

บทคัดย่อ

รหัสโครงการ : MRG5980186

ชื่อโครงการ : บนอันดับบางส่วนแบบธรรมชาติบน (สตรง) เอ็นโดมอร์ฟิซึมโมนอยด์ของกราฟ

ชื่อนักวิจัย : รองศาสตราจารย์ ดร. นิรุตต์ พิพรรธนจินดา

โปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร

อีเมล : nirutt.p@gmail.com

ระยะเวลาโครงการ : 2 ปี

บทคัดย่อ : ให้ G เป็นกราฟที่มีเซตของจุดเป็นเซตจำกัดคือ $V(G)$ และเซตของเส้นคือ $E(G)$ เอ็นโดมอร์ฟิซึมของ G คือฟังก์ชันจาก $V(G)$ ไปยังตัวมันเอง ซึ่งมีสมบัติรักษาการมีเส้นเชื่อม เอ็นโดมอร์ฟิซึม f จะถูกเรียกว่าเป็นสตรงเอ็นโดมอร์ฟิซึม ถ้า $\{f(u), f(v)\} \in E(G)$ แล้ว $\{x, y\} \in E(G)$ สำหรับทุก $x \in f^{-1}(f(u))$ และ $y \in f^{-1}(f(v))$ จะใช้สัญลักษณ์ $End(G)$ และ $SEnd(G)$ แทนเซตของเอ็นโดมอร์ฟิซึม และสตรงเอ็นโดมอร์ฟิซึมทั้งหมดของกราฟ G ตามลำดับ สังเกตได้ว่า $End(G)$ จะมีสมบัติเป็นโมนอยด์ภายใต้โอเปอเรชันการคอมโพสิท ซึ่งจะเรียกว่าเอ็นโดมอร์ฟิซึมโมนอยด์ของกราฟ G ยิ่งไปกว่านั้นจะได้ว่า $SEnd(G)$ จะมีสมบัติเป็นเรกูลาร์โมนอยด์

ในงานวิจัยนี้ จะเป็นการศึกษาอันดับบางส่วนแบบธรรมชาติ $\leq$ บน $SEnd(G)$, สตรงเอ็นโดมอร์ฟิซึมโมนอยด์ของกราฟจำกัด G และหาลักษณะเฉพาะของสมาชิกต่ำสุด และสมาชิกสูงสุดของ $(SEnd(G), \leq)$ จะนำเสนอแนวคิดของความเชื่อมโยงบน $(SEnd(G), \leq)$ โดยการใช้อันดับบางส่วนแบบธรรมชาติ $\leq$ และการพิจารณาจำนวนของคอมโพเนนท์ที่เชื่อมโยงของ $SEnd(G)$ ภายใต้เงื่อนไขบางประการ

นอกจากนี้ จะนำเสนอแนวคิดของอันดับบางส่วนแบบธรรมชาติ $\leq$ บน $End(G)$, เอ็นโดมอร์ฟิซึมโมนอยด์ของกราฟจำกัด G และแนวคิดของอันดับบางส่วนแบบธรรมชาติ $\leq$ ของ $End(P_n)$ สำหรับกราฟวิถีที่มีอันดับ n

คำหลัก : อันดับบางส่วนแบบธรรมชาติ, เอ็นโดมอร์ฟิซึมโมนอยด์, สตรงเอ็นโดมอร์ฟิซึมโมนอยด์, กราฟ

Abstract

Project Code : MRG5980186

Project Title : On Natural Partial Orders on (Strong) Endomorphism Monoids of Graphs

Investigator : Associate Professor Dr. Nirutt Pipattanajinda

Program of Mathematics, Faculty of Sciences and Technology,
Kamphaeng Phet Rajabhat University

E-mail Address : nirutt.p@gmail.com

Project Period : 2 years

Abstract : Let G be a graph with the finite vertex set $V(G)$ and the edge set $E(G)$. An (ordinary) endomorphism of G is defined to be a mapping from $V(G)$ into itself which preserves edges. The endomorphism f is said to be a strong endomorphism if $\{f(u), f(v)\} \in E(G)$ implies $\{x, y\} \in E(G)$, for all $x \in f^{-1}(f(u))$ and $y \in f^{-1}(f(v))$. We denote by $End(G)$ and $SEnd(G)$, the set of all endomorphisms and the set of all strong endomorphisms of G , respectively. We notice that $End(G)$ forms a monoid under composition operation, called the endomorphism monoid of G , and in particular, $SEnd(G)$ forms a regular monoid.

In this research, we study the natural partial order $\leq$ on $SEnd(G)$, the strong endomorphism monoid of a finite graph G and characterize minimal elements and maximal elements of $(SEnd(G), \leq)$. Then we introduce the concept of connectedness on $(SEnd(G), \leq)$ by using the natural partial order $\leq$ and determine the number of connected components of $SEnd(G)$ under certain conditions.

Furthermore, we introduce the concept of the natural partial order $\leq$ on $End(G)$, the endomorphism monoid of a finite graph G and the natural partial order $\leq$ on $End(P_n)$, the endomorphism monoid of path of order n .

Keywords : Natural partial orders, endomorphism monoid, strong endomorphism monoid, graph.