รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

โครงการ การสร้างแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นสำหรับประเทศไทย

Local geoid modeling for Thailand

โดย ผศ.ดร. พุทธิพล ดำรงชัย และคณะ

มิถุนายน 2555

สัญญาเลขที่ MRG5380262

รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

โครงการ การสร้างแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นสำหรับประเทศไทย

Local geoid modeling for Thailand

ผศ.ดร. พุทธิพล ดำรงชัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ (หัวหน้าโครงการ)
รศ.ดร. ชูเกียรติ วิเชียรเจริญ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย (นักวิจัยที่ปรึกษา)

สนับสนุนโดยสำนักงานคณะกรรมการอุดมศึกษา สำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย และมหาวิทยาลัยเชียงใหม่

(ความเห็นในรายงานนี้เป็นของผู้วิจัย สกอ. และ สกว. ไม่จำเป็นต้องเห็นด้วยเสมอไป)

บทคัดย่อ

รหัสโครงการ: MRG5380262

ชื่อโครงการ: การสร้างแบบจำลองจีออยด์ท้องถิ่นสำหรับประเทศไทย

ชื่อนักวิจัย และสถาบัน: ผศ.ดร. พุทธิพล ดำรงชัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ (หัวหน้าโครงการ)
รศ.ดร. ชูเกียรติ วิเชียรเจริญ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย (นักวิจัยที่ปรึกษา)

อีเมล์: puttipol.d@cmu.ac.th

ระยะเวลาโครงการ: 15 มิถุนายน 2553 ถึง 14 มิถุนายน 2555

บทคัดย่อ:
งานวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายที่จะนำเสนอการคำนวณสองแบบจำลองยีออยด์ขั้นต้นสำหรับประเทศไทย แบบจำลองอันแรกเป็นแบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพมีชื่อว่า THAI12G อ้างอิงทรงรี WGS84 โดยการคำนวณด้วยการแปลงฟาสฟูริเยร์เชิงกลมหนึ่งมิติ แบบจำลองแบบที่สองคือแบบจำลองยีออยด์ลูกผสมที่มีชื่อว่า THAI12H ซึ่งเป็นแบบจำลองที่เชื่อมโยงข้อมูลความโน้มถ่วงทั้งหมดใน THAI12G ความสูงทรงรีอ้างอิงพื้นหลักฐานยีออเดติก WGS84 ที่มีที่ตั้งร่วมกับความสูงออร์โทเมตริกที่อ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งที่เกาะหลักเข้าด้วยกันโดยการปรับแก้แบบลีสแคว์รคอลโลเคชั่น แบบจำลองยีออยด์สากล EGM2008 ในสภาวะไร้กระแสน้ำขึ้นน้ำลง ที่มีดีกรีตั้งแต่ 2 ถึง 2190 และข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่วัดได้บนภาคพื้นดินจำนวน 3949 สถานี ได้ถูกนำมาใช้เพื่อสร้างโครงสร้างของยีออยด์ในช่วงความคลื่นยาวและปานกลาง ส่วนในบริเวณพื้นที่ที่เป็นภูเขาซึ่งไม่มีการวัดข้อมูล อะนอมอลลี่ความโน้มถ่วงพิภพได้ถูกสร้างขึ้นโดยการใช้ข้อมูลแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือที่คำนวณจากแบบจำลองความสูงเชิงเลขขนาดความละเอียดเชิงพื้นที่สามพิลิปดา ความกระชับของสถานีร่วมความสูงจีพีเอสและค่าระดับจำนวน 200 สถานีที่ใช้เป็นสถานีอ้างอิงกับแบบจำลอง THAI12G แสดงค่าความคลาดเคลื่อน 60.6 ซม. ค่าเบี่ยงเบนเฉลี่ย +71.9 ซม. รอบระนาบที่มีความเอนเอียง 0.121 ppm หลังจากการใช้ผิวปรับเปลี่ยนซึ่งทำให้ได้แบบจำลองยีออยด์ THAI12H ความกระชับระหว่าง THAI12H และสถานีร่วมอ้างอิงชุดเดียวกัน ความคลาดเคลื่อนลดลงเหลือ 3.4 ซม. (ค่าความเบี่ยงเบนเป็นศูนย์และไม่มีความเอนเอียง) แบบจำลอง THAI12H ได้ถูกประเมินความถูกต้องด้วยการใช้สถานีตรวจสอบจำนวน 53 สถานี พบว่าความกระชับแสดงความคลาดเคลื่อนโดยรวมอยู่ที่ 15.8 ซม.

คำหลัก : ยีออยด์ จีพีเอส พื้นหลักฐาน แบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ ลีสแคร์วคอลโลเคชั่น

Abstract

Project Code : MRG5380262

Project Title : Local geoid modeling for Thailand

Investigator : Asst. Prof. Puttipol Dumrongchai, Ph.D.
Assoc. Prof. Chugiat Wichienchareon, Ph.D. (Mentor)

E-mail Address : puttipol.d@cmu.ac.th

Project Period : 15 June 2010 to 14 June 2012

Abstract:

This research aims to present the computations of two preliminary geoid models for Thailand. The first model, THAI12G, is a gravimetric geoid, referenced to the geocentric WGS84 ellipsoid, computed through one-dimensional spherical Fast Fourier Transform. The other model is THAI12H, which is a hybrid geoid that encompasses all gravimetric information of THAI12G as well as the 200 GPS ellipsoid heights (in the national WGS84 geodetic datum) co-located with orthometric heights (in the national Kolak vertical datum of 1915 (Kolak-1915)) through least-squares collocation (LSC). The non-tidal EGM2008 global geopotential model from degree 2 to 2190 and 3,949 terrestrial gravity measurements were used to contribute long- and medium-scale information of geoid structure. In the mountainous terrains devoid of gravities, the topography-implied gravity anomalies were simulated using the high-resolution residual terrain model (RTM) data from a three-arcsecond digital elevation model. Fits of 200 GPS/leveling reference points to THAI12G showed a 60.6-cm root mean square (rms) with a mean offset of +71.9 cm around a 0.121-ppm north-south tilted plane. After applying LSC conversion surface to finally obtain THAI12H, the rms of the fit between the model and the same reference points reduced to 3.4 cm (no tilts and zero average). The THAI12H model was assessed using 53 GPS/leveling check points, yielding an overall rms of 15.8-cm.

Keywords: Geoid; GPS; Datums; Residual terrain model; Least-squares collocation

คำนำ

รายงานความก้าวหน้าฉบับนี้เป็นงานวิจัยที่ศึกษาค้นคว้าถึงการใช้ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพ (gravity data) มาคำนวณหาผิวระดับอ้างอิงความสูงมูลฐานหรือผิวยีออยด์ (geoid) (หรืออาจจะเรียกว่า “จีออยด์”) ของตำแหน่งต่างๆที่อยู่บนหรือต่ำกว่าพื้นผิวโลกบริเวณประเทศไทย ผู้วิจัยได้ใช้องค์ความรู้และข้อมูลจากภายนอกในระดับนานาชาติมาเป็นเครื่องมือในการศึกษาถึงสภาพผิวยีออยด์ ซึ่งการศึกษาสภาพผิวยีออยด์ของประเทศไทย ยังมีผู้ศึกษาในด้านนี้น้อย ทั้ง ๆ ที่ผลการศึกษาจะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการสำรวจทางดิ่งของประเทศ ด้วยความหวังว่าผลงานวิจัยนี้จะเป็นแนวทางให้แก่กรมแผนที่ทหาร กองบัญชาการกองทัพไทย และหน่วยงานต่างๆที่เกี่ยวข้องกับการใช้สารสนเทศความสูง (elevation information) ในการนำไปสู่การปรับปรุงผิวระดับอ้างอิงเดิมให้มีความถูกต้องสูงเพื่อใช้ในการกำหนดความสูงของภูมิประเทศบริเวณประเทศไทยควบคู่ไปกับการใช้เทคโนโลยีจีพีเอส

ผศ.ดร. พุทธิพล ดำรงชัย และคณะ

15 มิถุนายน 2555

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนทุนวิจัยภายใต้สัญญาเลขที่ MRG5380262 จากสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย (สกว.) ร่วมกับสำนักงานคณะกรรมการอุดมศึกษา (สกอ.) และมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ และขอขอบคุณ กองยีออเดซี กรมแผนที่ทหารที่ได้อนุเคราะห์ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่มีความสำคัญยิ่งและข้อมูลที่เกี่ยวข้องในการสร้างแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นบริเวณประเทศไทย ขอขอบคุณ พ.อ. ศุภฤกษ์ ชัยชนะ ผู้อำนวยการกองทำแผนที่ กรมแผนที่ทหาร ที่สนับสนุนข้อมูลที่เกี่ยวข้องและอำนวยความสะดวกในการติดต่อราชการพร้อมทั้งให้คำปรึกษาทางด้านวิชาการตลอดการดำเนินงานวิจัยนี้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อ……...……ii

คำนำ……...……iv

กิตติกรรมประกาศ……v

สารบัญตาราง……viii

สารบัญรูปภาพ……...…x

Executive summary……xiv

บทที่ 1 บทนำ……....1

1.1 ที่มาและความสำคัญ……...1

1.2 วัตถุประสงค์……..3

1.3 ขอบเขตของการวิจัย……...4

1.4 วิธีการวิจัย……....4

บทที่ 2 การคำนวณหาผิวยีออยด์บริเวณประเทศไทย……6

2.1 ทฤษฎีการคำนวณหายีออยด์……...……6

2.2 การคำนวณหายีออยด์ภาคปฏิบัติ……7

2.3 เทคนิคสเปคตรัล (spectral technique)..……10

บทที่ 3 ข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณหาผิวยีออยด์บริเวณประเทศไทย……..…13

3.1 แบบจำลองยีออยด์สากล EGM2008……13

3.2 ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพ……16

3.3 แบบจำลองความสูงของภูมิประเทศ……18

บทที่ 4 การเติมข้อมูลบริเวณพื้นที่ว่างที่ไม่ได้วัดความโน้มถ่วงพิภพ……..21

4.1 ความสัมพันธ์ระหว่าง Free-air anomaly กับระดับความสูงของภูมิประเทศ……21

4.2 การเติมข้อมูล Free-air anomaly ลงในพื้นที่ที่ไม่มีการวัดข้อมูล……..23

บทที่ 5 การประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพจากข้อมูลความสูงเชิงเลข……...27

ด้วยวิธีการชดเชยสมดุลเสมอภาคของ Airy และ Heiskanen

5.1 การชดเชยสมดุลเสมอภาคของ Airy และ Heiskanen……...……28

5.2 การกระชับข้อมูลด้วยโครงข่ายสามเหลี่ยมดีลัวเน่ย์ (Delaunay Triangulation)……29

5.3 ผลการประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพ……...…31

บทที่ 6 ผลการคำนวณหาผิวยีออยด์บริเวณประเทศไทยเบื้องต้น……..……...…37
6.1. แบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพ……38
บทที่ 7 การประมาณความโน้มถ่วงพิภพด้วยแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ……...44
7.1 อะนอมอลลี่จากแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ (Residual Terrain Model)……...45
7.2 การประมาณความโน้มถ่วงด้วย RTM……..46
7.3 ผลการคำนวณหาผิวยีออยด์บริเวณประเทศไทย……..49
7.4 การกระจายตัวของข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่วัดกับความละเอียดเชิงพื้นที่..……60
บทที่ 8 แบบจำลองยีออยด์ THAI12G และ THAI12H…….....……...68
8.1 แบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพ THAI12G……68
8.2 ลีสแคว์รคอลโลเคชั่น (Least-squares collocation)……...70
8.3 ฟังก์ชั่นเอมไพริคัลโควาเรียน (Empirical covariance function)……...72
8.4 การคำนวณหาผิวปรับเปลี่ยนและแบบจำลองยีออยด์ลูกผสม THAI12H ..……..74
8.5 การเปรียบเทียบแบบจำลองยีออยด์กับ EGM2008……...79
บทที่ 9 สรุปผลการดำเนินงานวิจัย……...…82
บรรณานุกรม……...85
ภาคผนวก ก……...……...89
ก.1 Spherical harmonic expansion of gravity anomaly……...…..89
ก.2 Spherical harmonic expansion of geoid undulation……89
ก.3 Spherical harmonic expansion of elevation…….……89
ภาคผนวก ข โปรแกรมการคำนวณหาผิวยีออยด์บริเวณประเทศไทย……..91
ภาคผนวก ค การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองยีออยด์ THAI12G และ THAI12H…..… 92
ค.1 พื้นที่ศึกษา ชุมชนบ้านฮวก กิ่งอำเภอภูซาง จ.พะเยา จำนวนสถานีจีพีเอส 13 สถานี…...…93
ค.2 พื้นที่ศึกษา หมู่บ้านกู่ฮ่อสามัคคี อ. จอมทอง จ. เชียงใหม่ จำนวนสถานีจีพีเอส 6 สถานี….95
ภาคผนวก ง แผนการดำเนินงาน……..…97
ภาคผนวก จ บทความนำเสนอทางวิชาการ……..98
ภาคผนวก ฉ บทความส่งตีพิมพ์วารสารวิชาการ Journal of Surveying Engineering……109

สารบัญตาราง

หน้าที่

ตารางที่ 3.1 ความแตกต่างระหว่างความสูงที่ได้จากการประมาณจาก DEM ที่มีความ…….....18
ละเอียดเชิงพื้นที่ 3 และ 30 พิลิปดาเปรียบเทียบกับความสูงที่สถานี RTSD
ความโน้มถ่วงพิภพ 3949 สถานี (หน่วยเป็นเมตร)

ตารางที่ 4.2 ข้อมูลทางสถิติของค่า Free-air anomaly ที่วัดได้บนพื้นดินและ EGM2008……..23
ที่สถานีวัดความโน้มถ่วงพิภพ 3949 สถานี และข้อมูลหลังจากการเพิ่ม
ข้อมูล(data padding) ลงในพื้นที่ที่ไม่มีการวัด (หน่วยเป็น mGal)

ตารางที่ 5.1 การเปรียบเทียบทางสถิติของ Free-air anomaly……31
ที่สถานี RTSD (หน่วย mGal)

ตารางที่ 6.1 การเปรียบเทียบทางสถิติของ $N_{KoLak} - N$ ก่อนและหลังการขจัด……..……..41
tilts และ distortions (หน่วยเป็น เมตร)

ตารางที่ 7.1 การเปรียบเทียบทางสถิติของ Faye anomaly จากข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพ……..47
RTSD 3949 สถานี EGM2008 และ RTM ครอบคลุมละติจูด 5º – 25º N
และลองติจูด 95º – 110º E (หน่วย mGal)

ตารางที่ 7.2 การเปรียบเทียบทางสถิติของ N_{KoLak} - N ก่อนการขจัด tilts และ distortions……..50

ตารางที่ 7.3 การเปรียบเทียบทางสถิติของ N_{KoLak} - N หลังการขจัด tilts และ distortions……...50

ตารางที่ 7.4 ค่าทางสถิติลักษณะภูมิประเทศใน 6 พื้นที่……...……..51

ตารางที่ 7.5 การเปรียบเทียบทางสถิติของ N_{KoLak} - N ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ……54
distortions ในกรณีไม่ได้ประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพจาก RTM

ตารางที่ 7.6 การเปรียบเทียบทางสถิติของ N_{KoLak} - N ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ……55
distortions ในกรณีประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพจาก RTM
ที่ระดับความสูง 400ม. ขึ้นไป

ตารางที่ 7.7 การเปรียบเทียบทางสถิติของ N_{KoLak} - N ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ……56
distortions ในกรณีประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพจาก RTM
ที่ระดับความสูง 300ม. ขึ้นไป

ตารางที่ 7.8 การเปรียบเทียบทางสถิติของ N_{KoLak} - N ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ……57
distortions ในกรณีประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพจาก RTM
ที่ระดับความสูง 200ม. ขึ้นไป

ตารางที่ 7.9 การเปรียบเทียบทางสถิติของ N_{KoLak} - N ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ.....58
distortions ในกรณีประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพจาก RTM
ที่ระดับความสูง 100ม. ขึ้นไป
ตารางที่ 7.10 การเปรียบเทียบทางสถิติของ N_{KoLak} - N ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ.....59
distortions ในกรณีประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพจาก RTM
ที่ระดับความสูง 50ม. ขึ้นไป
ตารางที่ 7.11 ค่าทางสถิติ N - $N_{EGM\,2008}$ ที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ 1 2 และ 3 ลิปดา.....61
ตารางที่ 8.1 ค่าสถิติของความแตกต่างระหว่างค่าความสูงยีออยด์จาก THAI12G และ.....68
หมุดร่วมจีพีเอสและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานที่เกาะหลัก (หน่วยเป็นเมตร)
ตารางที่ 8.2 ฟังก์ชั่นเกาส์เสี่ยนโควาเรียนและค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้.....72
ตารางที่ 8.3 ค่าประมาณความเบี่ยงเบน (shift หรือ bias) และความเอนเอียง (tilt).....74
ตารางที่ 8.4 ค่าสถิติของความแตกต่าง $N_{KoLak} - N$ หลังจากใช้ผิวปรับแก้.....75
จาก 200 สถานีร่วมจีพีเอสและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่ง
เกาะหลัก สามแบบจำลองโควาเรียน และใช้ 53 สถานีร่วมความสูง
จีพีเอสและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลักในการตรวจ
สอบความถูกต้อง
ตารางที่ 8.5 ค่าสถิติของความแตกต่างระหว่างความสูงยีออยด์ประเภทต่างๆเปรียบเทียบ.....77
กับความสูงยีออยด์จากสถานีตรวจสอบ 53 สถานี (หน่วยเป็นเมตร)
ตารางที่ ค.1 การเปรียบเทียบความสูงยีออยด์คำนวณจากความสูงเหนือทรงรีและ.....94
ความสูงออร์โทเมตริกอ้างอิงพื้นหลักฐานเกาะหลักและความสูงยีออยด์
จากแบบจำลอง THAI12G และ THAI12H บริเวณพื้นที่ ชุมชนบ้านฮวก
กิ่งอำเภอภูซาง จ.พะเยา
ตารางที่ ค.2 การเปรียบเทียบความสูงยีออยด์คำนวณจากความสูงเหนือทรงรีและ.....96
ความสูงออร์โทเมตริกอ้างอิงพื้นหลักฐานเกาะหลักและความสูงยีออย์
จากแบบจำลอง THAI12G และ THAI12H บริเวณพื้นที่หมู่บ้านกู่ฮ่อสามัคคี
อ. จอมทอง จ. เชียงใหม่

สารบัญรูปภาพ

หน้าที่

รูปที่ 1.1 ความสัมพันธ์ของโลกจริง ยีออยด์ และทรงรีอ้างอิง: H = h + N.……..……1

รูปที่ 1.2 ขั้นตอนการสร้างแบบจำลองยีออยด์บริเวณประเทศไทยด้วยข้อมูล……..5
ความโน้มถ่วงพิภพ

รูปที่ 2.1 ระยะเชิงมุม ψ ระหว่างจุด P และจุดใดๆบนผิวโลก……..……..7

รูปที่ 2.2 ยีออยด์ที่เกิดจากคำนวณด้วยข้อมูลที่ต่างประเภท……..……....8

รูปที่ 3.1 Free-air anomaly คำนวณจาก EGM2008 โดยใช้ spherical harmonic……14
coefficients ถึง 2190 และ order 2159

รูปที่ 3.2 ความสูงของยีออยด์คำนวณจาก EGM2008 โดยใช้ spherical harmonic coefficients.....15
ถึง 2190 และ order 2159 (ช่วงของเส้นชั้นความสูง 1 ม.)

รูปที่ 3.3 สถานี RTSD ที่วัดความโน้มถ่วงพิภพ 3949 สถานี……17

รูปที่ 3.4 ความสูงเฉลี่ยที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ 30 พิลิปดา จากแบบจำลอง……..……19
ความสูงของภูมิประเทศ (Digital Elevation Model) ประเภท SRTM-3
(ความละเอียดเชิงพื้นที่ 3 พิลิปดา)

รูปที่ 4.1 ความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงระหว่าง Free-air anomaly และความสูง…….….22
ของภูมิประเทศ

รูปที่ 4.2 ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่วัดได้ และข้อมูลที่เติมลงไปในบริเวณพื้นที่ว่าง……...24
ขนาดใหญ่ที่สูงกว่า 400ม.และไม่มีการวัดความโน้มถ่วงพิภพ

รูปที่ 4.3 Free-air anomaly หลังจากเติมข้อมูล (data padding) ลงในพื้นที่ว่างที่ไม่มีการ……..26
วัดความโน้มถ่วงพิภพ (หน่วยเป็น mGal)

รูปที่ 5.1 การชดเชยสมดุลเสมอภาคของพื้นภูมิประเทศของ Airy และ Heiskanen…...……..…27
(Airy-Heiskanen topographic-isostatic compensation)

รูปที่ 5.2 โครงข่ายสามเหลี่ยมดีลัวเน่ย์ (Delaunay Triangulation) สร้างจาก……..……30
สถานีความโน้มถ่วงพิภพจำนวน 3949 สถานี (จุดสีแดง)

รูปที่ 5.3 ความแตกต่างระหว่าง Free-air anomaly จาก DEM ก่อน (ใช้สัญลักษณ์ “●”)……...….32
และหลัง (ใช้สัญลักษณ์ “▪”) การปรับแก้โดยใช้ Delaunay Triangulation และ RTSD

รูปที่ 5.4 Free-air anomaly หลังจากการปรับแก้และเติมข้อมูลจาก EGM2008 ลงในพื้นที่……...33
ภายนอกประเทศไทยมีการวัดความโน้มถ่วงพิภพ (หน่วยเป็น mGal)

รูปที่ 5.5 Free-air anomaly ก่อน (เส้นประ) และหลัง (เส้นประจุดหนา) จากการ……..34

ปรับแก้และเติมข้อมูลจาก EGM2008 (เส้นทึบบาง) ลงในพื้นที่
ภายนอกประเทศไทยมีการวัดความโน้มถ่วงพิภพ (หน่วยเป็น mGal)
ตามแนวละติจูดที่ 7ºN 8ºN และ 9ºN
รูปที่ 5.6 Free-air anomaly ก่อน (เส้นประ) และหลัง (เส้นประจุดหนา) จากการ……..34
ปรับแก้และเติมข้อมูลจาก EGM2008 (เส้นทึบบาง) ลงในพื้นที่
ภายนอกประเทศไทยมีการวัดความโน้มถ่วงพิภพ (หน่วยเป็น mGal)
ตามแนวละติจูดที่ 10ºN 11ºN และ 12ºN
รูปที่ 5.7 Free-air anomaly ก่อน (เส้นประ) และหลัง (เส้นประจุดหนา) จากการ……..35
ปรับแก้และเติมข้อมูลจาก EGM2008 (เส้นทึบบาง) ลงในพื้นที่
ภายนอกประเทศไทยมีการวัดความโน้มถ่วงพิภพ (หน่วยเป็น mGal)
ตามแนวละติจูดที่ 13ºN 14ºN และ 15ºN
รูปที่ 5.8 Free-air anomaly ก่อน (เส้นประ) และหลัง (เส้นประจุดหนา) จากการ……..35
ปรับแก้และเติมข้อมูลจาก EGM2008 (เส้นทึบบาง) ลงในพื้นที่
ภายนอกประเทศไทยมีการวัดความโน้มถ่วงพิภพ (หน่วยเป็น mGal)
ตามแนวละติจูดที่ 16ºN 17ºN และ 18ºN
รูปที่ 5.9 Free-air anomaly ก่อน (เส้นประ) และหลัง (เส้นประจุดหนา) จากการ……..36
ปรับแก้และเติมข้อมูลจาก EGM2008 (เส้นทึบบาง) ลงในพื้นที่
ภายนอกประเทศไทยมีการวัดความโน้มถ่วงพิภพ (หน่วยเป็น mGal)
ตามแนวละติจูดที่ 16ºN 17ºN และ 18ºN
รูปที่ 6.1 ค่าแก้สภาพภูมิประเทศ terrain correction ความละเอียดเชิงภาพ 30 พิลิปดา……..39
บริเวณอาณาเขตของประเทศไทย (ช่วงของเส้นชั้นความสูงเท่ากับ 2.5 mGal)
รูปที่ 6.2 ความแตกต่าง $N_{KoLak} - N$ ก่อนการขจัดความเอนเอียง (tilt) และความ……...42
บิดเบี้ยว.(distortion): (ก) ประมาณข้อมูลโดยใช้ความสัมพันธ์เชิงเส้น
(ข) ประมาณข้อมูลโดยใช้ความสมดุลเสมอภาค
รูปที่ 6.3 ความแตกต่าง $N_{KoLak} - N$ หลังการขจัดความเอนเอียง (tilt) และความ…….....43
บิดเบี้ยว.(distortion): (ก) ประมาณข้อมูลโดยใช้ความสัมพันธ์เชิงเส้น
(ข) ประมาณข้อมูลโดยใช้ความสมดุลเสมอภาค
รูปที่ 7.1 แบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ (Residual Terrain Model)……...46
รูปที่ 7.2 ค่าเศษเหลือระหว่าง $\overline{\Delta g}_{TF}$ และ $\Delta g_{EGM\,2008}$ (ก) RTSD (ข) 400ม……48
(ค) 300ม. (ง) 200ม. (จ) 100ม. และ (ฉ) 50ม. (หน่วย mGal)

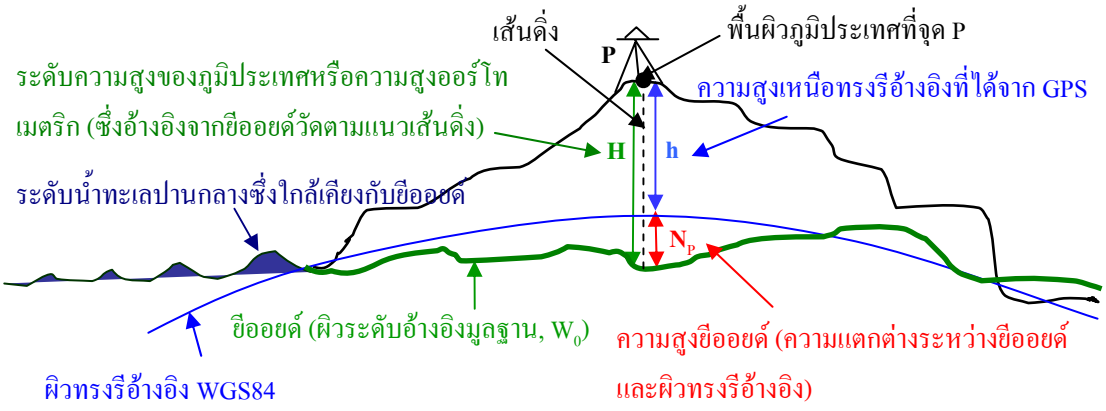
รูปที่ 7.3 ความแตกต่าง $N_{KoLak} - N$ ที่สถานีร่วมจีพีเอสและค่าระดับอ้างอิง……52
พื้นหลักฐานทางดิ่งที่เกาะหลัก 265 สถานี หลังการขจัด tilts
และ distortions (หน่วย เมตร)
รูปที่ 7.4 ความแตกต่างของ $N_{KoLak} - N$ ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ distortions……....54
กรณีไม่ได้ประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงจาก RTM จุดสีดำ “+” แสดงตำแหน่ง
สถานีความโน้มถ่วงที่วัด
รูปที่ 7.5 ค่า $N_{KoLak} - N$ ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ distortions กรณีประมาณ……..55
ข้อมูลความโน้มถ่วงจาก RTM ที่ความสูง 400ม. ขึ้นไป จุดสีดำ “+” แสดง
ตำแหน่งสถานีความโน้มถ่วงที่วัด
รูปที่ 7.6 ค่า $N_{KoLak} - N$ ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ distortions กรณีประมาณ……..56
ข้อมูลความโน้มถ่วงจาก RTM ที่ความสูง 300ม. ขึ้นไป จุดสีดำ “+” แสดง
ตำแหน่งสถานีความโน้มถ่วงที่วัด
รูปที่ 7.7 ค่า $N_{KoLak} - N$ ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ distortions กรณีประมาณ……..57
ข้อมูลความโน้มถ่วงจาก RTM ที่ความสูง 200ม. ขึ้นไป จุดสีดำ “+” แสดง
ตำแหน่งสถานีความโน้มถ่วงที่วัด
รูปที่ 7.8 ค่า $N_{KoLak} - N$ ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ distortions กรณีประมาณ……..58
ข้อมูลความโน้มถ่วงจาก RTM ที่ความสูง 100ม. ขึ้นไป จุดสีดำ “+” แสดง
ตำแหน่งสถานีความโน้มถ่วงที่วัด
รูปที่ 7.9 ค่า $N_{KoLak} - N$ ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ distortions กรณีประมาณ……..59
ข้อมูลความโน้มถ่วงจาก RTM ที่ความสูง 50ม. ขึ้นไป จุดสีดำ “+” แสดง
ตำแหน่งสถานีความโน้มถ่วงที่วัด
รูปที่ 7.10 Root-mean-square ของความแตกต่าง $N - N_{EGM\,2008}$ ที่ความละเอียด…….60
เชิงพื้นที่ 1 2 และ 3 ลิปดา
รูปที่ 7.11 ค่า $N - N_{EGM\,2008}$ ที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ 1 2 และ 3 ลิปดา พื้นที่หมายเลข 1…….62
รูปที่ 7.12 ค่า $N - N_{EGM\,2008}$ ที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ 1 2 และ 3 ลิปดา พื้นที่หมายเลข 2…….63
รูปที่ 7.13 ค่า $N - N_{EGM\,2008}$ ที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ 1 2 และ 3 ลิปดา พื้นที่หมายเลข 3…….64
รูปที่ 7.14 ค่า $N - N_{EGM\,2008}$ ที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ 1 2 และ 3 ลิปดา พื้นที่หมายเลข 4…….65
รูปที่ 7.15 ค่า $N - N_{EGM\,2008}$ ที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ 1 2 และ 3 ลิปดา พื้นที่หมายเลข 5…….66
รูปที่ 7.16 ค่า $N - N_{EGM\,2008}$ ที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ 1 2 และ 3 ลิปดา พื้นที่หมายเลข 6…….67
รูปที่ 8.1 แสดงความแตกต่างระหว่างค่ายีออยด์จาก THAI12G และ สถานีร่วมจีพีเอส……69
และค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งที่เกาะหลัก 200 สถานี (ช่วงของ
เส้นชั้นความสูง 0.02 ม.)

รูปที่ 8.2 แผนผังแสดงขั้นตอนการคำนวณหายีออยด์บริเวณประเทศไทย……70
รูปที่ 8.3 ฟังก์ชั่นเอมไพริคัลโควาเรียน (จุดสีดำ) ของค่าเศษเหลือของความ……..…73
แตกต่างระหว่าง N_{KoLak} และ N (หลังจากขจัดความเบี่ยงเบนและ
ความเอนเอียง) ฟังก์ชั่นเกาส์เสี่ยนโควาเรียนแบบที่ I (เส้นทึบสีแดง)
II (เส้นจุดสีน้ำเงิน) และ III (เส้นประสีดำ)
รูปที่ 8.4 ผิวปรับเปลี่ยนหรือปรับแก้ระหว่างแบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพ…….76
THAI12G และยีออยด์ลูกผสม THAI12H ที่มีองค์ประกอบของการ
ปรับแก้ความเบี่ยงเบนและความเอนเอียงรวมอยู่ด้วย (ช่วงของเส้น
ชั้นความสูง 0.02 เมตร)
รูปที่ 8.5 ความแตกต่างระหว่างความสูงยีออยด์จาก THAI12H และสถานี……....76
ตรวจสอบ 53 สถานี (แสดงด้วยจุดดาว “★“); สถานีอ้างอิง 200 สถานี
แทนด้วยจุดกลมสีดำ “●“
รูปที่ 8.6 ฟังก์ชั่นเอมไพริคัลโควาเรียน (เส้นประจุดสีดำ) ของค่าเศษเหลือ……...78
ของความแตกต่างระหว่างยีออยด์ที่คำนวณได้จากสถานีร่วมความสูง
จีพีเอสและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลักจำนวน
200 สถานีและยีออยด์ลูกผสม
รูปที่ 8.7 ความแตกต่างระหว่างยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพ THAI12G และ……..80
ยีออยด์สากล EGM2008
รูปที่ 8.8 ความแตกต่างระหว่างยีออยด์ลูกผสม THAI12H และ……80
ยีออยด์สากล EGM2008

Executive Summary

1. ความสำคัญและที่มาของปัญหา

ยีออยด์หรือจีออยด์คือผิวระดับอ้างอิงมูลฐานหรือผิวศักยภาพความถ่วง (level surface หรือ equipotential surface on geoid, $W = W_0$ ดูรูปที่ 1 ประกอบ) ของโลกที่มีความสำคัญต่อการกำหนดค่าระดับความสูงต่ำของภูมิประเทศ การคำนวณหาผิวยีออยด์ (geoid determination) หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าการสร้างแบบจำลองความสูงยีออยด์ (geoid modeling) ซึ่งนิยมเรียกสั้นๆว่าแบบจำลองยีออยด์ เป็นเป้าหมายหลักอันหนึ่งที่สำคัญขององค์กรที่เกี่ยวข้องกับงานด้านยีออเดซีและวิศวกรรมสำรวจ ซึ่งการที่มีแบบจำลองยีออยด์ที่มีความถูกต้องสูงนั้น จะทำให้สามารถหาความสูงออร์โทเมตริก (orthometric height) หรือค่าระดับความสูงของภูมิประเทศได้ โดยการแปลงระหว่างค่าความสูงเหนือทรงรีอ้างอิง WGS84 (World Geodetic System 1984) ที่ได้จากการสำรวจรังวัดด้วยดาวเทียมจีพีเอส (GPS surveying) กับยีออยด์ โดยใช้ความสัมพันธ์ร่วมระหว่างผิวโลกจริง ยีออยด์ และผิวทรงรีอ้างอิง ซึ่งวิธีการหาค่าระดับความสูงแบบใหม่นี้จะมีบทบาทที่สำคัญมากขึ้นแทนการทำระดับแบบทั่วไป (spirit leveling) ซึ่งเป็นกระบวนการหาค่าระดับที่ค่อนข้างจะใช้เวลาและค่าใช้จ่ายในการดำเนินการ



รูปที่ 1 ความสัมพันธ์ของโลกจริง ยีออยด์ และทรงรีอ้างอิง: $H = h + N_P$

ยีออยด์เป็นผิวทางกายภาพของโลก การคำนวณหาผิวยีออยด์นั้นจำเป็นที่จะต้องวัดความโน้มถ่วงพิภพ (gravity) ทั่วบริเวณพื้นที่ที่จะทำการคำนวณ โดยทั่วไปประเทศในแถบทวีปอเมริกา ยุโรป ออสเตรเลียและบางประเทศในแถบเอเชีย ได้สร้างแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นครอบคลุมอาณาเขตของประเทศตนเองโดยใช้ทฤษฎีของสโตกส์ (นั่นคือ Stokes' integral ดังแสดงในสมการที่ (1) หัวข้อที่ 3 ระเบียบวิธีวิจัย) และเทคนิคการเคลื่อนย้ายออก-การคำนวณ-การเคลื่อนย้ายเข้า (remove-compute-restore technique) จากข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่แปลงลงสู่ตำแหน่งของกริดที่

สม่ำเสมอทั่วบริเวณที่จะคำนวณ แล้วคำนวณด้วยวิธีการแปลงแบบฟูเรียร์ทรงกลมหนึ่งมิติ (one-dimension spherical Fast Fourier Transform หรือ 1-D spherical FFT) ร่วมกับการคำนวณค่าแก้เนื่องจากผลกระทบของลักษณะภูมิประเทศ (terrain correction)

ในอดีตที่ผ่านมาประเทศไทยยังไม่มีแบบจำลองยีออยด์เป็นของตนเองเนื่องจากไม่มีข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพบนพื้นดินในปริมาณเพียงพอและที่สำคัญที่สุดคือการขาดแคลนบุคลากรที่มีความรู้เพียงพอที่จะสามารถคำนวณได้ ดังนั้นจึงได้ใช้ระดับน้ำทะเลปานกลางเป็นผิวระดับอ้างอิงความสูง ที่ถือว่าใกล้เคียงกับผิวยีออยด์ในระดับ 1 - 2 เมตร โดยที่ระดับน้ำทะเลปานกลางจะมีความแตกต่างกับผิวยีออยด์จริงมากในบริเวณภูมิประเทศที่มีเทือกเขาสูง และบริเวณที่มีความหนาแน่นของมวลสารของโลกแปรเปลี่ยน

การคำนวณหาผิวยีออยด์บริเวณประเทศไทยซึ่งเป็นผิวระดับอ้างอิงความสูงของภูมิประเทศจะเป็นการสร้างผิวยีออยด์อันแรกของประเทศไทยซึ่งจะมีคุณประโยชน์อนันต์ต่อประเทศชาติในการกำหนดความสูงของภูมิประเทศร่วมกับเทคโนโลยีจีพีเอส (GPS technology) นำไปสู่การพัฒนาระบบความสูงที่ทันสมัย (height-system modernization) โดยเฉพาะอย่างยิ่งกรณีเกิดภัยพิบัติแผ่นดินไหวทำให้หมุดโครงข่ายควบคุมทางดิ่งแห่งชาติ (National Vertical Control Networks) ที่กระจายทั่วบริเวณประเทศไทยพังทลายไม่สามารถใช้งานได้ ซึ่งจะต้องใช้เวลานานและงบประมาณสูงในการดำเนินการซ่อมแซม อาจจะไม่ทันการต่อหน่วยบรรเทาทุกข์ที่จะต้องดำเนินการอย่างเร่งด่วนในการฟื้นฟูระบบสาธารณูปโภคที่จำเป็นต่อประชาชนที่อยู่ในพื้นที่ที่ได้รับผลกระทบโดยตรงต่อภัยพิบัตินี้

นอกเหนือจากที่ได้กล่าวไปแล้วในย่อหน้าก่อนนี้ การนำเอาแบบจำลองยีออยด์มาบูรณาการร่วมกับเทคโนโลยีดาวเทียมจีพีเอสและไลดาร์ (Light Detection and Ranging หรือเขียนย่อว่า LIDAR) ในการพัฒนาเพื่อสร้างแบบจำลองความสูงเชิงเลขความละเอียดสูง (high accurate digital elevation model) เพื่อใช้เป็นสารสนเทศความสูง (elevation information) ในระบบแผนที่สามมิติ (three dimensional (3D) map) ที่มีความสำคัญยิ่งต่อการคาดการณ์มหาอุทกภัยสัมพันธ์ต่อพื้นที่เสี่ยงภัยล่วงหน้าได้อย่างแม่นยำมากยิ่งขึ้น ทำให้หน่วยงานทั้งภาครัฐและเอกชนต่างๆที่เกี่ยวข้องสามารถที่จะนำข้อมูลสารสนเทศนี้ไปบริหารจัดการมหาอุทกภัยในพื้นที่ที่ได้รับความเสี่ยงได้อย่างรวดเร็วและมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น นอกจากนั้นแล้ว แบบจำลองยีออยด์ยังจะมีคุณประโยชน์อย่างยิ่งต่อ กลุ่มนักวิจัย องค์กรวิชาชีพทางยีออเดซี ยีออฟิสิกส์ สมุทรศาสตร์ และหน่วยงานต่างๆที่เกี่ยวข้องกับการใช้สารสนเทศความสูง ในงานด้านต่างๆ ยกตัวอย่างเช่น การปรับปรุงระบบสาธารณูปโภคพื้นฐาน การประเมินมูลค่าประกันภัยต่อพื้นที่เสี่ยงภัยน้ำท่วม การบริหารจัดการภัยพิบัติโดยมีทั้งภัยธรรมชาติอื่นๆและอุบัติภัย (เช่น ภัยจากดินถล่ม ธรณีพิบัติ อัคคีภัย ภัยจากคลื่นสึนามิ คลื่นพายุซัดฝั่ง (storm surge) เป็นต้น)

2. วัตถุประสงค์ของโครงการ

2.1 เพื่อพัฒนาขีดความสามารถของบุคลากรภายในประเทศในการพึ่งพาตนเองทางด้านวิทยาการและเทคโนโลยี ตามหลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียงของพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัวภูมิพลอดุลยเดช

2.2 เพื่อสร้างแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นหรือผิวระดับอ้างอิงบริเวณประเทศไทยที่ให้ความถูกต้องมากขึ้นโดยใช้ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพช่วงคลื่นปานกลางและสั้นที่วัดบนภาคพื้นดินมากกว่า 3,900 สถานี ใช้ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพช่วงคลื่นยาวจากแบบจำลองยีออยด์สากลผิวเรียบใหม่ Earth Gravitational Model 2008 หรือ EGM2008 จากประเทศสหรัฐอเมริกา และใช้ข้อมูลความสูงอื่นๆที่เกี่ยวข้อง

2.3 เพื่อวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนโดยรวมของแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นบริเวณผืนแผ่นดินไทย โดยการศึกษาและเปรียบเทียบกับพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลัก เพื่อเป็นแนวทางให้แก่กรมแผนที่ทหารและหน่วยงานต่างๆที่เกี่ยวข้องในการดำเนินการเพิ่มสถานีความโน้มถ่วงพิภพให้มีความหนาแน่นมากขึ้นในบริเวณพื้นที่ว่างที่ยังไม่มีข้อมูล ซึ่งจะนำไปสู่การพัฒนาและปรับปรุงแบบจำลองยีออยด์ให้มีความถูกต้องสูงขึ้นในภายภาคหน้า ซึ่งจะเป็นประโยชน์ในทางวิทยาศาสตร์อย่างกว้างขวาง

3. ระเบียบวิธีวิจัยและผลงานวิจัย

3.1 ทฤษฎีการคำนวณหายีออยด์

ปัญหาค่าขอบของสโตกส์คือการคำนวณหายีออยด์จากข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพของโลก ตามทฤษฎีแล้วการคำนวณหาศักยภาพความถ่วงของโลกจากความโน้มถ่วงพิภพที่วัดที่ผิวยีออยด์ภายใต้สมมติฐานที่ว่า *ไม่มีมวลสารใดนอกผิวยีออยด์* ดังนั้นมวลสารของโลกเหนือยีออยด์จะต้องถูกเคลื่อนย้ายออกไป จึงทำให้สามารถที่จะคำนวณหายีออยด์ได้จากสูตรของสโตกส์ (Stokes' formula) ซึ่งเชื่อมโยงกับสูตรของบรุน (Brun's formula) นั่นคือ ความสูงยีออยด์ N (geoid undulation) เขียนเป็นสมการได้

$$N_P = \frac{R}{4\pi\gamma}\iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma \qquad (1)$$

โดยที่ σ คือพื้นผิวของลูกโลกจริง R คือรัศมีเฉลี่ยของโลก γ คือ ความโน้มถ่วงพิภพทางทฤษฎี Δg คือความโน้มถ่วงพิภพอนอมอลลี่บนผิวยีออยด์ และ $S(.)$ คือ ฟังชันน์สโตกส์ซึ่งแปรตาม ψ ซึ่งคือระยะระหว่างตำแหน่ง P ที่ต้องการคำนวณค่ายีออยด์และทุกตำแหน่งบนผิวโลก สมการที่ (1) จะให้ค่าต่างของความสูงระหว่างยีออยด์และทรงรีอ้างอิง รูปที่ 1 แสดงความสัมพันธ์ของลูกโลก

จริง ยีออยด์ และทรงรีอ้างอิง จะเห็นได้ว่าความสูงยีออยด์คือระยะที่วัดตามแนวเส้นดิ่งที่ตั้งฉากกับผิวยีออยด์และผิวทรงรี (ซึ่งเส้นดิ่งนี้พุ่งผ่านจุด P ด้วย)

3.2 ผลการคำนวณหายีออยด์ภาคปฏิบัติ

ในการคำนวณความสูงยีออยด์ ณ. ตำแหน่งใดตำแหน่งหนึ่งโดยการใช้สมการ (1) นั้น จะต้องใช้ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพต่อเนื่องทั่วทั้งบริเวณผิวโลก ซึ่งในทางปฏิบัตินั้นสามารถคำนวณในบริเวนพื้นที่จำกัดซึ่งทำให้เกิดผลกระทบต่อการคำนวณและต้องมีวิธีการที่สมเหตุสมผลมาทดแทนดังนี้ ประการแรกโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงยาวที่มากกว่า 20 กิโลเมตรของยีออยด์ขาดหายไป ซึ่งช่วงคลื่นยาวของยีออยด์นี้สามารถคำนวณได้โดยใช้แบบจำลองยีออยด์ผิวเรียบสากล เช่น EGM2008 ทดแทน (EGM2008 ได้ถูกประกาศใช้อย่างเป็นทางการเมื่อ วันที่ 13-18 เมษายน 2551 ที่การประชุมวิชาการ EGU General Assembly 2008 ที่เวียนนา ประเทศออสเตรีย) ประการที่สองข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพถูกวัดกระจายอยู่ทั่วประเทศไทยเป็นจุดตามแนวถนนทุกๆ 2 - 10 กิโลเมตรโดยประมาณและข้อมูลเหล่านี้ขาดความต่อเนื่อง จึงจำเป็นต้องใช้การคำนวณแบบผลรวมอนุกรมแทนการอินทิเกรด ซึ่งจะได้โครงสร้างความยาวคลื่นช่วงปานกลางของยีออยด์ ส่วนของโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงสั้นของยีออยด์นั้นจะมาจากการใช้ DEM (Digital Elevation Model) ที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่ประมาณ 90 เมตร โครงสร้างยีออยด์ส่วนนี้เกิดจากการใช้แบบจำลองความสูงเชิงเลขหรือ DEM ในการคำนวณค่าแก้เนื่องจากสภาพภูมิประเทศ (terrain correction) บริเวณรอบตำแหน่งที่คำนวณหาค่า *N*

อย่างไรก็ตามในการสร้างแบบจำลองยีออยด์ให้มีความถูกต้องนั้น ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพควรมีการวัดกระจายตัวอย่างหนาแน่นทั่วบริเวณพื้นที่ที่แบบจำลองจะครอบคลุม แต่เนื่องจากว่าข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่วัดได้ ยังไม่กระจายตัวดีนักประกอบกับบริเวณพื้นที่ที่เป็นภูเขายากแก่การเข้าถึงพื้นที่ ในงานวิจัยนี้จึงได้ทดลองหาวิธีการประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพด้วย DEM อยู่สามแนวทาง โดยแนวทางที่หนึ่ง คือ การประมาณโดยใช้ความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงระหว่างอะนอมอลลี่ความโน้มถ่วงพิภพ (Free-are anomaly) กับระดับความสูง แนวทางที่สองคือการประมาณความโน้มถ่วงพิภพจากความสูงเชิงเลขด้วยวิธีการชดเชยสมดุลเสมอภาคของ Airy และ Heiskanen (Airy-Heiskanen isostatic compensation) และการกระชับข้อมูลด้วยโครงข่ายสามเหลี่ยมดีลัวเน่ย์ (Delaunay Triangulation) ส่วนแนวทางที่สามคือการประมาณความโน้มถ่วงพิภพด้วยแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ (Residual Terrain Model) จากผลการทดลองทั้งสามวิธีนี้ทำให้ทราบเบื้องต้นว่าแนวทางที่สามน่าจะเหมาะสมที่สุดเนื่องจากข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพสะท้อนถึงความเป็นจริงในสภาพภูมิประเทศได้ดีโดยเฉพาะความยาวคลื่นช่วงสั้นของความโน้มถ่วงพิภพเมื่อเทียบกับแนวทางที่หนึ่งและสอง ดังนั้นในการสร้างแบบจำลองยีออยด์จึงได้เลือกใช้แนวทางที่สามในการประมาณข้อมูลบริเวณพื้นที่ที่ยังไม่มีการวัดและมีค่าระดับความสูงตั้งแต่ 400

เมตรขึ้นไป ซึ่งมีนัยสำคัญต่อการเปลี่ยนแปลงของความโน้มถ่วงพิภพเทียบกับค่าระดับความสูงของภูมิประเทศ อย่างไรก็ตามยังจำเป็นที่จะต้องศึกษาเพิ่มเติมมากขึ้นเพื่อหาวิธีการประมาณที่เหมาะสมกับพื้นที่ประเทศไทยมากที่สุด

ขั้นตอนของการคำนวณหายีออยด์โดยเฉพาะสมการอินทิเกรทสำหรับข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่ไม่ต่อเนื่องจากสมการที่ (1) นั้น ใช้เวลาในการประมวลผลทางคอมพิวเตอร์มาก ในงานวิจัยนี้วิธีการคำนวณจะใช้เทคนิคการแปลงฟาสฟูริเยร์ทรงกลมหนึ่งมิติ (1-D Spherical FFT) ที่คำนึงถึงการลู่เข้าสู่ขั้วโลกตามแนวลองติจูด เทคนิคนี้เพิ่มประสิทธิภาพในการประมวลผลเป็นอย่างมาก แต่อย่างไรก็ตามเทคนิคนี้ต้องใช้ข้อมูลกริด จึงจำเป็นที่จะต้องแปลงข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่วัดกระจัดกระจายตามแนวถนนหลักทั่วประเทศไทยลงบนกริดที่มีระยะห่างระหว่างข้อมูลสม่ำเสมอ ซึ่งวิธีการแปลงนั้นจะใช้เทคนิคสปายน์อินเตอร์โพเลชั่น (spline interpolation) เพื่อที่จะลดผลกระทบของการเกิดความคลาดเคลื่อนของความโน้มถ่วงพิภพในบริเวณภูเขาที่ไม่สามารถดำเนินการวัดความโน้มถ่วงพิภพได้ ควบคู่ไปกับข้อมูลประมาณจากแนวทางที่สามที่ได้กล่าวไปในย่อหน้าที่แล้ว

ผลที่ได้จากการคำนวณดังกล่าวไว้ในย่อหน้าที่แล้วคือแบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพ (gravimetric geoid model) ที่มีชื่อว่า THAI12G ซึ่งมีความคลาดเคลื่อนของความกระชับกับสถานีร่วมจีพีเอสและค่าระดับจำนวน 200 สถานีที่ $\pm$60.6 ซม. (root mean square error หรือ rms) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation หรือ S.D.) เท่ากับ $\pm$15.1 ซม. ถึงแม้ว่าแบบจำลองชนิดนี้จะมีความละเอียดและสะท้อนถึงสภาพยีออยด์จริงบริเวณพื้นที่ขนาดเล็กได้ดี แต่แบบจำลองนี้อาจจะได้รับผลกระทบจากโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงยาวของยีออยด์ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนสะสม จึงเป็นผลทำให้แบบจำลองนี้เกิดความเอนเอียงและการเบี่ยงเบนออกจากพื้นหลักฐานทางดิ่งที่เกาะหลักโดยมีค่าเท่ากับ 0.121 ppm ตามแนวเหนือ-ใต้ และค่าเบี่ยงเบนเฉลี่ย +71.9 ซม. ตามลำดับ ดังนั้นจึงจำเป็นที่จะต้องใช้ค่าความสูงยีออยด์ที่คำนวณได้จากหมุดร่วมจีพีเอสและความสูงออร์โทเมตริก (หรือค่าระดับความสูง) อ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลักเชื่อมโยงเข้ากับแบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพ THAI12G เพื่อที่จะให้การเชื่อมโยงของข้อมูลเหมาะสมที่สุดและคำนึงถึงธรรมชาติเชิงสถิตของข้อมูล จึงได้เสนอหลักการปรับแก้แบบสีสแคว์รคอลโลเคชั่น (least-squares collocation) ในการคำนวณหาผิวปรับเปลี่ยนหรือปรับแก้ (conversion หรือ correct surface) โดยการแสดงความสัมพันธ์ของค่าเศษเหลือ $e = (h_{WGS84} - H_{KoLak}) - N$ ภายใต้เงื่อนไขกำลังสองที่น้อยที่สุด โดยที่ h_{WGS84} และ H_{KoLak} คือความสูงเหนือทรงรี WGS84 ที่ได้จากการรังวัดด้วยดาวเทียมจีพีเอส (GPS satellite surveying) และค่าระดับความสูงอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งที่เกาะหลักตามลำดับ ผลลัพธ์ที่ได้คือแบบจำลองยีออยด์ลูกผสม (hybrid geoid model) ที่มีชื่อว่า THAI12H ที่มีความถูกต้องดีขึ้น โดยจากการเปรียบเทียบกับสถานีร่วม 53 สถานีที่ใช้ตรวจสอบพบว่ามีค่าความคลาดเคลื่อนของความกระชับอยู่ที่ $\pm$15.8 ซม. (rms) และส่วน

เบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) เท่ากับ ±16.0 ซม. ขณะที่ THAI12G มีค่าความคลาดเคลื่อนของความกระชับเท่ากับ ±61.1 ซม. (rms) และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) เท่ากับ ±18.0 ซม.

นอกจากนี้ยังได้ทำการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองยีออยด์ THAI12H โดยการเปรียบเทียบกับสถานีร่วมจีพีเอสและความสูงออร์โทเมตริกที่ได้จากการรังวัดด้วย GPS และการเดินระดับแบบ differential leveling มาตรฐานงานชั้นสาม บริเวณพื้นที่ หมู่บ้านกู่ฮ่อสามัคคี อ. จอมทอง จ. เชียงใหม่ และ ชุมชนบ้านฮวก กิ่งอำเภอภูซาง จ. พะเยา ซึ่งพื้นที่ทั้งสองมีขนาดไม่ใหญ่มาก ประมาณ 1×1 ตารางกิโลเมตร และ 5×5 ตารางกิโลเมตร ตามลำดับ แต่การเดินระดับเต็มไปด้วยความยากลำบากและใช้เวลาในการดำเนินการมากเนื่องจากพื้นที่มีลักษณะเป็นเนินและแอ่งเขา ผลการเปรียบเทียบพบว่าค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความแตกต่างระหว่างความสูงยีออยด์จากสถานีร่วมและจาก THAI12H มีค่าเท่ากับ ±2 ซม. และ ±5 ซม. ตามลำดับ อย่างไรก็ตามค่า rms ของทั้งสองพื้นที่มีค่าเท่ากับ ±1.523 ม. และ ±0.280 ม. ซึ่งมีขนาดใหญ่ สาเหตุอาจจะเนื่องมาจากความบิดเบี้ยวของแบบจำลองเองหรือค่าระดับเริ่มต้นที่ได้จากการเดินระดับ อาจจะไม่ได้อ้างอิงกับพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลักในพื้นที่ หมู่บ้านกู่ฮ่อสามัคคี ซึ่งยากแก่การตรวจสอบเนื่องจากหมุดหลักฐานทางดิ่งของกรมแผนที่ทหารอยู่ห่างจากพื้นที่ดำเนินการมาก (ประมาณ 20 กม.) ซึ่งต้องใช้งบประมาณในการดำเนินการสูงจึงไม่สามารถตรวจสอบได้ ส่วนพื้นที่ศึกษา ชุมชนบ้านฮวก ได้ทำการถ่ายระดับจากที่ว่าการองค์กรบริหารส่วนตำบลกิ่งอำเภอภูซาง ซึ่งเป็นหมุดระดับประเภทงานชั้นสามที่ถ่ายมาจากหมุดหลักฐานทางดิ่งชั้นหนึ่งของกรมแผนที่ทหาร ที่อนุสาวรีย์ผู้เสียสละ อ. เชียงคำ จึงทำให้ค่า rms มีขนาดเล็กกว่าพื้นที่ หมู่บ้านกู่ฮ่อสามัคคี แต่อย่างไรก็ตามหมุดหลักฐานทางดิ่งนี้อยู่ห่างไกลจากพื้นที่ชุมชนบ้านฮวกประมาณ 30 กม. จึงทำให้การประเมินผลยากแก่การยืนยันได้ว่า rms ที่มีขนาดใหญ่นั้นเกิดจากความเบี่ยงเบนของ THAI12H และพื้นหลักฐานทางดิ่งที่เกาะหลักหรือพื้นหลักฐานทางดิ่งที่เกาะหลักหรือความคลาดเคลื่อนสะสมที่เกิดจากจากการเดินระดับในระยะทางไกล

แบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพ THAI12G และแบบจำลองยีออยด์ลูกผสม THAI12H เป็นแบบจำลองยีออยด์เบื้องต้นที่จะนำไปสู่การพัฒนาแบบจำลองยีออยด์ที่มีความถูกต้องที่ดีขึ้นในภายภาคหน้า ซึ่งจะเอื้อต่อการพัฒนาระบบความสูงสมัยใหม่ (height-system modernization) แก่วงการสำรวจรังวัดและผู้ที่เกี่ยวข้องในการใช้แบบจำลองยีออยด์ร่วมกับจีพีเอสกำหนดตำแหน่งทางดิ่งและความสูงออร์โทเมตริกได้อย่างถูกต้อง เพื่องานทางด้านวิศวกรรม การบริหารจัดการภัยพิบัติน้ำท่วมและแผ่นดินไหว เป็นต้น

4. ปัญหาและอุปสรรค

ในขั้นตอนการเตรียมข้อมูลและการคำนวณหายีออยด์เบื้องต้นได้พบว่าบางสถานีความโน้มถ่วงพิภพมีความผิดปกติ โดยเฉพาะระดับความสูงของสถานี ยิ่งไปกว่านั้นเกือบ 35% ของ

จำนวนสถานีทั้งหมดที่วัดในประเทศไทย มีอายุมากกว่า 30ปี ซึ่งไม่ควรที่จะนำมาใช้ในการคำนวณ อย่างไรก็ตามข้อมูลเหล่านี้เป็นข้อมูลที่ดีที่สุดเท่าที่จะหามาได้ในระหว่างการดำเนินการวิจัย หลังจากการคำนวณยีออยด์แล้วเบื้องต้น จึงได้ทำการตรวจสอบและแก้ไขเฉพาะพื้นที่ภาคเหนือเท่าที่จะสามารถทำได้ (เชียงใหม่ ลำปาง ลำพูน พะเยา เชียงราย) เนื่องจากข้อจำกัดทางด้านงบประมาณ สภาพอากาศแปรปรวน (กุมภาพันธ์ – มีนาคม 2554) และการเข้าถึงที่ตั้งสถานี

โปรแกรมการคำนวณแบบจำลองยีออยด์ด้วยวิธี 1D spherical FFT ที่ได้สร้างใช้เวลาในการคำนวณค่อนข้างมากเนื่องจากต้องประมวลผลค่าความโน้มถ่วงพิภพที่จำนวนกริด 2401 rows และ 1801 columns ซึ่งใช้เวลาประมาณ 22 ชม. ต่อการทดสอบแบบจำลองหนึ่งครั้ง (Intel 2 Duo 2GHz) ยิ่งกว่านั้นในการคำนวณหาผิวยีออยด์สากล EGM2008 เพื่อนำเอาโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงยาวมาใช้ ต้องใช้เวลาในการประมวลผลต่อเนื่องถึง 10 วันจึงจะได้ผิวยีออยด์สากลที่จำนวนกริด 2401 rows และ 1801 columns ในอนาคตอาจจะจำเป็นต้องประมวลผลในระบบคอมพิวเตอร์ที่มีประสิทธิภาพสูง ยกตัวอย่างเช่น ระบบคอมพิวเตอร์คลัสเตอร์หรือคอมพิวเตอร์ที่มีความเร็วในการประมวลผลสูง เป็นต้น

4. แผนการดำเนินงานวิจัยตลอดโครงการในแต่ละช่วง 6 เดือน

ระยะเวลา (เดือน)	การดำเนินการ	ผลงาน
1 - 6	**1. ศึกษาทบทวนวรรณกรรม** **2. การเตรียมข้อมูลในการคำนวณหายีออยด์** 2.1 รังวัดและตรวจสอบข้อมูลที่เกี่ยวข้อง 2.2 วิเคราะห์ความถูกต้องและคุณภาพของข้อมูล **3. การคำนวณหาแบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพ** 3.1 แปลงข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพลงบนกริดที่เหมาะสมโดยใช้วิธี curvature splines in tension สามแนวทางคือ (1) ความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่าง Free-air anomaly กับ ระดับความสูง (2) Airy-Heiskanen isostatic compensation และ (3) Residual Terrain Model 3.2 พัฒนาอัลกอริทึม Spherical FFT ในการคำนวณยีออยด์จากสูตรของสโตกส์และทดสอบโปรแกรม	● สรุปปัจจัยที่มีผลต่อพัฒนาการแบบจำลอง ● ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพและข้อมูลอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องที่สามารถใช้ในการคำนวณ ● โปรแกรมการคำนวณยีออยด์ ● รายงานความคืบหน้า
7 - 12	**3. การคำนวณหาแบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพ** 3.2 พัฒนาอัลกอริทึม Spherical FFT ในการคำนวณยีออยด์จากสูตรของสโตกส์และทดสอบโปรแกรม 3.3 พัฒนาอัลกอริทึมในการคำนวนค่าแก้ภูมิประเทศ (terrain correction) โดยใช้เทคนิค 2D-FFT และทดสอบโปรแกรม 3.4 การศึกษาวิเคราะห์ความถูกต้องของยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพและเปรียบเทียบกับพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลัก EGM96 และ EGM2008	● แบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพและโปรแกรมการคำนวณยีออยด์ ● รายงานความคืบหน้า

13 - 18	**4. การคำนวณหาแบบจำลองยีออยด์ลูกผสม** 4.1 สร้างแบบจำลองความแปรปรวนร่วมของเกาส์ (Gauss covariance model) จากข้อมูลที่วัด 4.2 พัฒนาอัลกอริทึม least-squares collocation เพื่อคำนวณหาผิวปรับเปลี่ยน และทดสอบโปรแกรม 4.3 การศึกษาวิเคราะห์ความถูกต้องของยีออยด์ลูกผสมและเปรียบเทียบกับพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลัก EGM96 และ EGM2008	● แบบจำลองยีออยด์ลูกผสมและโปรแกรมการคำนวณยีออยด์ ● รายงานความคืบหน้า
19 - 24	**5. ตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองยีออยด์ลูกผสมกับค่าระดับที่ได้จากการรังวัดภาคพื้นดิน** **6. เขียนรายงาน** **7. เขียนบทความตีพิมพ์วารสารนานาชาติ**	● สรุปข้อมูลจากผลการวิเคราะห์ และเสนอแนวทางในการพัฒนาแบบจำลองรุ่นใหม่ที่มีความถูกต้องมากขึ้น ● รายงานฉบับสมบูรณ์ ● บทความส่งไปตีพิมพ์ในวารสารนานาชาติ

5. หัวข้อเรื่องที่คาดว่าจะตีพิมพ์ในวารสารวิชาการระดับนานาชาติในแต่ละปี

ปีที่ 2: ชื่อเรื่องที่คาดว่าจะตีพิมพ์ *Local geoid modeling for Thailand*

ชื่อวารสารที่คาดว่าจะตีพิมพ์ Survey Review (Impact Factor = 0.370) หรือ Journal of Survey Engineering (ASCE) (Impact Factor = 0.569) (อยู่ระหว่างการกระบวนการ peer review)

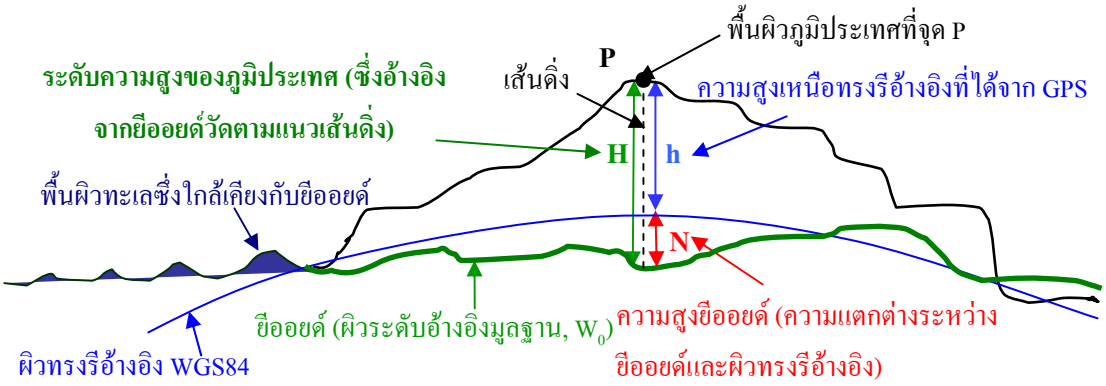
6. งบประมาณโครงการ

รายการ	ปีที่ 1	ปีที่ 2	รวม
1. หมวดค่าตอบแทน			
- ค่าตอบแทนหัวหน้าโครงการ	120,000	120,000	**240,000**
2. หมวดค่าวัสดุ			
- ค่าวัสดุสำนักงาน	5,000	5,000	**10,000**
3. หมวดค่าใช้สอยและอื่นๆ		-	230,000
- ค่าจ้างเหมาสำรวจรังวัดภูมิประเทศ - ตรวจสอบ วิเคราะห์และกลั่นกรองข้อมูล ค่าระดับภูมิประเทศ ค่าความโน้มถ่วงพิภพ และข้อมูลอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องในการคำนวณ - สำรวจรังวัดค่าระดับความสูงของภูมิประเทศเพิ่มเติม โดยวิธี differential leveling หรือ GPS leveling ด้วยเครื่องรับสัญญาณ GPS ชนิด carrier phase อย่างน้อย 1 ความถี่ขึ้นไป ในความถูกต้องดีกว่าหนึ่งเมตร	82,000	-	
- ค่าจ้างเหมาสำรวจรังวัดภูมิประเทศโดยวิธีการรังวัดขั้นสูงด้วยดาวเทียมจีพีเอส (GPS satellite surveying) และประมวลผลข้อมูลดิบทางคอมพิวเตอร์ (GPS data post-processing) เพื่อทดสอบความถูกต้องของแบบจำลองไม่น้อยกว่า 8 สถานี	-	84,000	
- ค่าโทรศัพท์ โทรสาร และไปรษณีย์	3,000	3,000	
- ค่าสำเนาเอกสารงานวิจัย	3,000	3,000	
- ค่าจ้างเหมาพิมพ์งาน และจัดทำรูปเล่มและเอกสารเผยแพร่	3,000	7,000	
- ค่าใช้จ่ายสำหรับเดินทางเพื่อทำวิจัยและนำเสนอผลงานในประเทศ	24,000	18,000	
รวมงบประมาณโครงการ	**240,000**	**240,000**	**480,000**

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญ

ยีออยด์คือผิวระดับอ้างอิงมูลฐานหรือผิวศักยภาพความถ่วง (level surface หรือ equipotential surface on geoid, $W = W_0$ ดูรูปที่ 1.1 ประกอบ) ของโลกที่มีความสำคัญต่อการกำหนดค่าระดับความสูงต่ำของภูมิประเทศ การคำนวณหาผิวยีออยด์ (geoid determination) หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าการสร้างแบบจำลองยีออยด์ (geoid modeling) เป็นเป้าหมายหลักอันหนึ่งที่สำคัญขององค์กรที่เกี่ยวข้องกับงานด้านยีออเดซีและวิศวกรรมสำรวจ ซึ่งการที่มีแบบจำลองยีออยด์ที่มีความถูกต้องสูงนั้น จะทำให้สามารถหาความสูงออร์โทเมตริก (orthometric height) หรือค่าระดับความสูงของภูมิประเทศได้ ([1],[2],[7]) โดยการแปลงระหว่างค่าความสูงเหนือทรงรีอ้างอิง WGS84 (World Geodetic System 1984, [38]) ที่ได้จากการสำรวจรังวัดด้วยดาวเทียมจีพีเอส (GPS survey) กับยีออยด์ โดยใช้ความสัมพันธ์ร่วมระหว่างผิวโลกจริง ยีออยด์ และผิวทรงรีอ้างอิง ซึ่งวิธีการหาค่าระดับความสูงแบบใหม่นี้จะมีบทบาทที่สำคัญมากขึ้น แทนการทำระดับแบบทั่วไป (spirit leveling) ซึ่งเป็นกระบวนการหาค่าระดับที่ค่อนข้างจะใช้เวลาในการดำเนินการ



รูปที่ 1.1 ความสัมพันธ์ของโลกจริง ยีออยด์ และทรงรีอ้างอิง: **H = h + N**

ยีออยด์เป็นผิวทางกายภาพของโลก การคำนวณหาผิวยีออยด์นั้นจำเป็นที่จะต้องวัดความโน้มถ่วงพิภพ (gravity) ทั่วบริเวณพื้นที่ที่จะทำการคำนวณ โดยทั่วไปประเทศในแถบทวีปอเมริกา ยุโรป ออสเตรเลีย และบางประเทศในแถบเอเชีย (ยกตัวอย่างเช่น [15],[17],[21],[25],[28],[29],

[30],[33],[35],[39] เป็นต้น) ได้สร้างแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นครอบคลุมอาณาเขตของประเทศตนเองโดยใช้ทฤษฎีของสโตกส์ [18] (นั่นคือ Stoke's integral ดังแสดงในสมการที่ 2.1 ในบทที่ 2) และเทคนิคการเคลื่อนย้ายออก-การคำนวณ-การเคลื่อนย้ายเข้า (remove-compute-restore technique) จากข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่กระจายตัวอย่างสม่ำเสมอเป็นตารางกริดทั่วบริเวณที่จะคำนวณ แล้วคำนวณด้วยวิธีการแปลงแบบฟูเรียร์ทรงกลมหนึ่งมิติ (one-dimensional spherical Fast Fourier Transform หรือ 1-D spherical FFT) ร่วมกับการคำนวณค่าแก้เนื่องจากผลกระทบของลักษณะภูมิประเทศ (terrain correction) ที่ใช้วิธีการแปลงแบบฟูเรียร์สองมิติ (2-D FFT)

ในอดีตที่ผ่านมาประเทศไทยยังไม่มีแบบจำลองยีออยด์เป็นของตนเองเนื่องจากไม่มีข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพบนพื้นดินในปริมาณเพียงพอและการขาดแคลนบุคลากรที่สามารถจะคำนวณได้ ดังนั้นจึงได้ใช้ระดับน้ำทะเลปานกลางเป็นผิวระดับอ้างอิงความสูง ที่ถือว่าใกล้เคียงกับผิวยีออยด์ในระดับ 1 - 2 เมตร โดยที่ระดับน้ำทะเลปานกลางจะมีความแตกต่างกับผิวยีออยด์จริงมากในบริเวณภูมิประเทศที่มีเทือกเขาสูง และบริเวณที่มีความหนาแน่นของมวลสารของโลกแปรเปลี่ยน

ระดับน้ำทะเลปานกลางนั้นมีพื้นฐานมาจากการคำนวณหาผลเฉลี่ยของการคำนวณค่าระดับน้ำทะเลที่วัดได้ในห้วงระยะเวลาหนึ่งที่สถานีมาตรวัดน้ำเพียงสถานีเดียวหรือมากกว่าเป็นจุดกำเนิดหรือจุดกำเนิดร่วม (ในกรณีที่มีมากกว่าหนึ่งสถานี) จุดกำเนิดนี้จะเป็นจุดเริ่มต้นที่ใช้ในการสร้างโครงข่ายหมุดควบคุมทางดิ่ง (vertical control network) กระจายอยู่ทั่วประเทศ ซึ่งค่าความสูงออร์โทเมตริกที่หาได้จะถูกอ้างอิงจากผิวระดับน้ำทะเลปานกลาง ประเทศไทยโดยความรับผิดชอบของกรมแผนที่ทหาร ได้กำหนดระดับน้ำทะเลปานกลางเป็นผิวอ้างอิงความสูงมาตรฐานซึ่งคำนวณค่าเฉลี่ยจากค่าระดับน้ำทะเลที่บันทึกไว้ในช่วงเวลาเพียง 5 ปี ตั้งแต่ ปี พ.ศ. 2453 ถึง 2458 แล้วนำผลคำนวณที่ได้มาใช้ก่อน โดยมีจุด BMA ซึ่งมีค่าระดับ 1.4477 เมตร เป็นจุดศูนย์กำเนิดพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลัก 2458 (Ko Lak 1915 Vertical Datum) ต. เกาะหลัก อ. เมือง จ. ประจวบคีรีขันธ์ที่ละติจูด 11°47'42" เหนือและลองติจูด 99°48'58" ตะวันออก ([4],[6],[9])

อย่างไรก็ตามจากการศึกษาของ อิทธิ ตริสิริสัตยวงศ์และผู้ร่วมวิจัย [10] ได้พบว่าอัตราการเพิ่มระดับน้ำทะเลปานกลางเฉลี่ยในอ่าวไทยอยู่ที่ 1.9 ± 0.6 มม. ต่อ ปี ซึ่งค่าอัตราที่ได้นี้บ่งชี้ว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงระดับน้ำทะเลเฉลี่ยในอ่าวไทยกำลังเพิ่มขึ้น ซึ่งเป็นเครื่องบ่งชี้ที่สำคัญถึงการเปลี่ยนแปลงของอากาศ (climate change) เนื่องจากสภาวะโลกร้อน (global warming) อัตราการเปลี่ยนแปลงนี้จะมีผลกระทบต่อพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลักโดยตรงเนื่องจากพื้นหลักฐานทางดิ่งนี้ได้ถูกกำหนดโดยใช้ข้อมูลระดับน้ำทะเลในช่วงระยะเวลาเพียง 5 ปี ดังที่ได้กล่าวไว้ในย่อหน้าที่แล้ว นั่นหมายถึงว่าระดับน้ำทะเลปานกลางที่ควรจะเป็นน่าจะมีการเคลื่อนตัวสัมพัทธ์กับพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลักประมาณ 10-20 เซ็นติเมตร ซึ่งการเปลี่ยนแปลงนี้ได้สะท้อนไปถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจจะเพิ่มขึ้นของโครงข่ายหมุดควบคุมทางดิ่งแห่งชาติทั่วประเทศ (บนพื้น

หลักฐานทางดิ่งเกาะหลัก) ที่ถูกใช้เป็นหมุดอ้างอิงในการศึกษาและตรวจตราการทรุดตัวของแผ่นดิน เขื่อน การทำนายสภาวะน้ำทะเลจากอ่าวไทยทะลักเข้าผืนแผ่นดินไทย เป็นต้น

ในระยะเวลาสองสามปีที่ผ่านมาได้มีการเริ่มคำนึงถึงความต้องการที่จะมีแบบจำลองยีออยด์ที่มีความถูกต้องเพียงพอที่จะเป็นตัวแทนของผิวระดับอ้างอิงความสูงต่ำของภูมิประเทศได้ดีกว่าความสูงที่อ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลัก ประกอบกับความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยีและการมีข้อมูลที่เกี่ยวข้องในการคำนวณหายีออยด์ (เช่น ความโน้มถ่วงพิภพบริเวณประเทศไทย แบบจำลองความสูงของภูมิประเทศที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่ 3 พิลิปดาหรือประมาณ 90ม. (3-arc-second digital elevation model หรือเขียนย่อว่า 3SDEM [26] เป็นต้น) ดังนั้นมหาวิทยาลัยเชียงใหม่โดยได้รับความอนุเคราะห์ข้อมูลที่เกี่ยวข้องและการสนบสนุนการศึกษาวิจัยจากกรมแผนที่ทหาร ซึ่งเป็นหน่วยงานหลักที่กำกับดูแลข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพบริเวณประเทศไทย จึงได้เริ่มดำเนินการศึกษาวิจัยการสร้างแบบจำลองยีออยด์หรือผิวระดับอ้างอิงบริเวณประเทศไทยเบื้องต้นขึ้นในปี พ.ศ. 2551 [5] จากผลการศึกษาครั้งนั้นได้สร้างแบบจำลองยีออยด์ต้นแบบบริเวณประเทศไทยที่ชื่อ CMU0701 ซึ่งมีความถูกต้องทางความสูงประมาณ 30ซ.ม. อย่างไรก็ตามในช่วงเวลาที่ผู้วิจัยได้ทำวิจัย แบบจำลองยีออยด์สากลชื่อ EGM2008 [24] ซึ่งถูกใช้เป็นองค์ประกอบหลักสำคัญในการสร้าง CMU0701 ยังอยู่ในระหว่างการทดสอบขั้นสุดท้าย โดย National Geospatial-Intelligence Agency (NGA) ประเทศสหรัฐอเมริกา เป็นผู้รับผิดชอบในการสร้างแบบจำลองสากลนี้ ดังนั้นจึงยังไม่สามารถสรุปได้แน่ชัดว่าแบบจำลองยีออยด์บริเวณประเทศไทยมีความบกพร่องหรือถูกต้องเพียงใด จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องเริ่มคำนวณหายีออยด์บริเวณประเทศไทยใหม่อีกครั้ง

แบบจำลองยีออยด์บริเวณประเทศไทยที่จะสร้างขึ้นมาใหม่นี้จะมีคุณประโยชน์อย่างยิ่งต่อกลุ่มนักวิจัย องค์กรวิชาชีพทางยีออเดซี ยีออฟิสิกส์ และหน่วยงานต่างๆที่เกี่ยวข้องกับการใช้สารสนเทศความสูง (elevation information) ในงานด้านต่างๆ ยกตัวอย่างเช่น การปรับปรุงระบบสาธารณูปโภคพื้นฐาน การบริหารจัดการภัยพิบัติโดยมีทั้งภัยธรรมชาติและอุบัติภัย (เช่น อุทกภัย ภัยจากดินถล่ม ธรณีพิบัติ อัคคีภัย ภัยจากคลื่นสึนามิ คลื่นพายุซัดฝั่ง (storm surge) เป็นต้น)

1.2 วัตถุประสงค์

1.2.1 เพื่อพัฒนาขีดความสามารถของบุคลากรภายในประเทศในการพึ่งพาตนเองทางด้านวิทยาการและเทคโนโลยี ตามหลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียงของพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัวภูมิพลอดุลยเดช

1.2.2 เพื่อสร้างแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นหรือผิวระดับอ้างอิงบริเวณประเทศไทยที่ให้ความถูกต้องมากขึ้นโดยใช้ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพช่วงคลื่นปานกลางและสั้นที่วัดบนภาคพื้นดินมากกว่า 3,900 สถานี ใช้ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพช่วงคลื่นยาวจากแบบจำลองยีออยด์สากลผิวเรียบ

ใหม่ Earth Gravitational Model 2008 หรือ EGM2008 จากประเทศสหรัฐอเมริกา และใช้ข้อมูลความสูงอื่นๆที่เกี่ยวข้อง

1.2.3 เพื่อวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนโดยรวมของแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นบริเวณผืนแผ่นดินไทย โดยการศึกษาและเปรียบเทียบกับพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลัก เพื่อเป็นแนวทางให้แก่กรมแผนที่ทหารและหน่วยงานต่างๆที่เกี่ยวข้องในการดำเนินการเพิ่มสถานีความโน้มถ่วงพิภพให้มีความหนาแน่นมากขึ้นในบริเวณพื้นที่ว่างที่ยังไม่มีข้อมูล ซึ่งจะนำไปสู่การพัฒนาและปรับปรุงแบบจำลองยีออยด์ให้มีความถูกต้องสูงขึ้นในภายภาคหน้า ซึ่งจะเป็นประโยชน์ในทางวิทยาศาสตร์อย่างกว้างขวาง

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

งานวิจัยนี้จะดำเนินการสร้างแบบจำลองยีออยด์เฉพาะบริเวณอาณาเขตของประเทศไทย จะดำเนินการสร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการประมวลผลในแต่ละขั้นตอนที่แสดงในรูปที่ 1.2 (ซึ่งบางส่วนได้ดำเนินการเสร็จสิ้นไปแล้ว) หลังจากนั้นแบบจำลองยีออยด์ที่คำนวณได้จะถูกนำไปศึกษาวิเคราะห์หาความคลาดเคลื่อนและเปรียบเทียบกับพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลัก และยีออยด์สากลผิวเรียบใหม่ EGM2008 โดยที่การวิเคราะห์เพื่อหาความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของยีออยด์นี้จะพิจารณาดังนี้

(1) พิจารณาโดยรวมจากพื้นที่ประเทศไทยทั้งผืน

(2) พิจารณาจากพื้นที่ในแต่ละส่วนที่มีลักษณะสภาพภูมิประเทศแตกต่างกัน และ

(3) พิจารณาจากพื้นที่ ที่มีความอ่อนไหวของความโน้มถ่วงพิภพ

ผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์จะเป็นข้อมูลที่สำคัญสำหรับผู้วิจัยและหน่วยงานต่างๆที่เกี่ยวข้อง ในการกำหนดแนวทางพัฒนาแบบจำลองยีออยด์ใหม่ที่มีความถูกต้องสูงขึ้นต่อไปในภายภาคหน้า

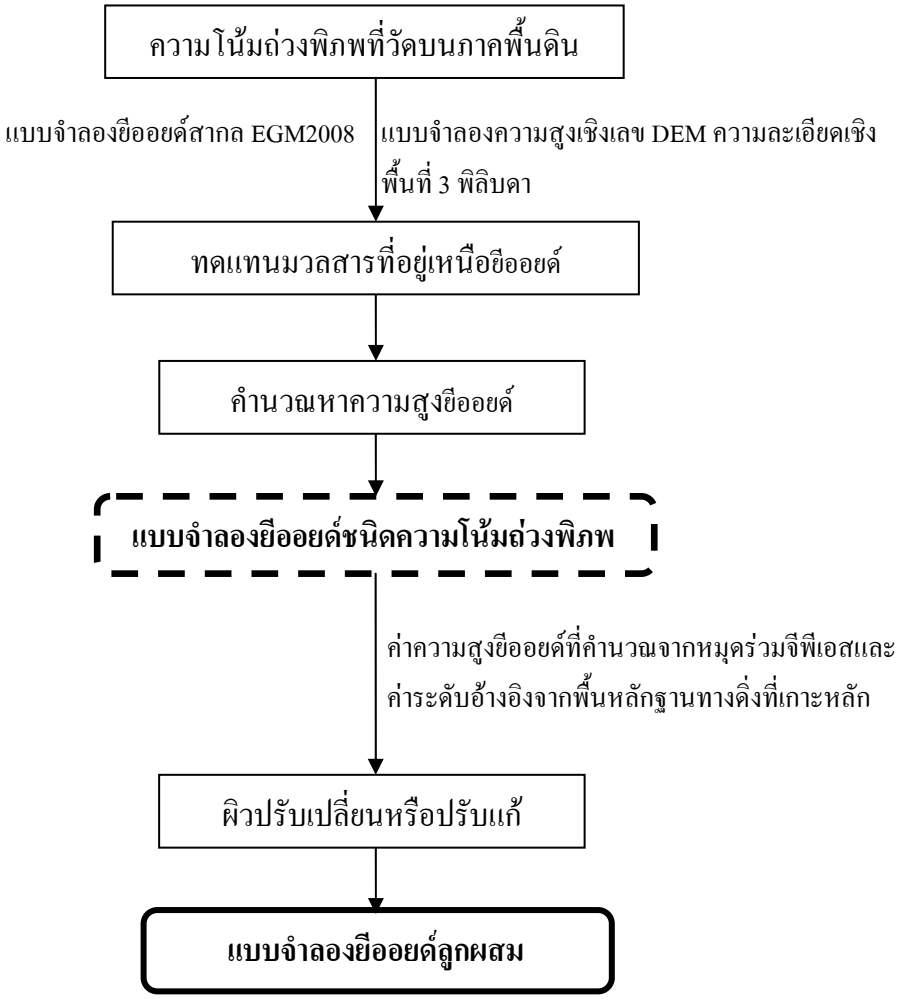
1.4 วิธีการวิจัย

การคำนวณหายีออยด์หรือผิวระดับอ้างอิงมูลฐานอยู่บนพื้นฐานจากทฤษฎีปัญหาของสโตกส์เกี่ยวข้องกับการคำนวณหาศักยภาพความถ่วงของโลก (the equipotential surface of earth) จากสภาพความโน้มถ่วงพิภพ ที่วัดที่ผิวยีออยด์ภายใต้สมมติฐานของการไม่มีมวลสารใดนอกผิวยีออยด์ มวลสารภายของโลกภายนอกยีออยด์จะต้องถูกเคลื่อนย้ายออกไป จึงทำให้สามารถที่จะคำนวณหายีออยด์ได้ (ดูรายละเอียดได้ในบทที่ 2)

ในการคำนวณความสูงยีออยด์ (อ้างอิงจากผิวทรงรีมาตรฐาน) ณ. ตำแหน่งใดตำแหน่งหนึ่งนั้นจะต้องใช้ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพต่อเนื่องทั่วทั้งบริเวณผิวโลก ซึ่งในทางปฏิบัตินั้น

สามารถคำนวณในบริเวนพื้นที่จำกัด ซึ่งทำให้เกิดผลกระทบต่อการคำนวณและต้องมีวิธีการที่สมเหตุสมผลมาทดแทน

งานวิจัยนี้ได้ใช้เทคนิคที่ใช้กันเป็นมาตรฐานสากลที่เรียกว่า การเคลื่อนย้ายออก-การคำนวณ-การเคลื่อนย้ายเข้า (remove-compute-restore technique) [27] ซึ่งใช้แบบจำลองยีออยด์สากล EGM2008 ข้อมูลสภาพความโน้มถ่วงพิภพที่ถูกวัดเป็นจุดบนพื้นผิวโลกและข้อมูลแบบจำลองความสูงเชิงเลข (3SDEM) รูปที่ 1.2 แสดงขั้นตอนการคำนวณแบบจำลองยีออยด์บริเวณประเทศไทยด้วยข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพ จากขั้นตอนการคำนวณดังกล่าวผลลัพธ์ที่ได้คือแบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพ (a purely gravimetric geoid model) หลังจากนั้นจึงได้ทำการผนวกเข้ากับค่าความสูงยีออยด์ที่คำนวณจากหมุดร่วมจีพีเอสและค่าระดับอ้างอิงจากพื้นหลักฐานทางดิ่งที่เกาะหลักโดยการคำนวณหาผิวปรับเปลี่ยนหรือปรับแก้โดยวิธีการปรับแก้แบบ least-squares collocation [23] เพื่อให้ได้แบบจำลองยีออยด์ลูกผสมที่มีความถูกต้องมากขึ้น



รูปที่ 1.2 ขั้นตอนการสร้างแบบจำลองยีออยด์บริเวณประเทศไทยด้วยข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพ

บทที่ 2
การคำนวณหาผิวยีออยด์บริเวณประเทศไทย

การคำนวณหาผิวยีออยด์บริเวณประเทศไทยนั้น สามารถคำนวณหาได้โดยใช้ทฤษฎีของสโตกส์ซึ่งต้องการข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่เกิดจากมวลสารทุกอนูภาคของโลก อย่างไรก็ตามในทางภาคปฏิบัตินั้นไม่สามารถหาค่าความโน้มถ่วงพิภพทุกอนูภาคได้ จึงต้องมีวิธีการและการตั้งสมมติฐานที่สมเหตุสมผลมาทดแทนเพื่อที่จะคำนวณหายีออยด์ได้ จะได้กล่าวดังต่อไปนี้

2.1 ทฤษฎีการคำนวณหายีออยด์

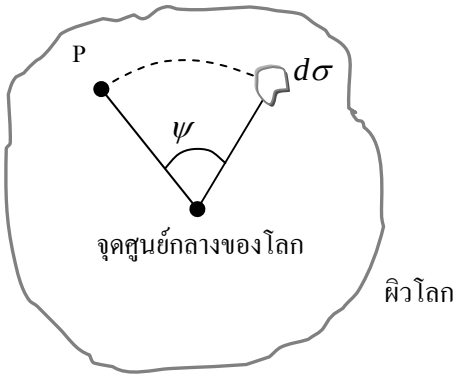
ปัญหาค่าขอบของสโตกส์ (Stokes' boundary value problem) ([18],[23]) นั้นหมายความถึงการคำนวณหายีออยด์จากข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพของโลก ตามทฤษฎีแล้วการคำนวณหาศักยภาพความถ่วงของโลกจากความโน้มถ่วงพิภพที่วัดที่ผิวยีออยด์ภายใต้สมมติฐานที่ว่า *ไม่มีมวลสารใดนอกผิวยีออยด์* ดังนั้นมวลสารของโลกเหนือยีออยด์จะต้องถูกเคลื่อนย้ายออกไป จึงทำให้สามารถที่จะคำนวณหายีออยด์ได้จากสูตรของสโตกส์ (Stokes' formula) ซึ่งเชื่อมโยงกับสูตรของบรุน (Brun's formula) นั่นคือ ความสูงยีออยด์ N (geoid undulation) เขียนเป็นสมการได้ (หน้า 94 ใน [18])

$$N_P = \frac{R}{4\pi\gamma}\iint_{\sigma}\Delta g S(\psi)d\sigma \tag{2.1}$$

โดยที่

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin(\psi/2)} - \left(4 + 6\sin\frac{\psi}{2}\right) + 10\sin^2\frac{\psi}{2} - \left(3 - 6\sin^2\frac{\psi}{2}\right)\ln\left(\sin\frac{\psi}{2} + \sin^2\frac{\psi}{2}\right) \tag{2.2}$$

ซึ่ง σ คือพื้นผิวของลูกโลกจริง R คือรัศมีเฉลี่ยของโลก γ คือ ความโน้มถ่วงพิภพทางทฤษฎี Δg คือความโน้มถ่วงพิภพอะนอมอลลี่ (gravity anomaly) บนผิวยีออยด์ และ $S(.)$ ในสมการที่ (2.1) และ (2.2) คือ ฟังชันน์ของสโตกส์ (Stokes' function) ซึ่งแปรตาม ψ ซึ่งคือระยะเชิงมุมระหว่างตำแหน่ง P ที่ต้องการคำนวณค่ายีออยด์ซึ่งสัมพันธ์กับทุกตำแหน่งบนผิวโลกดังแสดงในรูปที่ 2.1 จากสมการที่ (2.1) จะให้ค่าต่างของความสูงระหว่างผิวยีออยด์และผิวทรงรีอ้างอิง (ดูรูปที่ 1.1 แสดงความสัมพันธ์ของลูกโลกจริง ยีออยด์และทรงรีอ้างอิง จะเห็นได้ว่าความสูงยีออยด์คือระยะที่วัดตามแนวเส้นดิ่ง (เส้นประ) ที่ตั้งฉากกับผิวยีออยด์และผิวทรงรี)

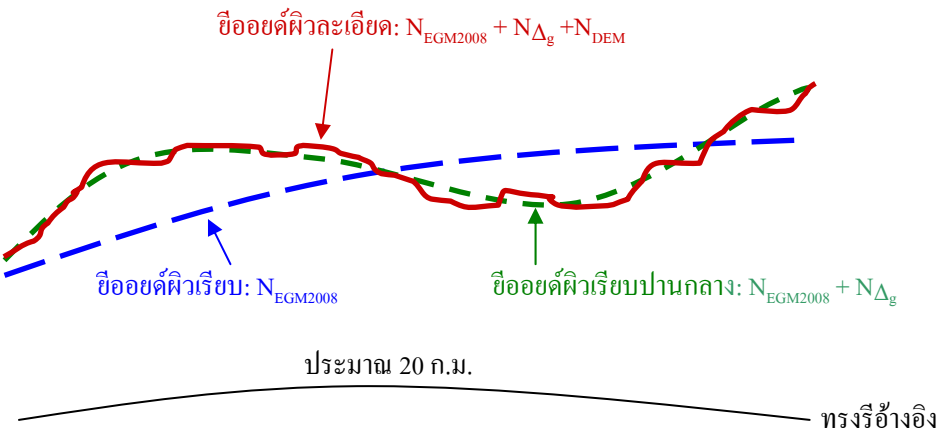


รูปที่ 2.1 ระยะเชิงมุม ψ ระหว่างจุด P และจุดใดๆบนผิวโลก

2.2 การคำนวณหายีออยด์ภาคปฏิบัติ

ในการคำนวณความสูงยีออยด์ ณ ตำแหน่งใดตำแหน่งหนึ่งโดยการใช้สมการ (2.1) นั้น จะต้องใช้ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่ต่อเนื่องทั่วทั้งบริเวณผิวโลก แต่ในทางปฏิบัตินั้นสามารถคำนวณได้เฉพาะบริเวนพื้นที่ที่จำกัด ยกตัวอย่างประเทศไทยที่มีการวัดความโน้มถ่วงพิภพเป็นจุดตามแนวถนนทุกๆ 2 – 10 ก.ม. โดยประมาณ ซึ่งอาจจะสะท้อนถึงการมีข้อมูลที่มีโครงสร้างความยาวคลื่นของจีออย์อยู่ในช่วง 4 – 20 ก.ม. จึงอาจจะทำให้เกิดผลกระทบต่อความถูกต้องของยีออยด์ที่คำนวณได้ จึงต้องมีวิธีการที่สมเหตุสมผลมาทดแทนดังต่อไปนี้ [27] ประการแรกโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงยาวของยีออยด์ที่ครอบคลุมพื้นที่ของลูกโลกทั้งหมดขาดหายไป ซึ่งยีออยด์ที่มีช่วงคลื่นดังกล่าวนี้สามารถคำนวณได้โดยใช้แบบจำลองยีออยด์สากลผิวเรียบ EGM2008 ที่สัมประสิทธิ์มีดีกรีถึง 2190 และออเดอร์ถึง 2159 ทดแทน

EGM2008 นี้มีความละเอียดเชิงพื้นที่ถึง 5 ลิบดาหรือประมาณ 9ก.ม. (นั้นหมายถึงว่า EGM2008 มีความยาวคลื่นที่มีนัยสำคัญที่สั้นที่สุดประมาณ 18ก.ม.) ประการที่สองข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพขาดความต่อเนื่อง จึงจำเป็นต้องใช้การคำนวณแบบผลรวมอนุกรม (numerical integration) ซึ่งจะได้โครงสร้างความยาวคลื่นช่วงปานกลางของยีออยด์ ส่วนโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงสั้นของยีออยด์นั้นจะมาจากการใช้ 3SDEM ที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่ประมาณ 90ม. โครงสร้างยีออยด์ส่วนนี้เกิดจากการใช้ 3SDEM ในการคำนวณค่าแก้เนื่องจากสภาพภูมิประเทศ (terrain correction) บริเวณรอบตำแหน่งที่คำนวณหาค่า N ดังแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 ยีออยด์ที่เกิดจากคำนวณด้วยข้อมูลที่ต่างประเภทกัน

จากสูตรของสโตกส์ในสมการที่ (2.1) มีเงื่อนไขของปัญหาค่าขอบเขตบังคับไว้ว่า ค่าความโน้มถ่วงพิภพที่ใช้ในการคำนวณจะต้องถูกลดทอนจากผิวโลกจริงลงมาที่ผิวยีออยด์ ด้วยเหตุนี้มวลสารของโลกที่อยู่เหนือผิวยีออยด์ต้องถูกเคลื่อนย้ายออก หลังจากนั้นถึงคำนวณหายีออยด์พร้อมทั้งเพิ่มแผ่นมวลสารบางบนผิวยีออยด์เพื่อมาทดแทนมวลสารในส่วนที่ถูกเคลื่อนย้ายออกไป เทคนิคนี้เรียกว่า การเคลื่อนย้ายออก-การคำนวณ-การเคลื่อนย้ายเข้า (remove-compute-restore technique) ([27],[29]) แต่เนื่องจากกระบวนการนี้มีผลกระทบต่อผิวศักยภาพความถ่วง จึงทำให้ยีออยด์ที่คำนวณได้เรียกว่ายีออยด์ร่วม (co-geoid) ดังนั้นจะต้องคำนึงถึงผลกระทบจากสาเหตุนี้ด้วย จากที่กล่าวมาในหัวข้อนี้สามารถเขียนเป็นสมการในการคำนวณหายีออยด์ได้ดังนี้

$$N = N_{+} + N_{EGM\,2008} + \delta N_I \tag{2.3}$$

โดยที่ $N_{EGM\,2008}$ คือความสูงยีออยด์ที่มีโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงยาวที่ได้จาก EGM2008 ซึ่งคำนวณจาก spherical harmonic coefficients (ดูสมการที่ (ก.1) และ (ก.2) ในภาคผนวก ก) N_{+} ในสมการที่ (2.3) คือส่วนของยีออยด์ที่มีโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงปานกลางและสั้น นั่นคือ

$$N_{+} = \frac{R}{4\pi\gamma}\iint_{\sigma}(\Delta g_{TF} - \Delta g_{EGM\,2008})S(\psi)d\sigma \tag{2.4}$$

โดยที่ $\Delta g_{EGM\,2008}$ คือ ความโน้มถ่วงอนอมอลลี่จาก EGM2008 และ Δg_{TF} คือ ความโน้มถ่วงอะนอมอลลี่อของเฟย์ (Faye anomaly) บนพื้นฐานของวิธีที่สองของการยุบมวลสารเป็นแผ่นบางของเฮลเมอร์ท (the second method of Helmert's condensation) [18] เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\Delta g_{TF} = \Delta g_F + C_P \tag{2.5}$$

โดยที่

$$\Delta g_F = g - \gamma + 0.3086 H_P \tag{2.6}$$

เทอม Δg_F เรียกว่า Free-air anomaly g คือ ความโน้มถ่วงพิภพที่วัดบนพื้นผิวโลก γ คือ ความโน้มถ่วงปกติบนทรงรี WGS84 ที่ละติจูด ϕ จากสมการของ Somigliana (ดูใน [18] หน้า 70) (WGS84 เป็นทรงรีอ้างอิงที่ถูกใช้ในการสร้าง EGM2008) ดังสมการ

$$\gamma = \frac{a\gamma_a \cos^2\phi + b\gamma_b \sin^2\phi}{\sqrt{a^2\cos^2\phi + b^2\sin^2\phi}} \tag{2.7}$$

โดยที่

$a =$ 6,378,137.0 m. (semi-major axis of WGS 84 ellipsoid)

b = 6,356,752.3 m. (semi-minor axis of WGS 84 ellipsoid)

γ_a = 9.7803253359 m/s^2 (1 m/s^2 = 10^5 mGal)

γ_b = 9.8321849378 m/s^2

ส่วน H_P คือ ความสูงออร์โทเมตริกอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลัก และ C_P คือ ค่าแก้เนื่องจากสภาพภูมิประเทศบนพื้นฐานของการประมาณว่าโลกแบนบริเวณพื้นที่ที่ทำการคำนวณ (flat-Earth approximation) เขียนได้เป็น

$$C_P = \frac{1}{2} k\rho R^2 \iint_\sigma \frac{(H - H_P)^2}{\ell^3} d\sigma \tag{2.8}$$

โดยที่

$$\ell = 2R\sin(\psi/2) \tag{2.9}$$

ค่าคงที่เชิงโน้มถ่วงของนิวตัน (Newtonian gravitational constant) k เท่ากับ 66.7×10^{-9} cm^{3}g^{-1}s^{-2} ความหนาแน่นเฉลี่ยของมวลสารของโลก ρ เท่ากับ 2.67 g cm^{-3} และ ℓ คือระยะทางจากจุด P ไปจุดความสูง H ใดๆ ส่วนเทอมที่เหลือของสมการที่ (2.3) คือ ความสูงยีออยด์ $N_{EGM\,2008}$ คำนวณได้จาก EGM2008 และค่าแก้เนื่องจากผลกระบบทางอ้อม δN_I [37] ดังสมการ

$$\delta N_I = -\frac{\pi k\rho H_P^2}{\gamma} \tag{2.10}$$

ขั้นตอนการคำนวณที่กล่าวมานี้ ผลลัพธ์ที่ได้คือแบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพ (a purely gravimetric geoid model) ดังผังแสดงขั้นตอนการคำนวณในรูปที่ 1.2

2.3 เทคนิคสเปคตรัล (spectral techniques)

จากที่ได้กล่าวไปในหัวข้อที่ 2.2 ขั้นตอนของการคำนวณหายีออยด์โดยเฉพาะสมการที่ (2.1) อยู่ในรูปแบบอินทิเกรทซึ่งต้องการข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่ต่อเนื่อง (continuous points) แต่ในทางปฏิบัติเราไม่สามารถที่จะวัดข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพทุกอนูภาคของพื้นผิวโลกได้ ข้อมูลที่วัดได้จึงเป็นข้อมูลที่ไม่ต่อเนื่อง (discrete points) ซึ่งไม่สอดคล้องกับทฤษฎีของการอินทิเกรด เพื่อแก้ปัญหานี้จึงได้ใช้วิธีการคำนวณด้วยเทคนิคการแปลงฟาสฟูเรียร์ทรงกลมหนึ่งมิติ (1-D spherical FFT) ([14],[27],[30]) ที่นิยมใช้กันในประเทศที่ได้ทำการสร้างแบบจำลองยีออยด์ (ยกตัวอย่างเช่น [15],[17],[21],[25],[28],[29],[30],[33],[35],[39] เป็นต้น) เทคนิคนี้ได้คำนึงถึงความโค้งของโลกและมีการคำนวณแบบทีละแถวของละติจูดที่กำหนด (row-wise) (ยกตัวอย่าง ϕ_{n_1} : $n_1 = 0,1,\ldots,N_1-1$ โดยที่ N_1 คือจำนวนแถวละติจูดทั้งหมดของพื้นที่คำนวณ และแต่ละแถวมีข้อมูลที่ λ_{n_2} : $n_2 = 0,1,\ldots,N_2-1$ โดยที่ N_2 คือจำนวนข้อมูลตามแนวลองติจูดของแต่ละแถว) เทคนิคนี้เพิ่มประสิทธิภาพในการประมวลผลเป็นอย่างมากและให้ผลการคำนวณเทียบเท่ากับการอินทิเกรดเชิงเลข (numerical integration) สมการที่ (2.4) สามารถเขียนใหม่ให้อยู่ในรูปแบบของ FFT ได้ โดยเริ่มจากเทอม $\sin^2(\psi/2)$ ในสมการที่ (2.2) ถูกแปลงให้เป็นสมการที่เอื้อต่อการคำนวณด้วย FFT จากฟังก์ชันน์ของสโตกส์ $S(\psi) = S(\phi,\phi',\lambda-\lambda')$ ได้สมการ

$$\sin^2\left(\frac{\psi}{2}\right) = \sin^2\left(\frac{\phi-\phi'}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\lambda-\lambda'}{2}\right)\cos\phi\cos\phi' \tag{2.11}$$

และ

$$N_+\left(\phi_{n_1},\lambda_{n_2}\right) = \frac{R}{4\pi\gamma}\int_{\phi'}\int_{\lambda''}\Delta g_+(\phi',\lambda')\sin\phi' S\left(\phi_{n_1},\phi',\lambda_{n_2}-\lambda'\right)d\phi' d\lambda' \tag{2.12}$$

เนื่องจากความไม่ต่อเนื่องของข้อมูล สมการที่ (2.12) เขียนใหม่ได้

$$\begin{aligned} N_+(\phi_{n_1},\lambda_{n_2}) = {} & \frac{R}{\gamma}\sqrt{\frac{\sin\left(\phi_{n_1}\right)\Delta\phi\Delta\lambda}{\pi}}\Delta g\left(\phi_{n_1},\lambda_{n_2}\right)+ \\ & \frac{R\Delta\phi\Delta\lambda}{4\pi\gamma}\left[\sum_{n_1'=0}^{N_1-1}\sin\left(\phi_{n_1'}\right)\left(\sum_{n_2=0}^{N_2-1}\Delta g\left(\phi_{n_1'},\lambda_{n_2}\right)\tilde{S}\left(\phi_{n_1},\phi_{n_1'},\lambda_{n_2}\right)\right)\right] \end{aligned} \tag{2.13}$$

โดยที่ $\phi_{n_1} = n_1\Delta\phi$, $\phi_{n_1'} = n_1'\Delta\phi$ และ $\lambda_{n_2} = n_2\Delta\lambda$ ส่วน $\Delta\phi$ และ $\Delta\lambda$ คือระยะกริด (grid spacing) ละติจูดและลองติจูดตามลำดับ $\Delta\phi$ ของแต่ละแถบไม่จำเป็นจะต้องเท่ากันอย่างไรก็ตาม เพื่อความสะดวกในการคำนวณได้กำหนดให้ $\Delta\phi$ ระหว่างแถวเท่ากัน ส่วน $\Delta\lambda$ ในแต่ละแถวต้องเท่ากัน เนื่องจากการคำนวณในสมการที่ (2.13) อยู่บนพื้นฐานของพื้นที่ที่จำกัด ดังนั้นจะต้องสมมติให้ $S(.)$ เป็นฟังก์ชันน์ที่มีคุณลักษณะคาบ (periodic function) เพื่อให้สอดคล้องกับการคำนวณแบบ FFT ดังนี้

$$\tilde{S}\left(\phi_{n_1},\phi_{n_1'},\lambda_{n_2}\right)=\begin{cases}0 \quad if \quad n_1 = n_1' \; and \; n_2 = 0 \\ S\left(\phi_{n_1},\phi_{n_1'},n_2\Delta\lambda\right) \quad if \quad 0 \le n_2 \le \dfrac{N_2}{2}-1; \left(n_1 \ne n_1' \; if \; n_2 = 0\right) \\ S\left(\phi_{n_1},\phi_{n_1'},(n_2-N_2)\Delta\lambda\right) \quad if \quad \dfrac{N_2}{2} \le n_2 \le N_2 - 1; \; any \; n_1, n_1'\end{cases} \tag{2.14}$$

และ

$$\tilde{S}\left(\phi_{n_1},\phi_{n_1'},\lambda_{n_2+n_2'N_2}\right)=\tilde{S}\left(\phi_{n_1},\phi_{n_1'},\lambda_{n_2}\right) \text{ สำหรับ } n_2' \in \mathbf{Z} \tag{2.15}$$

ซึ่ง $\mathbf{Z}$ คือโดเมนน์ของเลขจำนวนเต็ม สังเกตุว่าเทอมสุดท้ายของสมการที่ (2.13) พร้อมด้วย (2.14) และ (2.15) อยู่ในรูปแบบของทฤษฎี discrete convolution [29] ดังนั้นจะได้ 1-D spherical FFT ของ N_+ ตามแนวลองติจูด

$$\begin{aligned}N_+(\phi_{n_1},\lambda_{n_2}) = {} & \frac{R}{\gamma}\sqrt{\frac{\sin\left(\phi_{n_1}\right)\Delta\phi\Delta\lambda}{\pi}}\Delta g\left(\phi_{n_1},\lambda_{n_2}\right)+ \\ & \frac{R\Delta\phi\Delta\lambda}{4\pi\gamma}\sum_{n_1=0}^{N_1-1}\sin\left(\phi_{n_1'}\right)\Im^{-1}\left[\frac{1}{\Delta\lambda}\Im\left(\Delta g_+\left(\phi_{n_1'},\lambda_{n_2}\right)\right)\Im\left(\tilde{S}\left(\phi_{n_1},\phi_{n_1'},\lambda_{n_2}\right)\right)\right]\end{aligned} \tag{2.16}$$

ซึ่งสัญลักษณ์ $\Im$ และ $\Im^{-1}$ คือ FFT และส่วนกลับของ FFT ตามลำดับ แต่อย่างไรก็ตาม FFT ต้องใช้ข้อมูลกริด จึงจำเป็นที่จะต้องแปลงข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่วัดกระจัดกระจายตามแนวถนนสายหลักทั่วประเทศไทยลงบนกริดที่มีระยะห่างระหว่างข้อมูลสม่ำเสมอ ซึ่งวิธีการแปลงนั้นจะใช้เทค-นิคสปายน์อินเตอร์โพเลชั่น (spline interpolation) ซึ่งจะอธิบายรายละเอียดในบทที่ 3

ส่วนค่าแก้เนื่องจากสภาพภูมิประเทศในสมการที่ (2.5) และ (2.8) ซึ่งจะมีผลกระทบบริเวณรอบๆตำแหน่งที่คำนวณหา N_+ สังเกตว่าเทอม $1/\ell^3$ ในสมการที่ (2.9) ซึ่งเป็นส่วนกลับยกกำลังสามของระยะทางระหว่างจุดที่คำนวณหา N_+ กับจุดต่างๆรอบบริเวณ มีค่าลดลงอย่างรวดเร็ว (rapid attenuation) หากระยะ ℓ ไกลจากจุดที่คำนวณหา N_+ ด้วยเหตุนี้สมการที่ (2.8) จึงสามารถคำนวณได้โดยใช้วิธี 2-D FFT ภายใต้สมมติฐานของการประมาณว่าโลกแบน (flat-Earth

approximation [27]) ณ. บริเวณที่ทำการคำนวณ ดังนั้น $\Delta\phi \to \Delta x_1$ และ $\Delta\lambda \to \Delta x_2$ โดยเขียนสมการการคำนวณซึ่งสัมพันธ์ความสูงของภูมิประเทศ $\tilde{h}$ บริเวณพื้นที่ที่ทำการคำนวณ ($\tilde{h}$ สูงอ้างอิงจากผิวระดับโดยทั่วไปแล้วใช้ DEM) ได้เป็น

$$C_P(\ell_1,\ell_2) = \frac{k\rho\Delta x_1\Delta x_2}{2}\left[\begin{array}{l} \Im^{-1}\left(\frac{1}{\Delta x_1\Delta x_2}\Im\left(\tilde{h}^2\right)_{k_1,k_2}\Im\left(\tilde{u}^3\right)_{k_1,k_2}\right)_{\ell_1,\ell_2} - \\ 2\tilde{h}_{\ell_1,\ell_2}\Im^{-1}\left(\frac{1}{\Delta x_1\Delta x_2}\Im\left(\tilde{h}\right)_{k_1,k_2}\Im\left(\tilde{u}^3\right)_{k_1,k_2}\right)_{\ell_1,\ell_2} \end{array}\right] + \frac{k\rho\Delta x_1\Delta x_2}{2}\tilde{h}^2_{\ell_1,\ell_2}\sum_{n_1=0}^{N_1-1}\sum_{n_2=0}^{N_2-1}\tilde{u}^3_{n_1,n_2} \tag{2.17}$$

โดยที่ $\ell_1 = 0,1,\cdots,N_1-1$ และ $\ell_2 = 0,1,\cdots,N_2-1$

$$\tilde{u}^3_{n_1,n_2} = \begin{cases} u^3_{n_1,n_2} & if \quad 0 \le n_1 \le \frac{N_1}{2}-1 \; and \; 0 \le n_2 \le \frac{N_2}{2}-1 \\ u^3_{n_1-N_1,n_2} & if \quad \frac{N_1}{2} \le n_1 \le N_1-1 \; and \; 0 \le n_2 \le \frac{N_2}{2}-1 \\ u^3_{n_1,n_2-N_2} & if \quad 0 \le n_1 \le \frac{N_1}{2}-1 \; and \; \frac{N_2}{2} \le n_2 \le N_2-1 \\ u^3_{n_1-N_1,n_2-N_2} & if \quad \frac{N_1}{2} \le n_1 \le N_1-1 \; and \; \frac{N_2}{2} \le n_2 \le N_2-1 \end{cases} \tag{2.18}$$

$$u^3_{n_1,n_2} = \begin{cases} \frac{1}{\left(n_1^2\Delta x_1^2 + n_2^2\Delta x_2^2\right)^{3/2}} & if \quad n_1 \ne 0 \; and \; n_2 \ne 0 \\ 0 & if \quad n_1 = 0 \; and \; n_2 = 0 \end{cases} \tag{2.19}$$

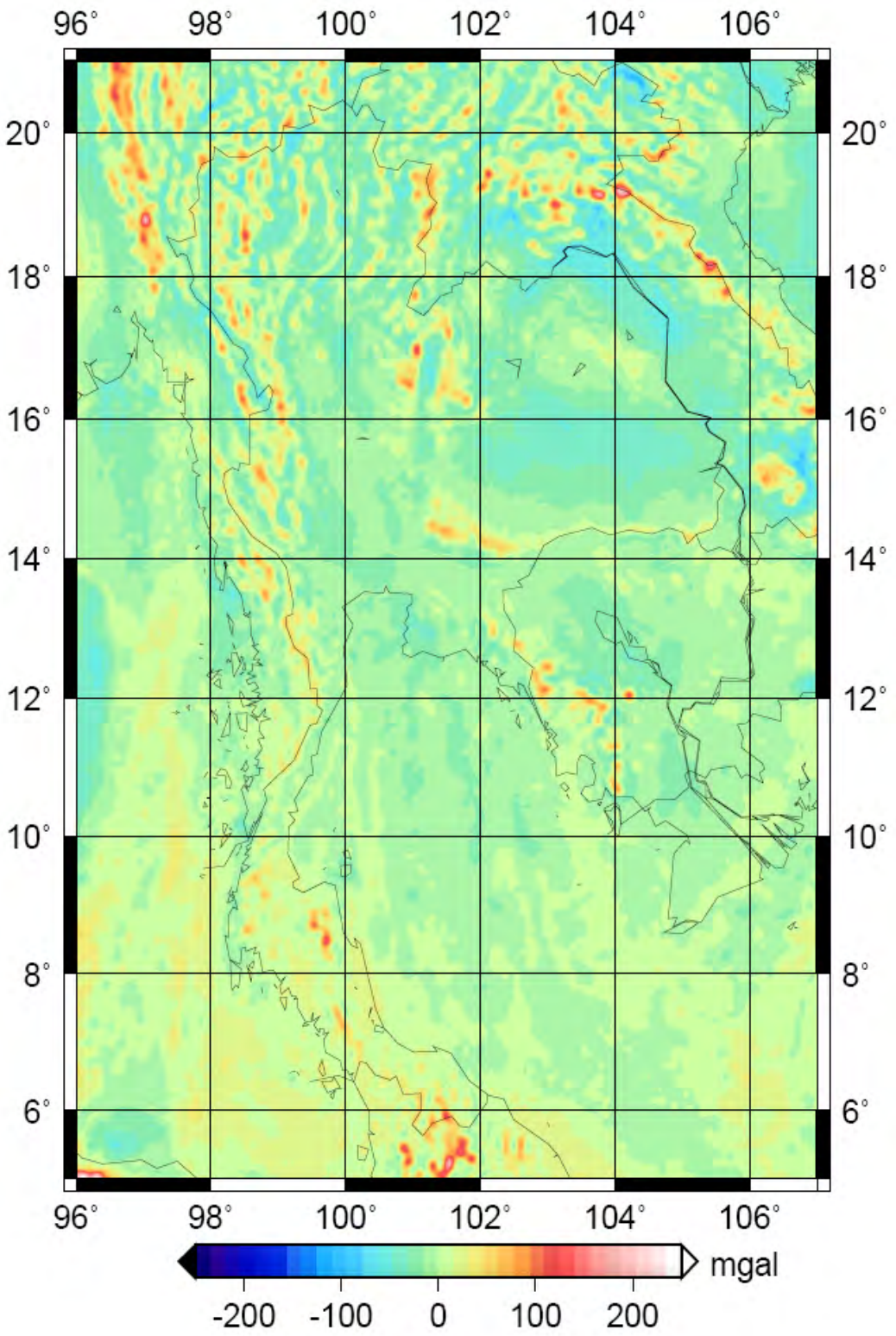
$$\tilde{u}^3_{n_1+n_1'N_1,n_2+n_2'N_2} = \tilde{u}^3_{n_{11},n_2} \text{ สำหรับ } n_1',n_2' \in \mathbf{Z} \tag{2.20}$$

บทที่ 3
ข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณหาผิวยีออยด์บริเวณประเทศไทย

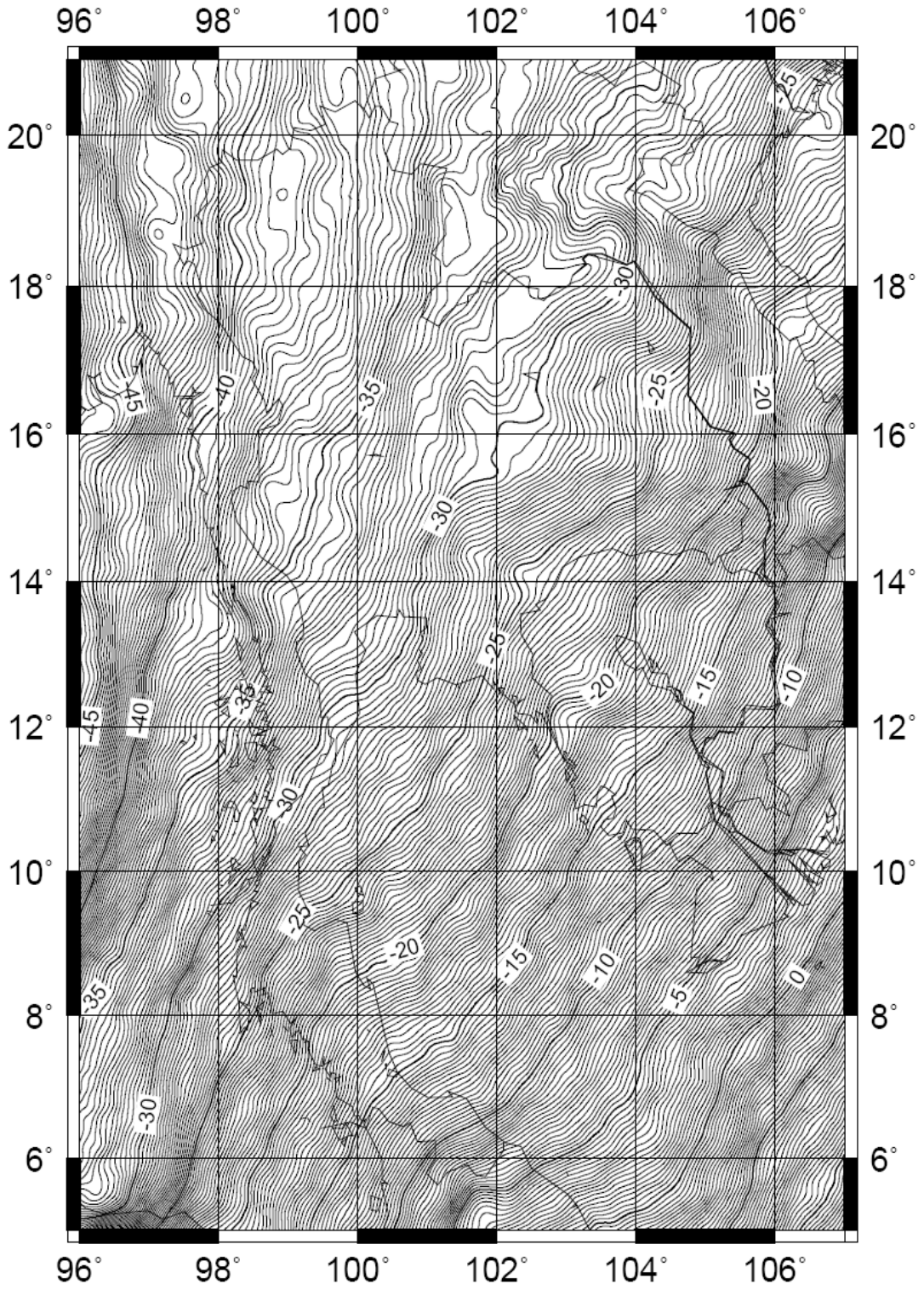
ในบทนี้จะกล่าวถึงข้อมูลที่จำเป็นต้องใช้ในการคำนวณหาผิวยีออยด์บริเวณประเทศไทย จากที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2 การที่จะคำนวณหาผิวยีออยด์โดยใช้สูตรของสโตกส์นั้น ในทางทฤษฎีต้องการข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพทุกอนูภาคของลูกโลก ซึ่งในทางทฤษฎีแล้วไม่สามารถที่จะทำได้ จึงได้ใช้เทคนิค remove-recompute-restore ในการคำนวณ โดยที่เทคนิคนี้จะใช้แบบจำลองสากล (ยกตัวอย่างเช่น EGM2008 เป็นต้น) ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่วัดเป็นจุดบนภาคพื้นดิน และแบบจำลองความสูงเชิงเลขที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่ 3 พิลิปดาหรือ 3SDEM ซึ่งจะสะท้อนถึงโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงยาว ช่วงปานกลางและช่วงสั้นของยีออยด์ตามลำดับ โดยจะได้กล่าวถึงคุณลักษณะของข้อมูลแต่ละประเภทดังต่อไปนี้

3.1 แบบจำลองยีออยด์สากล EGM2008

แบบจำลองยีออยด์สากล EGM2008 ได้ถูกประกาศใช้อย่างเป็นทางการโดย National Gepospatial Intelligence Agency (NGA) ประเทศสหรัฐอเมริกาและทีมงานเฉพาะกิจที่ได้รับมอบหมายทั่วโลก แบบจำลองนี้มีสัมประสิทธิ์ฮาร์มอนิคเชิงกลม spherical harmonic coefficients ที่ degree 2190 และ order 2159 [24] ความละเอียดเชิงพื้นที่ 5 ลิบดาหรือประมาณ 9 ก.ม. EGM2008 เป็นแบบจำลองที่ได้มาจากการปรับปรุงและพัฒนามาจากแบบจำลองสากลเดิม EGM96 [22] ที่มี degree และ order 360 ความละเอียดเชิงพื้นที่ 30 ลิบดาหรือประมาณ 54 ก.ม. ซึ่งใช้กันมาเป็นเวลาถึง12 ปี มีความคลาดเคลื่อนทางความสูงเฉลี่ยประมาณ 0.5-1 ม. (root mean square error หรือ rms) การผลิต EGM2008 นั้นใช้ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่มีความละเอียดมากขึ้นที่วัดได้จากดาวเทียมสำรวจความโน้มถ่วงพิภพที่ชื่อ GRACE ผนวกเข้ากับข้อมูลที่เกี่ยวข้องจากหน่วยงานต่างๆทั่วโลกและจากดาวเทียมวัดระดับน้ำทะเล (altimetry satellite) TOPEX/Poseidon, Jason-1, ERS-1/2, Geosat, ENVISAT, GFO และ ICEsat EGM2008 ที่ได้จาการพัฒนานี้มีความคลาดเคลื่อนทางความสูงเฉลี่ยประมาณ 15 – 50 ซม. (rms)



รูปที่ 3.1 Gravity anomaly คำนวณจาก EGM2008 โดยใช้ spherical harmonic coefficients ถึง degree 2190 และ order 2159



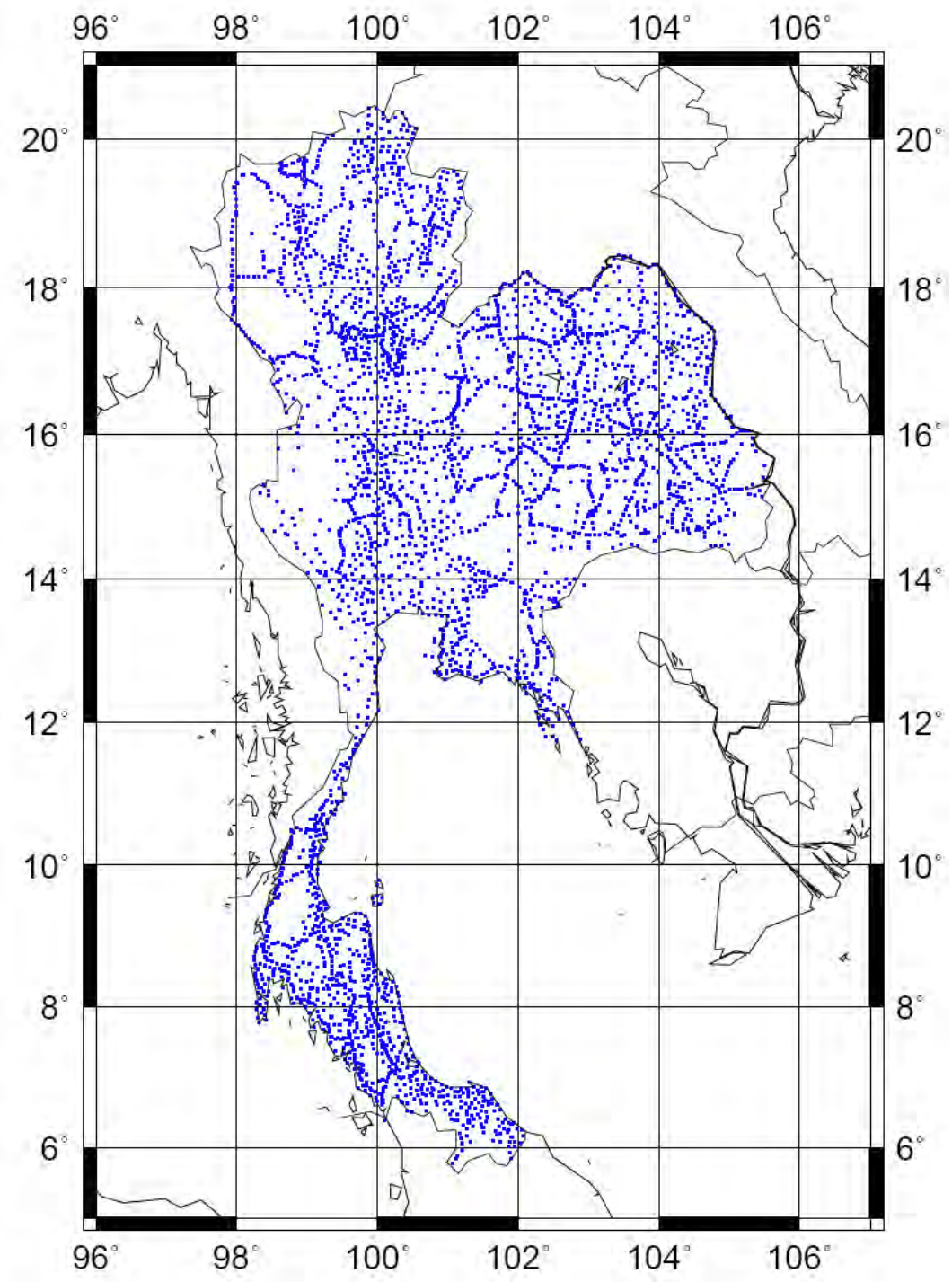
รูปที่ 3.2 ความสูงของยีออยด์คำนวณจาก EGM2008 โดยใช้ spherical harmonic coefficients ถึง degree 2190 และ order 2159 (ช่วงของเส้นชั้นความสูง 0.5 ม.)

รูปที่ 3.1 แสดง Free-air anomaly จาก EGM2008 หรือ $\Delta g_{EGM\,2008}$ ที่ได้จากการคำนวณจาก spherical harmonic coefficients ถึง degree 2190 และ order 2159 (ดูภาคผนวก ก) ครอบคลุมอาณาเขตของประเทศไทยที่ละติจูด 5 – 21 องศาเหนือและลองติจูด ที่ 96 – 107 องศาตะวันออก โดยที่ $\Delta g_{EGM\,2008}$ มีค่าแปรเปลี่ยนอยู่ระหว่าง −100 ถึง +150 mGal สังเกตว่าลักษณะของ $\Delta g_{EGM\,2008}$ บริเวณภาคเหนือตอนบนไล่ลงมาจนกระทั่งถึงแถบชายแดนระหว่างประเทศไทยกับพม่าที่มีสภาพภูมิประเทศที่มีภูเขาสูงชันมีความแปรผันสูงเมื่อเทียบกับบริเวณที่ราบภาคกลาง ภาคตะวันออก ภาคตะวันออกเฉียงเหนือและภาคใต้ รูปที่ 3.2 แสดงความสูงของยีออยด์จาก EGM2008 มีลักษณะเอนเอียงตามแนวตะวันออกเฉียงใต้และตะวันตกเฉียงเหนือ มีค่าแปรเปลี่ยนจาก −6 ม. บริเวณภาคใต้ตอนล่างไปถึง −42 ม. บริเวณจังหวัดแม่ฮ่องสอน

3.2 ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพ

ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพบนภาคพื้นดินบริเวณราชอาณาจักรไทยถูกดำเนินการวัดตั้งแต่ปี พ.ศ. 2480 เรื่อยมาจนถึงปัจจุบันโดยความรับผิดชอบของกรมแผนที่ทหาร ([3],[8]) ดำเนินการจัดเก็บข้อมูลโดยใช้วิธีการวัดสภาพความโน้มถ่วงแบบสัมพัทธ์ (relative gravimetry) เทียบกับค่าสภาพความโน้มถ่วงที่สถานี 06230A ตั้งอยู่ภายในอาคารวัดความโน้มถ่วงพิภพ กรมแผนที่ทหาร (พิกัด ละติจูด 13°45'06" เหนือ ลองติจูด 100°29'40" ตะวันออก ซึ่งถือเป็นสถานีโครงข่ายชั้นหนึ่งในระบบสากล International Gravity Standardization Net of 1971 (IGSN 1971) มีสถานีหลัก 42 สถานีระยะห่างกันประมาณ 100 ก.ม. และมีสถานีย่อยรวมกันแล้วมีทั้งหมด 3979 สถานี (ในที่นี้จะเรียกสถานีว่าสถานี RTSD) ส่วนใหญ่กระจายตัวตามถนน ระยะห่างระหว่างสถานีใกล้เคียงอยู่ระหว่าง 2 - 10 ก.ม. การรังวัดเป็นไปตามมาตรฐานของ Federal Geodetic Control Committee (FGCC) [13] มีการปรับแก้ให้อยู่ในระบบอิสระจากผลกระทบเนื่องจากสภาวะกระแสน้ำขึ้นลง (tide-free system) อย่างไรก็ตามจากการตรวจสอบพบว่าบางสถานีมีความบกพร่องทั้งด้านความสูงและค่าผิดปกติของข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพโดยเฉพาะบริเวณภาคเหนือ (เช่น เชียงใหม่ เชียงราย พะเยา ลำพูน และลำปาง เป็นต้น) ผู้วิจัยจึงได้ทำแก้ไขและดำเนินการวัดความสูงใหม่ไปแล้วบางส่วนตามงบประมาณที่มีอยู่อย่างจำกัด ส่วนสถานีที่เหลือประมาณ 30 สถานียังคงอยู่ในระหว่างการตรวจสอบซึ่งใช้เวลาในการดำเนินการค่อนข้างมากเนื่องจากบางสถานีได้ถูกรื้อถอนหรือเสียหายจึงต้องมีการวัดความโน้มถ่วงพิภพใหม่โดยเชื่อมโยงเข้ากับสถานีหลัก

รูปที่ 3.3 แสดงสถานีความโน้มถ่วงพิภพที่กระจายอยู่ทั่วประเทศไทย ส่วนใหญ่ถูกวัดตามแนวถนนด้วยเหตุผลที่ว่าง่ายต่อการเข้าถึงพื้นที่และสะดวกต่อการปฏิบัติงาน สถานีเหล่านี้มีระยะห่างกันอยู่ในช่วง 2 – 10 ก.ม. จากรูปภาพจะสังเกตุเห็นว่าบางพื้นที่ (ยกตัวอย่างเช่นพื้นที่



รูปที่ 3.3 สถานี RTSD ที่วัดความโน้มถ่วงพิภพ 3979 สถานี

บริเวณตะวันตกของประเทศไทยตั้งแต่จังหวัดแม่ฮ่องสอนลงมามีข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพน้อย ที่เป็นเช่นนี้เพราะว่าภูมิประเทศบริเวณนี้เป็นภูเขาสูงชันไม่สามารถเข้าถึงพื้นที่ได้ เป็นต้น) จึงจำเป็นอย่างมากที่จะต้องทำการวัดความโน้มถ่วงพิภพทางอากาศ (airborne gravimetry [34]) อย่างไรก็ตาม

airborne gravimetry ต้องใช้งบประมาณในการดำเนินการเป็นจำนวนมากซึ่งจำเป็นที่จะต้องได้รับความเห็นชอบและการผลักดันเป็นอย่างมากจากหน่วยงานที่เกี่ยวข้อง จากข้อจำกัดดังที่กล่าวมานี้ งานวิจัยนี้จึงได้ประมาณค่าความโน้มถ่วงพิภพโดยใช้ข้อมูลแบบจำลองความสูงภูมิประเทศ ดังที่จะได้กล่าวไว้ในบทที่ 4 และ 5 ประมาณข้อมูลที่ขาดหายไปตามพื้นที่เหล่านั้น เพื่อที่จะได้มีข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพในการคำนวณหาผิวยีออยด์บริเวณนั้นๆ

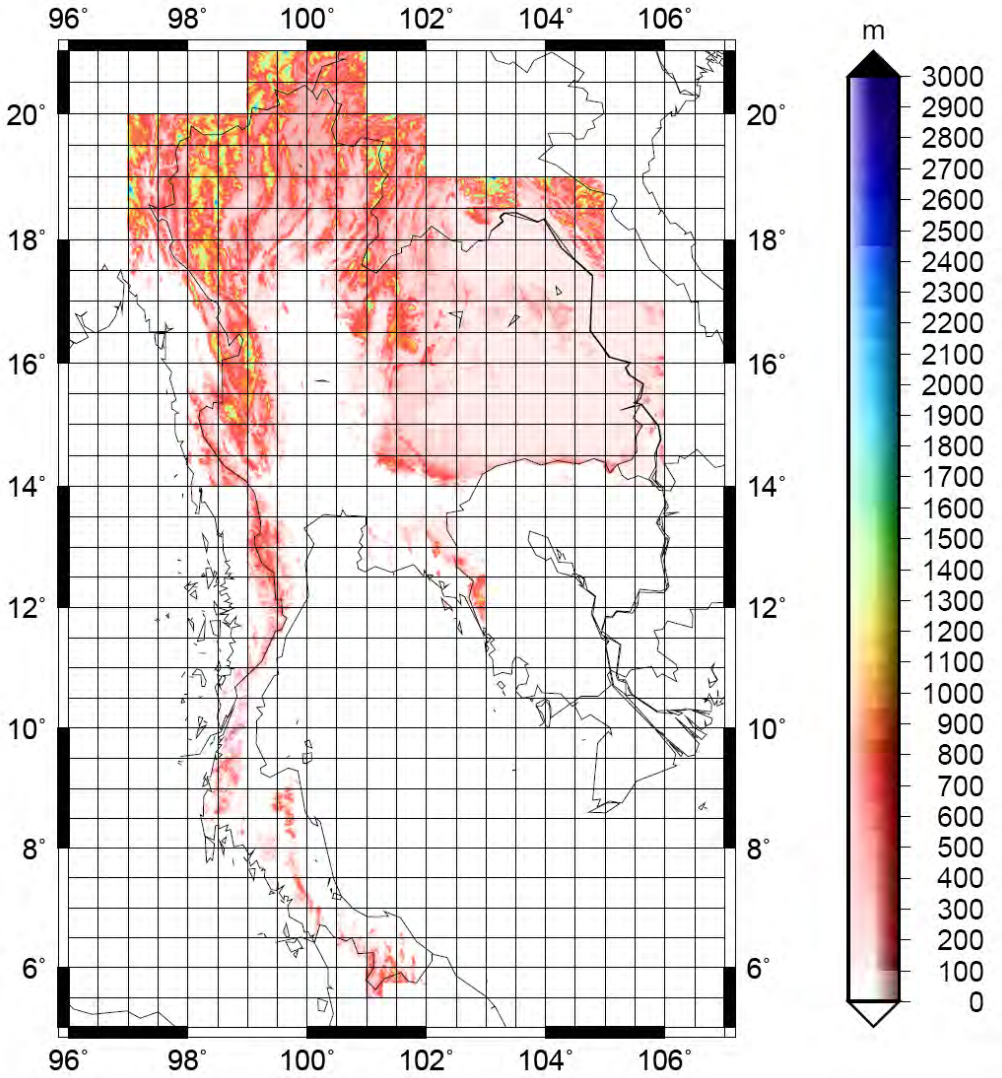
3.3 แบบจำลองความสูงของภูมิประเทศ

แบบจำลองความสูงภูมิประเทศหรือ DEM ถูกใช้ในการคำนวณหาค่าแก้เนื่องจากสภาพภูมิประเทศโดยเทคนิค 2D-FFT ในสมการที่ (2.17) จากสมการ (2.8) โดยใช้ความสูงเฉลี่ยที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ 30 พิลิปดาหรือประมาณ 900ม. ดังแสดงในรูปที่ 3.4 ซึ่งคำนวณจากการหาค่าเฉลี่ยภายในของแต่ละบล็อกขนาด 30 พิลิปดาที่มีข้อมูลความสูงจาก DEM ประเภท SRTM-3 (3SDEM) ผลิตโดยองค์กรอวกาศแห่งประเทศสหรัฐอเมริกา (National Aeronautic and Space Administration หรือ NASA) แห่งประเทศสหรัฐอเมริกา ที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่ 3 พิลิปดาหรือประมาณ 90 ม. ความถูกต้องทางดิ่งโดยรวมอยู่ที่ประมาณ 8 ม. ที่ครอบคลุมพื้นแผ่นดินของประเทศไทยทั้งหมดที่ทางผู้วิจัยมีอยู่

Difference	No. of points	Min	Max	Mean	S.D.
3" DEM– RTSD heights	3949	−258.351	+1161.538	+9.201	±48.684
30" DEM– RTSD heights	3949	−264.471	+1180.319	+10.322	±48.726

ตารางที่ 3.1 ความแตกต่างระหว่างความสูงที่ได้จากการประมาณจาก DEM ที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่ 3 และ 30 พิลิปดาเปรียบเทียบกับความสูงที่สถานี RTSD ความโน้มถ่วงพิภพ 3949 สถานี (หน่วยเป็นเมตร)

เพื่อที่จะตรวจสอบคุณภาพของระดับความสูงที่ได้จาก 3SDEM ที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ 3 และ30 พิลิปดาที่ได้จากการหาค่าระดับความสูงเฉลี่ยจาก 3SDEM จึงได้ทำการเปรียบเทียบกับข้อมูลความสูงที่ตำแหน่งสถานีวัดความโน้มถ่วงพิภพ 3949 สถานี ตารางที่ 3.1 แสดงการเปรียบเทียบทางสถิติ จะเห็นได้ว่าค่าทางสถิติเหล่านี้มีขนาดใหญ่ ยกตัวอย่างเช่น ขนาดของความ



รูปที่ 3.4 ความสูงเฉลี่ยที่ความละเอียดเชิงพื้นที่30 พิลิปดา จากแบบจำลองความสูงของภูมิประเทศ (Digital Elevation Model) ประเภท SRTM-3 (ความละเอียดเชิงพื้นที่ 3 พิลิปดา)

แตกต่างมีค่าสูงสุดถึง +1161.538ม. และ +1180.319ม. ตามลำดับ ที่บริเวณละติจูดที่ 19°11'36" เหนือและลองติจูดที่ 101°06'35" ตะวันออก และมีค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deivation หรือ S.D.) ใกล้เคียงกัน คือประมาณ ±48.7ม. ซึ่งแสดงให้ทราบว่าความสูงจาก 3SDEM โดยเฉพาะการใช้ความสูงเฉลี่ยที่ได้จากการหาค่าเฉลี่ยความสูงภายในพื้นที่กริดขนาด 30"x30" หรือประมาณ 900x900 ตารางเมตรจาก 3SDEM สะท้อนลักษณะทางภูมิประเทศที่เป็นภูเขาสูงไม่ดีเท่าที่ควร ที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากการหาค่าเฉลี่ยบริเวณหุบเขาสูงจะมีการแปรเปลี่ยนของความชันอย่างรวดเร็วเทียบกับระยะทาง ความละเอียดเชิงพื้นที่ 30 พิลิปดานี้ อาจจะไม่สามารถสะท้อนถึงการเปลี่ยนแปลงที่รวดเร็วนี้ได้มากเท่าที่ควร ด้วยเหตุนี้อาจจะเกิดความคลาดเคลื่อนในโครงสร้างความ

ยาวคลื่นช่วงสั้นของการคำนวณหายีออยด์ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่าขาดข้อมูลความสูงในส่วนที่มีความถี่สูงไป (loss of high frequency part)

ดังที่ได้กล่าวไปแล้วในหัวข้อที่ 3.2 ว่าข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพถูกวัดด้วยระยะห่างในการวัดเป็นช่วงๆที่ไม่สม่ำเสมอ ตั้งแต่ 2 – 10ก.ม. ดังนั้นค่าความโน้มถ่วงพิภพที่จะถูกนำมาใช้ในการคำนวณหา N_+ ในสมการที่ (2.16) จึงเป็นค่าเฉลี่ยภายในพื้นที่ของกริดขนาด 30"x30" ซึ่งหมายความว่าโครงสร้างของความยาวคลื่นช่วงที่สั้นที่สุดของยีออยด์ที่จะคำนวณหาได้คือ 1.8 ก.ม. โดยประมาณ สอดคล้องกับ DEM ที่ความสูงเฉลี่ยในพื้นที่กริดขนาด 30"x30" ซึ่งถือว่ามีความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้ที่จะใช้ในการคำนวณหาความสูงเฉลี่ย ส่วนค่าแก้เนื่องสภาพภูมิประเทศในสมการที่ (2.17) สามารถคำนวณได้จากความละเอียดเชิงพื้นที่ที่มากขึ้นยกตัวอย่างเช่น คำนวณค่าแก้ที่ 3-arcsecond DEM แล้วทำการแปลงค่าแก้ลงสู่กริดขนาด 30"x30" ด้วยวิธี interpolation เป็นต้น อย่างไรก็ตามในภายภาคหน้าหากมีการวัดข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพให้มีความหนาแน่นของพื้นที่มากขึ้น ความถูกต้องของ DEM ที่จะใช้ในการคำนวณก็ควรจะเพิ่มมากขึ้นตามไปด้วย ยกตัวอย่างเช่น การใช้ one-arcsecond DEM ทดแทน 3SDEM เป็นต้น อย่างไรก็ตามการใช้ DEM ที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่สูงนั้นต้องได้รับการขออนุมัติเป็นกรณีพิเศษจากหน่วยงานที่เกี่ยวข้องทางด้านความมั่นคงแห่งชาติซึ่งขณะนี้กำลังอยู่ในระหว่างการดำเนินการติดต่อถึงความเป็นไปได้ในการขออนุญาติใช้ข้อมูลเพื่องานวิจัยนี้

บทที่ 4
การประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพบริเวณพื้นที่ว่างที่ไม่มีการวัดโดยการใช้ความสัมพันธ์เชิงเส้น

เนื่องจากกระบวนการในการคำนวณหาความสูงยีออยด์ในทางปฏิบัติในหัวข้อที่ 2.2 ของบทที่ 2 ต้องการค่าความโน้มถ่วงพิภพกระจายทั่วบริเวณพื้นที่ที่จะคำนวณ อย่างไรก็ตามมีหลายพื้นที่ที่ไม่สามารถวัดความโน้มถ่วงพิภพได้ ยกตัวอย่างเช่น พื้นที่ทางภาคเหนือตอนบนบริเวณจังหวัดแม่ฮ่องสอน ซึ่งจะทำให้ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพบริเวณพื้นที่คำนวณมีโครงสร้างความยาวคลื่นไม่สมบูรณ์ต่อการกำหนดความละเอียดเชิงพื้นที่ในการสร้างแบบจำลองยีออยด์ ด้วยเหตุนี้จึงจำเป็นต้องทำการเติมข้อมูลลงในพื้นที่ว่างเหล่านี้ ในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาวิธีการประมาณค่าความโน้มถ่วงพิภพโดยใช้ค่าที่วัดได้ซึ่งมีข้อจำกัดที่สามารถให้ได้สำหรับโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงยาว ส่วนโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงสั้นกว่านั้นมาจากแบบจำลองความสูงเชิงเลข หรือ DEM สองวิธีเพื่อวิเคราะห์ถึงความเหมาะสมต่อการคำนวณหาผิวจิออยด์ (ที่จะได้กล่าวต่อไปในบทที่ 6) วิธีแรกจะประมาณโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่าง Free-air anomaly กับระดับความสูงของภูมิประเทศ ส่วนวิธีที่สองมีพื้นฐานมาจากการใช้ทฤษฎีดุลเสมอภาคของเปลือกโลก (theory of isostasy) โดยจะกล่าวรายละเอียดในบทที่ 5

4.1 ความสัมพันธ์ระหว่าง Free-air anomaly กับระดับความสูงของภูมิประเทศ

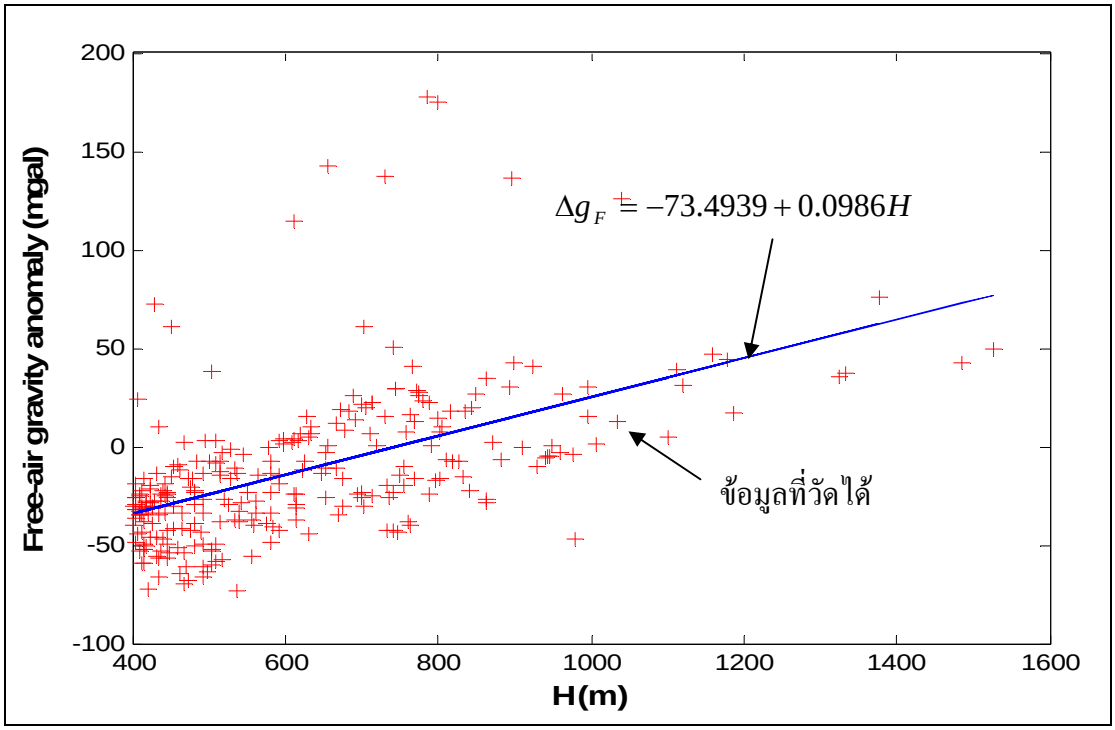
วิธีหนึ่งที่นิยมใช้ในการเติมข้อมูล Free-air anomaly หรือ Δg_F ลงบนพื้นที่ว่างเปล่าที่มีการวัดความโน้มถ่วงพิภพ คือวิธีสมการเส้นถดถอย (ดูหน้าที่ 56 ใน [34]) โดยมีพื้นฐานมาจากการตั้งสมมติฐานที่ว่า Δg_F มีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงกับความสูงของภูมิประเทศดังสมการที่ (4.1)

$$\Delta g_F = a + bH \tag{4.1}$$

โดยที่ สัมประสิทธิ์ a ขึ้นอยู่กับการแจกแจงของมวลสารในเปลือกโลก (mass distribution in the earht's crust) และสัมประสิทธิ์ b คือฟังก์ชันของความหนาแน่นเฉลี่ยของมวลสารบริเวณผิวโลก (the mean density of the topographic masses) ซึ่งสัมพันธ์กับความสูงของภูมิประเทศ H โดยสัมประสิทธิ์ทั้งสองนี้สามารถคำนวณหาได้ด้วยวิธีกำลังสองที่น้อยที่สุด (least-squares method [23]) อย่างไรก็ตามในการศึกษานี้ได้พบว่าความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงระหว่าง Δg_F และ H จากสถานี RTSD จำนวน 3949 สถานี ลดลงหากความสูงของภูมิประเทศต่ำกว่า 400ม. โดยประมาณ ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมติฐานที่ได้ตั้งไว้ในสมการที่ (4.1) ดังนั้นจึงไม่นำเอาค่า Δg_F ที่มีความสูงน้อย

กว่า 400ม. มาคำนวณ จากผลการคำนวณได้สัมประสิทธิ์ a และ b มีค่าเท่ากับ -73.4939 mGal และ +0.0986 mGal/m ตามลำดับ ดังแสดงเป็นสมการเส้นตรงในรูปที่ 4.1

ในการศึกษานี้ได้ใช้ข้อมูลความสูงเฉลี่ยที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ 30 พิลิปดาหรือประมาณ 900ม. จาก 3SDEM ที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่ 3 พิลิปดาหรือประมาณ 90ม. เพื่อลดผลกระทบที่อาจจะเกิด aliasing effects [14] ได้ที่โครงสร้างความยาวคลื่นช่วงสั้นของยีออยด์ การเพิ่มข้อมูลลงบนพื้นที่ว่างขนาดใหญ่และมีระดับความสูงไม่น้อยกว่า 400ม.นั้น เพื่อที่จะช่วยลดผลกระทบที่อาจจะเกิดขึ้นในการกระบวณการแปลง (interpolation) ข้อมูลที่วัดกระจายอย่างไม่เป็นระเบียบ



รูปที่ 4.1 ความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงระหว่าง Free-air anomaly และความสูงของภูมิประเทศ

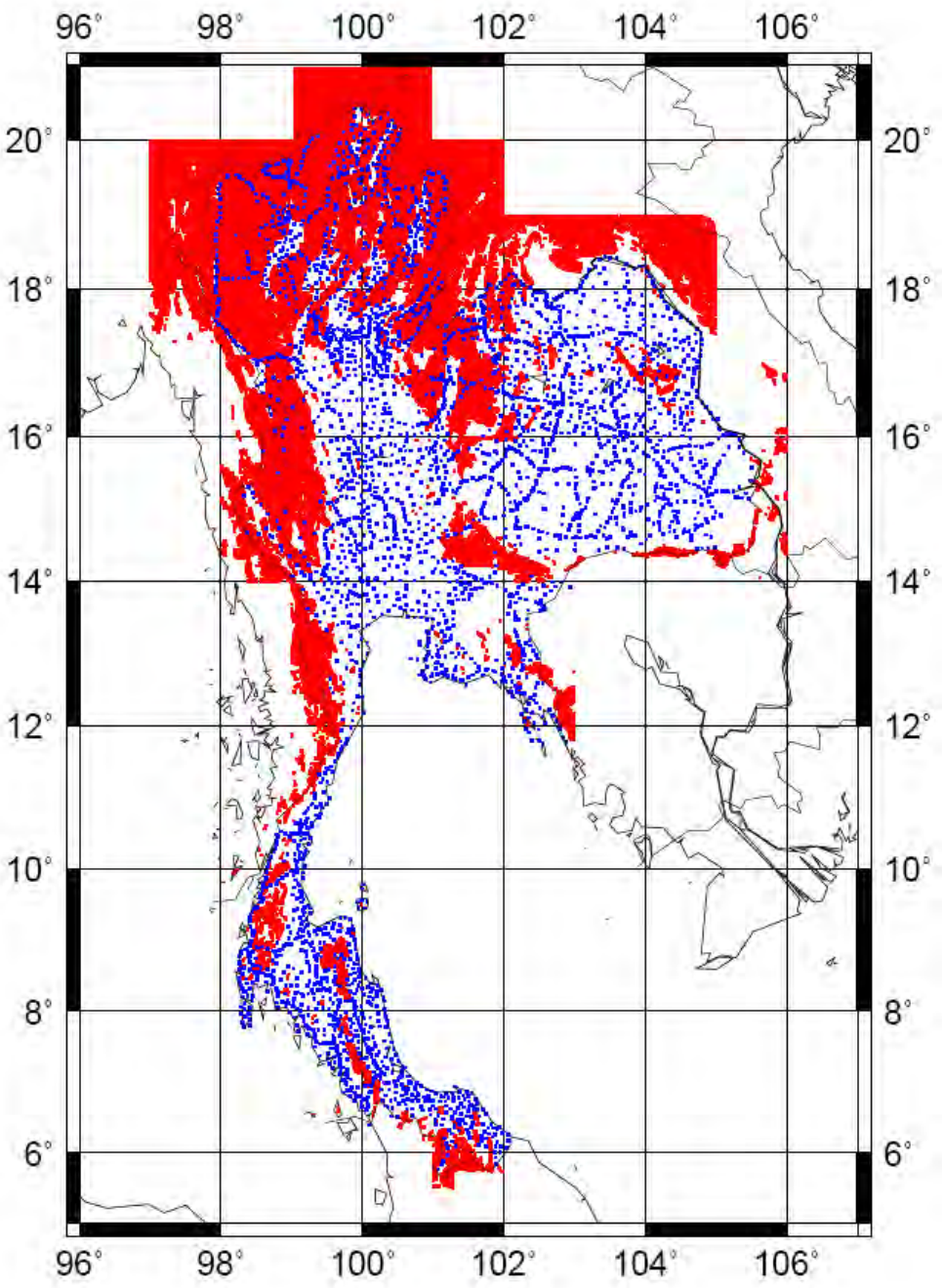
(scattered data) สู่ข้อมูลกริด (gridded data) ซึ่งเป็นรูปแบบข้อมูลที่ต้องใช้ในการคำนวณหาค่า N_+ โดยใช้สมการที่ (2.14) ด้วยเทคนิค 1D-Spherical FFT รูปที่ 4.2 แสดงข้อมูล Free-air anomaly (จุดกลมสีแดง) ที่ถูกประมาณด้วยแบบจำลองในสมการที่ (4.1) ข้อมูลที่เพิ่มมานั้นได้ถูกขยายเลยออกไปนอกอาณาเขตชายแดนของประเทศไทยในพื้นที่บริเวณเทือกเขาสูงทางภาคเหนือ ตะวันตก ตะวันออกตะวันออกเฉียงเหนือและภาคใต้เพื่อที่จะทำให้การแปลงข้อมูลของพื้นที่บริเวณนั้นลงสู่ตำแหน่ง กริดให้ได้ใกล้เคียงกับข้อมูลที่เป็นจริงมากที่สุด ซึ่งจะช่วยลดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณหา N_+ ในสมการที่ (2.16) ที่จะได้รับผลกระทบเนื่องจากขาดข้อมูลตามบริเวณแนวชายแดนเหล่านั้น

4.2 การเติมข้อมูล Free-air anomaly ลงในพื้นที่ที่ไม่มีการวัดข้อมูล

ตารางที่ 4.2 แสดงข้อมูลทางสถิติของค่า Δg_F ก่อนและหลังจากการเพิ่มข้อมูล สังเกตว่าค่าต่ำสุดและสูงสุดของ Δg_F ที่ได้จากการวัดที่สถานี RTSD จำนวน 3949 สถานี มีขนาดโตกว่าค่า $\Delta g_{EGM\,2008}$ ที่คำนวณจาก EGM2008 ณ. ตำแหน่งเดียวกัน และค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานมีขนาด ±21.457ม. ในขณะที่ $\Delta g_{EGM\,2008}$ มีขนาด ±19.719ม. จากข้อมูลทางสถิตินี้ได้บ่งชี้เป็นนัยว่าข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่วัดมีส่วนข้อมูลโครงสร้างความยาวคลื่น (short-wavelength gravity information) สั้นกว่าของ EGM2008 บรรจุอยู่ ค่า Δg_F จากแบบจำลองในสมการที่ (4.1) ถูกเพิ่มเติมบริเวณพื้นที่ตามพรมแดนระหว่างไทยกับประเทศเพื่อนบ้านมีค่าความเบี่ยงเบนมีขนาดใหญ่ขึ้น (±26.500ม.) สะท้อนถึงลักษณะของภูมิประเทศที่เป็นเทือกเขาสูงชันบริเวณพรมแดนทางทิศเหนือและตะวันตก ส่วนพื้นแผ่นดินนอกสุดและพื้นผิวทะเลทางฝั่งตะวันตก (ทะเลอันดามัน) และตะวันออก (อ่าวไทย) นั้น (ดูรูปที่ 4.2 ประกอบ) นั้นได้ใช้ $\Delta g_{EGM\,2008}$ เพิ่มเติมภายใต้สมมติฐานที่ว่าผิวยีออยด์บริเวณนี้เทียบเท่ากับผิวยีออยด์ของ EGM2008 มีค่าอยู่ระหว่าง -106.465 mGal ถึง +243.827 mGal เพื่อลดผลกระทบจากความคลาดเคลื่อนที่บริเวณขอบพื้นที่ ในขณะทำคอนโวลูชั่น (convolution) จากการแปลงฟาสฟูเรียร์

Free-air anomaly	No. of points	Min	Max	Mean	S.D.
EGM2008 at RTSD stations	3,949	-75.717	+70.945	-13.581	±19.719
RTSD stations	3,949	-152.682	+177.530	-17.378	±21.457
Data padding in the higher-400m-elevation areas and strips along Thailand's border	268,721	-152.682	+190.468	-1.568	±26.500
EGM2008 data padding in the outermost areas	$5°\leq\phi\leq21°$ $96°\leq\lambda\leq107°$	-106.465	+243.827	-1.740	±19.943
Total area	$5°\leq\phi\leq21°$ $96°\leq\lambda\leq107°$	-152.682	+243.827	-1.714	±21.070

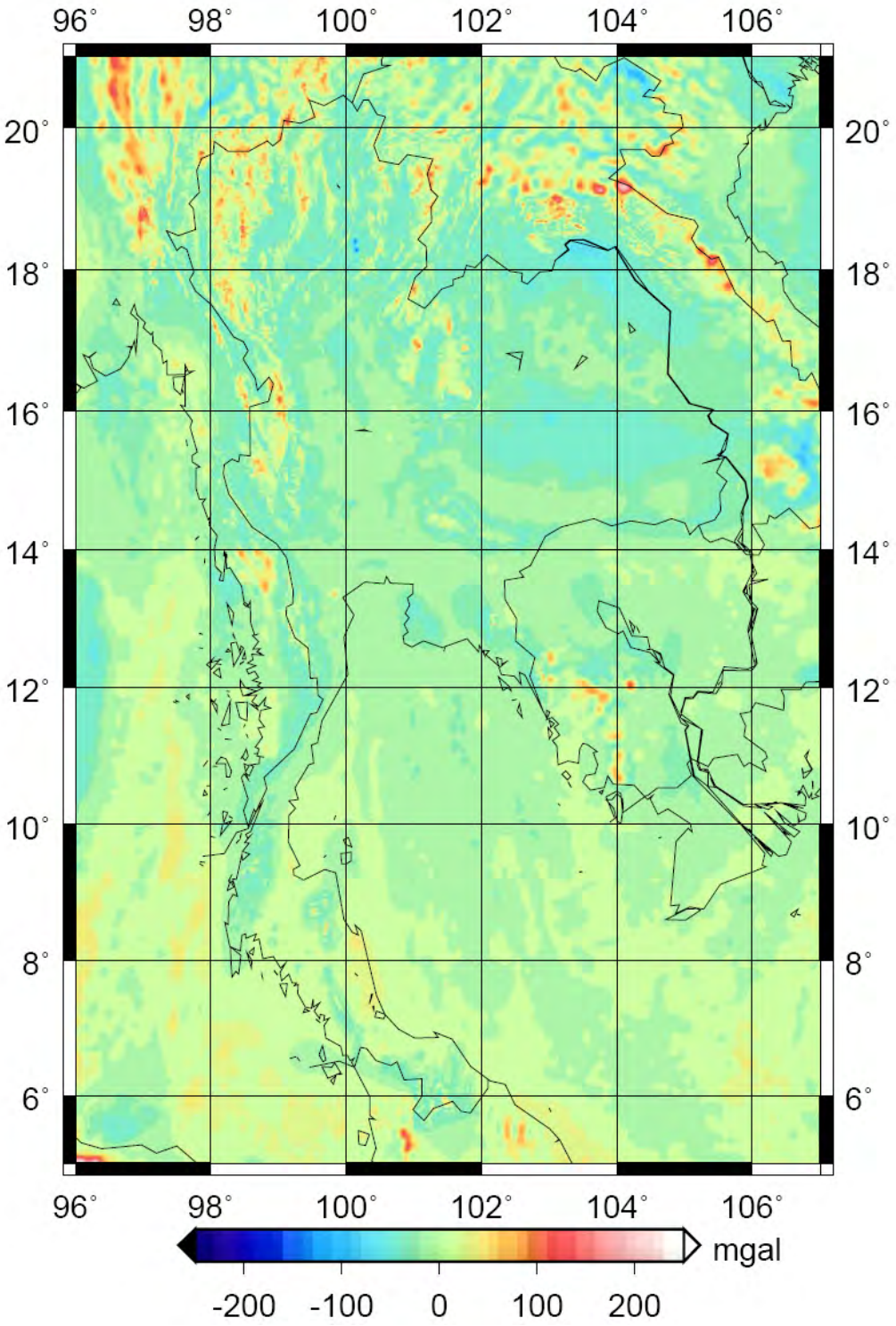
ตารางที่ 4.2 ข้อมูลทางสถิติของค่า Free-air anomaly ที่วัดได้บนพื้นดินและ EGM2008 ที่สถานีวัดความโน้มถ่วงพิภพ 3949 สถานี และข้อมูลหลังจากการเพิ่มข้อมูล (data padding) ลงในพื้นที่ที่ไม่มีการวัด (หน่วยเป็น mGal)



รูปที่ 4.2 ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่วัดได้ (จุดสีเหลี่ยมสีน้ำเงิน) และข้อมูลที่เติมลงไปในบริเวณพื้นที่ว่างขนาดใหญ่ที่สูงกว่า 400 ม.และไม่มีการวัดความโน้มถ่วงพิภพ (จุดกลมสีแดง)

ตามที่ได้กล่าวไปแล้วเบื้องต้นและในหัวข้อที่ 2.3 ของบทที่ 2 ว่าการคำนวณหา N_+ ด้วย 1D-Spherical FFT ต้องใช้ข้อมูลในรูปแบบกริด จึงจำเป็นที่จะต้องแปลงข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่วัดกระจัดกระจายตามแนวถนนหลักทั่วประเทศไทยลงบนกริดที่มีระยะห่างระหว่างข้อมูลสม่ำเสมอ นอกจากเหนือจากนี้แล้วยังมีพื้นที่ว่างหลายแห่งที่มีความสูงต่ำกว่า 400ม. ยังไม่มีการวัดหาความโน้มถ่วงพิภพ ยกตัวอย่างเช่น พื้นที่ที่อยู่ระหว่างละติจูดที่ 13°-14°N และลองติจูดที่ 101°-102°E และละติจูดที่ 14°-16°N และลองติจูดที่ 102°-106°E ซึ่งครอบคลุมพื้นที่จังหวัดฉะเชิงเทรา ชลบุรี จันทบุรี ตราดและจังหวัดทางภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่างทั้งหมด (ดูรูปที่ 4.2 ประกอบ) เป็นต้น วิธีการแปลงข้อมูลลงสู่ตำแหน่งกริดนั้นใช้เทคนิคสปายน์อินเตอร์โพเลชั่นชนิด continuous curvature spline in tension ด้วยค่าพารามิเตอร์ความตึง (tension parameter, T_B) T_B = 0.75 ([11],[31],[36]) ค่านี้ถูกเลือกเพื่อที่จะลดผลกระทบของการเกิดความคลาดเคลื่อนของความโน้มถ่วงพิภพในบริเวณภูเขาที่ไม่มีการวัดความโน้มถ่วงพิภพ เทคนิคนี้จะสร้างผิวโค้งจากข้อมูลที่วัดได้ที่มีอยู่ในบริเวณที่จะแปลงข้อมูลลงสู่กริดโดยผิวโค้งที่สร้างขึ้นมานี้จะผ่านตำแหน่งข้อมูลที่วัดเสมอและช่วยให้ค่าที่ทำการประมาณไม่เกิดการแกว่ง (oscillation) มากเกินกว่าที่ควรจะเป็นในบริเวณพื้นที่ว่างที่ไม่มีการวัดความโน้มถ่วงพิภพ ผลที่ได้จากวิธีการประมาณนี้คือค่า Free-air anomaly ที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ของกริดขนาด 30"x30" ครอบคลุมพื้นที่ระหว่างละติจูดที่ 5°-21°N และลองติจูดที่ 96°-107°E ซึ่งมีอยู่ทั้งหมด 1321 แถว (row) และ 1921 คอลัมน์ (column) รูปที่ 4.3 แสดงฐานข้อมูล Free-air anomaly หลังจากแปลงลงสู่กริดแล้วมีค่าอยู่ระหว่าง -152.682 mGal ถึง +243.827 mGal (ดูตารางที่ 4.2) จะสังเกตุจากรูปภาพได้ว่าลักษณะข้อมูล Free-air anomaly บริเวณพื้นที่ทางตอนเหนือและพื้นที่แถบตะวันตกของประเทศมีความละเอียดขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับข้อมูลที่คำนวณได้จาก EGM2008 ในรูปที่ 3.1

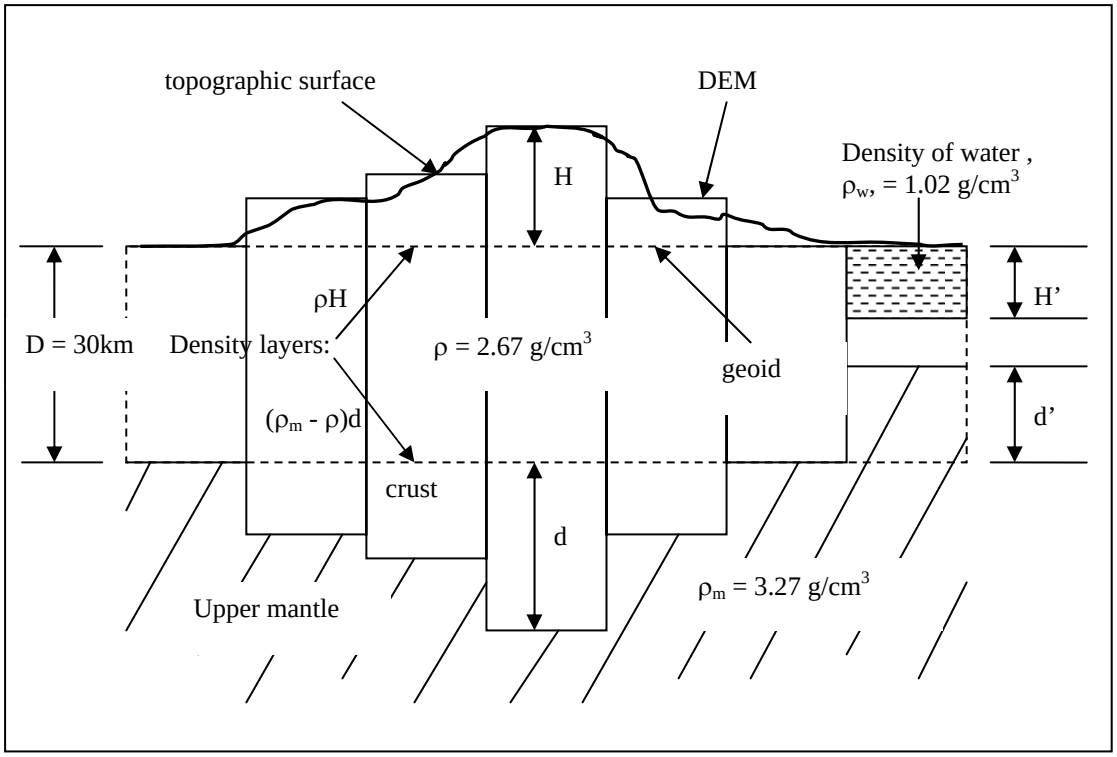
อย่างไรก็ตามในก่อนที่จะทำการคำนวณหา Faye anomaly ในสมการที่ (2.5) จาก Free-air anomaly และค่าแก้เนื่องจากสภาพภูมิประเทศ ควรจะมีการกรองสัญญาณข้อมูล (pre-filtering) ที่มีความยาวคลื่นช่วงที่สั้นกว่า 1.8ก.ม. (หรือสองเท่าของความละเอียดเชิงพื้นที่) ออกเพื่อลดผลกระทบที่เกิดจากการแทรกซ้อน (alias effects) ของสัญญาณข้อมูลคลื่นช่วงสั้นต่อข้อมูลช่วงคลื่นยาว ซึ่งจะมีผลทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณหายีออยด์ วิธีการกรองสัญญาณนั้นจะเป็นขั้นตอนเตรียมข้อมูลก่อนที่จะเริ่มคำนวณหายีออยด์จากสูตรของสโตกส์ในสมการที่ (2.3) โดยการเฉลี่ยบล็อกข้อมูลภายในพื้นที่กริด 30"x30"



รูปที่ 4.3 Free-air anomaly หลังจากเติมข้อมูล (data padding) ลงในพื้นที่ว่างที่ไม่มีการวัดความโน้มถ่วงพิภพ (หน่วยเป็น mGal)

บทที่ 5
การประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพจากข้อมูลความสูงเชิงเลขด้วย วิธีการชดเชยสมดุลเสมอภาคของ Airy และ Heiskanen

ในบทที่ 4 ได้แสดงรายละเอียดของวิธีการประมาณค่าความโน้มถ่วงพิภพด้วยการใช้ความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างระดับความสูงของภูมิประเทศและค่า Free-air anomaly อย่างไรก็ตามจะสังเกตได้ว่าความสัมพันธ์เชิงเส้น (ดูรูปที่ 4.1 ประกอบ) ปรากฏที่ระดับความสูง 400 ม. ขึ้นไป ด้วยเหตุนี้จะทำให้พื้นที่ว่างเปล่าที่มีระดับความสูงที่ต่ำกว่าไม่สามารถประมาณได้ซึ่งอาจจะจะทำให้โครงสร้างความยาวคลื่นช่วงสั้นบริเวณพื้นที่ไม่สมบูรณ์เมื่อเทียบกับการความละเอียดของพื้นที่กริดที่ต้องการในการคำนวณหาผิวยีออยด์ ทำให้เกิดผลกระทบที่เรียกว่า alias effects ดังนั้นวิธีการชดเชยสมดุลเสมอภาคของ Airy และ Heiskanen จึงได้ถูกเลือกเพื่อประมาณข้อมูลให้ได้โครงสร้างข้อมูลที่สมบูรณ์ทุกช่วงคลื่นโดยการใช้แบบจำลองความสูงเชิงเลขที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่กริด 3 x 3 พิลิปดาหรือประมาณ 90 x 90 ตารางเมตร(3SDEM) และเปรียบเทียบกับวิธีการประมาณด้วยความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง



รูปที่ 5.1 การชดเชยสมดุลเสมอภาคของพื้นภูมิประเทศของ Airy และ Heiskanen (Airy-Heiskanen topographic-isostatic compensation)

5.1 การชดเชยสมดุลเสมอภาคของ Airy และ Heiskanen

การประมาณค่าความโน้มถ่วงพิภพ (gravity anomaly) ที่จุดใดจุดหนึ่ง (P) บนพื้นดินหรือเขียนเป็น $\Delta g_I(P)$ ในพื้นที่ว่างที่ยังไม่มีการวัด สามารถประมาณโดยใช้ 3SDEM เข้ากับข้อมูลที่วัดภาคพื้นดิน คำนวณภายใต้ทฤษฎีการชดเชยความสมดุลเสมอภาคของ Airy และ Heiskanen (Airy-Heiskanen isostatic compensation) (หน้า 138-141 ใน [18]) ว่าพื้นภูมิประเทศหรือเปลือกโลก (crust) ลอยอยู่บนแมลทิลชั้นบน (upper mantle) ในภาวะสมดุล ดังแสดงในรูปที่ 5.1 โดยที่ความสัมพันธ์ของความสูงบนพื้นดินเหนือผิวยีออยด์ H และความลึกของราก d (root) สามารถแสดงได้ดังสมการ

$$\rho H = (\rho_m - \rho)d = \Delta\rho d \tag{5.1}$$

ขณะที่ความลึกของพื้นทะเลและมหาสมุทร H' กับรากต้าน d' (anti-root) จะได้ดังสมการที่ (5.2)

$$-(\rho - \rho_w)H' = \Delta\rho d' \tag{5.2}$$

จากสมการที่ (5.1) และ (5.2) กำหนดให้ isostatic gravity anomaly คือ

$$\Delta g_I = \Delta g(P) - C(P) + A(P) \tag{5.3}$$

โดยที่ $\Delta g(P)$ คือ free-air anomaly $C(P)$ คือ gravitational effect จากมวลสารทั้งหมดบนผิวยีออยด์ และ $A(P)$ คือผลของ isostatic compensation ภายใต้สมมติฐานของความกลมกลืนเป็นเนื้อเดียวกันอย่างสมบูรณ์ของมวลสารภายหลังการชดเชยสมดุลเสมอภาพของ Airy และ Heiskanen ซึ่งหากการชดเชยสมดุลเสมอภาคมีความสมบูรณ์อย่างแท้จริงแล้วจะทำให้เทอม $\Delta g_I(P)$ ในสมการที่ (5.3) จะมีค่าน้อยเข้าใกล้ศูนย์ ดังนั้นจึงประมาณได้ว่า

$$\Delta g(P) \approx C(P) - A(P) \tag{5.4}$$

เทอมทางฝั่งขวาของสมการ (5.4) ทั้งสองเทอมสามารถประมาณได้หลายวิธี เพื่อให้ง่ายต้อการคำนวณโดยใช้ DEM ในงานวิจัยนี้ได้ใช้วิธีการประมาณจากการศึกษาใน [20] และ [26] โดยการบีบอัดเป็นแผ่นบางของเฮลเมิร์ต (Helmert condensation) บนผิวยีออยด์ที่มีความหนาแน่น ρH สำหรับพื้นผิวดิน สำหรับพื้นผิวมหาสมุทรให้ถือเสมือนว่าขาดพื้นดินจึงมีความหนาแน่น $-(\rho - \rho_w)H' = -\rho(1 - \rho_w/\rho)H'$ เมื่อเทียบกับความหนาแน่นของเปลือกโลก ในทางปฏิบัติ

$\Delta g(P)$ ที่เกิดจากแผ่นบางนี้สามารถคำนวณได้โดยการใช้การแปลงฟาสฟูเรียร์ (Fast Fourier Transform หรือ $\Im$) ได้

$$\Delta g = 2\pi G\rho\Im^{-1}(\Im(\overline{H}))(1-e^{-2\pi\omega D})e^{-2\pi\omega z} \tag{5.5}$$

และ

$$\overline{H}(Q) = \begin{cases} H(Q), & Q \in \ land \\ -(1-\rho_w/\rho)H'(Q), & Q \in ocean \end{cases} \tag{5.6}$$

โดย D คือความลึกจากการชดเชยสมดุลเสมอภาคมีค่าเท่ากับ 30 กม. ซึ่งเป็นความหนาปกติของชั้นเปลือกโลก z คือค่าระดับเหนือผิวยีออยด์ที่ถูกเลือกอย่างเหมาะสมโดยที่ $z > 0$ (ในการคำนวณนี้ให้ z = 1 เมตร) และ $\Im^{-1}$ คือส่วนกลับของการแปลงฟาสฟูเรียร์ อย่างไรก็ตามเนื่องจากข้อมูล DEM ที่ใช้ในการคำนวณเป็นแบบกริดครอบครุมพื้นที่จำกัด $J \times K$ ระยะกริดที่เท่ากันตามแนวละติจูด $\Delta\varphi$ และลองติจูด $\Delta\lambda$ (ครอบคลุมพื้นที่ประเทศไทย) ดังนั้นจึงใช้ Discrete Fourier Transform (DFT) ภายใต้คุณสมบัติของ periodic function [14 หน้า 97]

$$\Delta g_{j,k} = 2\pi G\rho(\mathrm{DFT}^{-1}(\mathrm{DFT}(\overline{H}))_{\ell,m}((1-e^{-2\pi\omega_{\ell,m}D})e^{-2\pi\omega_{\ell,m}z})_{j,k} \tag{5.7}$$

และ

$$\omega_{j,k} = \sqrt{\mu_j^2 + \upsilon_k^2}, \tag{5.8}$$

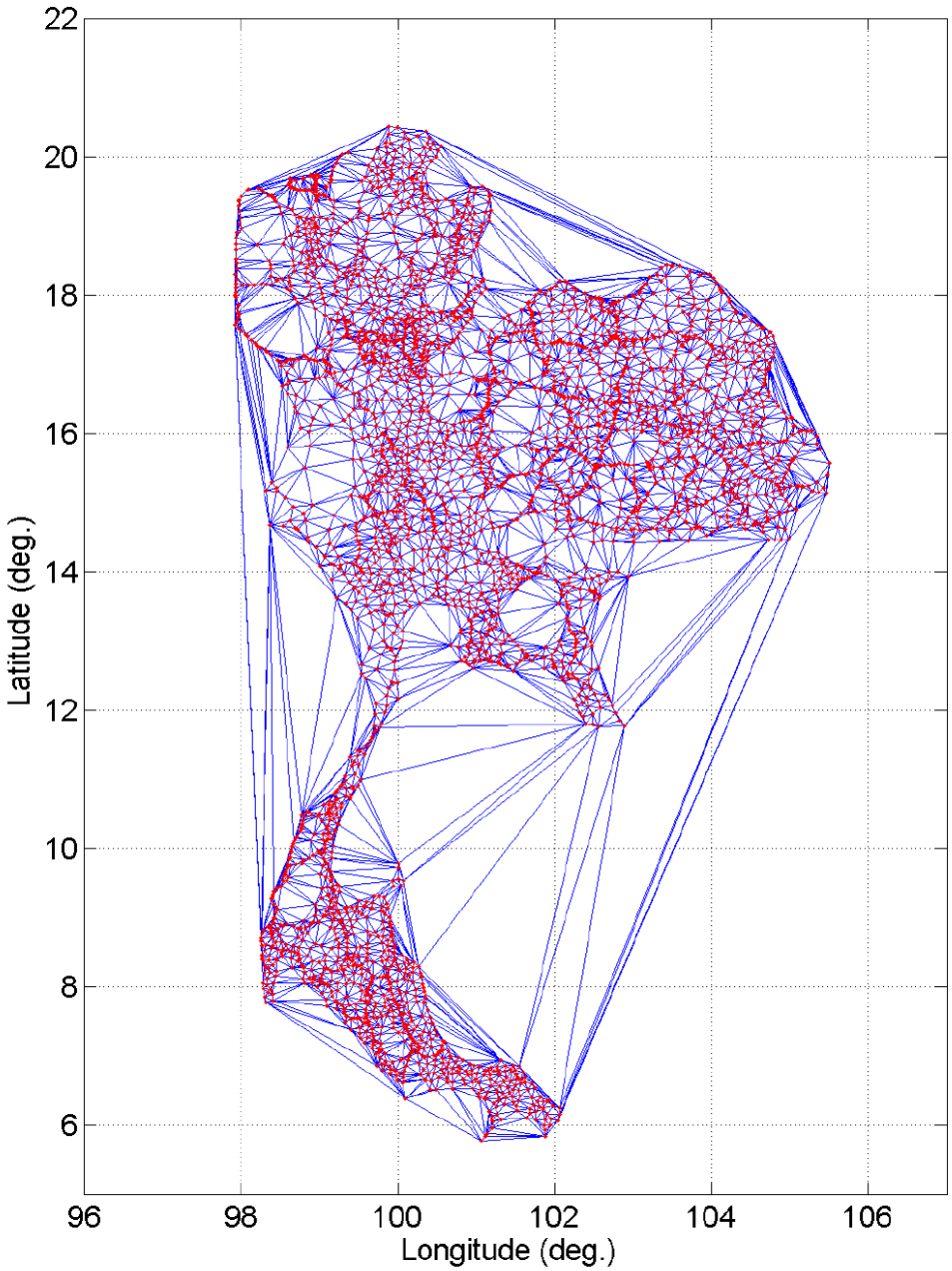
$$\mu_j = \begin{cases} \dfrac{j}{J\Delta y}; & j = 0,\ldots,\dfrac{J}{2}-1 \\ \dfrac{j-J}{J\Delta y}; & j = \dfrac{J}{2},\ldots,J-1 \end{cases},$$

$$\upsilon_k = \begin{cases} \dfrac{k}{K\Delta x}; & k = 0,\ldots,\dfrac{K}{2}-1 \\ \dfrac{k-K}{K\Delta x}; & k = \dfrac{K}{2},\ldots,K-1 \end{cases}$$

โดย $\ell = 0,\ldots,J-1$ และ $m = 0,\ldots,K-1$

5.2 การกระชับข้อมูลด้วยโครงข่ายสามเหลี่ยมดีลัวเน่ย์ (Delaunay Triangulation)

เพื่อกระชับค่า Δg ที่คำนวณได้จากสมการที่ (5.7) และ (5.8) ให้มีความต่อเนื่องกับค่าที่วัดได้ จึงได้สร้างโครงข่ายสามเหลี่ยมดีลัวเน่ย์ ซึ่งคือระนาบสามเหลี่ยมเหมาะสมที่สุดที่ถูกสร้างจากจุดข้อมูลวัดที่อยู่ใกล้เคียงกันสามจุด (ดูรูปที่ 5.2 ประกอบ) แล้วใช้การปรับแก้แบบลีสแสควร์



รูปที่ 5.2 โครงข่ายสามเหลี่ยมดีลัวเน่ย์ (Delaunay Triangulation) สร้างจากสถานีความโน้มถ่วงพิภพจำนวน 3949 สถานี (จุดสีแดง)

กระชับ $\Delta g(x_k, y_k)$ หรือ $z_k : k = 1, \cdots, n$ โดย n คือจำนวนจุดที่อยู่ภายในสามเหลี่ยมเข้ากระชับกับระนาบสามเหลี่ยมที่คำนวณจากตำแหน่งที่วัด $(x, y, z)_{1,2,3,CR}$ ตามที่ [Jekeli et al., 2009] ได้ศึกษาไว้ และได้กำหนดสมการระนาบปรับแก้ดังนี้

$$\bar{z}_k = z_k + (\delta_{CR} - \hat{\delta}) + (\alpha_{CR} - \hat{\alpha})x_k + (\beta_{CR} - \hat{\beta})y_k, \quad k = 1, \cdots, n \tag{5.9}$$

โดยที่

$$\xi = (\delta \quad \alpha \quad \beta)^T$$
$$\zeta = (z_1 \quad \dots \quad z_n)^T$$
$$\hat{\xi} = (A^T A)^{-1} A^T \zeta$$
$$\xi_{CR} = (A_{CR}^T A_{CR})^{-1} A_{CR}^T \zeta_{CR}$$
$$A = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n \end{pmatrix} \text{ และ } A_{CR} = \begin{pmatrix} 1 & x_{1,CR} & y_{1,CR} \\ 1 & x_{2,CR} & y_{2,CR} \\ 1 & x_{3,CR} & y_{3,CR} \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

ถ้าหาก $n = 0$ จะไม่มีการคำนวณค่า Δg ส่วนในกรณีที่ $n = 1,2$ หรือ 3 หรือ ภายในสามเหลี่ยม Delaunay มีลักษณะเป็นจุดร่วมเส้นตรง (co-linear) สมการที่ (5.9) จะเปลี่ยนเป็นสมการที่ (5.11)

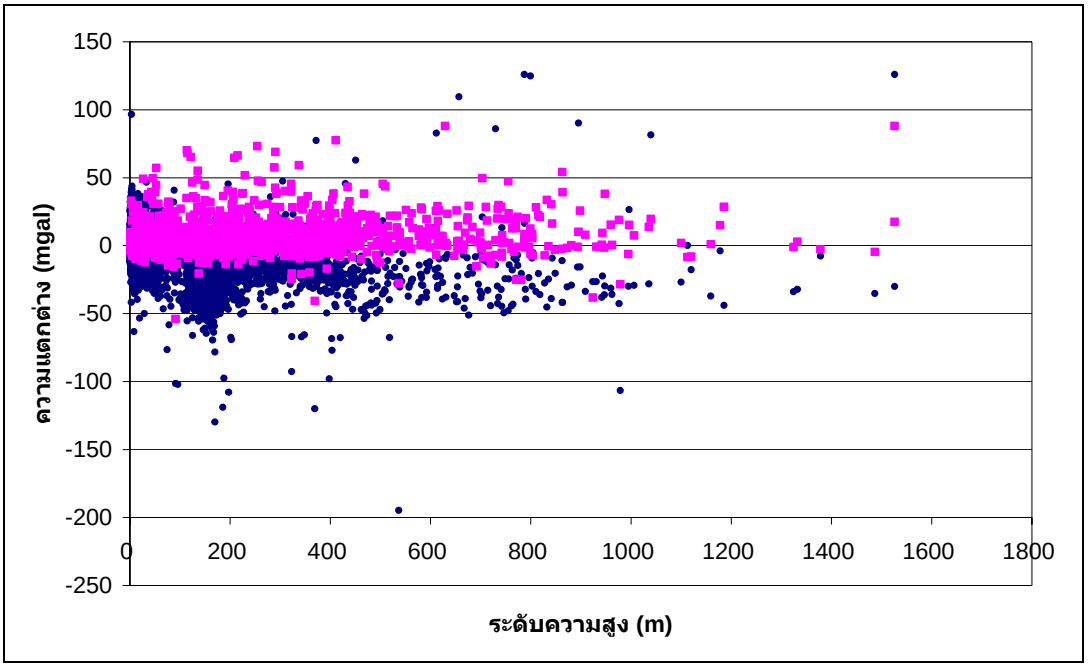
$$\bar{z}_k = z_k + \delta_{CR} + \alpha_{CR} x_k + \beta_{CR} y_k, \quad k = 1, \cdots, n \quad (5.11)$$

5.3 ผลการประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพ

การประมาณ Δg ด้วยสมการ (5.7) และ (5.8) ได้ใช้แบบจำลองความสูงเชิงเลขเฉลี่ยที่ความละเอียดเชิงพื้นที่กริด 30 พิลิปดาหรือประมาณ 900ม. x 900ม. โดยคำนวณจาก 3SDEM (ดังแสดงในรูปที่ 3.4) เฉพาะส่วนที่เป็นผืนแผ่นดิน สำหรับส่วนที่เป็นผืนทะเลและมหาสมุทรฝั่งอ่าวไทยและทะเลอันดามันได้สมมติให้มีค่าระดับเป็นศูนย์เนื่องจากไม่มีข้อมูลความลึกของท้องทะเล (bathymatric data) ดังนั้นสมการที่ (5.6) จึงเปลี่ยนเป็น $\bar{H}(Q) = 0$ สำหรับ $Q \in ocean$ หลังจากนั้นได้ทำการเปรียบเทียบค่าที่คำนวณได้กับค่ารังวัด 3949 สถานี (เรียกย่อว่า RTSD)โดยการประมาณจากกริด Δg สู่ตำแหน่งของ RTSD โดยการใช้ spline interpolation ดังรูปที่ 5.3 แสดงความแตกต่างระหว่าง Δg และ RTSD (จุดกลมสีน้ำเงิน "●") เทียบกับระดับความสูงซึ่งจะเห็นได้-

Quantity	Min	Max	Mean	S.D.
RTSD	-152.682	+177.530	-17.378	±21.457
Δg	-43.249	+121.757	-5.261	±11.151
$\Delta \bar{g}$	-149.995	+181.206	-19.861	±23.277
RTSD - Δg	-194.775	+125.953	-12.116	±19.666
RTSD - $\Delta \bar{g}$	-54.000	+88.064	+2.484	±8.346

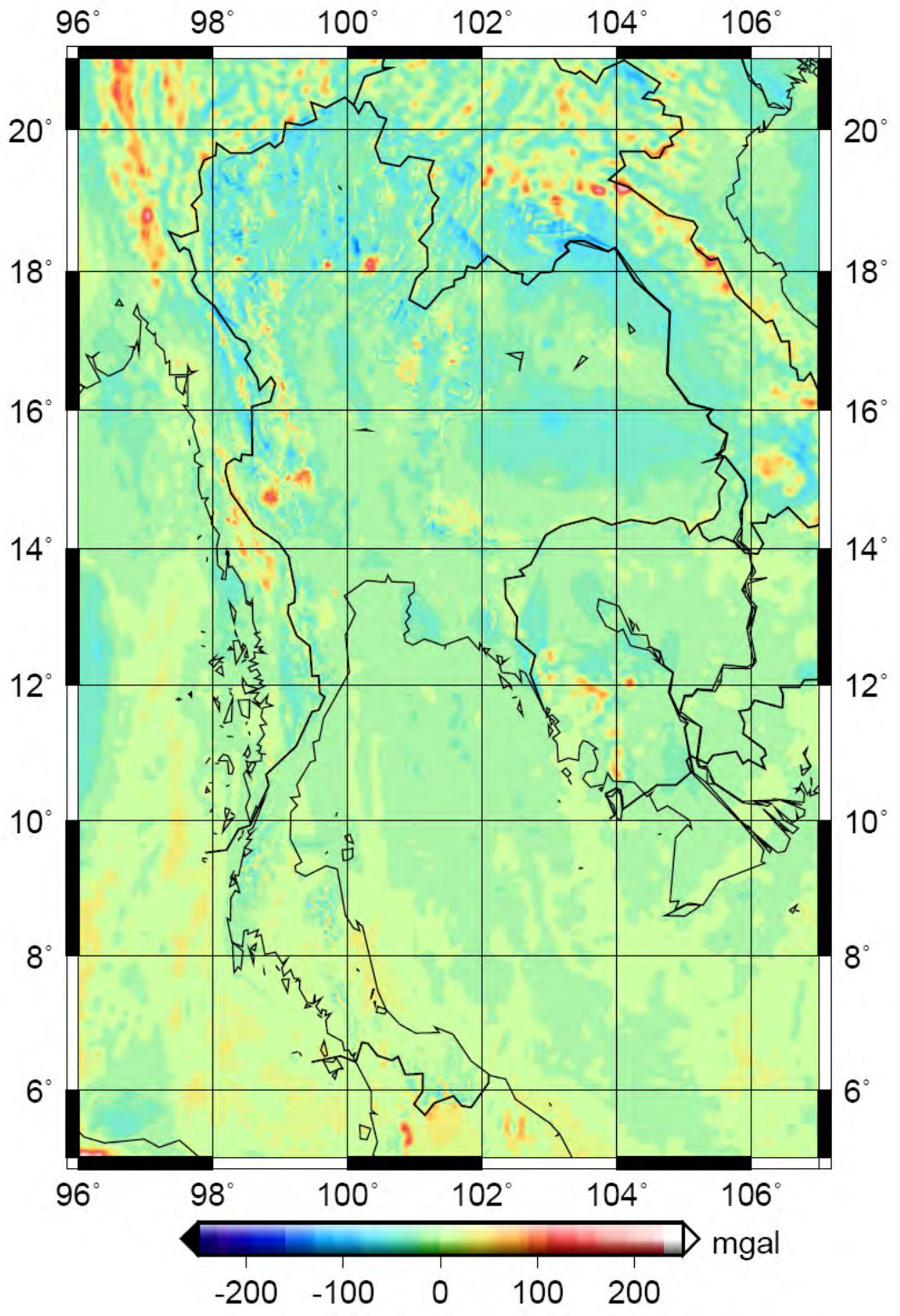
ตารางที่ 5.1 การเปรียบเทียบทางสถิติของ Free-air anomaly ที่สถานี RTSD (หน่วย mGal)



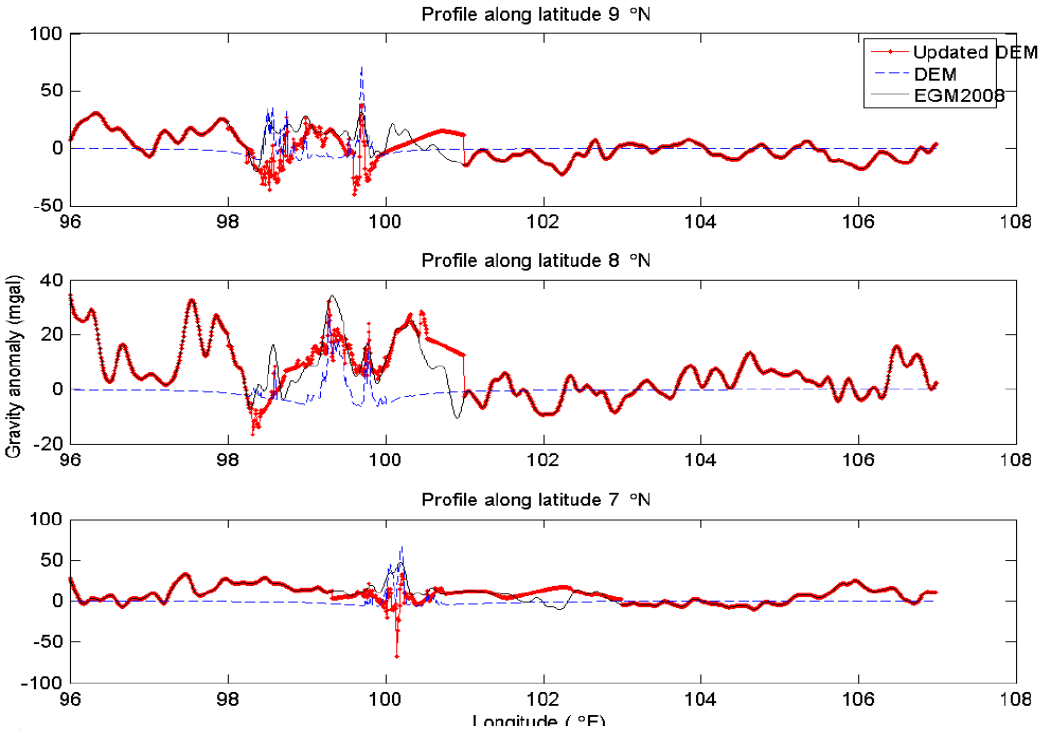
รูปที่ 5.3 ความแตกต่างระหว่าง Free-air anomaly จาก DEM ก่อน (ใช้สัญลักษณ์ "●") และหลัง (ใช้สัญลักษณ์ "▪") การปรับแก้โดยใช้ Delaunay Triangulation และ RTSD

ชัดว่าความชันมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ ซึ่งแสดงว่าค่าทั้งสองมีพฤติกรรมที่แสดงความสัมพันธ์เชิงเส้นกับความสูงคล้ายคลึงกัน หลังจากทำการปรับแก้ข้อมูลภายในโครงข่ายสามเหลี่ยมดีลัวเน่ย์ จะสังเกตเห็นว่าข้อมูลที่ปรับแก้ $\Delta\bar{g}$ (จุดสี่เหลี่ยมสีม่วง "▪")มีความแนบชิดกับ RTSD มากยิ่งขึ้น ตารางที่ 5.1 แสดงการเปรียบเทียบทางสถิติจะเห็นว่า ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของ ความแตกต่าง RTSD - $\Delta\bar{g}$ มีขนาดเท่ากับ 8.346 mGal ในขณะที่ RTSD - Δg มีขนาดเท่ากับ 19.666 mGal รูปที่ 5.4 แสดง $\Delta\bar{g}$ ครอบคลุมละติจูด 5ºN - 21ºN และลองติจูด 96ºE - 107ºE ซึ่งใช้ gravity anomaly จาก EGM2008 (ใช้สัญลักษณ์ $\Delta g_{EGM\,2008}$) เติมในพื้นที่รอบนอกเพื่อลดผลกระทบบริเวณขอบข้อมูล (edge effects) จากผลการคำนวณหาผิวยีออยด์โดยใช้สมการ (2.16)

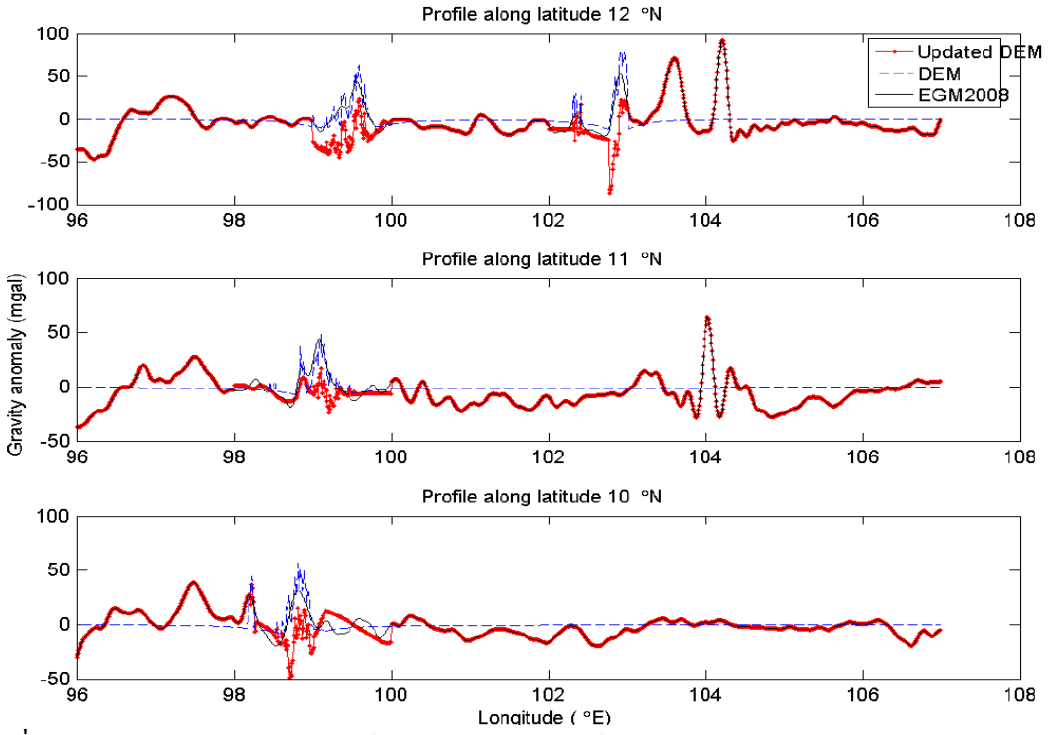
รูปที่ 5.5 ถึง 5.9 แสดงผลการประมาณค่า $\Delta\bar{g}$ Δg เปรียบเทียบกับค่า $\Delta g_{EGM\,2008}$ ตามแนวละติจูดที่ 7ºN ถึง 21ºN ตามลำดับ สังเกตว่าโดยรวมแล้ว $\Delta\bar{g}$ มีลักษณะทางโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงสั้นเพิ่มมากขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับ gravity anomaly จาก EGM2008 และยังสะท้อนถึงโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงยาวใกล้เคียงกับ $\Delta g_{EGM\,2008}$ ได้ดีกว่า Δg (สังเกตว่า Δg มีค่าเท่ากับศูนย์ในพื้นที่ทะเล มหาสมุทร และนอกขอบเขตพื้นที่ของโครงข่ายสามเหลี่ยมดีลัวเน่ย์) โดยสังเกตได้ชัดเจนตั้งแต่แนวละติจูดที่13ºN ขึ้นไป ซึ่งเป็นพื้นที่ตอนบนเหนือละติจูดที่ผ่านจุดกำเนิดทางดิ่งที่เกาะหลัก ($\varphi = 11°47'42"\text{N}$) ของประเทศ



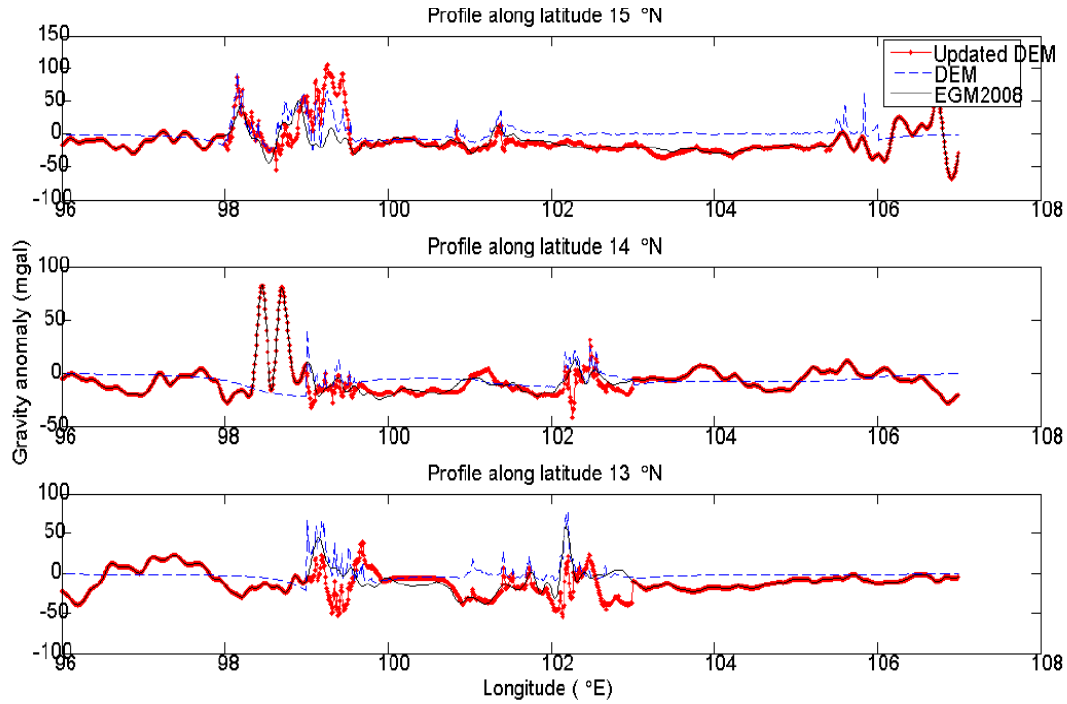
รูปที่ 5.4 Free-air anomaly หลังจากการปรับแก้และเติมข้อมูลจาก EGM200 ลงในพื้นที่ภายนอกประเทศไทยมีการวัดความโน้มถ่วงพิภพ (หน่วยเป็น mGal)



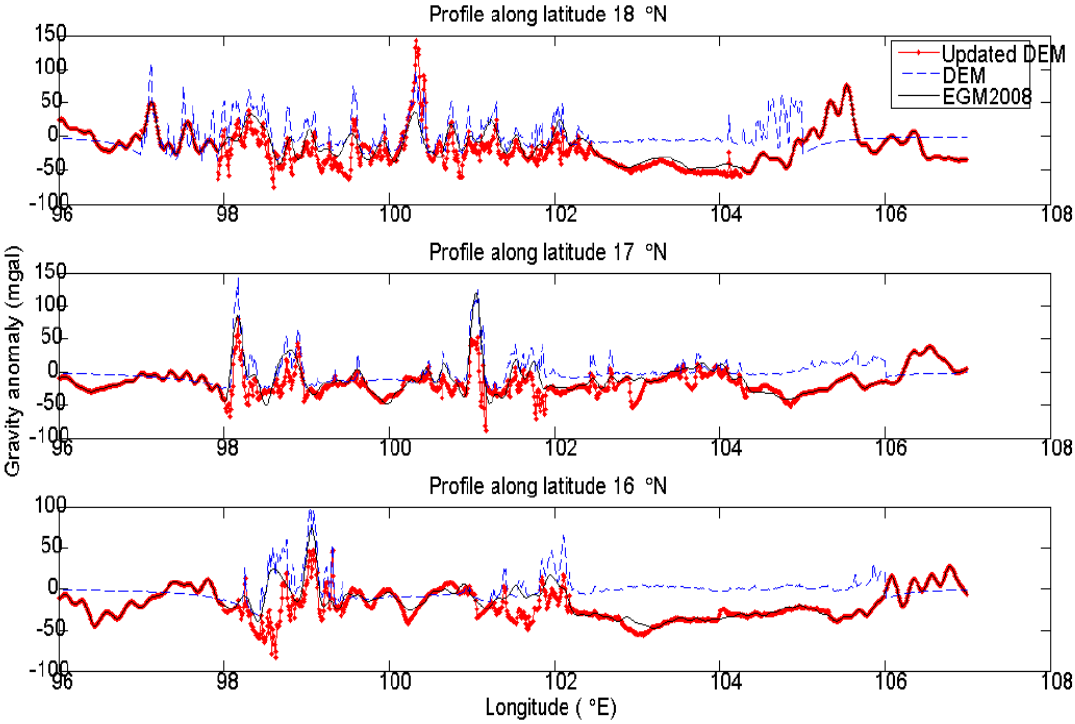
รูปที่ 5.5 Free-air anomaly ก่อน (เส้นประ) และหลัง (เส้นประจุดหนา) จากการปรับแก้และเติมข้อมูลจาก EGM2008 (เส้นทึบบาง) ลงในพื้นที่ภายนอกประเทศไทยมีการวัดความโน้มถ่วงพิภพ (หน่วยเป็น mGal) ตามแนวละติจูดที่ 7ºN 8ºN และ 9ºN



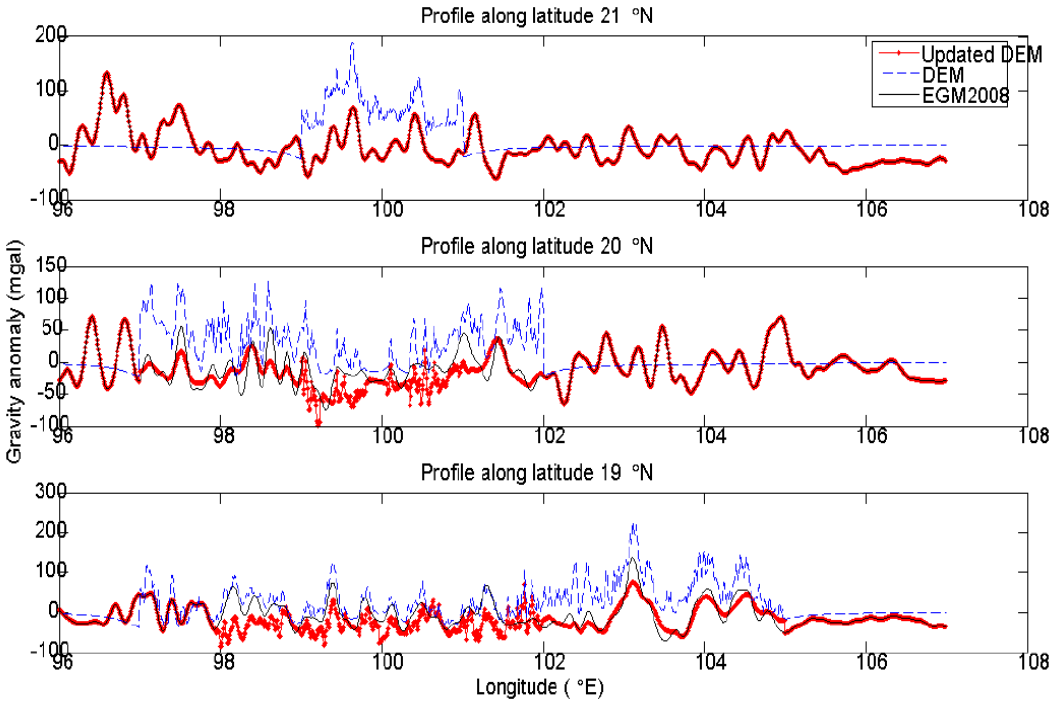
รูปที่ 5.6 Free-air anomaly ก่อน (เส้นประ) และหลัง (เส้นประจุดหนา) จากการปรับแก้และเติมข้อมูลจาก EGM2008 (เส้นทึบบาง) ลงในพื้นที่ภายนอกประเทศไทยมีการวัดความโน้มถ่วงพิภพ (หน่วยเป็น mGal) ตามแนวละติจูดที่ 10ºN 11ºN และ 12ºN



รูปที่ 5.7 Free-air anomaly ก่อน (เส้นประ) และหลัง (เส้นประจุดหนา) จากการปรับแก้และเติมข้อมูลจาก EGM2008 (เส้นทึบบาง) ลงในพื้นที่ภายนอกประเทศไทยมีการวัดความโน้มถ่วงพิภพ (หน่วยเป็น mGal) ตามแนวละติจูดที่ 13ºN 14ºN และ 15ºN



รูปที่ 5.8 Free-air anomaly ก่อน (เส้นประ) และหลัง (เส้นประจุดหนา) จากการปรับแก้และเติมข้อมูลจาก EGM2008 (เส้นทึบบาง) ลงในพื้นที่ภายนอกประเทศไทยมีการวัดความโน้มถ่วงพิภพ (หน่วยเป็น mGal) ตามแนวละติจูดที่ 16ºN 17ºN และ 18ºN



รูปที่ 5.9 Free-air anomaly ก่อน (เส้นประ) และหลัง (เส้นประจุดหนา) จากการปรับแก้และเติมข้อมูลจาก EGM2008 (เส้นทึบบาง) ลงในพื้นที่ภายนอกประเทศไทยมีการวัดความโน้มถ่วงพิภพ (หน่วยเป็น mGal) ตามแนวละติจูดที่ 19ºN 20ºN และ 21ºN

บทที่ 6
ผลการคำนวณหาผิวยีออยด์บริเวณประเทศไทยเบื้องต้น

การคำนวณหาผิวยีออยด์บริเวณประเทศไทยนั้นได้ใช้สูตรของสโตกส์ (สมการที่ (2.1)) ซึ่งมีเงื่อนไขว่าไม่มีมวลสารใดบนผิวยีออยด์ ดังนั้นจึงต้องทำการลดทอนค่าความโน้มถ่วงพิภพที่วัดบนผิวโลกลงสู่ผิวยีออยด์ โดยวิธีที่สองของการยุบเปลือกโลกเหนือผิวยีออยด์เป็นแผ่นบางของเฮลเมอร์ท (the second method of Helmert's condensation) อย่างไรก็ตามในขณะที่ทำการลดทอนนั้นต้องคำนึงถึงผลกระทบเนื่องจากสภาพภูมิประเทศบริเวณที่ทำการรังวัด ดังนั้นจึงต้องคำนึงค่าแก้เนื่องจากสภาพภูมิประเทศด้วย จากผลลัพธ์นี้จึงเรียกค่า Free-air anomaly พร้อมค่าแก้ว่า Faye anomaly ดังสมการที่ (2.5) และ (2.6) การคำนวณหาผิวยีออยด์จากสูตรของสโตกส์ (หรือ N) นั้นต้องการมวลสารตลอดทั้งลูกโลกซึ่งในทางปฏิบัติแล้วไม่สามารถทำได้ ดังนั้นเทคนิคที่ชื่อว่า remove-compute-restore ได้ถูกนำมาใช้ในการคำนวณ เทคนิคนี้เป็นกระบวนการมาตรฐานสากลที่ใช้กันในการคำนวณหาผิวยีออยด์ โดยต้องการข้อมูลโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงยาวซึ่งได้จากแบบจำลองยีออยด์สากล EGM2008 ช่วงปานกลางจากสถานี RTSD จำนวน 3949 สถานี และช่วงสั้นจาก DEM ประเภท SRTM-3 ที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่ 3พิลิปดา หรือประมาณ 90ม. โดยคำนึงถึงระบบไร้กระแสน้ำขึ้นน้ำลง (non-tidal system) และใช้เทคนิค 1D-Spherical FFT (ดูหัวข้อที่ 2.2. และ 2.3 ในบทที่ 2) ตามแนวละติจูดซึ่งจะทำให้หลีกเลี่ยงผลที่จะเกิดจากความคลาดเคลื่อนเนื่องจากข้อมูลที่ขอบพื้นที่ตามแนวละติจูด (mitigating edge effects along latitudes)

การหาค่าระดับความสูงของพื้นดิน (เหนือผิวยีออยด์) ด้วยจีพีเอสขึ้นอยู่กับความถูกต้องและความละเอียดเชิงพื้นที่ของข้อมูลความโน้มถ่วงที่วัด ความเบี่ยงเบนออกจาก EGM2008 ซึ่งสะท้อนถึงโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงยาวของยีออยด์และพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลักอาจจะมีนัยสำคัญต่อความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น นอกเหนือจากความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจากความไม่กระชับระหว่างผิวอ้างอิง ยังมีความความเคลื่อนพื้นฐานอีกสองประเภทที่เกิดขึ้นซึ่งมีผลต่อความคลาดเคลื่อนทั้งหมดที่เกิดขึ้นในการคำนวณหาผิวยีออยด์ นั้นคือ commission และ omission errors อย่างแรกหมายถึงความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากความคลาดเคลื่อนในการรังวัดความโน้มถ่วงพิภพและปริมาณอื่นที่เกี่ยวข้อง แพร่กระจายสู่ N อย่างที่สองคือความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากความไม่ต่อเนื่องของข้อมูล (discreteness) หรือความละเอียดเชิงพื้นที่ (spatial resolution) ของข้อมูลที่วัดไม่ละเอียดพอเมื่อเทียบกับความละเอียดของผิวยีออยด์ที่กำหนด ซึ่งความคลาดเคลื่อนทั้งสองสามารถทำให้ลดลงได้ก่อต่อเมื่อลดความคลาดเคลื่อนในการรังวัดและลดระยะห่างในการรังวัด (data spacing) ปัจจุบัน commission error มีอิทธิพลต่อความคลาดเคลื่อนโดยรวมลดน้อยลงเนื่องจาก

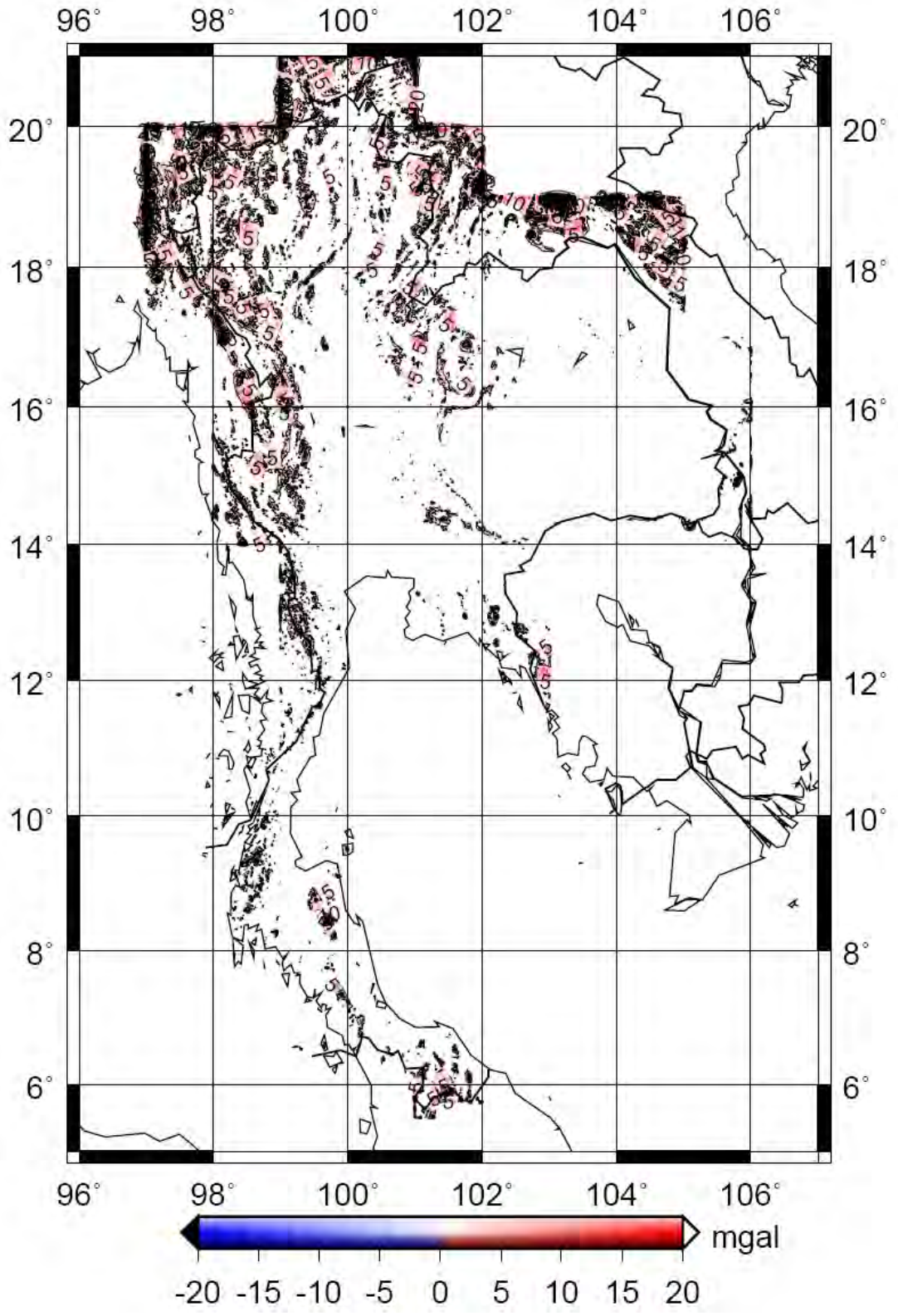
ความทันสมัยและความละเอียดถูกต้องมากขึ้นของเครื่องมือที่รังวัด อีกทั้งผลการรวมความคลาดเคลื่อนสุ่ม (random errors) มีแนวโน้มที่จะหักล้างกัน

อย่างไรก็ตามในรายงานความก้าวหน้าครั้งที่หนึ่งนี้ จะศึกษาถึงความคลาดเคลื่อนโดยรวม โดยการเปรียบเทียบค่า N_{KoLak} ที่ได้จากหมุดร่วมจีพีเอสและค่าระดับอ่างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งที่เกาะหลักจำนวน 265 สถานีของกรมแผนที่ทหาร และ N ที่คำนวณจากข้อมูลที่วัดได้ 3949 สถานีและการประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพบริเวณพื้นที่ว่างที่ไม่มีการวัดโดยการใช้ความสัมพันธ์เชิงเส้น และ การประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพจากข้อมูลความสูงเชิงเลขด้วยวิธีการชดเชยสมดุลเสมอภาคของ Airy และ Heiskanen ที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ 4 และ 5 ตามลำดับ โดยใช้เทคนิค 1D-Speherical FFT (หรือเขียนย่อว่า SP1DFFT) ที่ผู้วิจัยกำลังพัฒนาโปรแกรมการคำนวณโดยใช้ FORTRAN 90 ผลการคำนวณจะทำให้ทราบข้อดีและข้อบกพร่องในการคำนวณหาผิวยีออยด์ที่ต้องการความถูกสูงจากข้อมูลที่ประมาณในแต่ละวิธี

การใช้เทคนิค SP1DFFT นั้นต้องการข้อมูลในรูปแบบกริด ในงานวิจัยนี้ได้เลือกขนาดกริดที่จะคำนวณ 30 พิลิปดา หรือประมาณ 900ม. ดังนั้นจึงต้องทำการประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่วัดและประมาณได้จากทั้งสองวิธีที่ได้กล่าวไว้ในย่อหน้าที่ผ่านมาลงสู่ตำแหน่งกริด ขั้นตอนต่อไปที่ได้ดำเนินงานคือเขียนโปรแกรมเพื่อคำนวณหาค่าแก้เนื่องจากสภาพภูมิประเทศ (ดูสมการที่ 2.17 – 2.20) โดยใช้ภาษา FORTRAN 90 ทั้งหมด ผลที่ได้ดังแสดงในรูปที่ 6.1 เมื่อคำนวณหาผิวยีออยด์หรือความสูงยีออยด์ได้แล้ว ขั้นตอนต่อจากนี้ไปคือ การตรวจสอบความถูกต้องของผิวยีออยด์ที่ได้ โดยทำการเปรียบเทียบกับแบบจำลองยีออยด์สากล EGM2008 หลังจากนั้นแล้วจึงทำการทดสอบความถูกต้องทางภาคสนามของผิวที่คำนวณได้กับสถานีโครงข่ายทางดิ่งของกรมแผนที่ทหารที่ร่วมกับสถานี GPS ([1],[2],[6],[7],[9]) การทดสอบเหล่านี้จะทำให้สามารถประเมินถึงคุณภาพของผิวยีออยด์บริเวณประเทศไทยได้เบื้องต้น

6.1 แบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพ

แบบจำลองชนิดทดลองที่ใช้ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพ (purely gravimetric geoid model) มีความละเอียดเชิงพื้นที่เท่ากับ 30" × 30" แบบจำลองชนิดนี้ถูกกำหนดให้อยู่ในระบบไร้กระแสน้ำขึ้นน้ำลง (non-tidal system) โดยถูกสร้างขึ้นมาจากผลการคำนวณที่ได้จากกระบวณการคำนวณในหัวข้อที่ 2.2 และ 2.3 ซึ่งอยู่บนพื้นฐานของการใช้เทคนิค remove-compute-restore การคำนวณโดยวิธีนี้ต้องใช้ข้อมูล Δg_{TF} ในสมการ (2.5) ในรูปแบบกริด จึงต้องทำการแปลงข้อมูลความโน้ม



รูปที่ 6.1 ค่าแก้สภาพภูมิประเทศ terrain correction ความละเอียดเชิงพื้นที่ 30 พิลิบดา บริเวณอาณาเขตของประเทศไทย (ช่วงของเส้นชั้นความสูงเท่ากับ 2.5 mGal)

ถ่วงพิภพที่วัดบนพื้นโลกของกรมแผนที่ทหารซึ่งถูกปรับแก้ให้อยู่ในระบบไร้กระแสน้ำขึ้นน้ำลง ให้เป็นข้อมูลกริด

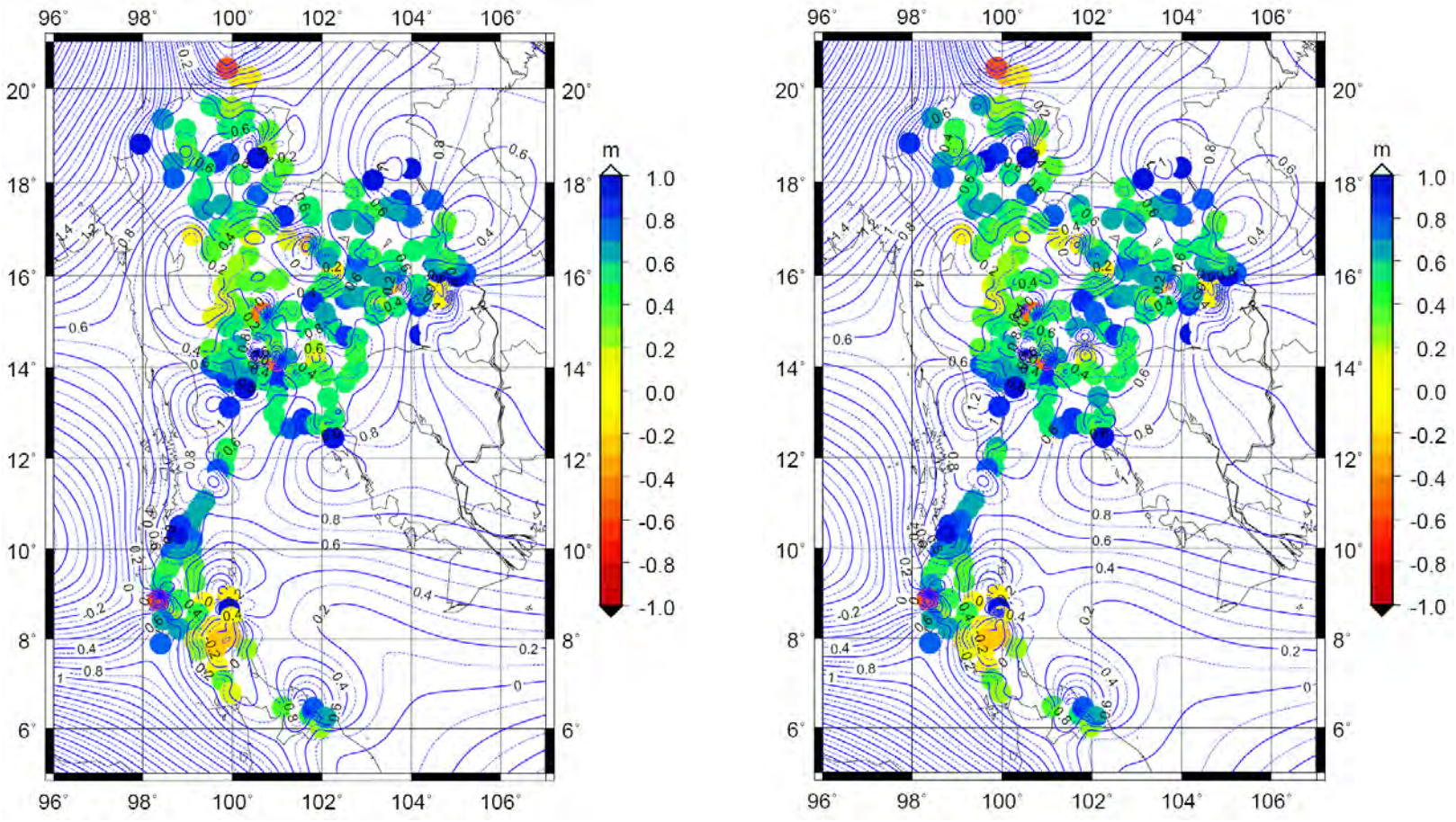
ในการคำนวณหายีออยด์ขั้นต้นนี้ได้กำหนดให้ใช้ความละเอียดเชิงพื้นที่เท่ากับ 30" × 30" ครอบคลุมพื้นที่ละติจูด 5° ถึง 21° เหนือ และลองติจูด 96° ถึง 107° ตะวันออก (การหาระยะของกริดที่เหมาะสมนั้นขึ้นอยู่กับความหนาแน่นและการกระจายตัวของข้อมูลที่วัดทั่วบริเวณพื้นที่ ที่ต้องการคำนวณหายีออยด์ ซึ่งจะต้องมีการศึกษาวิจัยในส่วนนี้ต่อไป จึงจะไม่ขอกล่าวในรายงานวิจัยฉบับนี้) โดยการใช้เทคนิคสปายน์ด้วยค่าพารามิเตอร์ (tension parameter) T_B = 0.75 เพื่อลดผลกระทบของความคลาดเคลื่อนที่อาจจะเกิดขึ้นในบริเวณภูเขาที่ไม่ได้ทำการวัดความโน้มถ่วงพิภพ สำหรับบริเวณพื้นที่ทะเลทางฝั่งตะวันตกและตะวันออกของประเทศไทยและบริเวณอ่าวไทย ซึ่งไม่มีการวัดความโน้มถ่วงพิภพ จึงได้ใช้ความโน้มถ่วงพิภพที่คำนวณได้จาก EGM2008 มาทดแทน ภายใต้สมมติฐานที่ว่า EGM2008 เป็นตัวแทนของยีออยด์ ณ บริเวณพื้นที่ทางทะเลและมหาสมุทรเพื่อลดผลกระทบจาก edge effect ส่วนค่าแก้เนื่องจากสภาพภูมิประเทศในสมการที่ (2.17) คำนวณได้โดยวิธี 2-D FFT โดยใช้ความสูงเฉลี่ยที่กริดขนาด 30" × 30" จากการเฉลี่ยค่าความสูงจาก 3" × 3" DEM ทั้งนี้ การใช้ค่าเฉลี่ยก็เพื่อที่จะลดผลกระทบที่อาจจะเกิด aliasing effect บริเวณโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงสั้นของยีออยด์ (ดูรูปที่ 6.1ประกอบ)

หลังจากนั้นจึงได้เคลื่อนย้ายความโน้มถ่วงอนอมอลลี่ในส่วนโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงยาวของ Δg_{TF} ออก นั่นคือการนำเอาความโน้มถ่วงอนอมอลลี่ $\Delta g_{EGM2008}$ ที่คำนวณได้ จาก EGM2008 มาหักลบ ดังเทอมที่อยู่ในวงเล็บของสมการที่ (2.4) ขั้นตอนต่อไปจึงทำการคำนวณหา N_+ ในสมการที่ (2.14) พร้อมทั้งทำ 100 % zero-padding รอบบริเวณขอบของแนวขนานละติจูด (latitude parallel) ที่จะคำนวณหายีออยด์ เพื่อขจัดผลจาก cyclic convolution แล้วเคลื่อนย้ายยีออยด์ส่วนที่มีโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงยาวและบางส่วนของความยาวคลื่นช่วงปานกลางกลับเข้ามาด้วยการบวกเทอม $N_{EGM2008}$ ซึ่งคำนวณได้จาก EGM2008 หลังจากนั้นจึงคำนวณ δN_I ในสมการที่ (2.10) โดยใช้ ความสูงเฉลี่ยที่กริดขนาด 30 พิลิบดาที่ใช้คำนวณในสมการที่ (2.17) ผลลัพธ์ที่ได้คือ ความสูงยีออยด์ N ในสมการที่ (2.3) อย่างไรก็ตามผลที่ได้มีความไม่น่าเชื่อถือ เนื่องจากเกิดผลของริ้วรอนคลื่นตามแนวขนานละติจูด สาเหตุเนื่องจากความไม่ต่อเนื่องของข้อมูลที่ประมาณ ดังตัวแสดงตัวอย่างในรูปที่ 5.5 แนวละติจูดที่ 8ºN และ 9ºN บริเวณลองติจูดที่ 101ºE ซึ่งความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นนี้เรียกว่า alias effects ดังนั้นจึงได้ทดลองกรองโครงสร้างข้อมูลโครงสร้างความยาวคลื่นที่ยาวตั้งแต่ 50กม. (cut-off frequency = (25/KΔλ) โดยที่ K = 1320 และ Δλ = 30") ออกโดยสมมติว่า โครงสร้างความยาวคลื่นช่วงยาวนี้มาจาก EGM2008 เพียงอย่างเดียว โดยใช้ Butterworth Low-pass filter [14] เพื่อลดทอนไม่ให้เกิดผลของรอนคลื่น (ripple effects) ที่มีนัยสำคัญต่อความถูกต้องของผิวยีออยด์

ตารางที่ 6.1 แสดงข้อมูลสถิติความแตกต่างระหว่างความสูงยีออยด์ที่คำนวณจากหมุดระดับร่วมจีพีเอส N_{KoLak} และ ความสูงยีออยด์ที่คำนวณ N ก่อนและหลังการขจัดความเอนเอียง (tilt) และความบิดเบี้ยว (distortion) โดยใช้การปรับแก้แบบลีสแสควร์ประมาณ 10 พารามิเตอร์ของ cubic-curve (polynomial) function โดยใช้ข้อมูลจากวิธีการประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพบริเวณพื้นที่ว่างที่ไม่มีการวัดโดยการใช้ความสัมพันธ์เชิงเส้น (linear) และวิธีการประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพจากข้อมูลความสูงเชิงเลขด้วยวิธีการชดเชยสมดุลเสมอภาคของ Airy และ Heiskanen (isostasy) จากผลการคำนวณทำให้ผิวยีออยด์มีความกระชับกับพื้นหลักฐานเกาะหลักมากขึ้นโดยทั้งสองวิธีไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ สังเกตุได้จาก rms = 27.3 ซม. (rms = 61.3 - 62.5 ซม. ก่อนการปรับแก้) พื้นที่บริเวณแถบพรมแดนตะวันตกมีขนาดความแตกต่างประมาณ 0 – 65 ซม. และมีค่าต่ำสุดและสูงสุดบริเวณจังหวัดพังงาและสงขลาตามลำดับ ซึ่งต้องมีการศึกษาอย่างละเอียดถึงความคลาดเคลื่อนเฉพาะแห่งต่อไป ดังแสดงในรูปที่ 6.3 และ 6.4 อย่างไรก็ตามบริเวณภาคเหนือตอนบน ครอบคลุมพื้นที่จังหวัดแม่ฮ่องสอนและเชียงใหม่บางส่วนได้แสดงถึงความคลาดเคลื่อนที่แตกต่างกันเล็กน้อย (ดูรูปที่ 6.3ก และ 6.3ข)

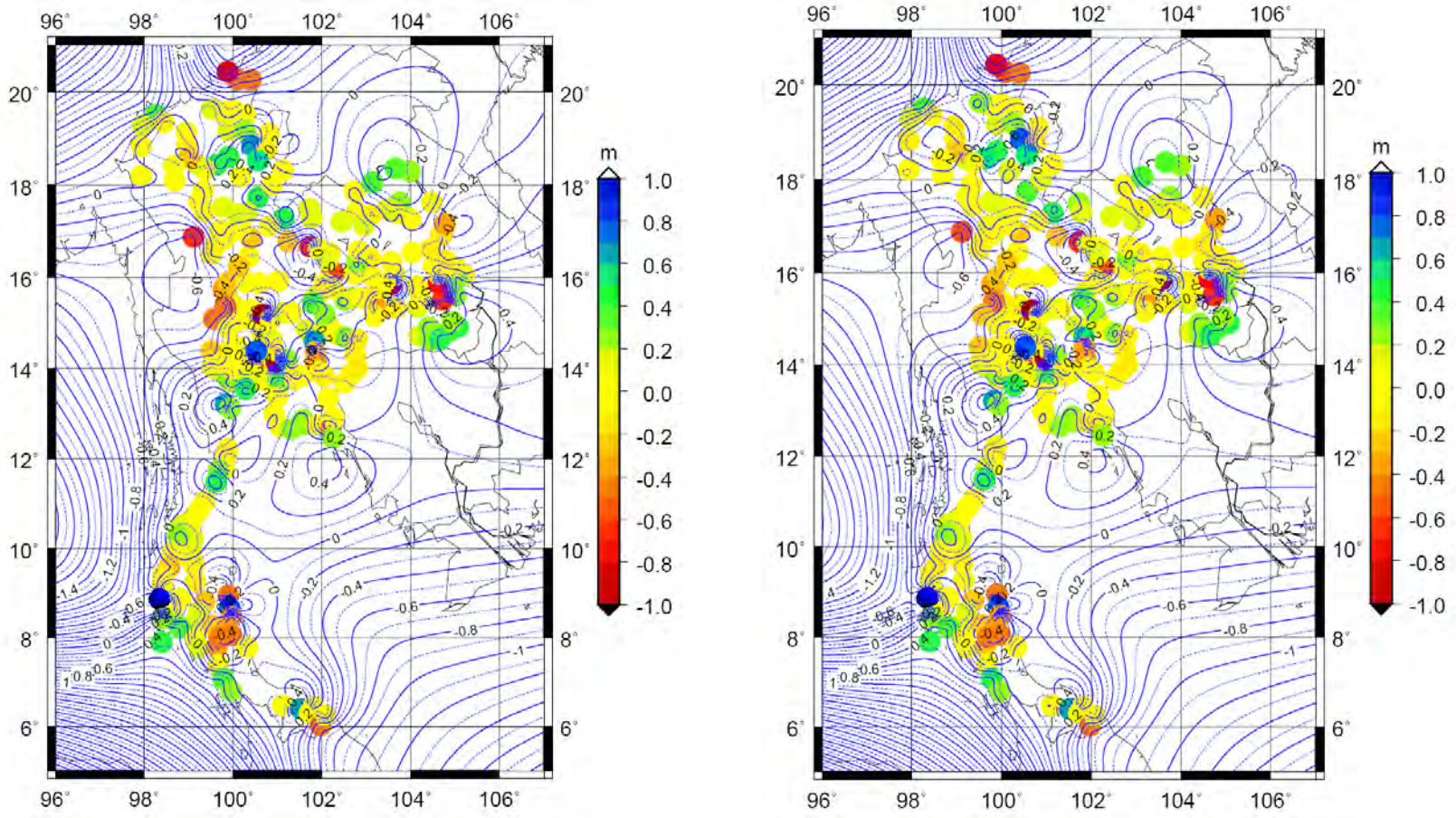
การขจัด tilts และ distortions	วิธีการประมาณข้อมูล	Min	Max	Mean	S.D.	rms
ก่อน	linear	−0.564	+1.258	+0.526	±0.316	±0.613
	isostasy	−0.517	+1.302	+0.541	±0.314	±0.625
หลัง	linear	−1.130	+0.739	+0.00	±0.273	±0.272
	isostasy	−1.123	+0.779	+0.002	±0.273	±0.273

ตารางที่ 6.1 การเปรียบเทียบทางสถิติของ $N_{KoLak} - N$ ก่อนและหลังการขจัด tilts และ distortions (หน่วยเป็น เมตร)



(ก) (ข)

รูปที่ 6.2 ความแตกต่าง $N_{KoLak} - N$ ก่อนการขจัดความเอนเอียง (tilt) และความบิดเบี้ยว (distortion): (ก) ประมาณข้อมูลโดยใช้ความสัมพันธ์เชิงเส้น (ข) ประมาณข้อมูลโดยใช้ความสมดุลเสมอภาค



(ก) (ข)

รูปที่ 6.3 ความแตกต่าง $N_{KoLak} - N$ หลังการขจัดความเอนเอียง (tilt) และความบิดเบี้ยว (distortion): (ก) ประมาณข้อมูลโดยใช้ความสัมพันธ์เชิงเส้น (ข) ประมาณข้อมูลโดยใช้ความสมดุลเสมอ

บทที่ 7
การประมาณความโน้มถ่วงพิภพด้วยแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ

ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในแบบจำลองจีออยด์สากล EGM2008 ประกอบไปด้วยความคลาดเคลื่อนพื้นฐานสองส่วน ส่วนแรกคือ ความคลาดเคลื่อนแบบคอมมิสชั่น (commission errors) เป็นความคลาดเคลื่อนที่มีสาเหตุเกิดขึ้นจากความคลาดเคลื่อนในการวัดที่แพร่กระจายไปสู่กระบวณการคำนวณแบบจำลองจีออยด์ ส่วนที่สองคือ ความคลาดเคลื่อนแบบออมมิสชั่น (omission errors) เป็นผลมาจากความไม่ต่อเนื่องและการขาดการวัดของข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพในพื้นที่ที่เข้าไม่ถึงหรือไม่หนาแน่นเพียงพอ ซึ่งความคลาดเคลื่อนทั้งสองสามารถลดทอนลงได้หากดำเนินการวัดให้มีความหนาแน่น โดยทั่วไปความคลาดเคลื่อนแบบคอมมิสชั่นมีผลกระทบน้อยกว่าแบบที่สอง เนื่องจากปัจจุบันเครื่องมือที่ใช้ในการวัดความโน้มถ่วงพิภพมีความละเอียดสูงและมีการตรวจสอบความคลาดเคลื่อนบรรจบในแต่ละวงตามเกณฑ์มาตรฐาน FGCC [13] สำหรับพื้นที่ราบความคลาดเคลื่อนแบบออมมิสชั่นมีผลกระทบต่อการคำนวณหาจีออยด์น้อยเมื่อเทียบกับพื้นที่ที่มีความแตกต่างความสูงมาก (บริเวณเทือกเขาสูง) เนื่องจากบริเวณนี้เป็นแหล่งหลักของสนามความโน้มถ่วงที่มีความถี่สูง [27] ดังนั้นเพื่อที่จะลดปริมาณความคลาดเคลื่อนแบบออมมิสชั่นโดยทั่วไปนิยมใช้เทคนิคการคำนวณหาจีออยด์แบบ remove-restore ดังได้กล่าวไปแล้วในบทที่ 2 อย่างไรก็ตามวิธีนี้เหมาะสำหรับพื้นที่ที่มีการวัดความโน้มถ่วงที่หนาแน่นหรือพื้นที่ราบ ในกรณีของประเทศไทยจากรูปที่ 3.3 เห็นว่าพื้นที่ที่ไม่มีการวัดข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพ ส่วนใหญ่อยู่ทางภาคเหนือตอนบน ตะวันออกตอนล่าง และทางตะวันตกของประเทศ

ในบทที่ 5 และ 6 เป็นการประมาณความโน้มถ่วงพิภพด้วยการใช้ความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่าง free-air anomaly และความสูง และวิธีการชดเชยสมดุลเสมอภาคของ Airy และ Heiskanen ซึ่งทั้งสองวิธีเป็นการประมาณความโน้มถ่วงพิภพบริเวณพื้นที่ที่ไม่มีการวัด ส่วนใหญ่จะเป็นพื้นที่ที่ยากแก่การเข้าถึง เช่นบริเวณภูมิประเทศที่มีความสูงต่ำแตกต่างกันมาก เป็นต้น แท้จริงแล้วการประมาณความโน้มถ่วงพิภพทั้งสองวิธีนั้นเป็นการประมาณความโน้มถ่วงพิภพที่สะท้อนถึงโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงสั้นหรือความถี่สูงของจีออยด์ ที่ EGM2008 ขาดไปนั่นเอง โดยที่ทั้งสองวิธีใช้ข้อมูล DEM ในการประมาณความโน้มถ่วงพิภพ อย่างไรก็ตามวิธีความสัมพันธ์เชิงเส้นอาจจะไม่ได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง free-air anomaly และความสูงของภูมิประเทศได้ดีนัก ดังจะเห็นได้จากรูปที่ 4.1 ว่าค่า free-air anomaly บางค่าไม่เกาะกลุ่มบริเวณช่วงระดับความสูง 400 – 800ม. ในขณะที่วิธีการชดเชยสมดุลเสมอภาคของ Airy และ Heiskanen อยู่ภายใต้สมมติฐานที่ว่าค่าความโน้มพิภพ Δg_I มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ ซึ่งในทางปฏิบัติ Δg_I อาจจะมีขนาดใหญ่ ดังตัวอย่างในงานวิจัยของ Bajracharya (2003) ได้แสดง Δg_I บริเวณเทือกเขาร็อคกี้ ประเทศแคนาดาบริเวณ

ละติจูด 49º - 54º เหนือ และ ลองติจูด 124º – 114º ตะวันตกมีค่าในช่วง -120 mgal ถึง +50 mgal อย่างไรก็ตามผลที่ได้จากการคำนวณหาจีออยด์ทั้งสองวิธีไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญเมื่อเปรียบเทียบกับความสูงจีออยด์ที่คำนวณจากหมุดร่วมจีพีเอสที่ให้ความสูงเหนือทรงรีจากทรงรีอ้างอิง WGS84 และหมุดระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งที่เกาะหลัก ดังแสดงในตารางที่ 6.1

ในการประมาณความโน้มถ่วงพิภพช่วงความยาวคลื่นสั้นในส่วนที่แบบจำลองจีออยด์ขาดหายไป โดยเฉพาะบริเวณเทือกเขาที่ยังไม่มีการวัด วิธีการประมาณด้วยแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ (Residual Terrain Model หรือเขียนย่อว่า RTM) เป็นวิธีหนึ่งที่ เหมาะสำหรับพื้นที่ที่มีภูมิประเทศเป็นเทือกเขาที่ไม่สามารถเข้าถึงได้ [16] ซึ่ง Hirt et al. (2010) ได้ศึกษาวิจัยไว้ วิธีนี้มีพื้นฐานมาจากการนำเอาความโน้มถ่วงพิภพที่ได้จากมวลสารที่ให้ช่วงความยาวคลื่นยาวออกคำนวณหาเฉพาะส่วนที่แปรเปลี่ยนของภูมิประเทศซึ่งสะท้อนถึงความยาวคลื่นช่วงสั้น ดังจะกล่าวถึงรายละเอียดดังต่อไปนี้

7.1 อะนอมอลลี่จากแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ (Residual Terrain Model)

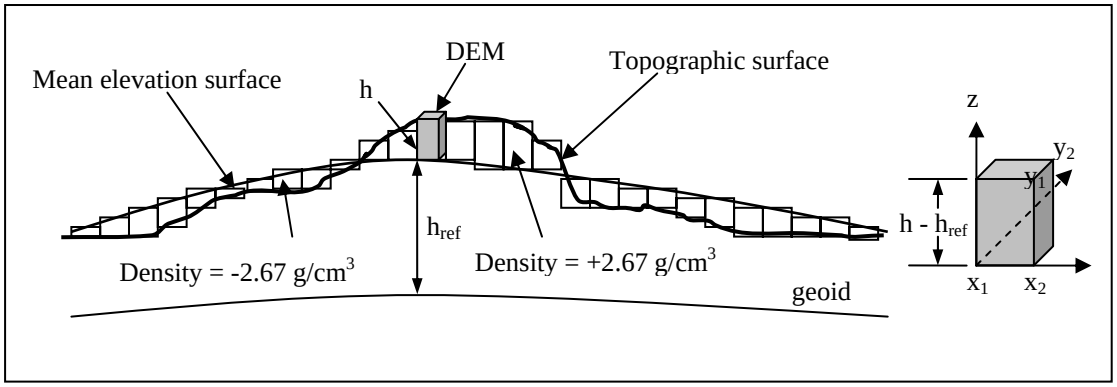
แบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือเป็นหนึ่งในวิธีการลดทอนภูมิประเทศที่นิยมใช้ในการคำนวณหาผิวจีออยด์โดย Forsberg (1984) โดยวิธีนี้ได้กำหนดผิวระดับเฉลี่ยที่มีความเรียบ มวลสารที่อยู่เหนือผิวอ้างอิงนี้จะถูกขจัดออกในขณะที่มวลสารที่อยู่ใต้ผิวอ้างอิงจะถูกเติมเข้าไปดังแสดงในรูปที่ 7.1 ผลของกระทบนี้สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\delta A_P = k\rho \int_E \int_{h_{ref}}^{h} \frac{h_P - z}{r^3} dz dy dx, \; r = \sqrt{(x - x_P)^2 + (y - y_P)^2 + (z - h_P)^2} \qquad (7.1)$$

โดยที่ E คือพื้นที่อินทิเกรท h_{ref} และ h แทนความสูงของผิวอ้างอิงและความสูงของภูมิประเทศตามลำดับ สมการที่ (7.1) สามารถคำนวณได้ในรูปแบบของไฟไนท์อีเลเมนท์ (finite elements) โดยใช้ผลรวมของปริซึมจำนวน N ปริซึมแทนจะได้ว่า

$$\delta A_P = \sum_{i=1}^{N} (k\rho \,|||\, x \ln(y + r) + y \ln(x + r) - z \arctan \frac{xy}{zr} \,|_{x_1}^{x_2} |_{y_1}^{y_2} |_{h_{ref}}^{h})_i \qquad (7.2)$$

ความสูง h มาจากความสูงของ 3 arc-second SRTM ส่วน h_{ref} คำนวณจาก แบบจำลองความสูง DTM2006.0 [24] ด้วยสัมประสิทธิ์ฮาร์มอนิกส์ดีกรีและออร์เดอร์ถึง 2160 ดังสมการที่ (ก.3) ในภาคผนวก ก ในกรณีการตั้งสมมติฐานว่าที่ผิวระดับอ้างอิงเป็นผิวเรียบเกือบจะเป็นแนวราบ



รูปที่ 7.1 แบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ (Residual Terrain Model)

สมการที่ (7.2) สามารถประมาณได้ [16] โดยการลดทอนของสู่ผิวระดับด้วยการลดทอนแบบบูเกร์ ดังสมการที่ (7.3) ดังนี้

$$\delta A_P \approx 2\pi k\rho(h - h_{ref}) - C_P \tag{7.3}$$

ซึ่ง C_P คือค่าแก้เนื่องจากสภาพภูมิประเทศในสมการที่ (2.8) ในบทที่ 2 ความสัมพันธ์ในสมการที่ (7.1) ถึง (7.3) Refined Bouguer anomaly หรือเขียนย่อว่า Δg_{RB} สามารถเขียนได้ในเทอมของ δA_P ดังนี้

$$\Delta g_{RB} = \Delta g_F - \delta A_P - 2\pi k\rho h_{ref} \tag{7.4}$$

จะเห็นได้ว่าหากนำแผ่นบูเกร์ $2\pi k\rho h$ บวกเข้าไปในสมการที่ (7.4) จะได้เทียบเท่ากับเฟย์อะนอมอลลี่ (Faye anomaly) ดังสมการที่ (2.5) ในบทที่ 2

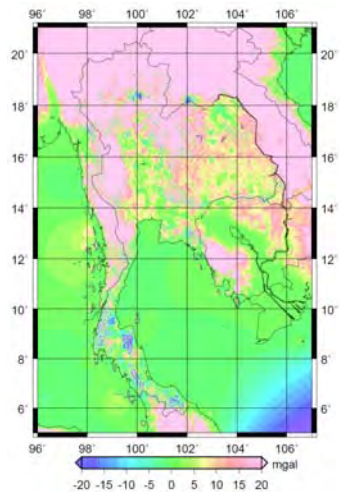
7.2 การประมาณความโน้มถ่วงด้วย RTM

การประมาณความโน้มถ่วงพิภพบริเวณพื้นที่เทือกเขาโดยการใช้ RTM จะประมาณเฉพาะพื้นที่ว่างที่มีระดับความสูงตั้งแต่ 50ม. 100ม. 200ม. 300ม. และ 400ม. ขึ้นไป ซึ่งครอบคลุมพื้นที่ทางภาคเหนือตอนบนและตะวันตก ที่ยังไม่มีการวัดข้อมูล เทอม δA_P คำนวณโดยใช้โปรแกรม TC [16] ต่อจากนั้นจึงคำนวณ Δg_{RB} ในสมการที่ (7.4) โดยคำนวณ $\Delta g_{EGM\,2008}$ จากแบบจำลองสากล EGM2008 (สมการ ก.1 ในภาคผนวก ก) สำหรับ Δg_F

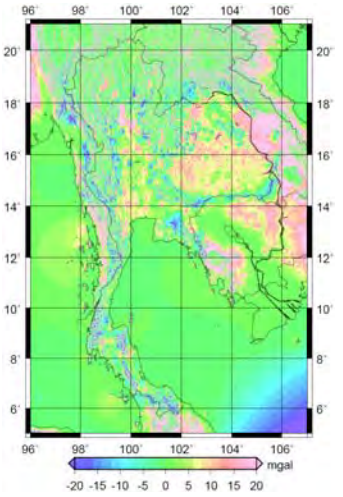
ในบทนี้การคำนวณหา Δg_{RB} จากข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่วัดได้ที่สถานี RTSD จำนวน 3949 สถานี ค่า C_P เป็นค่าที่ถูกคำนวณที่สถานี RTSD จำนวน 3949 สถานีโดยตรงโดยใช้วิธีการคำนวณแบบไฟไนท์อิเลเมนท์ (finite elements) หรือผลรวมของปริซึมจาก 3 arc-second SRTM (ดูสมการ 2.8) โดยใช้โปรแกรม TC แทนการคำนวณแบบการแปลงแบบฟูเรียร์ในสมการที่ (2.17) สำหรับพื้นที่ทะเลฝั่งอ่าวไทยและอันดามันยังไม่มีการวัดความโน้มถ่วงพิภพทางทะเล เพื่อลดความคลาดเคลื่อนของผิวจีออยด์บริเวณชายฝั่งทะเลจาก การประมาณค่านอกช่วงที่รู้ค่า (extrapolation) จึงได้ใช้ $\Delta g_{EGM\,2008}$ เติมโดยใช้คำสั่ง landmask ความละเอียดเชิงพื้นที่สูงใน GMT [36] เพื่อเติมข้อมูลตามแนวชายฝั่งทะเลอย่างละเอียด

Quantity	Min	Max	Mean	S.D.
Δg_{TF} at RTSD	-140.042	+210.743	-6.068	$\pm$22.615
$\Delta g_{EGM\,2008}$	-106.465	+243.827	-3.673	$\pm$22.007
$\overline{\Delta g}_{TF}$ (RTSD)	-124.691	+201.270	-4.857	$\pm$22.703
$\overline{\Delta g}_{TF}$ (400m)	-124.434	+95.884	-7.772	$\pm$18.562
$\overline{\Delta g}_{TF}$ (300m)	-124.125	+95.884	-8.231	$\pm$18.641
$\overline{\Delta g}_{TF}$ (200m)	-121.665	+95.884	-8.923	$\pm$18.819
$\overline{\Delta g}_{TF}$ (100m)	-78.197	+95.884	-10.343	$\pm$19.694
$\overline{\Delta g}_{TF}$ (50m)	-78.197	+95.884	-10.665	$\pm$19.678
Δg_{TF} - $\overline{\Delta g}_{TF}$ (RTSD)	-128.991	+38.234	-1.210	$\pm$5.752
Δg_{TF} - $\overline{\Delta g}_{TF}$ (400m)	-60.684	+142.565	+1.705	$\pm$9.657
Δg_{TF} - $\overline{\Delta g}_{TF}$ (300m)	-60.684	+142.447	+2.163	$\pm$10.108
Δg_{TF} - $\overline{\Delta g}_{TF}$ (200m)	-64.408	+142.478	+2.856	$\pm$10.565
Δg_{TF} - $\overline{\Delta g}_{TF}$ (100m)	-88.386	+142.480	+4.275	$\pm$10.953
Δg_{TF} - $\overline{\Delta g}_{TF}$ (50m)	-88.386	+142.480	+4.597	$\pm$11.151

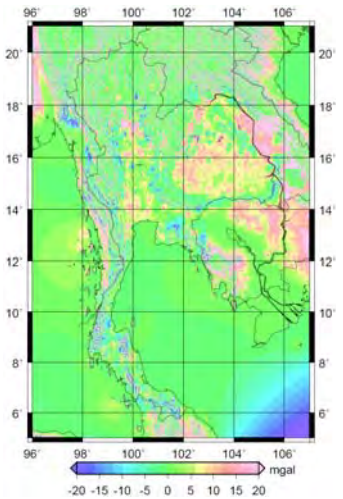
ตารางที่ 7.1 การเปรียบเทียบทางสถิติของ Faye anomaly จากข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพ RTSD 3949 สถานี EGM2008 และ RTM ครอบคลุมละติจูด 5º – 25º N และลองติจูด 95º – 110º E (หน่วย mGal)



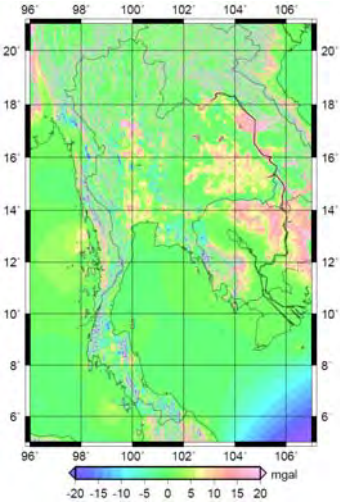
(ก)



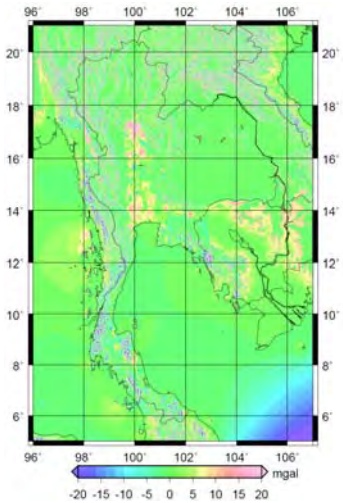
(ข)



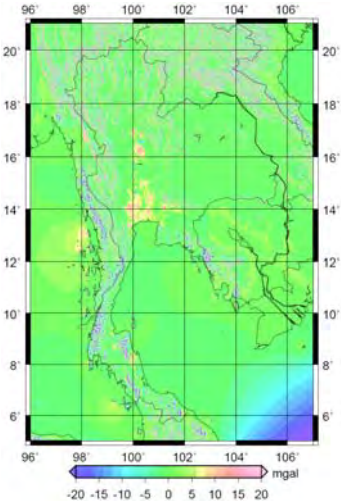
(ค)



(ง)



(จ)



(ฉ)

รูปที่ 7.2 ค่าเศษเหลือระหว่าง $\overline{\Delta g}_{TF}$ และ $\Delta g_{EGM\,2008}$ (ก) RTSD (ข) 400ม. (ค) 300ม. (ง) 200ม. (จ) 100ม. และ (ฉ) 50ม. (หน่วย mGal)

การคำนวณหาผิวจีออยด์ได้ขยายพื้นที่คำนวณออกไปให้มากขึ้นครอบคลุมละติจูด 5º – 25º N และลองติจูด 95º – 110º E เพื่อลดผลกระทบบริเวณขอบพื้นที่ (edge effects) ในการทำคอนโวลูชั่น (convolution) สำหรับพื้นที่ภาคพื้นดินที่อยู่ห่างออกจากเขตแดนประเทศไทยได้ใช้ $\Delta g_{EGM\,2008}$ เติมเข้าไป หลังจากนั้นจึงได้คำนวณค่าเฉลี่ยของ Δg_{RB} ในแต่ละพื้นที่กริดขนาด 30 พิลิปดา โดยการใช้คำสั่ง blockmean ใน GMT เพื่อลด alias effects ของข้อมูลขาดช่วงซึ่งมีสาเหตุมาจากการกระจายตัวที่ไม่สม่ำเสมอของข้อมูลในแต่ละพื้นที่ ขั้นตอนต่อไปคือการประมาณค่าในช่วงที่รู้ค่า (interpolation) ด้วย spine interpolation (T = 0.75) ใน GMT ขั้นตอนสุดท้ายคือการนำเอาแผ่นบูเกร์กลับเข้าไปโดยการใช้ค่าเฉลี่ยความสูงที่ความละเอียดเชิงตำแหน่ง 30 arc-second จากแบบจำลองความสูง 3 arc-second SRTM ผลที่ได้คือ Faye anomaly หรือ $\overline{\Delta g}_{TF}$ ตารางที่ 7.1 แสดงค่าทางสถิติของ Faye anomaly จะสังเกตได้ว่า $\overline{\Delta g}_{TF}$ ที่เติมข้อมูลที่ความสูงแตกต่างกันจำมีค่าไม่แตกต่างกันมากเมื่อเทียบกับ Δg_{TF} ที่สถานีวัดความโน้มถ่วง 3949 สถานี ยกเว้นกรณีของ $\overline{\Delta g}_{TF}$ (RTSD) ที่ไม่มีการเติม RTM เข้าไป

รูปที่ 7.2 แสดงค่าเศษเหลือของผลต่างระหว่าง $\overline{\Delta g}_{TF}$ และ $\Delta g_{EGM\,2008}$ เพื่อขจัดโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงยาวของสนามความโน้มถ่วงออก จะสังเกตว่าค่าเศษเหลือมีขนาดใหญ่บริเวณภาคเหนือตอนบนและตะวันตกเนื่องจากเป็นพื้นที่ที่มีความสูงต่ำแตกต่างกันมากซึ่งสะท้อนถึง omission error ของ EGM2008 ในบริเวณนี้ค่อนข้างสูง (ประมาณ mGal) เมื่อเปรียบเทียบกับบริเวณที่ราบภาคกลาง (ประมาณ mGal) อย่างไรก็ตามจะสังเกตเห็นว่า ในรูปภาพที่ 7.2ก แสดงให้เห็นถึงความเอนเอียงของความโน้มถ่วงที่วัดมีทิศทางไปทางทิศเหนือใต้เมื่อเทียบกับผิวของ EGM2008 (ภาคเหนือมีค่าอยู่ประมาณ 0 – 80 mGal ในขณะที่ภาคใต้มีค่าอยู่ประมาณ -20 – 5 mGal) อธิบายได้ว่า ข้อมูลความโน้มพิภพส่วนมากไม่ได้วัดบนหมุดหลักฐานถาวร ความไม่แน่นอนในการวัดระดับความสูงของสถานีที่วัดสูง เกือบ 40% ของข้อมูลทั้งหมดมีอายุมากกว่า 30 ปี นอกเหนือจากนี้แล้วการวัดทั้งหมดเป็นการวัดแบบสัมพัทธ์ อ้างอิงจากสถานี g_0 เพียงสถานีเดียวตั้งอยู่ที่อาคารความโน้มถ่วงพิภพ กรมแผนที่ทหาร กรุงเทพฯ ซึ่งความจริงแล้วควรทำการเดินวงบรรจบเข้ากับหมุดควบคุมความโน้มถ่วงพิภพแบบสัมบูรณ์ระดับงานชั้นหนึ่งหรือสองตามมาตรฐาน FGCC (อย่างไรก็ตามในช่วงเวลาที่กรมแผนที่ทหารดำเนินการรังวัดนั้นยังไม่มีหมุดควบคุมแบบสัมบูรณ์) ที่กล่าวมานี้เป็นปัจจัยที่มีนัยสำคัญที่ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนสะสมในข้อมูลที่วัดได้

7.3 ผลการคำนวณหาผิวจีออยด์บริเวณประเทศไทย

เนื่องจากการคำนวณหาหาผิวจีออยด์โดยใช้สมการ (2.14) ในบทที่สองนั้นใช้เวลาในการประมวลผลประมาณ 22 ชม. (Intel Core 2 Duo 2GHz) ซึ่งไม่เหมาะสมต่อการประเมินความถูกต้องในการคำนวณจากข้อมูล $\overline{\Delta g}_{TF}$ ด้วยความสูงในแต่ละประเภทซึ่งจะต้องมีการคำนวณหลายครั้ง จึง

ได้ใช้ Stokes's integration ด้วย 2D-FFT [20] ภายใต้การประมาณบนระนาบ (planar approximation) ซึ่งใช้เวลาในการคำนวณไม่มาก (ประมาณ 20 วินาที) อย่างไรก็ตามผลกระทบจาก kernel ในการ convolution กับ $\overline{\Delta g}_{TF}$ จะทำให้เกิดความคาดเคลื่อนในโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงยาว ดังนั้นจึงจำเป็นต้องขจัดโครงสร้างช่วงยาวออกเพื่อไม่ให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณเนื่องจากผลกระทบนี้ โดยใช้ (reversed) Butterworth band-pass filter [15] โดยเลือก cut-off frequency ที่เหมาะสมที่สุดที่ประมาณความยาวคลื่นที่ 150กม. (ซึ่งเป็นผลจากการทดลองสุ่มหลายค่าเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด) และได้ทำขจัดข้อมูลที่มีความคลื่นสั้นกว่า Nyquist frequency ($f_{N_x} = 1/(2\Delta x)$ และ $f_{N_y} = 1/(2\Delta y)$ โดยที่ $\Delta x = 903.9$ม. และ $\Delta y = 927.7$ม.) ออกไปเพื่อลด ripple effects ในการคำนวณครั้งนี้ได้ทำ 50% zero padding รอบพื้นที่คำนวณเพื่อลด cyclic convolution

Type	Min	Max	Mean	S.D.	rms
RTSD only	-0.118	+1.817	+0.986	$\pm$0.233	$\pm$1.013
RTSD & 400m	-0.118	+1.834	+0.978	$\pm$0.234	$\pm$1.006
RTSD & 300m	-0.118	+1.834	+0.978	$\pm$0.234	$\pm$1.006
RTSD & 200m	-0.116	+1.832	+0.977	$\pm$0.233	$\pm$1.006
RTSD & 100m	-0.114	+1.832	+0.980	$\pm$0.232	$\pm$1.007
RTSD & 50m	-0.112	+1.834	+0.980	$\pm$0.232	$\pm$1.007

ตารางที่ 7.2 การเปรียบเทียบทางสถิติของ $N_{KoLak} - N$ ก่อนการขจัด tilts และ distortions

Type	Min	Max	Mean	S.D.	rms
RTSD only	-1.107	+0.736	0.000	$\pm$0.226	$\pm$0.226
RTSD & 400m	-1.102	+0.756	0.000	$\pm$0.227	$\pm$0.226
RTSD & 300m	-1.102	+0.755	0.000	$\pm$0.226	$\pm$0.226
RTSD & 200m	-1.100	+0.753	0.000	$\pm$0.226	$\pm$0.225
RTSD & 100m	-1.100	+0.754	0.000	$\pm$0.225	$\pm$0.225
RTSD & 50m	-1.100	+0.755	0.000	$\pm$0.225	$\pm$0.225

ตารางที่ 7.3 การเปรียบเทียบทางสถิติของ $N_{KoLak} - N$ หลังการขจัด tilts และ distortions

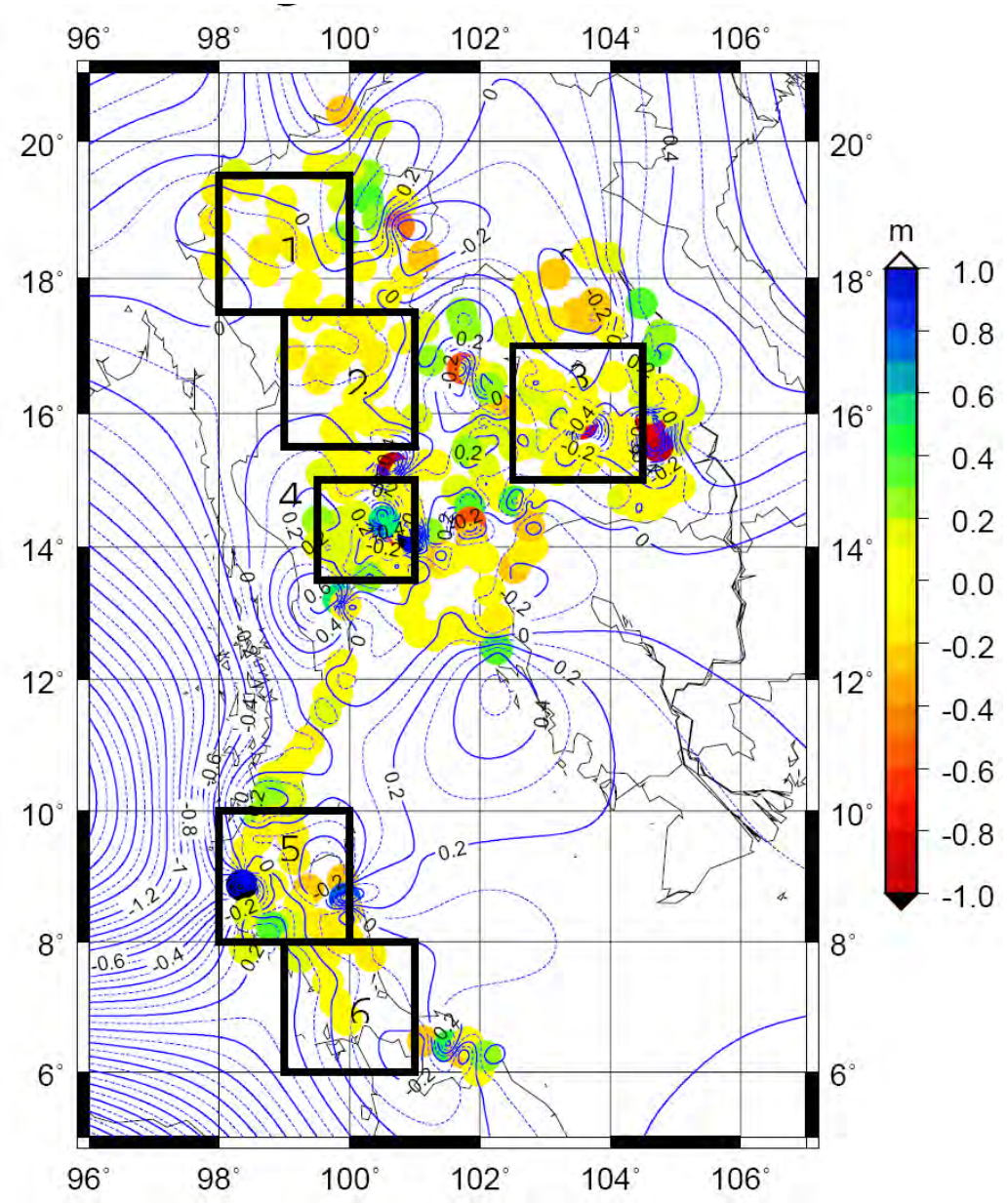
ตารางที่ 7.2 และ 7.3 แลดงข้อมูลสถิติความแตกต่างระหว่างความสูงจีออยด์ที่คำนวณจากหมุดระดับร่วมจีพีเอส N_{KoLak} จำนวน 265 หมุด และความสูงจีออยด์ที่คำนวณ N ก่อนและหลังการขจัดความเอนเอียง (tilt) และความบิดเบี้ยว (distortion) โดยการใช้การปรับแก้แบบลีสแควร์ 6 พารามิเตอร์ของสมการโพลิโนเมียลลำดับสอง (bivariate quadratic function หรือ 2nd degree polynomial function) ผลการคำนวณแสดงให้เห็นถึงว่าผิวจีออยด์ที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีนี้มีการปรับปรุงความถูกต้องที่ดีขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับการประมาณความโน้มถ่วงพิภพด้วยความสัมพันธ์เชิงเส้นและความสมดุลเสมอภาคของ Airy และ Heiskanen นั่นคือ S.D. ก่อนและหลังการขจัดความเอนเอียงและความบิดเบี้ยว มีประมาณ 23.3 ซม. และ 22.5 ซม. ในขณะที่ทั้งสองวิธีข้างต้นได้ 31.4 ซม. และ 27.3 ซม. (ดูตารางที่ 6.1) ตามลำดับ อย่างไรก็ตามผลที่ได้จากการคำนวณค่าทางสถิติในตารางที่ 7.2 หรือ 7.3 ไม่ได้แสดงความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างการเติมข้อมูลที่ระดับความสูงแตกต่างกันหรือแม้กระทั่งกรณีของ RTSD only ที่ยังไม่มีการเติมข้อมูล อาจจะอธิบายได้ว่า การเติมข้อมูลนั้นจะมีผลกระทบต่อโครงสร้างของจีออยด์ช่วงความยาวคลื่นสั้นเท่านั้น ในส่วนนี้ยังต้องมีการศึกษาอย่างละเอียดต่อไป ดังนั้นการที่ผิวจีออยด์ที่ได้จากการคำนวณมีความเบี่ยงเบนมาตรฐานหรือ rms น้อยลงแสดงให้เห็นว่าผิวจีออยด์มีความแนบชิดกับ N_{KoLak} มากขึ้น ที่เป็นเช่นนี้น่าจะมาจากขั้นตอนการคำนวณค่าแก้ภูมิประเทศ ที่ได้แก้ที่สถานีวัดโดยตรงแทนคำนวณแบบกริดแล้วแก้หลังจากการทำกริดข้อมูล ประกอบกับการใช้ Butterworth band-pass filter ในการลดผลกระทบผลกระทบที่จะก่อให้เกิดความคลาดเคลื่อนในโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงยาวของจีออยด์จาก kernel ในการทำ convolution กับ $\overline{\Delta g}_{TF}$

รูปที่ 7.3 แสดงความแตกต่าง N_{KoLak} - N ที่สถานีร่วมจีพีเอสและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งที่เกาะหลัก 265 สถานี หลังการขจัด tilts และ distortions จะสังเกตเห็นว่า บริเวณภาคเหนือตอนบนและตอนล่าง ประจวบคีรีขันธ์ ชุมพร และพื้นที่ฝั่งตะวันออก มีขนาดความแตกต่างประมาณ 0 – 15 ซม. อย่างไรก็ตามบางแห่งยังมีค่าค่อนข้างโตถึง 1 เมตร ยกตัวอย่างบริเวณ

Area		Min	Max	Mean	S.D.	rms
1	17.5ºN< φ <19.5ºN and 98.0ºE < λ <100.0ºE	+57	+2522	+655	±339	±738
2	15.5ºN< φ <17.5ºN and 99.0ºE < λ <101.0ºE	+20	+2000	+211	±277	±348
3	15.0ºN< φ <17.0ºN and 102.5ºE < λ <104.5ºE	+115	+631	+173	±53	±181
4	13.5ºN< φ <15.0ºN and 99.5ºE < λ <101.0ºE	0	+538	+30	±51	±59
5	8.0ºN< φ <10.0ºN and 98.0ºE < λ <100.0ºE	0	+1548	+96	±171	±196
6	6.0ºN< φ <8.0ºN and 99.0ºE < λ <101.0ºE	0	+1196	+49	±107	±118

ตารางที่ 7.4 ค่าทางสถิติลักษณะภูมิประเทศใน 6 พื้นที่ (หน่วยเป็นเมตร)

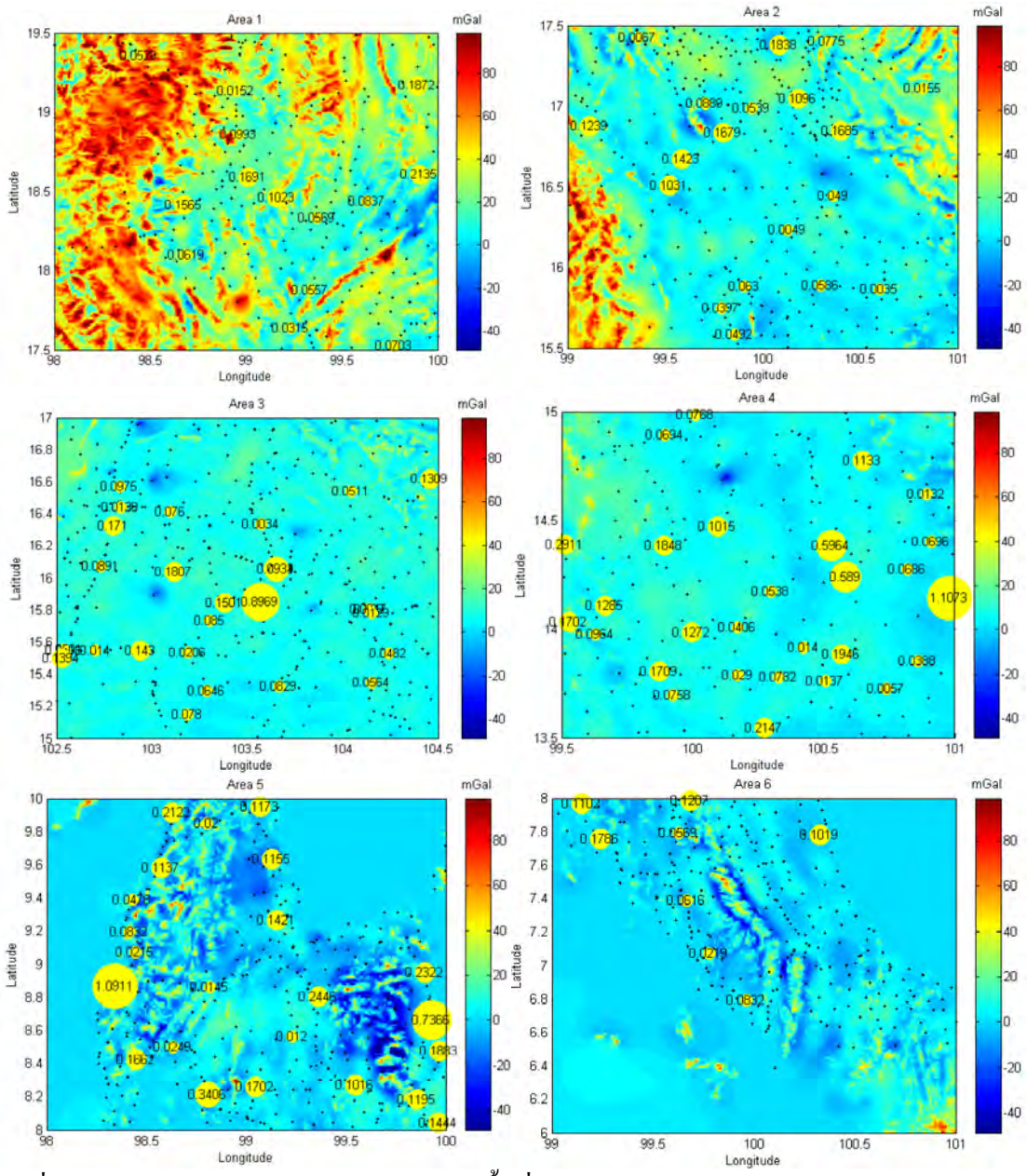
จังหวัดพังงาและนครศรีธรรมราช ระหว่างละติจูดที่ 8º - 9ºN ซึ่งอาจจะมีสาเหตุมาจากข้อมูลความโน้มถ่วงที่วัด ดังได้กล่าวไปในย่อหน้าที่แล้ว เพื่อที่จะตรวจสอบความคลาดเคลื่อนเฉพาะบริเวณ ที่อาจจะมีปัจจัยมาจากการกระจายตัวของข้อมูลความโน้มถ่วงที่วัดและลักษณะทางภูมิประเทศของพื้นที่ จึงได้ทำเลือกพื้นที่ตรวจสอบมา 6 พื้นที่ ที่มีลักษณะเป็นเทือกเขาสูง ที่ราบสูง ที่สูงปานกลาง ที่สูงติดชายฝั่งทะเล และพื้นที่ที่ค่าความโน้มถ่วงพิภพมีค่าแปรปรวน ดังแสดงในรูปกรอบสี่เหลี่ยมสีดำในรูปที่ 7.3 และข้อมูลสถิติของแต่ละพื้นที่ในตารางที่ 7.4 ซึ่งแสดงความสูงเฉลี่ยแต่ละพื้นที่ระหว่าง 30ม. ถึง 660ม.



รูปที่ 7.3 ความแตกต่าง $N_{KoLak} - N$ ที่สถานีร่วมจีพีเอสและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งที่เกาะหลัก 265 สถานี หลังการขจัด tilts และ distortions (หน่วย เมตร)

รูปที่ 7.4 ถึง 7.9 วงกลมสีเหลืองแสดงค่าความแตกต่าง N_{KoLak} ที่สถานีร่วมจีพีเอสและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งและ N ที่คำนวณจากข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพในกรณีที่ไม่มีการเติม RTM การเติม RTM ที่ระดับความสูง 400ม. 300ม. 200ม. 100ม. และ 50ม. ขึ้นไปตามลำดับ ทั้ง 6 พื้นที่ที่ต้องการตรวจสอบ (ดูรูปที่ 7.3 ประกอบ) หลังจากที่ได้ทำการขจัดความเอนเอียงและความบิดเบี้ยว โดยขนาดของรูปวงกรมจะสัมพันธ์กับขนาดของค่า $N_{KoLak} - N$ นอกจากนี้ในรูปยังได้แสดงค่าเศษเหลือระหว่างความโน้มถ่วงพิภพจากที่ประมาณได้และจากแบบจำลอง EGM2008 เป็นฉากหลัง จะเห็นว่าค่าเศษเหลือของความโน้มถ่วงพิภพมีขนาดเล็กลงและมีลักษณะค่อนข้างเรียบหลังการเติม RTM จากรูปแสดงการกระจายตัวของข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่วัดจะห่างกันประมาณ 2.5 – 5กม.(หรือประมาณ 1.5 – 5.0 ลิบดา) (ดูที่จุดแสดงเครื่องหมายบวกสีดำ “+”) ในพื้นที่บริเวณเทือกเขาโดยการวัดตามแนวถนนหรือพื้นที่ที่สามารถเข้าถึงได้ เช่น บริเวณพื้นที่ส่วนตะวันออกของพื้นที่หมายเลข 1 ตอนบนของพื้นที่หมายเลข 2 บริเวณรอบเทือกเขาตะนาวศรีในพื้นที่หมายเลข 5 และบริเวณรอบเทือกเขานครศรีธรรมราช ส่วนพื้นที่ราบสูงหมายเลข 5 และบริเวณตอนล่างของพื้นที่หมายเลข 2 การกระจายตัวของข้อมูลที่วัดในช่วง 2.5 – 15 กม. (หรือประมาณ 1.5 – 8.0 ลิบดา) ในขณะที่พื้นที่ราบหมายเลข 4 จะมีการกระจายตัวของข้อมูลค่อนข้างห่างประมาณ 5 – 20 กม. (หรือประมาณ 5.0 – 10.0 ลิบดา) จะสังเกตุว่าค่า $N_{KoLak} - N$ ที่มีขนาดโตกว่า 0.6ม. ขึ้นไปจะอยู่บริเวณที่มีตำแหน่งการวัดความโน้มถ่วงค่อนข้างห่าง ยกตัวอย่างเช่น ในพื้นที่หมายเลข 3 ค่า $N_{KoLak} - N$ มีขนาดโตถึง 0.9ม. และมีขนาด 0.6 – 1.1ม. ในพื้นที่หมายเลข 4 ในขณะที่พื้นที่หมายเลข 1 ซึ่งมีลักษณะภูมิประเทศเป็นเทือกเขาสูงค่า $N_{KoLak} - N$ มีขนาดสูงสุดเพียงแค่ 0.2ม. อย่างไรก็ตามในพื้นที่หมายเลข 5 ค่า $N_{KoLak} - N$ มีขนาดใหญ่บริเวณจังหวัดพังงาคือ 1.1ม. และ 0.7ม. บริเวณตอนเหนือของจังหวัดนครศรีธรรมราช ในขณะที่ ค่า $N_{KoLak} - N$ ที่หมุดร่วมอื่นมีขนาดเล็กกว่าอย่างมีนัยสำคัญ คือประมาณ 0.01 – 0.34ม. ค่าที่มีขนาดโตเหล่านี้จะต้องมีการศึกษาอย่างละเอียดต่อไปรวมถึงการตรวจสอบคุณภาพของหมุดร่วมจีพีเอสและระดับ

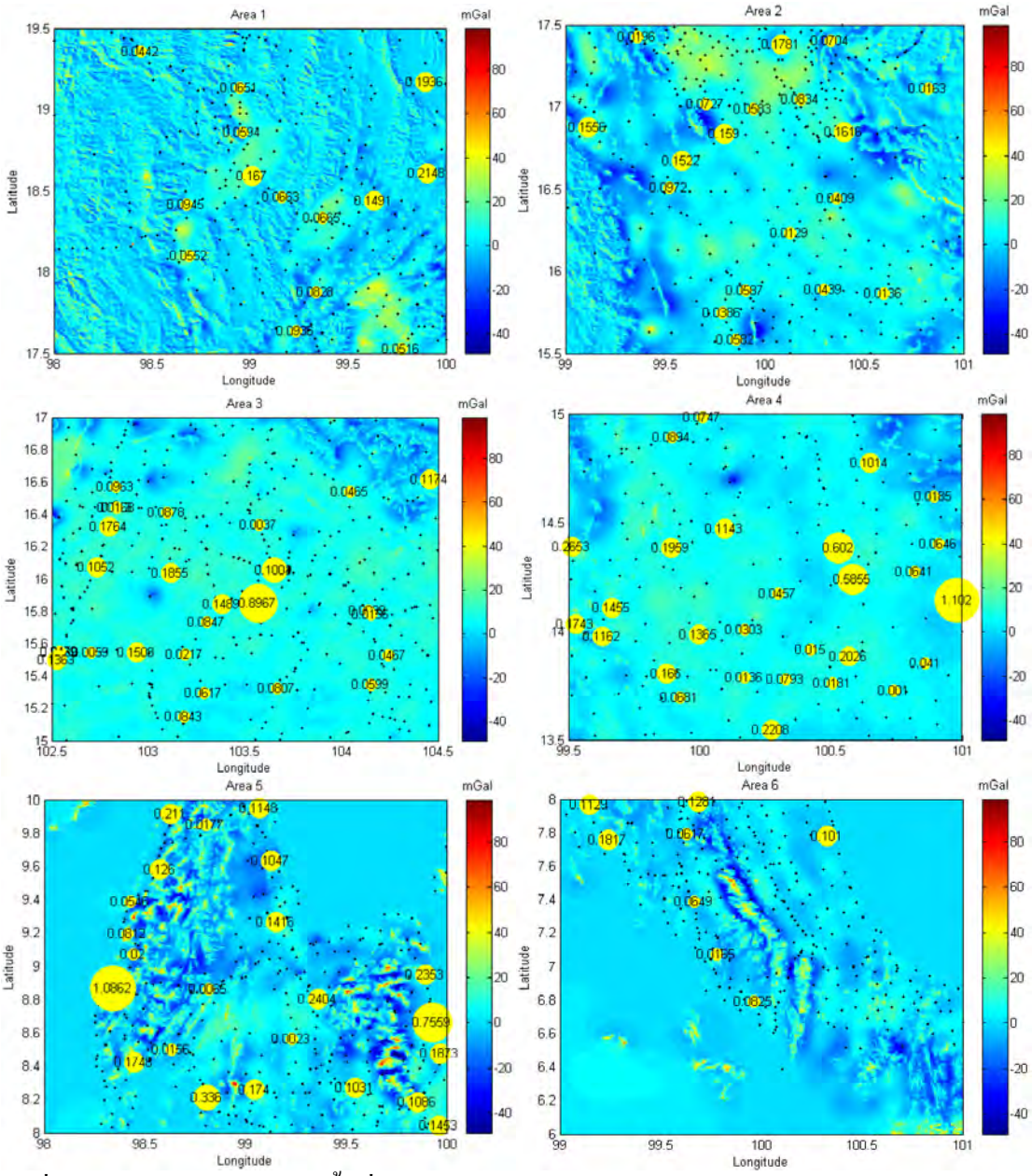
ตารางที่ 7.5 ถึง 7.10 แสดงการเปรียบเทียบทางสถิติของ $N_{KoLak} - N$ ใน 6 พื้นที่ ในกรณีที่ ไม่มีการเติม RTM กรณีการเติม RTM ที่ระดับความสูง 400ม. 300ม. 200ม. 100ม. และ 50ม. ขึ้นไปตามลำดับ ค่า rms ในแต่ละกรณีไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญสำหรับพื้นที่หมายเลข 3 ถึง 6 อย่างไรก็ตาม ค่า rms สำหรับพื้นที่หมายเลข 1 และ 2 มีแนวโน้มขนาดลดลงจากในกรณีที่ไม่เติม RTM ไปจนถึงกรณีที่เติม RTM ที่ความสูง 50ม. ขึ้นไป ยกตัวอย่างพื้นที่หมายเลข 1 ค่า rms เท่ากับ 0.1134ม. 0.1142ม. 0.1127ม. 0.1048ม. 0.1044ม. และ 0.1042ม. ตามลำดับ และพื้นที่หมายเลข 2 ค่า rms เท่ากับ 0.0972ม. 0.0956ม. 0.0927ม. 0.0926ม. และ 0.0885ม. ตามลำดับ เป็นต้น จากผลลัพธ์นี้ได้แสดงให้เห็นว่าได้เกิดการปรับปรุงความถูกต้องของผิวจีออยด์หลังจากกระบวนการเติม RTM สำหรับพื้นที่ที่มีลักษณะภูมิประเทศแตกต่างกัน (ตารางที่ 7.4 แสดงค่าเฉลี่ยความสูงของพื้นที่หมายเลข 1 และ 2 เท่ากับ 655 (std = $\pm$339) ม. และ 211 (std = $\pm$277) ม. ตามลำดับ)



รูปที่ 7.4 ความแตกต่างของ N_{KoLak} - N ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ distortions กรณีไม่ได้ประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงจาก RTM จุดสีดำ "+" แสดงตำแหน่งสถานีความโน้มถ่วงที่วัด

Area	Points	Min	Max	Mean	Range	S.D.	rms
1	14	-0.1691	0.2135	-0.0179	0.3825	0.1162	0.1134
2	19	-0.1838	0.0492	-0.0694	0.2330	0.0700	0.0972
3	30	-0.8969	0.4534	0.0199	1.3503	0.2167	0.2139
4	28	-1.1073	0.5964	0.0278	1.7036	0.2901	0.2863
5	23	-1.0911	0.7366	-0.0364	1.8277	0.3152	0.3104
6	8	-0.1207	0.1786	-0.0043	0.2993	0.1091	0.1021

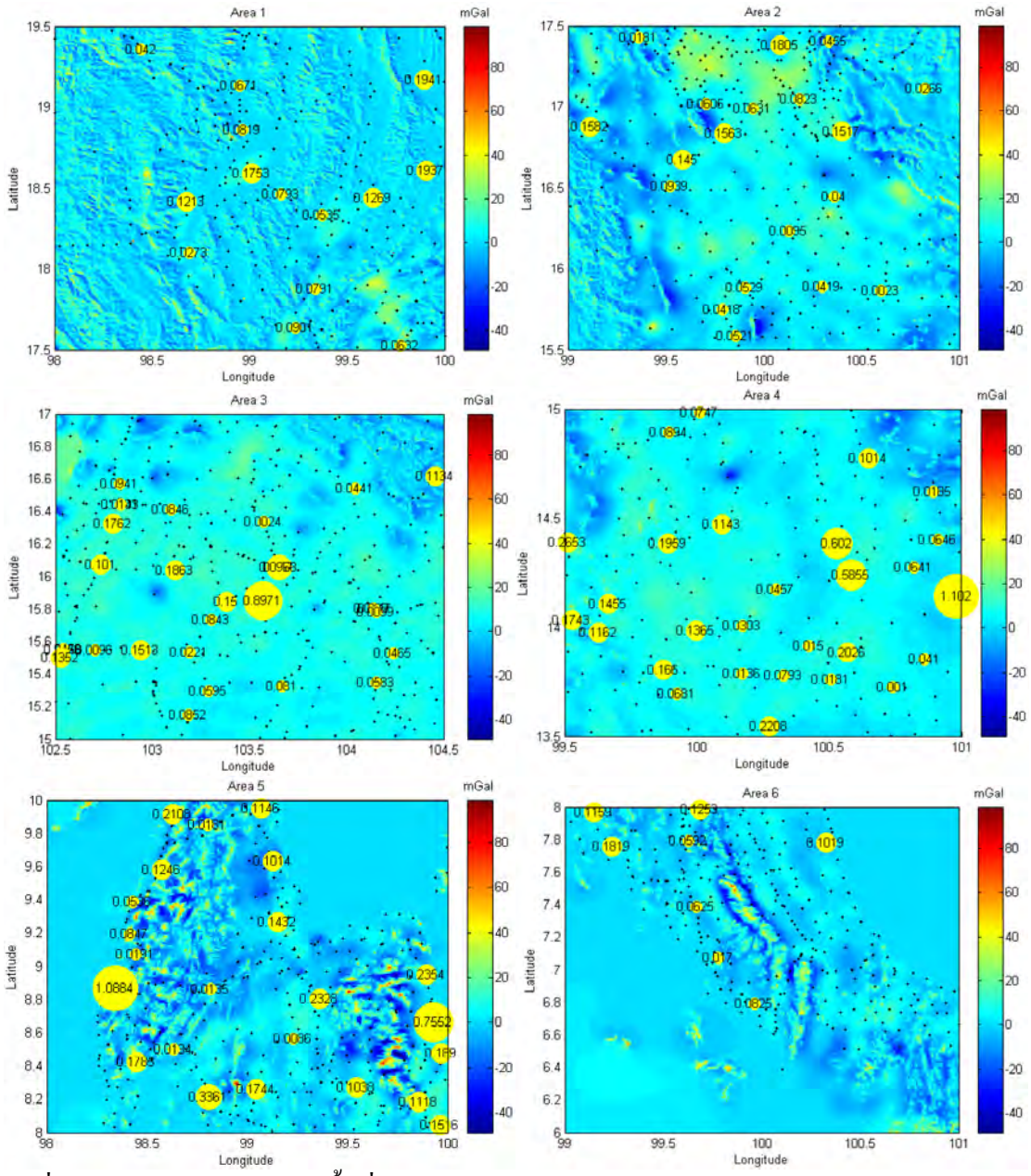
ตารางที่ 7.5 การเปรียบเทียบทางสถิติของ N_{KoLak} - N ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ distortions ในกรณีไม่ได้ประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพจาก RTM



รูปที่ 7.5 ค่า N_{KoLak} - N ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ distortions กรณีประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงจาก RTM ที่ความสูง 400ม. ขึ้นไป จุดสีดำ "+" แสดงตำแหน่งสถานีความโน้มถ่วงที่วัด

Area	Points	Min	Max	Mean	Range	S.D.	rms
1	14	-0.1670	0.2148	-0.0050	0.3818	0.1184	0.1142
2	19	-0.1781	0.0582	-0.0655	0.2363	0.0715	0.0956
3	30	-0.8967	0.4604	0.0211	1.3572	0.2172	0.2146
4	28	-1.1019	0.6001	0.0324	1.7020	0.2892	0.2859
5	23	-1.0862	0.7559	-0.0361	1.8421	0.3164	0.3115
6	8	-0.1281	0.1817	-0.0038	0.3098	0.1117	0.1046

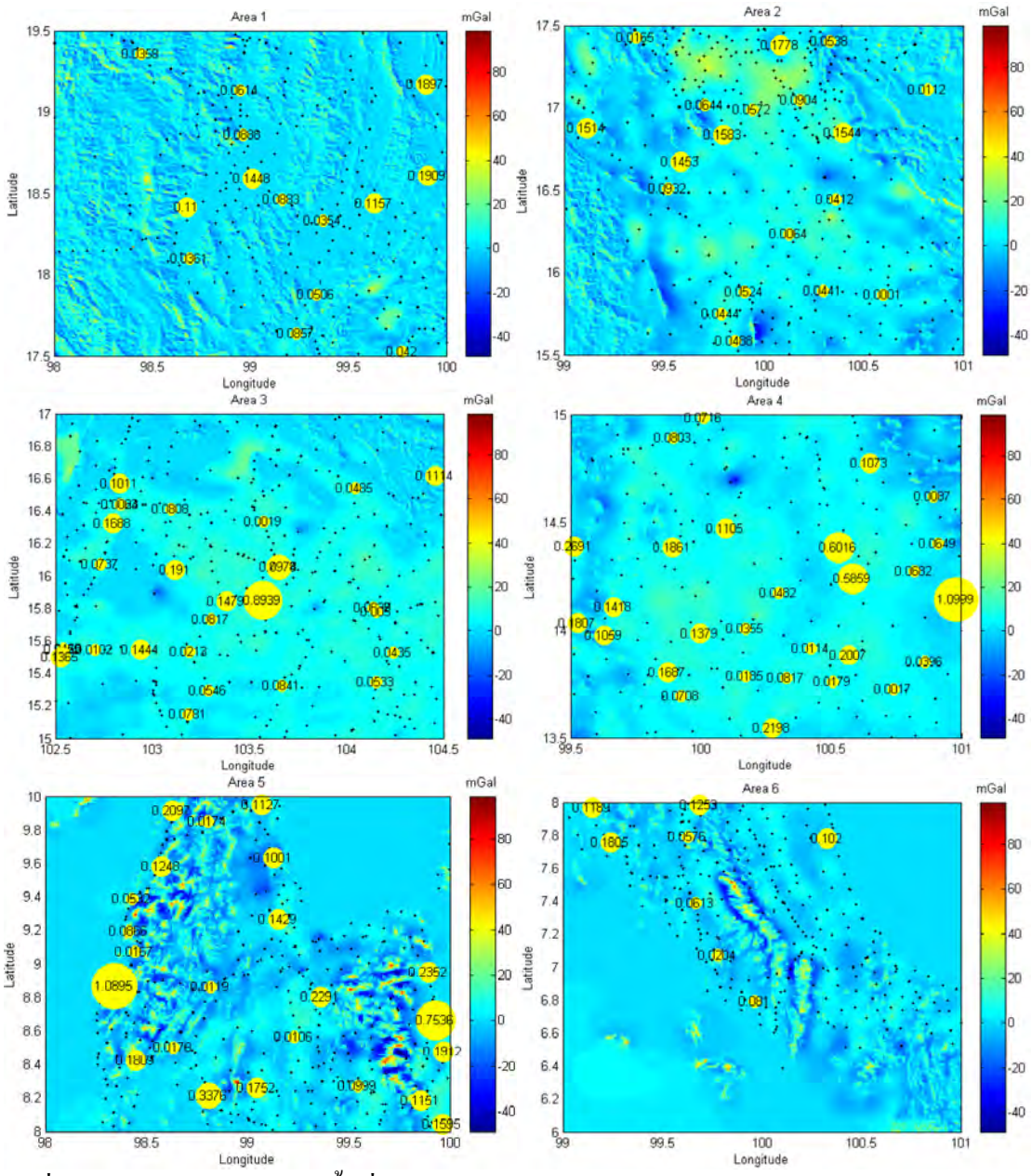
ตารางที่ 7.6 การเปรียบเทียบทางสถิติของ N_{KoLak} - N ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ distortions ในกรณีประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพจาก RTM ที่ระดับความสูง 400ม. ขึ้นไป



รูปที่ 7.6 ค่า N_{KoLak} - N ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ distortions กรณีประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงจาก RTM ที่ความสูง 300ม. ขึ้นไป จุดสีดำ "+" แสดงตำแหน่งสถานีความโน้มถ่วงที่วัด

Area	Points	Min	Max	Mean	Range	S.D.	rms
1	14	-0.1753	0.1941	-0.0105	0.3693	0.1165	0.1127
2	19	-0.1805	0.0521	-0.0637	0.2326	0.0691	0.0927
3	30	-0.8971	0.4570	0.0209	1.3541	0.2169	0.2143
4	28	-1.1020	0.6020	0.0324	1.7040	0.2894	0.2861
5	23	-1.0884	0.7552	-0.0362	1.8437	0.3167	0.3119
6	8	-0.1253	0.1819	-0.0032	0.3072	0.1115	0.1043

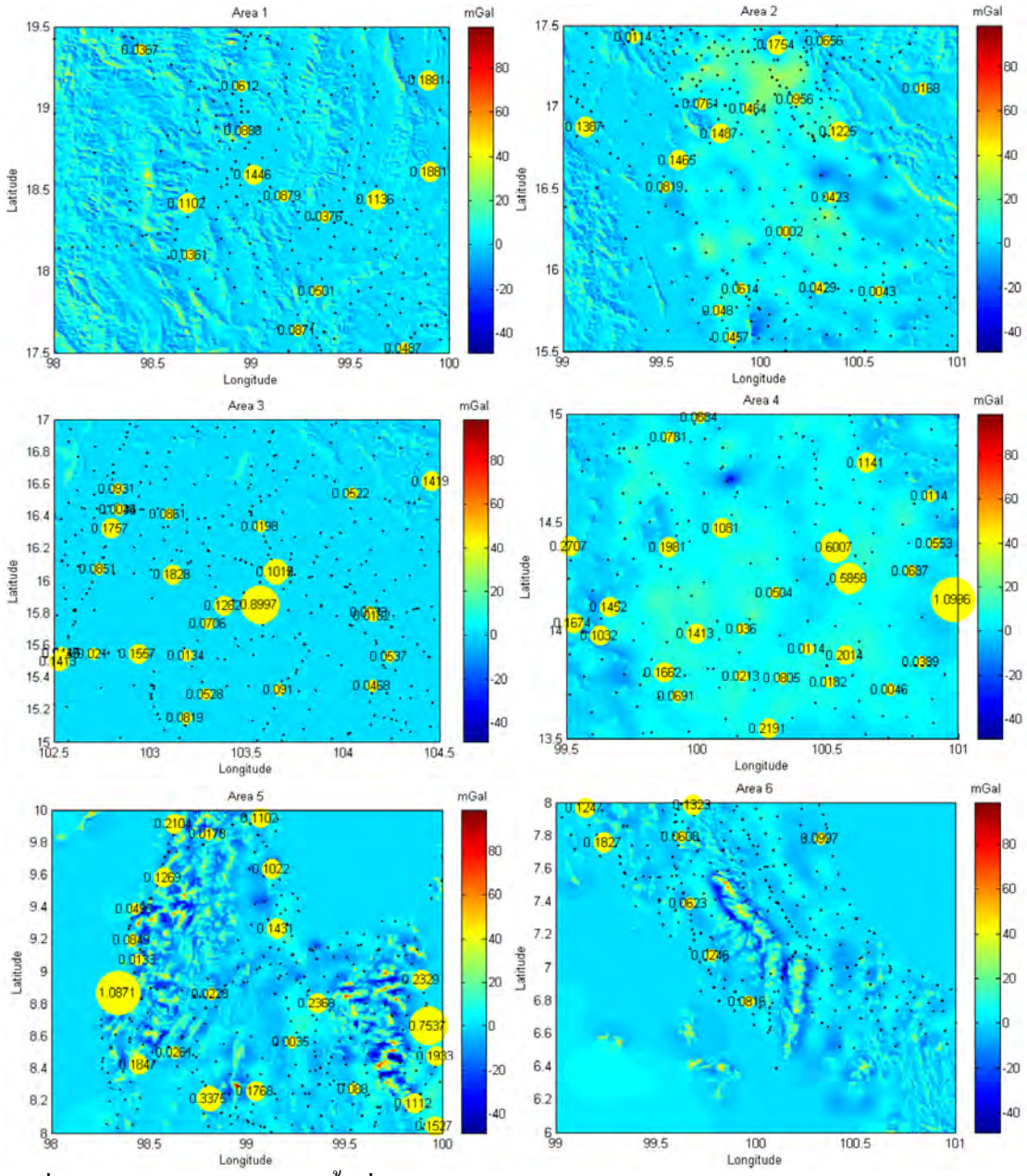
ตารางที่ 7.7 การเปรียบเทียบทางสถิติของ N_{KoLak} - N ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ distortions ในกรณีประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพจาก RTM ที่ระดับความสูง 300ม. ขึ้นไป



รูปที่ 7.7 ค่า N_{KoLak} - N ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ distortions กรณีประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงจาก RTM ที่ความสูง 200ม. ขึ้นไป จุดสีดำ "+" แสดงตำแหน่งสถานีความโน้มถ่วงที่วัด

Area	Points	Min	Max	Mean	Range	S.D.	rms
1	14	-0.1448	0.1909	-0.0063	0.3357	0.1086	0.1048
2	19	-0.1778	0.0488	-0.0638	0.2266	0.0690	0.0926
3	30	-0.8939	0.4578	0.0212	1.3517	0.2156	0.2131
4	28	-1.0999	0.6016	0.0309	1.7014	0.2891	0.2856
5	23	-1.0895	0.7536	-0.0356	1.8431	0.3170	0.3120
6	8	-0.1253	0.1805	-0.0032	0.3058	0.1113	0.1042

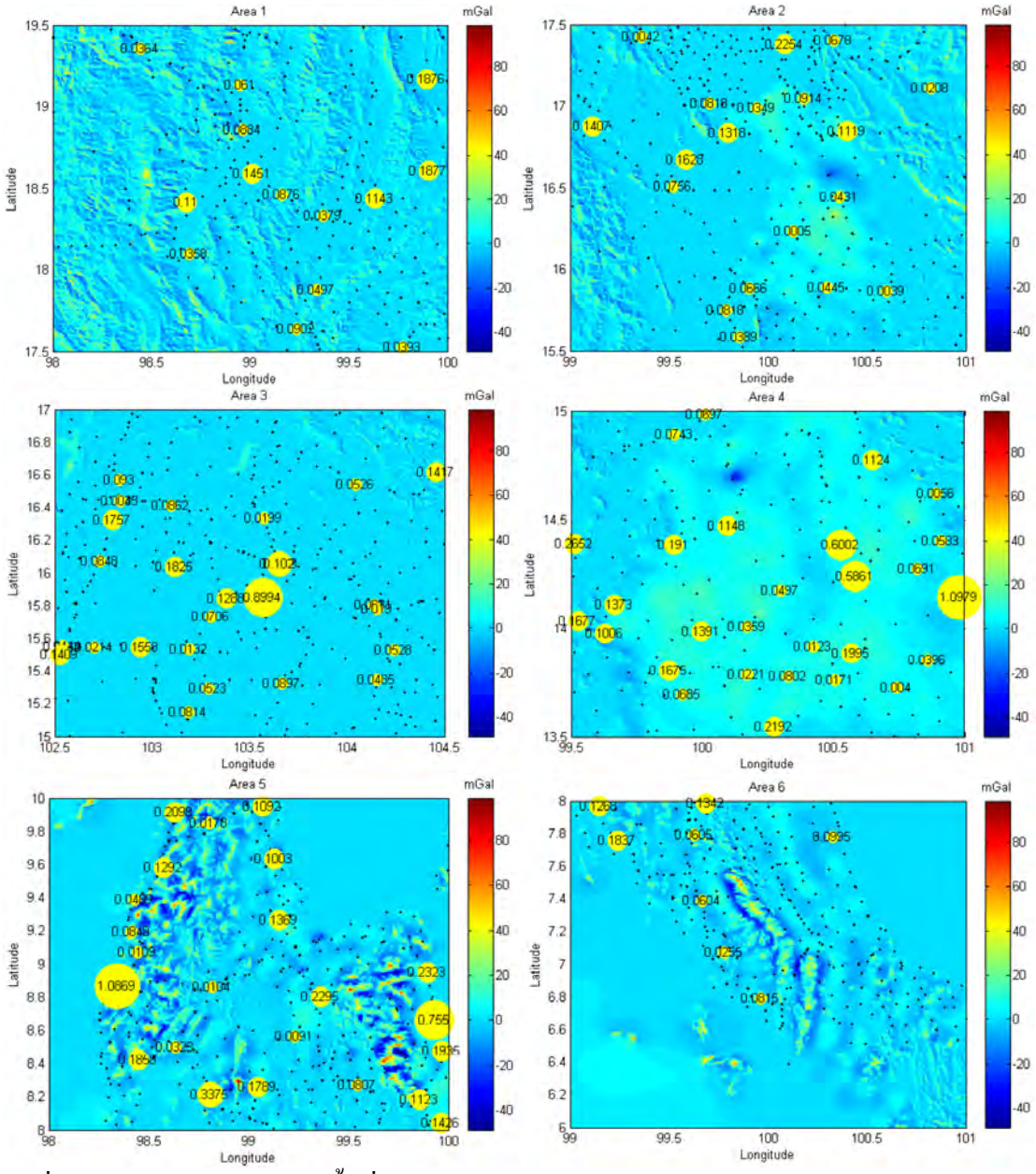
ตารางที่ 7.8 การเปรียบเทียบทางสถิติของ N_{KoLak} - N ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ distortions ในกรณีประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพจาก RTM ที่ระดับความสูง 200ม. ขึ้นไป



รูปที่ 7.8 ค่า N_{KoLak} - N ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ distortions กรณีประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงจาก RTM ที่ความสูง 100ม. ขึ้นไป จุดสีดำ "+" แสดงตำแหน่งสถานีความโน้มถ่วงที่วัด

Area	Points	Min	Max	Mean	Range	S.D.	rms
1	14	-0.1446	0.1881	-0.0074	0.3327	0.1081	0.1044
2	19	-0.1754	0.0480	-0.0622	0.2234	0.0647	0.0885
3	30	-0.8997	0.4617	0.0221	1.3615	0.2172	0.2147
4	28	-1.0996	0.6007	0.0310	1.7003	0.2890	0.2855
5	23	-1.0871	0.7537	-0.0349	1.8408	0.3167	0.3117
6	8	-0.1323	0.1827	-0.0037	0.3150	0.1141	0.1068

ตารางที่ 7.9 การเปรียบเทียบทางสถิติของ N_{KoLak} - N ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ distortions ในกรณีประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพจาก RTM ที่ระดับความสูง 100ม. ขึ้นไป



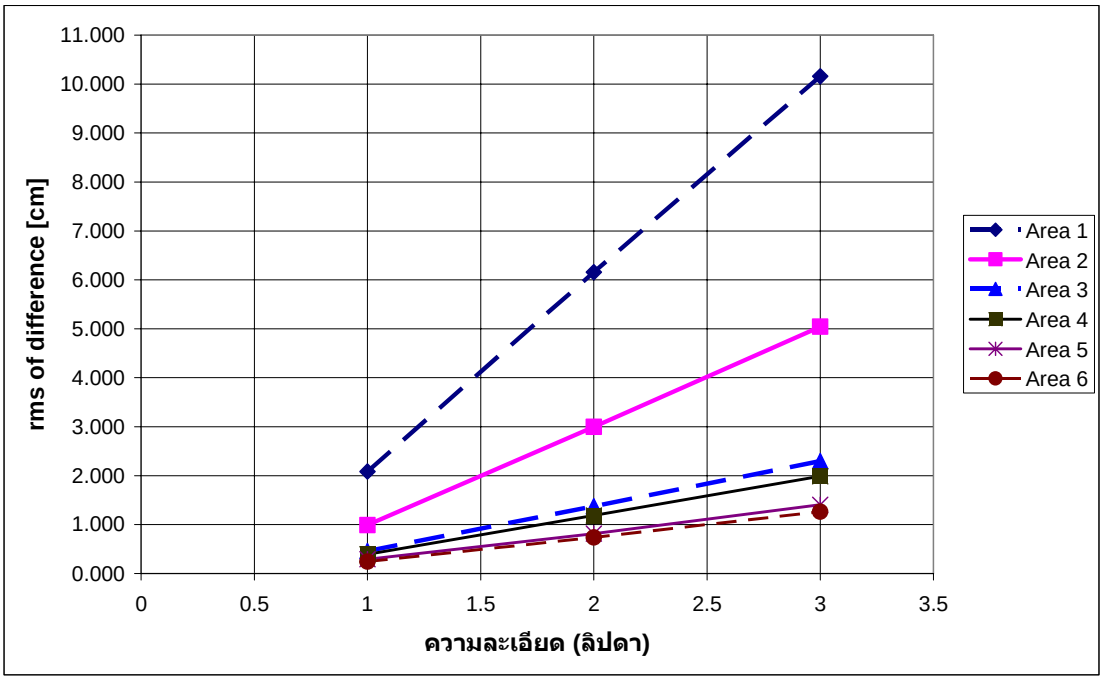
รูปที่ 7.9 ค่า N_{KoLak} - N ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ distortions กรณีประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงจาก RTM ที่ความสูง 50ม. ขึ้นไป จุดสีดำ "+" แสดงตำแหน่งสถานีความโน้มถ่วงที่วัด

Area	Points	Min	Max	Mean	Range	S.D.	rms
1	14	-0.1451	0.1877	-0.0069	0.3328	0.1079	0.1042
2	19	-0.2254	0.0818	-0.0624	0.3073	0.0732	0.0947
3	30	-0.8994	0.4623	0.0220	1.3617	0.2171	0.2146
4	28	-1.0979	0.6002	0.0298	1.6981	0.2884	0.2847
5	23	-1.0869	0.7550	-0.0342	1.8419	0.3163	0.3112
6	8	-0.1342	0.1837	-0.0038	0.3179	0.1148	0.1074

ตารางที่ 7.10 การเปรียบเทียบทางสถิติของ N_{KoLak} - N ใน 6 พื้นที่หลังการขจัด tilts และ distortions ในกรณีประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพจาก RTM ที่ระดับความสูง 50ม. ขึ้นไป

7.4 การกระจายตัวของข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่วัดกับความละเอียดเชิงพื้นที่

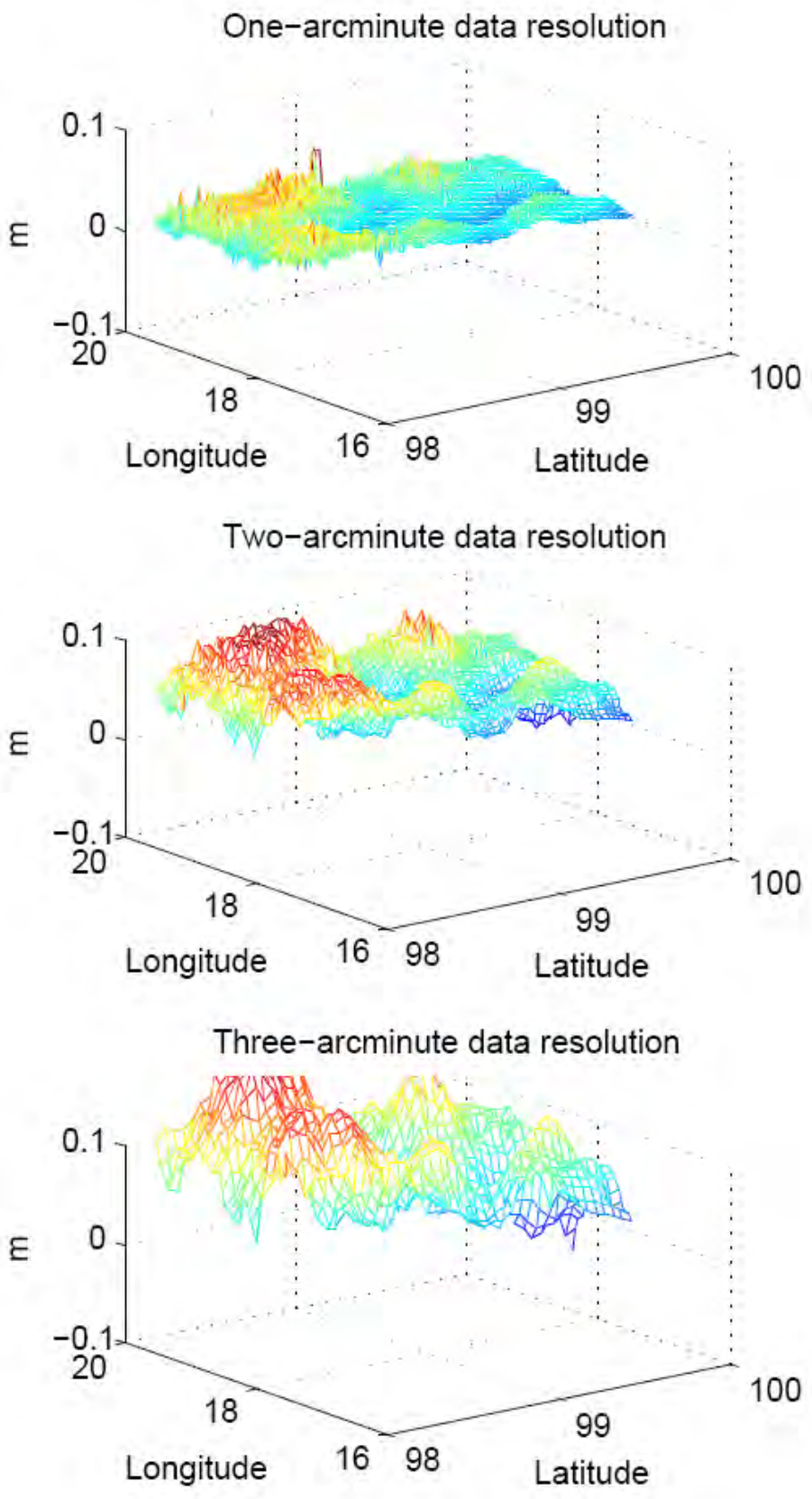
ในหัวข้อนี้ได้พิจารณาถึงการกระจายตัวของการกระจายตัวของข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่วัดกับความละเอียดเชิงพื้นที่ ซึ่งสัมพันธ์กับ omission errors ในการคำนวณการผิวจีออยด์ เนื่องจาก omission errors ใน EGM2008 มีค่าประมาณ 2.5 ถึง 4ซม. และอาจจะมีขนาดโตบริเวณเทือกเขาสูง [19],[20] ดังนั้นการกระจายตัวของข้อมูลที่วัดและการประมาณข้อมูลลงสู่ความละเอียดเชิงพื้นที่ที่แตกต่างกันก็จะมีผลต่อ omission errors ที่จะเกิดขึ้นโดยรวม เพื่อจะหาปริมาณความคลาดเคลื่อนชนิดนี้จึงได้ทำการประมาณ refined Bouguer anomaly โดยไม่มีการเติม RTM ลงสู่กริดขนาด 1'x1'(2กม.x 2กม.) 2'x2' (3.6กม.x 3.6กม.) และ 3'x3' (5.5กม.x 5.5กม.) โดยการใช้ spline interpolation (T = 0.75) ดังที่ได้กล่าวไปแล้วในตอนต้น หลังจากนั้นจึงคำนวณหา N โดยที่ไม่คำนึงถึง indirect effects ในสมการที่ (2.10) หลังจากนั้นทำการเปรียบเทียบกับ $N_{EGM\,2008}$ จากแบบจำลองจีออยด์สากล EGM2008 ตารางที่ 7.11 แสดงค่าทางสถิติของ $N - N_{EGM\,2008}$ รูปที่ 7.10 แสดง rms ของ $N - N_{EGM\,2008}$ สำหรับพื้นที่ทั้ง 6 พื้นที่ (ดูตารางที่ 7.4 ประกอบ) ที่มีลักษณะภูมิประเทศแตกต่างกัน จะเห็นได้ว่าพื้นที่หมายเลข 3 – 6 มีการวัดที่ละเอียดเพียงพอต่อระดับ omission errors ที่ 3ซม. ที่ความละเอียด 3 ลิปดา ในขณะที่พื้นที่หมายเลข 1 และ 2 มีค่า rms ประมาณ 10ซม. และ 5ซม.ตามลำดับ ซึ่งหากต้องการลด omission errors ให้อยู่ในระดับ 3ซม.ลงไป การวัดความโน้มถ่วงพิภพควรจะมีกระจายตัวห่างกันประมาณ 1 และ 2 ลิปดา ตามลำดับ รูปที่ 7.11 – 7.16 แสดง $N - N_{EGM\,2008}$ ในแต่พื้นที่ที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ 1 2 และ 3 ลิปดา



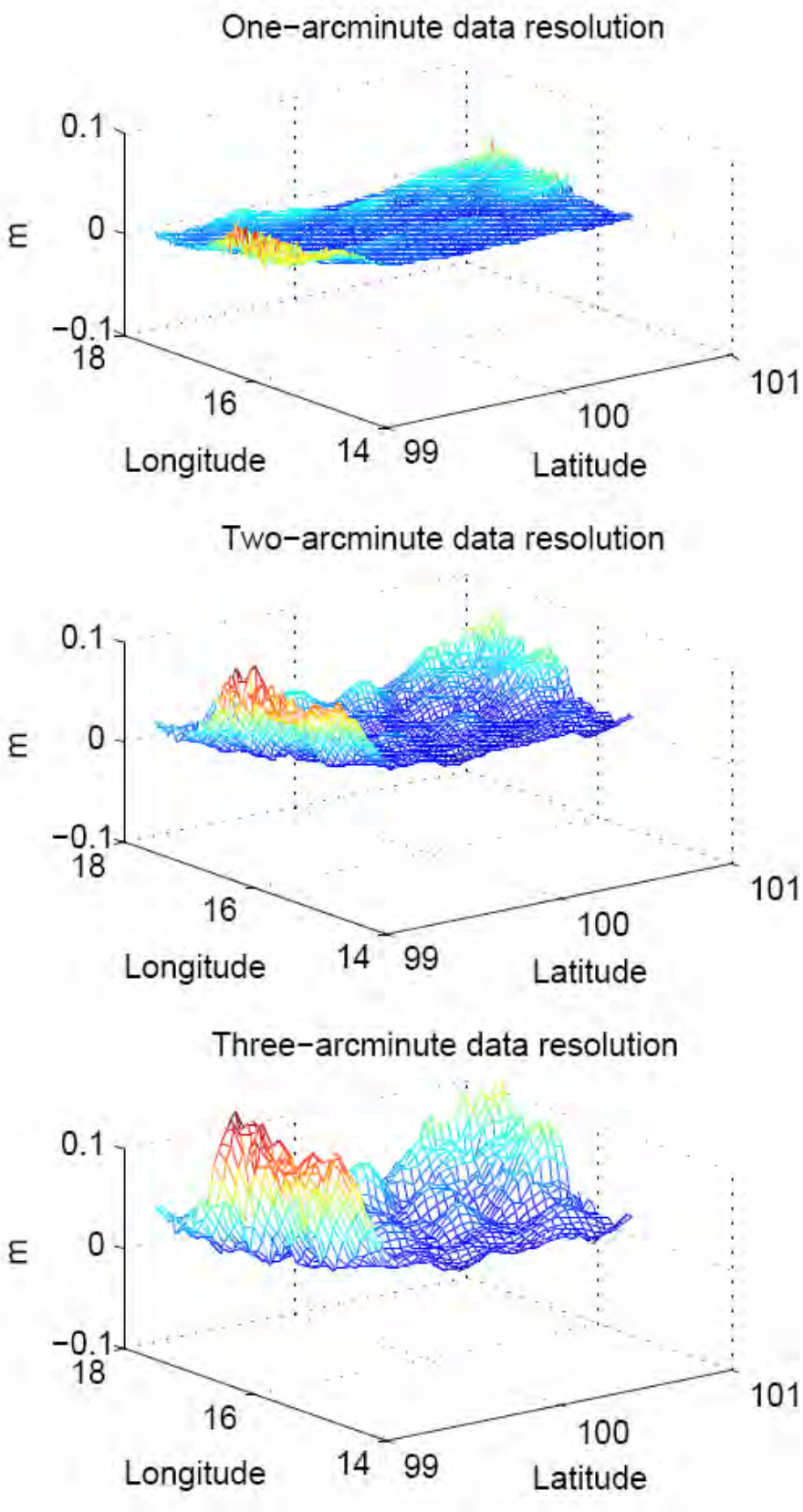
รูปที่ 7.10 Root-mean-square ของความแตกต่าง $N - N_{EGM\,2008}$ ที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ 1 2 และ 3 ลิปดา

Area	Res	Min	Max	Mean	S.D.	rms
1	1'x1'	-2.010	+6.870	+1.847	±0.969	±2.085
	2'x2'	-1.970	+12.450	+5.511	±2.747	±6.158
	3'x3'	-4.000	+20.900	+9.097	±4.518	±10.156
2	1'x1'	-0.900	+5.190	+0.712	±0.690	±0.991
	2'x2'	-0.600	+11.530	+2.164	±2.070	±2.995
	3'x3'	-1.100	+17.500	+3.636	±3.494	±5.042
3	1'x1'	-0.300	+1.210	+0.428	±0.170	±0.461
	2'x2'	-0.690	+3.410	+1.286	±0.494	±1.377
	3'x3'	-1.000	+5.600	+2.141	±0.826	±2.295
4	1'x1'	-0.200	+1.650	+0.331	±0.215	±0.395
	2'x2'	-0.400	+4.850	+0.995	±0.645	±1.186
	3'x3'	-0.700	+7.700	+1.665	±1.084	±1.987
5	1'x1'	-2.180	+1.820	+0.042	±0.289	±0.292
	2'x2'	-4.570	+2.330	+0.130	±0.807	±0.817
	3'x3'	-8.100	+3.800	+0.189	±1.392	±1.405
6	1'x1'	-1.050	+2.910	+0.094	±0.228	±0.246
	2'x2'	-1.580	+8.070	+0.289	±0.678	±0.737
	3'x3'	-3.700	+13.200	+0.469	±1.174	±1.263

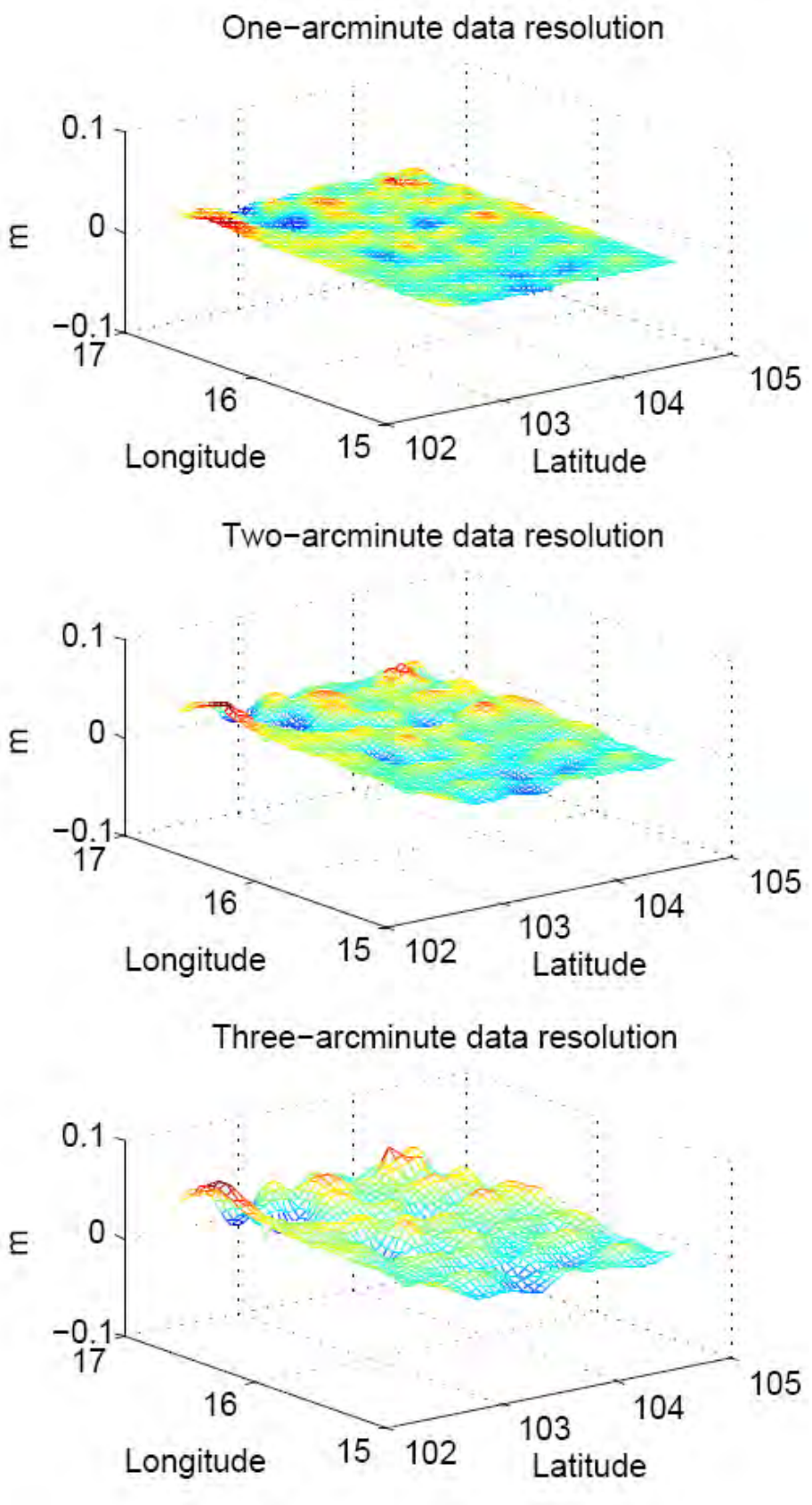
ตารางที่ 7.11 ค่าทางสถิติ $N - N_{EGM\,2008}$ ที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ 1 2 และ 3 ลิปดา (หน่วย ซม.)



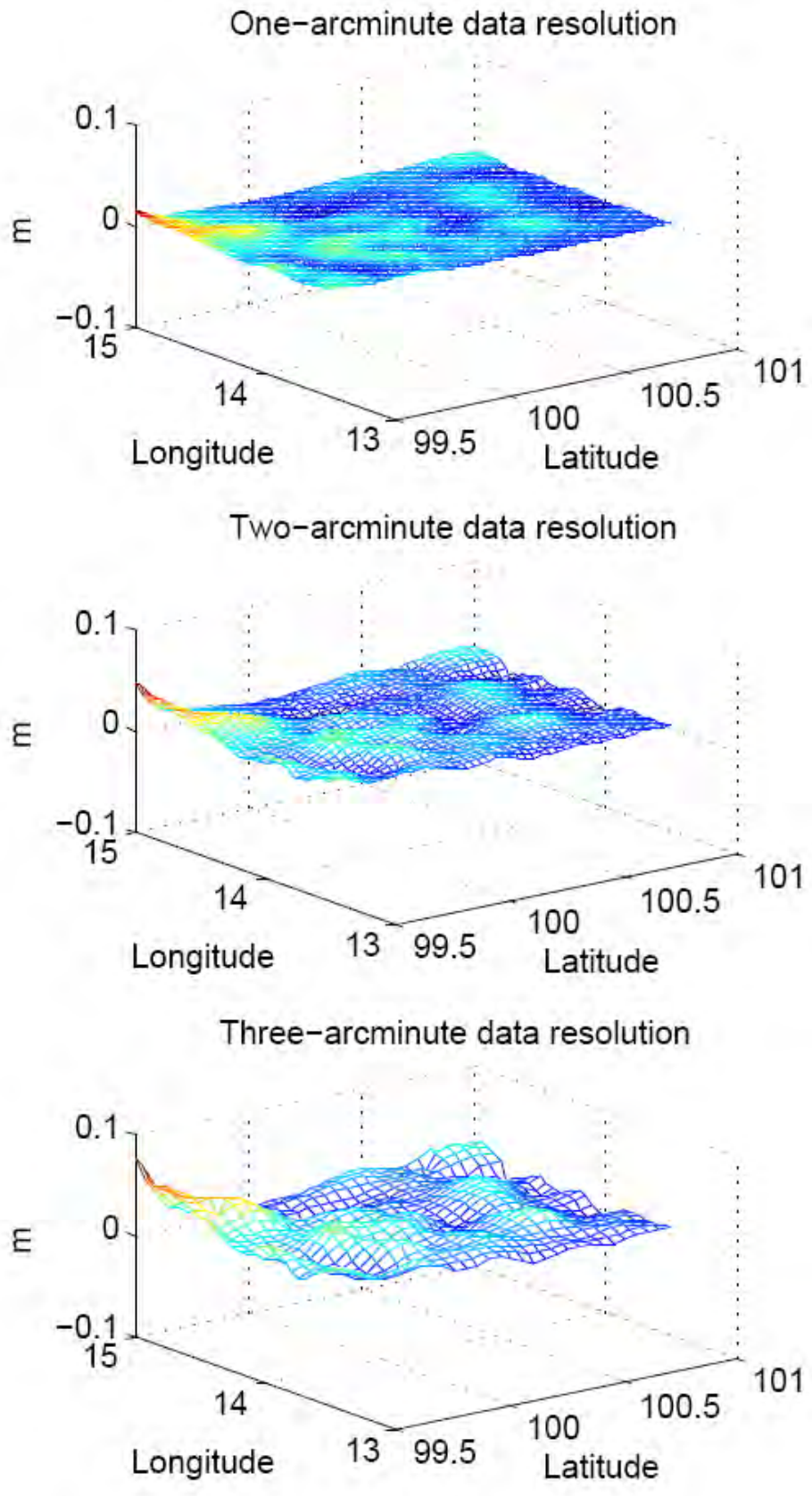
รูปที่ 7.11 ค่า N - $N_{EGM\,2008}$ ที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ 1 2 และ 3 ลิปดา พื้นที่หมายเลข 1



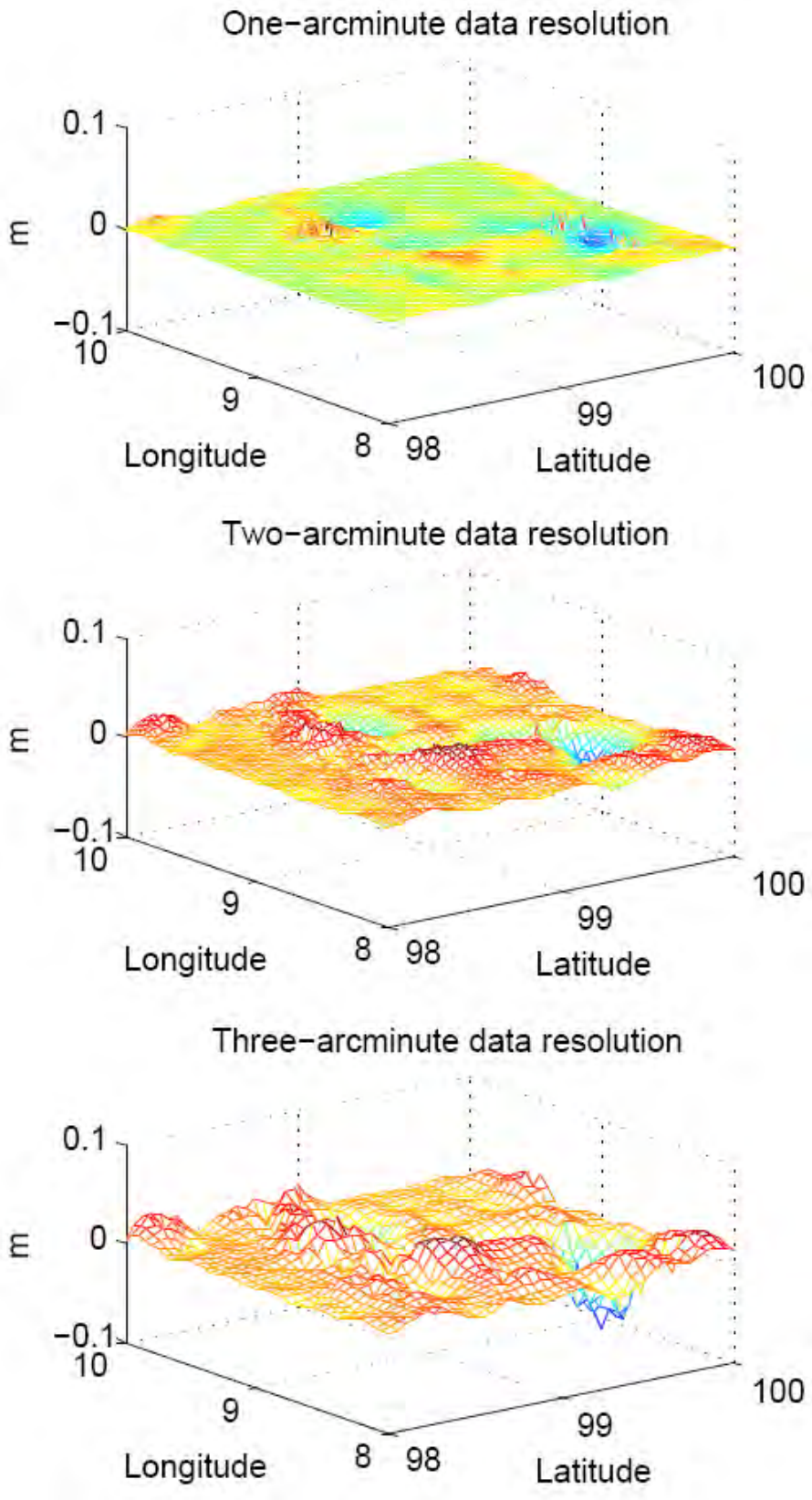
รูปที่ 7.12 ค่า N - $N_{EGM\,2008}$ ที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ 1 2 และ 3 ลิปดา พื้นที่หมายเลข 2



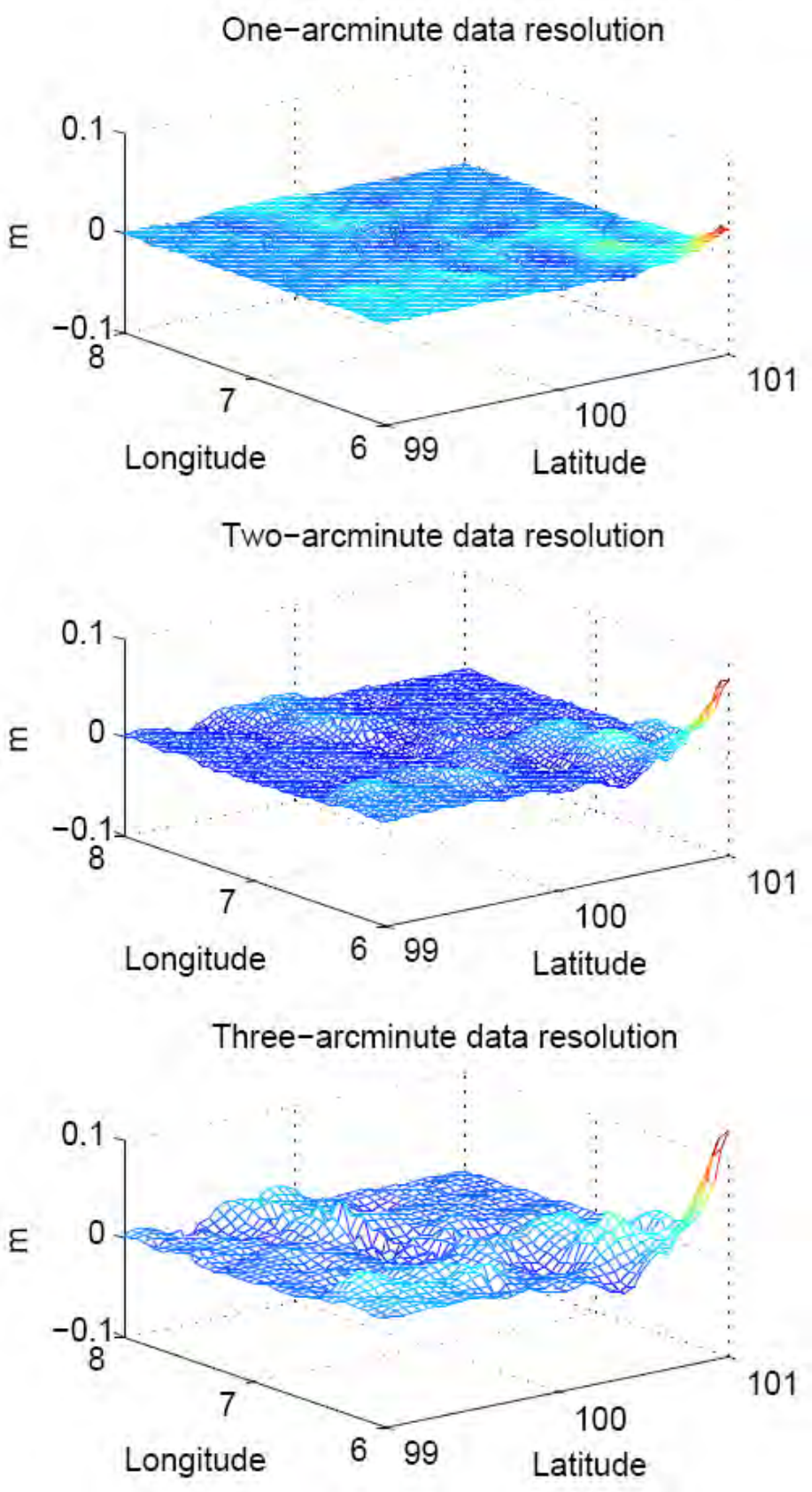
รูปที่ 7.13 ค่า N - $N_{EGM\,2008}$ ที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ 1 2 และ 3 ลิปดา พื้นที่หมายเลข 3



รูปที่ 7.14 ค่า N - $N_{EGM\,2008}$ ที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ 1 2 และ 3 ลิปดา พื้นที่หมายเลข 4



รูปที่ 7.15 ค่า N - $N_{EGM\,2008}$ ที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ 1 2 และ 3 ลิปดา พื้นที่หมายเลข 5



รูปที่ 7.16 ค่า N - $N_{EGM\,2008}$ ที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ 1 2 และ 3 ลิปดา พื้นที่หมายเลข 6

บทที่ 8
แบบจำลองยีออยด์ THAI12G และ THAI12H

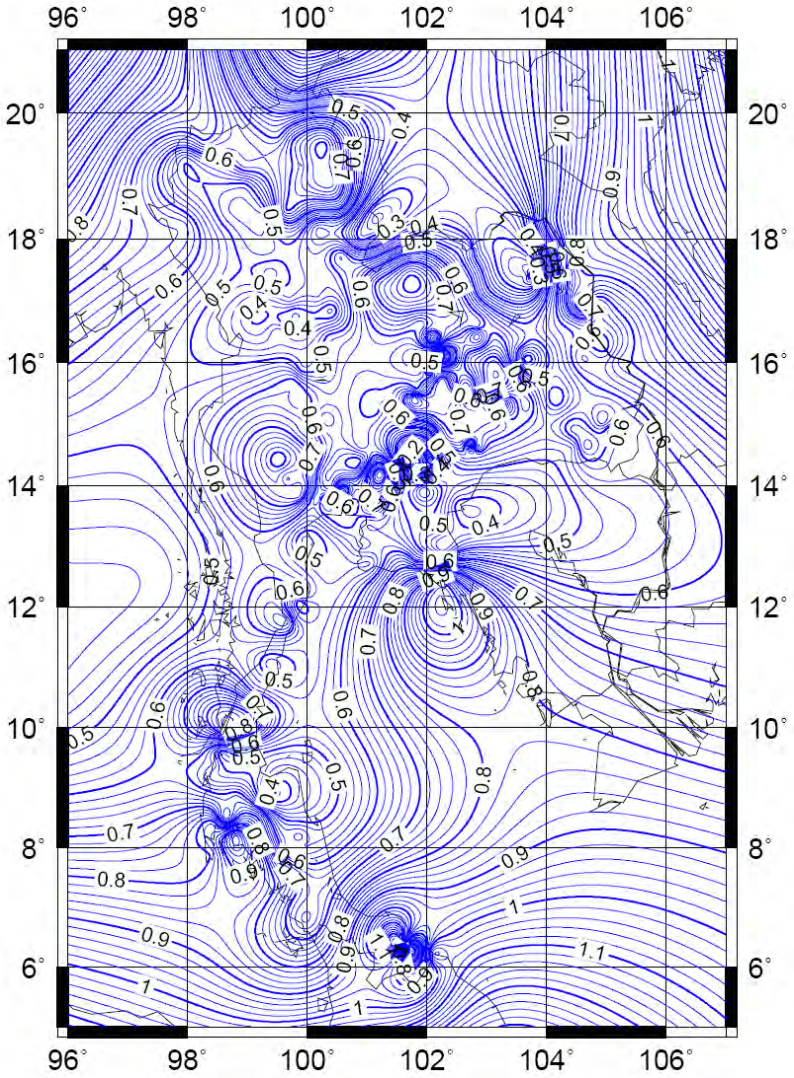
8.1 แบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพ THAI12G

จากผลการทดลองคำนวณหายีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพในบทที่ 7 ทำให้สามารถทราบความคลาดเคลื่อนของความกระชับ (root mean square error หรือเขียนย่อว่า rms) จากแบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพเมื่อเปรียบเทียบกับค่ายีออยด์ที่คำนวณได้จากหมุดร่วมจีพีเอสและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งที่เกาะหลักจำนวน 265 สถานี ประมาณ $\pm$1.00 ม. และ $\pm$0.226 ม. ก่อนและหลังการขจัดความเอนเอียง (tilt) และความบิดเบี้ยว (distortion) อย่างไรก็ตามจากบทที่ 7 พบว่ามีสถานีร่วมจีพีเอสจำนวน 12 สถานีที่กระจายอยู่บริเวณภาคต่างๆ มีขนาดใหญ่ผิดปกติ ดังนั้นเพื่อให้ได้แบบจำลองยีออยด์ที่เหมาะสมจึงได้สุ่มเลือก 200 สถานี และขจัดค่าดีกรีศูนย์ (N_0 = -41 cm) ของ EGM2008 ออก เนื่องจากค่านี้เป็นค่าเบี่ยงเบนเพื่อกระชับกับผิวน้ำทะเลเฉลี่ยทั้งโลก (global mean sea level) แต่ในการคำนวณนี้ต้องการหาความเบี่ยงเบนท้องถิ่นเพื่อกระชับกับพื้นหลักฐานทางดิ่งที่เกาะหลักของประเทศไทย ทำให้ได้แบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพเบื้องต้นที่มีชื่อว่า THAI12G

Area	No. of points	Min	Max	Mean	S.D.	Rms
Entire areas	200	+0.087	+1.196	+0.586	0.151	0.606
Upper area: $\phi >$11º47'42"N	163	+0.087	+0.967	+0.569	0.140	0.586
Lower area: $\phi \leq$11º47'42"N	37	+0.407	+1.196	+0.663	0.178	0.686

ตารางที่ 8.1 ค่าสถิติของความแตกต่างระหว่างค่าความสูงยีออยด์จาก THAI12G และหมุดร่วมจีพีเอสและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานที่เกาะหลัก (หน่วยเป็นเมตร)

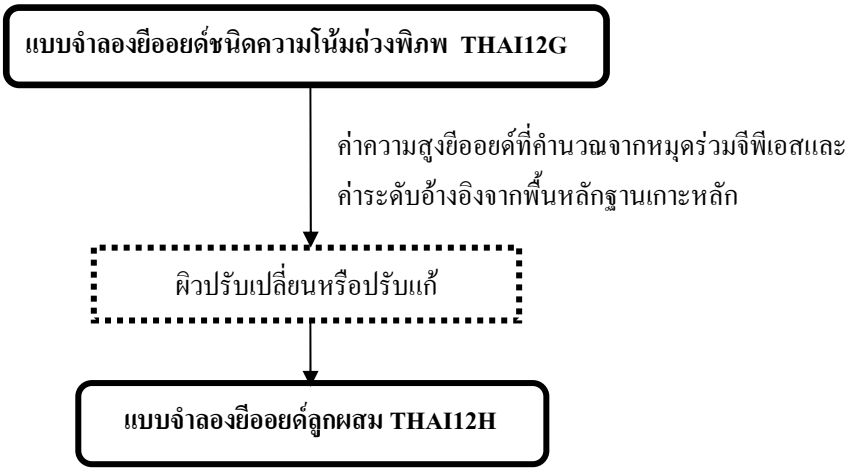
รูปที่ 8.1 แสดงความแตกต่างระหว่างค่ายีออยด์จาก THAI12G และ สถานีร่วมจีพีเอสและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานที่เกาะหลักจำนวน 200 สถานี ตารางที่ 8.1 แสดงค่า rms ลดลงเหลือ $\pm$0.606 ม. ก่อนการขจัดความเอนเอียงและความบิดเบี้ยว และเมื่อทำการตรวจสอบพื้นที่ตอนเหนือเกาะหลักเหนือละติจูดที่ 11º47′42″ จะสังเกตชัดเจนว่ามีค่าเฉลี่ย +0.569 ม. ในขณะที่พื้นที่ตอนล่างเกาะหลักนั้นมีค่าเฉลี่ย +0.663 ม. ซึ่งมีนัยว่าพื้นหลักฐานทางที่เกาะหลักน่าจะเกิดความเอนเอียงตามแนวเหนือ-ใต้ เมื่อเทียบกับ THA12G (ซึ่งตารางที่ 8.4 ได้บ่งชี้ถึงปริมาณความเอนเอียงนี้)



รูปที่ 8.1 แสดงความแตกต่างระหว่างค่ายีออยด์จาก THAI12G และ สถานีร่วมจีพีเอสและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งที่เกาะหลัก 200 สถานี (ช่วงของเส้นชั้นความสูง 0.02 ม.)

จากผลการคำนวณทำให้ทราบว่าแบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพ THAI12G มีความคลาดเคลื่อนเทียบกับพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลักประมาณ ± 60.6 ซ.ม. (rms) โดยอาจจะมีสาเหตุหลักมาจากความคลาดเคลื่อนสะสมของแบบจำลองเอง ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพ ความละเอียดเชิงพื้นที่ จากข้อมูลสถิติพื้นฐานในตารางที่ 8.1 ทำให้บ่งชี้ถึงความต้องการองค์ประกอบของแบบจำลองยีออยด์เพิ่มเติมเพื่อขจัดหรือลดทอนความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น หรืออีกนัยหนึ่งก็คือการคำนวณหาผิวปรับเปลี่ยนหรือปรับแก้ e (conversion or correction surface) โดยการผนวกความสูงเหนือยีออยด์หรือใช้สัญลักษณ์ N ความสูงเหนือทรงรีหรือใช้สัญลักษณ์ h_{WGS84} และความสูงออโทเมตริกหรือ H_{KoLak} (นั่นคือ $e = h_{WGS84} - H_{RTSD} - N$) บนพื้นฐานของหลักการปรับแก้ทางสถิติแบบกำลังสองน้อยที่สุดด้วยเทคนิคลีสแคว์รคอลโลเคชั่น least-squares collocation

[23] ที่คำนึงถึงความสัมพันธ์ทางสถิติของยีออยด์กับข้อมูลปริมาณความสูงอื่นๆ ด้วยฟังก์ชั่นความแปรปรวนร่วมของเกาส์ (Gauss covariance function) ทำให้ได้ผิวปรับเปลี่ยนหรือปรับแก้ที่จะถูกนำมาปรับแก้ที่ N ณ. ตำแหน่งที่ต้องการ ผลลัพธ์ที่ได้คือแบบจำลองยีออยด์ลูกผสม (a hybrid geoid model) ที่มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น รูปที่ 8.2 แสดงขั้นตอนการคำนวณแบบจำลองยีออยด์ลูกผสม THAI12H



รูปที่ 8.2 แผนผังแสดงขั้นตอนการคำนวณหายีออยด์บริเวณประเทศไทย

8.2 ลีสแคว์รคอลโลเคชั่น (Least-squares collocation)

ในการคำนวณหาผิวปรับเปลี่ยนหรือปรับแก้ (conversion หรือ correct surface) โดยการแสดงความสัมพันธ์ของค่าเศษเหลือ $e = (h_{WGS84} - H_{KoLak}) - N$ ในรูปแบบของแบบจำลองเวกเตอร์ค่าสังเกตของข้อมูลทั้งหมดเขียนเป็นสัญลักษณ์ $\mathbf{l}$ พร้อมด้วยเวกเตอร์ของค่าแก้ $\mathbf{s}$ และเวกเตอร์รบกวนภายใต้สมมติฐานแบบไวท์นอยส์ (white noise vector) $\mathbf{n}$ ดังสมการที่ (8.1)

$$\mathbf{l} = \mathbf{s} + \mathbf{n} \tag{8.1}$$

โดยที่

$$\tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{C}_{st}[\mathbf{C}_{tt} + \mathbf{C}_{nn}]^{-1}\mathbf{l} \tag{8.2}$$

ซึ่ง $\tilde{\mathbf{s}}$ คือเวกเตอร์ประมาณของเวกเตอร์ค่าแก้ $\mathbf{s}$ ที่ประมาณได้ที่ตำแหน่ง p_i ที่ต้องการคำนวณหาความสูงยีออยด์โดยที่ $i = 1,2,3,\ldots,P$ จากค่าเศษเหลือ $e(q_j)$ ที่ตำแหน่ง q_j โดยที่ $j = 1,2,3,\ldots,Q$

$$\mathbf{l} = \begin{bmatrix} e(q_1) \\ e(q_1) \\ \vdots \\ e(q_{\mathrm{Q}}) \end{bmatrix} \tag{8.3}$$

ส่วน $\mathbf{C_{st}}$ และ $\mathbf{C_{tt}}$ คือเมตริกความแปรปรวนร่วม (covariance matrix) ระหว่างค่าแก้และค่าสังเกตและระหว่างค่าสังเกตด้วยกัน โดยมีฟังก์ชั่นความแปรปรวนร่วม $C_{st}(.)$ และ $C_{tt}(.)$ เป็นอีเลเมนท์ (element) ดังสมการที่ (8.4) และ (8.5) ตามลำดับ

$$\mathbf{C_{st}} = \begin{bmatrix} C_{st}(p_1,q_1) & C_{st}(p_1,q_2) & \cdots & C_{st}(p_1,q_{\mathrm{Q}}) \\ C_{st}(p_2,q_1) & C_{st}(p_2,q_2) & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ C_{st}(p_{\mathrm{P}},q_1) & \cdots & \cdots & C_{st}(p_{\mathrm{P}},q_{\mathrm{Q}}) \end{bmatrix} \tag{8.4}$$

$$\mathbf{C_{tt}} = \begin{bmatrix} C_{tt}(q_1,q_1) & C_{tt}(q_1,q_2) & \cdots & C_{tt}(q_1,q_{\mathrm{Q}}) \\ C_{tt}(q_2,q_1) & C_{st}(q_2,q_2) & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ C_{tt}(q_{\mathrm{Q}},q_1) & \cdots & \cdots & C_{tt}(q_{\mathrm{Q}},q_{\mathrm{Q}}) \end{bmatrix} \tag{8.5}$$

ส่วน $\mathbf{C_{nn}}$ คือเมตริกความแปรปรวนร่วมระหว่างค่ารบกวนด้วยกัน เนื่องจากอยู่ภายใต้สมมติฐานในสถานะไวท์นอยส์ อีเลเมนท์ที่ตำแหน่งต่างกันนอกแนวทแยง (off-diagonal elements) ไม่มีสหสัมพันธ์ซึ่งกันและกันนอกจากตัวของมันเองตามแนวทแยง ดังนั้นจึงเขียนได้ดังสมการที่ (8.6)

$$\mathbf{C_{nn}} = \sigma_n^2 \mathbf{I} \tag{8.6}$$

โดยที่ σ_n^2 คือค่าความแปรปรวนร่วมของค่ารบกวนและ $\mathbf{I}$ คือเมตริกเอกลักษณ์ (identity matrix) ที่มีขนาด $Q \times Q$

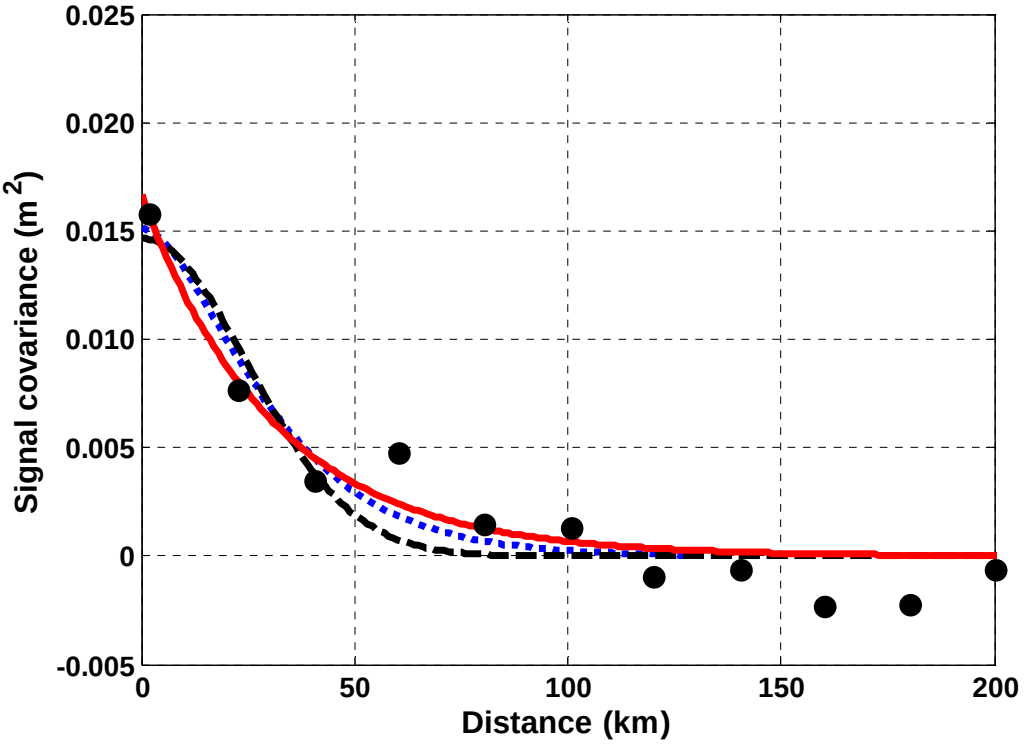
8.3 ฟังก์ชั่นเอมไพริคัลโควาเรียน (Empirical covariance function)

ฟังก์ชั่นความแปรปรวนร่วม $C_{st}(.)$ และ $C_{tt}(.)$ ซึ่งเป็นอีเลเมนท์ของ $\mathbf{C_{st}}$ และ $\mathbf{C_{tt}}$ ในสมการที่ (8.4) และ (8.5) ตามลำดับ คำนวณมาจากการเลือกใช้แบบจำลองเกาส์โควาเรียนในการประมาณฟังก์ชั่นเอมไพริคัลโควาเรียนของค่าเศษเหลือ โดยในงานวิจัยนี้ได้ทดลองใช้แบบจำลอง 3 ชนิด ได้แก่ Gaussian (exponential) covariance function, Gaussian (2-exponential) covariance และ the 2nd order Markov covariance function ดังแสดงในตารางที่ 8.2 โดยใช้วิธีการปรับแก้แบบลีสแคว์รในการประมาณค่าพารามิเตอร์ เพื่อหาแบบจำลองที่เหมาะสมที่สุดในการประมาณผิวปรับแก้

เนื่องจากว่าการปรับแก้แบบลีสแคว์รคอลโลเคชั่นในสมการที่ (8.1) และ (8.2) มีเงื่อนไขของค่าเฉลี่ยศูนย์ (zero mean) และไม่ได้คำนึงถึงความเบี่ยงเบน (bias หรือ shift) และความเอนเอียง (tilt) ในสมการการปรับแก้ดังที่กล่าวไว้ใน [23] (Moritz 1980 หน้า 76) ดังนั้นจึงต้องขจัดความคลาดเคลื่อนแบบมีระบบเหล่านี้ออกไปก่อน จากผลการคำนวณค่าความแตกต่าง $N_{KoLak} - N$ ในตารางที่ 7.2 และรูปที่ 7.3ในบทที่ 7 ความแตกต่างที่คำนวณได้ที่สถานีร่วมจีพีเอสและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลักทั้งหมด 265 สถานีนั้น มีจำนวน 12 สถานีที่กระจายอยู่บริเวณภาคต่างๆของประเทศมีขนาดใหญ่ผิดปกติในช่วง 0.8 – 1.8 เมตร ซึ่งจะต้องทำการตรวจสอบต่อไปในภายภาคหน้า จึงไม่ได้ถูกนำมาใช้ ดังนั้นจึงเหลือเพียง 253 สถานี โดยที่จะสุ่มเลือกใช้เพียง 200 สถานี ส่วนที่เหลืออีก 53 สถานีจะใช้เป็นสถานีตรวจสอบความถูกต้องของยีออยด์ลูกผสมหลังจากที่ได้ทำการปรับแก้ผิวปรับเปลี่ยนแล้ว

Model	**Covariance function**
I	Gaussian (exponential) covariance function $C(s) = C_0 \exp(-\frac{s}{L})$; $C_0 = (0.1288)^2$ m^2 ; $L =$ 31.216 km
II	Gaussian (2-exponential) covariance function $C(s) = C_0 \exp(-\frac{s^2}{L^2})$; $C_0 = (0.1208)^2$ m^2; $L =$ 35.045 km
III	the 2nd order Markov covariance function $C(s) = C_0(1 + C_1 s)\exp(-C_1 s)$; $C_0 = (0.1229)^2$ m^2; $C_1 = 0.0603$ 1/km

ตารางที่ 8.2 ฟังก์ชั่นเกาส์เสี่ยนโควาเรียนและค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้



รูปที่ 8.3 ฟังก์ชั่นเอมไพริคัลโควาเรียน (จุดสีดำ) ของค่าเศษเหลือของความแตกต่างระหว่าง N_{KoLak} และ N (หลังจากขจัดความเบี่ยงเบนและความเอนเอียง) ฟังก์ชั่นเกาส์เสี่ยนโควาเรียนแบบที่ I (เส้นทึบสีแดง) II (เส้นจุดสีน้ำเงิน) และ III (เส้นประสีดำ)

ตารางที่ 8.2 แสดงแบบจำลองเกาส์เสี่ยนโควาเรียนทั้งสามแบบจำลอง ค่าพารามิเตอร์ของแต่ละแบบจำลองคำนวณได้จากการกระชับแบบจำลองเข้ากับฟังก์ชั่นเอมไพริคัลโควาเรียนของค่าเศษเหลือ (หลังจากขจัดความเบี่ยงเบนและความเอนเอียง) โดยวิธีการปรับแก้แบบลีสแควร์ ค่าความแปรปรวนที่คำนวณได้ในแบบจำลองที่ I II และ III มีค่าเท่ากับ $(0.1288)^2$ ม^2 $(0.1208)^2$ ม^2 และ $(0.1229)^2$ ม^2 ตามลำดับ และค่าความยาวสหสัมพันธ์ (correlation length) ระหว่างจุด อยู่ที่ประมาณ 31 – 35 กม. ดังแสดงในรูปที่ 8.3 โดยจะสังเกตเห็นว่าค่าโควาเรียนของค่าเศษเหลือแปรเปลี่ยนในลักษณะถดถอยและสัมพันธ์กับระยะทางยาวถึง 100 กม. แบบจำลองที่ I (เส้นทึบสีแดง) จะกระชับกับฟังก์ชั่นเอมไพริคัลโควาเรียน (จุดสีดำ) มากที่สุด รองลงมาคือแบบจำลองที่ II (เส้นจุดสีน้ำเงิน) และแบบจำลองที่ III (เส้นประสีดำ) ตามลำดับ แหล่งใหญ่ที่ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนนั้นน่าจะมาจากข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพโดยเฉพาะบริเวณที่มีการวัดความโน้มถ่วงไม่มากหรือบริเวณที่ไม่สามารถวัดความโน้มถ่วงพิภพได้อาจจะทำให้ความคลาดเคลื่อนมีขนาดโตถึงระดับเดซิเมตรดังที่

ได้กล่าวไว้ในบทที่ 7 แบบจำลองความสูงเชิงเลข (DEM) และกระบวนการลดทอนเพื่อให้ได้ Faye anomaly น่าจะเป็นปัยจัยเพิ่มเติมที่มีอิทธิพลทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนขนาดใหญ่ ส่วนความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นใน EGM2008 (commission error และ omission error) และจากสถานีโครงข่าย GPS และค่าระดับไม่น่าจะเป็นปัจจัยที่มีนัยยะสำคัญต่อความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น

8.4 การคำนวณหาผิวปรับเปลี่ยนและแบบจำลองยีออยด์ลูกผสม THAI12H

การคำนวณหาผิวปรับเปลี่ยนหรือผิวปรับแก้ที่ความละเอียดของกริด 30 พิลิปดา ได้ใช้แบบจำลองเกาส์เลี่ยนโควาเรียนทั้งสามในการคำนวณหาองค์ประกอบของ $\mathbf{C_{st}}$ และ $\mathbf{C_{tt}}$ ในสมการที่ (8.4) และ (8.5) ตามลำดับ นอกจากนี้แล้วการกำหนดค่า σ_n^2 ในสมการที่ (8.6) เป็นไปได้ยาก ดังนั้นจึงได้ทดลองสุ่มค่าในการคำนวณหาผิวปรับแก้แต่ละครั้ง เพื่อที่จะได้แบบจำลองแบบเกาส์พร้อมทั้ง σ_n^2 ที่เหมาะสมที่สุด โดยค่าที่เหมาะสมที่สุดของ σ_n^2 คือ 0.0034 ม^2 0.0053 ม^2 และ 0.0057 ม^2 สำหรับแบบจำลองที่ I II และ III ตามลำดับ หลังจากนั้นจึงได้ทำการบวกค่าแก้เนื่องจากความเบี่ยงเบน (shift หรือ bias) และความเอนเอียง (tilt) ตามแนวทิศเหนือ-ใต้ และ ตะวันออก-ตะวันตก ซึ่งคำนวณจากค่าความแตกต่างระหว่างค่ายีออยด์ความโน้มถ่วงพิภพ THAI12G กับค่ายีออยด์ที่คำนวณจากความสูงจีพีเอสและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานเกาะหลัก (N_{KoLak}) จำนวน 200 สถานี (ดังแสดงในรูปที่ 8.1) โดยวิธีการปรับแก้แบบลีสแคว์รบนพื้นฐานของสมการในระนาบ (1st order polynomial function: นั่นคือ $f(x,y) = a_0 + a_1x + a_2y$) ก็เพียงพอต่อการคำนวณ ได้ค่าประมาณดังแสดงในตารางที่ 8.3 จะสังเกตว่าแบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพ THAI12G มีระยะเบี่ยงเบนโดยเฉลี่ยจากพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลักประมาณ +0.719 ม. และมีความเอนเอียงในแนวเหนือ-ใต้ ค่อนข้างมากซึ่งมีค่าเท่ากับ −0.121 mm/km (หรือ ppm) ความเบี่ยงเบนและความเอนเอียงนี้สะท้อนถึงองค์ประกอบของโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงยาวและปานกลางของ EGM2008 ที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพและพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลักได้เอนเอียงสัมพัทธ์กัน

Parameter	Estimated value
shift or bias	+0.719 m
tilt in East-West direction	−0.004 mm/km [ppm]
tilt in North-South direction	−0.121 mm/km [ppm]

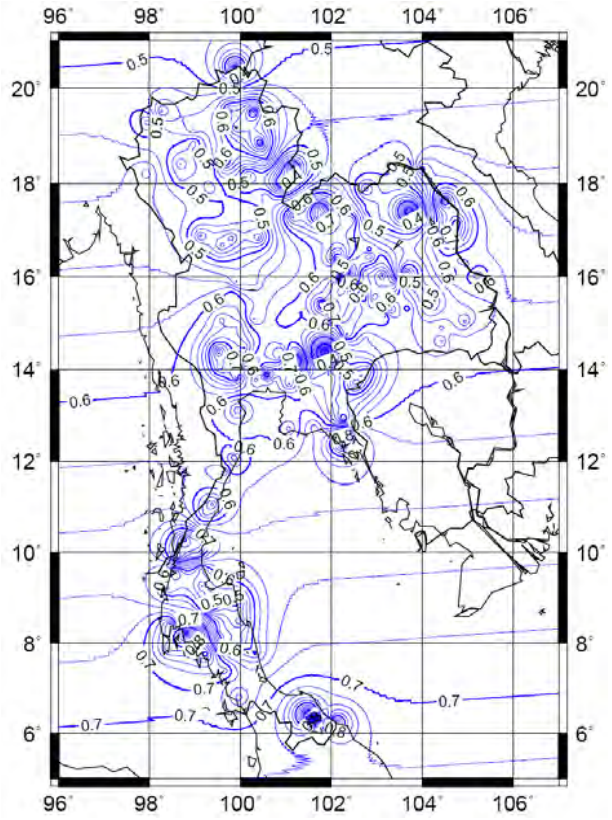
ตารางที่ 8.3 ค่าประมาณความเบี่ยงเบน (shift หรือ bias) และความเอนเอียง (tilt)

รูปที่ 8.4 แสดงผิวปรับเปลี่ยนที่ได้ผนวกรวมค่าแก้เนื่องจากความเบี่ยงเบนและความเอนเอียง และเมื่อนำผิวปรับเปลี่ยนมาลบกับยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพ THAI12G จะได้ยีออยด์ลูกผสม THAI12H (ดูรูปที่ 8.2 ประกอบ) ซึ่งเชื่อมโยงโดยตรงเข้ากับความสูงเหนือทรงรีอ้างอิงพื้นหลักฐานทางราบ WGS84 (WGS84 horizontal datum) และค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลัก จะเห็นว่าผิวปรับเปลี่ยนเป็นผิวเรียบและมีลักษณะที่คล้ายกับรูปที่ 8.1 จะสังเกตเห็นว่ามีความเอนเอียงตามแนวเหนือ-ใต้ คล้ายกัน โดยที่ค่าแก้บริเวณนอกอาณาเขตผืนแผ่นดินของประเทศไทย ชายฝั่งทะเลด้านตะวันออกและตะวันตก รวมถึงพื้นที่ทางทะเล มีความไม่น่าเชื่อถือสูง (high uncertainty) เนื่องจากไม่มีข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพจึงได้ใช้ทำการเติมข้อมูล (data padding) ในพื้นที่เหล่านี้ด้วยความโน้มถ่วงพิภพที่คำนวณจากสัมประสิทธิ์ฮาร์มอนิกส์ทรงกลมของ EGM2008 (รายละเอียดได้กล่าวไว้ในบทที่ 4)

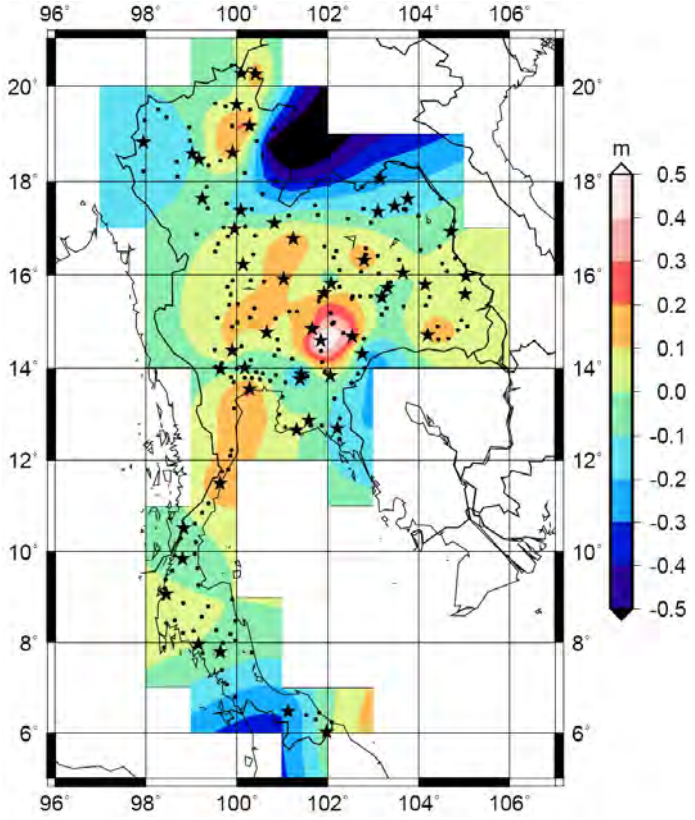
เพื่อทดสอบกระบวนการคำนวณที่ให้ได้มาซึ่งแบบจำลองยีออยด์ THAI12H มีความน่าเชื่อถือเพียงใด จึงได้คำนวณหาความแตกต่าง $N_{KoLak} - N$ ก่อนและหลังการใช้ผิวปรับแก้โดยใช้สถานีร่วมความสูงจีพีเอสและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลักจำนวน 200 สถานี-

Model	No. of points	Min (m)	Max (m)	Mean (m)	Rms (m)
none	200	−0.486	+0.398	+0.018	±0.145
	53 (check pts.)	−0.460	+0.460	+0.027	±0.182
I	200	−0.286	+0.216	+0.000	±0.037
	53 (check pts.)	−0.515	+0.508	−0.003	±0.158
II	200	−0.280	+0.205	+0.000	±0.051
	53 (check pts.)	−0.523	+0.544	−0.003	±0.162
III	200	−0.278	+0.207	+0.000	±0.047
	53 (check pts.)	−0.535	+0.570	−0.005	±0.165

ตารางที่ 8.4 ค่าสถิติของความแตกต่าง $N_{KoLak} - N$ หลังจากใช้ผิวปรับแก้จาก 200 สถานีร่วมจีพีเอสและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลัก สามแบบจำลองโควาเรียน และใช้ 53 สถานีร่วมความสูงจีพีเอสและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลักในการตรวจสอบความถูกต้อง



รูปที่ 8.4 ผิวปรับเปลี่ยนหรือปรับแก้ระหว่างแบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพ THAI12G และยีออยด์ลูกผสม THAI12H ที่มีองค์ประกอบของการปรับแก้ความเบี่ยงเบนและความเอนเอียงรวมอยู่ด้วย (ช่วงของเส้นชั้นความสูง 0.02 เมตร)



รูปที่ 8.5 ความแตกต่างระหว่างความสูงยีออยด์จาก THAI12H และสถานีตรวจสอบ 53 สถานี (แสดงด้วยจุดดาว "★"); สถานีอ้างอิง 200 สถานีแทนด้วยจุดกลมสีดำ "●"

ดังแสดงเป็นสัญลักษณ์รูปจุดกลมดำ "●" ในรูปที่ 8.5 ตารางที่ 8.4 แสดงค่าทางสถิติโดยจะสังเกตเห็นว่าค่า rms ก่อนคำนวณหาผิวการปรับแก้มีขนาดเท่ากับ ±0.145 ม. หลังจากการใช้ผิวปรับแก้แล้ว จะเห็นว่าแบบจำลองโควาเรียนทั้งสาม (ดูรูปที่ 8.3 ประกอบ) ให้ค่า rms ที่มีขนาดลดลงอย่างมีนัยสำคัญเมื่อเปรียบเทียบกับกรณีก่อนการใช้ผิวปรับแก้ แบบจำลองที่ I น่าจะเหมาะสมที่สุดในการคำนวณหาผิวปรับแก้เพื่อให้ได้แบบจำลองยีออยด์ลูกผสมเนื่องจากค่า rms เท่ากับ ±0.037 ม. ซึ่งน้อยกว่าแบบจำลองที่ II (rms = ±0.051 ม.) และแบบจำลองที่ III (rms = ±0.047 ม.)

เมื่อพิจารณาที่สถานีตรวจสอบจำนวน 53 สถานี ซึ่งแสดงสัญลักษณ์รูปวงกลม "★ " ในรูปที่ 8.5 พบว่าค่า rms ก่อนการใช้ผิวปรับแก้มีค่าเท่ากับ ±0.182 ม. หลังการใช้ผิวปรับแก้แบบจำลองโควาเรียนแบบที่ I ให้ค่า rms น้อยที่สุด นั่นคือ มีค่าเท่ากับ ±0.158 ม. (ดูตารางที่ 8.4 ประกอบ) เมื่อเทียบกับแบบจำลองที่ II และ III มีค่า rms เท่ากับ ±0.162 ม. และ ±0.165 ม. ตามลำดับ อย่างไรก็ตามถึงแม้ว่าค่าทางสถิติจากการใช้แบบจำลองโควาเรียนไม่แตกต่างจากกรณีก่อนใช้ผิวปรับแก้อย่างมีนัยสำคัญ (อาจจะอธิบายได้ว่าน่าจะมีสาเหตุมาจากความคลาดเคลื่อนของข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพ ความเบาบางหรือไม่มีข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพในบางพื้นที่ แบบจำลองความสูงเชิงเลข และกระบวนการ ในการคำนวณหาผิวยีออยด์) แต่ค่าทางสถิติก็ยังแสดงให้เห็นถึงแนวโน้มที่ดีขึ้นของการปรับปรุงความถูกต้องของผิวยีออยด์หลังจากการใช้ผิวปรับแก้

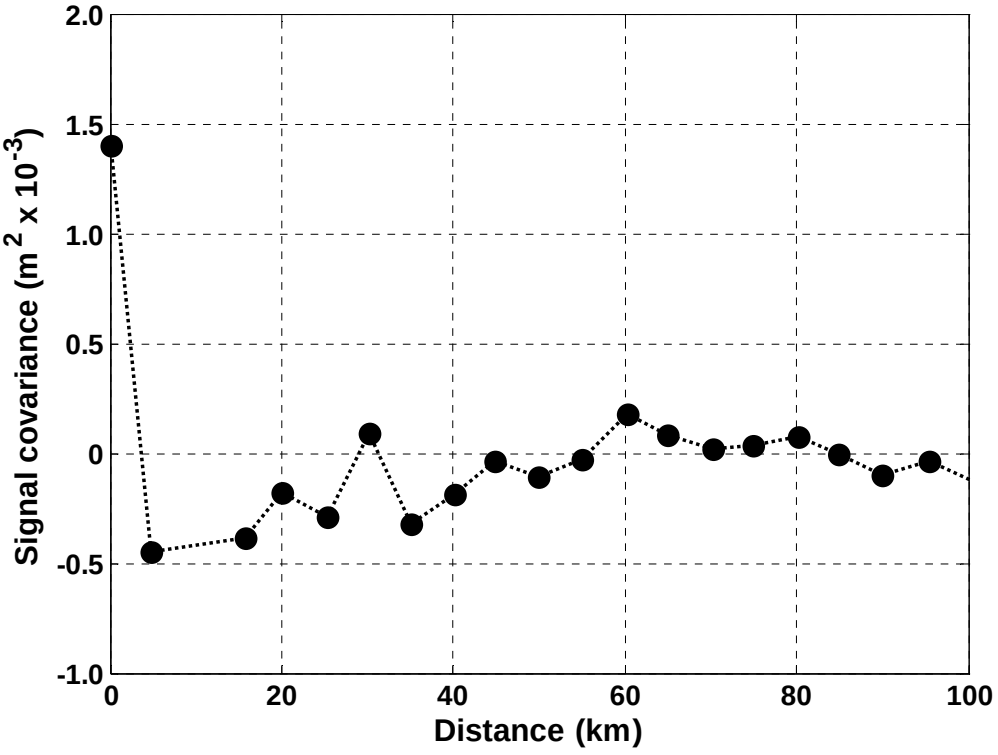
ในการเปรียบเทียบค่าความสูงยีออยด์ THAI12H กับค่าที่ได้จากสถานีตรวจสอบ 53 สถานีดังแสดงในรูปที่ 8.5 ตารางที่ 8.5 แสดงค่าสถิติของความแตกต่างพร้อมทั้งเปรียบเทียบกับค่าความสูงยีออยด์จาก THAI12G EGM2008 และ EGM96 จะสังเกตเห็นว่า THAI12H ให้ความถูกต้องที่สุด ความแตกต่างมีขนาดโตที่สุดประมาณ 50 - 52 ซม. บริเวณทางตอนเหนือ (ประมาณ ϕ = 19º และ λ = 101º) และตะวันออก ประมาณ (ϕ = 14.6º และ λ = 102º) ของประเทศ อย่างไรก็ตามค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) อยู่ที่ ±16.0 ซม. จากตารางที่ 8.5 นี้ทำให้ทราบว่าค่า S.D. (=±18.0 ซม.) ของ THAI12G แทบจะไม่แตกต่างจากค่า S.D. (=±18.2 ซม.) ของ EGM2008

Model	Min	Max	Mean	S.D.	rms
THAI12H	−0.515	+0.508	−0.003	±0.160	±0.158
THAI12G	+0.058	+0.929	+0.586	±0.180	±0.611
EGM2008	+0.110	+0.911	+0.583	±0.182	±0.609
EGM96	−0.469	+1.157	+0.518	±0.310	±0.602

ตารางที่ 8.5 ค่าสถิติของความแตกต่างระหว่างความสูงยีออยด์ประเภทต่างๆเปรียบเทียบกับความสูงยีออยด์จากสถานีตรวจสอบ 53 สถานี (หน่วยเป็นเมตร)

ดังนั้นเราสามารถกล่าวได้ว่า EGM2008 สามารถใช้หาความสูงยีออยด์ในการแปลงความสูงเหนือทรงรีให้เป็นความสูงออร์โทเมตริกได้ ถ้าหากว่า EGM2008 กลมกลืนแนบชิดกับพื้นหลักฐานทางดิ่งที่เกาะหลัก

รูปที่ 8.6 แสดงฟังก์ชั่นเอมไพริคัลโควาเรียน (แสดงด้วยเส้นประจุดสีดำ) ของค่าเศษเหลือของความแตกต่าง $N_{KoLak} - N$ (ยีออยด์ลูกผสม) ที่สถานีร่วม 200 สถานี จะสังเกตเห็นว่าเส้นกราฟมีลักษณะเป็นยอดแหลมที่ระยะ 0 กม. และลดลงอย่างรวดเร็ว การลดลงของค่าโควาเรียนนี้ได้บ่งชี้ถึงกระบวนการทำให้เกิดการไม่มีสหสัมพันธ์หรือกระบวนการไวท์นอยส์ (uncorrelated or white-noise process) ของค่าเศษเหลือที่ระยะห่าง (ระยะสหสัมพันธ์) มากกว่า 5 กม. โดยประมาณ เมื่อเปรียบเทียบกับเส้นกราฟของฟังก์ชั่นเอมไพริคัลโควาเรียนของค่าเศษเหลือของความแตกต่างก่อนการใช้ผิวปรับแก้ ในรูปที่ 8.3 (จุดสีดำ) ซึ่งมีระยะสหสัมพันธ์เท่ากับ 31.2 กม.



รูปที่ 8.6 ฟังก์ชั่นเอมไพริคัลโควาเรียน (เส้นประจุดสีดำ) ของค่าเศษเหลือของความแตกต่างระหว่างยีออยด์ที่คำนวณได้จากสถานีร่วมความสูงจีพีเอสและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลักจำนวน 200 สถานีและยีออยด์ลูกผสม

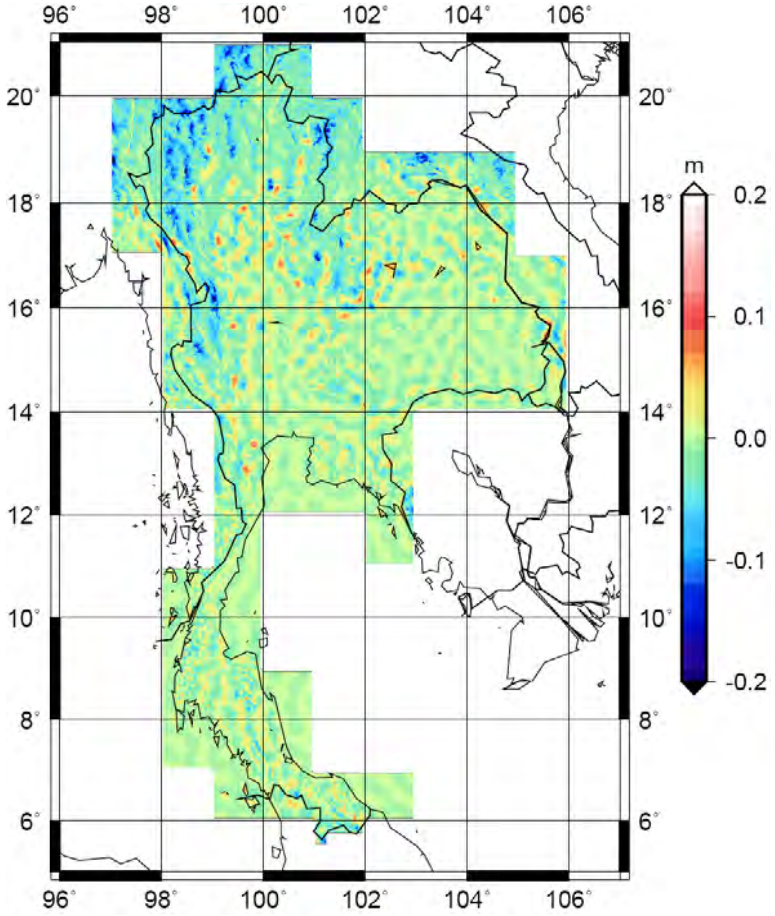
(ในกรณีของแบบจำลองเกาส์เสี่ยนโควาเรียนแบบ I ในตารางที่ 8.3) ส่วนค่าโควาเรียนที่ระยะ 0 กม. มีค่าเท่ากับ $(0.037)^2$ ม.^{2} ซึ่งแหล่งของความคลาดเคลื่อนที่ไม่มีสหสัมพันธ์ (uncorrelated error) 3.7 ซม. นี้ น่าจะมาจากความคลาดเคลื่อนของความสูงจีพีเอสในโครงข่ายหมุดความคุมทางราบและความคลาดเคลื่อนที่มีสาเหตุมาจากการเดินระดับด้วยมาตรฐานงานระดับชั้นต่ำ (low-order leveling

errors) ในบางสถานี ส่วนความเคลื่อนสหสัมพันธ์ (correlated errors) ระหว่างความคลาดเคลื่อนของความสูงจีพีเอส ความคลาดเคลื่อนที่มีสาเหตุมาจากการเดินระดับงานที่ต่ำกว่างานระดับชั้น 1 ความคลาดเคลื่อนของข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพ และความคลาดเคลื่อนจากกระบวนการประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพ สิ่งเหล่านี้ยากที่จะแยกแยะปริมาณที่แน่นอนออกจากกันได้

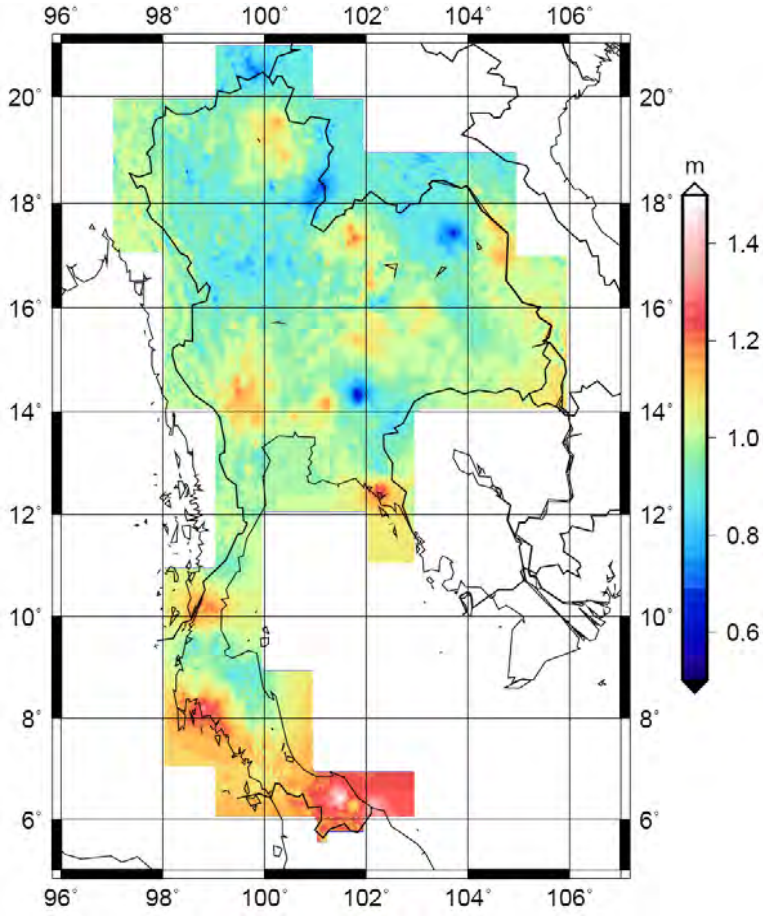
8.5 การเปรียบเทียบแบบจำลองยีออยด์กับ EGM2008

ความสูงยีออยด์สากล EGM2008 ที่คำนวณได้จากสัมประสิทธิ์ฮาร์มอนิกส์ทรงกลม (spherical harmonic coefficients) ที่มีมากถึง 2190 ดีกรีและ 2159 ออร์เดอร์ที่ถูกสร้างจากฐานข้อมูลกริดความโน้มถ่วงพิภพที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ 5 ลิปดา (หรือประมาณ 10 กม.) การประมาณค่าภายในช่วง (interpolation) สู่ขนาดกริดที่มีความละเอียดกว่า เช่น กริดขนาด 30 พิลิปดา (หรือประมาณ 1 กม.) จะได้ค่าโดยประมาณจากข้อมูลกริดขนาด 5 ลิปดา ดังนั้นเมื่อนำแบบจำลองยีออยด์ที่มีความละเอียดของข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่ละเอียดกว่า ในที่นี้คือความละเอียดเชิงพื้นที่ 30 พิลิปดา มาเปรียบเทียบกับ EGM2008 จะทำให้เห็นความแตกต่างระหว่างผิวทั้งสองชัดเจนขึ้น

รูปที่ 8.7 แสดงความแตกต่างระหว่างยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพ THAI12G และ EGM2008 ซึ่งมีค่าแปรเปลี่ยนในช่วงประมาณ −20 ซม. ถึง +10 ซม. จะเห็นได้ชัดว่าค่าแตกต่างมีขนาดใหญ่บริเวณพื้นที่ภาคเหนือและบางส่วนของภาคตะวันออกเฉียงเหนือซึ่งครอบคลุมละติจูดที่ 16 – 20 องศาเหนือและลองติจูดที่ 98 – 102 องศาตะวันออก และบางส่วนของภาคตะวันตกครอบคลุมพื้นที่ 14 – 16 องศาเหนือและลองติจูดที่ 98 – 100 องศาตะวันออก ความแตกต่างนี้อาจจะเกิดจากข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพที่วัดบนภาคพื้นดิน การเติมข้อมูล DEM ลงในพื้นที่ที่มีระดับความสูงของภูมิประเทศ หรือค่าแก้เนื่องจากสภาพภูมิประเทศ ดังนั้นจึงได้ตรวจสอบแบบจำลองทั้งสองอย่างอิสระต่อกัน โดยการเปรียบเทียบพื้นที่บริเวณนี้กับสถานีตรวจสอบ 18 สถานี (จากจำนวนทั้งหมด 53 สถานีที่แสดงในรูปที่ 8.5) ได้ค่า rms เท่ากับ ±56.8 ซม. (ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานหรือ standard deviation (S.D.) เท่ากับ ±17.6 ซม.) สำหรับแบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพ THAI12G ในขณะที่ค่า rms สำหรับ EGM2008 มีค่าเท่ากับ ±56.5 ซม. (S.D. = ±18.1 ซม.) สำหรับพื้นที่ตรวจสอบส่วนล่างที่อยู่ต่ำกว่าละติจูดที่ 12 องศาเหนือได้ใช้สถานีตรวจสอบจำนวน 8 สถานี พบว่าค่า rms เท่ากับ ±67.4 ซม. (S.D. = ±9.6 ซม.) และ ±67.2 ซม. (S.D. = ±11.2 ซม.) สำหรับแบบจำลอง THAI12G และ EGM2008 ตามลำดับ จากค่าทางสถิติ (S.D.) เหล่านี้ได้แสดงถึงการลดทอน omission error ของ EGM2008 ในพื้นที่ตรวจสอบ อย่างไรก็ตามถึงแม้ว่าแบบจำลองชนิดความโน้มถ่วงพิภพจะมีความถูกต้องดีขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับ EGM2008 แต่ทว่าความเบี่ยงเบน (shift หรือ bias) ยังมีขนาดใหญ่ใกล้เคียงกับขนาดของ EGM2008



รูปที่ 8.7 ความแตกต่างระหว่างยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพ THAI12G และยีออยด์สากล EGM2008



รูปที่ 8.8 ความแตกต่างระหว่างยีออยด์ลูกผสม THAI12H และ ยีออยด์สากล EGM2008

โดยมีค่าสูงถึงประมาณ 70 ซม. ซึ่งเป็นผลมาจากความเบี่ยงเบนและความเอนเอียงของแบบจำลองทั้งสองเทียบกับพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลัก

รูปที่ 8.8 แสดงความแตกต่างระหว่างยีออยด์ลูกผสม THAI12H และ EGM2008 ซึ่งมีค่าแปรเปลี่ยนในช่วงประมาณ 50 ซม. ถึง 140 ซม. โดยเฉพาะพื้นที่ทางเหนือ ตะวันออกและพื้นที่ต่ำกว่าละติจูดที่ 9 องศาเหนือลงมา พื้นที่เหล่านี้ได้แสดงถึงการปรับปรุงผิวยีออยด์จากผิวปรับแก้ การเปรียบเทียบยีออยด์ลูกผสมกับสถานีตรวจสอบตามพื้นที่เดียวกันกับที่ได้ระบุในย่อหน้าที่แล้วพบว่าพื้นที่ทางตอนเหนือ ค่า rms ลดลงเหลือ ±15.8 ซม. (S.D. = ±16.2 ซม.) และพื้นที่ส่วนที่อยู่ต่ำกว่าละติจูดที่ 12 องศาเหนือ ค่า rms ลดลงเหลือ ±11.8 ซม. (S.D. = ±12.2 ซม.) ส่วนค่า shift ของทั้งสองพื้นที่ลดลงต่ำกว่า 3 ซม. ผลทางสถิติเหล่านี้แสดงถึงความคลาดเคลื่อนที่ลดลงอย่างมีนัยสำคัญในแบบจำลองยีออยด์ลูกผสม THAI12H

นอกจากนี้ยังได้ทำการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองยีออยด์ THAI12H โดยการเปรียบเทียบกับสถานีร่วมจีพีเอสและความสูงออร์โทเมตริกที่ได้จากการรังวัดด้วย GPS และการเดินระดับแบบ differential leveling มาตรฐานงานชั้นสาม บริเวณพื้นที่ หมู่บ้านกู่ฮ่อสามัคคี อ. จอมทอง จ. เชียงใหม่ และ ชุมชนบ้านฮวก กิ่งอำเภอภูซาง จ. พะเยา ดังแสดงในภาคผนวก ค ซึ่งพื้นที่ทั้งสองมีขนาดไม่ใหญ่มาก ประมาณ 1×1 ตารางกิโลเมตร และ 5×5 ตารางกิโลเมตร ตามลำดับ แต่การเดินระดับเต็มไปด้วยความยากลำบากและใช้เวลาในการดำเนินการมากเนื่องจากพื้นที่มีลักษณะเป็นเนินและแอ่งเขา จากผลการเปรียบเทียบในภาคผนวก ค พบว่าค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความแตกต่างระหว่างความสูงยีออยด์จากสถานีร่วมและจาก THAI12H มีค่าเท่ากับ ±2 ซม. และ ±5 ซม. ตามลำดับ อย่างไรก็ตามค่า rms ของทั้งสองพื้นที่มีค่าเท่ากับ ±1.523 ม. และ ±0.280 ม. ซึ่งมีขนาดใหญ่ สาเหตุอาจจะเนื่องมาจากความบิดเบี้ยวของแบบจำลองเองหรือค่าระดับเริ่มต้นที่ได้จากการเดินระดับ อาจจะไม่ได้อ้างอิงกับพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลักในพื้นที่ หมู่บ้านกู่ฮ่อสามัคคี ซึ่งยากแก่การตรวจสอบเนื่องจากหมุดหลักฐานทางดิ่งของกรมแผนที่ทหารอยู่ห่างจากพื้นที่ดำเนินการมาก (ประมาณ 20 กม.) ซึ่งต้องใช้งบประมาณในการดำเนินการสูงจึงไม่สามารถตรวจสอบได้ ส่วนพื้นที่ศึกษา ชุมชนบ้านฮวก ได้ทำการถ่ายระดับจากที่ว่าการองค์กรบริหารส่วนตำบลกิ่งอำเภอภูซาง ซึ่งเป็นหมุดระดับประเภทงานชั้นสามที่ถ่ายมาจากหมุดหลักฐานทางดิ่งชั้นหนึ่งของกรมแผนที่ทหาร ที่อนุสาวรีย์ผู้เสียสละ อ. เชียงคำ จึงทำให้ค่า rms มีขนาดเล็กกว่าพื้นที่หมู่บ้านกู่ฮ่อสามัคคี แต่อย่างไรก็ตามหมุดหลักฐานทางดิ่งนี้อยู่ห่างไกลจากพื้นที่ชุมชนบ้านฮวกประมาณ 30 กม. จึงทำให้การประเมินผลยากแก่การยืนยันได้ว่า rms ที่มีขนาดใหญ่นั้นเกิดจากความเบี่ยงเบนของ THAI12H และพื้นหลักฐานทางดิ่งที่เกาะหลักหรือความคลาดเคลื่อนสะสมที่เกิดจากจากการเดินระดับในระยะทางไกล

บทที่ 9
สรุปผลการดำเนินงานวิจัย

แบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นบริเวณประเทศไทย มีความละเอียดเชิงพื้นที่เท่ากับ 30" × 30" ครอบคลุมพื้นที่บริเวณละติจูด 5° – 21° เหนือ และ ลองติจูด 96° – 107° ตะวันออก จากสถานีวัดความโน้มถ่วงพิภพ จำนวน 3949 สถานี และข้อมูล DEM ความละเอียดเชิงพื้นที่เท่ากับ 3" × 3" ถูกนำมาใช้ในการคำนวณหาค่าแก้เนื่องจากสภาพภูมิประเทศ วิธีการคำนวณได้ใช้เทคนิค remove-compute-restore และ 1-D Spherical FFT โดยที่โครงสร้างความยาวคลื่นช่วงยาวของยีออยด์ถูกควบคุมด้วย EGM2008 ผลการคำนวณเปรียบเทียบแบบจำลอง กับความสูงยีออยด์ที่คำนวณได้จากความสูงเหนือทรงรี WGS84 และความสูงออร์โทเมตริกอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลักที่สถานีร่วมจำนวน 265 สถานี พบว่า แบบจำลองมีความคลาดเคลื่อน (หรือความถูกต้อง) ของความกระชับประมาณ ±27.3 ซ.ม. (root mean squares error หรือ rms)

เพื่อที่จะปรับปรุงแบบจำลองให้มีความถูกต้องมากขึ้นจึงขยายพื้นที่ในการคำนวณครอบคลุมพื้นที่ ละติจูด 5° – 25° เหนือ และ ลองติจูด 95° – 110° ตะวันออก อีกทั้งได้พัฒนาวิธีการประมาณความโน้มถ่วงพิภพช่วงความยาวคลื่นสั้นในส่วนที่แบบจำลองยีออยด์ขาดหายไป โดยเฉพาะบริเวณเทือกเขาที่ยังไม่มีการวัด โวยวิธีการประมาณด้วยแบบจำลองภูมิประเทศเศษเหลือ (Residual Terrain Model หรือเขียนย่อว่า RTM) เป็นวิธีหนึ่งที่ เหมาะสำหรับพื้นที่ที่มีภูมิประเทศเป็นเทือกเขาที่ไม่สามารถเข้าถึงได้ [16] ซึ่ง Hirt et al. (2010) ได้ศึกษาวิจัยไว้ วิธีนี้มีพื้นฐานมาจากการนำเอาความโน้มถ่วงพิภพที่ได้จากมวลสารที่ให้ช่วงความยาวคลื่นยาวออก คำนวณหาเฉพาะส่วนที่แปรเปลี่ยนของภูมิประเทศซึ่งสะท้อนถึงความยาวคลื่นช่วงสั้น โดยการทดสอบการการคำนวณหาผิวยีออยด์โดยวิธี 2D-FFT ซึ่งมีความรวดเร็ว (20วินาทีต่อการคำนวณหนึ่งผิวยีออยด์) กว่าวิธี 1-D Spherical FFT มาก (22 ชม. ต่อการคำนวณหนึ่งผิวยีออยด์) เพื่อทดสอบประสิทธิภาพของวิธี RTM เนื่องจากต้องคำนวณทดสอบหลายครั้ง และจากการเปรียบเทียบกับความสูงยีออยด์ที่คำนวณจากสถานีร่วมจีพีเอสและค่าระดับ 265 สถานีชุดเดียวกัน พบว่า แบบจำลองมีความคลาดเคลื่อน (หรือความถูกต้อง) ประมาณ ±22.5 ซ.ม. (rms) ในการตรวจสอบความคลาดเคลื่อนเฉพาะแห่งพบว่าความคลาดเคลื่อนขนาดใหญ่มีสาเหตุมาจากหลายปัจจัย เช่น คุณภาพการวัดความสูงของสถานีความโน้มถ่วงพิภพที่วัด ระดับความละเอียดเชิงพื้นที่ที่ข้อมูลที่รังวัดต่อการกำหนดความละเอียดเชิงพื้นที่ของแบบจำลองยีออยด์ ยกตัวอย่างเช่น พื้นที่บริเวณภาคเหนือตอนบน ข้อมูลที่วัดความละเอียดเชิงพื้นที่ 3 ลิปดา omission errors อาจจะค่าสูงถึง 10 ซม. และหากต้องการลดทอนสู่ระดับ 2 ซม. จะต้องทำการวัดข้อมูลเพิ่มให้มีการกระจายตัวที่ความละเอียดเชิงพื้นที่ไม่ต่ำกว่า 3 ลิปดา

จากผลการทดลองคำนวณหายีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพในบทที่ 7 ทำให้สามารถทราบความคลาดเคลื่อน จากแบบจำลองเมื่อเปรียบเทียบกับค่ายีออยด์ที่คำนวณได้จากหมุดร่วมจีพีเอสและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งที่เกาะหลักจำนวน 265 สถานี ประมาณ $\pm$1.00 ม. และ $\pm$0.226 ม. ก่อนและหลังการขจัดความเอนเอียง (tilt) และความบิดเบี้ยว (distortion) อย่างไรก็ตาม จากบทที่ 8 พบว่ามีสถานีร่วมจีพีเอสจำนวน 12 สถานีที่กระจายอยู่บริเวณภาคต่างๆ มีขนาดใหญ่ผิดปกติ ดังนั้นเพื่อให้ได้แบบจำลองยีออยด์ที่เหมาะสมจึงได้สุ่มเลือก 200 สถานี และขจัดค่าดีกรีศูนย์ (N_0 = $-$41 cm) ของ EGM2008 ออก เนื่องจากค่านี้เป็นค่าเบี่ยงเบนเพื่อกระชับกับผิวน้ำทะเลเฉลี่ยทั้งโลก (global mean sea level) แต่ในการคำนวณนี้ต้องการหาความเบี่ยงเบนท้องถิ่นเพื่อกระชับกับพื้นหลักฐานทางดิ่งที่เกาะหลักของประเทศไทย ทำให้ได้แบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพเบื้องต้นที่มีชื่อว่า THAI12G

โดยการผนวกความสูงเหนือยีออยด์ THAI12G หรือใช้สัญลักษณ์ N ความสูงเหนือทรงรีหรือใช้สัญลักษณ์ h_{WGS84} และความสูงออโทเมตริกหรือ H_{KoLak} บนพื้นฐานของหลักการปรับแก้ทางสถิติแบบกำลังสองน้อยที่สุดด้วยเทคนิคลีสแคว์รคอลโลเคชั่น จากผลการทดลองในบทที่ 8 ทำให้ทราบว่า สมการโพลิโนเมียลดีกรีหนึ่งก็เพียงพอต่อการคำนวณ ซึ่งมีนัยว่าพื้นหลักฐานทางดิ่งที่เกาะหลักอาจจะเป็นแหล่งของความคลาดเคลื่อนในช่วงความยาวคลื่นขนาดกลาง มีค่าความเอนเอียงทางแนวเหนือ-ใต้ เท่ากับ $-$0.121 mm/km [หรือ ppm] มีขนาดโตมากกว่าทางตะวันตก-ตะวันออก ($-$0.004 mm/km [หรือ ppm]) ส่วนค่าเบี่ยงเบนเฉลี่ยระหว่าง THAI12G และพื้นหลักฐานทางดิ่งที่เกาะหลักมีค่าเท่ากับ +0.719 ม. ในการเปรียบเทียบค่าความสูงยีออยด์ THAI12H กับค่าที่ได้จากสถานีตรวจสอบ 53 สถานี ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) อยู่ที่ $\pm$16.0 ซม. และค่า rms = $\pm$15.8 ซม.) และจากผลการทดสอบความถูกต้องของความสูงยีออยด์ THAI12H บริเวณพื้นที่ หมู่บ้านกู่ฮ่อสามัคคี อ. จอมทอง จ. เชียงใหม่ และ ชุมชนบ้านฮวก กิ่งอำเภอภูซาง จ. พะเยา ซึ่งพื้นที่ทั้งสองมีขนาดไม่ใหญ่มาก ประมาณ 1$\times$1 ตารางกิโลเมตร และ 5$\times$5 ตารางกิโลเมตร ตามลำดับ พบว่าค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความแตกต่างระหว่างความสูงยีออยด์จากสถานีร่วมและจาก THAI12H มีค่าเท่ากับ $\pm$2 ซม. และ $\pm$5 ซม. ตามลำดับ อย่างไรก็ตาม rms ของทั้งสองพื้นที่มีค่าเท่ากับ $\pm$1.523 ม. และ $\pm$0.280 ม. ซึ่งมีขนาดใหญ่ สาเหตุอาจจะเนื่องมาจากความบิดเบี้ยวของแบบจำลองเองหรือความคลาดเคลื่อนสะสมที่เกิดจากจากการเดินระดับในระยะทางไกล

ผลทางสถิติเหล่านี้ได้แสดงถึงความคลาดเคลื่อนของยีออยด์ THAI12H ยังคงหลงเหลืออยู่ โดยอาจจะมาจากปัจจัยต่างๆ เช่น ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพ แบบจำลองความสูงเชิงเลข (DEM) สถานีโครงข่ายความสูงจีพีเอสอ้างอิงพื้นหลักฐานทางราบ WGS84 สถานีโครงข่ายค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลัก กระบวนการในการคำนวณยีออยด์ เป็นต้น สาเหตุเหล่านี้จำเป็นที่จะต้องมีการศึกษาวิจัยอย่างละเอียดต่อไป ประกอบกับการวัดความโน้มถ่วงพิภพเพิ่มเติมบริเวณ

พื้นที่ที่ยังไม่มีการรังวัด หรือการวัดข้อมูลใหม่ทดแทนข้อมูลที่เก่าซึ่งได้ดำเนินการวัดมาก่อน ปี พ.ศ. 2534 เพื่อที่จะได้พัฒนาแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นบริเวณประเทศไทยให้มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น ซึ่งจะสามารถนำไปใช้ในการพัฒนาระบบความสูงที่ทันสมัยและยั่งยืน (sustainable and modernized height system) สามารถใช้ควบคู่กับเทคโนโลยีจีพีเอสในการหาค่าความสูงของภูมิประเทศได้อย่างถูกต้องและรวดเร็ว โดยที่ไม่จำเป็นที่จะต้องใช้สถานีควบคุมทางดิ่งในการอ้างอิงความสูงบนภาคพื้นดิน

บรรณานุกรม

หมวดภาษาไทย

[1] ร.อ. กาญจนะดิษฐ์ ใยเกตุ, 2548. การสำรวจวางโครงหมุดหลักฐานทางราบแห่งชาติ กองยีออเดซีและยีออฟิสิกส์ กรมแผนที่ทหาร กองบัญชาการทหารกองทัพไทย

[2] พ.อ. ชัยวัฒน์ พรมทอง พ.ต. ศรายุทธ อยู่สำราญ ร.อ. เกรียงไกร บุญเติม และ ร.อ. กาญจนะดิษฐ์ ใยเกตุ 2549 ค่าความสูงออร์โธเมตริกจากการสำรวจด้วยดาวเทียมระบบ GPS ในประเทศไทย กองยีออเดซีและยีออฟิสิกส์ กรมแผนที่ทหาร กองบัญชาการทหารกองทัพไทย

[3] ชุดสำรวจความโน้มถ่วงพิภพสนาม รายงานผลการสำรวจแผนที่สนามโครงการยีออเดซี่และยีออฟิสิกส์ประจำปี งบประมาณ 2550 กองยีออเดซีและยีออฟิสิกส์ กรมแผนที่ทหาร กองบัญชาการทหารกองทัพไทย

[4] ระดับน้ำในน่านน้ำไทย. ที่ระลึกวันคล้ายวันสถาปนากรมอุทกศาสตร์ ครบรอบ ๘๖ ปี กรมอุทกศาสตร์ กองทัพเรือ

[5]พุทธิพล ดำรงชัย พ.อ. ศุภฤกษ์ ชัยชนะ พ.อ. จารุทัศน์ จันทรนิมะ และ พ.อ. หัสฎี วงศ์อิศเรศ, 2551. การคำนวณหาจีออยด์บริเวณประเทศไทยขั้นต้น การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติครั้งที่ 13, 14-16 พฤษภาคม 2551, พัทยา, ชลบุรี.

[6] พ.อ. เอื้อมเกียรติ เจริญสม, 2547. การปรับแก้โครงข่ายหมุดหลักฐานทางดิ่งแห่งชาติตอนบนของเกาะหลัก พ.ศ. 2547 กองยีออเดซีและยีออฟิสิกส์ กรมแผนที่ทหาร กองบัญชาการทหารกองทัพไทย

[7] พ.อ. เอื้อมเกียรติ เจริญสม, 2549 การพัฒนาโครงข่ายหมุดหลักฐานทางราบแห่งชาติ กองยีออเดซีและยีออฟิสิกส์ กรมแผนที่ทหาร กองบัญชาการทหารกองทัพไทย

[8] พ.อ. เอื้ยมเกียรติ เจริญสม, 2549. การสำรวจความถ่วงพิภพ กองยีออเดซีและยีออฟิสิกส์ กรมแผนที่ทหาร กองบัญชาการทหารกองทัพไทย

[9] พ.อ. เอื้ยมเกียรติ เจริญสม, 2549. การสำรวจวางโครงข่ายหมุดหลักฐานทางดิ่งแห่งชาติ กองยีออเดซีและยีออฟิสิกส์ กรมแผนที่ทหาร กองบัญชาการทหารกองทัพไทย

[10] อิทธิ ตริสิริสัตยวงศ์ เฉลิมชนม์ สถิระพจน์ น.อ. สมมาตร์ เนียมนิล และ อานนท์ สนิทวงศ์ ณ อยุธยา, 2551. อัตราการเพิ่มระดับน้ำทะเลเฉลี่ยในอ่าวไทย การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติครั้งที่ 13, 14-16 พฤษภาคม 2551, พัทยา, ชลบุรี.

หมวดภาษาอังกฤษ

[10a] Abeyratne, P.G.V., Featherstone, W.E., and Tantrigoda, D.A. (2009). External Quality Evaluation Reports of EGM08. Newton's bulletin No 4, IAG, p. 284.

[11] Akima, H., 1974. A method of bivariate interpolation and smooth surface fitting based on local procedures. Communications of the ACM, 17(1): 18-20.

[11a] Akima, H. (1978). A method of bivariate interpolation and smooth surface Fitting for values given at irregularly distributed points. ACM Transactions on Mathematical Software, 4(2): 148-164.

[12] Bajracharya, S. 2003. Terrain effects on geoid determination. UCGE Reports, Dept. of Geomatics Engineering, U. of Calgary, Alberta, Canada.

[13] Bossler, J.D., 1984 . Standards and Specifications for Geodetic Control Networks. Federal Geodetic Control Committee, Rockville, MaryLand, USA.

[14] Brigham, E.O., 1988. The Fast Fourier Transform (FFT) and its Applications. Prentice Hall, NJ.

[14a] Claessens, S.J., Hirt, C., Amos, M.J., Featherstone, W.E., and Kirby, J.F. (2011). The NZGEOID09 model of New Zealand. Survey Review, Vol. 43(319), 2-15.

[15] Denker, H., J.-P. Barriot, R. Barzaghi, R. Forsberg, J. Ihde, A. Kenyeres, U. Marti, I.N. Tziavos 2005. Status of the European Gravity and Geoid Project EGGP. In: C. Jekeli, L. Bastos, J. Fernandes (eds.): Gravity, Geoid and Space Missions - GGSM2004, IAG Internat. Symp., Porto, Portugal, 2004. IAG Symp., Vol. 129, 125-130, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, USA.

[15a] Featherstone, W.E., Kirby, J.F., Kearsley, A.H.W., Gilliland, J.R., Johnston, G.M., Steed, J., Forsberg, R., and Sideris, M.G. (2001). The AUSGeoid98 geoid model of Australia: data treatment, computations and comparisons with GPS-levelling data. J. of Geodesy, 75: 313-330.

[15b] Featherstone, W.E., Kirby, J.F., Hirt, J.E., Filmer, M.S., Claessens, S.J., Brown, N.J., Ha., G., and Johnston, G.M. (2010). The AUSGeoid09 model of Australian height datum. J. of Geodesy, 75: 313-330.

[16] Forsberg, R., 1984. A study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity field modeling. OSU Report, Dept. of Geodetic Science and Surveying, Ohio State U., Columbus, USA.

[17] Forsberg, R., 2005. Toward a-cm geoid for Malaysia. Danish National Space Center. 12-13 May 2005. Kuala Lumper, Malaysia.

[17a] Haagmans, R., de Min, E., and van Gelderen, M. (1993). Fast evaluation of convolution integrals on the sphere using 1D FFT, and a comparison with existing methods for Stokes' integral. Menuscript Geodetica, 18(5): 227-241.

[18] Heiskanen, W.A. and H. Moritz,1979. Physical Geodesy. San Francisco.

[19] Hirt, C., W.E. Weatherstone and U. Marti, 2010. Combining EGM2008 and SRTM/DTM2006.0 residual terrain model data to improve quasigeoid computation in mountaninous areas devoid of gravity data. J. of Geodesy, 84: 557-567.

[20] Jekeli, C., H.J. Yang, and J.H. Kwan, 2009. Using gravity and topography-implied anomalies to assess data requirement s for precise geoid computation. J. of Geodesy, 83: 1193-1202.

[21] Johnston, G.M. and W.E. Featherstone, 1998. AUSGEOID98: A new gravimetric geoid for Australia. Proceedings of the 24th National Surveying Conference of the Institute of Engineering and Mining Surveyors, Australia, 27th September – 3rd October 1998.

[21a] Kenyon, S, Factor, J., Pavlis, N., and Holmes, S. (2007). Towards the next earth gravitational model. Proceedings in SEG 2007, 23 - 28 September 2007, San Antonio, Texas, US.

[22] Lemoine, F.G., et al,1998. The development of the joint NASA GSFC and NIMA Geopotential Model EGM96. NASA/TP-1998-206861.

[23] Moritz, H., 1980. Advanced Physical Geodesy. Herbert Wichman Verlag, Karlsruhe.

[24] Pavlis, N.K., S.A. Holmes, S.C. Kenyon, and J.K. Factor, 2008. An Earth Gravitational Model to degree 2160: EGM2008. EGU General Assembly 2008, 13-18 April 2008, Austria.

[25] Roman, D., Y.M. Wang, J. Saleh, X. Li, and W. Weckman, 2009. USGG2009 & GEOID09: New geoid height models for surveying/GIS ACSM-MARLS-UCLS-WFPS Conference 2009, 20 FEB 2009, Salt Lake City, UT.

[26] Rodriguez, E., C.S. Morris, J.E. Belz, E.C. Chapin, J.M. Martin, W. Daffer, S. Hensley, 2005. An assessment of the SRTM topographic products, Technical Report JPL D-31639, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, California, 143 pp.

[27] Sansó, F. and R. Rummel,1997. Lecture Notes in Earth Sciences: GBVP in view of the One Centimeter Geoid. Springer.

[28] Smith, D.A, 2007. The GRAV-D project: gravity for the redefinition of of the American Vertical Datum. National Oceanic and Atmospheric Administration. US.

[29] Smith, D.A. and D.G. Milbert, 1999. The GEOID96 high-resolution geoid height model for the United States. J. of Geodesy, 73: 219-236.

[30] Smith, D.A. and D.R. Roman, 2001. GEOID99 and G99SSS: 1-arc-minute goeid models. J. of Geodesy, 75: 469-490.

[31] Smith, WHF and P. Wessel, 1990. Gridding with continuous curvature splines in tension. Geophysics, 55(3): 293-305.

[32] Strang, Van Hees, G., 1990. Stokes formula using fast Fourier techniques. Menuscr. Geod, 15(4): 235-239.

[33] Taib, A.K, T.C. Hua and A. bin Mohamed 2003. Geodesy in Malaysia. National report 2000-2003. Dept. of Survey and Mapping. Kuala Lumpur. Malaysia.

[34] Torge, W., 1989. Gravimetry. Walter deGruyter, Berlin.

[35] Vell, M.N.J.P., 2003. A new precise Co-geoid determined by spherical FFT for the Malaysian peninsula. Earth Planets Space, 55, 291-299.

[36] Wessel, P. (2009). The Generic Mapping Tools (GMT) Version 4.4.0, Technical reference and cookbook. School of Ocean and Earth Science and Technology. U. of Hawai'i at Mãnoa.

[37] Wichiencharoen, C., 1982. Fortran program for computing geoid undulations from potential coefficients and gravity anomalies. OSU Report, Dept. of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State U., USA.

[38] World Geodetic System 1984: its definition and relationships with local geodetic systems. 3rd edition, Technical Report. National Imaginary and Mapping Administration, Dept. of Defense, US.

[38a] You, R.J. (2006). Local geoid improvement using GPS and leveling data: case study. J. of Suv. Eng., 0733-9453(2006):132:3(101).

[38b] You, R.J. and Hwang, H.W. (2006). Coordinate Transformation between two geodetic datums of Taiwan by least-squares collocation. J. of Surv. Eng., 0733-9453(2006):132:2(64)

[39] Yun, H.S., 1999. Precise geoid determination by spherical FFT in and around the Korean peninsula. Earth Planets Space, 51, 13-18.

ภาคผนวก ก

ก.1 Spherical harmonic expansion of gravity anomaly

ณ. ตำแหน่งใดๆบนพื้นโลก เช่น spherical coordinate (r,θ,λ) เป็นต้น spherical harmonic expansion of gravity anomaly ยกตัวอย่างเช่น จากแบบจำลองสากล EGM2008 ที่มี degree (n) และ order (m) ถึง 2190 และ 2159 ตามลำดับ ได้ถูกกำหนดโดยสมการดังต่อไปนี้ (รายละเอียดเพิ่มเติมสามารถศึกษาได้ที่ [16] หน้า 82 ถึง 109)

$$\Delta g_{0,2190}(r,\theta,\lambda) = \frac{kM}{r^2}\sum_{n=0}^{2190}(n \quad 1)\left(\frac{R}{r}\right)^n \sum_{m=0}^{n}\left[\bar{a}_{nm}\bar{R}_{nm}(\theta,\lambda)+\bar{b}_{nm}\bar{S}_{nm}(\theta,\lambda)\right] \qquad (ก.1)$$

ก.2 Spherical harmonic expansion of geoid undulation

จากสมการ (ก.1) นั้นทำให้สามารถแปลงสมการให้อยู่ในรูปแบบของค่าความสูงของผิวจีออยด์เทียบกับผิวทรงรีอ้างอิงได้ดังสมการ (ก.2)

$$N_{0,2160}(r,\theta,\lambda) = \frac{kM}{r\gamma}\sum_{n=0}^{2160}\ \frac{R}{r}\ \ ^n \sum_{m=0}^{n}\left[\bar{a}_{nm}\bar{R}_{nm}(\theta,\lambda)+\bar{b}_{nm}\bar{S}_{nm}(\theta,\lambda)\right] \qquad (ก.2)$$

ที่ซึ่ง

kM	gravity-mass constant
γ	คือ ความโน้มถ่วงพิภพทางทฤษฎี
R	คือ ค่ารัศมีเฉลี่ยของลูกโลก
$\Delta g_{i,j}$	คือ แบบจำลอง gravity anomaly ที่ degree i และ order j
$N_{i,j}$	คือ แบบจำลองความสูงของจีออยด์ที่ degree i และ order j
$\bar{a}_{nm}$ และ $\bar{b}_{nm}$	คือ fully normalized coefficients of disturbing potential
$\bar{R}_{nm}$	คือ $\bar{P}_{nm}(\cos\theta)\cos(m\lambda)$
$\bar{S}_{nm}$	คือ $\bar{P}_{nm}(\cos\theta)\sin(m\lambda)$
$\bar{P}_{nm}$	คือ fully normalized Legendre functions

ก.3 Spherical harmonic expansion of elevation

แบบจำลองความสูง DTM2006.0 คำนวณได้จากสมการ (ก.3)

$$h_{0,2160}(\theta,\lambda) = \sum_{n=0}^{2160}\sum_{m=0}^{n}\left[\bar{A}_{nm}\bar{R}_{nm}(\theta,\lambda)+\bar{B}_{nm}\bar{S}_{nm}(\theta,\lambda)\right] \qquad (7.3)$$

ที่ซึ่ง

$\overline{A}_{nm}$ และ $\overline{B}_{nm}$ คือ fully normalized coefficients of elevation

$\overline{R}_{nm}$ คือ $\overline{P}_{nm}(\cos\theta)\cos(m\lambda)$

$\overline{S}_{nm}$ คือ $\overline{P}_{nm}(\cos\theta)\sin(m\lambda)$

$\overline{P}_{nm}$ คือ fully normalized Legendre functions

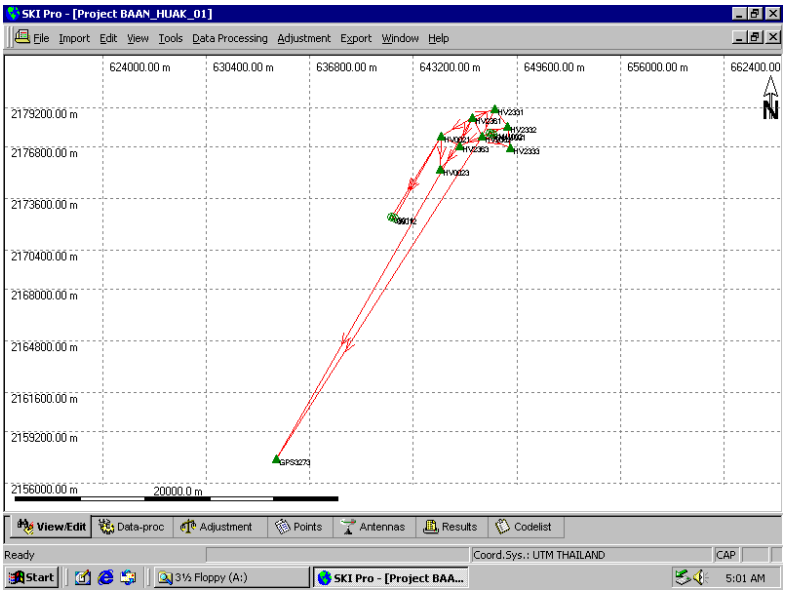
ภาคผนวก ข
โปรแกรมการคำนวณหาผิวจีออยด์บริเวณประเทศไทย

Code group	Code name	Functions
Interpolation and gridding	DELAU	Performing Deluanay Trianguation and estimating Free-air anomaly using DEM by fitting onto optimal (deluanay) triangle planes
	SURFACE	Gridding from regular/irregular points using spline curvature in tensions by GMT 4.4.0 [33]
	GRDINT	Interpolation of random points from a gridded data set
Spherical harmonics	ARMONIC_SYNTH	HARMONIC_SYNTH is a FORTRAN 77 program for very-high-degree harmonic synthesis. This program can perform: * Surface and solid spherical harmonic synthesis * Surface ellipsoidal harmonic synthesis [21]
Stokes' integral	STOKE	STOKE is a FORTRAN90 program for geoid determination by 2-D FFT approach in planar approximation (fast computation)
	SP1D	SP1D is a FORTRAN90 1-D spherical FFT for geoid determination (very slow computation, e.g., ~35 second/line)
Terrain integration	TERRAIN	Computation of terrain effects by 2-D FFT convolutions in planar approximation (FORTRAN90)
	TC	Computation of terrain effects and RTM at scattered points by numerical integration method [15a] (FORTRAN90)

ภาคผนวก ค

การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองยีออยด์ THAI12G และ THAI12H

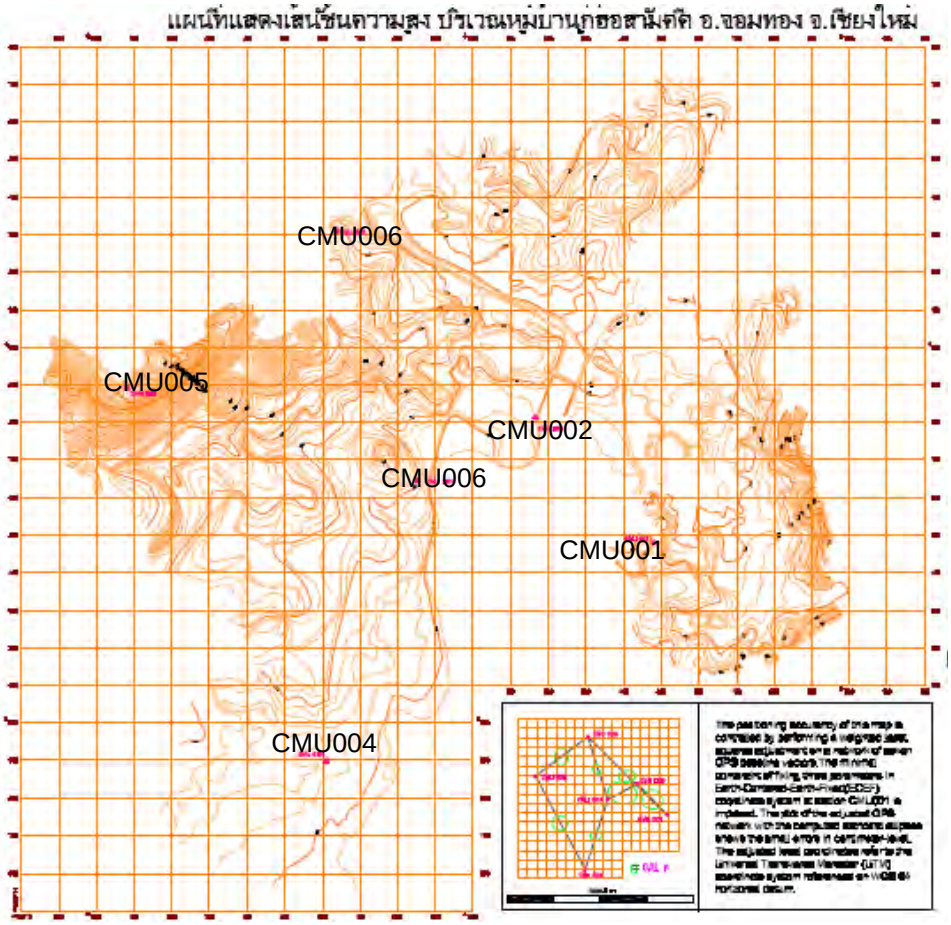
ค.1 พื้นที่ศึกษา ชุมชนบ้านฮวก กิ่งอำเภอภูซาง จ.พะเยา จำนวนสถานีจีพีเอส 13 สถานี



หมุด	ค่าพิกัดยีออเดติก อ้างอิงทรงรี WGS84 และค่าความสูงออร์โทเมตริกอ้างอิงพื้นหลักฐานเกาะหลัก (H_{Kolak})								
	ϕ	λ	h_{WGS84}	H_{Kolak}	$N_{Kolak} = h_{WGS84} - H_{Kolak}$	$N_{THAI12G}$	$N_{THAI12H}$	$N_{Kolak} - H_{THAI12G}$	$N_{Kolak} - H_{THAI12H}$
GPS3273	19°30′26.70449″	100°17′03.45615″	358.1995	393.9543	-35.7548	-36.7720	-36.0094	1.01718	0.25458
HV0021	19°41′14.15497″	100°22′58.23554″	471.3842	506.8595	-35.4753	-36.4210	-35.7832	0.94566	0.30787
HV0023	19°40′06.35216″	100°22′55.52319″	427.5902	463.0779	-35.4877	-36.4336	-35.7881	0.94588	0.30037
HV2331	19°42′07.36069″	100°24′51.29614″	486.1207	521.5346	-35.4139	-36.2873	-35.6613	0.87341	0.2474
HV2332	19°41′32.30140″	100°25′17.93033″	479.5963	515.0040	-35.4077	-36.2683	-35.6404	0.86061	0.23271
HV2333	19°40′48.08326″	100°25′23.39651″	535.7717	571.1856	-35.4139	-36.2813	-35.6499	0.86736	0.23601
HV2361	19°41′50.38708″	100°24′04.48818″	477.9752	513.4106	-35.4354	-36.3367	-35.7063	0.90131	0.27094
HV2362	19°41′13.38115″	100°24′24.59493″	453.6801	489.1186	-35.4385	-36.3222	-35.6896	0.88372	0.2511
HV2363	19°40′53.77776″	100°23′36.20191″	441.5244	476.9854	-35.461	-36.3786	-35.7403	0.91757	0.2793
CMU001	19°41′15.77796″	100°24′47.66128″	481.4360	516.8633	-35.4273	-36.2997	-35.6688	0.87241	0.24147
CMU002	19°41′18.07887″	100°24′41.16383″	466.0701	501.5001	-35.4300	-36.3054	-35.6743	0.87538	0.24427
อบต08011	19°38′30.56123″	100°21′11.51106″	402.7090	438.2623	-35.5533	-36.5820	-35.9186	1.02871	0.36534
อบต08012	19°38′30.08693″	100°21′16.47445″	402.3934	437.9446	-35.5512	-36.5756	-35.9123	1.02438	0.36112
							Min	**0.86061**	**0.23271**
							Max	**1.02871**	**0.36534**
							Mean	**0.924122**	**0.27634**
							S.D.	***0.063021***	***0.04513***
							rms	**0.926103**	**0.27973**

ตารางที่ ค.1 การเปรียบเทียบความสูงยีออยด์คำนวณจากความสูงเหนือทรงรีและความสูงออร์โทเมตริกอ้างอิงพื้นหลักฐานเกาะหลักและความสูงยีออยด์จากแบบจำลอง THAI12G และ THAI12H บริเวณพื้นที่ ชุมชนบ้านฮวก กิ่งอำเภอภูซาง จ.พะเยา

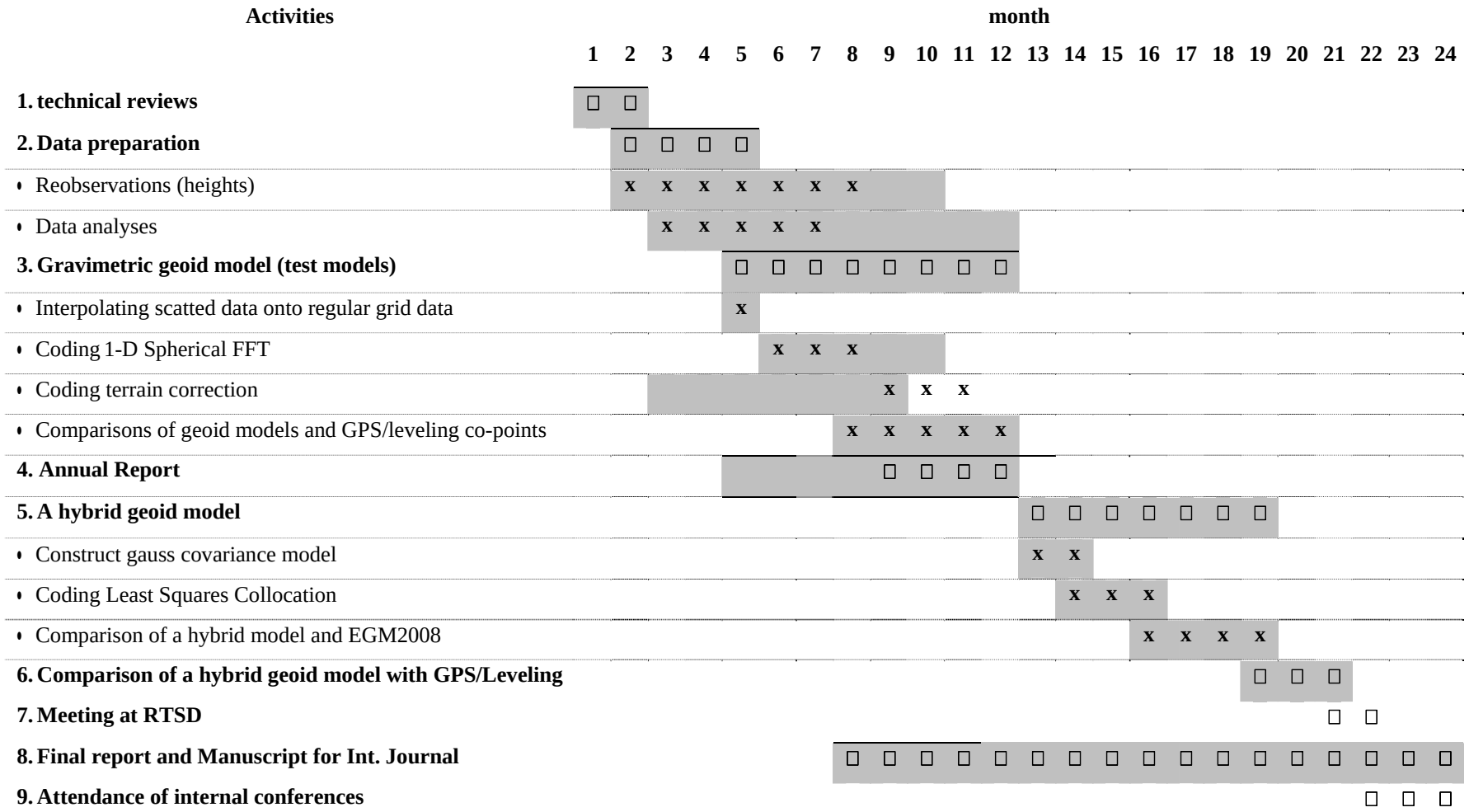
ค.2 พื้นที่ศึกษา หมู่บ้านกู่ฮ่อสามัคคี อ. จอมทอง จ. เชียงใหม่ จำนวนสถานีจีพีเอส 6 สถานี



หมุด	ค่าพิกัดยีออเดติก อ้างอิงทรงรี WGS84 และค่าความสูงออร์โทเมตริกอ้างอิงพื้นหลักฐานเกาะหลัก (H_{Kolak})								
	ϕ	λ	h_{WGS84}	H_{Kolak}	$N_{Kolak} = h_{WGS84} - H_{Kolak}$	$N_{THAI12G}$	$N_{THAI12H}$	$N_{Kolak} - H_{THAI12G}$	$N_{Kolak} - H_{THAI12H}$
CMU001	18°28′20.44772″	98°39′48.88787″	262.7929	302.7790	-39.9861	-38.9797	-38.4835	-1.0064	-1.50261
CMU002	18°28′31.28044″	98°39′38.08017″	253.9179	293.9040	-39.9861	-38.9668	-38.4699	-1.0193	-1.51616
CMU003	18°28′24.85861″	98°39′27.37439″	254.5596	294.5457	-39.9861	-38.9628	-38.4661	-1.0233	-1.52002
CMU004	18°28′01.50822″	98°39′19.19936″	251.3781	291.3642	-39.9861	-38.9698	-38.4735	-1.0163	-1.51262
CMU005	18°28′33.76621″	98°39′01.06435″	343.5123	383.4984	-39.9861	-38.937	-38.4387	-1.0491	-1.54736
CMU006	18°28′47.43362″	98°39′20.04982″	261.4131	301.3992	-39.9861	-38.9444	-38.4461	-1.0417	-1.53996
							Min	**-1.0491**	**-1.5474**
							Max	**-1.0064**	**-1.5026**
							Mean	**-1.0260**	**-1.5231**
							S.D.	***0.0162***	***0.0171***
							rms	**1.0261**	**1.5232**

ตารางที่ ค.2 การเปรียบเทียบความสูงยีออยด์คำนวณจากความสูงเหนือทรงรีและความสูงออร์โทเมตริกอ้างอิงพื้นหลักฐานเกาะหลักและความสูงยีออย์จากแบบจำลอง THAI12G และ THAI12H บริเวณพื้นที่หมู่บ้านกู่ฮ่อสามัคคี อ. จอมทอง จ. เชียงใหม่

ภาคผนวก ง Schedule plan of local geoid modeling for Thailand (grey shades indicate actual works)



ภาคผนวก จ

บทความนำเสนอทางวิชาการ

ความก้าวหน้าในการพัฒนาจีออยด์ท้องถิ่นสำหรับประเทศไทย

Progress in developing local geoid for Thailand

พุทธิพล ดำรงชัย[1]

Puttipol Dumrongchai

ชูเกียรติ วิเชียรเจริญ[2]

Chugiat Wichienchareon

[1]**อาจารย์ประจำ ภาควิชาวิศวกรรมโยธา มหาวิทยาลัยเชียงใหม่** Email: puttipol@chiangmai.ac.th

[2]**รองศาสตราจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมสำรวจ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย** Email: fsvcwc@eng.chula.ac.th

นำเสนอที่

Geoinfotech 2010 “1 ทศวรรษ สทอภ. กับการพัฒนาเทคโนโลยีอวกาศและภูมิสารสนเทศของประเทศไทย” ในระหว่างวันที่ 15-17 ธันวาคม 2553

ณ อิมแพ็ค คอนเวนชั่น เซ็นเตอร์ เมืองทองธานี จังหวัดนนทบุรี

ความก้าวหน้าในการพัฒนาจีออยด์ท้องถิ่นสำหรับประเทศไทย

Progress in developing local geoid for Thailand

พุทธิพล ดำรงชัย[1]

Puttipol Dumrongchai

ชูเกียรติ วิเชียรเจริญ[2]

Chugiat Wichienchareon

[1]**อาจารย์ประจำ ภาควิชาวิศวกรรมโยธา มหาวิทยาลัยเชียงใหม่** Email: puttipol@chiangmai.ac.th

[2]**รองศาสตราจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมสำรวจ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย** Email: fsvcwc@eng.chula.ac.th

บทคัดย่อ

การคำนวณหาจีออยด์ท้องถิ่นที่มีความแม่นยำสูงเป็นส่วนที่สำคัญอย่างมากสำหรับการหาค่าระดับด้วยจีพีเอส จีออยด์ที่มีความถูกต้องคำนวณได้จากการผนวกที่เหมาะสมของแบบจำลองจีออยด์สากล ข้อมูลความโน้มถ่วง และข้อมูลความสูงของภูมิประเทศ งานวิจัยนี้แสดงความก้าวหน้าในการพัฒนาจีออยด์ท้องถิ่นสำหรับประเทศไทย โดยการใช้การแปลงฟาสฟูเรียร์ ข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณคือแบบจำลองจีออยด์สากล EGM2008 ค่าความโน้มถ่วงในฐานข้อมูลที่มากกว่า 3900 ค่าของกรมแผนที่ทหาร และแบบจำลองความสูงเชิงเลขที่มีความละเอียดสามพิลิปดาในการประมาณพื้นที่ที่ยังไม่มีการวัดข้อมูลบนพื้นฐานของการสมดุล isostasy จีออยด์ที่คำนวณได้ถูกนำมาเปรียบเทียบเข้ากับสถานีความสูงจากจีพีเอสและการเดินระดับจำนวน 265 สถานีโดยการปรับแก้ความเอนเอียงและบิดเบี้ยวเข้ากับพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลัก ผลการทดสอบเบื้องต้นแสดงให้เห็นว่าจีออยด์มีความถูกต้องประมาณ 27 เซ็นติเมตร

คำสำคัญ: จีออยด์ ความโน้มถ่วง จีพีเอส การหาค่าระดับ

Abstract

Precise determination of local geoid is of particular importance for GPS leveling. A geoid can be accurately obtained with an optimal combination of a global geo-potential model, local gravity measurements, and the topographic information. This research shows the progress in developing the local geoid for Thailand using Fast Fourier Transform. The EGM2008 geo-potential model, over 3900 readjusted values of RTSD gravity database, and three-arcsecond grid DEM were used for simulating high-resolution gravimetry, based on isostatic compensation. Then, the geoid is compared with 265 GPS/leveling benchmarks through least-squares adjustment for surface conversion to Ko Lak 1915 Vertical Datum. The preliminarily result is shown that the geoid has an accuracy of about 27 centimeters.

Keywords: Geoid, Gravity, GPS, Leveling

1. บทนำ

จีออยด์คือผิวระดับอ้างอิงมูลฐานหรือผิวศักยภาพความถ่วง (level surface หรือ equipotential surface on geoid) ของโลกที่มีความสำคัญต่อการกำหนดค่าระดับความสูงต่ำของภูมิประเทศ การคำนวณหาผิวจีออยด์ (geoid determination) หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าการสร้างแบบจำลองจีออยด์ (geoid modeling) เป็นเป้าหมายหลักอันหนึ่งที่สำคัญขององค์กรที่เกี่ยวข้องกับงานด้านยีออเดซีและวิศวกรรมสำรวจ ซึ่งการที่มีแบบจำลองจีออยด์ที่มีความถูกต้องสูงนั้น จะทำให้สามารถหาความสูงออร์โทเมตริก (orthometric height) หรือค่าระดับความสูงของภูมิประเทศได้ ([1], [2], [5]) โดยการแปลงระหว่างค่าความสูงเหนือทรงรีอ้างอิง WGS84 (World Geodetic System 1984, [12]) ที่ได้จากการสำรวจรังวัดด้วยดาวเทียมจีพีเอส (GPS survey) กับจีออยด์ โดยใช้ความสัมพันธ์ร่วมระหว่างผิวโลกจริง จีออยด์และผิวทรงรีอ้างอิง ซึ่งวิธีการหาค่าระดับความสูงแบบใหม่นี้จะมีบทบาทที่สำคัญมากขึ้น แทนการทำระดับแบบทั่วไป (spirit leveling) ซึ่งเป็นกระบวนการหาค่าระดับที่ค่อนข้างจะใช้เวลาในการดำเนินการ

ในระยะเวลาสองสามปีที่ผ่านมาได้มีการเริ่มคำนึงถึงความต้องการที่จะมีแบบจำลองจีออยด์ที่มีความถูกต้องเพียงพอที่จะเป็นตัวแทนของผิวระดับอ้างอิงความสูงต่ำของภูมิประเทศได้ดีกว่าความสูงที่อ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลัก ประกอบกับความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยีและการมีข้อมูลที่เกี่ยวข้องในการคำนวณหาจีออยด์ เช่น ความโน้มถ่วงพิภพบริเวณประเทศไทย แบบจำลองความสูงของภูมิประเทศที่มีความละเอียด 3 พิลิปดาหรือประมาณ 90ม. (3-arc-second digital elevation model หรือเขียนย่อว่า 3SDEM [9]) เป็นต้น ดังนั้น มหาวิทยาลัยเชียงใหม่โดยได้รับความอนุเคราะห์ข้อมูลที่เกี่ยวข้องและการสนับสนุนการศึกษาวิจัยจากกรมแผนที่ทหารซึ่งเป็นหน่วยงานหลักที่กำกับดูแลข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพบริเวณประเทศไทย จึงได้เริ่มดำเนินการศึกษาวิจัยการสร้างแบบจำลองจีออยด์หรือผิวระดับอ้างอิงบริเวณประเทศไทยเบื้องต้นขึ้นในปี พ.ศ. 2551 [4] จากผลการศึกษาครั้งนั้นได้สร้างแบบจำลองจีออยด์ทดลองบริเวณประเทศไทยที่ชื่อ CMU0701 โดยใช้แบบจำลองจีออยด์สากลชื่อ EGM2008 [8] เป็นองค์ประกอบหลักสำคัญสำหรับโครงสร้างความยาวเคลื่อนช่วงยาว แบบจำลอง CMU0701 มีความถูกต้องทางความสูงโดยเฉลี่ยประมาณ 30ซ.ม. อย่างไรก็ตามบริเวณพื้นที่ภาคเหนือตอนบน บริเวณพรมแดนทางทิศตะวันตกและพื้นที่อื่นๆ ในอาณาเขตของประทศซึ่งยากแก่การวัดความโน้มถ่วงพิภพ ยังมีความคลาดเคลื่อนสูงถึงระดับเมตร

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการประมาณความโน้มถ่วงพิภพในพื้นที่ว่างเปล่าที่ยังไม่มีการวัดจากข้อมูล 3SDEM โดยวิธีการปรับแก้แบบลีสแสควร์ (least squares adjustment) ในระนาบสามเหลี่ยมที่เหมาะสมที่สุดจากสามเหลี่ยมดีลัวเนย์ (delaunay triangle) [7] ที่มีข้อมูลที่ได้จากการวัดที่อยู่ใกล้กันเป็นจุดยอดบังคับ และผนวกข้อมูลความถี่สูงนี้เข้ากับข้อมูลความถี่ต่ำที่เหมาะสมจาก EGM2008 หลังจากนั้นได้ทำการทดลองโดยคำนวณหา จีออยด์โดยใช้สูตรของสโตกส์ภายใต้การประมาณในระนาบราบ (planar approximation) เพื่อทดสอบความถูกต้องเทียบกับหมุดร่วมจีพีเอสและค่าระดับในโครงข่ายหมุดหลักฐานของกรมแผนที่ทหาร 265 หมุด

2. การประมาณข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพจากข้อมูลความสูงเชิงเลข

การผนวกข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพ (อะนอมอลลี่) ที่จุดใดจุดหนึ่ง (P) บนพื้นดินหรือเขียนเป็น $\Delta g_I(P)$ ที่ได้จากการประมาณโดยใช้ 3SDEM เข้ากับข้อมูลที่วัดภาคพื้นดิน คำนวณภายให้กฎการทดแทนของความสมดุลน้ำหนัก (isostatic compensation) ของ Airy และ Heiskanen [6 หน้า 138-141] กำหนดได้ดังสมการที่ (1)

$$\Delta g_I = \Delta g(P) - C(P) + A(P) \tag{1}$$

โดยที่ $\Delta g(P)$ คือ free-air anomaly $C(P)$ คือ gravitational effect จากมวลสารทั้งหมดบนผิวจีออยด์ และ $A(P)$ คือผลของ isostatic compensation ภายใต้สมมติฐานของความกลมกลืนเป็นเนื้อเดียวกันอย่างสมบูรณ์ของมวลสารภายหลังการทดแทน เทอม $\Delta g_I(P)$ ในสมการที่ (1) จะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ดังนั้น สามารถกำหนดได้ว่า

$$\Delta g(P) \approx C(P) - A(P) \tag{2}$$

ในทางปฏิบัติ $\Delta g(P)$ คำนวณได้โดยการใช้การแปลงฟาสฟูเรียร์ (Fast Fourier Transform หรือ $\Im$) ได้

$$\Delta g = 2\pi G\rho\Im^{-1}(\Im(H))(1-e^{-2\pi\omega D})e^{-2\pi\omega z} \tag{3}$$

โดย G คือค่าคงที่ของนิวตัน (Newton's gravitational constant) ρ คือ ความหนาแน่นเฉลี่ยของเปลือกโลก D คือ ความลึกจากการทดแทน มีค่าเท่ากับ 30 กม. $z > 0$ คือค่าระดับที่เลือกอย่างเหมาะสม (ในการคำนวณนี้ให้ z = 1 เมตร) และ $\Im^{-1}$ คือส่วนกลับของการแปลงฟาสฟูเรียร์

เพื่อกระชับค่า $\Delta g(P)$ ที่คำนวณได้จากสมการที่ (3) ให้มีความต่อเนื่องกับค่าที่วัดได้ จึงได้สร้างระนาบสามเหลี่ยมเหมาะสมที่สุด Delaunay จากจุดข้อมูลวัดที่อยู่ใกล้เคียงกับสามจุด แล้วใช้การปรับแก้แบบลีสแสควร์กระชับ $\Delta g(P)$ ที่อยู่ภายในสามเหลี่ยมเข้ากับระนาบสามเหลี่ยมนี้

3. การคำนวณหาจีออยด์

ปัญหาค่าขอบเขตของสโตกส์คือการคำนวณหาจีออยด์จากข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพของโลก (Earth's gravity) ตามทฤษฎีแล้วการคำนวณหาศักยภาพความถ่วงของโลกจากความโน้มถ่วงพิภพที่วัดบนผิวจีออยด์ภายใต้สมมติฐานที่ว่า *ไม่มีมวลสารใดนอกผิวจีออยด์* ดังนั้นมวลสารของโลกเหนือจีออยด์จะต้องถูกเคลื่อนย้ายออกไป จึงทำให้สามารถที่จะคำนวณหาจีออยด์ได้จากสูตรของ สโตกส์ (Stokes' formula) [6] ซึ่งเชื่อมโยงกับสูตรของบรุน (Brun's formula) นั่นคือ ความสูงจีออยด์ N (geoid undulation) เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

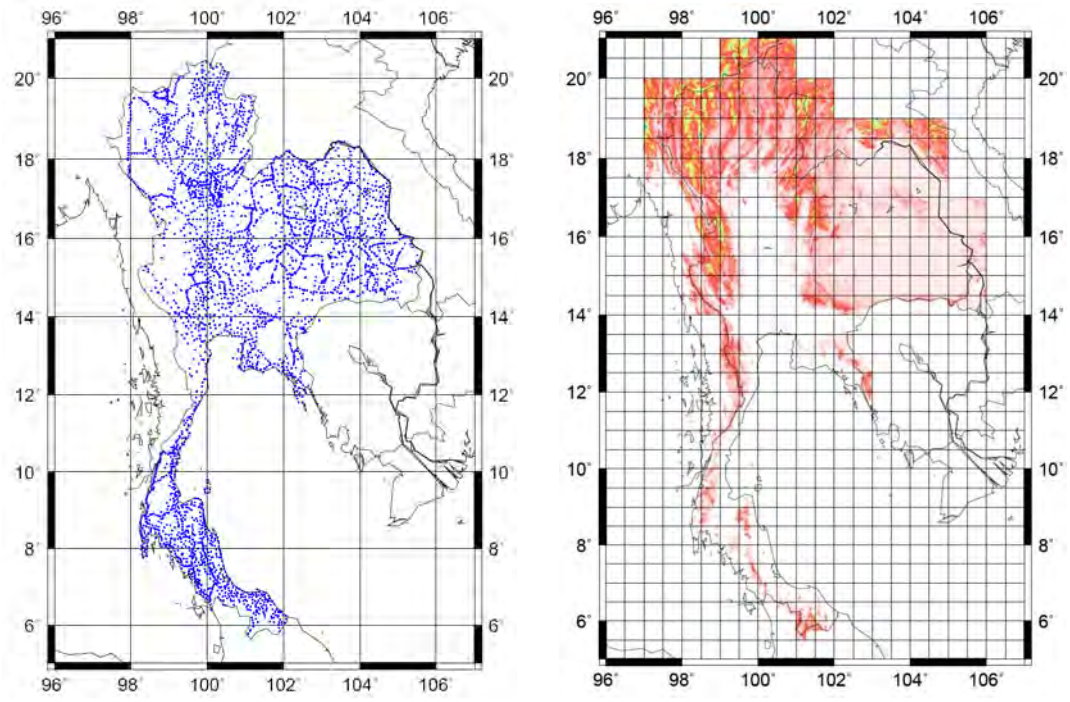
$$N_P = \frac{R}{4\pi\gamma}\iint_{\sigma}(\Delta g - \Delta g_{EGM\,08})S(\psi)d\sigma + N_{EGM\,08} + N_{Ind} \tag{4}$$

โดยที่ σ คือพื้นผิวของลูกโลกจริง R คือรัศมีเฉลี่ยของโลก γ คือ ความโน้มถ่วงพิภพปกติหรือทางทฤษฎี (normal gravity) Δg คือความโน้มถ่วงอนอมอลลี่บนผิวจีออยด์ที่ได้จากการลดทอนและคำนึงถึงผลกระทบเนื่องจากภูมิประเทศ (terrain correction) และ $S(.)$ คือ ฟังชันน์สโตกส์ซึ่งแปรผันตาม ψ ซึ่งคือมุมกางระหว่างตำแหน่ง P ที่ต้องการคำนวณหาค่าจีออยด์และทุกตำแหน่งบนผิวโลก $\Delta g_{EGM\,08}$ และ $N_{EGM\,08}$ คือความโน้มถ่วงอนอมอลลี่และความสูงจีออยด์ตามลำดับที่ได้จาก EGM2008 ซึ่งสะท้อนถึงโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงยาวของจีออยด์ที่ต้องการ และ N_{Ind} คือค่าแก้เนื่องจากผลกระบบทางอ้อม รายละเอียดเพิ่มเติมสามารถดูได้ที่ [4] [10] และ [12]

4. ผลการคำนวณ

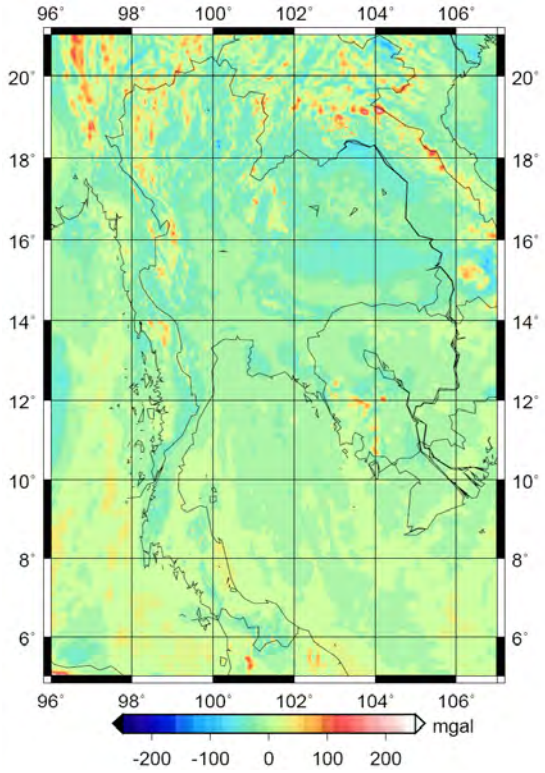
สถานีความโน้มถ่วงพิภพหรือเขียนย่อว่า RTSD ที่กระจายอยู่ทั่วประเทศไทยในระบบในระบบสากล International Gravity Standardization Net of 1971 (IGSN 1971) มีทั้งหมด 3979 สถานี [3] ดังรูปที่ 1(ก) อย่างไรก็ตามจากการตรวจสอบพบว่ามี 39 สถานีมีความบกพร่องจึงไม่ได้ถูกนำมาใช้ในการคำนวณ ส่วนใหญ่ถูกวัดตามแนวถนนด้วยเหตุผลที่ว่าง่ายต่อการเข้าถึงพื้นที่และสะดวกต่อการปฏิบัติงาน สถานีเหล่านี้มีระยะห่างกันอยู่ในช่วง 5 – 20 ก.ม. จากรูปภาพจะสังเกตุเห็นว่าบางพื้นที่ (ยกตัวอย่างเช่นพื้นที่บริเวณตะวันตกของประเทศไทยตั้งแต่จังหวัดแม่ฮ่องสอนลงมามีข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพน้อย ที่เป็นเช่นนี้เพราะว่าภูมิประเทศบริเวณนี้เป็นภูเขาสูงชันไม่สามารถเข้าถึงพื้นที่ได้ เป็นต้น) จึงจำเป็นต้องประมาณค่าเพื่อที่ว่าจะได้ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพครอบคลุมพื้นที่ของประเทศซึ่งจะสะท้อนความยาวคลื่นทุกช่วงคลื่นของจีออยด์

การประมาณ Δg ด้วยสมการ (3) ได้ใช้ แบบจำลองเชิงเลขเฉลี่ยที่ความละเอียดเชิงพื้นที่กริด 30 พิลิปดา หรือประมาณ 900ม. x 900ม. ดังแสดงในรูปที่ 1(ข) โดยคำนวณจาก 3SDEM เฉพาะส่วนที่เป็นผืนแผ่นดิน สำหรับส่วนที่เป็นผืนทะเลและมหาสมุทรฝั่งอ่าวไทยและทะเลอันดามันได้สมมติให้มีค่าระดับเป็นศูนย์ รูปที่ 2 แสดง Δg ที่ได้จากการประมาณ หลังจากนั้นได้ทำการเปรียบเทียบกับค่า RTSD โดยการประมาณค่าจากตำแหน่งกริดไปที่ตำแหน่งของ RTSD ด้วยวิธี spline interpolation รูปที่ 4 แสดงความแตกต่างระหว่าง Δg และ RTSD (จุดสีน้ำเงิน "●") เทียบกับระดับความสูงซึ่งจะเห็นได้ชัดว่าความชันมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ ซึ่งแสดงว่าค่าทั้งสองมีพฤติกรรมที่แสดงความสัมพันธ์เชิงเส้นกับความสูงคล้ายคลึงกัน หลังจากทำการปรับแก้ข้อมูลภายในโครงข่ายสามเหลี่ยม

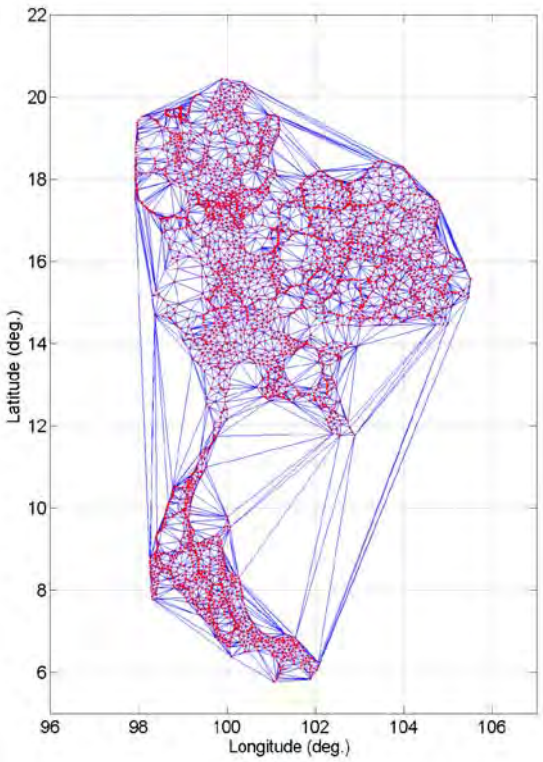


(ก) (ข)

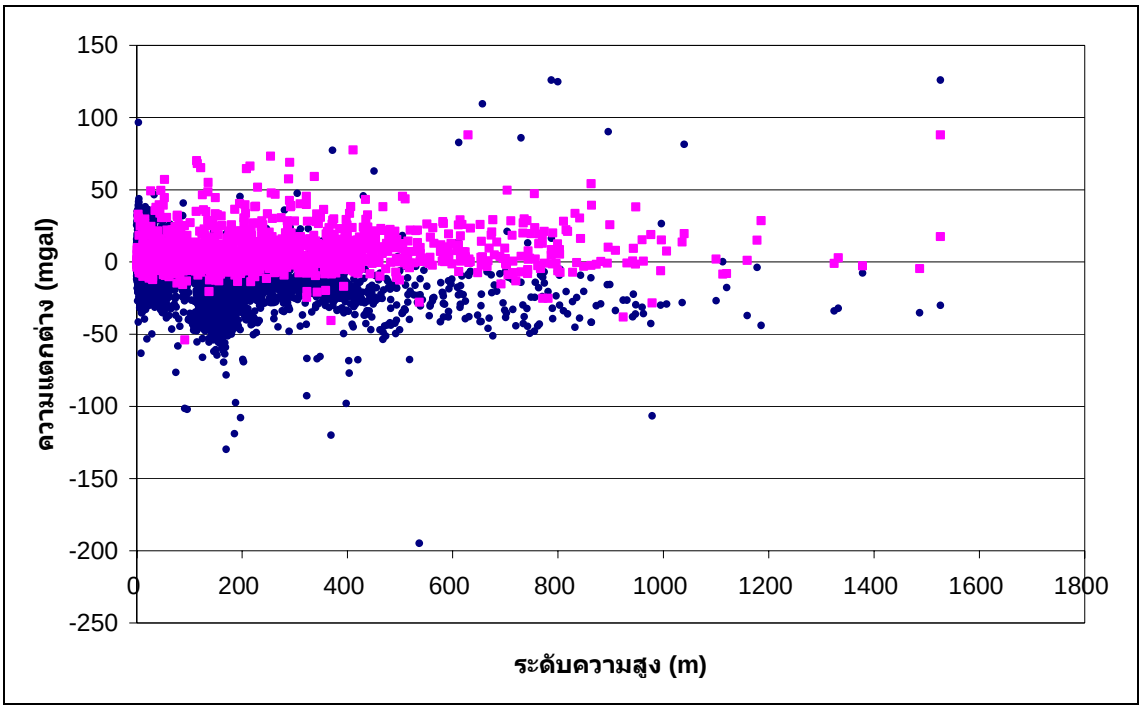
รูปที่ 1 (ก) สถานีโครงข่ายความโน้มถ่วงพิภพ 3979 สถานี และ (ข) แบบจำลองความสูงเชิงเลขที่ความละเอียดเชิงพื้นที่เฉลี่ย 30 พิลิปดา



รูปที่ 2 ค่า free-air anomalies ที่คำนวณจาก 3SDEM



รูปที่ 3 โครงข่ายสามเหลี่ยม Delaunay ของสถานีความโน้มถ่วงพิภพ



รูปที่ 4 ความแตกต่างระหว่าง Free-air anomaly จาก DEM ก่อน (ใช้สัญลักษณ์ "●") และหลัง (ใช้สัญลักษณ์ "□") การปรับแก้โดยใช้ Delaunay Triangulation และ RTSD

ตารางที่ 1 การเปรียบเทียบทางสถิติของ Free-air anomaly ชนิดต่างๆ ที่สถานี RTSD (หน่วย mgal)

Quantity	Min	Max	Mean	Std. dev.
RTSD	-152.682	177.530	-17.378	21.457
Δg	-43.249	121.757	-5.261	11.151
$\Delta \overline{g}$	-149.995	181.206	-19.861	23.277
RTSD - Δg	-194.775	125.953	-12.116	19.666
RTSD - $\Delta \overline{g}$	-54.000	88.064	2.484	8.346

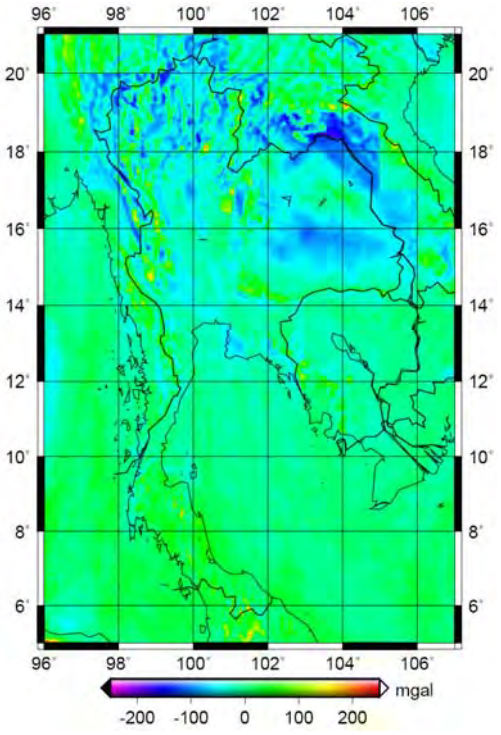
Delaunay Triangulation ของสถานี RTSD ดังแสดงในรูปที่ 3 จะสังเกตเห็นว่าข้อมูลที่ปรับแก้ $\Delta \overline{g}$ มีความแนบชิดกับ RTSD มากยิ่งขึ้น ตารางที่ 1 แสดงการเปรียบเทียบทางสถิติจะเห็นว่า ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของ ความแตกต่าง RTSD - $\Delta \overline{g}$ มีขนาดเท่ากับ 8.346 mgal ในขณะที่ RTSD - Δg มีขนาดเท่ากับ 19.666 mgal

การคำนวณหาจีออยด์ขั้นต้นเพื่อทดสอบความถูกต้องของค่า $\Delta \overline{g}$ โดยใช้สมการที่ (4) ในทางปฏิบัติได้ใช้การคำนวณแบบ 2D-FFT [7] ภายใต้การประมาณของโลกแบน (flatted earth approximation) ซึ่งต้องการข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพทั่วพื้นที่คำนวณสำหรับประเทศไทย ในการศึกษานี้ได้ใช้พื้นที่คำนวณครอบคลุมละติจูดที่ 5º – 21º เหนือ และลองกิจูดที่ 96º - 107º ตะวันออก และความละเอียดเชิงพื้นที่กริด 30 พิลิปดา อย่างไรก็ตามพื้นที่รอบนอกพรมแดนไทยกับประเทศพม่า ลาว และกัมพูชา รวมถึงบริเวณอ่าวไทยและทะเลอันดามันไม่มีข้อมูล จึงได้ใช้ข้อมูลจาก EGM2008 ที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่ 5 ลิปดาหรือประมาณ 18 กม. (ดูรูปที่ 2 ประกอบ) เพื่อลดผลกระทบที่จากขอบข้อมูล (edge effects) ในการคำนวณ รูปที่ 5(ก) แสดง Free-air anomalies หลังจากการปรับแก้ในโครงข่ายสามเหลี่ยม Delaunay และผนวกเข้ากับ EGM2008 รูปที่ 5 (ข) และ (ค) แสดง Free-air anomalies ตามแนวละติจูดที่ 16º และตามแนวลองกิจูดที่ 100º ตามลำดับ ก่อน(จุดสีดำ) และหลังการปรับแก้ (เส้นประทึบสีแดง) และ EGM2008 (เส้นทึบสีน้ำเงิน) จะสังเกตเห็นว่า Free-air anomalies จะมีลักษณะคล้ายคลึงกับ EGM2008 แต่สะท้อนถึงโครงสร้างความยาวคลื่นช่วงสั้นได้ดีกว่า ดังจะเห็นได้จากจุดสูงต่ำของข้อมูล อย่างไรก็ดีจะสังเกตได้ว่าเกิดความเอนเอียงตามแนวเหนือ-ใต้และตะวันตก-ตะวันออก เมื่อเทียบกับ EGM2008 มีสาเหตุมาจากการใช้หมุดควบคุมทางดิ่งอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลักในการคำนวณ free-air reduction เนื่องจากมีความเบี่ยงเบนระหว่างพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลักและEGM2008 [4] และบริเวณทะเลและมหาสมุทรค่า Free-air anomalies นั้นมาจาก EGM2008

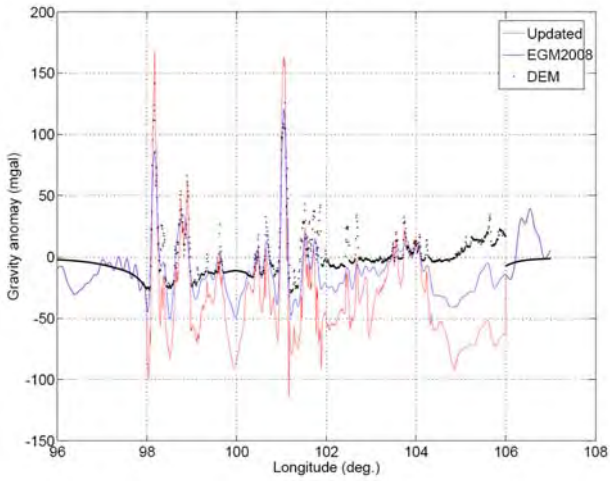
ตารางที่ 2 แสดงข้อมูลสถิติความแตกต่างระหว่างความสูงจีออยด์ที่คำนวณจากหมุดระดับร่วมจีพีเอส N_{GPS} และ ความสูงจีออยด์ที่คำนวณ N ก่อนและหลังการขจัดความเอนเอียง (tilt) และความบิดเบี้ยว (distortion) โดยใช้การปรับแก้แบบลีสแสควร์ประมาณ 10 พารามิเตอร์ของ cubic-curve (polynomial) function จากผลการคำนวณทำให้ผิวจีออยด์มีความกระชับกับพื้นหลักฐานเกาะหลักมากขึ้น สังเกตุได้จาก rms = 27.3 ซม. (rms = 62.5 ซม. ก่อนการปรับแก้) พื้นที่บริเวณแถบพรมแดนตะวันตกมีขนาดความแตกต่างประมาณ 0 – 65 ซม. ดังแสดงในรูปที่ 6 และมีค่าต่ำสุดและสูงสุดบริเวณจังหวัดพังงาและสงขลาตามลำดับ ซึ่งต้องมีการศึกษาอย่างละเอียดต่อไป

ตารางที่ 2 การเปรียบเทียบทางสถิติของ $N_{GPS} - N$ ก่อนและหลังการขจัด tilts และ distortions (หน่วยเป็น เมตร)

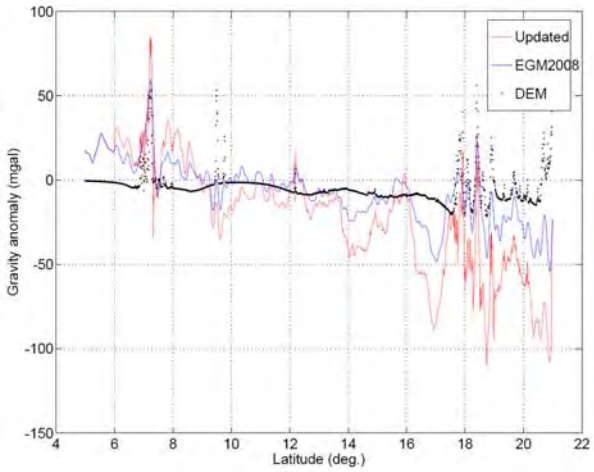
	Min	Max	Mean	Std. dev.	rms
ก่อน	-0.517	1.302	0.541	0.314	0.625
หลัง	-1.123	0.779	0.002	0.273	0.273



(ก)



(ข)

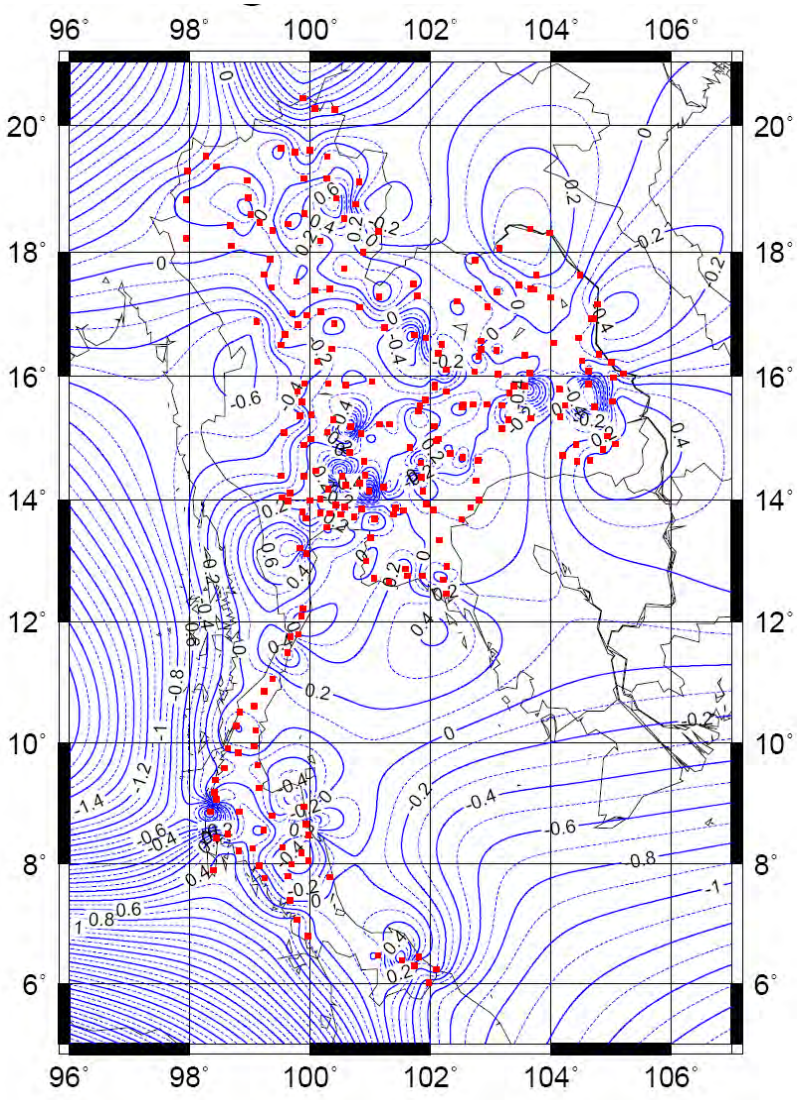


(ค)

รูปที่ 5 (ก) Free-air anomaly หลังจากการปรับแก้ในโครงข่ายสามเหลี่ยม Delaunay และผนวกเข้ากับ EGM2008; (ข) Free-air anomalies ตามแนวละติจูดที่ 16º ก่อน (จุดสีดำ) และหลังการปรับแก้ (เส้นประทึบสีแดง) และ EGM2008 (เส้นทึบสีน้ำเงิน); (ค) Free-air anomalies ตามแนวลองกิจูดที่ 100º องศา ก่อน (จุดสีดำ) และหลังการปรับแก้ (เส้นประทึบสีแดง) และ EGM2008 (เส้นทึบสีน้ำเงิน)

5. สรุป

งานวิจัยนี้ได้แสดงถึงการประมาณข้อมูลบริเวณพื้นที่ที่ไม่มีการวัดข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพโดยหลักการของ Airy-Heiskanen isostatic compensation ผ่าน Fourier Transform และทำการกระชับเข้ากับข้อมูลที่ได้จากวัด 3949 สถานีโดยการใช้ Delaunay Triangulation ผลที่ได้แสดงถึงความกระชับกับข้อมูลที่วัดดังแสดงในรูปที่ 4 หลังจากนั้นได้ทำการคำนวณหาจีออยด์เบื้องต้นโดยการใช้ 2D-FFT และเปรียบเทียบกับหมุดระดับร่วมจีพีเอส 265 สถานีอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งเกาะหลัก หลังจากการขจัด tilts และ distortions ได้ผิวจีออยด์ที่มีความถูกต้อง 27.3 ซม. อย่างไรก็ตามยังทำการศึกษาเพิ่มเติมถึงความคลาดเคลื่อนเฉพาะแห่งที่เกิดขึ้นอย่างละเอียด และการเชื่อมโยง



รูปที่ 6 ความแตกต่าง $N_{GPS} - N$ หลังการขจัดความเอนเอียง (tilt) และความบิดเบี้ยว (distortion)

ค่าที่วัด 3949 สถานีเข้ากับค่าของหมุดความโน้มถ่วงแบบสัมบูรณ์ที่มีความถูกต้องสูง 6 สถานีของสถาบันมาตรวิทยา ซึ่งจะเป็นขั้นตอนต่อไปเพื่อให้ได้แบบจำลองจีออยด์ท้องถิ่นบริเวณประเทศไทยที่เหมาะสมที่สุด

6. กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนับทุนวิจัยจาก ทุนพัฒนาศักยภาพในการทำงานวิจัยของอาจารย์รุ่นใหม่ สำนักงานคณะกรรมการอุดมศึกษาและสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัยปี 2553/2554 เงินทุนช่วยเหลือการวิจัยด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีมูลนิธิโทเรเพื่อการส่งเสริมวิทยาศาสตร์ ประเทศไทย งานวิจัยนี้ได้รับการ

สนับสนุนทางวิชาการและอนุเคราะห์ข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพและข้อมูลอื่นๆที่เกี่ยวข้องจากกรมแผนที่ทหาร กองบัญชาการกองทัพไทย

7. เอกสารอ้างอิง

[1] ร.อ. กาญจนะดิษฐ์ ใยเกตุ, 2548. การสำรวจวางโครงหมุดหลักฐานทางราบแห่งชาติ กองยีออเดซีและยีออฟิสิกส์ กรมแผนที่ทหาร กองบัญชาการทหารกองทัพไทย

[2] พ.อ. ชัยวัฒน์ พรมทอง พ.ต. ศรายุทธ อยู่สำราญ ร.อ. เกรียงไกร บุญเติม และ ร.อ. กาญจนะดิษฐ์ ใยเกตุ 2549 ค่าความสูงออร์โธเมตริกจากการสำรวจด้วยดาวเทียมระบบ GPS ในประเทศไทย กองยีออเดซีและยีออฟิสิกส์ กรมแผนที่ทหาร กองบัญชาการทหารกองทัพไทย

[3] ชุดสำรวจความโน้มถ่วงพิภพสนาม รายงานผลการสำรวจแผนที่สนามโครงการยีออเดซี่และยีออฟิสิกส์ ประจำปี งบประมาณ 2550 กองยีออเดซีและยีออฟิสิกส์ กรมแผนที่ทหาร กองบัญชาการทหารกองทัพไทย

[4]พุทธิพล ดำรงชัย พ.อ. ศุภฤกษ์ ชัยชนะ พ.อ. จารุทัศน์ จันทรนิมะ และ พ.อ. หัสฎี วงศ์อิศเรศ, 2551. การคำนวณหาจีออยด์บริเวณประเทศไทยขั้นต้น การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติครั้งที่ 13, 14-16 พฤษภาคม 2551, พัทยา, ชลบุรี.

[5] พ.อ. เอื้อมเกียรติ เจริญสม, 2549 การพัฒนาโครงข่ายหมุดหลักฐานทางราบแห่งชาติ กองยีออเดซีและยีออฟิสิกส์ กรมแผนที่ทหาร กองบัญชาการทหารกองทัพไทย

[6] Heiskanen, W.A. and H. Moritz,1979. Physical Geodesy. San Francisco.

[7] Jekeli, C., H.J. Yang, and J.H. Kwon, 2009. Using gravity and topography-implied anomalies to assess data requirements for precise geoid computation. J. of Geodesy, 83: 1193-1202.

[8] Pavlis, N.K., S.A. Holmes, S.C. Kenyon, and J.K. Factor, 2008. An Earth Gravitational Model to degree 2160: EGM2008. EGU General Assembly 2008, 13-18 April 2008, Vienna, Austria.

[9] Rodriguez, E., C.S. Morris, J.E. Belz, E.C. Chapin, J.M. Martin, W. Daffer, S. Hensley, 2005. An assessment of the SRTM topographic products, Technical Report JPL D-31639, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, California, 143 pp.

[10] Sansó, F. and R. Rummel,1997. Lecture Notes in Earth Sciences: GBVP in view of the One Centimeter Geoid. Springer.

[11] Wichiencharoen, C., 1982. Fortran program for computing geoid undulations from potential coefficients and gravity anomalies. OSU Report, Dept. of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State U., USA.

[12] World Geodetic System 1984: its definition and relationships with local geodetic systems. 3rd edition, Technical Report. National Imaginary and Mapping Administration, Dept. of Defense, US.

ภาคผนวก ฉ

บทความส่งตีพิมพ์วารสารวิชาการ Journal of Surveying Engineering

Local Geoid Modeling for Thailand

Puttipol Dumrongchai and Chugiat Wichienchareon

Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Chiang Mai University, 50200 Thailand (corresponding author).
E-mail: puttipol.d@cmu.ac.th
Associate Professor, Department of Survey Engineering, Faculty of Engineering, Chulalongkorn University, 10330 Thailand.

Abstract: This paper aims to present the computations of two preliminary geoid models for Thailand. The first model, THAI12G, is a gravimetric geoid, referenced to the geocentric WGS84 ellipsoid, computed through one-dimensional spherical Fast Fourier Transform. The other model is THAI12H, which is a hybrid geoid that encompasses all gravimetric information of THAI12G as well as the 200 GPS ellipsoid heights (in the national WGS84 geodetic datum) co-located with orthometric heights (in the national Kolak vertical datum of 1915 (Kolak-1915)) through least-squares collocation (LSC). The non-tidal EGM2008 global geopotential model from degree 2 to 2190 and 3,949 terrestrial gravity measurements were used to contribute long- and medium-scale information of geoid structure. In the mountainous terrains devoid of gravities, the topography-implied gravity anomalies were simulated using the high-resolution residual terrain model (RTM) data from a three-arcsecond digital elevation model. Fits of 200 GPS/leveling reference points to THAI12G showed a 60.6-cm root mean square (rms) with a mean offset of +71.9 cm around a 0.121-ppm north-south tilted plane. After applying LSC conversion surface to finally obtain THAI12H, the rms of the fit between the model and the same reference points reduced to 3.4 cm (no tilts and zero average). The THAI12H model was assessed using 53 GPS/leveling check points, yielding an overall rms of 15.8-cm.

CE Database subject headings: Geoid; GPS; Leveling; Thailand

Author keywords: Geoid; GPS; Datums; Residual terrain model; Least-squares collocation

Introduction

Geoid is an equipotential surface of the Earth's gravity field that best fits to global mean sea level in a least squares sense (Jekeli et al. 2009). With the aid of the Global Positioning System (GPS), height-system modernization is based on a fundamental equation that connects GPS-derived heights, h, above World Geodetic System (WGS) ellipsoid, and orthometric heights, H, referred to a national vertical datum (i.e., $H = h - N$, where N is the (local) geoid undulation with respect to the ellipsoid). However, to obtain an orthometric height, it depends on an accurate geoid undulation that is determined from the required accuracy and resolution of gravimetric data on or near the Earth's surface. By these requirements, the determination of a geoid model for Thailand was difficult in previous years, due mainly to the insufficient coverage and distribution of gravimetric data in the country as well as no possibility to access the data in neighboring countries.

In recent years, the number of the gravity points measured by Royal Thai Survey Department (RTSD) has been increased, and sufficient to be used for constructing a local geoid model for Thailand. The intention has substantially grown after the National Geospatial-intelligence Agency (NGA) officially released the latest Earth Gravitational Model of 2008 (EGM2008) in 2008 (Pavlis et al. 2008). This study presents the first start to geoid determination in Thailand for supporting the conversion between the GPS ellipsoid heights (*h*) in the national WGS84 geodetic datum (ITRF96(1996.3) reference frame) and the orthometric heights (*H*) referred to Kolak-1915.

In Thailand, most of gravity points were measured along with existing roads and accessible areas, which left the mountainous areas devoid of gravities. These data gaps could produce the significant errors resulting from data interpolation on a specified grid for geoid computation. Therefore, we filled in the void areas with topography-implied gravity anomalies (Hirt et al. 2010) by utilizing high-resolution residual terrain model (RTM) data (Forsberge and Tscherning 1981; Forsberge 1984) and EGM2008. The RTM data was constructed from a three-arcsecond digital elevation model (DEM) [e.g. the Shuttle Radar Topography Mission (SRTM) (Rodriguez et al. 2005)] that contributed high-frequency gravity field signals. EGM2008-only gravity anomalies were used to pad coastal and marine areas as well as neighboring countries to reduce spurious features during gridding of the areas (Claessens et al. 2011).

The THAI12G gravimetric, geocentric geoid model was computed using the combination of EGM2008, RTSD terrestrial gravity anomalies, and topography-implied anomalies through remove-and-restore technique (Sansó and Rummel 1997). The computation area spans from 5ºN to 25ºN and 95ºE to 110ºE. The SRTM digital elevation model was used to generate terrain corrections for the computation of Faye anomalies (free-air anomalies plus terrain corrections). The method for computing geoid undulations was based on the use of the well-known one-dimensional (1-D) spherical Fast Fouier Transform (FFT) of Haagmans et al. (1993) to evaluate Stokes' integral (e.g. Yun 1999; Smith and Milbert 1999; Featherstone et al. 2001; Smith and Roman 2001)

The least-squares collocation is a useful and powerful method to apply for a variety of problems in interpolation and prediction (Moritz 1980; You 2006; You and Hwang 2006). It is a useful tool for the combined a gravimetric model with GPS/leveling points through a conversion surface (Smith and Milbert 1999; Smith and Roman 2001). The collocation was applied for the combination, leading to the

THAI12H hybrid geoid model that directly related GPS heights in WGS84 datum to orthometric heights in Kolak-1915. In fact, although the surface fitting by least-squares collocation gives a practical useful product for a more direct transformation of GPS heights to orthometric heights, it does not necessarily provide an improved model of gravimetric geoid (Featherstone et al. 2010). It does not mean that the problems with a vertical datum (e.g. Kolak-1915) have been resolved. Moreover, the gravimetric geoid model is not being corrected, rather it is distorted to fit the vertical datum that also contain errors.

In this paper, the entire geoid computation process was discussed. The comparative evaluation between THAI12H geoid undulations and 53 GPS/leveling check points was made, and its numerical result was also discussed. Finally, the conclusions were summarized.

Data preparations

The earth gravitational model of 2008, EGM2008

EGM2008 is the latest version of geopotential model, following EGM96 (Lemoine et al.1998) that utilizes world gravity data at a 30 arcminute resolution. The model is more ambitious, and has maximum resolution of 5 arcminute, based on improved long wavelength information from GRACE, improved terrain data and altimetry data, and reliable and updated surface gravity database (Kenyon et al. 2007). EGM2008 is complete to spherical harmonic degree and order 2159, and contains additional coefficients extending to degree 2190 and order 2159. In the tests with geoid undulations derived from 200 GPS/leveling (ITRF96/Kolak-1915) reference points in Thailand, the undulations were compared to those from EGM96 and EGM2008. The statistic differences, summarized in Table 1, show that the standard deviation of EGM2008 (±15.2 cm) is smaller than that of EGM96 (±27.2 cm). It is obvious that the local features of EGM2008 is significantly more improved. For this reason, EGM2008 was chosen as the reference model in all computations, providing its structures of long (and feasibly some medium) wavelengths. The range of spherical harmonic coefficients used is degree and order 2 to 2190, which corresponds to a minimum spatial resolution of about 5 km.

Table 1. Comparison of global geopotential and GPS/leveling geoid undulations (units in m)

(see List of Tables)

Terrestrial gravity anomalies

Figure 1a depicts 3,979 terrestrial gravity stations (square dots) in the boundary of Thailand, provided by RTSD (RTSD 2007). Some parts of the region, e.g. north and west areas, are mountainous and inaccessible. Obviously, the resolutions in those areas are not uniform, with data mostly following existing roads, and large data gaps are in the order of over 50 km (27.8 arcminute). In the other areas, the distributions of data are more uniform, and their resolutions vary from 2 to 10km (1.1 to 5.5 arcminute). The gravity network was referred to the International Gravity

Standardization Net 1971 (IGSN71). RTSD gravity stations were checked for outliers. Only 3,949 stations were used for geoid computations as the other 30 stations remained questionable, and thus they were excluded. The locations and heights of the stations were coarsely measured, and also the adjustment of gravity networks was not made clear. As such, the gravity values may not represent the actual gravity field over areas of interest (Abeyratne et al. 2009), and can postulate errors to the computation of geoid undulations. Such commission errors can be reduced only with improvements in the data, namely by reducing observational errors (Jekeli et al. 2009). However, for the first time of our experimental geoid modeling, they (the errors) are not considered in this present work. For anomaly computations, all gravity anomalies were recalculated with respect to WGS84 reference ellipsoid to be compatible with WGS84 datum.

(see List of Figures)

Figure 1 (a) Locations of existing gravity values (square dots) and fill-in gravity values (color shade); (b) Locations of 200 GPS/leveling reference points (dots) and 53 GPS/leveling check points (star dots).

Fill-in gravity anomalies

As shown in Figure 1a, there are coarse gravity networks in northern and western parts of Thailand. For accurate geoid determination, refine-resolution gravity points are required. The approach developed by Hirt et al. (2010) is applied in order to fill topography–implied gravity anomalies in the void areas where gravity points are not available (see color shade in Figure 1a). It is based on the residual terrain model approach after Forsberge and Tscherning (1981). The idea of it is that medium-elevated and rugged terrain can be modeled by RTM data which represent high-frequency gravity signals. RTM modeling uses the SRTM digital elevations to represent Earth's topography. The DTM2006.0 spherical harmonic model of Earth's topography (Pavlis et al. 2008) is used as a long-wavelength reference surface to remove low-frequency components. The RTM terrain effect under planar approximation (Sansó and Rummel 1997; Bajracharya 2003) is given by

$$\delta g_{RTM} \approx 2\pi k\rho(h - h_{ref}) - C \qquad (1)$$

where k is Newton's gravitational constant, ρ is an average density of the topographic mass (the crust). The C terrain correction can be computed according to Forsberg (1984) using SRTM rectangular prisms. The symbols, h_{ref} and h, represent the heights of the reference surface and the topographic surface, respectively.

In this study, we require gravity anomalies in rugged terrains (where no measured gravities on land are available) to diminish interpolation errors in geoid computation. We assume that, in the void areas, EGM2008 contributes long- and medium-wavelength information of the earth's gravity field. For all wavelength contents, the topography-implied gravity anomalies in those areas can be approximated by EGM2008 gravity anomalies, Δg_M, and δg_{RTM} as follows:

$$\Delta g \approx \Delta g_M - \delta g_{RTM} \qquad (2)$$

In Eq. (2), refined Bouguer gravity anomalies are immediately obvious if we neglect the term $2\pi k\rho h_{ref}$ and consider Δg_M as free-air gravity anomalies.

We consider filling the simulated data in the areas with higher 400-m elevations because of not only less correlation (linear relationship) of RTSD free-air anomalies with respect to lower elevations (not shown in this work) but also the number of data and the distribution of these data, similar to the case study of geoid computation in the Malaysian peninsula as stated in Vella (2003). However, lower elevations could be significant, but are not considered in this work. The augmentation of the existing gravity data with the simulated data in color shade is shown in Figure 1a. The inclusion of the simulated data aids to control data gridding before the step of FFT geoid computations that requires gravity data on regular grids. We use EGM2008-only to mitigate the edge effects in the geoid computation due to no gravity data available in ocean areas and land areas outside the Thailand territory. A simulated anomaly (excluding $2\pi k\rho h_{ref}$) was interpolated to each RTSD point using bivariate interpolation (Akima 1974 and 1978) for data comparisons. Table 2 provides statistics for gravity anomalies and corresponding comparisons, for instance, in the mountainous area bounded by latitude of 18ºN - 20ºN and longitude of 97ºE - 102ºE, thus also demonstrating the improvement in the modeling relative to the existing gravity data. The standard deviation of the difference of the topography-implied gravity anomalies and RTSD refined Bouguer gravity anomalies decreases to ±18.305 mGal.

Table 2. Statistics of gravity anomalies and data augmentation (units in mGal)

(see List of Tables)

GPS/leveling data

In 2002, the RTSD completed the adjustment of national geodetic network in WGS84 (geocentric) datum (RTSD 2003) in accordance with the standard of Federal Geodetic Control Committee (FGCC) (Bossler 1984). The RTSD network is referred to WGS84 ellipsoid, and categorized into three levels as follows: (1) reference frame, (2) primary network, and (3) secondary network. The reference frame (zero order network) consists of 7 GPS stations established every part of Thailand (in the ITRF96(1996.3) reference frame), used for monitoring tectonic plate motion. However, one station in the southernmost area was damaged, and thus only 6 control stations remained in the network. There are 18 GPS stations in the primary (first order) network with the interval of about 250km for each station. This network was extended from the zero order network. For secondary (second order) network, 692 GPS stations were extended from the primary stations. The station spacing ranges from 20 to 50km, and its accuracy is around 1 ppm.

For a number of years, Kolak-1915 vertical datum has still remained the official vertical datum in Thailand. The origin of it was realized based on tidal observations carried out between 1910 and 1915 at Kolak island using one tide-gauge station located at latitude 11º47'42"N and longitude 99º48'58"E. For vertical control network of the first order leveling, 333 primary benchmarks with orthometric heights were extended from the origin point to every part of the country. More than 1,600 secondary benchmarks were tied to the primary control network. However, because the shape of the country looked like an ancient axe or a long trunk, the adjustment of

the primary network was separately conducted in two areas—upper and lower areas at the origin point (latitude: 11º47'42"N)—by minimally constrained adjustment (fixed to just the origin point). This may cause inconsistencies in the vertical datum over the region besides gross (undetected mistakes) and systematic errors in spirit-leveling.

In this study, only 253 leveling stations co-located with the GPS heights on the horizontal network stations were available. Figure 1b shows the distribution of 200 GPS/leveling reference stations (dots) and 53 GPS/leveling check points (star dots). These stations are rather patchy, and their spacing is variable, ranging from 25 to 100-km spacing. The irregular distribution of these stations occurs in rugged terrains, especially, in the north-western part of the country. The quality of the leveling stations is ambiguous and difficult to identify because they come from different orders of spirit-leveling, i.e. first, second, and third orders. It must be emphasized that the accuracy of these heights may not be equally accurate as one would expect, but the spirit-leveling should not exceed 12mm-square-root-km allowable misclosure (the third order). For this reason, the leveling heights may not be such a strong validation of the geoid models (i.e. THAI12G and THA12H).

Computation of THAI12G

In this work, the geoid undulation of the THAI12G gravimetric (and geocentric) geoid model, N, is computed through the generalized Stokes' integral (Heiskanen and Moritz 1967). All computations are in the non-tidal system. With the usual remove-and-restore procedure, the geoid undulation is defined as follows:

$$N = N_M + \frac{R}{4\pi\gamma}\iint_{\sigma}(\Delta g_F - \Delta g_M)S(\psi)d\sigma + \delta N_I \qquad (3)$$

where σ is the area of integration, R is the mean radius of the Earth, γ is normal gravity on WGS84 ellipsoid (Somigliana's formula in Heiskanen and Moritz (1967, p. 70)), $S(.)$ is Stokes' function with spherical distance ψ, and Δg_F is the free-air gravity anomaly with terrain correction (called Faye anomaly). The symbols "Δg_M" and "N_M" are the gravity anomaly and the geoid undulation, generated by EGM2008 at degree 2 to 2190, respectively; more details can be found in Pavlis et al (2008). In most of geoid computations, changes in topographic masses result in the change in the geopotential of geoid. Such a systematic change is called the indirect effect, δN_I, and is given by (Wichienchareon 1982):

$$\delta N_I = -\frac{\pi k \rho H^2}{\gamma} \qquad (4)$$

Terrain corrections were applied to all (RTSD) measured gravity points. The numerical integration of the corrections was performed using the analytical formula for the gravitational effect of a homogeneous rectangular prism (Forsberg 1984). We use three-arcsecond SRTM data, corresponding to 90m × 90m prisms with an average topographic mass (crust) density of 2670 kg/m^3, for producing terrain corrections. Then, the topography-implied anomalies in Eq. (2) were augmented to the RTSD data (before gridding).

One dimensional (1-D) spherical Fast Fourier Transform (FFT) of Haagmans et al. (1993) was used to evaluate Stokes' integral in Eq. (3). The FFT requires gridded data. Thus, the grid of refined (terrain-corrected) Bouguer anomalies was interpolated from the scatteredly measured points using a method of continuous curvature spines in tension in the Generic Mapping Tools (GMT) (Smith and Wessel 1990; Wessel 2009). The tension factor of T = 0.75 was selected to minimize the impact of gravity errors in mountainous areas on adjacent grid points without gravity data as suggested by Smith and Milbert (1996).

To reduce spatial aliasing effects in the presence of high-frequency signal, mean gravity anomalies were constructed using reconstructing technique describing in GMT. The mean anomalies were interpolated to 30 arcsecond grid. Then, we restored Bouguer plates to the anomalies using 30 arcsecond elevation data, derived from three-arcsecond SRTM data (averages over 30 arcsecond × 30 arcsecond blocks), yielding a grid of Faye anomalies.

The residual co-geoid undulations were computed according to the second term of Eq. (3) using 1-D spherical FFT in the area defined by $5^{\circ} \le \phi \le 25^{\circ}$ in latitude and $95^{\circ} \le \lambda \le 110^{\circ}$ in longitude. The FFT was conducted on the residual grid, $\Delta g_F - \Delta g_M$ using 100% zero-padding on the east and west edges of the grid to eliminate the effect of cyclic convolution. The geoid undulations of THAI12G were obtained by the restoration of N_M and the inclusion of δN_I. Those values of δN_I were generated using 30 arcsecond mean elevations for H in Eq. (4). The values of THAI12G (gravimetric and geocentric) geoid undulations vary from about −5 m in the southernmost area to −40 m in the northernmost area of the country (its figure is not shown in this paper).

For evaluation, the geoid undulations of THAI12G were compared with the undulations, N_{Kolak}, derived by 200 GPS/leveling reference points (see Figure 1b). Figure 2 shows the plot of the differences of N_{Kolak} and N, and their statistics are listed in Table 3. The values of difference range from +8.7 to +119.6 cm with a standard deviation of ±15.1 cm, and have an average bias of +58.6 cm, which implies that Kolak-1915 is above THAI12G. As compared to Table 1, THAI12G marginally performs better than EGM2008 (std = ±15.2 cm). This may indicate that EGM2008 can be used alone over Thailand if EGM2008 always yields heights compatible with (tilted and distorted) Kolak-1915—the similar case can be found in Featherstone et al. (2010) and Clasessens et al. (2011).

Also investigated was the magnitudes of biases for two areas, upper and lower the origin point of Kolak-1915 (ϕ = 11°47'42"N). Table 3 summarizes statistics of the differences. The results show a 66.3-cm bias of the lower area and a 56.9-cm bias of the upper area with standard deviations of ±17.8 cm and ±14.0 cm, respectively, signifying that a tilt exists in Kolak-1915. These disagreements may correspond to datum inconsistencies from error sources of the data used, e.g. leveling heights, gravity data, DEM, and EGM2008 data. Further analyses of the observational errors that can propagate to the computed geoid undulations should be made, but these will not be considered in this present work.

Table 3. Statistics of differences between the geoid undulations implied by GPS/Leveling points and THAI12G (units in m).

(see List of Tables)

(see List of Figures)

Figure 2 Differences of 200 GPS/leveling derived geoid undulations and THAI12G geoid undulations; contour interval = 0.02 m.

Computations of the conversion surface and THAI12H

Based on the foregoing results, the comparison of a geoid model (i.e. THAI12G) and GPS/leveling data set provides a means of estimating, and removing, possible systematic errors the geoid model, leveling, or GPS measurements (Smith and Milbert 2001). Least-squares collocation is used for modeling the combined geoid, GPS and datum inconsistency in Kolak-1915 to acquire a conversion surface. Subtracting this surface from the THAI12G model yields the hybrid geoid model, THAI12H.

The model of combining THAI12G geoid undulation (N), GPS height (h_{GPS}), and Kolak-1915 orthometric height (H_{Kolak}) errors is defined by forming the residuals, e, in the following,

$$e = (h_{GPS} - H_{Kolak}) - N \ . \tag{5}$$

The residuals, e, of using 200 points had an average of +58.6 cm with a standard deviation of ±15.1 cm (see Table 3). As shown in Figure 2, it seems clear that there exist datum inconsistencies in the region. Because of the requirement of centered data for least-squares collocation (Moritz 1980, p. 76), we modeled a tilt plane by using a simple form of the first order polynomial surface: $f(x,y) = a_0 + a_1x + a_2y$. Such a trend surface was removed from the residuals in Eq. (5). The estimated parameters are summarized in Table 4. These significant parameters show that Kolak-1915 may contain medium wavelength errors (You 2006). The estimated bias of +0.719 m corresponds to the mean offset between Kolak-1915 and THAI12G in a least-squares sense. A significant tilt (–0.121 ppm or mm/km) occurs in north-south direction while an east-west tilt (–0.004 ppm) is much smaller.

Table 4. The estimation of trend parameters

(see List of Tables)

By the principle of least-squares collocation, the $\tilde{\mathbf{s}}$ vector of predicted (detrended) residuals on a 30 arcsecond × 30 arcsecond grid is calculated using the formula,

$$\tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{C}_{\mathbf{st}}[\mathbf{C}_{\mathbf{tt}} + \mathbf{C}_{\mathbf{nn}}]^{-1}\mathbf{l} \tag{6}$$

where $\mathbf{l}$ is the vector of detrended residuals, $\mathbf{C}_{\mathbf{st}}$ is the covariance matrix between predicted residuals and observations (detrended residuals), and $\mathbf{C}_{\mathbf{tt}}$ is the covariance matrix between observations. The symbol "$\mathbf{C}_{\mathbf{nn}}$" represents the covariance matrix of random errors (or noises) in the residuals. The full matrix of $\mathbf{C}_{\mathbf{nn}}$ was difficult to obtain because we had a limited knowledge of random errors, for instance, in

gravimetric geoid noises, the leveled Kolak-1915 heights, and GPS heights during the time of geoid modeling. Furthermore, most of the information in the region changed between the 1990s and 2000s. For simplicity, we assume no correlation between observations. Thus, $\mathbf{C_{nn}}$ is defined by $\sigma_0^2\mathbf{I}$, where σ_0^2 is a priori variance and $\mathbf{I}$ is an identity matrix.

The covariance matrices, $\mathbf{C_{st}}$ and $\mathbf{C_{tt}}$, were derived from a covariance function. It (covariance function) was empirically computed based on the use of detrended geoid residuals, and was fit by the simple form of a Gaussian (exponential) covariance function as follows:

$$C(d) = C_0 \exp(-\frac{d}{L}) \tag{7}$$

where d is the distance between points (km), C_0 is a function variance (km^2), and L is a correlation length (km). Figure 3 shows the plot of the empirical covariance function (dots) with the Gaussian function fit of C_0 = 0.016 m^2, and L = 30 km (solid line).

(see List of Figures)

Figure 3 Empirical covariance function (dots) and Gaussian covariance function (solid line)

For the estimation of σ_0^2 in $\mathbf{C_{nn}}$, we made a few iterations of the prediction process to assign the value of σ_0^2 consistent with the residual misfit about the predictions of Eq. (4) as stated by Smith and Milbert (1997) and Smith and Roman (2001). We found that the rms of residuals from the prediction step matched the assigned noise, when σ_0^2 = (3.3)^2 cm^2 was used for 200 points (as described below). Then, the predicted residuals , $\tilde{\mathbf{s}}$, on a 30 arcsecond grid were computed.

The trend surface was computed on a 30 arcsecond grid using the parameters, listed in Table 4. This surface was restored to the grid of the predicted residuals, $\tilde{\mathbf{s}}$, to provide the conversion surface. Removing the (conversion) surface from THAI12G produces the final hybrid model, THAI12H, which directly connects WGS84 (ITRF96) ellipsoid heights and Kolak-1915 orthometric heights. Figure 4 shows the conversion surface, which is rather smooth and similar to the residual geoid undulations in Figure 2, but it is not reliable outside the boundaries of Thailand. Finally, THAI12H were compared with 200 GPS/leveling reference points to test whether or not the conversion process was successful. The comparison yielded a 3.4-cm rms of fit, with no offset (zero mean) for entire areas. When the upper and lower areas were considered separately, there were no offsets for both areas, meaning that systematic errors were removed and, thus, the conversion process seems to be successful (cf. σ_0^2 = (3.3)^2 cm^2 in $\mathbf{C_{nn}}$).

The THAI12H geoid undulations, N, was evaluated by comparing with the GPS/leveling-derived geoid undulations, N_{Kolak}, at 53 check points. Figure 5 shows the locations of 53 GPS/Leveling check points in star dots and the discrepancy

distribution between N_{KoLak} and N. The statistics of the differences, N_{Kolak} minus N, are summarized in Table 5. The values of statistics show the more improvement of THAI12H than THAI12G, EGM2008, and EGM96. Large discrepancies in the order of sub-meter appear in the north and middle east areas of higher 400-m elevations (see also Figure 1a). The overall agreement between N_{KoLak} and N is ±16.0 cm in term of standard deviation (or ±15.8-cm rms).

(see List of Figures)

Figure 4 The conversion surface relating THAI12G to THAI12H; contour interval = 0.02 m

Table 5. Statistics of differences between geoid undulations implied by 53 GPS/Leveling check points minus geoid models (units in m)

(see List of Tables)

(see List of Figures)

Figure 5 Differences of 53 GPS/leveling check points (star dots) and THAI12H (units in m)

Comparisons of THAI12G and THAI12H with EGM2008

The geoid undulations, N_M, generated from EGM2008 spherical harmonic coefficients to degree 2190 and order 2159, have the shortest wavelength of 10 arcminutes (~18 km), corresponding to the spatial resolution of 5 arcminutes (~ 9 km). Thus, if the N_M undulations are interpolated to a 30 arcsecond × 30 arcsecond grid, the information contents of smaller features than a 5 arcminute × 5 arcminute grid may not be represented by EGM2008. Figure 6a shows a plot of the differences, THAI12G minus EGM2008. The values of the differences range from –20 cm to +20 cm. The large values mostly appear in mountainous areas in north and west parts of the country, where the topography is rough and RTM data are used for modeling high-frequency signals of gravity field. These disagreements reveal the lack of high-frequency data or omission errors in EGM2008. However, in Figure 6b, the differences, THAI12H minus EGM2008, vary from +50 to +150 cm, which reflect (locally) datum distortions and a predominant tilt plane in the southernmost area of the country.

(see List of Figures)

Figure 6 Differences between geoid models: (a) THAI12G and EGM2008 and (b) THAI12H and EGM2008 (units in m)

Conclusions

A preliminary gravimetric (geocentric) geoid model, i.e. THAI12G, was computed by means of 1-D spherical FFT, from 3,949 terrestrial gravity data, SRTM digital elevation model, and EGM2008 geopotential model. The model was validated through a comparison with 200 GPS (ITRF96) benchmarks with Kolak-1915 orthometric heights, and showed a standard deviation of ±15.1 cm (rms = 60.6 cm), with a mean-bias of +58.6cm. A 0.121-ppm tilted plane appeared in north-south direction. The comparison also revealed large discrepancies between THAI12G and the GPS/leveling points in some areas, especially, mountainous areas, where the values of differences ranged from +8.7 to +119.6 cm. A simple Gaussian covariance function was used to fit the empirical covariance function from the detrended residuals with a correlation length of 30 km.

Least-squares collocation was used to produce a detrended residual surface. After a trend surface was restored and added into this residual surface, the final conversion surface was obtained. The THAI12G model was subtracted by the conversion surface to provide the final geoid model, THAI12H. The THAI12H model was a preliminary hybrid geoid model that directly related GPS ellipsoid heights and Kolak-1915 orthometric heights. The differences between THAI12H and GPS/leveling-derived geoid undulations at 53 check points had a 15.8-cm rms of fit. The results of the comparison indicated the better improvement of THAI12H than THAI12G, EGM2008, and EGM96.

Although two geoid models are computed based on the use of scarce gravimetric data, particularly in mountainous terrains, they represent a significant step forward to enable us to improve them a much more accuracy for height determination. The improvement of the geoid models requires increasing and updating the number of gravity points on land and sea as well as GPS/leveling points—more intensifying gravity points and new GPS surveys are currently underway.

Acknowledgement

This research was support by a grant (MRG5380262) from The Thailand Research Fund (TRF) cooperated with Office of Higher Education Commission and Chiang Mai University. Also, thanks to Royal Thai Survey Department for providing terrestrial gravity and coherent data.

References

Abeyratne, P.G.V., Featherstone, W.E., and Tantrigoda, D.A. (2009). "External Quality Evaluation Reports of EGM08." *Newton's bulletin No 4*, IAG, p. 284.

Akima, H. (1974). "A method of bivariate interpolation and smooth surface fitting based on local procedures." *Communications of the ACM*, 17(1): 18-20.

Akima, H. (1978). "A method of bivariate interpolation and smooth surface Fitting for values given at irregularly distributed points." *ACM Transactions on Mathematical Software*, 4(2): 148-164.

Bajracharya, S. (2003). "Terrain effects on geoid determination." *UCGE Reports*, Dept. of Geomatics Engineering, U. of Calgary, Alberta, Canada.

Bossler, J.D. (1984). "Standards and Specifications for Geodetic Control Networks". *Federal Geodetic Control Committee*, Rockville, MaryLand, USA.

Claessens, S.J., Hirt, C., Amos, M.J., Featherstone, W.E., and Kirby, J.F. (2011). "The NZGEOID09 model of New Zealand." *Survey Review*, Vol. 43(319), 2-15.

Featherstone, W.E., Kirby, J.F., Kearsley, A.H.W., Gilliland, J.R., Johnston, G.M., Steed, J., Forsberg, R., and Sideris, M.G. (2001). “The AUSGeoid98 geoid model of Australia: data treatment, computations and comparisons with GPS-levelling data.” *J. of Geodesy*, 75: 313-330.

Featherstone, W.E., Kirby, J.F., Hirt, J.E., Filmer, M.S., Claessens, S.J., Brown, N.J., Ha., G., and Johnston, G.M. (2010). “The AUSGeoid09 model of Australian height datum.” *J. of Geodesy*, 75: 313-330.

Forsberg, R. (1984). “A study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity field modeling.” *OSU Report*, Dept. of Geodetic Science and Surveying, Ohio State U., Columbus, USA.

Forsberg, R. and Tscherning, C. (1981). “The use of height data in gravity approximation by collocation.” *J. of Geophys. Res.*, 86(B9):7843-7854.

Haagmans, R., de Min, E., and van Gelderen, M. (1993). “Fast evaluation of convolution integrals on the sphere using 1D FFT, and a comparison with existing methods for Stokes’ integral.” *Menuscript Geodetica*, 18(5): 227-241.

Heiskanen, W.A. and Moritz, H. (1979). *Physical Geodesy*. San Francisco.

Hirt, C., Weatherstone, W.E., and Marti, U. (2010). “Combining EGM2008 and SRTM/DTM2006.0 residual terrain model data to improve quasigeoid computation in mountaninous areas devoid of gravity data.” *J. of Geodesy*, 84: 557-567.

Jekeli, C., Yang, H.J., and Kwan, J.H. (2009). “Using gravity and topography-implied anomalies to assess data requirement s for precise geoid computation.” *J. of Geodesy*, 83: 1193-1202.

Kenyon, S, Factor, J., Pavlis, N., and Holmes, S. (2007). “Towards the next earth gravitational model.” *Proceedings in SEG 2007*, 23 - 28 September 2007, San Antonio, Texas, US.

Lemoine, F.G., Kenyon, S.C., Fator, J.K., Trimmer, R.G., Pavlis, N.K., Chinn, D.S., Cox, C.M., Klosko, S.M., Luthcke, S.B., Torrence, M.H., Wang, Y.M., Williamson, R.G., Pavlis, E.C., Rapp, R.H., and Olson, T.R. (1998). “The development of the joint NASA GSFC and NIMA Geopotential Model EGM96.” *NASA/TP-1998-206861*, Goddard Space Flight Center, Greenbelt, MA.

Moritz, H. (1980). *Advanced Physical Geodesy*. Herbert Wichman Verlag, Karlsruhe.

Pavlis, N.K., Holmes, S.A., Kenyon, S.K. and Factor, J.K. (2008). “An Earth Gravitational Model to degree 2160: EGM2008.” *EGU General Assembly 2008*, 13 - 18 April 2008, Austria.

Rodriguez, E., Morris, C.S., Belz, J.E., Chapin, E.C., Martin, J.M., Daffer, W., and Hensley, S. (2005). “An assessment of the SRTM topographic products.” *Technical Report JPL D-31639*, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, California, 143 pp.

Royal Thai Survey Department (RTSD) (2003). “Thailand: report on the geodetic network, period 1999 – 2002, the Royal Thai Survey Department.” *The XXIII General Assembly of IUGG*, 30 June – 11 July, 2003, Sapporo, Japan.

Royal Thai Survey Department (RTSD) (2007). “Gravimetry survey in the fiscal year of 2008”. *Technical report*, Royal Thai Survey Dept., Ministry of Defense, TH.

Sansó, F. and Rummel, R. (1997). *Lecture Notes in Earth Sciences: GBVP in view of the One Centimeter Geoid.* Springer, NY.

Smith, D.A. and Milbert, D.G. (1999). “The GEOID96 high-resolution geoid height model for the United States.” *J. of Geodesy*, 73: 219-236.

Smith, D.A. and Roman, D.R. (2001). “GEOID99 and G99SSS: 1-arcminute geoid models.” *J. of Geodesy*, 75: 469-490.
Smith, WHF and Wessel, P. (1990). “Gridding with continuous curvature splines in tension.” *Geophysics*, 55(3): 293-305.
Vella, M.N.J.P. (2003). “A new precise Co-geoid determined by spherical FFT for the Malaysian peninsula.” *Earth Planets Space*, 55, 291-299.
Wessel, P. (2009). “The Generic Mapping Tools (GMT) Version 4.4.0.” *Technical reference and cookbook*. School of Ocean and Earth Science and Technology, U. of Hawai’i at Mãnoa, US.
Wichiencharoen, C. (1982). “Fortran program for computing geoid undulations from potential coefficients and gravity anomalies.” *OSU Report*, Dept. of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State U., USA.
You, R.J. (2006). “Local geoid improvement using GPS and leveling data: case study.” *J. of Suv. Eng.*, 0733-9453(2006):132:3(101).
You, R.J. and Hwang, H.W. (2006). “Coordinate Transformation between two geodetic datums of Taiwan by least-squares collocation.” *J. of Surv. Eng.*, 0733-9453(2006):132:2(64).
Yun, H.S. (1999). “Precise geoid determination by spherical FFT in and around the Korean peninsula.” *Earth Planets Space*, 51, 13-18.

List of Tables

Table 1. Comparison of global geopotential and GPS/leveling geoid undulations (units in m)

Table 2. Statistics of gravity anomalies and data augmentation (units in mGal)

Table 3. Statistics of differences between the geoid undulations implied by GPS/Leveling points and THAI12G (units in m).

Table 4. The estimation of trend parameters

Table 5. Statistics of differences between geoid undulations implied by 53 GPS/Leveling check points minus geoid models (units in m)

Table 1. Comparison of global geopotential and GPS/leveling geoid undulations (units in m)

200 stations	min	max	mean	std
EGM96	–0.804	+1.250	+0.530	±0.272
EGM2008	+0.086	+1.209	+0.587	±0.152

Table 2. Statistics of gravity anomalies and data augmentation (units in mGal)

No	Quantity	No. of points	min	max	mean	std
1	RTSD refined Bouguer anomalies	3,949	–159.051	+122.597	–23.097	±22.851
2	EGM2008 at RTSD stations	3,949	–75.717	+70.945	–13.581	±19.719
3	RTSD refined Bouguer anomalies: 18°≤ϕ≤20° and 98°≤λ≤102°	471	–159.051	+122.597	–46.042	±22.548
4	EGM2008 at RTSD stations: 18°≤ϕ≤20° and 98°≤λ≤102°	471	–75.717	+70.945	–19.925	±23.890
5	Data padding in the higher-400m-elevation areas at RTSD stations: 18°≤ϕ≤20° and 98°≤λ≤102°	471	–124.434	+95.884	–8.956	±27.586
6	3 – 4	471	–126.892	+106.314	–26.117	±21.208
7	3 – 5	471	–134.468	+53.020	–37.657	±18.305

Table 3. Statistics of differences between the geoid undulations implied by GPS/Leveling points and THAI12G (units in m)

area	No. of points	min	max	mean	std	rms
Entire areas	200	+0.087	+1.196	+0.586	±0.151	±0.606
Upper area: ϕ >11º47'42"N	163	+0.087	+0.967	+0.569	±0.140	±0.586
Lower area: ϕ≤11º47'42"N	37	+0.407	+1.196	+0.663	±0.178	±0.686

Table 4. The estimation of trend parameters

Parameter	Estimated value
bias or offset (a_0)	+0.719 m
tilt in East-West direction (a_1)	–0.004 mm/km [ppm]
tilt in North-South direction (a_2)	–0.121 mm/km [ppm]

Table 5. Statistics of differences between geoid undulations implied by 53 GPS/Leveling check points minus geoid models (units in m)

model	min	max	mean	std	rms
THAI12H	–0.515	+0.508	–0.003	±0.160	±0.158
THAI12G	+0.058	+0.929	+0.586	±0.180	±0.611
EGM2008	+0.110	+0.911	+0.583	±0.182	±0.609
EGM96	–0.469	+1.157	+0.518	±0.310	±0.602

List of Figures

Figure 1 (a) Locations of existing gravity values (square dots) and fill-in gravity values (color shade);
(b) Locations of 200 GPS/leveling reference points (dots) and 53 GPS/leveling check points (star dots)

Figure 2 Differences of 200 GPS/leveling derived geoid undulations and THAI12G geoid undulations; contour interval = 0.02 m.

Figure 3 Empirical covariance function (dots) and Gaussian covariance function (solid line)

Figure 4 The conversion surface relating THAI12G to THAI12H; contour interval = 0.02 m

Figure 5 Differences of 53 GPS/leveling check points (star dots) and THAI12H (units in m)

Figure 6 Differences between geoid models: (a) THAI12G and EGM2008 and (b) THAI12H and EGM2008 (units in m)

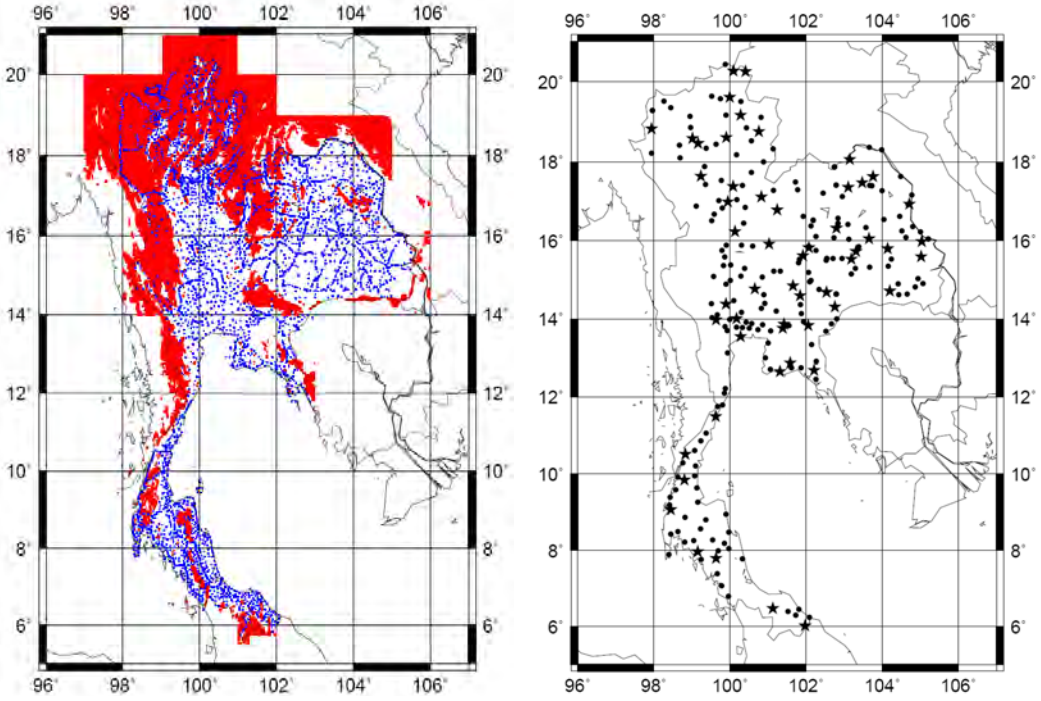


Figure 1 (a) Locations of existing gravity values (square dots) and fill-in gravity values (color shade);
(b) Locations of 200 GPS/leveling reference points (dots) and 53 GPS/leveling check points (star dots).

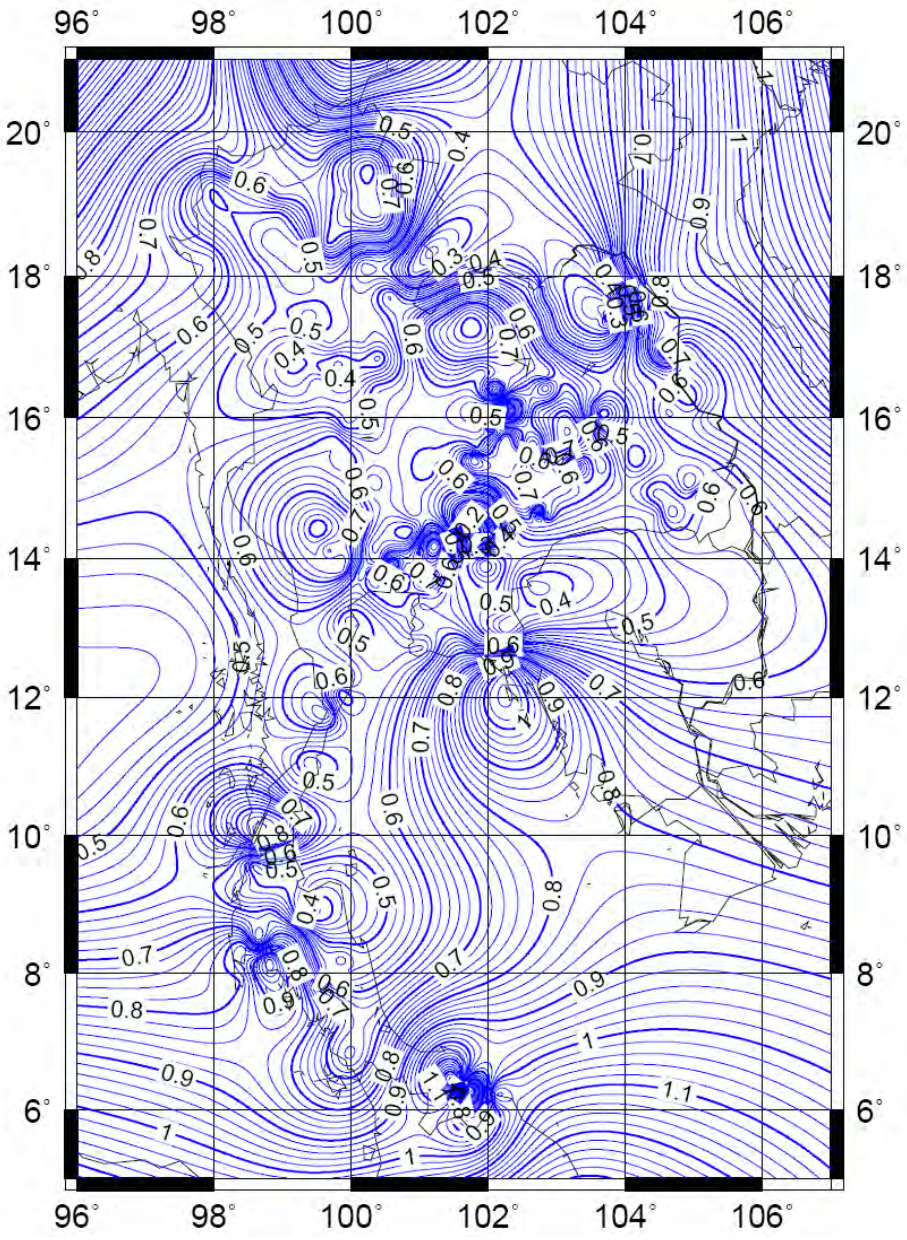


Figure 2 Differences of 200 GPS/leveling derived geoid undulations and THAI12G geoid undulations; contour interval = 0.02 m.

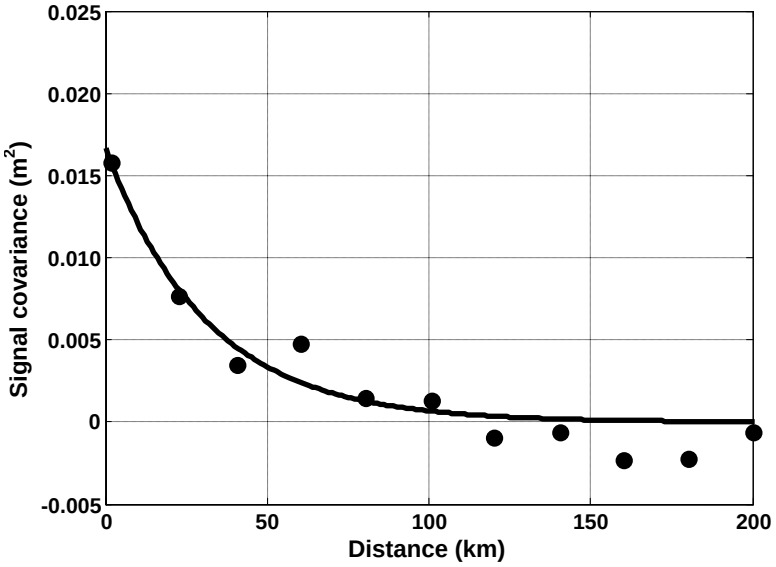


Figure 3 Empirical covariance function (dots) and Gaussian covariance function (solid line)

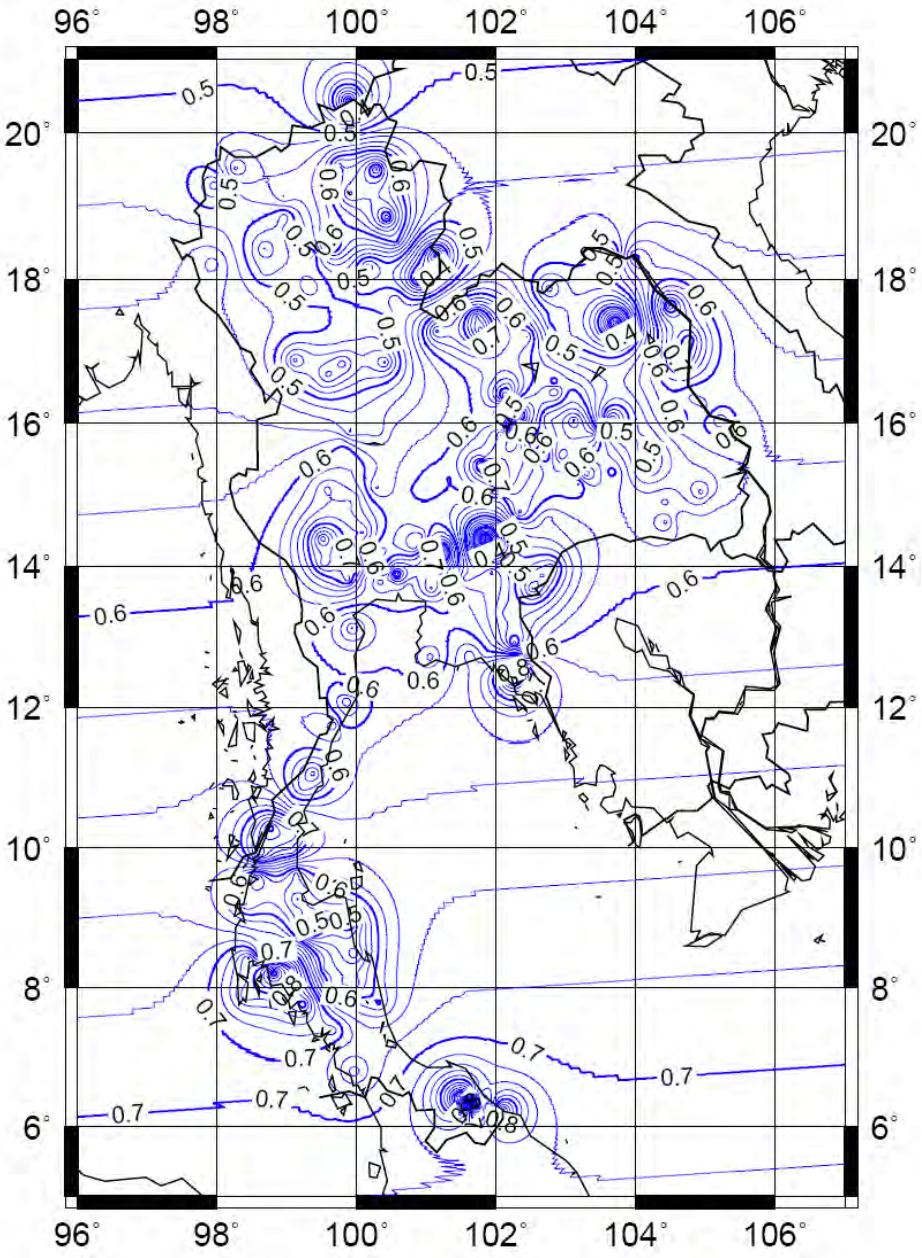


Figure 4 The conversion surface relating THAI12G to THAI12H; contour interval = 0.02 m

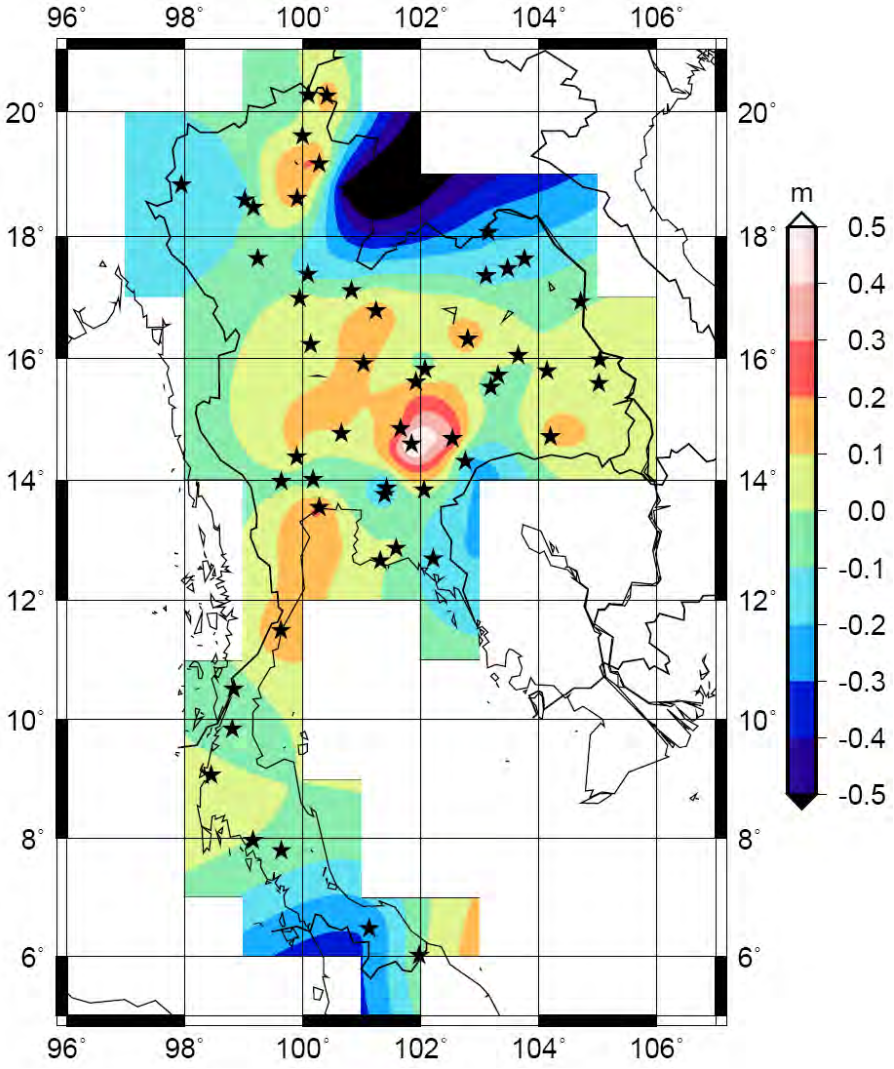
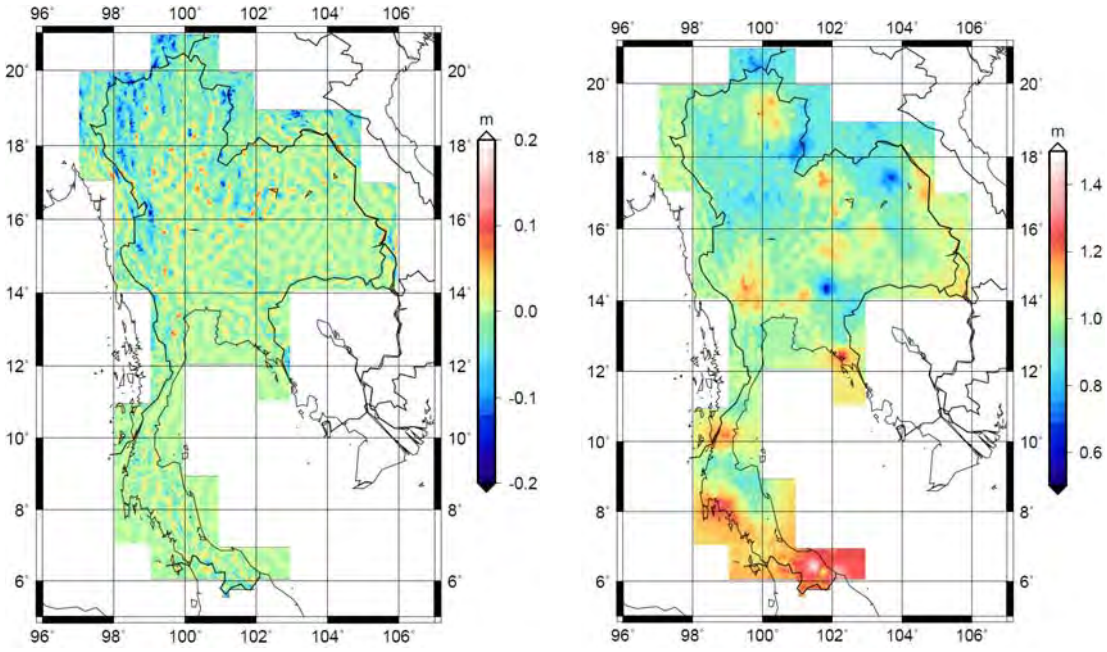


Figure 5 Differences of 53 GPS/leveling check points (star dots) and THAI12H (units in m)



(a) (b)

Figure 6 Differences between geoid models: (a) THAI12G and EGM2008 and (b) THAI12H and EGM2008 (units in m)