

บทคัดย่อ

รหัสโครงการ: MRG6180097

ชื่อโครงการ: การเลือกแบบต่อเนื่องที่อธิบายได้ในโครงสร้างขยายของฟิลด์ p-adic

ชื่อหลักวิจัย และสถาบัน นายอริปัตย์ ชำรงรัฐกุลเกษณ์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

อีเมล: athipat.th@chula.ac.th

ระยะเวลาโครงการ: 2 พฤษภาคม พ.ศ. 2561 ถึง 1 พฤษภาคม พ.ศ. 2563

บทคัดย่อ:

ให้ $E \subseteq Q_p^n$ และ T เป็นฟังก์ชันค่าเซตจาก E ไปยัง Q_p^m . เราพิสูจน์ว่าถ้า T เป็นฟังก์ชันกึ่งพีชคณิต p-adic และกึ่งต่อเนื่องจากด้านล่าง (นั่นคือ, สำหรับทุก $x_0 \in E$, $y_0 \in T(x_0)$ และย่านใกล้เคียง V ของ y_0 , มีย่านใกล้เคียง U ของ x_0 ซึ่ง $T(x) \cap V \neq \emptyset$ สำหรับทุก $x \in U$) และ $T(x)$ เป็นเซตปิดสำหรับทุก $x \in E$ แล้วจะมีฟังก์ชันกึ่งพีชคณิต p-adic ที่ต่อเนื่อง $f: E \rightarrow Q_p^m$ ซึ่งมีการเลือกของ T (นั่นคือ $f(x) \in T(x)$ สำหรับทุก $x \in E$.) ยิ่งไปกว่านั้นเราได้พัฒนาผลลัพธ์และได้ผลลัพธ์ที่ดีขึ้น คือ ถ้า T เป็นฟังก์ชันค่าเซตกึ่งพีชคณิต p-adic ซึ่งมีการเลือกแบบต่อเนื่องแล้ว T มีการเลือกกึ่งพีชคณิต p-adic แบบต่อเนื่อง นอกจากนี้เราสามารถนำผลลัพธ์นี้ไปประยุกต์ใช้ได้ดังนี้

อันดับแรก พิจารณาสมการ:

$$(*) \quad F(g_1, \dots, g_k, y_1, \dots, y_m) = 0$$

โดยที่ $g_1, \dots, g_k: E \rightarrow Q_p$ และ $F: Q_p^{k+m} \rightarrow Q_p$ เป็นฟังก์ชันกึ่งพีชคณิต p-adic แบบต่อเนื่อง และ $y_1, \dots, y_m: E \rightarrow Q_p$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ไม่ทราบค่า เราพิสูจน์ว่าถ้ามีฟังก์ชันต่อเนื่อง $y_1, \dots, y_m: E \rightarrow Q_p$ ที่เป็นคำตอบของสมการ (*) แล้วจะมีฟังก์ชันกึ่งพีชคณิต p-adic แบบต่อเนื่อง $y_1, \dots, y_m: E \rightarrow Q_p$ ที่เป็นคำตอบของสมการ (*) ด้วย ในลำดับถัดไป ให้ E เป็นสับเซตปิดของ Q_p^n เราค้นพบการกำหนดลักษณะของการจำกัดของฟังก์ชันกึ่งพีชคณิต p-adic แบบต่อเนื่องลงไปที่ E นอกจากนี้ ให้ $(G, \circ)$ เป็นโมนอยด์ซึ่ง G เป็นเซตของฟังก์ชันกึ่งพีชคณิต p-adic แบบต่อเนื่องจาก Q_p^m ไปยัง Q_p^m ทั้งหมด และ $\circ$ เป็นการประกอบ ในที่นี้เราค้นพบการกำหนดลักษณะของฟังก์ชันที่มีตัวผกผันทางขวา และการกำหนดลักษณะของฟังก์ชันที่มีตัวผกผันทางซ้าย

คำหลัก : ฟิลด์ p-adic, ฟังก์ชันกึ่งพีชคณิต, การเลือก

Abstract

Project Code : MRG6180097

Project Title : Definable continuous selections in expansions of the p-adic field

Investigator : Athipat Thamrongthanyalak, Chulalongkorn University

E-mail Address : athipat.th@chula.ac.th

Project Period : May 2, 2018 – May 1, 2020

Abstract:

Let $E \subseteq Q_p^n$ and T be a set-valued map from E to Q_p^m . We prove that if T is p-adic semi-algebraic, lower semi-continuous (that is, for every $x_0 \in X$, $y_0 \in T(x_0)$ and a neighborhood V of y_0 , there is a neighborhood U of x_0 such that for every $x \in U$, $T(x) \cap V \neq \emptyset$) and $T(x)$ is closed for every $x \in E$, then there is a p-adic semi-algebraic continuous function $f: E \rightarrow Q_p^m$ that is a selection of T (that is, $f(x) \in T(x)$ for all $x \in E$.) In addition, we strengthen the result and obtain that if T is p-adic semi-algebraic and has a continuous selection, then T has p-adic semi-algebraic continuous selection. Moreover, we obtain three applications of this result.

First, consider the equation:

$$(*) \quad F(g_1, \dots, g_k, y_1, \dots, y_m) = 0,$$

where $g_1, \dots, g_k: E \rightarrow Q_p$ and $F: Q_p^{k+m} \rightarrow Q_p$ are p-adic semi-algebraic and continuous and $y_1, \dots, y_m: E \rightarrow Q_p$ are unknown continuous functions. We prove that if there are continuous functions $y_1, \dots, y_m: E \rightarrow Q_p$ solving (*), then there are also p-adic semi-algebraic continuous functions $y_1, \dots, y_m: E \rightarrow Q_p$ that satisfy (*). Next, let E be closed in Q_p^n . We give a characterization of the restriction of p-adic semi-algebraic continuous functions to E . Finally, let $(G, \circ)$ be the monoid where G is the set of p-adic semi-algebraic continuous functions from Q_p^m to Q_p^m with the composition $\circ$. Here, we obtain a characterization of right invertible elements and a characterization of left invertible elements.

Keywords : p-adic fields, semi-algebraic functions, selections