



รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

โครงการ การพัฒนาแขนกลที่ขับเคลื่อนด้วยกล้ามเนื้อประดิษฐ์ระบบนิวเมติกส์

โดย นายระดม พงษ์วุฒิธรรม

พฤษภาคม 2553

รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

โครงการการพัฒนาแขนกลที่ขับเคลื่อนด้วยกล้ามเนื้อประดิษฐ์ระบบนิวเมติกส์

ผู้วิจัย

สังกัด

1 นายระดม พงษ์วุฒิธรรม ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์
มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

สนับสนุนโดยสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา และสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย

(ความเห็นในรายงานนี้เป็นของผู้วิจัยสกอ. และ สกว. ไม่จำเป็นต้องเห็นด้วยเสมอไป)

บทคัดย่อ

รหัสโครงการ: MRG5180341

ชื่อโครงการ: การพัฒนาแขนกลที่ขับเคลื่อนด้วยกล้ามเนื้อประดิษฐ์ระบบนิวเมติกส์

ชื่อนักวิจัย และสถาบัน นายระดม พงษ์วุฒิธรรม

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

อีเมล: Radomp@yahoo.com

ระยะเวลาโครงการ: 2 ปี

บทคัดย่อ:

มีการประยุกต์ใช้กล้ามเนื้อประดิษฐ์ระบบนิวเมติกส์ที่หลากหลาย อาทิเช่น การใช้กล้ามเนื้อประดิษฐ์ระบบนิวเมติกส์ในหุ่นยนต์ อวัยวะเทียมและในงานอุตสาหกรรมต่างๆ จุดเด่นของกล้ามเนื้อประดิษฐ์ระบบนิวเมติกส์ คือการติดตั้งและใช้งานที่ง่ายเมื่อเทียบกับกระบอกนิวเมติกส์ และมีโครงสร้างที่ไม่ซับซ้อน กล้ามเนื้อประดิษฐ์ระบบนิวเมติกส์ยังมีความอ่อนนุ่ม ยืดหยุ่นและสามารถให้แรงที่สูงเมื่อเทียบกับน้ำหนักของตัวเอง อย่างไรก็ตามการควบคุมกล้ามเนื้อประดิษฐ์ระบบนิวเมติกส์นี้มีความยุ่งยากเนื่องจากค่าพารามิเตอร์ของตัวกล้ามเนื้อที่ไม่เป็นเชิงเส้น และมีการเปลี่ยนแปลงค่าตามเวลา เนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิภายนอกและการสึกหรอเนื่องมาจากการใช้งาน ดังนั้นตัวควบคุมแอดแพทีฟจึงมีความเหมาะสมที่ใช้ควบคุมเพื่อแก้ปัญหการควบคุมต่างๆที่ใช้กับกล้ามเนื้อประดิษฐ์ระบบนิวเมติกส์ เนื่องจากตัวควบคุมแอดแพทีฟสามารถถูกแบบได้โดยไม่ขึ้นกับค่าพารามิเตอร์ของตัวกล้ามเนื้อและปรับเปลี่ยนสัญญาณควบคุมตามค่าพารามิเตอร์ที่เปลี่ยนไป ในงานวิจัยนี้ทำการศึกษาและออกแบบตัวควบคุมแอดแพทีฟที่แก้ปัญหการควบคุมแบบติดตามสัญญาณ ภายใต้เงื่อนไขที่ค่าพารามิเตอร์ทุกตัวของกล้ามเนื้อและหุ่นยนต์ไม่ทราบค่า ภายใต้เงื่อนไขนี้เราสามารถพิสูจน์ว่าหุ่นยนต์สามารถติดตามสัญญาณ C^1 ทุกชนิด พฤติกรรมและประสิทธิภาพของตัวควบคุมได้ถูกศึกษาที่ได้เงื่อนไขที่พารามิเตอร์ทุกตัวของกล้ามเนื้อและหุ่นยนต์มีการเปลี่ยนแปลงอย่างมาก

คำหลัก : การติดตามสัญญาณ กล้ามเนื้อประดิษฐ์ระบบนิวเมติกส์ ตัวควบคุมแอดแพทีฟ

Abstract

Project Code : MRG5180341

Project Title : Development of Robot Arm Actuated by Pneumatic Muscles

Investigator : Radom Pongvuthithum

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering,
Chiang Mai University

E-mail Address : Radomp@yahoo.com

Project Period : 2 years

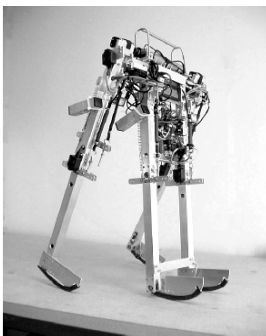
Abstract:

The artificial pneumatic muscles are used in various applications such as robotics, bio-robotics, biomechanics, artificial limb replacements and many industry tasks. The advantages of the pneumatic muscles are the ease of use compared to standard pneumatic cylinders and their simple construction. The pneumatic muscles are also soft, lightweight and have a high power/force to weight ratio. However, control of pneumatic muscle is difficult due to the physical parameters being nonlinear and time-varying due to temperature change and the deterioration of the pneumatic muscle materials when the muscles are used for an extended period of time. Therefore, adaptive control is suitable to solve control problems for the pneumatic muscles since it can be designed to be independent of all system parameters and be able to adapt to certain changes of the system parameters. In this report, we study the problem of adaptive output tracking for a multi-link robot arm actuated by two opposing pneumatic muscle groups. The two muscle groups are arranged to simulate the physiological model of the bicep-tricep system. An adaptive controller is designed under the condition that all physical parameters, such as the pneumatic muscle coefficients, length of the arm, mass, moment of inertia and etc., are unknown. Under this condition, we can prove that closed-loop trajectory of the joint angle can follow any C^1 signal and the angle error will be within a prescribed error in a finite time. Simulations of robot arms actuated by the pneumatic muscles are presented to demonstrate the robustness of our adaptive controller under severe changes of the system parameters and load variation.

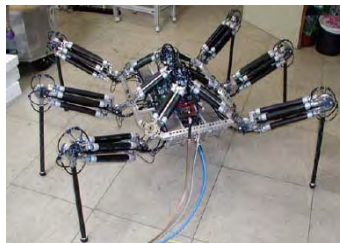
Keywords : output tracking, pneumatic muscles, adaptive control

1. Executive summary

กล้ามเนื้อประดิษฐ์ระบบนิวเมติกส์ถูกนำมาใช้งานอย่างหลากหลาย ได้แก่ อุปกรณ์ช่วยในการเคลื่อนไหวสำหรับคนพิการและผู้สูงอายุ อุปกรณ์ที่ช่วยเพิ่มความสามารถในแบกรับภาระที่มีน้ำหนักมาก ๆ หุ่นยนต์ที่เลียนแบบพฤติกรรมในการเคลื่อนไหว ฯลฯ โดยมีเหตุผลสำคัญที่ทั้งนักประดิษฐ์และนักวิจัยให้ความสนใจที่จะนำกล้ามเนื้อประดิษฐ์มาใช้งาน เนื่องจากมีความสะดวกสบาย โดยเฉพาะเมื่อเทียบกับระบบนิวเมติกส์ดั้งเดิมที่เป็นกระบอกสูบ โครงสร้างของกล้ามเนื้อประดิษฐ์มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน น้ำหนักเบา ให้กำลังงานและแรงมีค่าสูงเมื่อเทียบกับน้ำหนัก และมีความยืดหยุ่นตัว นอกจากนี้ ยังสามารถบิด ดัด หรืองอให้เข้ากับโครงสร้างหรือรูปร่างต่างๆ ได้ดี ปลอดภัยในการใช้งาน ซึ่งเป็นลักษณะเด่นที่มีความสำคัญมากเมื่อใช้งานที่ต้องมีการเชื่อมโยงกันระหว่างเครื่องจักรกับมนุษย์



(ก) หุ่นยนต์ที่เคลื่อนที่ 2 มิติ โดยติดตั้งกล้ามเนื้อประดิษฐ์ไว้ที่สะโพก



(ข) หุ่นยนต์แมลงหกขาที่ขับเคลื่อนด้วยกล้ามเนื้อประดิษฐ์



(ค) ชุดที่ช่วยในการเคลื่อนไหวสำหรับผู้สูงอายุและคนพิการสามารถพับและงอข้อศอก อีกทั้งยังสามารถบิดเข้าหาและออกนอกลำตัวได้

รูป 1.1 การประยุกต์ใช้งานของกล้ามเนื้อประดิษฐ์

ในการศึกษาคุณสมบัติของกล้ามเนื้อประดิษฐ์ ได้มีการพัฒนาแบบจำลองของกล้ามเนื้อประดิษฐ์มีการพัฒนาอยู่ 2 แนวทาง คือ ทางสถิติศาสตร์ และทางพลศาสตร์โดย Chou และ Hannaford [1], [2] และ Tondu และ Lopez [3] ได้พัฒนาแบบจำลองทางสถิติศาสตร์โดยใช้หลักการของงานเสมือนหาความสัมพันธ์ระหว่างแรง ความดัน และความยาว Reynolds et al. [4] และ [5] ได้พัฒนาแบบจำลองทางพลศาสตร์ โดยการคิดว่ากล้ามเนื้อประดิษฐ์สามารถแทนด้วยส่วนประกอบทางกล 3 ส่วน คือ ส่วนของสปริง ส่วนของตัวหน่วง และส่วนของแรงเนื่องจากการหดตัว ซึ่งในงานวิจัยในปัจจุบันแบบมีการใช้จำลองทางพลศาสตร์อย่างแพร่หลาย (ได้แก่ [6], [7], [8], [9] และ [10]) เพราะมีโครงสร้างของแบบจำลองที่ง่ายกว่า เมื่อเปรียบเทียบกับแบบจำลองทางสถิติศาสตร์

ถึงแม้ว่ากล้ามเนื้อประดิษฐ์มีข้อดีในหลายๆด้าน แต่กล้ามเนื้อประดิษฐ์มีความยุ่งยากในการควบคุม เพราะตัวแปรทางกายภาพมีความสัมพันธ์ไม่เป็นเชิงเส้นและเปลี่ยนแปลงตามเวลา เพื่อแก้ปัญหาเหล่านี้ได้มีกลุ่มนักวิจัยที่สนใจพัฒนาตัวควบคุม เพื่อแก้ปัญหาในการควบคุมระบบทางกลต่างๆ ที่ขับเคลื่อนด้วยกล้ามเนื้อประดิษฐ์ อาทิเช่น Lilly [6] ได้พัฒนาตัวควบคุมแบบอะแดปทีฟที่อ้างอิงเทียบ

กับแบบจำลองของระบบ (adaptive model reference controller) บนพื้นฐานของสไลดิงโหมด (sliding-mode) สำหรับตัวขับเคลื่อนแบบกล้ามเนื้อประดิษฐ์ ซึ่งตัวควบคุมแบบอ้างอิงเทียบกับแบบจำลองนี้ ต้องทราบรูปแบบฟังก์ชันที่แน่นอนในแต่ละพจน์ของแบบจำลองของระบบ Lilly และ Quesada [7] ได้พัฒนาตัวควบคุมแบบโรบัสต์ (robust control) บนพื้นฐานสไลดิงโหมด สำหรับแขนกลสองก้านที่ขับเคลื่อนด้วยกล้ามเนื้อประดิษฐ์ และ Lilly และ Yang [8] ได้ทำการพัฒนาตัวควบคุมแบบโรบัสต์บนพื้นฐานสไลดิงโหมด สำหรับตัวขับเคลื่อนแบบกล้ามเนื้อประดิษฐ์ ซึ่งตัวควบคุมแบบโรบัสต์นี้ ([7] และ [8]) มีความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชันของค่าขอบเขตในแต่ละพจน์ของแบบจำลองของระบบ จึงจำเป็นที่จะต้องทราบค่าขอบเขตในแต่ละพจน์ ซึ่งในการคำนวณค่าขอบเขตของแต่ละพจน์อาจจำเป็นต้องทราบค่า ตัวแปรทางกายภาพบางส่วนของแบบจำลองอีกด้วย อีกทั้งการออกแบบตัวควบคุมบนพื้นฐานของสไลดิงโหมด ([6], [7] และ [8]) มักจะเกิดปัญหาแชทเทอริง (chattering) เนื่องจากตัวควบคุมเป็นฟังก์ชันที่ไม่ต่อเนื่อง และ Lilly และ Chang [9] ได้ทำการพัฒนาตัวควบคุมแบบฟัซซี่พรีดิกทีฟ (Fuzzy predictive controller) ของแขนกลสองก้านที่ขับเคลื่อนด้วยกล้ามเนื้อประดิษฐ์ ซึ่งตัวควบคุมแบบฟัซซี่นี้เป็นการประมาณค่าแบบจำลองขึ้นจากการหาค่าเฉลี่ยจากแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นรอบจุดทำงานทั้งหมดในสเตตสเปซ (state space) จึงต้องทราบค่าตัวแปรทางกายภาพที่แน่นอนของระบบทั้งหมด

ในความเป็นจริง การเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิ และความเสื่อมสภาพของวัสดุที่ใช้ทำกล้ามเนื้อประดิษฐ์ เมื่อใช้งานเป็นเวลานานๆ มีผลทำให้ค่าสัมประสิทธิ์มีค่าที่ไม่แน่นอนและมีการเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา ดังนั้นการหาค่าของตัวแปรทางกายภาพที่แน่นอนจึงเป็นไปได้ยาก เพื่อเป็นการแก้ปัญหา ผู้วิจัยจึงขอเสนอที่จะพัฒนาตัวควบคุมที่เป็นอิสระจากตัวแปรทางกายภาพทุกตัวของระบบและสามารถปรับเปลี่ยนตามตัวแปรทางกายภาพที่เปลี่ยนแปลงไปได้ ซึ่งในงานวิจัยนี้เป็นการออกแบบ ตัวควบคุมแบบสำหรับแขนกลหรือหุ่นยนต์ที่ขับเคลื่อนด้วยกล้ามเนื้อประดิษฐ์ที่รองรับการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรทางกายภาพทุกๆค่า ซึ่งหากประสบความสำเร็จจะสามารถใช้เทคโนโลยีนี้เพื่อประดิษฐ์อวัยวะเทียมหรืออุปกรณ์ผ่อนแรงที่ขับเคลื่อนด้วยกล้ามเนื้อประดิษฐ์ระบบนิวเมติกส์สำหรับช่วยเหลือคนพิการและผู้สูงอายุ รวมถึงหุ่นยนต์ที่ใช้ในอุตสาหกรรมที่มีความปลอดภัยในการใช้งานที่มีประสิทธิภาพสูง

เอกสารอ้างอิง

- [1] C. P. Chou and B. Hannaford, "Static and Dynamic Characteristics of McKibben Pneumatic Artificial Muscles", *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Diego, CA, USA, May 1994.
- [2] C. P. Chou and B. Hannaford, "Measurement and Modeling of McKibben Pneumatic Artificial Muscles", *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 12, No. 1, 1996, pp. 90-102.
- [3] B. Tondu and P. Lopez, "Modeling and Control of McKibben Pneumatic Artificial Muscle Robot Actuators," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 20, No. 2, 2000, pp. 15-38.

- [4] D. B. Reynolds, D. W. Repperger, C. A. Philips and G. Bandry, "Dynamic characteristics of pneumatic muscle", *Computers in Biology and Medicine*. Submitted.
- [5] D. B. Reynolds, D. W. Repperger, C. A. Phillips, and G. Bandry, "Modeling the Dynamic characteristics of pneumatic muscle", *Ann. Biomed. Eng.*, vol. 31, 2003, pp. 310–317.
- [6] J. Lilly, "Adaptive tracking for pneumatic muscle actuators in bicep and tricep configurations" *IEEE Trans. Neural Systems Rehabilitation Eng.*, vol. 11, no. 3, Sep. 2003, pp. 333-339.
- [7] J. Lilly and P. Quesada, "A Two-Input Sliding-Mode Controller for a Planar Arm Actuated by Four Pneumatic Muscle Groups" *IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng.*, vol. 12, no. 3, Sep. 2004, pp. 349–359.
- [8] J. Lilly and L. Yang, "Sliding Mode Tracking for Pneumatic Muscle Actuators in Opposing Pair Configuration", *IEEE Trans. Control System Technology*, vol. 13, July 2005, pp. 550-558.
- [9] X. Chang and J. Lilly, "The Dynamics of PM Arm and Its Control", at University of Louisville, March 2003.

2. วัตถุประสงค์

- 2.1 ออกแบบตัวควบคุมสำหรับกล้ามเนื้อประดิษฐ์ระบบนิวเมติกส์
- 2.2 ทดสอบกล้ามเนื้อประดิษฐ์ระบบนิวเมติกส์และหาประสิทธิภาพของตัวควบคุม

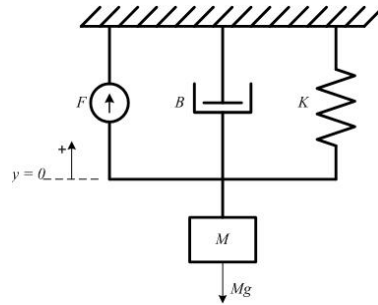
3. วิธีทดลอง

- 3.1 รวบรวมเอกสารที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่เกี่ยวกับการควบคุมกล้ามเนื้อประดิษฐ์ระบบนิวเมติกส์
- 3.2 ศึกษาและวิเคราะห์เพื่อหาเทคนิคและผลการวิจัยที่สำคัญและเกี่ยวข้องกับปัญหาที่ต้องการทำวิจัยของแขนกลที่ขับเคลื่อนด้วยกล้ามเนื้อประดิษฐ์
- 3.3 สร้างโปรแกรมเพื่อจำลองการทำงานของกล้ามเนื้อประดิษฐ์
- 3.4 ทำการศึกษาเพื่อหาตัวควบคุมของแขนกลหลายก้านต่อที่ขับเคลื่อนโดยกล้ามเนื้อประดิษฐ์
- 3.5 ทดสอบตัวควบคุมแขนกลที่ขับเคลื่อนด้วยกล้ามเนื้อประดิษฐ์ระบบนิวเมติกส์

4. ผลการศึกษา

แบบจำลองทางพลศาสตร์ของกล้ามเนื้อประดิษฐ์

แบบจำลองทางพลศาสตร์ของกล้ามเนื้อประดิษฐ์ใน [4] และ [5] ได้พิจารณาให้กล้ามเนื้อประดิษฐ์สามารถแทนด้วยส่วนประกอบทางกล 3 ส่วน ดังรูปที่ 1 ซึ่งก็คือ ส่วนของสปริง ส่วนของตัวหมุน และส่วนของแรงเนื่องจากการหดตัว โดยค่าสัมประสิทธิ์ทั้ง 3 ส่วนมีความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับความดันภายในของกล้ามเนื้อประดิษฐ์



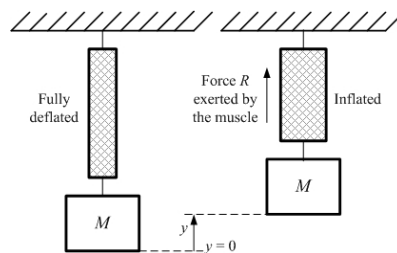
รูปที่ 1 แบบจำลองทางพลศาสตร์ของกล้ามเนื้อประดิษฐ์

เมื่อพิจารณารูปที่ 1 ดังนั้น แรงลัพธ์ที่กล้ามเนื้อประดิษฐ์ออกแรงกระทำกับมวลมีความสัมพันธ์เป็นดังนี้

$$R = F(P) - B(P)\dot{y} - K(P)y \quad (1)$$

โดยที่ K เป็นฟังก์ชันสัมประสิทธิ์ของสปริง B เป็นฟังก์ชันสัมประสิทธิ์ของตัวหน่วง และ F เป็นฟังก์ชันสัมประสิทธิ์ของแรงเนื่องจากการหดตัว

การทดลองใน [4] และ [5] เพื่อต้องการหาความสัมพันธ์ของฟังก์ชันสัมประสิทธิ์ทั้ง 3 ฟังก์ชัน โดยได้ทำการแขวนกล้ามเนื้อประดิษฐ์ในแนวตั้ง แล้วนำมวลมาผูกติดอยู่กับปลายด้านล่าง ดังรูปที่ 2 เมื่อกล้ามเนื้อประดิษฐ์พองตัวออก ทำให้กล้ามเนื้อประดิษฐ์หดสั้นลง แล้วจึงเกิดแรงดึงที่ยกมวลขึ้น โดยให้ $y = 0$ เป็นตำแหน่งที่กล้ามเนื้อประดิษฐ์ยืดตัวมากที่สุด ที่สภาวะความดันภายใน P คงที่ ทำให้แรง F คงที่ด้วย แบบจำลองในสภาวะนี้จึงประกอบด้วย ส่วนของสปริงกับตัวหน่วงต่อขนานกัน ซึ่งฟังก์ชันสัมประสิทธิ์ของสปริงกับตัวหน่วงสามารถหาได้โดยใช้วิธีการรบกวน (perturbation) ทางสถิติศาสตร์ ด้วยการทดสอบที่ค่าความดันคงที่หลายๆ ค่า ส่วนฟังก์ชันของแรงที่เกิดขึ้นเนื่องจากการหดตัวหาได้จากการตอบสนองของสัญญาณขาที่เป็นฟังก์ชันสเตพ (step) โดยพิจารณาพร้อมกับผลที่ได้จากในส่วนของสปริงและตัวหน่วงที่ได้จากการรบกวนทางสถิติศาสตร์



รูปที่ 2 กล้ามเนื้อประดิษฐ์ขณะเกิดแรงยกมวล

จากการทดลองใน [4] สามารถประมาณค่าสัมประสิทธิ์ของกล้ามเนื้อประดิษฐ์ทั้ง 3 ส่วน ให้มีความสัมพันธ์ขึ้นกับความดันภายในดังนี้

$$K(P) = K_0 + K_1P = 32.58 + 1.209P \quad (2)$$

$$B(P) = B_{0i} + B_{1i}P = 5.748 + 0.2719P \text{ (การหดตัว)} \quad (3ก)$$

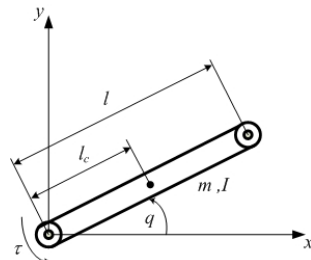
$$B(P) = B_{0d} - B_{1d}P = 3.41 - 0.0316P \text{ (การยืดตัว)} \quad (3ข)$$

$$F(P) = F_1P - F_2P^2 = 3.77P - 0.0138P^2 \quad (4)$$

สมการ (2) – (4) เป็นฟังก์ชันของความดันภายในสำหรับค่าความดันในช่วง $0 \leq P \leq 130$ psi ($1 \text{ psi} \approx 6.895 \text{ kPa}$)

พลศาสตร์ของแขนกล

เมื่อพิจารณาแขนกลแข็งเกร็งหนึ่งก้าน ดังรูปที่ 3 โดย q แทนมุมที่ข้อต่อ, l แทนความยาวของก้าน และ I_c แทนความยาวตั้งแต่จุดเริ่มต้นที่ฐานจนถึงจุดศูนย์กลางมวล



รูปที่ 3 แขนกลหนึ่งก้านที่เคลื่อนที่ในระนาบตามแนวตั้ง

พลังงานจลน์ของแขนกลนี้ คือ

$$T = \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} m l_c^2 \dot{q}^2 + \frac{1}{2} I \dot{q}^2 \quad (5)$$

โดยที่ I เป็นโมเมนต์ความเฉื่อยของก้านแขนกล และพลังงานศักย์ของแขนกล คือ

$$V = m g l_c \sin q \quad (6)$$

ดังนั้นจะได้ฟังก์ชันลากรางจ์เป็น

$$L = T - V = \frac{1}{2} m l_c^2 \dot{q}^2 + \frac{1}{2} I \dot{q}^2 - m g l_c \sin q \quad (7)$$

จากสมการออยเลอร์-ลากรางจ์ที่มีความสัมพันธ์เป็น $\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = \tau$ ดังนั้น เราสามารถหา

สมการพลศาสตร์ของแขนกลแข็งเกร็งหนึ่งก้านได้เป็นดังนี้

$$m l_c^2 \ddot{q} + I \ddot{q} + m g l_c \cos q = \tau$$

โดยที่ τ เป็นแรงบิดที่ต้องการในการขับเคลื่อนข้อต่อ

สำหรับหุ่นยนต์หลายก้านต่อเราสามารถใชสมการฟังก์ชันลากรางจ์ ได้ดังนี้

$$L = K - V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j - V(q)$$

โดยกำหนดให้ $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ เป็นเวกเตอร์ของเจนเนอไลซ์โคออร์ดิเนต (generalized coordinates) ถ้ากำหนดให้ $\tau = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n]^T$ เป็นเวกเตอร์ของเจนเนอไลซ์ฟอร์ซ (generalized forces) ที่กระทำกับระบบ เราจะได้ว่า

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} = \sum_{j=1}^n d_{kj}(q) \dot{q}_j$$

และ

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} = \sum_{j=1}^n d_{kj}(q) \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n d_{kj}(q) \dot{q}_j = \sum_j d_{kj}(q) \ddot{q}_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} \dot{q}_i \dot{q}_j$$

ดังนั้นสมการของออยเลอร์-ลากรางจ์ สามารถเขียนให้อยู่ในรูป

$$\sum_{j=1}^n d_{kj}(q) \ddot{q}_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left\{ \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} \right\} \dot{q}_i \dot{q}_j - \frac{\partial V}{\partial q_k} = \tau_k \quad \text{เมื่อ } k = 1, \dots, n$$

จัดรูปใหม่

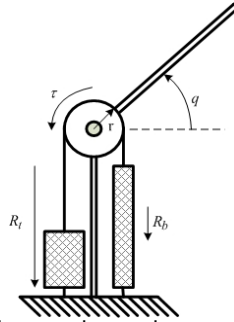
$$\sum_{j=1}^n d_{kj}(q) \ddot{q}_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ijk}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j + f_k(q) = \tau_k \quad (8)$$

โดยที่

$$c_{ijk} := \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial d_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} \right\} \quad \text{และ} \quad f_k = \frac{\partial V}{\partial q_k}$$

พลศาสตร์ของตัวขับเคลื่อนแบบกล้ามเนื้อประดิษฐ์

กำหนดให้แบบจำลองตัวขับเคลื่อนนี้มีลักษณะเป็นกลุ่มกล้ามเนื้อประดิษฐ์ 2 กลุ่มที่ออกแรงต่อต้านกัน นั่นคือ กลุ่มกล้ามเนื้อไบเซพกับไตรเซพ เพื่อจำลองให้เหมือนกับระบบกล้ามเนื้อมนุษย์ ดังรูปที่ 4



รูปที่ 4 แขนกลหนึ่งก้านที่ขับเคลื่อนด้วยกล้ามเนื้อประดิษฐ์

ดังนั้นพลศาสตร์ของตัวขับเคลื่อนแบบกล้ามเนื้อประดิษฐ์สามารถอธิบายได้ดังนี้ โดยสมมุติว่ามีกล้ามเนื้อประดิษฐ์ จำนวน n คู่ ถูกผูกเข้าด้วยกันรอบเฟืองที่มีรัศมี r ผลต่างของแรงดึงที่ต่อต้านกัน เป็นผลทำให้เกิดแรงบิดที่ขับเคลื่อนเฟือง และพิจารณาให้ค่าสัมประสิทธิ์ของกล้ามเนื้อประดิษฐ์ของกล้ามเนื้อไบเซพและไตรเซพไม่จำเป็นต้องมีค่าเหมือนกัน เมื่อให้ $R_t > R_b$ ทำให้แรงบิดที่เกิดขึ้นมีทิศทวนเข็มนาฬิกา ดังนั้น แรงบิดที่เฟืองที่ถูกขับเคลื่อนด้วยตัวขับเคลื่อนแบบกล้ามเนื้อประดิษฐ์ คือ

$$\tau = \tau_t - \tau_b = (R_t - R_b)r \quad (9)$$

โดยที่ R_b และ R_t เป็นแรงลัพธ์เนื่องจากกลุ่มกล้ามเนื้อ ไบเซพและไตรเซพ ตามลำดับ ซึ่งมีความสัมพันธ์เป็นไปตามสมการ (1) สามารถกำหนดได้ดังนี้

$$R_b = n(F_b - K_b x_b - B_b \dot{x}_b) \quad (10ก)$$

$$R_t = n(F_t - K_t x_t - B_t \dot{x}_t) \quad (10ข)$$

โดยที่ x_b และ x_t เป็นระยะขจัดของกล้ามเนื้อไบเซพ และไตรเซพ ตามลำดับ แทน (10) ลงในสมการ (9) ดังนั้น แรงบิดลัพธ์ที่ขับเคลื่อนเฟืองมีความสัมพันธ์เป็น

$$\tau = n(F_t - K_t x_t - B_t \dot{x}_t - F_b + K_b x_b + B_b \dot{x}_b) r \quad (11)$$

โดยที่ F_b , K_b และ B_b ขึ้นอยู่กับความดันภายในของกล้ามเนื้อไบเซพ ส่วน F_t , K_t และ B_t ขึ้นอยู่กับความดันภายในของกล้ามเนื้อไตรเซพ และมีความสัมพันธ์เป็นไปตามฟังก์ชันสัมประสิทธิ์ในสมการ (2) – (4)

เมื่อมุมข้อต่อ $q = -90^\circ$ เป็นช่วงที่กล้ามเนื้อไตรเซพยืดออกยาวที่สุด ส่วนกล้ามเนื้อไบเซพหดสั้นที่สุด และที่มุม $q = 90^\circ$ เป็นช่วงที่กล้ามเนื้อไตรเซพหดสั้นที่สุด ส่วนกล้ามเนื้อไบเซพยืดออกยาวที่สุด ดังนั้น ระยะขจัดของกล้ามเนื้อประติษฐ์ x_t และ x_b มีความสัมพันธ์เป็น

$$x_b = \left(\frac{\pi}{2} - q \right) r \quad (12ก)$$

$$x_t = \left(q + \frac{\pi}{2} \right) r \quad (12ข)$$

กำหนดให้ความดันภายในของกล้ามเนื้อไบเซพ P_b และไตรเซพ P_t มีความสัมพันธ์เป็น

$$P_b = P_{0b} - \Delta p \quad (13ก)$$

$$P_t = P_{0t} + \Delta p \quad (13ข)$$

โดยที่ P_{0b} และ P_{0t} เป็นความดันภายในเริ่มต้นที่เป็นค่าคงที่บวกใดๆ และ Δp เป็นความดันที่เปลี่ยนแปลงตามสัญญาณขาเข้าจากตัวควบคุม ด้วยการกำหนดใน (13) ทำให้ทั้งกล้ามเนื้อไบเซพและไตรเซพรับสัญญาณขาเข้าจากตัวควบคุมเดียวกันคือ Δp

ดังนั้น เราสามารถหาความสัมพันธ์ของแรงบิด τ ได้โดยอาศัยสมการ (11) - (13) และฟังก์ชันสัมประสิทธิ์ในสมการ (2) - (4) ได้ดังนี้

$$\tau = a_A \Delta p^2 - (b_B(t) \dot{q} + a_C q + a_D) \Delta p + b_E(t) \dot{q} + a_F q + a_G \quad (14)$$

โดยที่

$$a_A = n(F_{2b} - F_{2t}) r \quad (15ก)$$

$$b_B(t) = \begin{cases} -n(B_{1bi} + B_{1td}) r^2, & \dot{q} < 0 \\ 0, & \dot{q} = 0 \\ n(B_{1ti} + B_{1bd}) r^2, & \dot{q} > 0 \end{cases} \quad (15ข)$$

$$a_C = n(K_{1t} - K_{1b}) r^2 \quad (15ค)$$

$$a_D = \frac{n}{2} (4F_{2t} P_{0t} + 4F_{2b} P_{0b} + rK_{1b} \pi - 2F_{1t} - 2F_{1b}) r \quad (15ง)$$

$$b_E(t) = \begin{cases} -n(B_{0bi} - B_{0td} P_{0t} + B_{0td} + B_{0b} P_{0b}) r^2, & \dot{q} < 0 \\ 0, & \dot{q} = 0 \\ -n(B_{0bd} + B_{0ti} P_{0t} + B_{0ti} - B_{0d} P_{0b}) r^2, & \dot{q} > 0 \end{cases} \quad (15จ)$$

$$a_F = -n(K_{1b} P_{0b} + K_{1t} P_{0t} + K_{0b} + K_{0t}) r^2 \quad (15ฉ)$$

$$a_G = -\frac{n}{2} (-rK_{1b} P_{0b} \pi + 2F_{1b} P_{0b} - rK_{0b} \pi + 2F_{2t} P_{0t}^2 - 2F_{2b} P_{0b}^2 - 2F_{1t} P_{0b}^2 + rK_{0t} \pi + rK_{1t} P_{0t} \pi) r \quad (15ช)$$

สัมประสิทธิ์ใน (15) เกิดจากการพิจารณาให้กล้ามเนื้อไบเซพกับไตรเซพไม่จำเป็นต้องมีค่าสัมประสิทธิ์ของกล้ามเนื้อประติษฐ์เหมือนกัน โดยที่ตัวห้อย b และ t เป็นการกำหนดว่าเป็นตัวแปร

ของกล้ามเนื้อไบเซพ และไตรเซพ ตามลำดับ ส่วนตัวห้อย i และ d ของฟังก์ชัน B ถูกกำหนดให้
เหมาะสมกับสภาวะการหดตัว และการยืดตัว ตามลำดับ

เมื่อรวมสมการพลศาสตร์ของแขนกล n ข้อต่อ (8) เข้ากับสมการพลศาสตร์ของตัวขับเคลื่อน
แบบกล้ามเนื้อประติษฐ์ (14) และ (15) ดังนั้น สมการพลศาสตร์ของแขนกลที่ขับเคลื่อนด้วยกล้ามเนื้อ
ประติษฐ์ คือ

$$\ddot{q} = D^{-1}(q) \{A_A \bar{p} - H(q, \dot{q}, b_{Bi}(t)) \Delta p + B_E(t) \dot{q} + A_F q + \hat{a}_G - C(q, \dot{q}) \dot{q} - f(q)\} \quad (16)$$

โดยที่ แรงบิดของแต่ละข้อต่อคือ

$$\tau_i = a_{Ai} \Delta p_i^2 - h_i(q_i, \dot{q}_i, b_{Bi}(t)) \Delta p_i + b_{Ei}(t) \dot{q}_i + a_{Fi} q_i + a_{Gi}, \quad i = 1, \dots, n$$

เขียนเป็นรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\tau = A_A \bar{p} - H(q, \dot{q}, b_{Bi}(t)) \Delta p + B_E(t) \dot{q} + A_F q + \hat{a}_G$$

โดยที่

$$A_A = \text{diag}\{a_{Ai}\}$$

$$\bar{p} = [\Delta p_1^2, \Delta p_2^2, \dots, \Delta p_n^2]^T$$

$$\Delta p = [\Delta p_1, \Delta p_2, \dots, \Delta p_n]^T$$

$$H(q, \dot{q}, b_{Bi}(t)) = \text{diag}\{h_i(q_i, \dot{q}_i, b_{Bi}(t))\}$$

$$B_E(t) = \text{diag}\{b_{Ei}(t)\}$$

$$A_F = \text{diag}\{a_{Fi}\}$$

$$\hat{a}_G = [a_{F1}, a_{F2}, \dots, a_{Fn}]^T$$

การออกแบบตัวควบคุมแบบอะแดพทีฟ

ในการวิจัยนี้เราจะทำการออกแบบตัวควบคุม Δp ที่แก้ปัญหาในการบังคับให้มุมข้อต่อเคลื่อนที่
ตามเส้นทางการเคลื่อนที่ที่กำหนด สำหรับแขนกลที่ขับเคลื่อนด้วยกล้ามเนื้อประติษฐ์ โดยกำหนดให้
สัญญาณอ้างอิง $y_r(t) \in C^1$ สำหรับ $\varepsilon > 0$ ถ้าเราสามารถหาตัวควบคุม ที่ทำให้

ก) ตัวแปรสเทท $(q, \dot{q})$ ของระบบลูปปิด (closed-loop system) มีอยู่และหาค่าได้ (well-
defined) บนช่วงเวลา $[0, +\infty)$ และมีขอบเขตแบบวงกว้าง (globally bounded)

ข) สำหรับทุกๆ $[q(0), \dot{q}(0)]^T \in \mathcal{H}^{2n}$ มีค่าเวลาที่จำกัด (finite time) $T > 0$ ที่ทำให้มุมข้อต่อ
ของระบบลูปปิด (16) สอดคล้องกับ $|y(t) - y_r(t)| < \varepsilon \quad \forall t \geq T > 0$

ในการออกแบบตัวควบคุมแบบอะแดพทีฟ เริ่มแรก เรากำหนดตัวแปร สเททใหม่ให้เป็น
 $e = [e_1, \dots, e_n] = q - q_r$ และ $\bar{e} = [\bar{e}_1, \dots, \bar{e}_n] = \dot{q}$ ดังนั้นระบบ (16) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\dot{e} = \bar{e} - \dot{q}_r$$

$$\dot{\bar{e}} = D^{-1}(q) \{A_A \bar{p} - H(q, \dot{q}, b_{Bi}(t)) \Delta p + B_E(t) \dot{q} + A_F q + \hat{a}_G - C(q, \dot{q}) \dot{q} - f(q)\} \quad (17)$$

พิจารณาให้ฟังก์ชันเลียปูนอฟ

$$V = \frac{1}{2} e^T e + \frac{\mu_M}{2\lambda} \xi^T \xi \quad (18)$$

โดยกำหนดให้ตัวแปร $\xi_i = \bar{e}_i + (1+K)e_i$ ขณะที่ μ_M เป็นค่าคงที่บวกใดๆ ที่เป็นขอบเขตบนของเมตริกซ์ความเฉื่อย $D(q)$ และฟังก์ชันไม่ลด $K(t) \geq 1$ มีความสัมพันธ์เป็น

$$\dot{K} = \begin{cases} \text{sat}_\beta \left(\|q - q_r\| - \frac{\varepsilon}{2} \right), & \|q - q_r\| \geq \frac{\varepsilon}{2} \\ 0, & \|q - q_r\| < \frac{\varepsilon}{2} \end{cases} \quad \text{โดยที่} \quad K(0) = 1, \forall \beta > 0 \quad (19)$$

และฟังก์ชันอิ่มตัว $\text{sat}_\beta(s) \in \mathcal{R}$ ถูกกำหนดให้เป็น

$$\text{sat}_\beta(s) = \begin{cases} s, & |s| \leq \beta \\ \text{sgn}(s)\beta, & |s| > \beta \end{cases} \quad \forall s \in \mathcal{R} \quad (20)$$

ดังนั้นอนุพันธ์เมื่อเทียบกับเวลาของฟังก์ชันเลียปโนฟในสมการ (18) ภายใต้ระบบสมการ (17) คือ

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e^T \dot{e} + \frac{\mu_M}{\lambda} \xi^T \dot{\xi} \\ &= e^T \dot{e} - \frac{\mu_M}{\lambda} \xi^T D^{-1}(q) H(\cdot) \Delta p + \frac{\mu_M}{\lambda} \xi^T D^{-1}(q) \{B_E(t) \dot{q} + A_F q + \hat{a}_G - C(q, \dot{q}) \dot{q} - f(q)\} \\ &\quad + \frac{\mu_M}{\lambda} \xi^T \{(1+K)\dot{e} + \dot{K}e\} \end{aligned} \quad (21)$$

ใช้คุณสมบัติของระบบ (16) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} e_1 \dot{e}_1 &= e_1 \bar{e}_1 - e_1 \dot{q}_r \leq e_1 \bar{e}_1 + |e_1| M \leq e_1 \bar{e}_1 + K e_1^2 + \frac{M^2}{4K} \\ &= -e_1^2 + e_1 \xi_1 + \frac{M^2}{4K} \leq -\frac{e_1^2}{2} + \frac{\xi_1^2}{2} + \frac{M^2}{4K} \end{aligned}$$

ประยุกต์ใช้ในลักษณะเดียวกันกับพจน์ที่ $i = 2, \dots, n$ จะได้ว่า

$$e^T \dot{e} = \sum_{i=1}^n e_i \dot{e}_i \leq \sum_{i=1}^n \left(-\frac{e_i^2}{2} + \frac{\xi_i^2}{2} \right) + \frac{\Theta_1(n, M)}{K} \quad (22)$$

โดยที่ $\Theta_1(n, M) = \frac{nM^2}{4} > 0$ เป็นค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่า

จาก (21) เราสังเกตได้ว่าพจน์

$$\|B_E(t) \dot{q} + A_F q + \hat{a}_G\| \leq \Phi_E \|\dot{q}\| + \Phi_F \|q\| + \Phi_G \leq \Phi_E \|\bar{e}\| + \Phi_F \|e\| + \Phi_F M + \Phi_G \quad (23)$$

จากคุณสมบัติทางกายภาพของ (16) เราสามารถสรุปว่า

$$\begin{aligned} \|-C(q, \dot{q}) \dot{q} - f(q)\| &\leq C_M \|\dot{q}\|^2 + F_M \\ &= C_M \|\bar{e}\|^2 + F_M \end{aligned} \quad (24)$$

จาก (23) และ (24) เมื่อใช้ร่วมกับคุณสมบัติของก้านต่อจะได้ว่า

$$\begin{aligned}
& \frac{\mu_M}{\lambda} \xi^T D^{-1}(q) \{B_E(t) \dot{q} + A_F q + \hat{a}_G - C(q, \dot{q}) \dot{q} - f(q)\} \\
& \leq \frac{\mu_M}{\lambda} \|\xi\| \|D^{-1}(q)\| \|B_E(t) \dot{q} + A_F q + \hat{a}_G\| + \frac{\mu_M}{\lambda} \|\xi\| \|D^{-1}(q)\| \| -C(q, \dot{q}) \dot{q} - f(q) \| \\
& \leq \frac{\mu_M}{\lambda \mu_m} \|\xi\| (\Phi_E \|\bar{e}\| + \Phi_F \|e\| + \Phi_F M + \Phi_G) + \frac{\mu_M}{\lambda \mu_m} \|\xi\| (C_M \|\bar{e}\|^2 + F_M) \\
& \leq \|\xi\|^2 (K \|e\|^2 + K \|\bar{e}\|^2 + K \|\bar{e}\|^4 + K) + \frac{\Theta_2(\cdot)}{K} \\
& := \sum_{i=1}^n \xi_i^2 \rho(e, \bar{e}, K) + \frac{\Theta_2(\cdot)}{K} \tag{25}
\end{aligned}$$

โดยที่ $\Theta_2(\cdot) = \left(\frac{\mu_M}{\lambda \mu_m} \right)^2 \frac{\{\Phi_E^2 + \Phi_F^2 + C_M^2 + (\Phi_F M + \Phi_G + F_M)^2\}}{4} > 0$ เป็นค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่า

พิจารณาพจน์ที่เกี่ยวข้องกับ $K(t)$ ในสมการ (24) ร่วมกับคุณสมบัติของก้านต่อของหุ่นยนต์แข็งเกร็ง เราจะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\frac{\mu_M}{\lambda} \xi_i \{(1+K)\dot{e}_i + \dot{K}e_i\} & \leq \frac{\mu_M}{\lambda} |\xi_i| \{(1+K)(|\bar{e}_i| + M) + \beta |e_i|\} \\
& \leq \frac{\mu_M}{\lambda} |\xi_i| \{2K|\bar{e}_i| + 2KM + \beta |e_i|\} \\
& \leq \xi_i^2 (K^3 \bar{e}_i^2 + K^3 + K e_i^2) + \left(\frac{\mu_M}{\lambda} \right)^2 \frac{(4 + 4M^2 + \beta^2)}{4K}
\end{aligned}$$

ประยุกต์ใช้ในลักษณะเดียวกันกับพจน์ที่ $i = 2, \dots, n$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\frac{\mu_M}{\lambda} \xi^T \{(1+K)\dot{e} + \dot{K}e\} & \leq \sum_{i=1}^n \xi_i^2 (K^3 \bar{e}_i^2 + K^3 + K e_i^2) + \frac{\Theta_3(\cdot)}{K} \\
& := \sum_{i=1}^n \xi_i^2 \hat{\rho}_i(e_i, \bar{e}_i, K) + \frac{\Theta_3(\cdot)}{K} \tag{26}
\end{aligned}$$

โดยที่ $\Theta_3(\cdot) = n \left(\frac{\mu_M}{\lambda} \right)^2 \frac{(4 + 4M^2 + \beta^2)}{4} > 0$ เป็นค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่า

แทนผลที่ได้จาก (22), (25) และ (26) ลงใน (21) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\dot{V} & \leq \sum_{i=1}^n \left(-\frac{e_i^2}{2} + \frac{\xi_i^2}{2} \right) + \frac{\Theta_1(\cdot)}{K} - \frac{\mu_M}{\lambda} \xi^T D^{-1}(q) H(\cdot) \Delta p + \sum_{i=1}^n \xi_i^2 \rho(e, \bar{e}, K) + \frac{\Theta_2(\cdot)}{K} \\
& \quad + \sum_{i=1}^n \xi_i^2 \hat{\rho}_i(e_i, \bar{e}_i, K) + \frac{\Theta_3(\cdot)}{K} \\
\dot{V} & \leq \sum_{i=1}^n \left(-\frac{e_i^2}{2} + \frac{\xi_i^2}{2} \right) - \frac{\mu_M}{\lambda} \xi^T D^{-1}(q) H(\cdot) \Delta p + \sum_{i=1}^n \xi_i^2 (\rho(\cdot) + \hat{\rho}_i(\cdot)) + \frac{\Theta}{K} \tag{4.27}
\end{aligned}$$

โดยที่ $\Theta = \Theta_1(\cdot) + \Theta_2(\cdot) + \Theta_3(\cdot)$ เป็นค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่าและไม่ขึ้นอยู่ด้วย K

จากสมมุติฐานที่กำหนดไว้ว่า $\forall h_i(\cdot) > 0$ ซึ่ง $h_i(\cdot)$ ทุกตัวเป็นสมาชิกของเมตริกซ์ $H(\cdot) = \text{diag}(h_i(\cdot))$ ที่เป็นเมตริกซ์สมมาตรและเป็นค่าบวกแน่นอน จากคุณสมบัติ 2.1 ที่ว่าเมตริกซ์ความเฉื่อย $D(q)$ เป็นเมตริกซ์สมมาตรและเป็นค่าบวกแน่นอน ทำให้ $D^{-1}(q)$ ยังคงเป็นเมตริกซ์

สมมาตรและเป็นค่าบวกแน่นอนอีกด้วย ดังนั้น $D^{-1}(q)H(\cdot)$ จึงสมมาตรและเป็นค่าบวกแน่นอน เช่นเดียวกัน นั่นคือ

$$\xi^T D^{-1}(q)H(\cdot)\xi \geq 0 \quad (28)$$

เมื่อพิจารณา (27) และ (28) จึงเลือกตัวควบคุมที่มีความสัมพันธ์เป็น

$$\Delta p_i = \xi_i(1 + \rho(\cdot) + \hat{\rho}(\cdot)) \quad (29)$$

ซึ่ง $1 + \rho(\cdot) + \hat{\rho}(\cdot) \geq 0$ ดังนั้นเวกเตอร์ของสัญญาณเข้า Δp มีความสัมพันธ์เป็น

$$\Delta p = \psi(\cdot)\xi \quad (30)$$

โดยที่ $\psi(\cdot) = \text{diag}\{1 + \rho(\cdot) + \hat{\rho}(\cdot)\}$ เป็นเมตริกซ์สมมาตรและเป็นค่าบวกแน่นอน เมื่อทั้งเมตริกซ์ $H(\cdot)$, $D^{-1}(q)$ และ $\psi(\cdot)$ ต่างก็เป็นเมตริกซ์สมมาตรและเป็นค่าบวกแน่นอนทั้งหมด ดังนั้น

$$\xi^T D^{-1}(q)H(\cdot)\psi(\cdot)\xi \geq 0 \quad \text{หรือ} \quad \xi^T D^{-1}(q)H(\cdot)\Delta p \geq 0 \quad (31)$$

ดังนั้น(31) สามารถเขียนได้ว่า

$$\begin{aligned} -\frac{\mu_M}{\lambda} \xi^T D^{-1}(q)H(\cdot)\Delta p &\leq -\frac{1}{\lambda} \xi^T H(\cdot)\Delta p \\ &\leq -\sum_{i=1}^n \xi_i^2 \frac{h_i(\cdot)}{\lambda} \psi_i(\cdot) \end{aligned} \quad (32)$$

นอกจากนี้เราสามารถกำหนดว่า

$$\begin{aligned} h_i(\cdot) &\geq \lambda \\ \frac{h_i(\cdot)}{\lambda} &\geq 1 \end{aligned} \quad (33)$$

จาก (32) และ (33) พิจารณาร่วมกับ (27) จะได้ว่า

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (e_i^2 + \xi_i^2) + \frac{\Theta}{K} \leq -bV + \frac{\Theta}{K} \quad (34)$$

โดยที่ $b = \min\left\{1, \frac{\lambda}{\mu_M}\right\} > 0$

ในส่วนที่เหลือคือเราต้องแสดงให้เห็นว่าตัวแปรสเทททุกตัวในระบบวงปิด นั้นมีอยู่และหาค่าได้บนช่วงเวลา $[0, +\infty)$ และมีขอบเขต นอกจากนี้ เมื่อกำหนดให้ $\varepsilon > 0$ เป็นบวกใดๆ และมีค่าเวลาจำกัด T_ε ที่ทำให้ความผิดพลาดของการติดตามตำแหน่งไม่เกิน $\|q - q_r\| \leq \varepsilon$ สำหรับ $\forall t \geq T_\varepsilon$

จากสมการ (37) จะได้ว่า

$$\dot{V} \leq -bV + \Theta \quad (35)$$

ซึ่งมีความหมายว่า (e, ξ, K) มีอยู่และหาค่าได้บนช่วงเวลา $[0, +\infty)$ และ (e, ξ) มีขอบเขต โดยเซตกระชับ $\Omega = \left\{e, \xi \mid V(e, \xi) \leq a, \forall a \geq \frac{\Theta}{b}\right\}$ ที่ไม่เปลี่ยนแปลง เนื่องจาก V เป็นค่าบวกแน่นอนและเรเดียลลิอันเบาน์เด็ด ส่วน $\dot{V}$ เป็นค่ากึ่งลบแน่นอน สำหรับ $\forall e, \xi \in \Omega$ จากนั้นเราต้องการแสดงว่า $K(t)$ มีขอบเขต โดยใช้การพิสูจน์ให้ขัดแย้งกับสมมุติฐานที่ว่า $K(t)$ ไม่มีขอบเขต นั่นคือ ต้องมีค่าเวลาจำกัด T^* ที่ทำให้

$$K(t) \geq \frac{\Theta}{\varepsilon^*}, \quad \varepsilon^* = \frac{b\varepsilon^2}{16} \quad \text{สำหรับ } \forall t \geq T^*$$

และจากสมการ (35) เขียนได้เป็น

$$\dot{V} \leq -bV + \varepsilon^* \quad \text{สำหรับ } \forall t \geq T^*$$

ดังนั้น

$$V(t) \leq e^{-b(t-T^*)} \left(V(T^*) - \frac{\varepsilon^*}{b} \right) + \frac{\varepsilon^*}{b} \quad \text{สำหรับ } \forall t \geq T^* \quad (36)$$

ผลส่วนนี้มีความหมายว่ามีค่าเวลาจำกัดค่าอื่นคือ T_1 ที่ทำให้

$$\frac{\|q - q_r\|^2}{2} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n e_i^2 \leq V(t) \leq \frac{2\varepsilon^*}{b} = \frac{\varepsilon^2}{8} \quad \text{สำหรับ } \forall t \geq T_1$$

ซึ่งขัดแย้งกับสมมุติฐานที่ว่า $K(t)$ ไม่มีขอบเขต เมื่อ

$$\dot{K}(t) = 0 \quad \text{สำหรับ } \forall t \geq T_1$$

นั่นคือ $K(t)$ มีขอบเขต เราจึงสามารถสรุปได้ว่า ทุกตัวแปรสเตท $(e, \bar{e}, K)$ ของสมการ (17), (29) และ (19) นั้นมีอยู่และหาค่าได้บนช่วงเวลา $[0, +\infty)$ และมีขอบเขต ทำให้การเคลื่อนที่ของระบบวงปิดที่เกิดขึ้นโดยสมการ (17), (29) และ (19) มีอยู่และหาค่าได้บนช่วงเวลา $[0, +\infty)$ และมีขอบเขต

เมื่อค่าอินทิเกรตของ $\dot{K}(t)$ ตั้งแต่ 0 ถึงค่าอนันต์ แล้วมีค่า และเป็นค่าจำกัด นั่นคือ

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \dot{K}(\tau) d\tau = K(\infty) - K(0) < +\infty$$

เมื่อพิสูจน์โดยใช้บทตั้งของบาบาแลต(Barbalat's lemma)จะได้ว่า

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{K}(t) = 0$$

จากผลส่วนนี้เมื่อพิจารณาร่วมกับสมการ (19) มีความหมายว่ามีค่าเวลาจำกัด T_ε ที่ทำให้

$$\|q(t) - q_r(t)\| \leq \varepsilon \quad \text{สำหรับ } t \geq T_\varepsilon > 0$$

การทดสอบตัวควบคุมแขนกลที่ขับเคลื่อนด้วยกล้ำมเนื้อประดิษฐ์ระบบนิวเมติกส์

ในหัวข้อนี้ เราต้องการแสดงประสิทธิภาพของแผนการควบคุมแบบอะแดพทีฟที่พัฒนาขึ้น โดยได้ทำการยกตัวอย่างการจำลองการเคลื่อนที่ของตัวควบคุมในกรณีของแขนกลสองก้านที่ขับเคลื่อนด้วยกล้ำมเนื้อประดิษฐ์ และใช้ตัวควบคุมตามแผนการควบคุมแบบอะแดพทีฟที่ได้พัฒนาขึ้นดังนี้

เมื่อพิจารณาพลศาสตร์ของแขนกลสองก้านที่ขับเคลื่อนด้วยกล้ำมเนื้อประดิษฐ์ พบว่าสมการพลศาสตร์มีรูปแบบที่สอดคล้องกับรูปแบบทั่วไปของพลศาสตร์สำหรับหุ่นยนต์หลายก้านที่ขับเคลื่อนด้วยกล้ำมเนื้อประดิษฐ์ นั่นคือ

$$\ddot{q} = D^{-1}(q) \{ A\bar{p} - H(q, \dot{q}, b_{Bi}(t))\Delta p + B_E(t)\dot{q} + A_F q + \hat{a}_G - C(q, \dot{q})\dot{q} - f(q) \} \quad (37)$$

จากความสัมพันธ์ของตัวควบคุมในสมการ (29) สามารถกำหนดเป็นตัวควบคุมสำหรับกรณีนี้เป็น

$$\begin{bmatrix} \Delta p_1 \\ \Delta p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_1(1 + \rho + \hat{\rho}_1) \\ \xi_2(1 + \rho + \hat{\rho}_2) \end{bmatrix} \quad (38)$$

โดยที่ $\rho = K\|e\|^2 + K\|\bar{e}\|^2 + K\|\bar{e}\|^4 + K$, $\hat{\rho}_1 = K^3\bar{e}_1^2 + K^3 + Ke_1^2$ และ $\hat{\rho}_2 = K^3\bar{e}_2^2 + K^3 + Ke_2^2$
ขณะที่อัตราขยายสัญญาณแบบอะแดปทีฟมีความสัมพันธ์เป็น

$$\dot{K} = \begin{cases} \text{sat}_\beta \left(\|q - q_r\| - \frac{\varepsilon}{2} \right), & \|q - q_r\| \geq \frac{\varepsilon}{2} \\ 0, & \|q - q_r\| < \frac{\varepsilon}{2} \end{cases} \quad \text{โดยที่ } K(0) = 1, \forall \beta > 0 \quad (39)$$

ระบบวงปิด (37), (38) และ (4.39) ถูกจำลองการเคลื่อนที่โดยกำหนดตัวแปรทางกายภาพของ
แขนกลดังนี้ $m_1 = m_2 = 1$ slug, $l_1 = 20$ in., $l_{c1} = 10$ in., $l_2 = 20$ in., $l_{c2} = 10$ in., $r_1 = 2$ in. และ $r_2 =$
3 in. นอกจากนี้ยังกำหนดให้ใช้กล้ามเนื้อประดิษฐ์ สำหรับข้อต่อแรกจำนวน 6 คู่ ($n_1 = 6$) และสำหรับ
ข้อต่อที่สองจำนวน 3 คู่ ($n_2 = 3$)

ตัวควบคุมถูกออกแบบบนพื้นฐานความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันโพลีโนเมียลของสัมประสิทธิ์
กล้ามเนื้อประดิษฐ์โดยคิดว่ากลุ่มกล้ามเนื้อไบเซพและไตรเซพไม่จำเป็นต้องมีสัมประสิทธิ์ของ
กล้ามเนื้อประดิษฐ์ เหมือนกัน และยังสมมุติว่ากล้ามเนื้อประดิษฐ์ ทุกมัดในแต่ละข้อต่อรับคำสั่งจาก
สัญญาณขาเข้าสัญญาณเดียวกัน นั่นคือ Δp_1 และ Δp_2 เป็นสัญญาณขาเข้าสำหรับข้อต่อแรก และข้อ
ต่อที่สอง ตามลำดับ

พิจารณาตารางที่ 1 เป็นการกำหนดค่าคงที่ของสัมประสิทธิ์กล้ามเนื้อประดิษฐ์ โดยกลุ่มแรก
เป็นค่ากลางซึ่งเป็นค่าที่ได้จากการทดลองใน Reynolds at el. (Trans.) ส่วนกลุ่มที่สองและสาม
กำหนดให้ค่าคงที่เพิ่มขึ้น 50% (+50%) และลดลง 50% (-50%) จากค่ากลาง ตามลำดับ ตาม
ความสัมพันธ์สมการ (2.33) แสดงว่ากลุ่มค่าสัมประสิทธิ์มีค่าเพิ่มขึ้น 50% (หรือลดลง 50%)
หมายความว่า แรงเกิดขึ้นโดยกลุ่มกล้ามเนื้อประดิษฐ์ จะเพิ่มขึ้น 50% (หรือลดลง 50%) ด้วย ทั้งที่
เป็นกล้ามเนื้อไบเซพและไตรเซพ

ตาราง 1 กลุ่มค่าสัมประสิทธิ์ของกล้ามเนื้อประดิษฐ์

สัมประสิทธิ์	ค่ากลาง	+50%	-50%
F_1	3.7700	5.6550	1.8850
F_2	0.1380	0.2070	0.0690
K_0	32.5800	48.8700	16.2900
K_1	1.2090	1.8135	0.6045
B_{0i}	5.7480	8.6220	2.8740
B_{1i}	0.2719	0.4079	0.1360
B_{0d}	3.4100	5.1150	1.7050
B_{1d}	0.0316	0.0474	0.0158

เราได้กำหนดกรณีศึกษาของการจำลองการเคลื่อนที่ภายใต้ตัวควบคุม ดังตารางที่2 จากความคิดที่ว่ากลุ่มกล้ามเนื้อไบเซพและไตรเซพไม่จำเป็นต้องมีค่าสัมประสิทธิ์ของกล้ามเนื้อประดิษฐ์เท่ากัน โดยกำหนดให้ในกรณี ก เป็นกรณีที่มีค่าสัมประสิทธิ์เหมือนกัน ส่วนกรณี ข, ค, ง และ จ เป็นกรณีที่มีค่าสัมประสิทธิ์ต่างกัน

ตาราง2 กรณีศึกษาของการจำลองการเคลื่อนที่

กรณี	ข้อต่อแรก		ข้อต่อที่สอง	
	ไบเซพ1 (b1)	ไตรเซพ1 (t1)	ไบเซพ2 (b2)	ไตรเซพ2 (t2)
ก	ค่ากลาง	ค่ากลาง	ค่ากลาง	ค่ากลาง
ข	+50%	-50%	+50%	-50%
ค	-50%	+50%	-50%	+50%
ง	+50%	-50%	-50%	+50%
จ	-50%	+50%	+50%	-50%

สำหรับการจำลองการเคลื่อนที่ของระบบนี้ เราใช้ค่า $\mathcal{E} = 0.1$ rad. และ $\beta = 10$ โดยให้ค่าเริ่มต้น $q_1(0) = q_2(0) = 1$ rad. และ $\dot{q}_1(0) = \dot{q}_2(0) = 0.01$ rad./s สมมุติให้ความดันภายในมีค่าเริ่มต้น $P_{0b1} = 40$ psi, $P_{0t1} = 60$ psi, $P_{0b2} = 60$ psi และ $P_{0t2} = 40$ psi นอกจากนี้ เพื่อให้ความดันภายในมีการเปลี่ยนแปลงอยู่ภายในช่วงความดัน $0 \leq P \leq 130$ psi ได้กำหนดเงื่อนไขเพิ่มเติมว่า ถ้าความดันภายในมีค่าต่ำกว่า 0 psi ก็กำหนดให้ความดันภายในมีค่าเท่ากับ 0 psi ถ้าความดันภายในมีค่ามากกว่า 130 psi ก็กำหนดให้ความดันภายในมีค่าเท่ากับ 130 psi ทั้งกล้ามเนื้อไบเซพและไตรเซพ

เราทำการทดสอบความสามารถในการติดตามตำแหน่งของปลายแขนในพิกัดคาร์ทีเซียน (พิกัด x-y) โดยต้องการให้ปลายแขนเคลื่อนที่เป็นวงกลมซึ่งมีความสัมพันธ์ของตำแหน่งอ้างอิงดังนี้

$$x_d = 16 + 8\sin(0.4\pi \cdot t) \quad \text{in.} \quad (40ก)$$

$$y_d = 16 + 8\cos(0.4\pi \cdot t) \quad \text{in.} \quad (40ข)$$

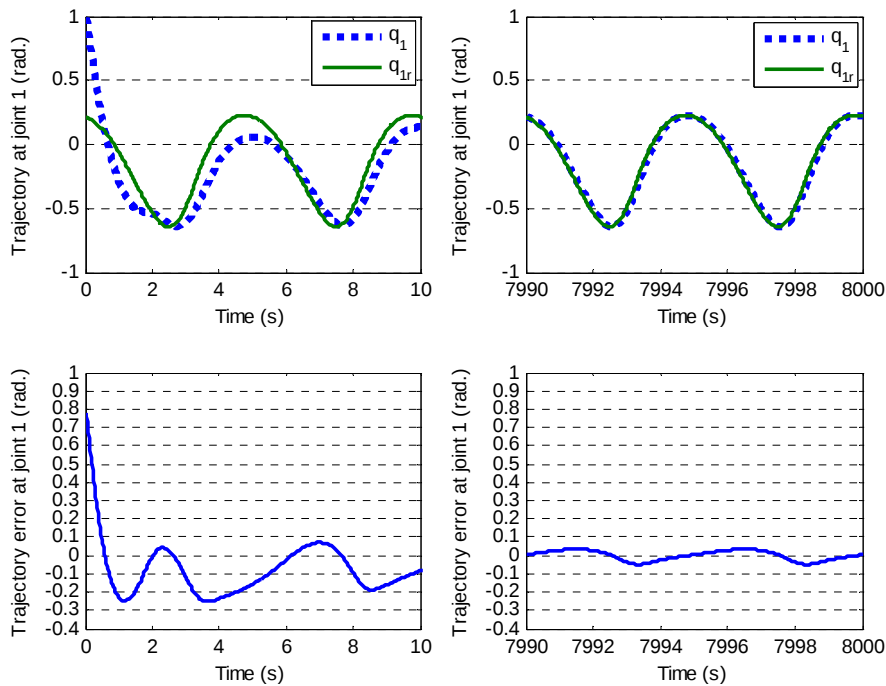
โดยที่ x_d เป็นพิกัดของปลายแขนที่ต้องการตามแนวแกน x และ y_d เป็นพิกัดของปลายแขนที่ต้องการตามแนวแกน y ขณะที่ตำแหน่งอ้างอิงสำหรับตัวควบคุมต้องระบุเป็นมุมข้อต่อ จึงต้องมีการแปลงจากพิกัดคาร์ทีเซียนกลับเป็นมุมข้อต่อ โดยใช้หลักการของจลนศาสตร์ผกผันในภาคผนวก ค.4

จากการจำลองการเคลื่อนที่ของระบบวงปิด (37), (38) และ (39) ที่มีตำแหน่งอ้างอิงเคลื่อนที่เป็นวงกลมตามสมการ (40) ได้แสดงการเปลี่ยนแปลงของมุมและค่าความผิดพลาดของมุมข้อต่อแรกในกรณี ก, ข, ค, ง และ จ ดังรูปที่ 5, 9, 13, 17 และ 20 ตามลำดับ และการเปลี่ยนแปลงของมุมและค่าความผิดพลาดของมุมข้อต่อที่สองในกรณี ก, ข, ค, ง และ จ ดังรูปที่ 6, 10, 14, 18 และ 22 ตามลำดับ นอกจากนั้น ได้แสดงนอร์มของค่าความผิดพลาดในกรณี ก, ข, ค, ง และ จ ดังรูปด้านล่างของรูปที่ 7,

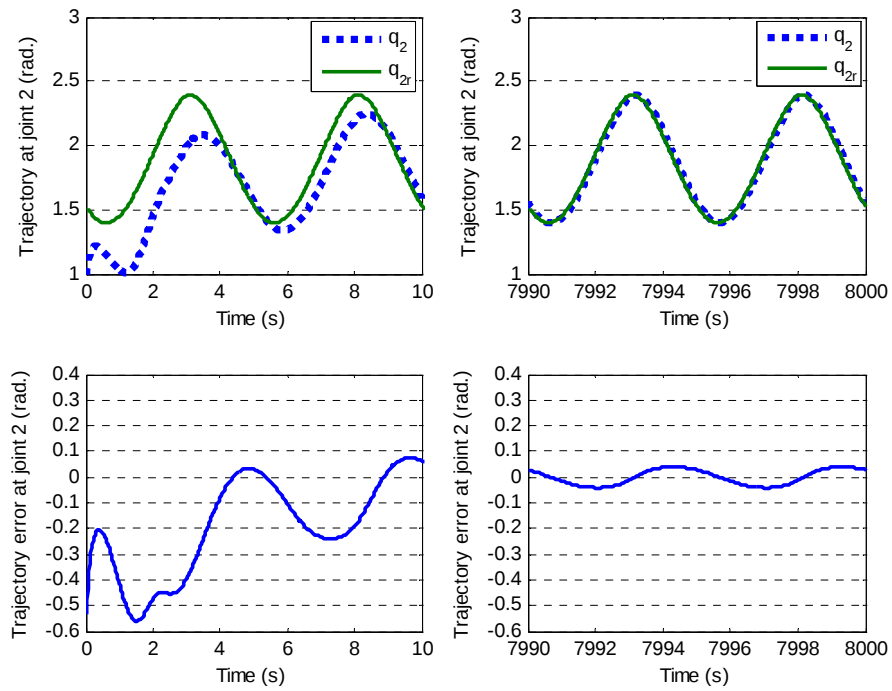
11, 15, 19 และ 23 ตามลำดับ พบว่าในทุกกรณีสามารถบังคับให้นอร์มของค่าความผิดพลาดไม่เกิน $\|q(t) - q_r(t)\| < \varepsilon$ เมื่อ $\varepsilon = 0.1$ rad. หลังจากค่าเวลาจำกัด ค่าหนึ่ง

รูปด้านบนของรูปที่ 7, 11, 15, 19 และ 23 ได้แสดงอัตราขยายสัญญาณในกรณี ก, ข, ค, ง และ จ ตามลำดับ พบว่าในทุกกรณีสามารถระบุได้ว่าฟังก์ชันอัตราขยายสัญญาณ $K(t)$ ที่กำหนดใน (4.32) เป็นฟังก์ชันไม่ลดและมีขอบเขตบนช่วงเวลา $[0, \infty)$

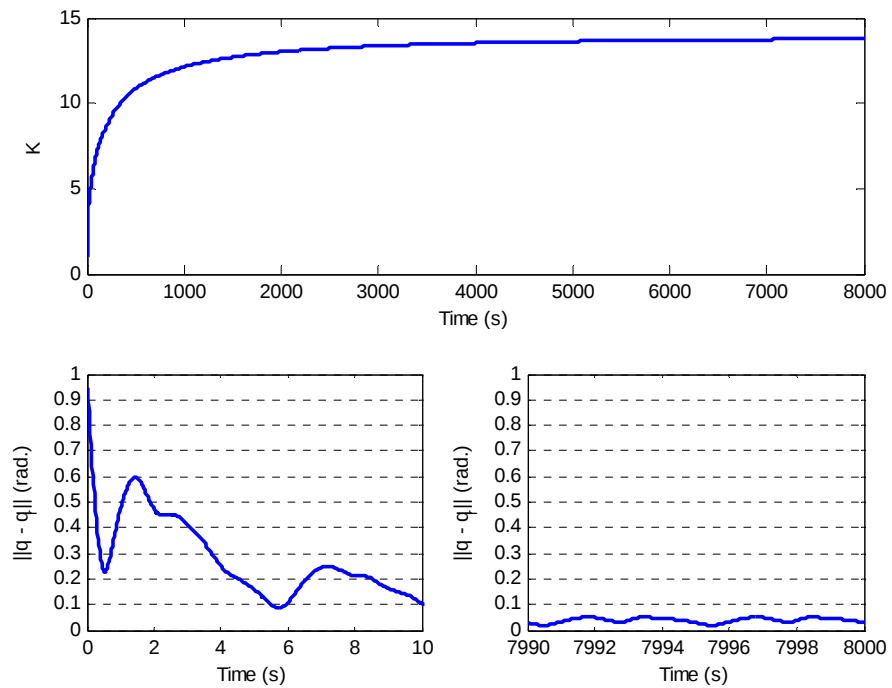
การเปลี่ยนแปลงของสัญญาณขาเข้า Δp_1 และ Δp_2 กับความดันภายใน P_{b1} , P_{b2} , P_{r1} และ P_{r2} ของทั้ง 2 ข้อต่อ ดังแสดงในรูป 8, 12, 16, 20 และ 24 ตามลำดับ ซึ่งพบว่าความดันภายใน P_{b1} , P_{b2} , P_{r1} และ P_{r2} ในทุกกรณี มีการเปลี่ยนแปลงอยู่ภายในช่วงความดัน $0 \leq P \leq 130$ psi



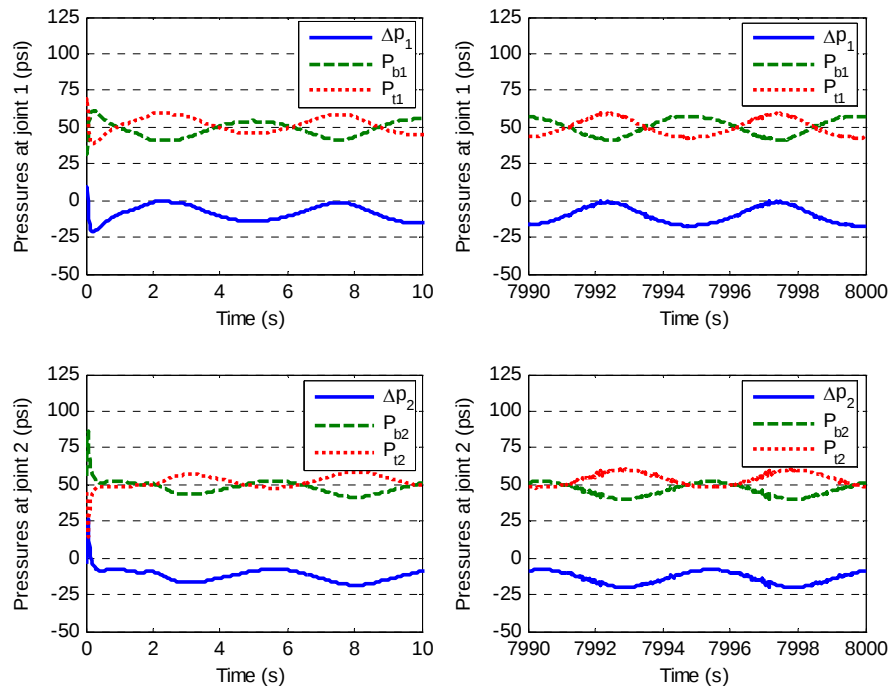
รูป 5 การเปลี่ยนแปลงของมุม และค่าความผิดพลาดของมุมข้อต่อแรกในกรณี ก



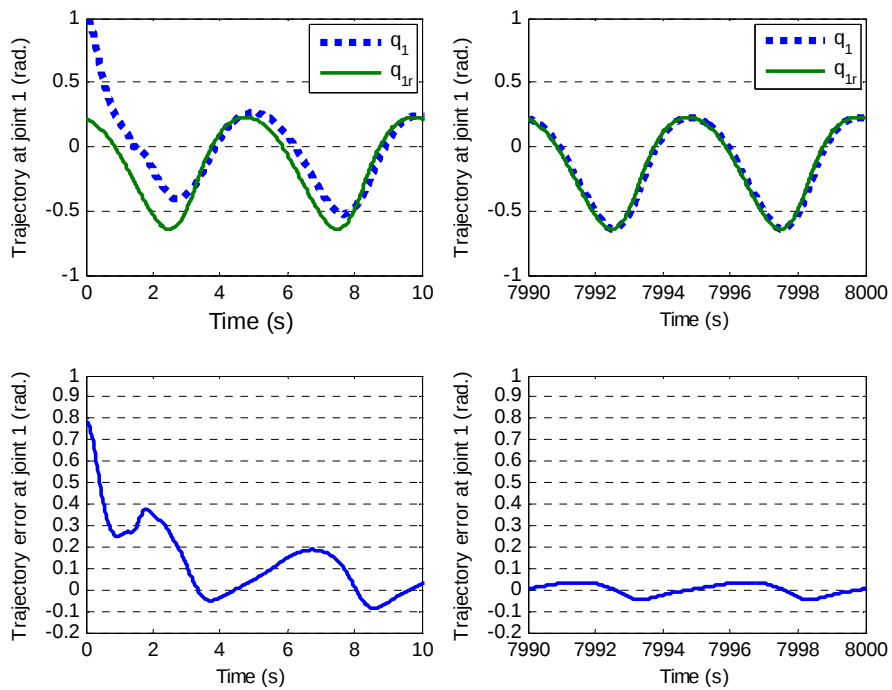
รูป 6 การเปลี่ยนแปลงของมุม และค่าความผิดพลาดของมุมข้อต่อที่สองในกรณี ก



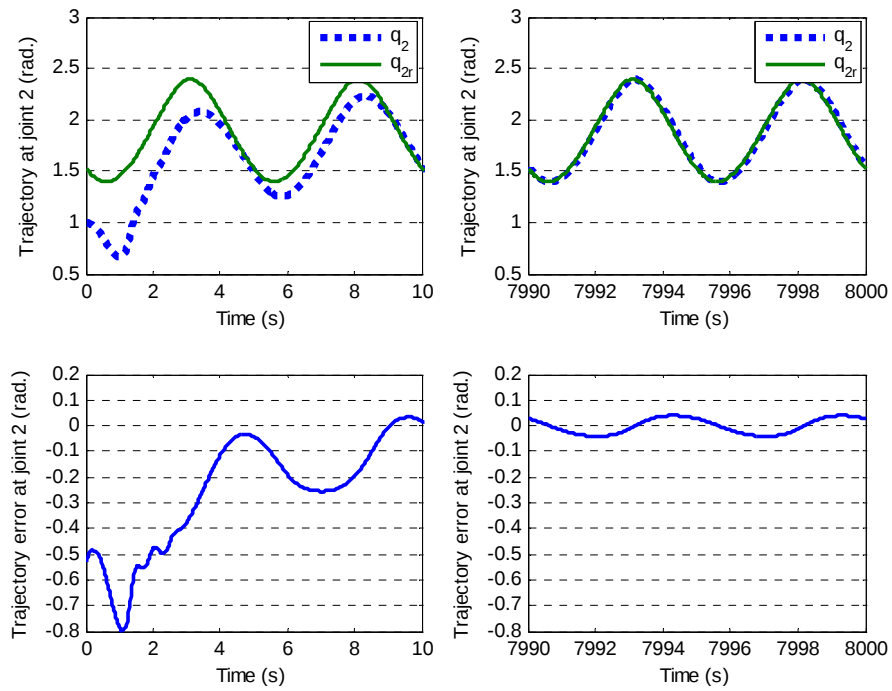
รูป 7 อัตราการขยายสัญญาณแบบอะแดปทีฟ และนอร์มของค่าความผิดพลาดในกรณี ก



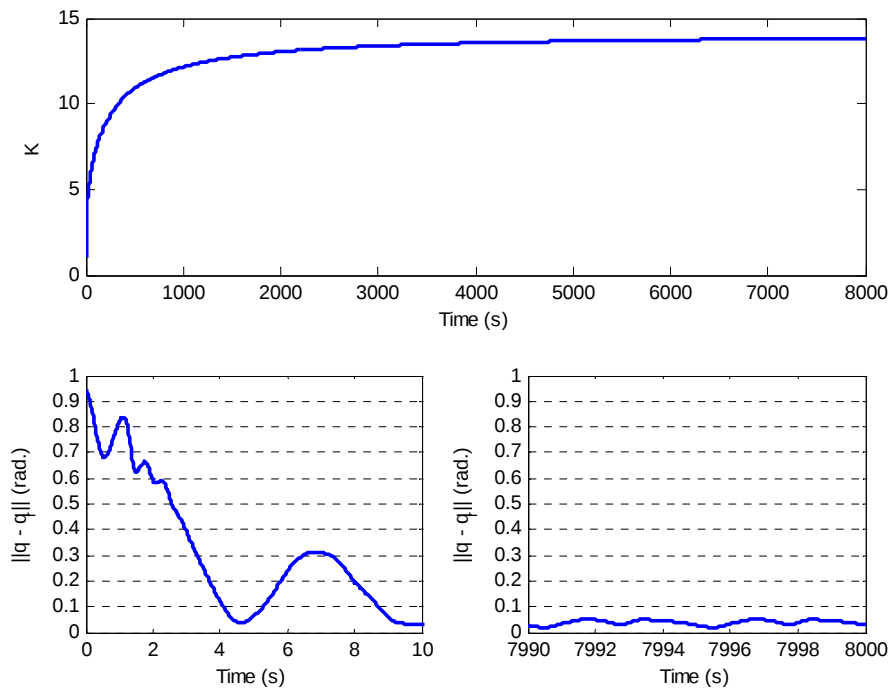
รูป 8 การเปลี่ยนแปลงความดันที่ข้อต่อแรก และข้อต่อที่สองในกรณี ก



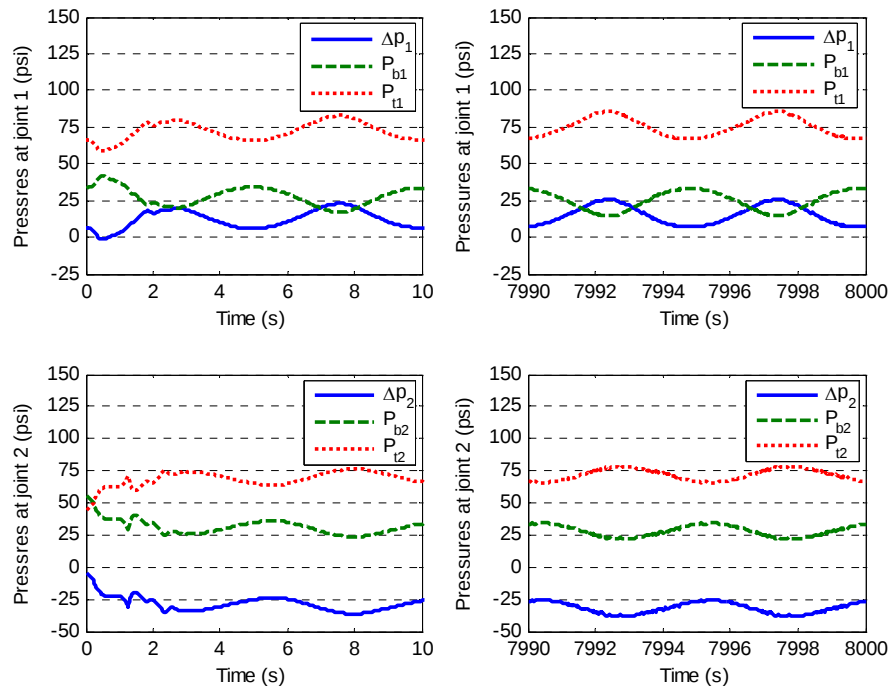
รูป 9 การเปลี่ยนแปลงของมุม และค่าความผิดพลาดของมุมข้อต่อแรกในกรณี ข



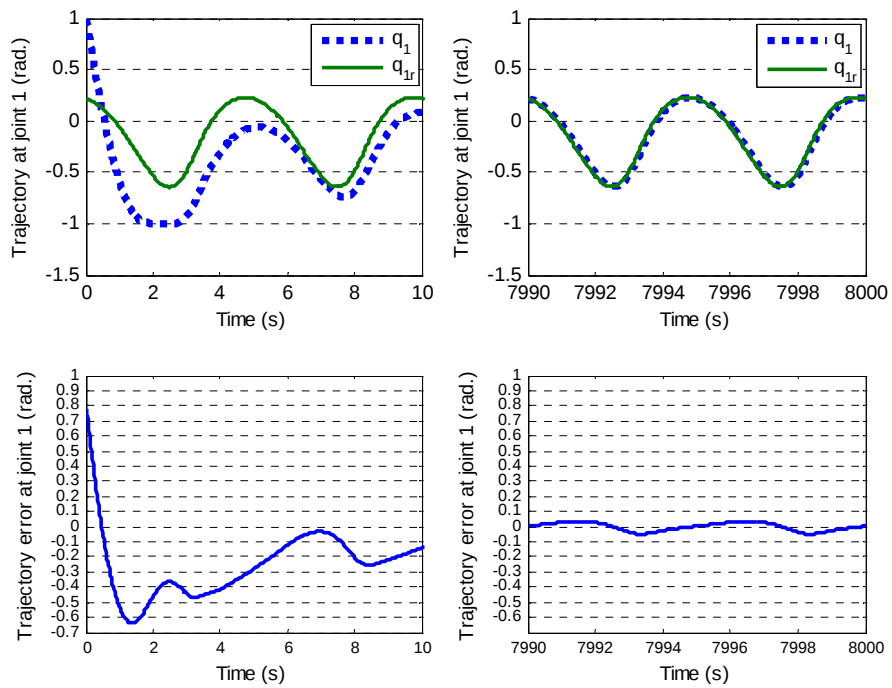
รูป 10 การเปลี่ยนแปลงของมุม และค่าความผิดพลาดของมุมข้อต่อที่สองในกรณี ข



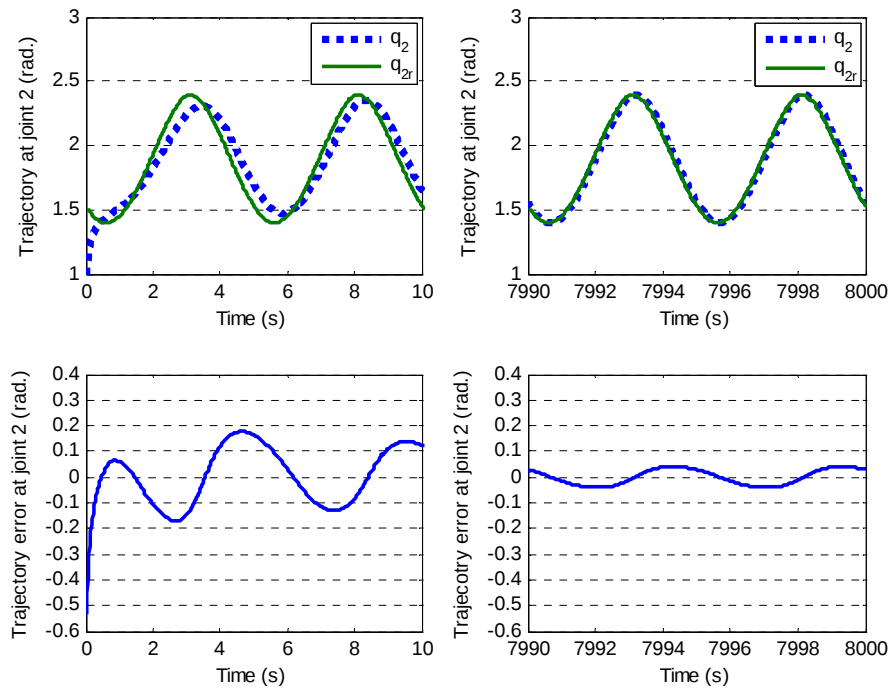
รูป 11 อัตราการขยายสัญญาณแบบอะแดพทีฟ และนอร์มของค่าความผิดพลาดในกรณี ข



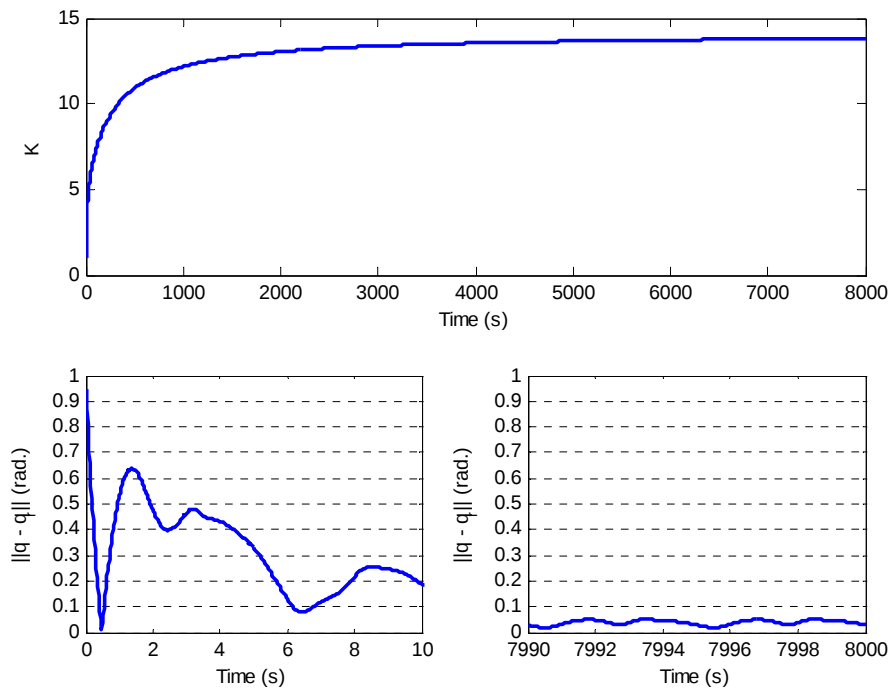
รูป 12 การเปลี่ยนแปลงความดันที่ข้อต่อแรก และข้อต่อที่สองในกรณี ข



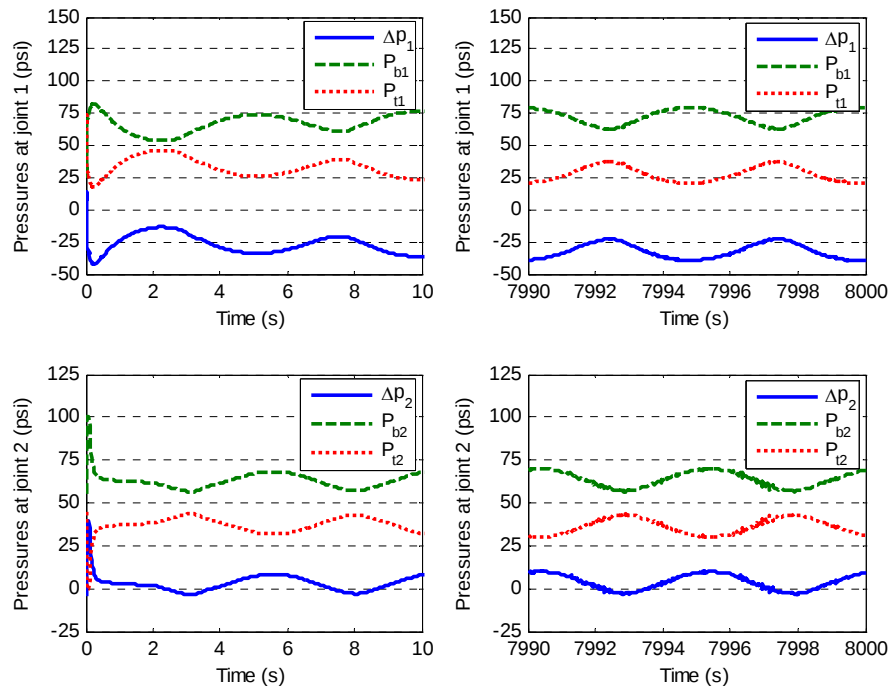
รูป 13 การเปลี่ยนแปลงของมุม และค่าความผิดพลาดของมุมข้อต่อแรกในกรณี ค



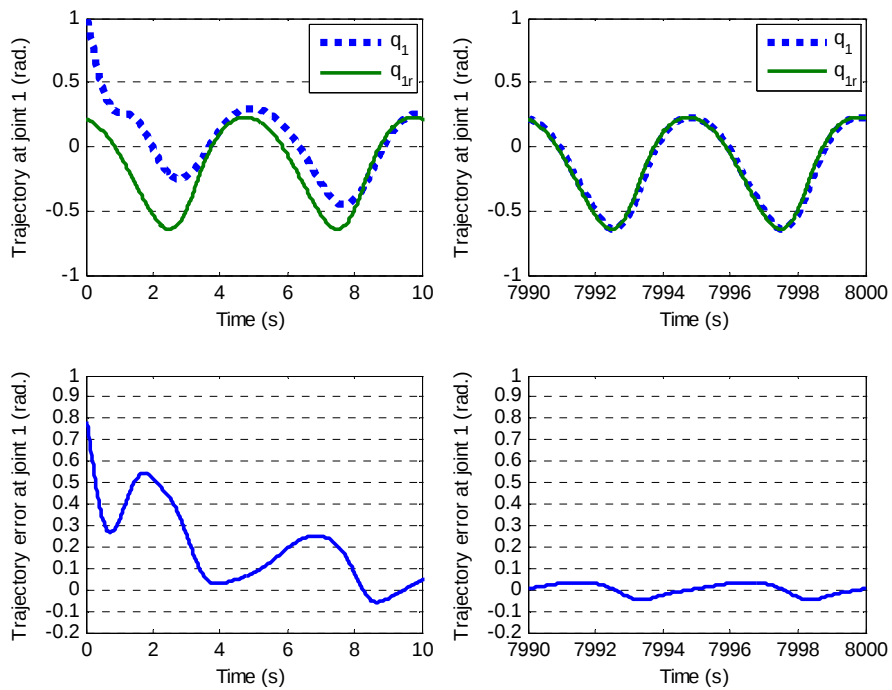
รูป 14 การเปลี่ยนแปลงของมุม และค่าความผิดพลาดของมุมข้อต่อที่สองในกรณี ค



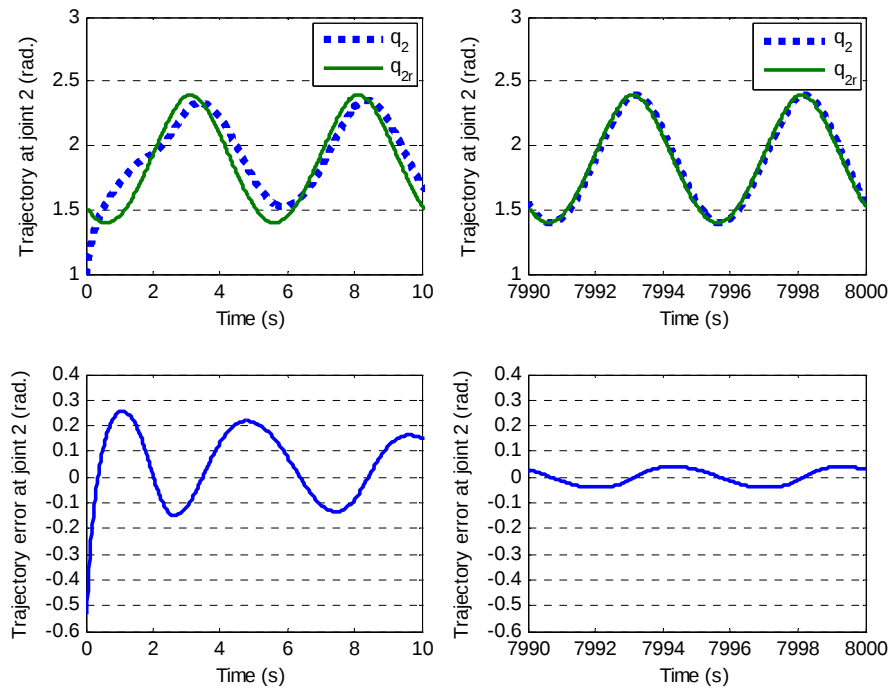
รูป 15 อัตราการขยายสัญญาณแบบอะแดพทีฟ และนอร์มของค่าความผิดพลาดในกรณี ค



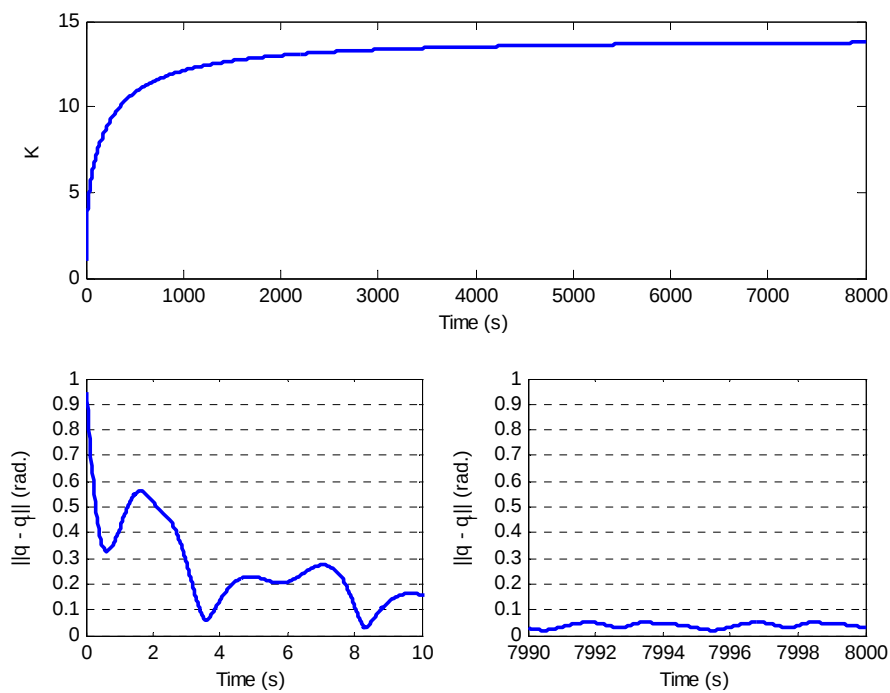
รูป 16 การเปลี่ยนแปลงความดันที่ข้อต่อแรก และข้อต่อที่สองในกรณี ค



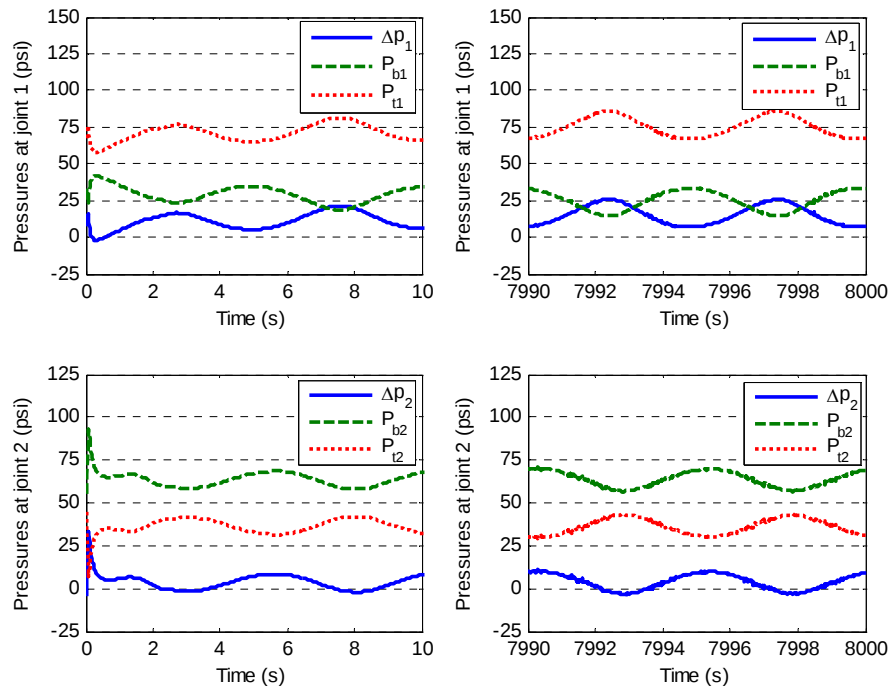
รูป 17 การเปลี่ยนแปลงของมุม และค่าความผิดพลาดของมุมข้อต่อแรกในกรณี ง



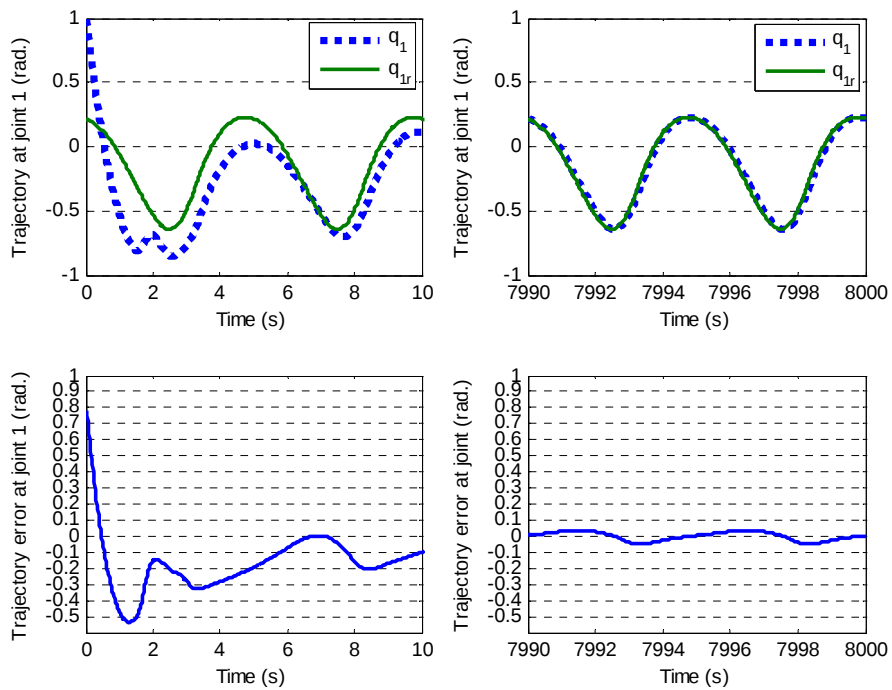
รูป 18 การเปลี่ยนแปลงของมุม และค่าความผิดพลาดของมุมข้อต่อที่สองในกรณี ง



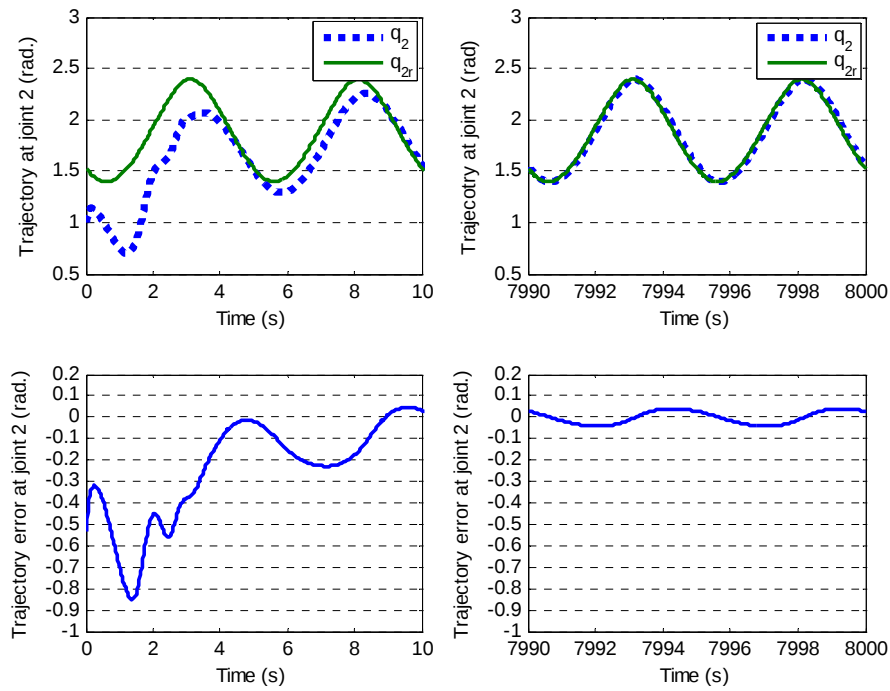
รูป 19 อัตราการขยายสัญญาณแบบอะแดพทีฟ และนอร์มของค่าความผิดพลาดในกรณี ง



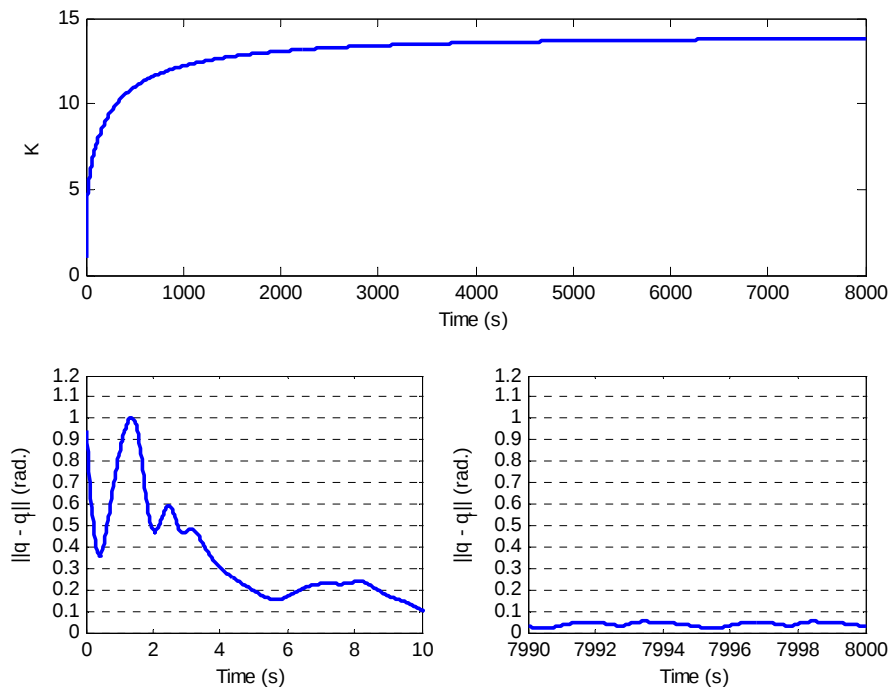
รูป 20 การเปลี่ยนแปลงความดันที่ข้อต่อแรก และข้อต่อที่สองในกรณี ง



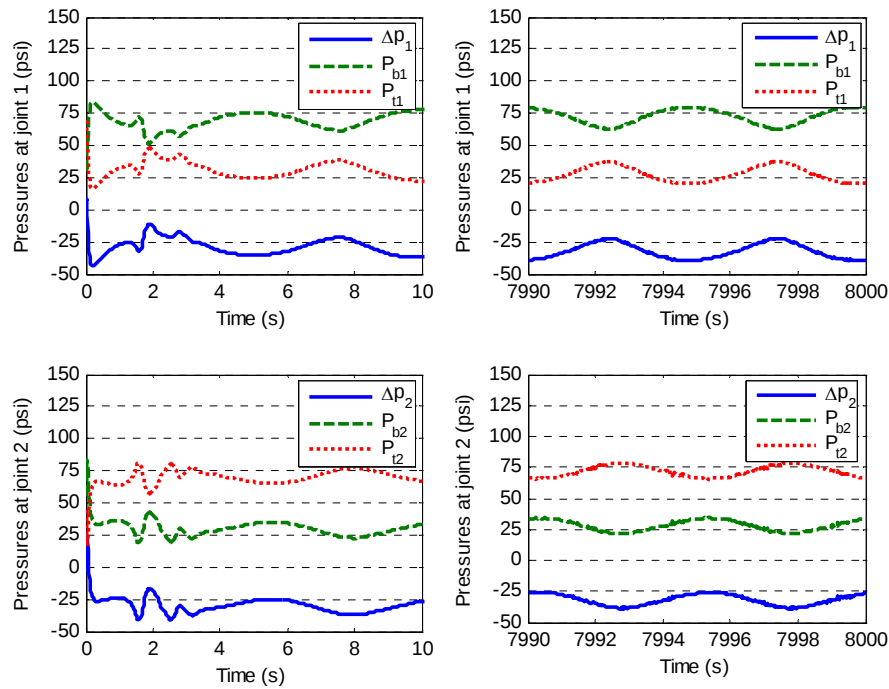
รูป 21 การเปลี่ยนแปลงของมุม และค่าความผิดพลาดของมุมข้อต่อแรกในกรณี จ



รูป 22 การเปลี่ยนแปลงของมุม และค่าความผิดพลาดของมุมข้อต่อที่สองในกรณี จ



รูป 23 อัตราการขยายสัญญาณแบบอะแดพทีฟ และนอร์มของค่าความผิดพลาดในกรณี จ



รูป 24 การเปลี่ยนแปลงความดันที่ข้อต่อแรก และข้อต่อที่สองในกรณี จ

ในทางปฏิบัติ อาจมีการใช้งานแขนกลในการหยิบจับวัตถุขณะกำลังเคลื่อนที่ ซึ่งทำให้การควบคุมตำแหน่งของปลายแขนเป็นไปได้ยากขึ้น ดังนั้น เราจึงทำการศึกษาโดยการจำลองการเคลื่อนที่ของแขนกลสองก้านที่ขับเคลื่อนด้วยกล้ามเนื้อประดิษฐ์ เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงภาระที่ปลายแขน โดยมีพลศาสตร์สำหรับกรณีนี้อยู่ในภาคผนวก ค.3 ซึ่งพบว่ารูปแบบของสมการสอดคล้องกับรูปแบบทั่วไปของพลศาสตร์สำหรับหุ่นยนต์หลายก้านที่ขับเคลื่อนด้วยกล้ามเนื้อประดิษฐ์ ดังนี้

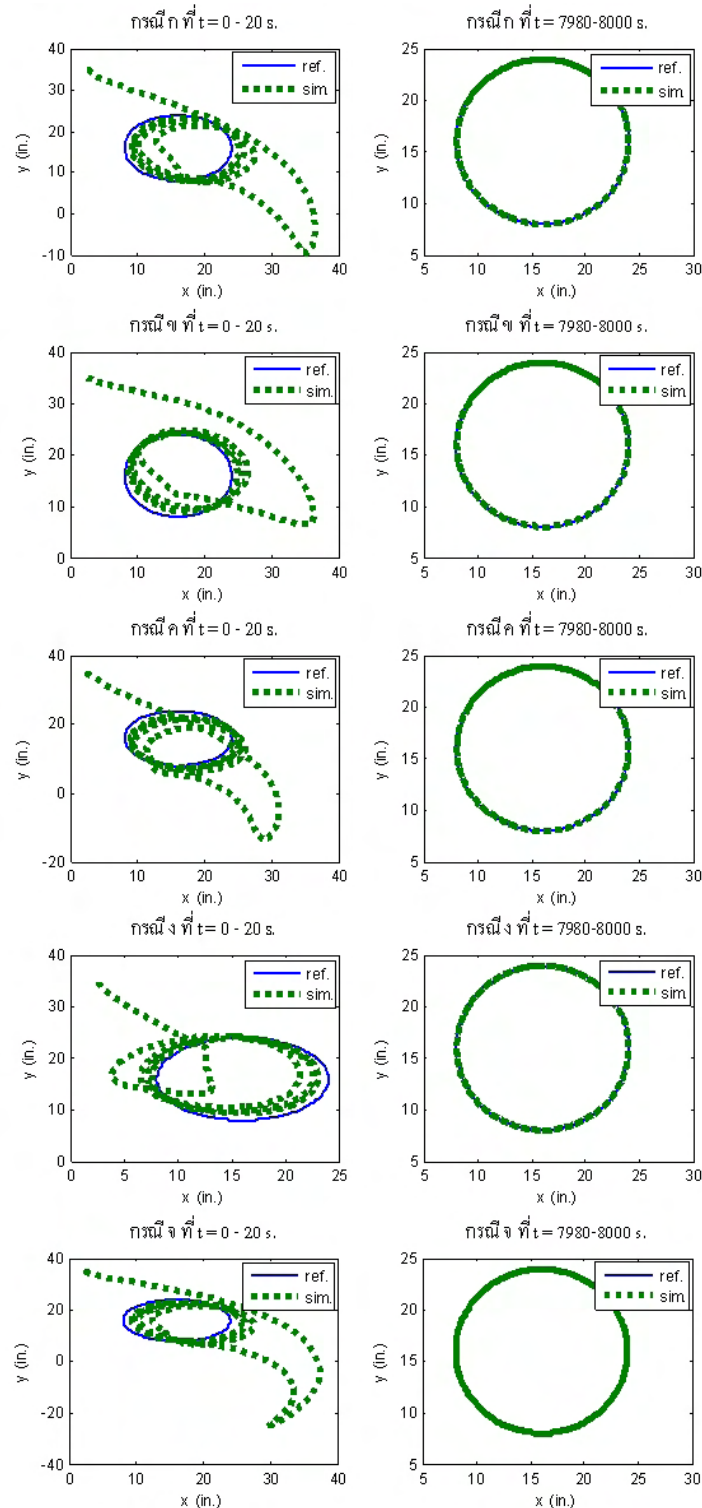
$$\ddot{q} = \hat{D}^{-1}(q) \{ A\bar{p} - H(q, \dot{q}, b_{Bi}(t))\Delta p + B_E(t)\dot{q} + A_F q + \hat{a}_G - \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q} - \hat{f}(q) \} \quad (41)$$

เนื่องจากตัวแปรสเตทของระบบไม่มีการเปลี่ยนแปลง จึงสามารถใช้ตัวควบคุมมีความสัมพันธ์เหมือนกันกับกรณีไม่รับภาระที่ปลายแขน ขณะที่อัตราขยายสัญญาณแบบอะแดพทีฟมีความสัมพันธ์เป็นไปตาม (39) นั่นเอง และกำหนดให้การเปลี่ยนแปลงรับภาระของปลายแขนที่เป็นมวล $M = 1$ slug. ในช่วงเวลา 0-8000 วินาที ดังตารางที่3

ตาราง3 การรับภาระของปลายแขนในช่วงเวลา 0-8000 วินาที

เวลา (s)	มวล (slug.)	เวลา (s)	มวล (slug.)
$0 \leq t < 1000$	1	$4000 \leq t < 5000$	1
$1000 \leq t < 2000$	0	$5000 \leq t < 6000$	0
$2000 \leq t < 3000$	1	$6000 \leq t < 7000$	1
$3000 \leq t < 4000$	0	$7000 \leq t \leq 8000$	0

จากผลการจำลองการเคลื่อนที่ของระบบวงปิด (41), (38) และ (39) ที่มีตำแหน่งอ้างอิงเคลื่อนที่เป็นวงกลมตามสมการ (40) พบว่าในทุกกรณีศึกษา (ดังตารางที่ 2) สามารถบังคับตำแหน่งให้ปลายแขนเคลื่อนที่เป็นวงกลมได้ เมื่อเวลาผ่านไประยะหนึ่ง ดังแสดงในรูปที่ 25



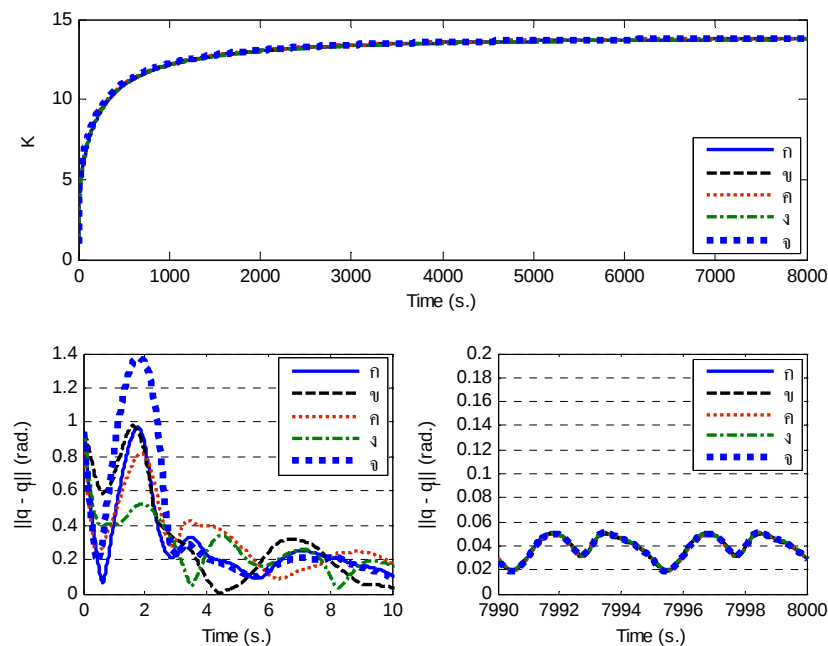
รูป 25 การเคลื่อนที่ของปลายแขนในพิกัด x-y

รูปด้านบนของรูปที่ 26 ได้แสดงอัตราขยายสัญญาณแบบอะแดปทีฟ พบว่าในทุกกรณีสามารถระบุได้ว่าอัตราขยายสัญญาณ $K(t)$ ที่มีการเปลี่ยนแปลงตาม (39) เป็นฟังก์ชันไม่ลดและมีขอบเขตบนช่วงเวลา $[0, \infty)$ และยังสังเกตได้ว่า $K(t)$ ในแต่ละกรณีมีการเปลี่ยนแปลงไม่แตกต่างกัน

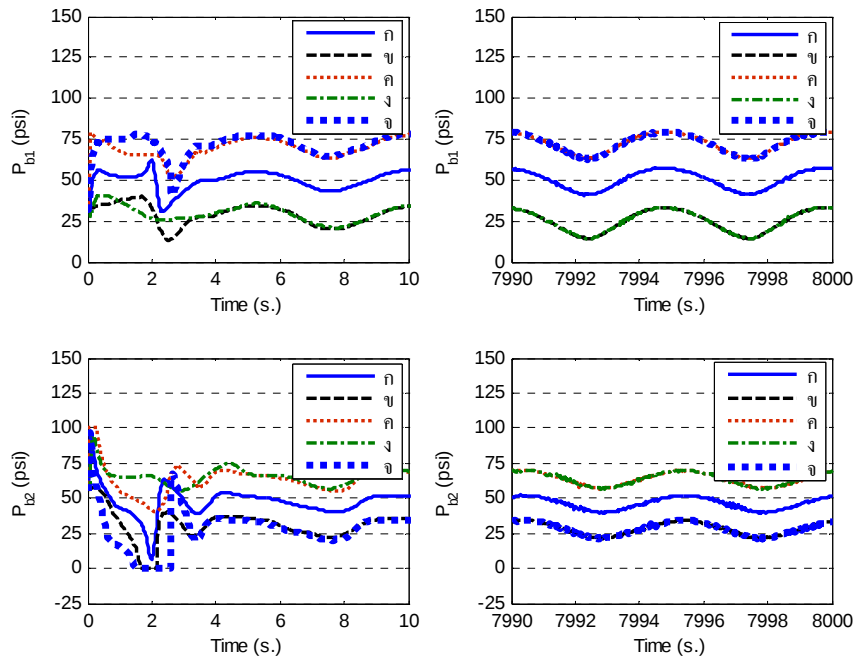
เมื่อเวลาผ่านไประยะหนึ่ง ส่วนรูปด้านล่างของรูปที่ 25 ได้แสดงนอร์มของค่าความผิดพลาด พบว่าในทุกกรณีสามารถบังคับให้มีค่าไม่เกิน $\|q(t) - q_r(t)\| < \varepsilon$ เมื่อ $\varepsilon = 0.1 \text{ rad}$. และมีการเปลี่ยนแปลงในแต่ละกรณีไม่แตกต่างกัน หลังจากค่าเวลาจำกัดค่าหนึ่ง

การเปลี่ยนแปลงความดันภายในของกล้ามเนื้อไบเซพทั้ง 2 ข้อต่อ (P_{b1} และ P_{b2}) ดังรูป 27 และการเปลี่ยนแปลงความดันภายในของกล้ามเนื้อไตรเซพทั้ง 2 ข้อต่อ (P_{r1} และ P_{r2}) ดังรูป 28 พบว่า P_{b1} , P_{b2} , P_{r1} และ P_{r2} ในทุกกรณี มีการเปลี่ยนแปลงอยู่ภายในช่วงความดัน $0 \leq P \leq 130 \text{ psi}$

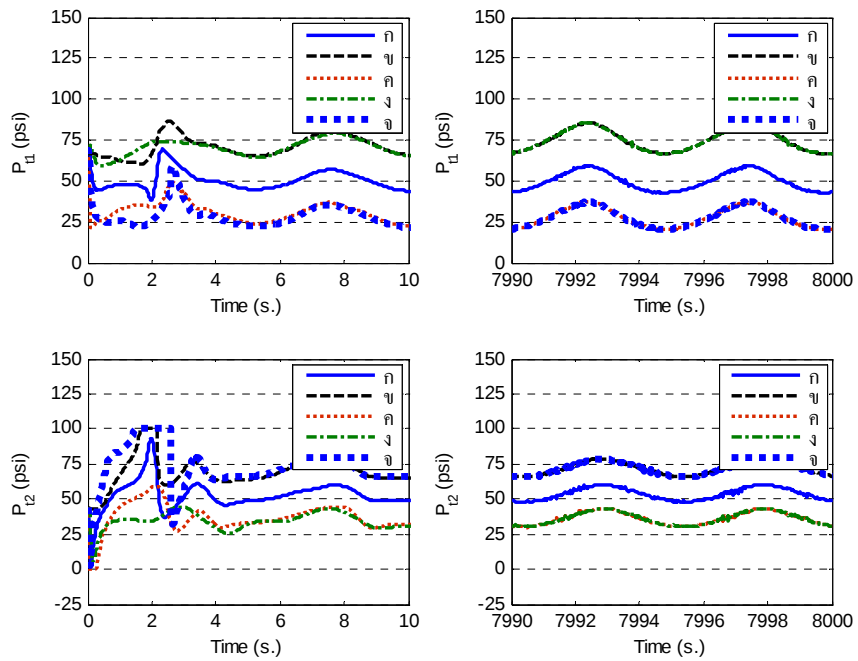
ดังรูปที่ 28 ได้แสดงการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณขาเข้าทั้ง 2 ข้อต่อ (Δp_1 และ Δp_2) ในทุกกรณีศึกษา ส่วนดังรูปที่ 29 ได้แสดงการเปลี่ยนแปลงของ Δp_1 และ Δp_2 ช่วงเวลา 0- 8000 วินาที ในกรณี ก สังเกตได้ว่าการเปลี่ยนแปลงของ Δp_1 และ Δp_2 ที่เป็นฟังก์ชันของมุมและความเร็วเชิงมุมของแต่ละข้อต่อ และอัตราขยาย $K(t)$ มีความแตกต่างกัน เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของภาระที่ปลายแขนเป็นผลจากการเปลี่ยนแปลงความเร็วเชิงมุมในแต่ละข้อต่อ เพราะว่า $K(t)$ และมุมแต่ละข้อต่อในแต่ละกรณีมีการเปลี่ยนแปลงไม่แตกต่างกัน เมื่อเวลาผ่านไประยะหนึ่ง



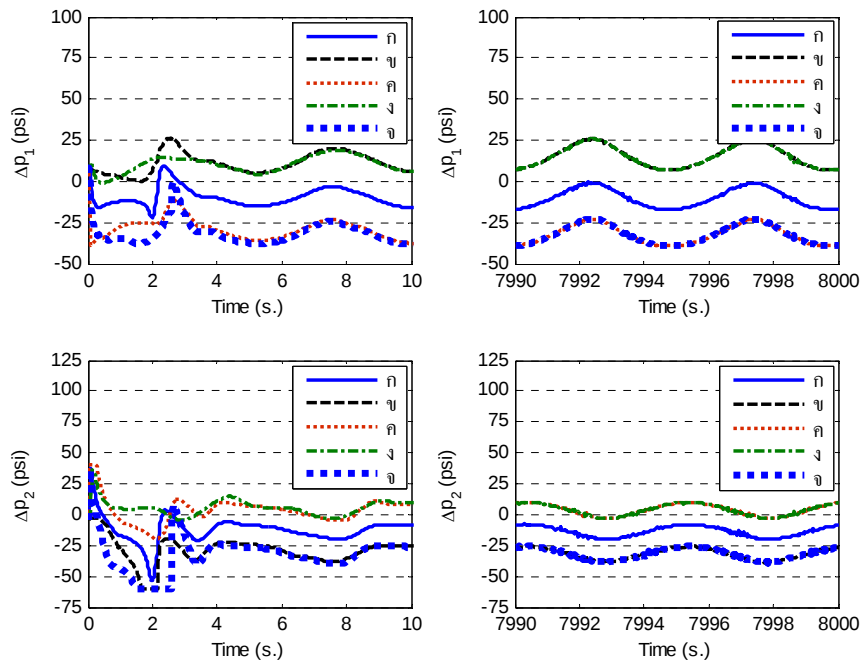
รูป 26 อัตราการขยายสัญญาณแบบอะแดปทีฟ และนอร์มของค่าความผิดพลาด



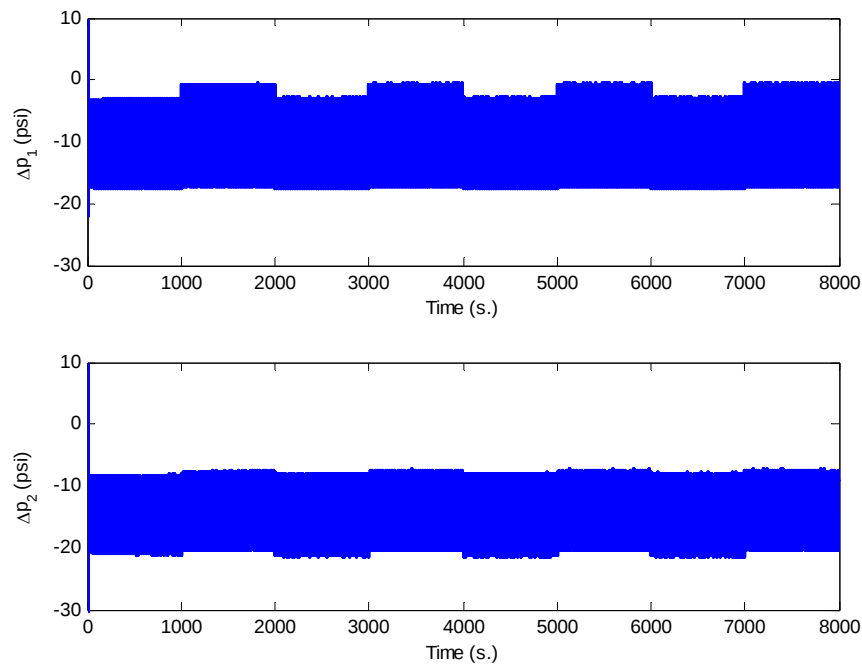
รูป 27 การเปลี่ยนแปลงความดันภายในของกล้ามเนื้อไบเซพทั้ง 2 ข้อต่อ



รูป 28 การเปลี่ยนแปลงความดันภายในของกล้ามเนื้อไตรเซพทั้ง 2 ข้อต่อ



รูป 29 การเปลี่ยนแปลงสัญญาณขาเข้าทั้ง 2 ข้อต่อ



รูป 30 การเปลี่ยนแปลงสัญญาณขาเข้าทั้ง 2 ข้อต่อในกรณี ก ช่วงเวลา 0-8000 วินาที

6. สรุปและวิจารณ์ผลการทดลอง

จากการศึกษาที่เราได้ทำการศึกษาเพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกล้ามเนื้อประดิษฐ์ระบบนิวเมติกส์ซึ่งแบบจำลองของกล้ามเนื้อประดิษฐ์นี้เป็นส่วนประกอบทางกล 3 ส่วน ประกอบด้วย ส่วนของสปริง ส่วนของตัวหน่วง และส่วนของแรงที่เกิดขึ้นเนื่องจากการหดตัว แต่ละส่วนมีความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชันของความดันภายใน P ของกล้ามเนื้อประดิษฐ์ จากนั้นทำการศึกษาเพื่อหาแบบจำลองของหน่วยหลายก้านต่อที่ข้อต่อถูกขับเคลื่อนโดยกลุ่มกล้ามเนื้อประดิษฐ์ 2 กลุ่ม นั่นคือกลุ่มกล้ามเนื้อไบเซพกับไตรเซพที่ออกแรงต่อต้านกัน ที่คล้ายคลึงกับลักษณะทางกายภาพของระบบกล้ามเนื้อของมนุษย์ โดยพิจารณาให้ กลุ่มกล้ามเนื้อไตรเซพและไบเซพไม่จำเป็นต้องมีค่าสัมประสิทธิ์ของกล้ามเนื้อประดิษฐ์ เหมือนกัน จากนั้นทำการออกแบบ ตัวควบคุมอะแดปทีฟ โดยที่มีเงื่อนไขว่าตัวแปรทางกายภาพทุกตัวของระบบไม่ทราบค่า สัญญาณอ้างอิงและอนุพันธ์ของสัญญาณอ้างอิงมีค่าขอบเขต ตัวแปรไม่แน่นอนทางเวลามีค่าขอบเขต แต่ค่าขอบเขตทั้งหมดนั้นไม่ทราบค่าที่แน่นอนมาก่อน จากผลการจำลองการเคลื่อนที่ของตัวควบคุม พบว่าในทุกกรณีที่ได้ทำการศึกษาสามารถบังคับให้สัญญาณขาออกมีค่าความผิดพลาดไม่เกิน $|y - y_r| \leq \varepsilon$ โดยที่ $\varepsilon = 0.1$ rad. หลังจากค่าเวลาจำกัดค่าหนึ่ง ส่วนอัตราการขยายสัญญาณแบบอะแดปทีฟสามารถแสดงให้เห็นว่า $K(t)$ เป็นฟังก์ชันไม่ลดและมีค่าขอบเขตบนช่วงเวลา $[0, \infty)$ ความดันภายในทั้ง P_o และ P_i มีการเปลี่ยนแปลงอยู่ในช่วงความดัน $0 \leq P \leq 130$ psi นอกจากนี้ ผลการจำลองการเคลื่อนที่ในกรณีที่มีการเปลี่ยนรูปแบบสัญญาณอ้างอิงโดยฉับพลัน พบว่าระบบสามารถทำงานได้อย่างต่อเนื่องและอัตราขยายจะเพิ่มขึ้นจนเพียงพอที่จะชดเชยความผิดพลาดที่เกิดขึ้น

Output จากโครงการวิจัยที่ได้รับทุนจาก สกว.

บทความเรื่อง "Adaptive Control for a One-Link Robot Arm Actuated by Pneumatic Muscles" ในวารสาร Chiang Mai Journal of Science. 2008; 35(3) : 437-446

บทความ "Adaptive Control for a Multi-Link Robot Arm Actuated by Pneumatic Muscles" .รอการพิจารณาเพื่อตีพิมพ์ในวารสาร IEEE Transaction on Neural Systems and Rehabilitation Engineering

ภาคผนวก
บทความที่ส่งตีพิมพ์

Draft submitted to IEEE Transaction on Neural Systems and
Rehabilitation Engineering
**Adaptive Control for Multi-Link Robots Actuated by
Pneumatic Muscles**

T. Karnjanaparichat and R. Pongvuthithum

Department of Mechanical Engineering,
Faculty of Engineering,
Chiang Mai University,
Chiang Mai 50200, Thailand.

Abstract

Pneumatic muscles or McKibben muscles are lightweight and very high power-to-weight ratio actuators. Their construction are simple inherently soft and compliant. Hence, they are suitable to use in the environment when there are interactions between men and machines. However, controls of various mechanical systems actuated by pneumatic muscles are facing various problems. The parameters of the muscles are nonlinear and time varying due to temperature changing and the deterioration of the pneumatic muscle materials when the muscles are used for an extended period of time. To solve the control problems of pneumatic muscle system, the controller has to be able to adapt to any change in system parameters and if possible, is independent of the system parameters.

In this paper, we study the problem of adaptive position tracking for any C^1 signal of a multi-link robot driven by two opposing pneumatic muscle groups. The proposed adaptive control law is independent of the system parameters (such as load at the end of the robot, the pneumatic muscle coefficients, the lengths, the moments of inertia and etc.) and the bound of reference signal and its derivative are unknown. All joint angle errors will be within the prescribed error in finite time.

Keyword: Pneumatic Muscle; Adaptive Control; Multi-Link Robot

1 Introduction

The artificial pneumatic muscles are used in various applications such as robotics, bio-robotics, biomechanics, artificial limb replacements and many industry tasks. The advantages of the pneumatic muscles are the ease of use compared to standard pneumatic cylinders and their simple construction. The pneumatic muscles are also soft, lightweight and have a high power/force-to-weight ratio. In addition, the pneumatic muscles can be twisted axially i.e. not aligned and bended. These features make pneumatic muscles a major interest for the researchers and hobbyists.

The mathematical models of pneumatic muscle have been developed in two main different ways, dynamics and static models. Chou and Hannaford [1] and [2], and Tondu and Lopez [3] developed static models by using virtual work to find the relation of force, pressure and lengths of muscle whereas the dynamics models have been developed by Reynolds et al. [4] and [5]. They modeled the muscles consisting of three elements, a spring, a damping and a contractile in a parallel arrangement. Furthermore, Cai and Yamaura [11] considered some factors into tradition static models ([1],[2] and [3]) and many researches [14],[15] and [16] integrated air flow of a valve into the static model. However, this paper focuses on the dynamics model due to it have a simpler structure of the muscle comparing to the static model.

The control of pneumatic muscle is difficult due to the physical parameters being nonlinear and time-varying. Therefore, many researchers have proposed control schemes for solving problems of

the uncertain mechanical systems actuated by pneumatic muscles. For example, Lilly [6] proposed a model reference adaptive controller as based on sliding-mode for a planar robot arm actuated by pneumatic muscles. Tonietti and Bicchi [13] developed a model reference adaptive controller for a n-DOF robot arm actuated by pneumatic muscles. The adaptive controllers ([6] and [13]) require the exact forms of the nonlinear terms and the system mechanical properties, e.g. the links' mass, lengths and inertias. In [7], Lilly and Quesada developed a robust controller as based on sliding-mode for a two-link arm actuated by pneumatic muscles. Lilly and Yang [8] developed a robust controller as based on sliding-mode for a pneumatic muscle actuator. Cai and Yamaura [11] and Cai and Dai [12] developed a robust controller as based on sliding-mode for a pneumatic muscle actuator. Zhang et al. [14] developed an adaptive robust control of a one-link joint actuated by pneumatic muscles. Zhu et al. [15] and Tao et al. [16] developed an adaptive robust controller for posture trajectory tracking of a parallel manipulator driven by three pneumatic muscles. Most robust control techniques ([7], [8], [11], [12], [14], [15] and [16]) are necessary to know the bounds of some parameters or terms in system. Furthermore, the controller design ([6], [7] and [8]) is based on sliding-mode, chattering can occur due to the controller being a discontinuous function. Lilly and Chang, [9] and [10], developed Fuzzy predictive controller for a two-link arm actuated pneumatic muscles. A fuzzy model was developed based on linearized model around operating point on state space, therefore all of system parameters must be known precisely.

For pneumatic muscles, muscle property changes due to temperature changes and the deterioration of the pneumatic muscle materials when the muscles are in use for an extended period of time are common. Hence we should develop a controller that is independent of all system parameters and can adapt the system parameter changes. In this paper, we will focus on designing an adaptive control scheme for the multi-link robots actuated by pneumatic muscles. The proposed control scheme is based on a monotone adaptive control studied in [17] and [18]. The remaining of the paper is organized as follows. Section 2 contains concepts of pneumatic muscle model, the some properties of rigid robot and setup the dynamics of multi-link robot actuated by pneumatic muscles. Design methodology of the monotone adaptive control scheme is presented in Section 3. Simulation example results in the two-link planar arm case demonstrated the performance of our control law are in Section 4. Finally, conclusions are drawn in Section 5.

2 Dynamics of Multi-Link Arm Actuated by Pneumatic Muscles

2.1 Dynamics of pneumatic muscle actuator

Typically, a pneumatic muscle is modeled by three elements, a spring a damping and a contractile, connecting in parallel, see Fig. 1. From [4] and [5], the total force exerted by the muscle on the mass is

$$R = F(P) - B(P)\dot{y} - K(P)y \quad (2.1)$$

where F is the force exerted by the contractile element, B is the damping coefficient and K is the spring coefficient. Using data from experiments, the coefficients were formulated as polynomial functions of the input pressure of the muscle.

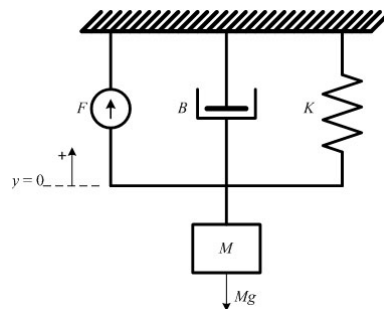


Figure 1: A three-element model of the pneumatic muscle.

To find the coefficient functions of the three-elements, the muscle was hung vertically with a mass attached at the lower end. Then, the muscle was inflated and held at various constant P . Let $y = 0$ be the position of the mass when the muscle is completely deflated see Fig. 2. The position y and the values of the three coefficients were determined by perturbing the load at each constant P . Under the assumption that the spring and damping coefficient functions determined by perturbation of the load at constant P are the same functions as obtained in the dynamic condition, the coefficient functions were formulated by the least square method.

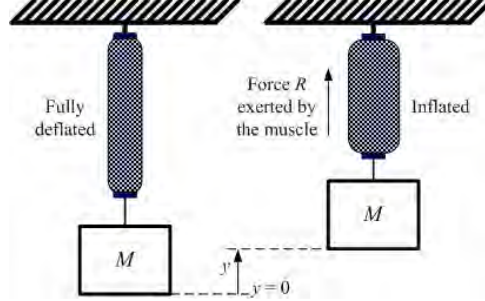


Figure 2: The pneumatic muscle is actuating a mass.

According to [4], the coefficient functions of the three elements are given as:

$$\begin{aligned} K(P) &= K_0 + K_1 P \\ &= 32.58 + 1.209 P \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} B(P) &= B_0 + B_1 P \\ &= 5.748 + 0.2719 P \quad (\text{Inflation}) \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} B(P) &= B_0 - B_1 P \\ &= 3.41 - 0.0316 P \quad (\text{Deflation}) \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} F(P) &= F_1 P - F_2 P^2 \\ &= 3.77 P - 0.0138 P^2 \end{aligned} \quad (2.5)$$

The coefficients in (2.2)-(2.5) are applicable for pressures in the range $0 \leq P \leq 130$ psi.

Consider a pneumatic muscle pair putting into antagonism similar to an actuator based on the physiological model of the bicep-tricep system in Fig. 3. The muscle pairs are connected by means of a chain driving a sprocket. The group of right muscles is not necessary to have the same muscle coefficients as the group of left muscles. The force difference between the agonist and the antagonist generates a positive or negative torque.

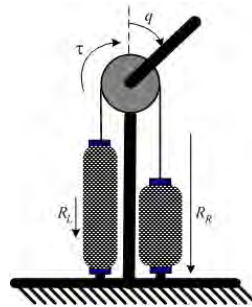


Figure 3: The pneumatic muscle pairs tied together around a sprocket.

Assume that the n pneumatic muscle pairs tied together around a sprocket of radius r as in Fig. 3, with the connecting line rigidly attached to the sprocket to prevent slipping. The torque produced to the sprocket by the muscle pairs is

$$\tau = \tau_R - \tau_L = (R_R - R_L)r \quad (2.6)$$

where R_R and R_L are the total force exerted by an individual group of right and left muscles respectively. When the force $R_R > R_L$, then the torque exerted on the joint is clockwise and vice versa. From (2.1), we have

$$R_R = n(F_R - B_R \dot{x}_R - K_R x_R) \quad (2.7)$$

$$R_L = n(F_L - B_L \dot{x}_L - K_L x_L) \quad (2.8)$$

where x_R is the length of right muscles and x_L is the length of left muscles. Substitute (2.7) and (2.8) into (2.6), then the total torque delivered to the sprocket is given by

$$\tau = n(F_R - B_R \dot{x}_R - K_R x_R - F_L + B_L \dot{x}_L + K_L x_L)r \quad (2.9)$$

where F_R , K_R and B_R depend on the input pressure of right muscles and F_L , K_L and B_L depend on the input pressure of left muscles.

A joint angle of $q = \pi$ rad. corresponds to the left muscles being fully extended and the right fully contracted, and $q = -\pi$ rad. corresponds to the left muscles being fully contracted and the right fully extended. Therefore, the muscle lengths x_R and x_L can be expressed in terms of q as

$$x_R = (\pi + q)r \quad (2.10)$$

$$x_L = (\pi - q)r \quad (2.11)$$

Let the internal pressure of the right muscles P_R and left muscles P_L be

$$P_R = P_{0R} - \Delta p \quad (2.12)$$

$$P_L = P_{0L} + \Delta p \quad (2.13)$$

where P_{0R} and P_{0L} are arbitrary positive nominal constant pressures and Δp is a control input. With the definition (2.12)-(2.13), the antagonist pairs become a single-input system with input Δp .

From (2.9)-(2.13) and the coefficient functions (2.2)-(2.5), the torque can be written as

$$\tau = a_A^2 \Delta p^2 - (b_B(t)\ddot{q} + a_C \dot{q} + a_D q) \Delta p + b_E(t)\ddot{q} + a_F \dot{q} + a_G q \quad (2.14)$$

where

$$a_A = n(F_{2L} - F_{2R})r \quad (2.15)$$

$$b_B(t) = \begin{cases} -n(B_{1Li} + B_{1Rd})r^2 & , \dot{q} < 0 \\ 0 & , \dot{q} = 0 \\ n(B_{1Ld} + B_{1Ri})r^2 & , \dot{q} > 0 \end{cases} \quad (2.16)$$

$$a_C = n(K_{1R} - K_{1L})r^2 \quad (2.17)$$

$$a_D = n(2F_{2R}P_{0R} - F_{1R} + 2F_{2L}P_{0L} - F_{1L} + rK_{1R}\pi + rK_{1L}\pi)r \quad (2.18)$$

$$b_E(t) = \begin{cases} -n(B_{0Li} + B_{1Li}P_{0L} + B_{0Rd} - B_{1Rd}P_{0R})r^2 & , \dot{q} < 0 \\ 0 & , \dot{q} = 0 \\ -n(B_{0Ld} - B_{1Ld}P_{0L} + B_{0Ri} + B_{1Ri}P_{0R})r^2 & , \dot{q} > 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

$$a_F = -n(K_{1L}P_{0L} + K_{1R}P_{0R} + K_{0L} + K_{0R})r^2 \quad (2.20)$$

$$a_G = -n(F_{2R}P_{0R}^2 - F_{1R}P_{0R} - F_{2L}P_{0L}^2 + F_{1L}P_{0L} + rK_{1R}P_{0R}\pi + rK_{0R}\pi - rK_{1L}P_{0L}\pi - rK_{0L}\pi)r \quad (2.21)$$

The coefficients in (2.15)-(2.21), R and L subscripts indicate the coefficients of right and left muscles respectively. The subscripts, i and d , on the coefficient B denote whether the muscles are being inflated and deflated respectively.

2.2 Dynamics of rigid robot and some properties

In the absence of friction and disturbances, the dynamics of a multi-link rigid robot is given by the *Euler-Lagrange* equation

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + f(q) = \tau \quad (2.22)$$

where $q \in \mathbb{R}^n$ is the generalized coordinate vector of n links, $D(q)$ is the inertia matrix which is positive definite and symmetric, $C(q, \dot{q})$ accounts for the *coriolis/centrifugal* term, $g(q)$ is the gravity vector, and τ is the generalized torque acting on the joints.

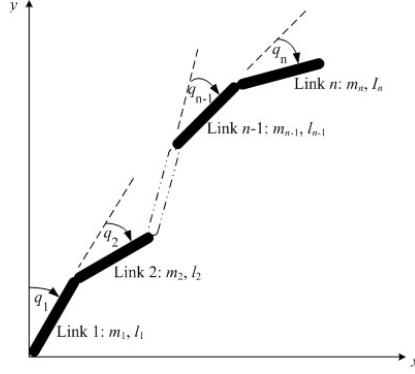


Figure 4: Multi link robot configuration

For revolute joints, the only occurrences of the joint variables q_i are as $\sin(q_i)$ and $\cos(q_i)$, where $i = 1, \dots, n$. The rigid robot dynamics in (2.22) possesses a number of some properties that facilitate analysis and controller design. These are

Property 2.1 The inertia matrix $D(q)$ is symmetric, positive definite, and bounded so that

$$\mu_m I \leq D(q) \leq \mu_M I, \quad \forall q(t). \quad (2.23)$$

Then, the inverse of inertia matrix is bounded, since

$$\frac{1}{\mu_M} I \leq D^{-1}(q) \leq \frac{1}{\mu_m} I. \quad (2.24)$$

Moreover, the bounded of inertia matrix may also be expressed as

$$\mu_m \leq \|D(q)\| \leq \mu_M. \quad (2.25)$$

Likewise, the bounded of the inverse inertia matrix is

$$\frac{1}{\mu_M} \leq \|D^{-1}(q)\| \leq \frac{1}{\mu_m}. \quad (2.26)$$

Property 2.2 The *coriolis/centrifugal* term $C(q, \dot{q})\dot{q}$ is bounded $C_M \geq 0$ so that

$$\|C(q, \dot{q})\dot{q}\| \leq C_M \|\dot{q}\|^2. \quad (2.27)$$

Property 2.3 The gravity vector are bounded $F_M \geq 0$ so that

$$\|f(q)\| \leq F_M. \quad (2.28)$$

2.3 Dynamics of multi-link robots actuated by pneumatic muscles

In this section, the general dynamics equations of multi-link robots actuated by pneumatic muscles are summarized. From Section 2.2, the dynamics of the pneumatic muscle actuators that drive the n -link are given by the n decoupled equations as

$$\tau_i = a_{Ai}\Delta p_i^2 - h_i(q, \dot{q}, b_{Bi}(t))\Delta p_i + b_{Ei}(t)\dot{q}_i + a_{Fi}q_i + a_{Gi}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2.29)$$

where $h_i(\cdot) = b_{Bi}(t)\dot{q}_i + a_{Ci}q_1 + a_{Di}$ is a function, a_{Ai} , a_{Ci} , a_{Di} , a_{Fi} and a_{Gi} are constants, $b_{Bi} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ and $b_{Ei} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $i = 1, \dots, n$, are uncertain time-varying functions which can be written in form

$$\begin{aligned} b_{Bi}(t) &= \eta_{Bi} + \mu_{Bi} \operatorname{sgn}(\dot{q}_i) \\ b_{Ei}(t) &= \eta_{Ei} + \mu_{Ei} \operatorname{sgn}(\dot{q}_i) \end{aligned}$$

where η_{Bi} and η_{Ei} are constants. μ_{Bi} and μ_{Ei} are constants which are the Coulomb sliding friction. Then $b_{Bi}(t)$ and $b_{Ei}(t)$ are bounded by an *unknown* constants $\theta_{Bi} > 0$ and $\theta_{Ei} > 0$ respectively, such that

$$|b_{Bi}(t)| \leq \theta_{Bi} \quad \text{and} \quad |b_{Ei}(t)| \leq \theta_{Ei} \quad (2.30)$$

To define $q = [q_1, \dots, q_n]^T$, hence it is common to write (2.29) in the matrix form as

$$\tau = A_A \bar{p} - H(q, \dot{q}, b_{Bi})\Delta p + B_E(t)\dot{q} + A_F q + \hat{a}_G \quad (2.31)$$

where

$$A_A = \operatorname{diag}\{a_{A1}, \dots, a_{An}\} \quad (2.32)$$

$$\bar{p} = [\Delta p_1^2, \dots, \Delta p_n^2]^T \quad (2.33)$$

$$\Delta p = [\Delta p_1, \dots, \Delta p_n]^T \quad (2.34)$$

$$H(q, \dot{q}, b_{Bi}(t)) = \operatorname{diag}\{h_1(\cdot), \dots, h_n(\cdot)\} \quad (2.35)$$

$$B_E(t) = \operatorname{diag}\{b_{E1}(t), \dots, b_{En}(t)\} \quad (2.36)$$

$$A_F = \operatorname{diag}\{a_{F1}(t), \dots, a_{Fn}(t)\} \quad (2.37)$$

$$\hat{a}_G = [a_{G1}, \dots, a_{Gn}]^T \quad (2.38)$$

Finally, the general form of the rigid robot dynamics in (2.22) are combined with (2.31)-(2.38), we can arrive at the following model for the a multi-link robot actuated by the pneumatic muscles as

$$\ddot{q} = D^{-1}(q) \{A_A \bar{p} - H(q, \dot{q}, b_{Bi}(t))\Delta p + B_E(t)\dot{q} + A_F q + \hat{a}_G - C(q, \dot{q})\dot{q} - f(q)\} \quad (2.39)$$

where $q \in \mathbb{R}^n$ is a state vector, $\Delta p \in \mathbb{R}^n$ is the system input vector.

All $b_{Ei}(t)$ are the elements of the diagonal matrix $B_E(t)$, then $B_E(t)$ bounded by an *unknown* constant $\Theta_E = \max\{\theta_{Ei}\} > 0$, such that

$$\|B_E(t)\| \leq \Theta_E \quad (2.40)$$

Moreover, A_F is a constant diagonal matrix bounded by an *unknown* constant $\Theta_F = \max\{|a_{Fi}|\} > 0$ and $\hat{a}_G$ is a constant vector bounded by an *unknown* constant $\Theta_G = \sqrt{\sum_{i=1}^n a_{Gi}^2} > 0$, such that

$$\|A_F\| \leq \Theta_F \quad \text{and} \quad \|\hat{a}_G\| \leq \Theta_G \quad (2.41)$$

3 Adaptive Position Tracking Control

3.1 Problem statement

The problem of *adaptive position tracking* is formulated as follows. Given a constant $\varepsilon > 0$ and a bounded reference signal $q_r = [q_{1r}, \dots, q_{nr}]^T \in \mathbb{C}^1$ whose derivative is also bounded, find, if possible, an adaptive controller of the form

$$\begin{aligned} \dot{K} &= \eta(q, q_r(t)), \quad K \in \mathbb{R} \\ \Delta p &= \mu(q, K, q_r(t)), \quad \Delta p \in \mathbb{R}^n \end{aligned} \quad (3.42)$$

such that

- a) the states of the closed-loop system (2.39) and (3.42) are well-defined on $[0, +\infty)$ and globally bounded;
- b) there is a finite time $T_\varepsilon > 0$ such that the closed-loop system (2.39) and (3.42) trajectories satisfy

$$\|q(t) - q_r(t)\| < \varepsilon, \quad \forall t \geq T_\varepsilon > 0. \quad (3.43)$$

Throughout this system we make the following assumptions.

Assumption 3.1 There exists an unknown constant $M \geq 0$ such that the reference signal $q_r(t)$ satisfies

$$\|q_r(t)\| + \|\dot{q}_r(t)\| \leq M \quad (3.44)$$

Assumption 3.2 For all a_{Ai} is small. Hence, all of the terms of $a_{Ai}\Delta p_i^2$ can be neglect when $i = 1, \dots, n$.

Assumption 3.3 There exists an unknown constants λ_i and λ , where $i = 1, \dots, n$. Satisfying

$$0 < \lambda \leq \lambda_i \leq h_i(q, \dot{q}, b_{Bi}(t)), \quad \lambda \leq \min\{\lambda_i\} \quad (3.45)$$

3.2 Adaptive control scheme

The monotone adaptive control scheme in [17] and [18] are modified for the system (2.39). First, we define a change of coordinates by $e = [e_1, \dots, e_n]^T$ and $\bar{e} = [\bar{e}_1, \dots, \bar{e}_n]^T$. Then, the system (2.39) can be written as

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \bar{e} - \dot{q}_r \\ \dot{\bar{e}} &= D^{-1}(q)\{A_A\bar{p} - H(q, \dot{q}, b_{Bi}(t))\Delta p + B_E(t)\dot{q} + A_F q + \hat{a}_G - C(q, \dot{q})\dot{q} - f(q)\} \end{aligned} \quad (3.46)$$

With this in mind, consider a Lyapunov function

$$V = \frac{1}{2}e^T e + \frac{\mu_M}{2\lambda}\xi^T \xi \quad (3.47)$$

where μ_M is the upper bound of the inertia matrix $D(q)$. To define $\xi_i = \bar{e}_i + (1 + K)e_i$ and the monotone non-decreasing function, $K(t) \geq 1$, is governed by

$$\dot{K} = \begin{cases} \text{sat}_\beta(\|q - q_r\| - \frac{\varepsilon}{2}) & , \|q - q_r\| \geq \frac{\varepsilon}{2} \\ 0 & , \|q - q_r\| < \frac{\varepsilon}{2} \end{cases} \quad (3.48)$$

and the saturation function $\text{sat}_\beta(s) \in \mathbb{R}$ is defined by

$$\text{sat}_\beta(s) = \begin{cases} s & , |s| \leq \beta \\ \text{sgn}(s)\beta & , |s| > \beta \end{cases} \quad (3.49)$$

Then, the time derivative of equation (3.47) along the trajectories of the system (3.46) satisfies

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e^T \dot{e} + \frac{\mu_M}{\lambda}\xi^T \dot{\xi} \\ &= e^T \dot{e} - \frac{\mu_M}{\lambda}\xi^T D^{-1}(q)H(\cdot)\Delta p + \frac{\mu_M}{\lambda}\xi^T D^{-1}(q)\{B_E(t)\dot{q} + A_F q + \hat{a}_G - C(q, \dot{q})\dot{q} - f(q)\} \\ &\quad + \frac{\mu_M}{\lambda}\xi^T \{(1 + K)\dot{e} + \dot{K}e\} \end{aligned} \quad (3.50)$$

Using Assumption 3.1 and the completion of square, it is difficult to show that

$$\begin{aligned} e_1 \dot{e}_1 &= e_1 \bar{e}_1 - e_1 \dot{q}_r \\ &\leq e_1 \bar{e}_1 + |e_1| M \\ &\leq e_1 \bar{e}_1 + K e_1^2 + \frac{M^2}{4K} \\ &= -e_1^2 + e_1 \xi_1 + \frac{M^2}{4K} \\ &\leq -\frac{e_1^2}{2} + \frac{\xi_1^2}{2} + \frac{M^2}{4K} \end{aligned}$$

Applying the same process to terms $i = 2, \dots, n$, we have

$$e^T \dot{e} = \sum_{i=1}^n e_i \dot{e}_i \leq \sum_{i=1}^n \left(-\frac{e_i^2}{2} + \frac{\xi_i^2}{2} \right) + \frac{\Theta_1(n, M)}{K} \quad (3.51)$$

where $\Theta_1(n, M) = \frac{nM^2}{4} \geq 0$ is an unknown constant.

Using Assumption 3.1, (2.40), (2.41) and the completion of square, it can be shown that

$$\begin{aligned} \|B_E(t)\dot{q} + A_F q + \hat{a}_G\| &\leq \Theta_E \|\dot{q}\| + \Theta_F \|q\| + \Theta_G \\ &\leq \Theta_E \|\bar{e}\| + \Theta_F \|e\| + \Theta_F M + \Theta_G \end{aligned} \quad (3.52)$$

Using Property 2.2 and 2.3 of rigid robot dynamics, such that

$$\begin{aligned} \|-C(q, \dot{q})\dot{q} - f(q)\| &\leq C_M \|\dot{q}\|^2 + F_M \\ &= C_M \|\bar{e}\|^2 + F_M \end{aligned} \quad (3.53)$$

Let $\Psi(\cdot) = D^{-1}(q)\{B_E(t)\dot{q} + A_F q + \hat{a}_G - C(q, \dot{q})\dot{q} - f(q)\}$. According to (3.52), (3.53) and using Property 2.1, it can be shown that

$$\begin{aligned} \frac{\mu_M}{\lambda} \xi^T \Psi(\cdot) &\leq \frac{\mu_M}{\lambda} \|\xi\| \|D^{-1}(q)\| \|B_E(t)\dot{q} + A_F q + \hat{a}_G\| \\ &\quad + \frac{\mu_M}{\lambda} \|\xi\| \|D^{-1}(q)\| \|-C(q, \dot{q})\dot{q} - f(q)\| \\ &\leq \frac{\mu_M}{\lambda \mu_m} \|\xi\| (\Theta_E \|\bar{e}\| + \Theta_F \|e\| + \Theta_F M + \Theta_G) \\ &\quad + \frac{\mu_M}{\lambda \mu_m} \|\xi\| (C_M \|\bar{e}\|^2 + F_M) \\ &\leq \|\xi\|^2 (K \|e\|^2 + K \|\bar{e}\|^2 + K \|\bar{e}\|^4 + K) + \frac{\Theta_2(\cdot)}{K} \\ &:= \sum_{i=1}^n \xi_i^2 \rho(e, \bar{e}, K) + \frac{\Theta_2(\cdot)}{K} \end{aligned} \quad (3.54)$$

where $\Theta_2(\cdot) = \left(\frac{\mu_M}{\lambda \mu_m}\right)^2 \left\{ \frac{\Theta_E^2 + \Theta_F^2 + C_M^2 + (\Theta_F M + \Theta_G + F_M)^2}{4} \right\} > 0$ is an unknown constant.

To derive an upper bound on the terms involving K in (3.50), where using the fact that , we obtain

$$\begin{aligned} \frac{\mu_M}{\lambda} \xi_i \left\{ (1+K)\dot{e}_i + \dot{K}e_i \right\} &\leq \frac{\mu_M}{\lambda} |\xi_i| \left\{ (1+K)(|\bar{e}_i| + M) + \beta|e_i| \right\} \\ &\leq \frac{\mu_M}{\lambda} |\xi_i| (2K|\bar{e}_i| + 2KM + \beta|e_i|) \\ &\leq \xi_i^2 (K^3 \bar{e}_i^2 + K^3 + K e_i^2) + \left(\frac{\mu_M}{\lambda} \right)^2 \frac{(4 + 4M^2 + \beta^2)}{4K} \end{aligned}$$

Applying the same process to the terms $i = 2, \dots, n$, we have

$$\begin{aligned} \frac{\mu_M}{\lambda} \xi^T \left\{ (1+K)\dot{e} + \dot{K}e \right\} &\leq \sum_{i=1}^n \xi_i^2 (K^3 \bar{e}_i^2 + K^3 + K e_i^2) + \frac{\Theta_3(\cdot)}{K} \\ &:= \sum_{i=1}^n \xi_i^2 \hat{\rho}_i(e_i, \bar{e}_i, K) + \frac{\Theta_3(\cdot)}{K} \end{aligned} \quad (3.55)$$

where $\Theta_3(\cdot) = n \left(\frac{\mu_M}{\lambda}\right)^2 \left\{ \frac{4 + 4M^2 + \beta^2}{4} \right\} > 0$ is an unknown constant.

Combining (3.51), (3.54) and (3.55) together, yields

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \sum_{i=1}^n \left(-\frac{e_i^2}{2} + \frac{\xi_i^2}{2} \right) + \frac{\Theta_1(\cdot)}{K} - \frac{\mu_M}{\lambda} \xi^T D^{-1}(q) H(\cdot) \Delta p + \sum_{i=1}^n \xi_i^2 \rho(e, \bar{e}, K) + \frac{\Theta_2(\cdot)}{K} \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \xi_i^2 \hat{\rho}_i(e_i, \bar{e}_i, K) + \frac{\Theta_3(\cdot)}{K} \\ \dot{V} &\leq \sum_{i=1}^n \left(-\frac{e_i^2}{2} + \frac{\xi_i^2}{2} \right) + \frac{\Theta_1(\cdot)}{K} - \frac{\mu_M}{\lambda} \xi^T D^{-1}(q) H(\cdot) \Delta p + \sum_{i=1}^n \xi_i^2 \{\rho(\cdot) + \hat{\rho}_i(\cdot)\} + \frac{\Theta}{K} \end{aligned} \quad (3.56)$$

where $\Theta = \Theta_1(\cdot) + \Theta_2(\cdot) + \Theta_3(\cdot)$ is an unknown positive constant independent of K .

From Assumption 3.3, we have $\forall h_i(\cdot) > 0$, i.e., the matrix $H(\cdot) = \text{diag}\{h_1(\cdot), \dots, h_n(\cdot)\}$ is symmetric positive definite. The inverse of inertia matrix $D^{-1}(q)$ is symmetric positive definite. Then the matrix $D^{-1}(q)H(\cdot)$ is also symmetric positive definite. Satisfying

$$\xi^T D^{-1}(q)H(\cdot)\xi \geq 0 \quad (3.57)$$

Select a controller of each coordinate is

$$\Delta p_i = \xi_i \psi_i \quad (3.58)$$

where $\psi_i = 1 + \rho(\cdot) + \hat{\rho}_i(\cdot) > 0$, then the control input vector Δp can be written as

$$\Delta p = \psi \xi \quad (3.59)$$

where the matrix $\psi = \text{diag}\{\psi_1, \dots, \psi_n\}$ is symmetric positive definite.

Also, observe that

$$\xi^T D^{-1}(q)H(\cdot)\psi \xi \geq 0 \quad \text{or} \quad \xi^T D^{-1}(q)H(\cdot)\Delta p \geq 0 \quad (3.60)$$

together with Property 2.1, it can be shown that

$$\begin{aligned} -\frac{\mu_M}{\lambda} \xi^T D^{-1}(q)H(\cdot)\Delta p &\leq -\frac{1}{\lambda} \xi^T H(\cdot)\Delta p \\ &:= -\sum_{i=1}^n \xi_i^2 \frac{h_i(\cdot)}{\lambda} \psi_i \end{aligned} \quad (3.61)$$

From Assumption 3.3, we have

$$\begin{aligned} h(\cdot) &\geq \lambda \\ \frac{h(\cdot)}{\lambda} &\geq 1 \end{aligned} \quad (3.62)$$

Combining (3.61) and (3.62) together, yields

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (e_i^2 + \xi_i^2) + \frac{\Theta}{K} \\ &\leq -bV + \frac{\Theta}{K} \end{aligned} \quad (3.63)$$

where $b = \min\left\{1, \frac{\lambda}{\mu_M}\right\} > 0$.

In the remaining part of the proof, we show that all states $(e, \bar{e}, K)$ of the closed-loop system (3.46), (3.58) and (3.48) are bounded and well-defined on $[0, +\infty)$. Moreover, given any $\varepsilon > 0$ there exists a finite time T_ε such that the position tracking error $\|q - q_r\| \leq \varepsilon$, $\forall t \geq T_\varepsilon$.

Using eq. (3.63), we obtain

$$\dot{V} \leq -bV + \Theta \quad (3.64)$$

which implies that (e, ξ, K) are well-defined on $[0, +\infty)$ and (e, ξ) is bounded. The compact set $\Omega = \left\{e, \xi | V(e, \xi) \leq a, \forall a \geq \frac{\Theta}{b}\right\}$ is invariant, since V is positive definite and proper and $\dot{V}$ is negative semi-definite $\forall e, \xi \in \Omega$. To show that $K(t)$ is bounded, we use a contradiction argument. In particular, suppose that the monotone non-decreasing function $K(t)$ is unbounded. Then there must exist a finite time T^* such that

$$K(t) \geq \frac{\Theta}{\varepsilon^*}, \quad \varepsilon^* = \frac{b\varepsilon^2}{16}, \quad \forall t \geq T^* \quad (3.65)$$

and (3.63) becomes

$$\dot{V} \leq -bV + \varepsilon^*, \quad \forall t \geq T^* \quad (3.66)$$

Consequently,

$$V(t) \leq e^{-b(t-T^*)}(V(T^*) - \frac{\varepsilon^*}{b}) + \frac{\varepsilon^*}{b}, \quad \forall t \geq T^* \quad (3.67)$$

This implies that there exists another finite time T_1 such that

$$\frac{\|q - q_r\|^2}{2} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \leq V(t) \leq \frac{2\varepsilon^*}{b} = \frac{\varepsilon^*}{8}, \quad \forall t \geq T_1 \quad (3.68)$$

which contradicts the assumption that $K(t)$ is unbounded since $\dot{K}(t) = 0, \forall t \geq T_1$.

Since $K(t)$ is bounded, we can conclude that all of the states $(e, \bar{e}, K)$ of equations (3.46), (3.58) and (3.48) are also bounded and well-defined on $[0, +\infty)$. Hence, from Assumption 3.1, the closed-loop system trajectories generated by equations (3.46), (3.58) and (3.48) are well-defined and bounded on $[0, +\infty)$.

In addition, the integral of $\dot{K}(t)$ evaluated from zero to infinity exists and it finite, that is

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \int_0^t \dot{K} d\tau = K(\infty) - K(0) \quad (3.69)$$

Then, it follows from *Barbalat's lemma* that

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \dot{K}(t) = 0 \quad (3.70)$$

This, together with equation (3.48), implies the existence of a finite time T_ε satisfying

$$\|q(t) - q_r(t)\| \leq \varepsilon, \quad t \geq T_\varepsilon > 0. \quad (3.71)$$

4 Simulation Example Results

In order to verify the performance of proposed the adaptive control scheme, as an illustration, we will apply the above presented the control scheme to a two-link robot arm actuated by the pneumatic muscles as shown in Fig. 5. The revolute joint 1 is rotatable through an angle $-\pi < q_1 < \pi$ rad. and the revolute joint 2 is rotatable through an angle $-\pi < q_2 < \pi$ rad.

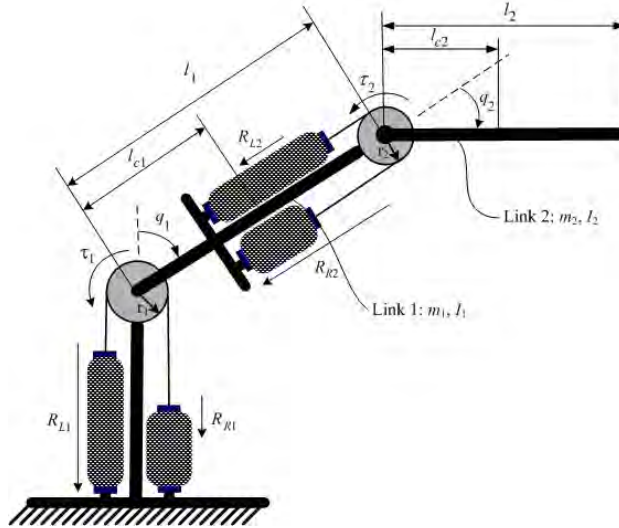


Figure 5: The two-link robot arm actuated by pneumatic muscles.

The dynamic of the two-link robot arm actuated by pneumatic muscles can be described as

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} a_{A1} & 0 \\ 0 & a_{A2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta p_1^2 \\ \Delta p_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_1(\cdot) & 0 \\ 0 & h_2(\cdot) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta p_1 \\ \Delta p_2 \end{bmatrix} \right. \\
&\quad + \begin{bmatrix} b_{E1}(t) & 0 \\ 0 & b_{E2}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{F1} & 0 \\ 0 & a_{F2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{G1} \\ a_{G2} \end{bmatrix} \\
&\quad \left. - \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \right\}
\end{aligned} \tag{4.72}$$

where

$$\begin{aligned}
a_{A1} &= n_1(F_{2L1} + F_{2R1})r_1 \\
a_{A2} &= n_2(F_{2L2} + F_{2R2})r_2 \\
h_1(\cdot) &= b_{B1}(t)\dot{q}_1 + a_{C1}q_1 + a_{D1} \\
h_2(\cdot) &= b_{B2}(t)\dot{q}_2 + a_{C2}q_2 + a_{D2} \\
b_{B1}(t) &= \begin{cases} -n_1(B_{1L1i} + B_{1R1d})r_1^2 & , \dot{q}_1 < 0 \\ 0 & , \dot{q}_1 = 0 \\ n_1(B_{1L1d} + B_{1R1i})r_1^2 & , \dot{q}_1 > 0 \end{cases} \\
b_{B2}(t) &= \begin{cases} -n_2(B_{1L2i} + B_{1R2d})r_2^2 & , \dot{q}_2 < 0 \\ 0 & , \dot{q}_2 = 0 \\ n_2(B_{1L2d} + B_{1R2i})r_2^2 & , \dot{q}_2 > 0 \end{cases} \\
a_{C1} &= n_1(K_{1R1} - K_{1L1})r_1^2 \\
a_{C2} &= n_2(K_{1R2} - K_{1L2})r_2^2 \\
a_{D1} &= n_1(2F_{2R1}P_{0R1} - F_{1R1} + 2F_{2L1}P_{0L1} - F_{1L1} + r_1K_{1R1}\pi + r_1K_{1L1}\pi)r_1 \\
a_{D2} &= n_2(2F_{2R2}P_{0R2} - F_{1R2} + 2F_{2L2}P_{0L2} - F_{1L2} + r_2K_{1R2}\pi + r_2K_{1L2}\pi)r_2 \\
b_{E1}(t) &= \begin{cases} -n_1(B_{0L1i} + B_{1L1i}P_{0L1} + B_{0R1d} - B_{1R1d}P_{0R1})r_1^2 & , \dot{q}_1 < 0 \\ 0 & , \dot{q}_1 = 0 \\ -n_1(B_{0L1d} - B_{1L1d}P_{0L1} + B_{0R1i} + B_{1R1i}P_{0R1})r_1^2 & , \dot{q}_1 > 0 \end{cases} \\
b_{E2}(t) &= \begin{cases} -n_2(B_{0L2i} + B_{1L2i}P_{0L2} + B_{0R2d} - B_{1R2d}P_{0R2})r_2^2 & , \dot{q}_2 < 0 \\ 0 & , \dot{q}_2 = 0 \\ -n_2(B_{0L2d} - B_{1L2d}P_{0L2} + B_{0R2i} + B_{1R2i}P_{0R2})r_2^2 & , \dot{q}_2 > 0 \end{cases} \\
a_{F1} &= -n_1(K_{1L1}P_{0L1} + K_{1R1}P_{0R1} + K_{0L1} + K_{0R1})r_1^2 \\
a_{F2} &= -n_2(K_{1L2}P_{0L2} + K_{1R2}P_{0R2} + K_{0L2} + K_{0R2})r_2^2 \\
a_{G1} &= -n_1(F_{2R1}P_{0R1}^2 - F_{1R1}P_{0R1} - F_{2L1}P_{0L1}^2 + F_{1L1}P_{0L1} \\
&\quad + r_1K_{1R1}P_{0R1}\pi + r_1K_{0R1}\pi - r_1K_{1L1}P_{0L1}\pi - r_1K_{0L1}\pi)r_1 \\
a_{G2} &= -n_2(F_{2R2}P_{0R2}^2 - F_{1R2}P_{0R2} - F_{2L2}P_{0L2}^2 + F_{1L2}P_{0L2} \\
&\quad + r_2K_{1R2}P_{0R2}\pi + r_2K_{0R2}\pi - r_2K_{1L2}P_{0L2}\pi - r_2K_{0L2}\pi)r_2 \\
d_{11} &= m_2(2l_1l_{c2}\cos q_2 + l_{c2}^2 + l_1^2) + m_1l_{c1}^2 + M(2l_1l_2\cos q_2 + l_1^2 + l_2^2) + I_1 + I_2 + I_M \\
d_{12} &= m_2(l_{c2}^2 + l_1l_{c2}\cos q_2) + M(l_2^2 + l_1l_2\cos q_2) + I_2 + I_M \\
d_{21} &= d_{12} \\
d_{22} &= m_2l_{c2}^2 + Ml_2^2 + I_2 + I_M \\
c_{11} &= -(m_2l_1l_{c2} + Ml_1l_2)\dot{q}_2 \sin q_2 \\
c_{12} &= -(m_2l_1l_{c2} + Ml_1l_2)(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin q_2 \\
c_{21} &= (m_2l_1l_{c2} + Ml_1l_2)\dot{q}_1 \sin q_2 \\
c_{22} &= 0 \\
f_1 &= -m_1gl_{c1}\sin q_1 - m_2g(l_1\sin q_1 + l_{c2}\sin(q_1 + q_2)) - Mg(l_1\sin q_1 + l_2\sin(q_1 + q_2)) \\
f_2 &= -(m_2gl_{c2} + Mgl_2)\sin(q_1 + q_2)
\end{aligned}$$

$m_l, m_2, l_1, l_2, l_{c1}, l_{c2}, r_1, r_2, I_1$ and I_2 denote the masses and lengths and radius and the inertias of the each link. M and I_M denote the load and the inertia at the end.

We investigate the closed-loop system behaviors of our adaptive control. The two-link planar robot arm studied here is similar to those in Fig. 5. The closed-loop system is simulated with the physical parameters of the arm as follows, $l_1 = 20$ in., $l_{c1} = 10$ in., $l_2 = 20$ in., $l_{c2} = 10$ in., $m_1 = m_2 = 1$ slug, $r_1 = 3$ in. and $r_2 = 2$ in. and the numbers of muscle pairs $n_1 = 6$ and $n_2 = 3$. All of the simulation were performed with the initial conditions, $q_1(0) = q_2(0) = 1$ rad., $\dot{q}_1(0) = \dot{q}_2(0) = 0.01$ rad./s, $\varepsilon = 0.1$ rad., $\beta = 10$ and the nominal pressures, $P_{0R1} = P_{0R2} = 40$ psi. and $P_{0L1} = P_{0L2} = 60$ psi.

In the simulations, we restricted the internal pressure in each muscle within the range, $0 \leq P \leq 130$ psi. since in a real system, the internal pressure can not go below zero and the parameters of the muscles using in here are only valid in this range. In addition, we use the full nonlinear model which includes the terms $a_{Ai}\Delta p_i^2$ when $i = 1, \dots, n$.

We studied five cases of the muscle parameter sets as shown in Table 1. The nominal parameters are the ones studied in [4]. The other two sets of coefficients represent 50% increase and 50% decrease of muscle coefficients. Case A represents the system under normal condition and has a matching pair of muscle groups. Case B to Case E represent the cases when the system has a mismatch pair of muscle groups or undergoes severe changes of muscle properties.

Table 1: Case studies for investigate tracking performance.

Case	Bicep1 (b1)	Tricep1 (t1)	Bicep2 (b2)	Tricep2 (t2)
A	Mean	Mean	Mean	Mean
B	+50%	-50%	+50%	-50%
C	-50%	+50%	-50%	+50%
D	+50%	-50%	-50%	+50%
E	-50%	+50%	+50%	-50%

We investigate controller performance by trajectory tracking for the end effector in xy space, i.e., a circle path is given by:

$$x_d = 16 + 8 \sin(0.4\pi t) \quad (4.73)$$

$$y_d = 16 + 8 \cos(0.4\pi t) \quad (4.74)$$

where x_d and y_d the desired end-effector spatial trajectories along x and y axes. For the inverse kinematics of the planar arm in Fig. 5, it can be to compute that these spatial path requirements are equivalent to required joint trajectories of

$$q_{2r} = \arccos\left(\frac{x_d^2 + y_d^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2}\right) \quad (4.75)$$

$$q_{1r} = \arctan\left(\frac{x_d}{y_d}\right) - \arctan\left\{\frac{l_2 \sin q_2}{l_1 + l_2 \cos q_2}\right\} \quad (4.76)$$

Table 2: Load variation at time 0 - 2000 sec.

Time (s)	Load (slug.)
$0 \leq t < 400$	1
$400 \leq t < 800$	0
$800 \leq t < 1200$	1
$1200 \leq t < 1600$	0
$1600 \leq t \leq 2000$	1

We performed the simulations for 2000 sec. under the load variation at the end as follow on Table 2. The simulation results of five cases are shown in Fig. 6-10. The tracking performance in five cases

are shown in Fig. 6. The adaptive gains and tracking errors are shown in Fig. 7 that all cases indicate that the gain defined by (3.48) is monotone nondecreasing and bounded on $[0, +\infty)$. and all cases demonstrated that the tracking error would eventually be within the prescribed error $\varepsilon = 0.1$ rad. after a finite time.

The pressure inputs Δp_1 and Δp_2 are shown in Fig. 8, the internal left muscle pressures of each left muscle P_{L1} and P_{L2} are shown in Fig. 9 and the internal right muscle pressures of each right muscle P_{R1} and P_{R2} are shown in Fig. 10. All cases indicate that internal pressures (P_{L1} , P_{L2} , P_{R1} and P_{R2}) are still within the range $0 \leq P \leq 130$ psi.

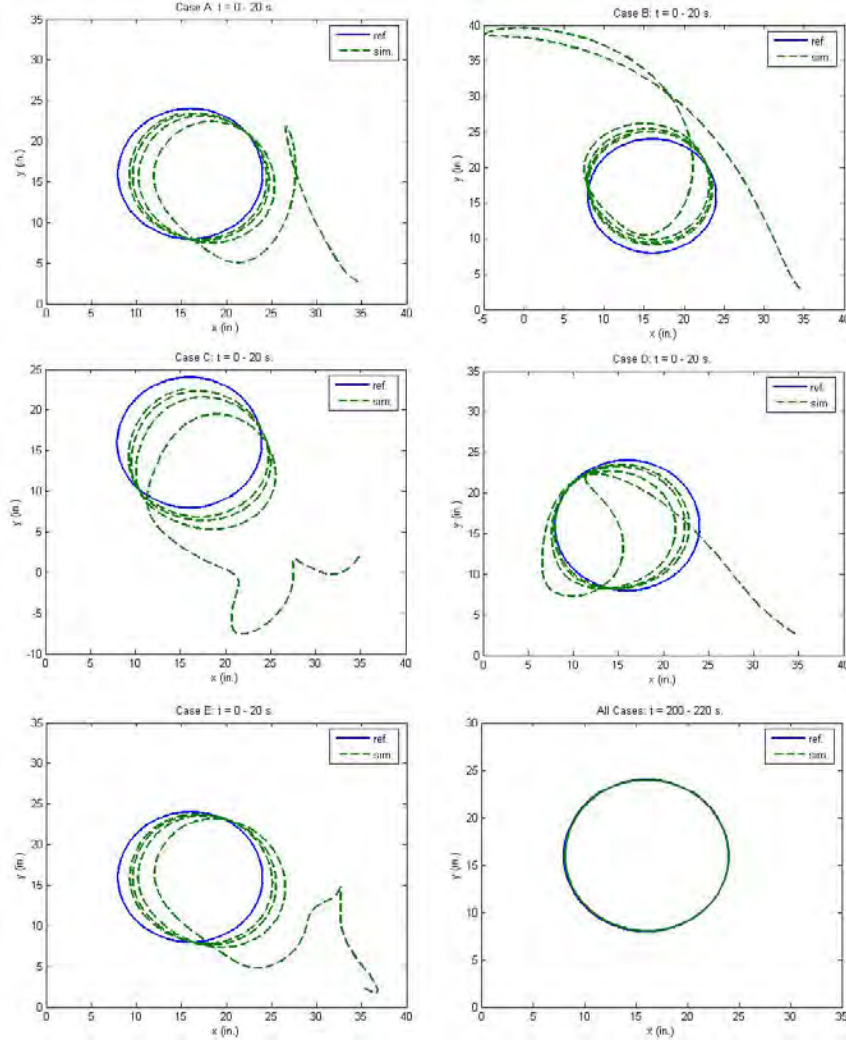


Figure 6: End-effector spatial trajectories

5 Conclusion

We propose an adaptive tracking control scheme for multi-link robots actuated by pneumatic muscles. All of physical parameters of the robot and pneumatic muscles are unknown. Under these conditions, we can proof that the joint angles of the robots can follow any $\mathbf{C}^1$ trajectories. The closed-loop states are globally bounded and the total angle error will be within any nonzero prescribed error in a finite time. We do not assume that the bounds of uncertain time-varying parameters are known a priori. From the simulations, it is shown that our adaptive control scheme can achieve angle tracking even under severe changes of system parameters.

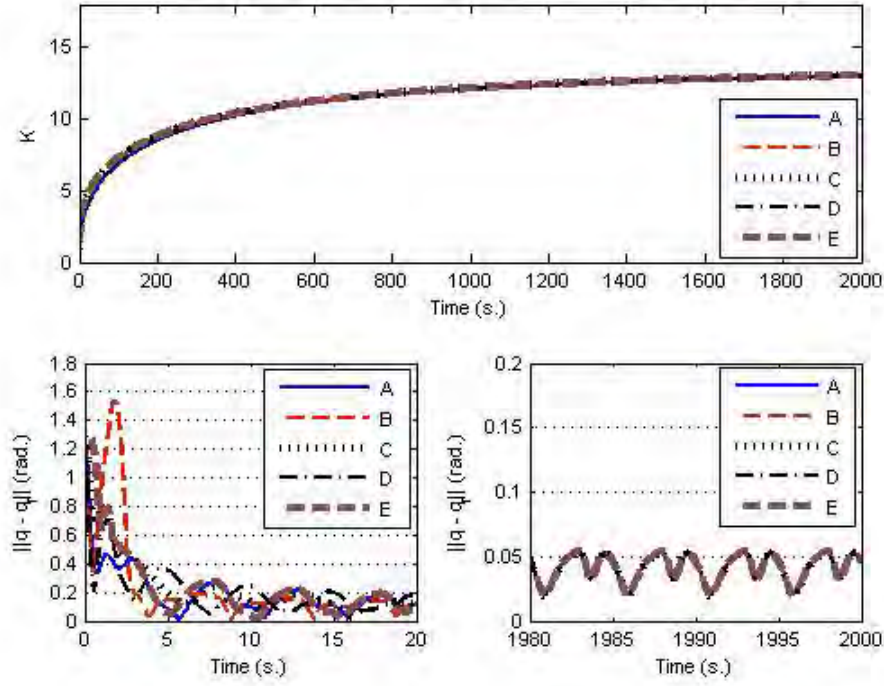


Figure 7: Adaptive gains and the total errors

References

- [1] C.P. Chou and B. Hannaford, "Static and Dynamic Characteristics of McKibben Pneumatic Artificial Muscles", *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Diego, CA, USA, May 1994.
- [2] C. P. Chou and B. Hannaford, "Measurement and Modeling of McKibben Pneumatic Artificial Muscles", *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 12 (1996), 90-102.
- [3] B. Tondu and P. Lopez, "Modeling and Control of McKibben Pneumatic Artificial Muscle Robot Actuators", *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 20 (2000), 15-38.
- [4] D. B. Reynolds, D. W. Repperger, C. A. Philips and G. Bandry, "Dynamic characteristics of pneumatic muscle", *Computers in Biology and Medicine*, Submitted.
- [5] D. B. Reynolds, D. W. Repperger, C. A. Phillips, and G. Bandry, "Modeling the Dynamic characteristics of pneumatic muscle", *Ann. Biomed. Eng.*, vol. 31 (2003), 310-317.
- [6] J. Lilly, "Adaptive tracking for pneumatic muscle actuators in bicep and tricep configurations", *IEEE Trans. Neural Systems Rehabilitation Eng.*, vol. 11 (2003), 333-339.
- [7] J. Lilly and P. Quesada, "A Two-Input Sliding-Mode Controller for a Planar Arm Actuated by Four Pneumatic Muscle Groups", *IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng.*, vol. 12, (2004), 349-359.
- [8] J. Lilly and L. Yang, "Sliding Mode Tracking for Pneumatic Muscle Actuators in Opposing Pair Configuration", *IEEE Trans. Control System Technology*, vol. 13, (2005), 550-558.
- [9] X. Chang and J. Lilly, "The Dynamics of PM Arm and Its Control" [online], Available <http://louisville.edu/~x0chan01/res/pms.htm>, 2003.
- [10] J. Lilly and X. Chang, "A Fuzzy Model Predictive Controller for a Planar Arm Actuated by Four Pneumatic Muscle Group", ready to submit

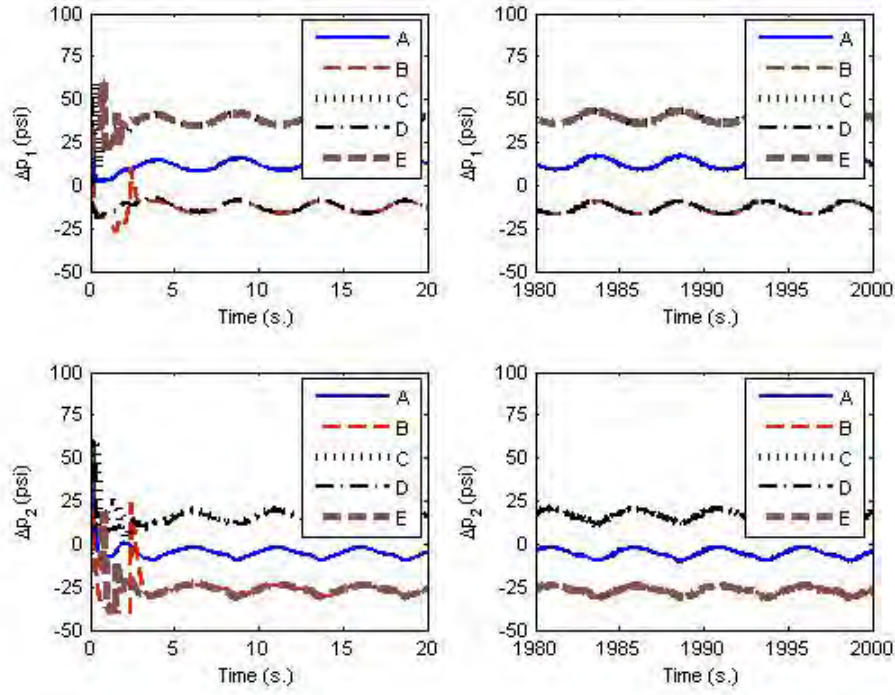


Figure 8: pressure inputs

- [11] D.W. Cai and H. Yamaura: "A Robust Controller for Manipulator Driven by Artificial Muscle Actuator", *Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications*, Dearborn, MI, 1996, 540-545.
- [12] D.W. Cai and Y. Dai. "A sliding mode controller for manipulator driven by artificial muscle actuator", *Proceedings of IEEE International Conference on Control Applications*, Anchorage, 2000, 668-673.
- [13] G. Tonietti and A. Bicchi, "Adaptive simultaneous position and stiffness control for a soft robot arm", *Proceedings of the IEEE/RSJ Conference on Intelligent Robots and Systems EPFL*, Lausanne, Switzerland, vol.2 (2002), 1992-1997.
- [14] L. Zhang, J. Xie and D. Lu, "Adaptive Robust Control of One-Link Joint Actuated by Pneumatic Artificial Muscles", *Proceedings of IEEE/ICBBE International Conference on Bioinformatics and Biomedical Engineering*, 2007, 1185 - 1189.
- [15] X.C. Zhu, G.L. Tao, J. Cao, B. Yao, "Adaptive Robust Posture Control of a Pneumatic Muscles Driven Parallel Manipulator", *4th IFAC Symp. on Mechatronic Systems*, Heidelberg, Germany, 2006, 764-769.
- [16] G.L. Tao, X.C. Zhu, B. Yao and J. Cao, "Adaptive Robust Posture Control of a Pneumatic Muscles Driven Parallel Manipulator with Redundancy". *Proceedings of American Control Conference*. New York, USA, 2007, 3408-3413.
- [17] W. Lin and R. Pongvuthithum, "Adaptive output tracking of inherently nonlinear systems with nonlinear parameterization", *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 48 (2003), 1737-1749.
- [18] R. Pongvuthithum, S. M. Veres, S. B. Gabriel, and E. Rogers, "Universal adaptive control of satellite formation flying", *International Journal of Control*, Vol. 78 (2005), 45-52.

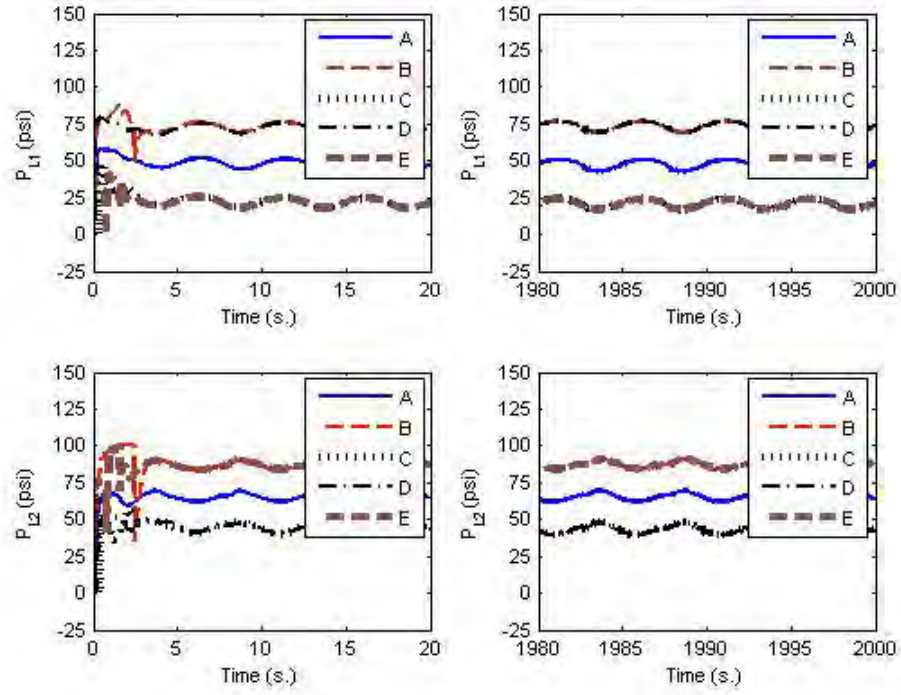


Figure 9: Internal pressures of bicep muscles

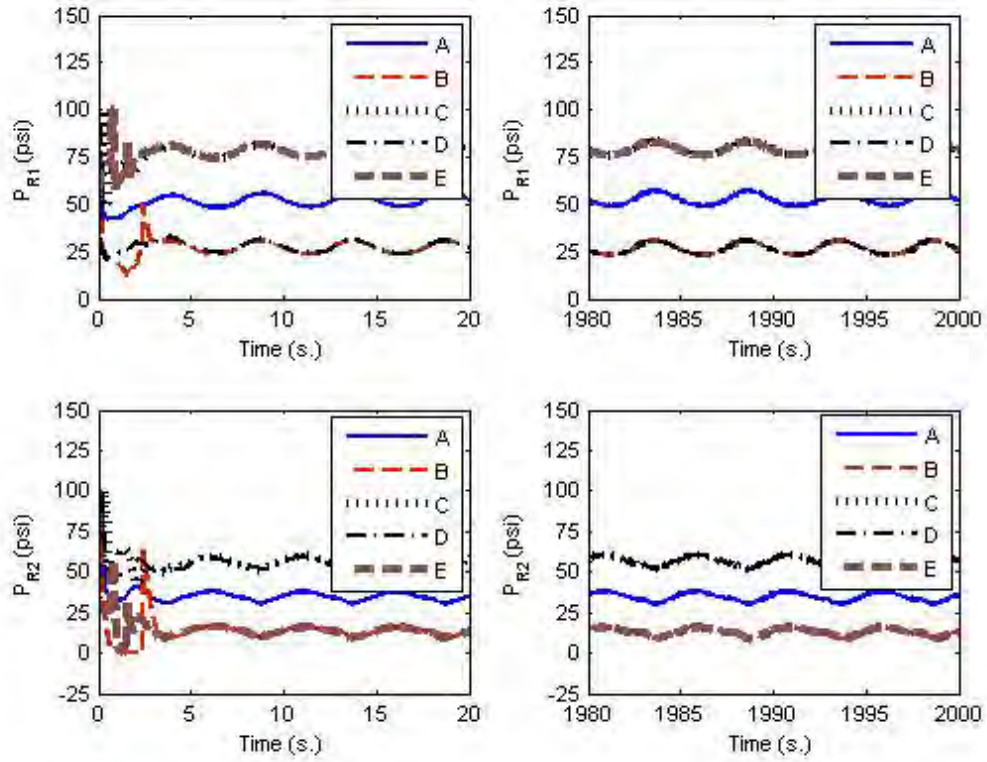


Figure 10: Internal pressures of tricep muscles



Adaptive Control for a One-Link Robot Arm Actuated by Pneumatic Muscles

Tarapong Karnjanaparichat and Radom Pongvuthithum*

Department of Mechanical Engineering, Chiang Mai University, Chiang Mai 50200, Thailand.

*Author for correspondence; e-mail: radomp@gmail.com

Received: 1 August 2008

Accepted: 31 August 2008.

ABSTRACT

Presently artificial pneumatic muscles are used in various applications due to their simple construction, lightweight and high force to weight ratio. However, controls of various mechanical systems actuated by pneumatic muscles are facing various problems. The parameters of the muscles are nonlinear and time-varying due to temperature change and the deterioration of the pneumatic muscle materials when the muscles are used for an extended period of time. Therefore, adaptive control is suitable to solve control problems for the pneumatic muscles since it can be designed to be independent of all system parameters and be able to adapt to certain changes of the system parameters.

In this paper, we study the problem of adaptive output tracking for a one-link robot arm actuated by two opposing pneumatic muscle groups. The two muscle groups are arranged to simulate the physiological model of the bicep-tricep system.

An adaptive controller is designed under the condition that all physical parameters, such as the pneumatic muscle coefficients, length of the arm, mass, moment of inertia and etc., are unknown. Under this condition, we can prove that closed-loop trajectory of the joint angle can follow any C^1 signal and the angle error will be within a prescribed error in a finite time. Simulations are presented to demonstrate the robustness of our adaptive controller under serve changes of the system parameters.

Keywords: output tracking, pneumatic muscles, adaptive control.

1. INTRODUCTION

The artificial pneumatic muscles are used in various applications such as robotics, bio-robotics, biomechanics, artificial limb replacements and many industry tasks. The advantages of the pneumatic muscles are the ease of use compared to standard pneumatic cylinders and their simple construction. The pneumatic muscles are also soft, lightweight and have a high power/force to weight ratio. In addition, the pneumatic muscles can be

twisted axially i.e. not aligned and bended. These features make pneumatic muscles a major interest for the researchers and hobbyists.

The mathematical models of pneumatic muscle have been developed in two different ways, dynamics and static models. Chou and Hannaford, [1, 2], and Tondu and Lopez [3] developed static models by using virtual work to find the relation of force, pressure

and lengths of muscle. On the other hand, the dynamics model, developed by Reynolds et al. [4, 5] models the muscles by connecting a spring, a damping and a contractile element in parallel. However, this paper only focus on the dynamics model since it has been widely used in various control applications [6-10] and also offers a simpler structure of the muscle comparing to the static model.

The control of pneumatic muscles is difficult due to the physical parameters being nonlinear and time-varying. Many researchers have proposed control schemes for solving control problems of uncertain mechanical systems actuated by pneumatic muscles. For example, Lilly [6] proposed a sliding-mode adaptive controller for a planar robot arm actuated by pneumatic muscles. This adaptive controller requires the exact forms of the nonlinear functions and the system mechanical properties, e.g. the link masses, lengths and inertias. In [7], Lilly and Quesada extended the result in [6] to a two-link arm. Lilly and Yang [8] developed a robust controller based on sliding-mode for a planar robot arm with a load at the end point. The robust controllers in [6-8] require the information on the bounds of system parameters. In addition, in the case of sliding mode controller, chattering can occur due to the controller being a discontinuous function. Taking another approach, Lilly and Chang, [9, 10], developed Fuzzy predictive controller for a two-link arm actuated pneumatic muscles. A fuzzy model was developed based on linearized model around operating point on state space, therefore all of system parameters must be known precisely.

For pneumatic muscles, muscle property changes due to temperature changes and the deterioration of the pneumatic muscle materials when the muscles are in use for an extended period of time are common. Therefore, the existing controllers are not

suitable in practice. To solve the problem, we should develop a continuous controller that is independent of all system parameters and can adapt the system parameter changes. In this paper, we will focus on designing an adaptive controller for a one-link robot arm actuated by pneumatic muscles. The proposed control scheme is based on a monotone adaptive control studied in [11, 12]. The controller is obtained under the condition that all of physical parameters of the robot arm and the muscles are unknown. Under this condition, it can be proved that the robot arm can follow any C^1 signal and the angle error will be within a prescribed error in a finite time.

The remaining of the paper is organized as follows. Section 2 contains concepts of pneumatic muscle model and the dynamics of one-link arm actuated by pneumatic muscles. Design methodology of the monotone adaptive controller is presented in Section 3. Simulation results demonstrating our controller performance are in Section 4. Finally, conclusions are drawn in Section 5.

2. DYNAMICS OF A ONE-LINK ROBOT ARM ACTUATED BY PNEUMATIC MUSCLES

2.1 Dynamics Model of Pneumatic Muscles

In [4, 5] a pneumatic muscle is modeled by three elements, a spring a damping and a contractile, connecting in parallel, see Figure 1. The total force exerted by the muscle on the mass is

$$R = F(P) - B(P)\dot{y} - K(P)y \quad (1)$$

where F is the force exerted by the contractile element, B is the damping coefficient and K is the spring coefficient. Using data from experiments, the coefficients

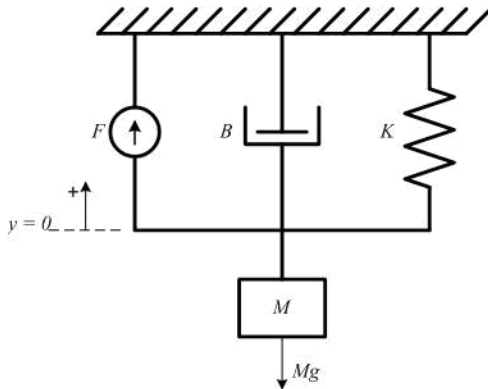


Figure 1. A three-element model of the pneumatic muscle.

were formulated as polynomial functions of the input pressure of the muscle.

To find the coefficient functions of the three-elements, the muscle was hung vertically with a mass attached at the lower end. Then, the muscle was inflated and held at various constant P . Let $y = 0$ be the position of the mass when the muscle is completely deflated see Figure 2. The position y and the values of the three coefficients were determined by perturbing the load at each constant P . Under the assumption that the spring and damping coefficient functions determined by perturbation of the load at constant P are the same functions as obtained in the dynamic condition, the coefficient functions were formulated by the least square method.

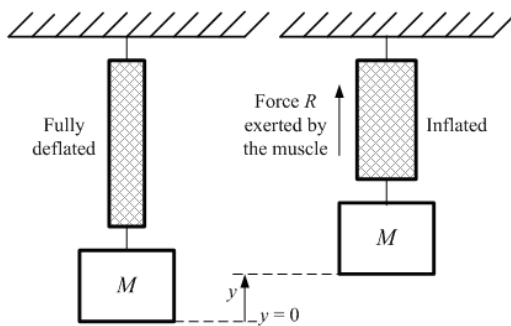


Figure 2. The pneumatic muscle is actuating a mass.

According to [4], their muscle coefficient functions of the three elements are given as:

$$K(P) = K_0 + K_1 P = 32.58 + 1.209P \quad (2)$$

$$B(P) = B_{0i} + B_{1i} P = 5.748 + 0.2719P \text{ (Inflation)} \quad (3a)$$

$$B(P) = B_{0d} - B_{1d} P = 3.41 - 0.0316P \text{ (Deflation)} \quad (3b)$$

$$F(P) = F_1 P - F_2 P^2 = 3.77P - 0.0138P^2 \quad (4)$$

The coefficients in (2)-(4) are applicable for pressure in the range of $0 \leq P \leq 130$ psi.

2.2 Dynamics of a One-link Rigid Arm

Consider a rigid link shown in Figure 3. Let q denote the angle of the joint, l denotes the length of the link, l_c denotes the distance from origin point to the center of mass.

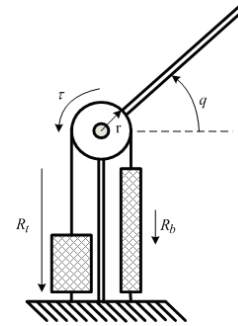


Figure 3. The one-link rigid arm.

The kinetic energy of the system is

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 \\ &= \frac{1}{2} m l_c^2 \dot{q}^2 + \frac{1}{2} I \dot{q}^2 \end{aligned} \quad (5)$$

where I the moment of inertia of the link and the potential energy is

$$V = m g l_c \sin q \quad (6)$$

The Lagrange function is

$$L = T - V$$

$$= \frac{1}{2} m l_c^2 \dot{q}^2 + \frac{1}{2} I \dot{q}^2 - m g l_c \sin q \quad (7)$$

According to Lagrange's equation,

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = \tau$$
 The dynamics equation of the one rigid link is

$$ml^2 \ddot{q} + I\ddot{q} + mgl \cos q = \tau \quad (8)$$

where τ is the torque for driving the arm joint.

2.3 Dynamics of the Pneumatic Muscle Actuator in a Robot Arm

Consider a pneumatic muscle pair putting into antagonism similar to actuators in the physiological model of the bicep-tricep system in Figure 4. The muscle pairs are connected by means of a chain driving a sprocket. The group of bicep muscles is not necessary to have the same muscle coefficients as the group of tricep muscles. The force difference between the agonist and the antagonist generates a positive or negative torque.

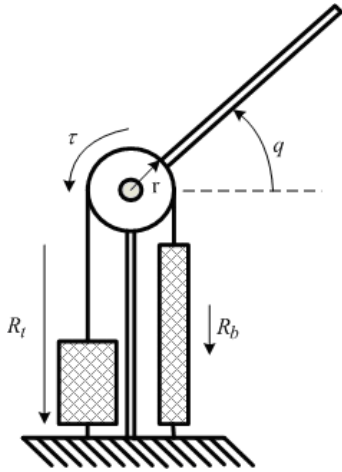


Figure 4. The pneumatic muscle pairs tied together around a sprocket.

Assume that the n pneumatic muscle pairs tied together around a sprocket of radius r as in Figure 4, with the connecting line rigidly attached to the sprocket to prevent slipping. The torque produced to the sprocket by the muscle pairs is

$$\tau = \tau_t - \tau_b = (R_t - R_b)r \quad (9)$$

where R_b and R_t are the total force exerted by

an individual group of bicep and tricep muscles respectively. When the force $R_t > R_b$, then the torque exerted on the joint is counterclockwise and vice versa. From (1), we have

$$R_b = n(F_b - K_b x_b - B_b \dot{x}_b) \quad (10a)$$

$$R_t = n(F_t - K_t x_t - B_t \dot{x}_t) \quad (10b)$$

where x_b is the length of bicep muscles and x_t is the length of tricep muscles. Substitute (10) into (9), then the total torque delivered to the sprocket is given by

$$\tau = n(F_t - K_t x_t - B_t \dot{x}_t - F_b + K_b x_b + B_b \dot{x}_b)r \quad (11)$$

where F_b , K_b and B_b depend on the input pressure of bicep muscles and F_t , K_t and B_t depend on the input pressure of tricep muscles.

A joint angle of $q = -90^\circ$ corresponds to the tricep muscles being fully extended and the bicep fully contracted, and $q = 90^\circ$ corresponds to the tricep muscles being fully contracted and the bicep fully extended. Therefore, the muscle lengths x_t and x_b can be expressed in terms of q as

$$x_b = \left(\frac{\pi}{2} - q \right) r \quad (12a)$$

$$x_t = \left(q + \frac{\pi}{2} \right) r \quad (12b)$$

Let the internal pressure of the bicep muscles P_b and the tricep muscles P_t be

$$P_b = P_{0b} - \Delta p \quad (13a)$$

$$P_t = P_{0t} + \Delta p \quad (13b)$$

where P_{0b} and P_{0t} are arbitrary positive nominal constant pressures and Δp is the control input. With the definition (13), the antagonist pairs become a single-input system with input Δp .

From (11)-(13) and the coefficient functions (2)-(4), the torque can be written as

$$\begin{aligned} \tau = & a_A \Delta p^2 - (b_B(t) \dot{q} + a_C q + a_D) \Delta p \\ & + b_E(t) \dot{q} + a_F q + a_G \end{aligned} \quad (14)$$

where

$$a_A = n(F_{2b} - F_{2t})r \quad (15a)$$

$$b_B(t) = \begin{cases} -n(B_{bi} + B_{td})r^2, & \dot{q} < 0 \\ 0, & \dot{q} = 0 \\ n(B_{ti} + B_{bd})r^2, & \dot{q} > 0 \end{cases} \quad (15b)$$

$$a_C = n(K_{li} - K_{lb})r^2 \quad (15c)$$

$$a_D = \frac{n}{2}(4F_{2i}P_{0i} + 4F_{2b}P_{0b} + rK_{1b}\pi - 2F_{1i} - 2F_{1b})r \quad (15d)$$

$$b_E(t) = \begin{cases} -n(B_{bi} - B_{td}P_{0i} + B_{td} + B_{bd}P_{0b})r^2, & \dot{q} < 0 \\ 0, & \dot{q} = 0 \\ -n(B_{bd} + B_{td}P_{0i} + B_{td} - B_{bd}P_{0b})r^2, & \dot{q} > 0 \end{cases} \quad (15e)$$

$$a_F = -n(K_{lb}P_{0b} + K_{li}P_{0i} + K_{0b} + K_{0i})r^2 \quad (15f)$$

$$a_G = -\frac{n}{2}(-rK_{1b}P_{0b}\pi + 2F_{1b}P_{0b} - rK_{0b}\pi + 2F_{2i}P_{0i}^2 - 2F_{2b}P_{0b}^2 - 2F_{1i}P_{0b}^2 + rK_{0i}\pi + rK_{1i}P_{0i}\pi)r \quad (15g)$$

In (15), b and t subscripts indicate the coefficients of bicep and tricep muscles respectively. The subscripts, i and d , on the coefficient B denote whether the muscles are being inflated and deflated respectively.

Combining the dynamics of the one rigid link arm from (8) and the dynamic of the pneumatic muscle, (14)-(15), we can arrive at the following model for the one-link planar robot arm actuated by pneumatic muscles in Figure 4.

$$\ddot{q} = \bar{a}_A \Delta p^2 - f(q, \dot{q}, b_E(t)) \Delta p + h(q, \dot{q}, b_E(t)) \quad (16)$$

where

$$\bar{a}_A = \frac{a_A}{ml_c^2 + I} \quad (17a)$$

$$f(q, \dot{q}, b_E(t)) = \frac{b_E(t)\dot{q} + a_C q + a_D}{ml_c^2 + I} \quad (17b)$$

$$h(q, \dot{q}, b_E(t)) = \frac{b_E(t)\dot{q} + a_F q + a_G}{ml_c^2 + I} - \frac{mg \cos q}{ml_c^2 + I} \quad (17c)$$

3. Adaptive Control for a One-Link Robot Arm Actuated by Pneumatic Muscles

3.1 Problem Statement

Let $x_1 = q$ and $x_2 = \dot{q}$. Then, the system of one-link robot arm actuated by the pneumatic muscles from (16) is described by

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \bar{a}_A \Delta p^2 - f(x_1, x_2, b_E(t)) \Delta p \\ &\quad + h(x_1, x_2, b_E(t)) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (18)$$

where $(x_1, x_2) \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \times \mathfrak{R}$ is the state,

$\Delta p \in \mathfrak{R}$ and $y \in \mathfrak{R}$ are the system input and output respectively; $b_B : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ and $b_E : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ are functions which represent an uncertain time-varying parameters. From (15), it is obvious that there exists an *unknown* constant $\theta > 0$, such that

$$|b_B(t)| \leq \theta \text{ and } |b_E(t)| \leq \theta \quad (19)$$

We are interested in the problem of global output tracking of the uncertain nonlinear system (18) under the following assumptions.

Assumption 1: There exists an *unknown* constant $M \geq 0$ such that a C^1 reference signal $y_r(t)$ satisfies

$$|y_r(t)| \leq M \text{ and } |\dot{y}_r(t)| \leq M \quad \forall t \geq 0 \quad (20)$$

Assumption 2: $\bar{a}_A$ is small. Hence, the term $\bar{a}_A \Delta p^2$ can be neglected.

Assumption 3: There exists an unknown real number f_m satisfying

$$0 < f_m \leq f(q, \dot{q}, b_E(t)) \quad (21)$$

The problem of *adaptive output tracking* is formulated as follows. Let $y_r(t) \in C^1$ be a C^1 reference signal satisfying A1. For any $\varepsilon > 0$, find, if possible, an adaptive output tracking controller of the form

$$\begin{aligned} \dot{K} &= \eta(x_1, x_2, y_r(t)), \quad K \in \mathfrak{R} \\ u &= \mu(x_1, x_2, K, y_r(t)) \end{aligned} \quad (22)$$

such that

- the state (x_1, x_2) of closed-loop system (18) and (22) is well-defined on $[0, +\infty)$ and globally bounded;
- for every $[x_1(0), x_2(0)]^T \in \mathfrak{R}^2$, there is a finite time $T > 0$ such that the output of the closed-loop system (18) and (22) satisfies

$$|y(t) - y_r(t)| < \varepsilon \quad \forall t \geq T > 0 \quad (23)$$

3.2 Adaptive Controller Design

The monotone adaptive control scheme in [11] and [12] are modified for the system (18). First, we define a change of coordinates by $e = x_1 - y_r$ and $\bar{e} = x_2 = \dot{x}_1$. Then the system (18) can be written as

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \bar{e} - \dot{y}_r \\ \dot{\bar{e}} &= \bar{a}_A \Delta p^2 - f(x_1, x_2, b_B(t)) \Delta p \\ &\quad + h(x_1, x_2, b_B(t)) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (24)$$

Consider a Lyapunov function

$$V(e, \xi) = \frac{1}{2} e^2 + \frac{1}{2 f_m} \xi^2 \quad (25)$$

where $\xi = \bar{e} + (1 + K)e$ and the monotone non-decreasing function, , is governed by

$$\dot{K} = \begin{cases} \text{sat}_\beta \left(|y - y_r| - \frac{\varepsilon}{2} \right), & |y - y_r| \geq \frac{\varepsilon}{2} \\ 0, & |y - y_r| < \frac{\varepsilon}{2} \end{cases}$$

with $K(0) = 1, \forall \beta > 0$ (26)

The saturation function $\text{sat}_\beta(s) \in \mathfrak{R}$ is defined by

$$\text{sat}_\beta(s) = \begin{cases} s, & |s| \leq \beta \\ \text{sgn}(s)\beta, & |s| > \beta \end{cases} \quad \forall s \in \mathfrak{R}$$

Then the time derivative of equation (25) along the system (24) satisfies

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e\dot{e} + \frac{1}{f_m} \xi \dot{\xi} \\ &= e(\bar{e} - \dot{y}_r) + \frac{1}{f_m} \xi (\dot{\bar{e}} + (1 + K)\dot{e} + \dot{K}e) \\ &= e(\bar{e} - \dot{y}_r) - \xi \frac{f(\cdot)}{f_m} \Delta p + \frac{1}{f_m} \xi h(\cdot) \\ &\quad + \frac{1}{f_m} \xi ((1 + K)\dot{e} + \dot{K}e) \end{aligned} \quad (27)$$

Using A1, (19) and the completion of square, it can be shown that

$$\begin{aligned} e(\bar{e} - y_r) &\leq (e\bar{e} + |e|M) \\ &\leq \left(e\bar{e} + Ke^2 + \frac{M^2}{4K} \right) \\ &= \left(-e^2 + e\xi + \frac{M^2}{4K} \right) \\ &\leq -\frac{e^2}{2} + \frac{\xi^2}{2} + \frac{\Theta_1(M)}{K} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{f_m} \xi h(\cdot) &= \frac{1}{f_m} \xi \left\{ \frac{b_B(t)\dot{q} + a_F q + a_G - mg \cos q}{m l_c^2 + I} \right\} \\ &\leq \frac{|\xi| \{ |\theta| x_2| + |a_F| |x_1| + |a_G| + |mg| \}}{f_m (m l_c^2 + I)} \\ &\leq \frac{|\xi| \{ |\theta| \bar{e}| + |a_F| |e| + |a_F| M + |a_G| + |mg| \}}{f_m (m l_c^2 + I)} \\ &\leq \xi^2 (K \bar{e}^2 + Ke^2 + K) \\ &\quad + \frac{\Theta_2(\theta, M, f_m, a_F, a_G, mg)}{K} \end{aligned} \quad (29)$$

where

$$\Theta_1(M) = \frac{M^2}{4} \geq 0 \quad \text{and}$$

$$\Theta_2(\cdot) = \frac{\theta^2 + a_p^2 + (a_p|M| + a_G|mg|)^2}{4f_m^2(mI_c^2 + I)^2} \geq 0$$

are unknown constants.

Similarly, it can be shown that

$$\begin{aligned} \frac{1}{f_m} \xi((1+K)\dot{e} + \dot{K}e) &\leq \frac{1}{f_m} |\xi|(2K|\dot{e}| + \beta|e|) \\ &\leq \frac{1}{f_m} |\xi|(2K(\bar{e} + M) + \beta|e|) \\ &\leq \frac{1}{f_m} \xi^2(K^3\bar{e}^2 + K^3 + K\bar{e}^2) \\ &\quad + \frac{\Theta_3(M, f_m, \beta)}{K} \end{aligned} \quad (30)$$

where $\Theta_3(\cdot) = \frac{1}{f_m^2} \left(\frac{4 + 4M^2 + \beta^2}{4} \right) \geq 0$ is an unknown constant.

Substitute (28), (29) and (30) into (27). Hence,

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{e^2}{2} + \frac{\xi^2}{2} + \frac{\Theta_1(M)}{K} - \xi \frac{f(\cdot)}{f_m} \Delta p \\ &\quad + \xi^2(K\bar{e}^2 + K\bar{e}^2 + K) + \frac{\Theta_2(\cdot)}{K} \\ &\quad + \xi^2(K^3\bar{e}^2 + K^3 + K\bar{e}^2) + \frac{\Theta_3(\cdot)}{K} \\ &\leq -\frac{e^2}{2} + \frac{\xi^2}{2} - \xi \frac{f(\cdot)}{f_m} \Delta p \\ &\quad + \xi^2(2K^3\bar{e}^2 + 2Ke^2 + 2K^3) + \frac{\Theta}{K} \end{aligned} \quad (31)$$

where the unknown constant

$\Theta = \Theta_1(\cdot) + \Theta_2(\cdot) + \Theta_3(\cdot)$ is independent of the K .

With the choice of the controller

$$\Delta p = \xi(1 + 2K^3\bar{e}^2 + 2Ke^2 + 2K^3) \quad (32)$$

Then, we have

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{e^2}{2} + \frac{\xi^2}{2} \\ &\quad - \xi^2 \frac{f(\cdot)}{f_m} (1 + 2K^3\bar{e}^2 + 2Ke^2 + 2K^3) \\ &\quad + \xi^2(2K^3\bar{e}^2 + 2Ke^2 + 2K^3) + \frac{\Theta}{K} \end{aligned} \quad (33)$$

From A3, together with the fact that $-\xi^2(1 + 2K^3\bar{e}^2 + 2Ke^2 + 2K^3) \leq 0$, then (33) can be reduced as

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{e^2}{2} - \frac{\xi^2}{2} + \frac{\Theta}{K} \\ &\leq -bV + \frac{\Theta}{K} \end{aligned} \quad (34)$$

where $b = \min\{1, f_m\} > 0$

In the remaining part of the proof, we show that all states $(e, \bar{e}, K)$ of the closed-loop system (24), (32) and (26) are bounded and well-defined on $[0, +\infty)$. Moreover, given any $\varepsilon > 0$, there exists a finite time T_ε such that the tracking error $|y - y_r| \leq \varepsilon, \forall t \geq T_\varepsilon$.

Using eq. (34), we obtain

$$\dot{V} \leq -bV + \Theta \quad (35)$$

which implies that (e, ξ, K) are well-defined on $[0, +\infty)$ and (e, ξ) is bounded. The compact set

$$\Omega = \left\{ e, \xi \mid V(e, \xi) \leq a, \forall a \geq \frac{\Theta}{b} \right\} \text{ is invariant,}$$

since V is positive definite and proper and $\dot{V}$ is negative semi-definite $\forall e, \xi \in \Omega$. To show that $K(t)$ is bounded, we use a contradiction argument. Suppose that the monotone non-decreasing function $K(t)$ is unbounded. Then there must exist a finite time T^* such that

$$K(t) \geq \frac{\Theta}{\varepsilon^*}, \quad \varepsilon^* = \frac{b\varepsilon^2}{16} \quad \forall t \geq T^*$$

and (34) becomes

$$\dot{V} \leq -bV + \varepsilon^* \quad \forall t \geq T^*$$

Consequently,

$$V(t) \leq e^{-b(t-T^*)} \left(V(T^*) - \frac{\varepsilon^*}{b} \right) + \frac{\varepsilon^*}{b} \quad \forall t \geq T^* \quad (36)$$

This implies that there exists another finite time T_1 such that

$$\frac{|y - y_r|^2}{2} = \frac{e^2}{2} \leq V(t) \leq \frac{2\varepsilon^*}{b} = \frac{\varepsilon^2}{8} \quad \forall t \geq T_1$$

which contradicts the assumption that $K(t)$ is unbounded since

$$\dot{K}(t) = 0 \quad \forall t \geq T_1.$$

Since $K(t)$ is bounded, we can conclude that all of the states $(e, \bar{e}, K)$ of equations (24), (32) and (26) are also bounded and well-defined. Hence, from A1, the closed-loop system trajectories generated by equations (24), (32) and (26) are well-defined and bounded on $[0, +\infty)$.

In addition, the integral of $\dot{K}(t)$ evaluated from zero to infinity exists and it finite, that is

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \dot{K}(\tau) d\tau = K(\infty) - K(0) < +\infty$$

Since $\dot{K}(t)$ is uniformly continuous, it follows from *Barbalat's lemma* that

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{K}(t) = 0$$

This, together with equation (26), implies the existence of a finite time T_ε satisfying

$$|y - y_r| \leq \varepsilon \quad t \geq T_\varepsilon > 0$$

4. SIMULATION RESULTS

We investigate the closed-loop system behaviors of our adaptive control. The one-link planar robot arm studied here is similar to those in Figure 4. The closed-loop system is simulated with the physical parameters of the arm as follows, $m = 1$ slug, $l = 20$ in., $l_c = 10$ in., $r = 2$ in. and the number of muscle pairs $n = 6$. All of the simulation were performed with the initial conditions, $[x_1(0),$

$x_2(0)]^T = [1, 1]^T$, $\varepsilon = 0.1$ rad., $\beta = 10$ and the nominal pressures, $P_{obl} = 40$ psi. and $P_{oel} = 60$ psi.

In the simulations, we restricted the internal pressure in each muscle within the range, $0 \leq P \leq 130$ psi. since in a real system, the internal pressure can not go below zero and the parameters of the muscles using in here are only valid in this range. In addition, we use the full nonlinear model which includes the term $\bar{a}_A \Delta p^2$ in all simulations.

We studied three cases of the muscle parameter sets as shown in table 1. The nominal parameters are the ones studied in [4]. The other two sets of coefficients represent 50% increase and 50% decrease of muscle coefficients. *Case A* represents the system under a normal condition and has a matching pair of muscle groups. *Case B* and *Case C* represent the cases when the system has a mismatch pair of muscle groups or undergoes severe changes of muscle properties.

Table 1. Case studies for investigate tracking performance.

Case	Bicep	Tricep
A	Nominal	Nominal
B	+50%	-50%
C	-50%	+50%

We chose two different types of reference trajectories. The first one was a sum of sinusoidal signals,

$$y_r = 0.5 \sin(0.1\pi \cdot t) + 0.8 \sin(0.05\pi \cdot t) + 0.5 \sin(0.2\pi \cdot t) \quad \text{rad.} \quad (37)$$

The other was a pseudo-square wave signal,

$$y_r = \begin{cases} -1.2 & , \sin(0.1\pi \cdot t) \leq -1.2 \\ 1.5\sin(0.08\pi \cdot t) & , |\sin(0.1\pi \cdot t)| < 1.2 \\ 1.2 & , \sin(0.1\pi \cdot t) \geq 1.2 \end{cases} \text{ rad.} \quad (38)$$

We performed the simulations for 40,000 sec and at $t = 30,000$ s., we switch the reference signal from the sum of sinusoidal signals to the pseudo-square wave signal. The simulation results in three cases are shown in Figure 5-10.

The tracking performance and tracking error in *Case A*, *B* and *C* are shown in Figure 5, 7 and 9 respectively. All of the cases demonstrated that the tracking error would eventually be within the prescribed error $\varepsilon = 0.1$ rad. after a finite time.

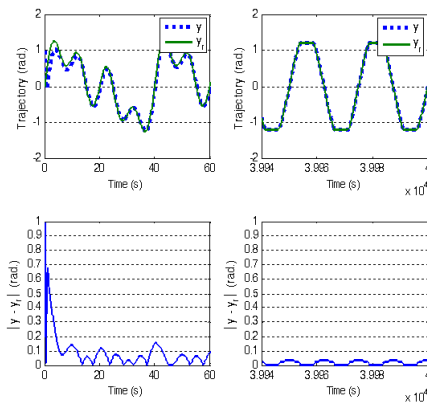


Figure 5. Joint angle trajectory and the error in *Case A*.

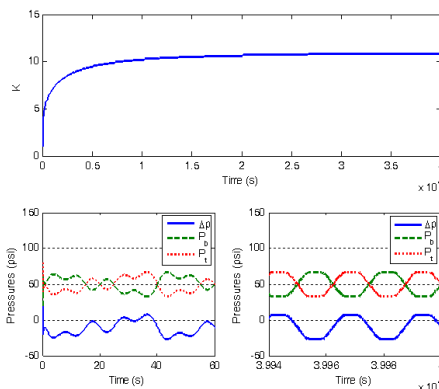


Figure 6. Adaptive gain and Pressures in *Case A*.

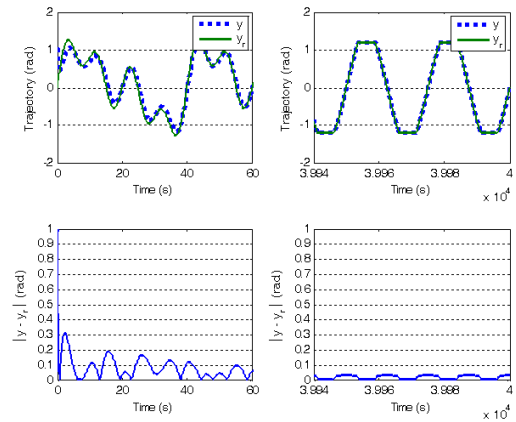


Figure 7. Joint angle trajectory and the error in *Case B*.

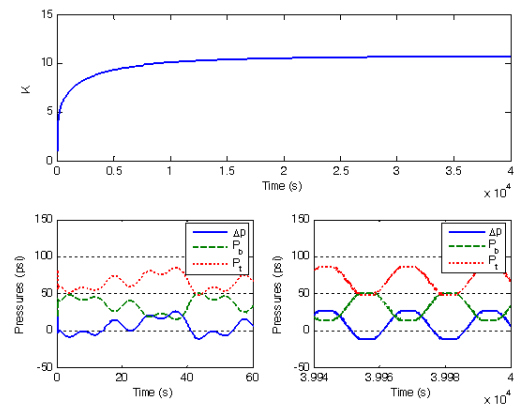


Figure 8. Adaptive gain and Pressures in *Case B*.

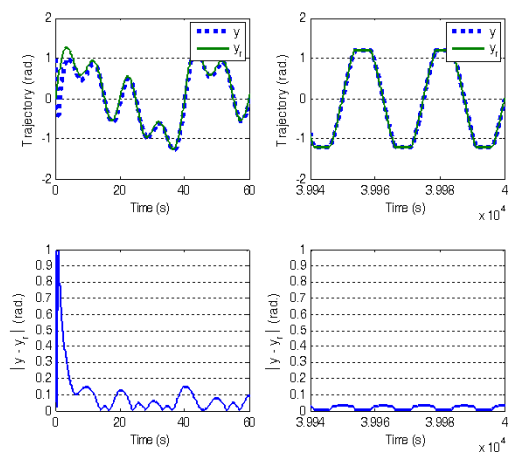


Figure 9. Joint angle trajectory and the error in *Case C*.

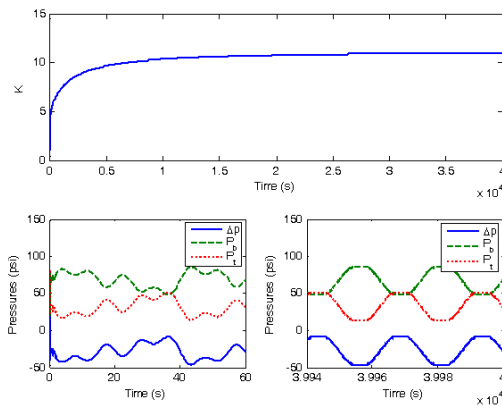


Figure 10. Adaptive gain and Pressures in Case C.

5. CONCLUSIONS

In this paper, we develop an adaptive controller for a one-link robot arm actuated by pneumatic muscles under the conditions that all physical parameters of the system are *unknown*. Moreover, the bound of uncertain time-varying parameter are not known a priori.

The proposed control law can regulate the joint angle to follow any C^1 trajectory. The closed-loop states are globally bounded and the angle error will be within any nonzero prescribed error in a finite time. We demonstrate the performance and characteristic by simulations. The simulations show that our adaptive control scheme can achieve angle tracking even under severe changes of system parameters.

7. REFERENCES

- [1] Chou C.P., and Hannaford B., Static and Dynamic Characteristics of McKibben Pneumatic Artificial Muscles, *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Diego, CA, USA, May 1994.
- [2] Chou C.P., and Hannaford B., Measurement and Modeling of McKibben Pneumatic Artificial Muscles, *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 1996; **12**:90-102.
- [3] Tondu B., and Lopez P., Modeling and Control of McKibben Pneumatic Artificial Muscle Robot Actuators, *IEEE Control Systems Magazine*, 2000; **20**:15-38.
- [4] Reynolds D.B., Repperger D.W., Phillips C.A., and Bandry G., Dynamic characteristics of pneumatic muscle, *Computers in Biology and Medicine*. Submitted.
- [5] Reynolds D.B., Repperger D.W., Phillips C.A., and Bandry G., Modeling the Dynamic characteristics of pneumatic muscle, *Ann. Biomed. Eng.*, 2003; **31**: 310–317.
- [6] Lilly J., Adaptive tracking for pneumatic muscle actuators in bicep and tricep configurations *IEEE Trans. Neural Systems Rehabilitation Eng.*, 2003; **11**: 333-339.
- [7] Lilly J., and Quesada P., A Two-Input Sliding-Mode Controller for a Planar Arm Actuated by Four Pneumatic Muscle Groups, *IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng.*, 2004; **12**: 349–359.
- [8] Lilly J., and Yang L., Sliding Mode Tracking for Pneumatic Muscle Actuators in Opposing Pair Configuration, *IEEE Trans. Control Systems Technology*, 2005; **13**: 550-558.
- [9] Chang X., and Lilly J., 2003, The Dynamics of PM Arm and Its Control [Online], <http://louisville.edu/~x0chan01/res/pms.htm>
- [10] Lilly J., and Chang X., A Fuzzy Model Predictive Controller for a Planar Arm Actuated by Four Pneumatic Muscle Group [Online], Available <http://louisville.edu/~x0chan01/res/pms.htm>
- [11] Lin W., and Pongvuthithum R., Adaptive output tracking of inherently nonlinear systems with nonlinear parameterization, *IEEE Trans. Automatic Control*, 2003; **48**: 1737-1349.
- [12] Pongvuthithum R., Veres S.M., Gabriel S.B., and Rogers E., Universal adaptive control of satellite formation flying, *International Journal of Control*, 2005; **78**: 45-52.