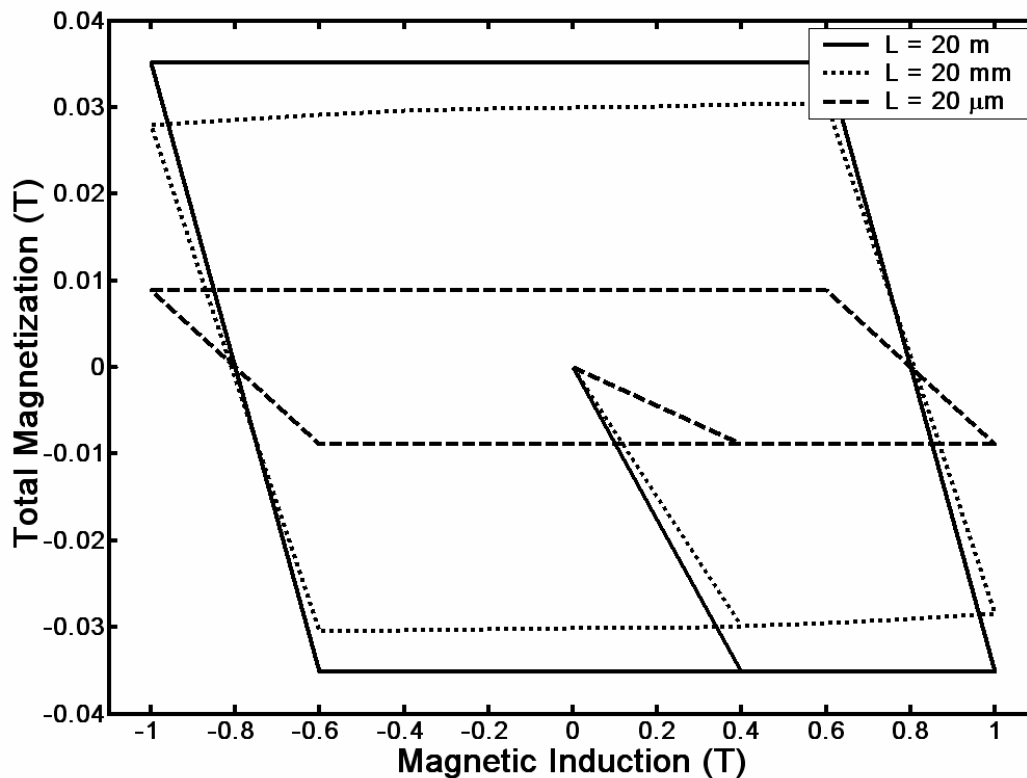


(ข) กรณีที่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าแบบบางส่วน ($L = 20 \text{ mm}$)



(ค) กรณีที่ไม่มีการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กไฟฟ้าเลย ($L = 20 \text{ μm}$)

รูปที่ 4-7 เปรียบเทียบวัฏจักรความเป็นแม่เหล็กของแต่ละส่วนสำหรับความยาวสามค่า



รูปที่ 4-8 เปรียบเทียบวัฏจักรความเป็นแม่เหล็กรวมของแต่ละความยาว
สรุปและวิจารณ์ผลการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ได้ทำการศึกษาการคำนวณหาค่าความเป็นแม่เหล็กของเส้นลวดซึ่งประกอบด้วยแท่งตัวนำยิ่งยวดสองแท่งฝังอยู่ในสนามแม่เหล็กที่สม่ำเสมอ ผลลัพธ์ของการคำนวณเชิงตัวเลขได้จากการรันโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ ในที่นี้แบบจำลองของตัวนำยิ่งยวดในสถานะวิกฤติของ Bean [Bean, 1962] ถูกใช้สำหรับแสดงลักษณะพฤติกรรมทางไฟฟ้าของสารตัวนำยิ่งยวด ผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรมคือ วัฏจักรความเป็นแม่เหล็ก การกระจายของสนามแม่เหล็ก และการกระจายของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า นอกจากนี้แล้ว อิทธิพลของความยาวของเส้นลวดต่อปรากฏการณ์ของการเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็กไฟฟ้าระหว่างแท่งตัวนำยิ่งยวดได้ถูกนำมาพิจารณาด้วยผลลัพธ์ที่ได้สอดคล้องกับผลลัพธ์ในทางทฤษฎีที่แสดงไว้ใน [Wilson, 1983]

Output จากการวิจัย

นำเสนอผลงานแบบโปสเตอร์ในการประชุมวิชาการ “นักวิจัยรุ่นใหม่...พบ...เมธีวิจัยอาวุโส สกว.” ครั้งที่ 9 ระหว่างวันที่ 15 ถึง 17 ตุลาคม 2552 ณ โรงแรมฮอลิเดย์ อินน์ รีสอร์ท ริเจนท์ บีช ชะอำ จังหวัดเพชรบุรี

นำเสนอผลงานแบบโปสเตอร์ในการประชุมวิชาการระดับนานาชาติ International Conference on Magnet Technology ครั้งที่ 21 ระหว่างวันที่ 18 ถึง 23 ตุลาคม 2552 ที่เมือง Hefei มณฑล Anhui ประเทศสาธารณรัฐประชาชนจีน และได้รับการพิจารณาเพื่อตีพิมพ์ผลงานในวารสารวิชาการระดับนานาชาติ IEEE Transactions on Applied Superconductivity หลังจาก Peer review process

- Satiramatekul T., Bouillault F. and Santandrea L. 2006. "Modeling of magnetization curves of partially coupled superconducting filaments with dependence of current density according to applied magnetic field." **IEEE Transactions on Magnetics**. 42(4): 887-890.
- Satiramatekul T., Bouillault F., Devred A. and Leroy D. 2007. "Magnetization modeling of twisted superconducting filaments." **IEEE Transactions on Applied Superconductivity**. 17(2): 3737-3740.
- Bean C.P. 1962. "Magnetization of hard superconductors." **Physical Review Letters**. 8(6): 250-253.
- Maslouh M., Bouillault F., Bossavit A. and Verite J.C. 1997. "From Bean's model to the H-M characteristic of a superconductor: some numerical experiments." **IEEE Transactions on Applied Superconductivity**. 7(3): 3797-3800.
- Satiramatekul T. and Bouillault F. 2005. "Magnetization of coupled and noncoupled superconducting filaments with dependence of current density on applied field." **IEEE Transactions on Magnetics**. 41(10): 3751-3753.
- Wilson M.N. 1983. **Superconducting magnets**. Oxford: Clalendon. pp. 174-176.
- ศุภฤกษ์ สิริเวทิน. 2547. การใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในงานออกแบบทางวิศวกรรม. วิชาการ ดอทคอม. แหล่งที่มา: <http://www.vcharkarn.com/varticle/162>
- Satiramatekul T., Bouillault F., Devred A. and Bottura L. 2005. "Analytical & numerical modelings of elliptical superconducting filament magnetization." **IEEE Transactions on Applied Superconductivity**. 15(2): 3680-3683.

ภาคผนวก

บทคัดย่อและโปสเตอร์

**(สำหรับการประชุมวิชาการ “นักวิจัยรุ่นใหม่...พบ...เมธีวิจัยอาวุโส สกว.” ครั้งที่ 8
ระหว่างวันที่ 16 ถึง 18 ตุลาคม 2551 ณ โรงแรมฮอลิเดย์ อินน์ รีสอร์ท รีเจนท์ บีช ชะอำ
จังหวัดเพชรบุรี)**

Modeling of Twisted Superconducting Filaments by Finite Element Method

Satiramatekul, T.^{1*}, Bouillault, F.², Homsup, N.³

¹*Department of Computer Engineering, Faculty of Engineering at Kamphaengsaen,
Kasetsart University (Kamphaengsaen Campus), Nakhon Pathom, Thailand*

²*Laboratoire de Genie Electrique de Paris, CNRS UMR 8507, Supélec, Gif sur Yvette Cedex, France*

³*Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Kasetsart University (Bangkhen Campus),
Bangkok, Thailand*

Abstract

At present, the finite element codes have been developed to solve the electromagnetic problems. In particular, they have been used to analyze the electromagnetic coupling between twisted superconducting filaments in a wire. In reality, the superconducting filaments are contained in a matrix which is much less conducting than the superconductor. There are then currents which circulate between the filaments through the conductive matrix. Consequently, the filaments are coupled between them. By twisting these superconducting filaments together, we can reduce the coupling between them. With a certain value of the twist pitch, the filaments will be totally decoupled between them. The magnetization obtained for coupled superconducting filaments is greater than one obtained for decoupled superconducting filaments. The aim of this work is thus to model the twisted superconducting filaments, and then simulate it. For that, we use a macroscopic model which obtained from Bean's model and the finite element method for numerical simulation. This work is separated into four parts. The first one is to study the problem and search the information. The second is to create a model and test it. For that, we use the FORTRAN programming language. The third is to keep the simulation results by running the program. And the last one is to analyze the results and conclude the work. For that, we use the graphic presentation from the MATLAB programming language. The results obtained by the numerical simulation will allow us to define the coupling, partially coupling and decoupling phenomena between the superconducting filaments.

Keywords: current density distribution, finite element method, magnetization, modeling, twisted superconducting filaments

*Corresponding author.

Tel.: 0-3428-1075 ext. 284; Fax: 0-3435-2853

E-mail: thitipong.s@ku.ac.th



Dr. Thitipong SATIRAMATEKUL^①
 Prof. Dr. Frédéric BOUILLAUD^②
 Assoc. Prof. Dr. Nuttaka HOMSUP^③
 (e-mail: thitipong@knu.ac.th)

Modeling of Twisted Superconducting Filaments by Finite Element Method

^① Faculty of Engineering at Kamphaengsaen, Kasetsart University, Kamphaengsaen Campus, Nakhon Pathom 73140, Thailand
^② Laboratoire de Génie Electrique de Paris (LGEp), Supélec, Plateau de Moulon, Gif/Yvette Cedex 91192, France
^③ Faculty of Engineering, Kasetsart University, Bangkok Campus, Bangkok 10900, Thailand

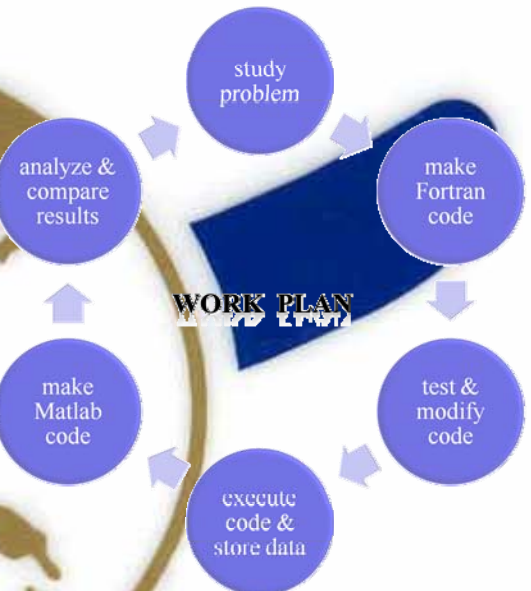
INTRODUCTION

At present, the finite element codes have been developed to solve the electromagnetic problems. In particular, they have been used to analyze the electromagnetic coupling between twisted superconducting filaments in a wire. In reality, the superconducting filaments are contained in a matrix which is much less conducting than the superconductor. There are then currents which circulate between the filaments through the conductive matrix. Consequently, the filaments are coupled between them. By twisting these superconducting filaments together, we can reduce the coupling between them. With a certain value of the twist pitch, the filaments will be totally decoupled between them.

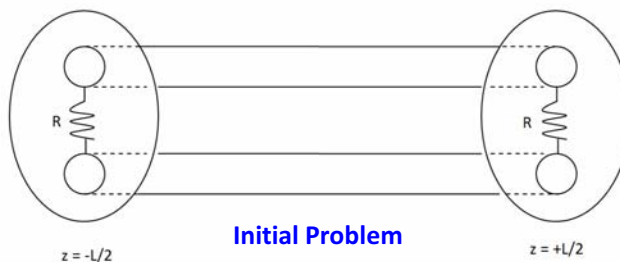
OBJECTIVE

- Create a model of the twisted superconducting filaments by Fortran code
- Solve the electromagnetic problems by the finite element method
- Show the graphic results by using Matlab code
- Use the created model to solve other complex problems
- Apply the obtained knowledge in the industrial works

WORK PLAN



PROBLEM PRESENTATION

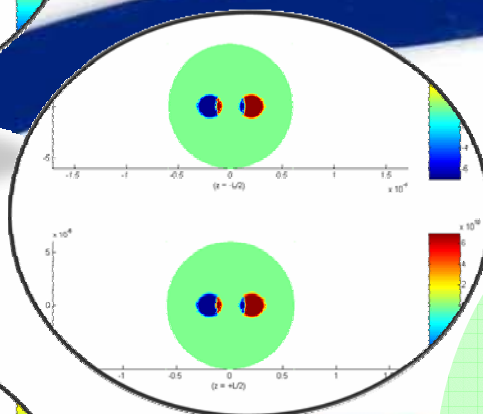


Zone 1
Coordinates x and y (for $z = -L/2$)
Zone 2
Coordinates x and y (for $z = +L/2$)
Zone 3
Nodes elements (for $z = -L/2$)
Zone 4
Nodes elements (for $z = +L/2$)

Mesh Data File

SIMULATION RESULTS

For $R = 10^{-6} \rightarrow$ Coupling



For $R = 10^{-3}$ Partially Coupling

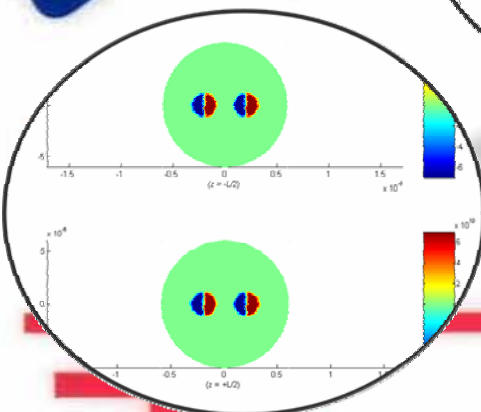
REFERENCES

- IEEE Trans. Appl. Supercond., Vol. 17, No. 2, 2007.
- IEEE Trans. Magn., Vol. 42, No. 4, 2006.
- IEEE Trans. Magn., Vol. 41, No. 10, 2005.

CONCLUSION

The aim of this work is to model the twisted superconducting filaments, and then simulate it. For that, we use a macroscopic model which obtained from Bean's model and the finite element method for numerical simulation. This work is separated into four parts. The first one is to study the problem and search the information. The second is to create a model and test it. For that, we use the FORTRAN programming language. The third is to keep the simulation results by running the program. And the last one is to analyze the results and conclude the work. For that, we use the graphic presentation from the MATLAB programming language. The results obtained by the numerical simulation will allow us to define the coupling, partially coupling and decoupling phenomena between the superconducting filaments. The magnetization obtained for coupled superconducting filaments is greater than one obtained for decoupled superconducting filaments.

For $R = 10^3 \rightarrow$ Decoupling



บทคัดย่อและโปสเตอร์

**(สำหรับการประชุมวิชาการ “นักวิจัยรุ่นใหม่...พบ...เมธีวิจัยอาวุโส สกว.” ครั้งที่ 9
ระหว่างวันที่ 15 ถึง 17 ตุลาคม 2552 ณ โรงแรมฮอลิเดย์ อินน์ รีสอร์ท รีเจนท์ บีช ชะอำ
จังหวัดเพชรบุรี)**

Finite Element Modeling of Coupled Superconducting Filaments

Satiramatekul, T.^{1*}, Bouillault, F.², Homsup, N.³

¹*Department of Computer Engineering, Faculty of Engineering at Kamphaengsaen,
Kasetsart University, Kamphaengsaen Campus, Nakhon Pathom, Thailand*

²*Laboratoire de Genie Electrique de Paris, Supélec, Gif sur Yvette Cedex, France*

³*Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering,
Kasetsart University, Bangkok Campus, Bangkok, Thailand*

Abstract

The objective of this research is to develop a computer program in order to describe the phenomenon or the properties of superconductor, the magnetization, the density of magnetic field, the electric current density, and the losses due to the hysteresis of the electrical cable which consists of several superconducting filaments twisted inside it. Beginning to study and analyze the electromagnetic problem, then to create a model of twisted superconducting filaments with a computer program in Fortran language and by using the finite element method in order to solve the problem, and then to show the graphic results with Matlab program. The results of this research can be applied in many industrial areas, and also can be used for continuing research of the computer program developing for solving complex problems of twisted superconducting filaments.

Keywords: electromagnetic coupling, finite element method, modeling, numerical simulation, superconducting filaments

*Corresponding author.

Tel: 0-3435-1842; Fax: 0-3435-2853

E-mail: thitipong.s@ku.ac.th



TEK



Dr. Thitipong

Prof. Dr. Frédéric BOUILLAUT[®]
 Assoc. Prof. Dr. Nuttaka HOMSUP[®]
 (e-mail: thitipong.s@ku.ac.th)

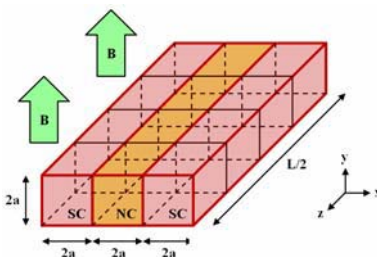
Finite Element Modeling of Coupled Superconducting Filaments

- ① Faculty of Engineering at Kamphaengsaen, Kasetsart University, Kamphaengsaen Campus, Nakhon Pathom 73140, Thailand
 ② Laboratoire de Génie Electrique de Paris, Supélec, Plateau de Moulon, Gif/Yvette Cedex 91192, France
 ③ Faculty of Engineering, Kasetsart University, Bangkhen Campus, Bangkok 10900, Thailand

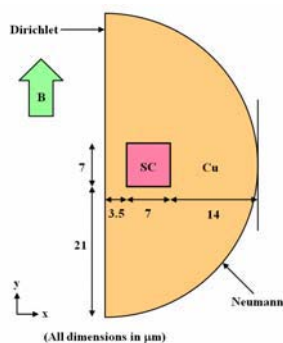
ABSTRACT

The objective of this research is to develop a computer program in order to describe the phenomenon or the properties of superconductor, the magnetization, the density of magnetic field, the electric current density, and the losses due to the hysteresis of the electrical cable which consists of several superconducting filaments twisted inside it. Beginning to study and analyze the electromagnetic problem, then to create a model of twisted superconducting filaments with a computer program in Fortran language and by using the finite element method in order to solve the problem, and then to show the graphic results with Matlab program. The results of this research can be applied in many industrial areas, and also can be used for continuing research of the computer program developing for solving complex problems of twisted superconducting filaments.

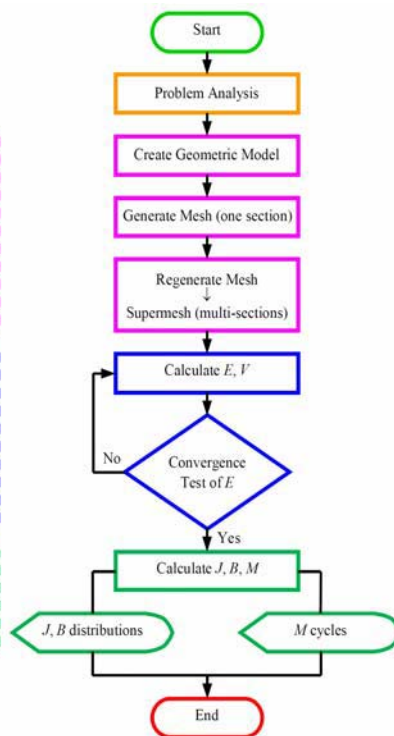
PROBLEM PRESENTATION



Initial Problem

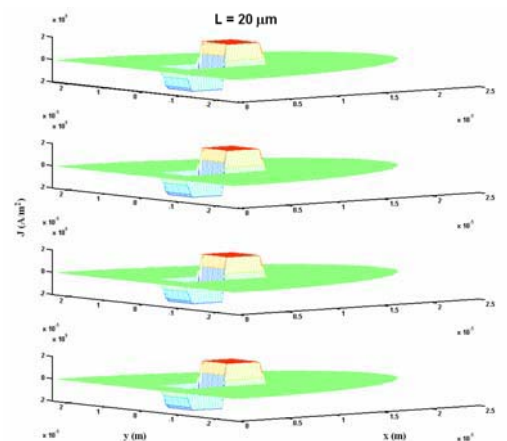
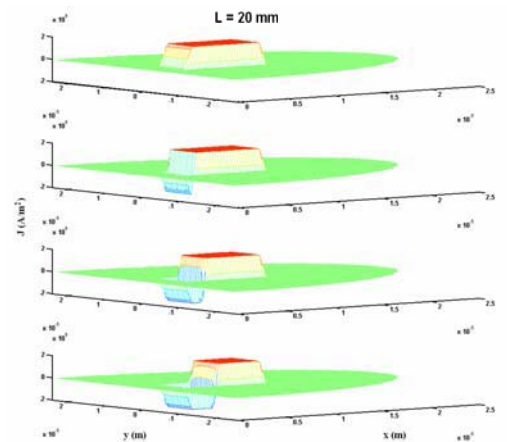
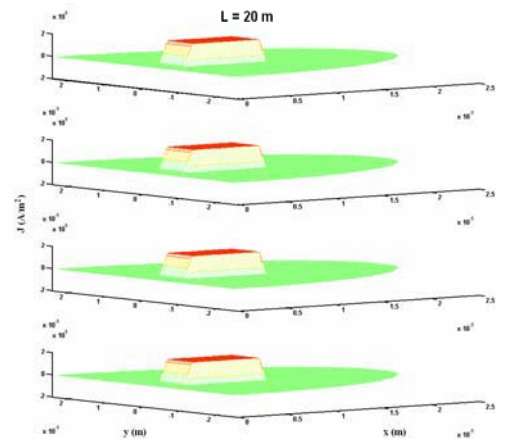


Modeled Domain



Computer Algorithm

SIMULATION RESULTS



OUTPUTS

- Magnetization Modeling of Superconducting Magnet → IEEE Transactions on Applied Superconductivity (peer review process)
- Numerical Modelling of Superconducting Filaments for Coupled Problem → IEEE Transactions on Magnetics (peer review process)

บทคัดย่อ บทความ และโปสเตอร์
(สำหรับการประชุมวิชาการระดับนานาชาติ International Conference on Magnet
Technology ครั้งที่ 21 ระหว่างวันที่ 18 ถึง 23 ตุลาคม 2552 ที่เมือง Hefei มณฑล Anhui
ประเทศสาธารณรัฐประชาชนจีน)

Magnetization Modeling of Superconducting Magnet

Thitipong Satiramatekul^a, Frederic Bouillault^b

a. Kasetsart University, Kamphaengsaen Campus, Nakhon Pathom, 73140, Thailand

b. LGEP, UMR 8507 CNRS, SUPELEC, Gif sur Yvette Cedex, 91192, France

In order to control the quality of magnetic field in the Large Hadron Collider (LHC) main magnets at CERN, an examination of the magnetization in superconducting strands during its fabrication is thus necessary. A better understanding of the variation of the magnetization in the superconducting strand by a numerical simulation with the Finite Element Method (FEM) would be a useful contribution for a better processing control. For that, a finite element program was recently developed at LGEP for predicting the value of the magnetization [1], [2], [3].

Actually, the LHC main magnet is fabricated from superconducting strands. A strand consists of several superconducting tapes embedded in a conductor, an Oxygen-Free High Conductivity (OFHC) copper is chosen for its thermal and electrical conductivities. In order to approach the real problem, it is then necessary to model the problem in three-dimensions. But to avoid a very high computing time needed for solving the large number of elements required by three-dimensional modeling, a novel two-dimensional modeling technique is proposed. This is to divide the superconducting strand into elementary sections and to consider what happens in each section.

In this paper, the computation of magnetization of a strand consists of two superconducting tapes immersed in a uniform magnetic field is studied. The numerical results are obtained from the program developed with the FEM. Bean's critical state model [4] is carried out to characterize the electrical behavior law of superconducting materials. The magnetization cycle, the magnetic field and the current density distributions are presented. The influence of strand length on the electromagnetic coupling phenomena in the superconducting tapes is also considered. The obtained results are in good agreement with the theoretical results shown in [5].

- [1] T. Satiramatekul and F. Bouillault, "Magnetization of Coupled and Noncoupled Superconducting Filaments with Dependence of Current Density on Applied Field," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 41, no. 10, pp. 3751-3753, 2005.
- [2] T. Satiramatekul, F. Bouillault and L. Santandrea, "Modeling of Magnetization Curves of Partially Coupled Superconducting Filaments with Dependence of Current Density According to Applied Magnetic Field," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 42, no. 4, pp. 887-890, 2006.
- [3] T. Satiramatekul, F. Bouillault, A. Devred and D. Leroy, "Magnetization Modeling of Twisted Superconducting Filaments," *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 17, no. 2, pp. 3737-3740, 2007.
- [4] C. P. Bean, "Magnetization of Hard Superconductors," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 8, no. 6, pp. 250-253, 1962.
- [5] M. N. Wilson, *Superconducting Magnets*, Oxford: Clarendon, 1983, pp. 174-176.



Finite Element Modeling of Superconducting Magnet

Journal:	MT-21
Manuscript ID:	MT21-POST-09-0016.R1
Manuscript Type:	MT21-Poster
Date Submitted by the Author:	08-Dec-2009
Complete List of Authors:	satiramatekul, thitipong; Computer Engineering Bouillault, Frederic; LGEP, UMR 8507 CNRS
Session/Paper ID:	4GP-79 < 4GP10-Magnetic Materials



Finite Element Modeling of Superconducting Magnet

Thitipong Satiramatekul and Frédéric Bouillault

Abstract—In this paper, the computation of magnetization of a strand constituted of two superconducting square bars immersed in a uniform magnetic field is studied. The numerical results are obtained from the program developed with the FEM. Bean's critical state model is carried out to characterize the electrical behavior law of superconducting materials. The magnetization cycle, the magnetic field and the current density distributions are presented. The influence of strand length on the electromagnetic coupling phenomena in the superconducting square bars is also considered. The obtained results are in good agreement with the theoretical results.

Index Terms—Current density, electromagnetic coupling, finite element method, modeling, superconducting magnet.

I. INTRODUCTION

IN order to control the quality of the magnetic field in the Large Hadron Collider (LHC) main magnets at CERN, an examination of the magnetization value in superconducting strands during its fabrication is necessary. A better understanding of the variation of the magnetization in the superconducting strand by a numerical simulation with the Finite Element Method (FEM) would be a useful contribution for a better processing control. For that, a finite element program was developed at LGEP (Laboratoire de Génie Electrique de Paris) for predicting the value of the magnetization [1]–[3].

The LHC main magnet is actually fabricated from the superconducting cables. These cables are formed from several superconducting strands in parallel, a strand is a composite wire containing thousands of superconducting filaments dispersed in a normal conductor with suitably small electrical resistivity properties, an Oxygen-Free High Conductivity (OFHC) copper is chosen because of its thermal and electrical conductivities, and NbTi is used as the superconducting material.

In order to approach the real problem, it is appropriate to model the problem in three-dimensions. However, to avoid a very high computing time needed for solving the large number

of elements required by three-dimensional modeling, a novel two-dimensional modeling technique is proposed. This is to divide the superconducting strand into elementary sections and to consider what happens in each section.

II. SUPERCONDUCTING MAGNET MODEL

A. Problem

In order to understand the influence of strand length on the electromagnetic coupling in the superconducting filaments, it is enough in a first time to study a sample case of one strand composed of two superconducting filaments. In this paper, we propose to treat an example similar to that of Wilson in [4]. Let us first consider a sandwich of normal conductor (NC) between two square bars of superconductor (SC) immersed in a changing external magnetic induction (B) applied to the y -direction, as shown in Fig. 1.

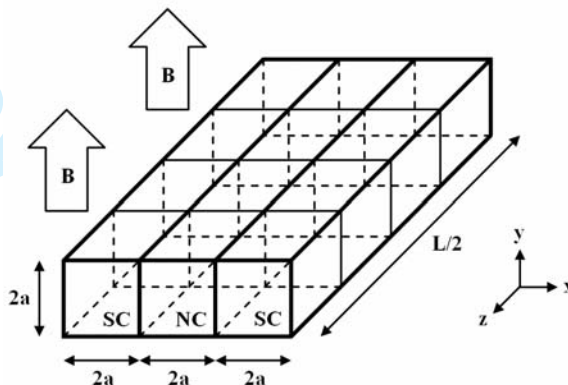


Fig. 1. Sandwich of superconductor (SC) and normal conductor (NC) in a changing external induction (B), as in [4].

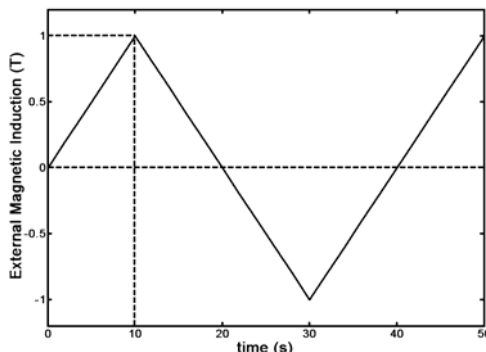


Fig. 2. Alternating magnetic induction: triangular waveform at 0.025 Hz.

We assume that the external magnetic induction is changing at a rate of $\dot{B}$ for a long time. In this case, the alternating magnetic induction is a triangular waveform with $\dot{B} = \pm 0.1$

Manuscript received 14 October 2009. This work was supported by the Commission on Higher Education and the Thailand Research Fund under Grant MRG5080229.

T. Satiramatekul is with the Faculty of Engineering, Kasetsart University, Kamphaengsaen Campus, Nakhon Pathom, 73140 Thailand (corresponding author to provide phone: +66-34-352-853; fax: +66-34-351-842; e-mail: thitipong.s@ku.ac.th).

F. Bouillault is with the Laboratoire de Génie Electrique de Paris, UMR 8507 CNRS, Supélec, Gif sur Yvette Cedex, 91192 France (e-mail: bouillault@lgep.supelec.fr).

T/s and its frequency is equal to 0.025 Hz, as shown in Fig. 2. The main current density in the superconducting square bar is supposed to be in the z-direction.

To consider the current flowing in the conductor matrix leads to three-dimensional problem modeling, we propose a two-dimensional technique to study this phenomenon. This is to divide the three-dimensional domain into several two-dimensional domains and to consider the result obtained in each two-dimensional domain. In this case, we divide the problem in Fig. 1 into four sections. Only the half of length ($L/2$) is studied due to the symmetry of the current.

If the total current in one of the superconducting square bars at a distance z from the centre of the bar is $I(z)$, there is some of this current $\Delta I(z)$ cross over the OFHC copper matrix to the other side between z and $z+\Delta z$. The relations of the current inside the superconducting square bar (I), the current crossing the OFHC copper matrix (ΔI), and the voltage for each section are obtained directly from Kirchhoff's and Ohm's laws. Finally, we can express the relation between the current and the electric field in the superconducting square bar in the matrix form, as the following equation:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8c & 6c & 4c & 2c \\ 6c & 6c & 4c & 2c \\ 4c & 4c & 4c & 2c \\ c & c & c & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{01} \\ E_{02} \\ E_{03} \\ E_{04} \end{bmatrix} \quad (1)$$

where the constant value $c = -L/(8R)$, R is the resistance of the conductor matrix in each section whose value could be calculated by using an electrokinetic formulation, and the electric fields E_{01} to E_{04} could be obtained as in [3].

In our case, for the given geometry of the problem in Fig. 1, the resistance between two superconducting squares bars of each section could be approximated by $R = 8\rho/L$ where ρ is the electrical resistivity of the normal conductor. **Moreover, in order to simplify this problem, we do not take into account the resistivity effect between the superconductor and the normal conductor interface.**

B. Modeling

In order to reflect the physical reality, we impose the boundary conditions of Dirichlet and Neumann on the edge of the domain. In this case, these boundary conditions are: $E = 0$ (Dirichlet) on one side and $\partial E / \partial n = \partial B_t / \partial t$ (Neumann) on a half of circle where B_t denotes the tangential component of the external magnetic induction. This last condition is imposed on the fictitious boundary of the normal conductor (Cu) which is made so that the distance from the center point is sufficiently large in order that the reaction field naturally tends to zero near the boundary of the normal conductor. For reasons of symmetry of the problem, the modeled domain is limited to a half of the problem (Fig. 3). To characterize the electrical behavior law of superconductor, we use an altering Bean's critical state model [5] to get a well behaved graph, as shown in [6]. For solving this problem, we propose a computer

algorithm, as shown in Fig. 4. The first process is to create a geometric model of the problem as in Fig. 3 by using SolidWorks®, then to generate a mesh and regenerate a supermesh in several sections by using COSMOSWorks® and Microsoft® Excel, respectively. The second process is the Finite Element Method process. For that, we use and modify an existed finite element program of LGEP. The results obtained from this program are the electric fields (E) and the potentials (V) (see in [1]–[3]). The final process is to calculate the current density (J), the magnetic induction (B), and the magnetization (M). J and B could be directly obtained from E . For M , it is calculated from the value of J . And in order to display the simulation results: the current density distributions, the magnetic induction distributions, and the magnetization cycles, we use a program on MATLAB®.

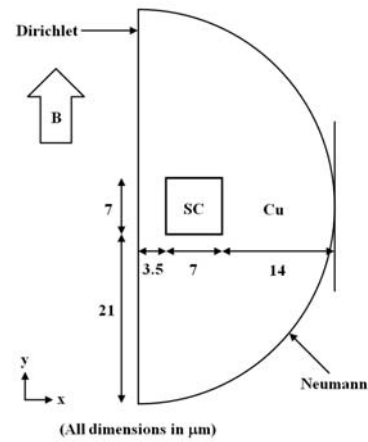


Fig. 3. Modeled domain of each section with imposed boundary conditions.

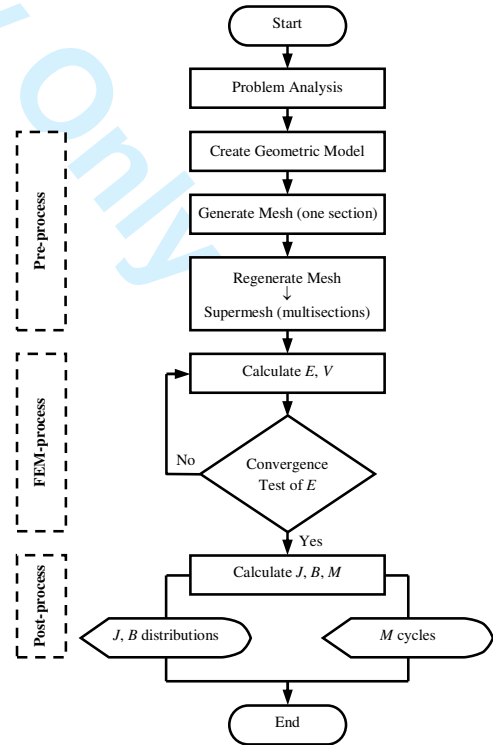


Fig. 4. Problem solving processes by using a proposed computer algorithm.