

Abstract

In this research project, we have considered two different kinds of free surface flow problem. One problem is the steady free surface flows past a semi-infinite flat plate and another problem is the unsteady free surface flows due to pressure distribution. In these problems, the fluid is of finite depth but it is infinite in extent in the flow direction. The fluid is assumed to be inviscid and incompressible while the flow is irrotational. By these, we can then analyze the problem via the complex potential theory. Some important findings for each problem are as follows.

For the free surface flows past a semi-infinite plate problem, we analyze the problem by three different approaches: Linear theory, Weakly nonlinear theory, and the fully nonlinear model. The weakly nonlinear theory is based on the famous partial differential equation called the Korteweg-de Vries equation (KdV) whereas the fully nonlinear model is solved numerically by an accurate boundary integral equation method. Behaviors of nonlinear waves are presented for various values of draft. We have shown the limitations for each approach and made some connections between the analytical and numerical results. Moreover, we found that breaking wave occurs when draft is very large.

Another problem we have considered is that the unsteady free surface flows due to an external forcing which is in the form of applied pressure distribution. We apply two different models for this study. These are the weakly nonlinear theory based on the forced Korteweg-de Vries equation (fKdV) and the fully nonlinear model which is solved numerically by the Mixed Eulerian Lagrangian approach (MEL). The main objective of the study is to investigate the stability of steady gravity-capillary wave when external forcing is applied. It is found that the depression waves perturbed by the uniform flows are stable while the depression waves perturbed by the solitary waves are unstable. In addition, the elevation waves perturbed by the uniform flows are stable when the forcing magnitude is small. Both the fKdV and the fully nonlinear models are able to predict these numerical findings, except in the case that the fKdV predicts oscillatory instability for depression waves whereas the fully nonlinear model predicts instability in the form of breaking wave.

บทคัดย่อ

ในโครงการวิจัยนี้ เราได้พิจารณาปัญหาการไหลที่มีพื้นผิวอิสระที่แตกต่างกันสองปัญหา ปัญหาหนึ่งคือ ปัญหาการไหลที่ไม่ขึ้นกับเวลาของพื้นผิวอิสระผ่านแผ่นบางที่ด้านหนึ่งมีความยาวไม่จำกัด และอีกปัญหาหนึ่งคือ ปัญหาการไหลที่ขึ้นกับเวลาของพื้นผิวอิสระเนื่องมาจากการกระจายความดัน ทั้งสองปัญหานี้เป็นปัญหาการไหลที่มีความลึกจำกัดแต่ระยะทางในทิศทางการไหลไม่จำกัด ของไหลถูกสมมติให้มีคุณสมบัติแบบไม่มีความหนืดและไม่สามารถอัดตัวได้ และการไหลเป็นแบบไม่มีการหมุนวน จากสมมติฐานเหล่านี้ ทำให้เราสามารถวิเคราะห์ปัญหาโดยใช้ทฤษฎี complex potential ได้ ผลสำคัญที่ได้สำหรับแต่ละปัญหามีดังต่อไปนี้

สำหรับปัญหาการไหลของพื้นผิวอิสระผ่านแผ่นบางที่ด้านหนึ่งมีความยาวไม่จำกัด เราวิเคราะห์ปัญหานี้โดยใช้สามวิธีที่แตกต่างกัน คือ ทฤษฎีเชิงเส้น ทฤษฎีไม่เชิงเส้นอย่างอ่อน และแบบจำลองไม่เชิงเส้น ทฤษฎีเชิงเส้นอย่างอ่อนจะอยู่บนพื้นฐานของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย ที่เรียกว่าสมการ Korteweg-de Vries หรือ KdV ขณะที่แบบจำลองไม่เชิงเส้นจะถูกประมาณโดยระเบียบวิธี boundary integral equation พฤติกรรมของคลื่นไม่เชิงเส้นได้ถูกนำเสนอสำหรับหลายๆ ค่าของระยะของแผ่นบางที่ถูกกดลงมา เราได้แสดงให้เห็นถึงข้อจำกัดของแต่ละวิธีและสร้างความเชื่อมโยงระหว่างผลที่ได้จากการวิเคราะห์และผลที่ได้จากการประมาณ นอกจากนี้เรายังพบว่าคลื่นจะมีการแตกตัวเมื่อระยะที่ถูกกดลงมามีขนาดใหญ่มากๆ ด้วย

อีกปัญหาหนึ่งที่เรากำลังพิจารณาคือ ปัญหาการไหลที่ขึ้นกับเวลาของพื้นผิวอิสระภายใต้อิทธิพลของแรงกระทำภายนอกที่อยู่ในรูปของการกระจายความดัน เราได้ประยุกต์แบบจำลองสองแบบที่แตกต่างสำหรับปัญหานี้ แบบจำลองหนึ่งคือ แบบจำลองของทฤษฎีคลื่นไม่เชิงเส้นอย่างอ่อนที่อยู่บนพื้นฐานของสมการ fKdV และอีกแบบจำลองหนึ่งคือ แบบจำลองไม่เชิงเส้นซึ่งจะถูกหาคำตอบโดยประมาณด้วยระเบียบวิธีของ MEL วัตถุประสงค์หลักของการศึกษานี้คือ เพื่อศึกษาความมีเสถียรภาพของคลื่นที่สถานะอยู่ตัวภายใต้อิทธิพลของแรงโน้มถ่วงและแรงตึงผิว ณ ขณะที่มีความยาวนอกกระทำต่อคลื่นนี้ พบว่าคลื่น depression ที่เกิดจากการรบกวนโดยการไหลแบบสม่ำเสมอมีเสถียรภาพ ขณะที่คลื่น depression ที่เกิดจากการรบกวนโดยคลื่น solitary ไม่มีเสถียรภาพ นอกจากนี้คลื่น elevation ที่เกิดจากการรบกวนโดยการไหลแบบสม่ำเสมอจะมีเสถียรภาพเมื่อขนาดของแรงที่มากระทำมีค่าน้อย ทั้งแบบจำลองของ fKdV และแบบจำลองไม่เชิงเส้นสามารถทำนายผลที่ได้จากการประมาณนี้ ยกเว้นในกรณีที่ว่า fKdV จะทำนายความไม่มีเสถียรภาพแบบสั้น ในขณะที่แบบจำลองไม่เชิงเส้นทำนายความไม่มีเสถียรภาพในรูปแบบของคลื่นที่มีการแตกตัว

Keywords: free surface, fKdV, boundary integral method, gravity-capillary, weakly nonlinear

(คำหลัก) พื้นผิวอิสระ แรงโน้มถ่วง แรงตึงผิว ไม่เชิงเส้นอย่างอ่อน