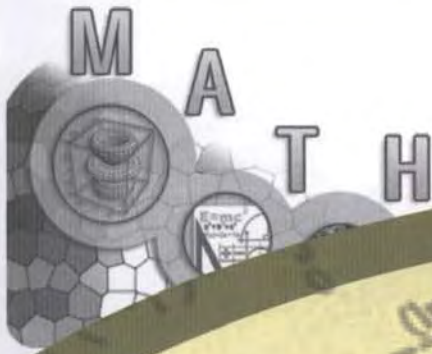




ส ก ว
T R F

เอกสารประกอบการพัฒนาศักยภาพครู

สาระวิชาคณิตศาสตร์

โครงการ การสร้างเครือข่ายสนับสนุนการพัฒนาการเรียนรู้ของ
เด็กและเยาวชนในพื้นที่จังหวัดขอนแก่น

(Local Learning Enrichment Network : LLEN
Khon Kaen Province)



ชาญณรงค์ เอียงราช และคณะ

ทุนอุดหนุนกองทุนการสนับสนุนการวิจัย
งบประมาณปี 2552



เอกสารประกอบการพัฒนาศักยภาพครู

สาระคณิตศาสตร์

โครงการ การสร้างเครือข่ายสนับสนุนการพัฒนาการเรียนรู้ของ
เด็กและเยาวชนในพื้นที่จังหวัดขอนแก่น

(Local Learning Enrichment Network : LLEN

Khon Kaen Province)

ชาลยุทธรงค์ เอียงราช และคณะ

ทุนอุดหนุนกองทุนการสนับสนุนการวิจัย

งบประมาณปี 2552



เอกสารประกอบการพัฒนาศักยภาพครู

สาระคณิตศาสตร์

โครงการ การสร้างเครือข่ายสนับสนุนการพัฒนาการเรียนรู้ของ
เด็กและเยาวชนในพื้นที่จังหวัดขอนแก่น

(Local Learning Enrichment Network : LLEN

Khon Kaen Province)

รายนามผู้ร่วมวิจัย

1. รศ.ดร. เพ็ญณี	เนรอรท	วิทยาลัยการปกครองท้องถิ่น
2. ดร. ชาญณรงค์	เอียงราช	คณะศึกษาศาสตร์
3. รศ.ดร. วัลลภา	อารีย์รัตน์	คณะศึกษาศาสตร์
4. ผศ. เจียมศักดิ์	ตรีศิริรัตน์	คณะศึกษาศาสตร์
5. ผศ.อารีย์	พาวัฒนา	คณะศึกษาศาสตร์

คำนำ

เอกสารฉบับนี้เป็นเอกสารที่เรียบเรียงขึ้น เพื่อใช้ประกอบการพัฒนาครูโครงการ การสร้าง
เครือข่ายสนับสนุนการพัฒนาการเรียนรู้ของเด็กและเยาวชน ในจังหวัดขอนแก่น (LLEN) สำหรับครูผู้สอน
สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เขตพื้นที่การศึกษาเขต 1-5 จังหวัดขอนแก่น ระหว่างปีการศึกษา 2553-2554
ประเด็นสำคัญของการจัดอบรมโครงการนี้คือ ต้องการพัฒนาครูที่สอนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ให้สามารถจัดกระบวนการการเรียนรู้เพื่อยกระดับคุณภาพของผู้เรียนให้สูงขึ้น

จากข้อมูลข้างต้น กระผมในฐานะวิทยากรจึงออกแบบการอบรม โดยเน้นการนำความรู้ไปปฏิบัติ
จริง โดยใช้กระบวนการนิเทศและติดตามอย่างใกล้ชิด ส่งผลให้ครูที่เข้าร่วมโครงการครั้งนี้ต้องมีการระ
หนักในการเรียนรู้ การนำความรู้ไปสู่การจัดการเรียนรู้อย่างแท้จริง เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ของโครงการ
ทั้งนี้ได้รับความร่วมมือร่วมใจจากคณะครูเป็นอย่างดี

คณะวิทยากรโครงการ LLEN
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
การสร้างความรู้ความเข้าใจในมโนคติเชิงคณิตศาสตร์	1
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการคิดวิเคราะห์	11
แผนการจัดการเรียนรู้	22
เอกสารประกอบการอบรมเชิงปฏิบัติการ การสร้างสื่อการเรียนรู้ คณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad	34

การสร้างความรู้ความเข้าใจในมโนคติเชิงคณิตศาสตร์

บทนำ

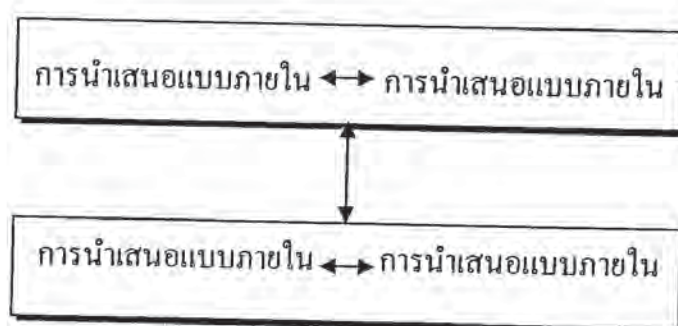
พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และแก้ไขเพิ่มเติม พ.ศ. 2545 มาตรา 22 ได้กล่าวถึงการจัดการศึกษาที่จะต้องจัดให้ผู้เรียนทุกคนสามารถที่จะเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และจะต้องถือว่าผู้เรียนสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาจะต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ ดังนั้นสถานศึกษาจึงมีหน้าที่ที่จะต้องส่งเสริมและสนับสนุนให้ผู้สอนสามารถจัดบรรยากาศ สภาพแวดล้อม สื่อการเรียน ที่เอื้อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และมีความรู้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2546) หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) ได้ระบุถึงบทบาทของคณิตศาสตร์ว่ามีความสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ช่วยให้นุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล คิดเป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ซึ่งจะช่วยทำให้สามารถคาดการณ์วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้จะต้องเปิดโอกาสให้ผู้เรียนทุกคนได้เรียนรู้อย่างต่อเนื่อง และตามศักยภาพ สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) ได้กล่าวถึงการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่จะต้องจัดให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยความเข้าใจ และสร้างความรู้ด้วยตนเองบนพื้นฐานประสบการณ์และความรู้เดิม ผู้เรียนจะเรียนได้ดีถ้าเขาสามารถควบคุมกำกับและตรวจสอบการเรียนรู้ของตนเอง การสอนจะมีประสิทธิภาพครูจะต้องสอนด้วยความเข้าใจ กล่าวคือ ครูจะต้องมีความเข้าใจในตัวของผู้เรียนว่าผู้เรียนได้เรียนรู้รู้อะไรมาบ้างและมีความต้องการที่จะเรียนรู้รู้อะไร นอกจากนี้ครูจะต้องสร้างบรรยากาศการเรียนการสอนที่ท้าทายความสามารถของผู้เรียน และครูจะต้องมีบทบาทในการส่งเสริมและสนับสนุนให้ผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้

ดังนั้น ในการจัดการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพ ครูจะต้องรู้เกี่ยวกับความเข้าใจในแนวคิดหรือมโนคติทางคณิตศาสตร์ และผู้เรียนมีกระบวนการในการเรียนรู้และสร้างความรู้ความเข้าใจในแนวคิดหรือมโนคติทางคณิตศาสตร์นั้นได้อย่างไร

ความเข้าใจในแนวคิดหรือมโนคติทางคณิตศาสตร์

Hiebert & Carpenter (1992) ได้กล่าวถึงความรู้ความเข้าใจในแนวคิด กระบวนการ หรือมโนคติทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในตัวของผู้เรียนแต่ละคน แต่เนื่องจากแนวคิดหรือมโนคติทางคณิตศาสตร์มีลักษณะที่เป็นนามธรรมและไม่สามารถสังเกตเห็นได้ (ด้วยประสาทสัมผัสทั้งห้าประกอบด้วย หู ตา จมูก ลิ้น และกาย) ในการสื่อความหมายของแนวคิด กระบวนการ หรือมโนคติทางคณิตศาสตร์นั้นจำเป็นจะต้องนำเสนอโดยผ่านรูปแบบการนำเสนอแบบภายนอก (External representations) ซึ่งเป็นการนำเสนอที่สามารถสังเกตและจัดกระทำกับรูปแบบที่ถูกนำเสนอได้นั้นได้ ในการสร้างความรู้ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนจะใช้ความรู้หรือประสบการณ์เดิมที่มีมาสร้างความหมายกับรูป

แบบการนำเสนอแบบภายนอกนั้นเพื่อสร้างข้อสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ ซึ่งทำให้เกิดการเชื่อมโยงระหว่างระหว่างความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ที่ถูกสร้างขึ้น ความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นการนำเสนอแบบภายใน (Internal representations) จะทำให้เกิดเครือข่ายหรือโครงสร้างทางปัญญา (Network of knowledge/Schema) เป็นผลทำให้เกิดความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์ขึ้น นั่นก็หมายความว่าแนวคิด กระบวนการ หรือโนมิตีทางคณิตศาสตร์จะถูกเข้าใจก็ต่อเมื่อแนวคิดนั้นเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างทางปัญญาซึ่งเกิดจากการเชื่อมโยงระหว่างแนวคิด กระบวนการ หรือโนมิตีที่เกี่ยวข้องหรือมีความสัมพันธ์กัน แต่อย่างไรก็ตาม Crowley (2000) ได้ให้ข้อสังเกตว่าความมากหรือน้อยของแนวคิด กระบวนการ หรือโนมิตีที่มีอยู่ในโครงสร้างทางปัญญาไม่ได้เป็นสิ่งที่บ่งบอกว่าผู้เรียนประสบความสำเร็จในการเรียนรู้หรือการแก้ปัญหา แต่ความสำเร็จนั้นจะขึ้นอยู่กับประสิทธิภาพของการเชื่อมโยงมากกว่า ดังที่ Hiebert & Carpenter (1992) ได้กล่าวไว้ว่าความล้มเหลวในการสร้างความเชื่อมโยงอย่างเหมาะสมและอย่างมีความหมาย อาจทำให้ผู้เรียนเกิดความยุ่งยากในการพัฒนาแนวคิด กระบวนการ หรือโนมิตีทางคณิตศาสตร์ ในทางตรงกันข้ามการสื่อสารความรู้ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้คนอื่นได้รับรู้นั้นจะใช้นำเสนอแบบภายนอกเข้าช่วย ซึ่งอาจนำเสนอได้ในหลายรูปแบบ เช่น ฟังก์ชันสามารถนำเสนอในรูปของสมการ กราฟ ตาราง หรือไดอะแกรม ซึ่งมีผลทำให้เกิดการเชื่อมโยงระหว่างรูปแบบการนำเสนอแบบภายนอกในแต่ละรูปแบบ จากคำกล่าวข้างต้น Goldin & Kaput (1996) ได้ให้ข้อสรุปว่าทฤษฎีเกี่ยวกับการสร้างความรู้ความเข้าใจจะถูกพัฒนาจากข้อกำหนดทางศาสตร์เชิงการเรียนรู้ (Cognitive science) 2 ข้อ คือ 1) การมีความสัมพันธ์ระหว่างการนำเสนอแบบภายในและการนำเสนอแบบภายนอก และ 2) การนำเสนอแบบภายในจะถูกเชื่อมโยงซึ่งกันและกัน และการเชื่อมโยงนี้เป็นผลจากอิทธิพลของการนำเสนอแบบภายนอก ภาพที่ 1 แสดงรูปแบบการเชื่อมโยงระหว่างระบบการนำเสนอที่ต่างกัน ซึ่งเรียกว่า “ปฏิสัมพันธ์ตามแนวตั้ง” (Vertical interaction) และเรียกปฏิสัมพันธ์ภายในระบบการนำเสนอแบบเดียวกันว่า “ปฏิสัมพันธ์ตามแนวนอน” (Horizontal interaction)



ภาพที่ 1 ความสัมพันธ์ระหว่างรูปแบบการนำเสนอ

ปฏิสัมพันธ์ตามแนวตั้ง

Goldin & Kaput (1996) ได้อธิบายความสัมพันธ์แบบสองทางในปฏิสัมพันธ์ตามแนวตั้งว่าเป็นกระบวนการเชื่อมโยงระหว่างการนำเสนอแบบภายในกับการนำเสนอแบบภายนอก ซึ่งอาจเรียกกระบวนการนี้ว่า “กระบวนการเชิงสัญลักษณ์และการแปลความหมาย” (Symbol-interpretation process) ซึ่งเป็นกระบวนการที่ผู้เรียนใช้ความรู้ความเข้าใจในโครงสร้างทางปัญญา (Schema) ที่เกี่ยวข้องมาสร้างความหมายกับรูปแบบที่ถูกนำเสนอแบบภายนอก โดยอาจใช้การอ่านและการแปลความหมาย เช่น การสร้างความหมายเกี่ยวกับข้อความ กราฟ ตาราง หรือสมการ ในทางตรงกันข้ามผู้เรียนนำเสนอหรือสื่อสารแนวคิดหรือความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตนเองออกมาในรูปแบบการนำเสนอแบบภายนอกโดยผ่านการพูด การเขียน การใช้สัญลักษณ์ เครื่องหมายต่างๆ หรือการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรม เช่น สมการซึ่งเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการบวก “สมการได้ของขวัญวันเกิดจากเพื่อน 3 ชิ้น และจากครอบครัว 4 ชิ้น อยากทราบว่าสมการได้รับของขวัญทั้งหมดกี่ชิ้น” ในการแก้ปัญหานั้นสมควรใช้ก้อนหินแทนของขวัญ โดยก้อนหิน 3 ก้อนแทนจำนวนของขวัญจากเพื่อน และก้อนหินอีก 4 ก้อนแทนจำนวนของขวัญจากครอบครัว จากนั้นเขานำเอาก้อนหินมารวมกันแล้วนับจำนวนก้อนที่มีทั้งหมด แล้วบันทึกสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในสมุด เป็น “ $3+4 = 7$ ” เมื่อสมควรได้ทำโจทย์ในลักษณะคล้ายกันหลายข้อ เขาได้สร้างความสัมพันธ์ระหว่างรูปแบบการนำเสนออย่างน้อย 3 รูปแบบ คือ สถานการณ์ในชีวิตจริง วัตถุรูปธรรม และสัญลักษณ์ การกระทำในลักษณะนี้ทำให้สมควรมีการพัฒนาความหมายของการบวกขึ้น

ปฏิสัมพันธ์ตามแนวนอน

ปฏิสัมพันธ์ตามแนวนอนเป็นปฏิสัมพันธ์ภายในรูปแบบการนำเสนอแบบเดียวกัน ซึ่งเป็นปฏิสัมพันธ์ระหว่างรูปแบบการนำเสนอที่ต่างกันของแนวคิดทางคณิตศาสตร์เดียวกันหรือระหว่างแนวคิดที่เกี่ยวข้องกันภายในรูปแบบการนำเสนอเดียวกัน (Hiebert & Carpenter, 1992) ในการนำเสนอแนวคิดคณิตศาสตร์อย่างเดียวกันอาจจะนำเสนอด้วยรูปแบบการนำเสนอแบบภายนอกที่แตกต่างกัน เช่น ฟังก์ชันสามารถนำเสนอในรูปของสมการ $y = 3x+2$ หรือในรูปกราฟเส้นตรง ส่วนการเชื่อมโยงระหว่างการนำเสนอแบบภายในของรูปแบบการนำเสนอแบบภายใน เช่น ผู้เรียนมีความเข้าใจและสามารถอธิบายเกี่ยวกับการแปลงระหว่างกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ มาเป็นกราฟของ $y = f(x-3)$ หรือ $y = f(x-3)+2$ ได้

ปฏิสัมพันธ์ระหว่างรูปแบบการนำเสนอแบบภายในทำให้เกิดการปรับปรุงหรือเปลี่ยนแปลงโครงสร้างทางปัญญาซึ่งเป็นการเปลี่ยนแปลงโดยผ่านการซึมซับ (Assimilation) หรือการปรับการรู้คิด (Accommodation) กระบวนการซึมซับเป็นกระบวนการที่เกิดจากการที่ความรู้หรือประสบการณ์เดิมมีความสัมพันธ์สอดคล้องกับความรู้ใหม่ที่รับเข้ามา จึงเกิดการขยายโครงสร้างทางปัญญา ส่วนกระบวนการปรับการรู้คิดเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นเนื่องจากความรู้หรือประสบการณ์เดิมที่อยู่ในโครงสร้างทางปัญญาไม่สอดคล้องกับความรู้ใหม่ที่รับเข้ามาจึงทำให้เกิดการปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่เดิมเพื่อให้สามารถเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ที่รับเข้ามา (Hiebert & Carpenter, 1992)

การสร้างความรู้ความเข้าใจในแนวคิดหรือโมเดลทางคณิตศาสตร์

Piaget (อ้างถึงใน พรณี ข. เจริญ, 2545) ได้กล่าวถึงพัฒนาการทางปัญญาว่าการสร้างองค์ความรู้เป็นกระบวนการเฉพาะของแต่ละบุคคล ผู้เรียนจะสร้างองค์ความรู้บนพื้นฐานความรู้เดิมหรือประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ โดยการนำเอาความรู้หรือประสบการณ์เดิมมาสร้างความหมายกับประสบการณ์ใหม่ที่กำลังเผชิญอยู่ ดังนั้นความหมายที่ถูกสร้างขึ้นสำหรับบุคคลแต่ละคนจะไม่เหมือนกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความรู้อะไรที่บุคคลนั้นนำมาใช้สร้างความหมายกับประสบการณ์ใหม่ซึ่งอาจใช้ความรู้ที่แตกต่างกัน แนวคิดนี้เป็นพื้นฐานของแนวคิดของกลุ่มสรคณิยม (Constructivism) นอกจากนี้ Piaget ยังได้กล่าวถึงแนวโน้มนามธรรมชาติของมนุษย์ที่ติดตัวมาแต่กำเนิดว่ามีอยู่ 2 ลักษณะ คือการจัดระบบ (Organization) และการปรับตัว (Adaptation) โดยที่การจัดระบบเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในโดยวิธีการรวมความรู้หรือกระบวนการต่างๆที่มีความสัมพันธ์กันเชื่อมโยงกันอย่างเป็นระบบ ส่วนการปรับตัวเป็นการปรับตัวเข้ากับสิ่งแวดล้อม ซึ่งการปรับตัวนี้ประกอบด้วยกระบวนการ 2 กระบวนการ คือ กระบวนการซึมซับ และกระบวนการปรับการรู้คิด พัฒนาการทางสติปัญญาจะเกิดขึ้นเมื่อบุคคลรับเอาประสบการณ์ใหม่ที่มีความสอดคล้องกับความรู้หรือโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่เดิม หรือหากความรู้เดิมไม่สอดคล้องกับประสบการณ์ใหม่จะทำให้เกิดสภาวะไม่สมดุล (Disequilibrium) ดังนั้นบุคคลจึงพยายามปรับสภาวะให้อยู่ในสภาวะสมดุล (Equilibrium) โดยการปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่ให้สอดคล้องกับประสบการณ์ใหม่เพื่อที่จะรับเอาประสบการณ์ใหม่เข้ามาเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างทางปัญญาต่อไป

ก่อนที่จะทำความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนคติทางคณิตศาสตร์ ให้ลองพิจารณาความหมายของคำว่า “สามเหลี่ยม” กับคำว่า “ห้า” ถ้าตั้งคำถามผู้เรียนเกี่ยวกับความหมายของคำว่า “สามเหลี่ยม” ซึ่งคำตอบที่ได้จะมีความแตกต่างจากคำตอบของคำถามเกี่ยวกับความหมายของคำว่า “ห้า”

คำตอบจากคำถามแรกอาจจะเป็น

“รูปเรขาคณิตที่ประกอบด้วยด้านสามด้าน” หรือ

“รูปเรขาคณิตที่สร้างจากส่วนของเส้นตรงสามเส้น” หรือ

“รูปเรขาคณิตที่ประกอบด้วยมุมสามมุม” หรือ

“รูปเรขาคณิตที่ประกอบด้วยด้านสามด้านและมุมสามมุม”

คำตอบแต่ละคำตอบที่ได้เป็นการอธิบายเกี่ยวกับลักษณะเฉพาะของรูปสามเหลี่ยมที่ผู้เรียนได้สังเกตเห็นจากรูปหรือวัตถุที่เป็นรูปสามเหลี่ยม

ส่วนคำตอบของคำถามที่สองจะแตกต่างจากคำตอบของคำถามแรก โดยคำตอบอาจจะเป็น

“ห้าเป็นจำนวน ๕ หนึ่ง สามารถเขียนแทนด้วย 5” หรือ

“แอปเปิลห้าผล หรือเก้าอี้ห้าตัว”

นอกจากนี้อาจจะได้คำตอบที่เกี่ยวข้องกับสมบัติทางเลขคณิต เช่น

“ห้าเป็นจำนวนคู่” หรือ

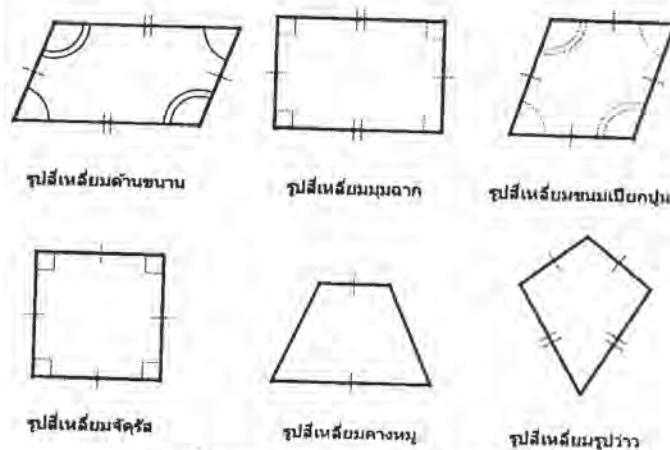
“ห้าเป็นจำนวนที่อยู่ระหว่างสี่กับหก” หรือ

“ห้าเป็นจำนวนที่มากกว่าสี่อยู่หนึ่ง”

จากคำตอบข้างต้นจะมีความแตกต่างระหว่างความหมายของ “สามเหลี่ยม” กับความหมายของ “ห้า” โดยที่ “สามเหลี่ยม” เป็นวัตถุที่สามารถสังเกตเห็นรูปร่างและสามารถอธิบายในเทอมของสมบัติเฉพาะ (ประกอบด้วยด้านสามด้าน) ส่วน “ห้า” จะถูกนำเสนอในรูปของวัตถุรูปธรรมจำนวนห้าชิ้น วัตถุทั้งห้าชิ้นจะถูกนับ “หนึ่ง สอง สาม สี่ ห้า” คำสุดท้ายของการนับวัตถุชิ้นสุดท้าย “ห้า” จะแทนจำนวนวัตถุทั้งหมด จะเห็นได้ว่าความหมายของ “ห้า” จะมีความแตกต่างจาก “สามเหลี่ยม” ตรงที่มันเกี่ยวข้องกับวัตถุ ส่วนจำนวน “ห้า” นั้นเป็นผลมาจากกระบวนการ (Process) ในที่นี้คือกระบวนการนับ

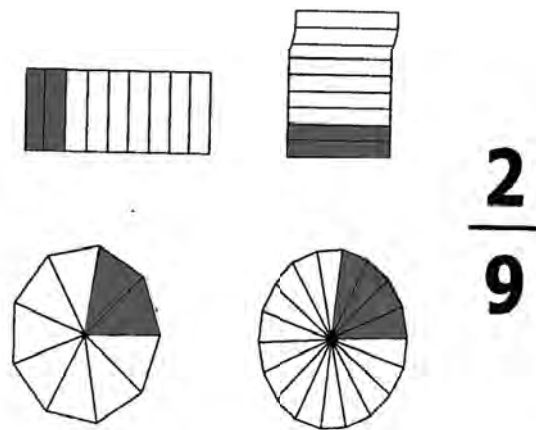
ดังนั้นทั้ง Piaget (1992) และ Gray & Tall (2007) ได้จำแนกมโนคติทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 แบบ คือ

1. มโนคติทางคณิตศาสตร์ที่สร้างจากการรับรู้ (Perceptions) เกี่ยวกับวัตถุโดยผ่านประสาทสัมผัสทั้งห้าซึ่งประกอบด้วย หู ตา จมูก ลิ้น และกาย ผู้เรียนจะวิเคราะห์สมบัติร่วมของวัตถุและพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างสมบัตินั้น ๆ แล้วสรุปในรูปของภาษาพูดหรือภาษาเขียน (Definitions) ข้อสรุปที่ได้จะมีความแตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับผู้สังเกตแต่ละคนจะใช้ความรู้หรือประสบการณ์เดิมอะไรมาสร้างความหมายกับสิ่งที่ได้รับรู้ Piaget เรียกมโนคติในลักษณะนี้ว่า Empirical abstraction (Dubinsky, 1992) หรือ Conceptual embodiment (Gray & Tall, 2007) เช่น การเรียนรู้เกี่ยวกับวงรี (Class) ของรูปสี่เหลี่ยม โดยครูกำหนดรูปสี่เหลี่ยมที่มีลักษณะแตกต่างกัน ดังภาพที่ 2 ให้นักเรียนสังเกตว่ามีสี่เหลี่ยมรูปใดที่มีสมบัติหรือลักษณะที่เหมือนกัน ซึ่งจะเห็นว่าสี่เหลี่ยมด้านขนาน สี่เหลี่ยมมุมฉาก สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน และสี่เหลี่ยมจตุรัส มีลักษณะเหมือนกัน คือ มีด้านตรงข้ามกันขนานกัน 2 คู่ ดังนั้น สี่เหลี่ยมมุมฉาก สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน และสี่เหลี่ยมจตุรัส จะอยู่ในวงรีของสี่เหลี่ยมด้านขนาน เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างสี่เหลี่ยมมุมฉากและสี่เหลี่ยมจตุรัส จะสรุปได้ว่าสี่เหลี่ยมจตุรัสเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านเท่ากันทั้งสี่ด้าน ในทำนองเดียวกันจะสรุปได้ว่าสี่เหลี่ยมจตุรัสเป็นสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก ส่วนสี่เหลี่ยมคางหมูและสี่เหลี่ยมรูปว่าวไม่มีลักษณะร่วมกับสี่เหลี่ยมชนิดอื่น



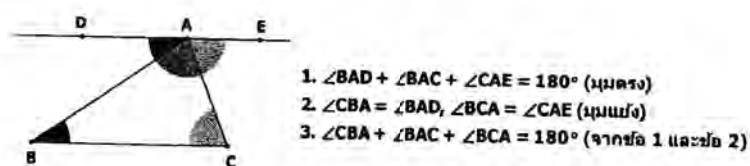
ภาพที่ 2 แสดงชนิดของรูปสี่เหลี่ยม

2. มโนคติทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการรับรู้ผลของการจัดกระทำกับวัตถุโดยผ่านประสาทสัมผัสทั้งห้า แล้วพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างผลของการจัดกระทำกับวัตถุและสัญลักษณ์ที่ใช้แทนผลการจัดกระทำนั้น Piaget เรียกมโนคติในลักษณะนี้ว่า Pseudo-empirical abstraction (Dubinsky, 1992) หรือ Symbolic proceptual (Gray & Tall, 2007) เช่น การสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายของเศษส่วน จะใช้การแบ่งวัตถุออกเป็นส่วน ๆ ให้มีขนาดเท่ากัน ส่วนที่ถูกเลือกจะเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ของเศษส่วน ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 แสดงความหมายของเศษส่วน

3. มโนคติทางคณิตศาสตร์ที่สร้างจากการใช้ความรู้ ความเข้าใจ (Reflection) ซึ่งอาจจะเป็นมโนคติที่สร้างในแบบที่ 1 หรือที่ 2 หรือมโนคติที่ได้จากการสร้างในแบบที่ 3 มาสร้างความหมายกับกิจกรรมที่กระทำเพื่อสร้างมโนคติทางคณิตศาสตร์ใหม่ในลำดับที่สูงขึ้น เช่น นักเรียนใช้สมบัติของมุมตรงและสมบัติเส้นขนานเกี่ยวกับมุมแย้งมาใช้พิสูจน์สมบัติของผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม (ผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ จะเท่ากับ 180°) ดังภาพที่ 4

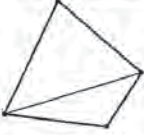
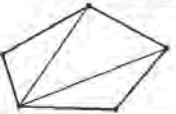
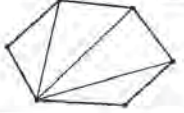


ภาพที่ 4 แสดงมโนคติเกี่ยวกับผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

ในการพัฒนามโนคติทางคณิตศาสตร์อาจใช้การสร้างมโนคติแบบใดแบบหนึ่ง หรือใช้ 2 แบบ หรืออาจใช้ทั้ง 3 แบบ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

การสร้างโมเดลทางเรขาคณิต

1. ในการหาผลบวกของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยม โดยใช้ความรู้เดิมเกี่ยวกับผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ มีค่าเท่ากับ 180°

รูปหลายเหลี่ยม	จำนวน สามเหลี่ยม	ผลบวกของมุม ภายใน
	1	180°
	2	$2 \times 180^\circ = 360^\circ$
	3	$3 \times 180^\circ = 540^\circ$
	4	$4 \times 180^\circ = 720^\circ$

จากตารางจะเห็นว่า “ผลบวกของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยม เท่ากับ จำนวนสามเหลี่ยมคูณผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม” ดังนั้น จะสรุปได้ว่า

$$\text{ผลบวกของมุมภายในของรูป } n \text{ เหลี่ยม} = (n - 2) \times 180^\circ = 360^\circ$$

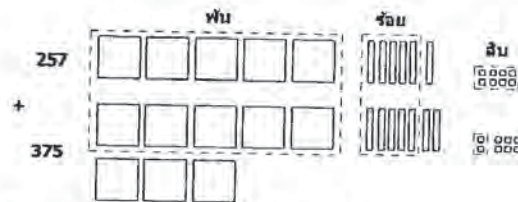
การสร้างโมเดลทางเลขคณิต

1. การบวกจำนวนสองจำนวนที่มีผลบวกไม่เกิน 9

การพัฒนาโมเดลเกี่ยวกับการบวก เช่น “ $3+5$ ” ผู้เรียนจะหาผลบวกโดยการนับวัตถุโดยการนำเอาวัตถุ 3 ชิ้นมานับรวมกับวัตถุอีก 5 ชิ้น อาจจะนับวัตถุในกลุ่มที่ 1, “1, 2, 3” นับวัตถุในกลุ่มที่ 2, “1, 2, 3, 4, 5” แล้วนำเอาวัตถุทั้งสองกลุ่มมานับรวมกัน “1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8” จะได้ผลบวกเท่ากับ 8 (Count-all) หรือนับวัตถุในกลุ่มที่ 1 ก่อน “1, 2, 3” แล้วนับวัตถุในกลุ่มที่ 2 เป็น “4, 5, 6, 7, 8” ได้ผลบวกเท่ากับ 8 (Count-both) หรือใช้การนับเพิ่มจาก 3 เป็น “4, 5, 6, 7, 8” ได้ผลบวกเท่ากับ 8 (Count-on) หรือใช้การนับเพิ่มจากจำนวนที่มาก คือ 5 เป็น “6, 7, 8” ได้ผลบวกเท่ากับ 8 (Count-on from large number) จนกระทั่งสามารถใช้ความรู้เดิมเกี่ยวกับการบวกมาใช้ กล่าวคือ “ผลบวกมีค่าน้อยกว่า 10 อยู่ 2 ผลบวก เท่ากับ 8 เนื่องจาก $5+5$ เท่ากับ 10 และ 3 น้อยกว่า 5 อยู่ 2”

2. การบวกเลขสองจำนวนที่ประกอบด้วยเลขหลายหลัก

ในการพัฒนาโมเดลเกี่ยวกับการบวก เช่น หาผลบวกของ $578 + 876$ ผู้เรียนจะใช้สื่อรูปธรรม ซึ่งในที่นี้ใช้ 10-based block ดังต่อไปนี้



จากผลของการจัดกระทำกับสื่อ จะเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ดังนี้

$$\begin{array}{r}
 200 + 50 + 7 \\
 300 + 70 + 5 \\
 \hline
 500 + 120 + 12 \\
 \Rightarrow (500+100) + (20+10) + 2 \\
 \Rightarrow 600 + 30 + 2
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{r}
 1 \ 1 \\
 2 \ 5 \ 7 \\
 3 \ 7 \ 5 \\
 \hline
 6 \ 3 \ 2
 \end{array}$$

การสร้างมโนคติทางพีชคณิต

1. การคูณพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง โดยการนำเสนอด้วยพื้นที่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังต่อไปนี้

$$\begin{array}{l}
 x(x+1) = x^2 + x \\
 x(x+2) = x^2 + 2x \\
 x(x+3) = x^2 + 3x
 \end{array}$$

ผู้เรียนใช้สิ่งที่

$x(x-2)$ หรือ $(x+1)(x-2)$

ได้เรียนรู้มาใช้ในการหาผลคูณของ $x(x+4)$ หรือ $x(x+10)$ หรือ

2. การคูณพหุนามโดยประยุกต์ใช้วิธีการคูณจำนวนเต็ม เช่น $2x^2 + 5x + 7$ คูณด้วย $3x^2 + 7x + 5$ หาผลคูณโดยการประยุกต์ใช้วิธีการของ 257 คูณด้วย 375 ดังต่อไปนี้

$$\begin{array}{r}
 257 \\
 375 \times \\
 \hline
 1285 \\
 1799 \\
 771 \\
 \hline
 96375
 \end{array}$$

กระจายตัวตั้งและตัวคูณให้อยู่ในรูปของค่าประจำหลัก

วิธีการกระจายตัวเลขในแต่ละหลัก

$$\begin{array}{r}
 200 + 50 + 7 \\
 300 + 70 + 5 \\
 \hline
 1000 + 250 + 35 \\
 14000 + 3500 + 490 \\
 60000 + 15000 + 2100 \\
 \hline
 60000 + 29000 + 6600 + 740 + 35 = 9635
 \end{array}$$

นำมาประยุกต์ใช้กับการคูณพหุนาม ดังนี้

$$\begin{array}{r}
 2x^2 + 5x + 7 \\
 3x^2 + 7x + 5 \quad \times \\
 \hline
 10x^2 + 25x + 35 \\
 14x^3 + 35x^2 + 49x \\
 \hline
 6x^4 + 15x^3 + 21x^2 \\
 \hline
 6x^4 + 29x^3 + 66x^2 + 74x + 35
 \end{array}$$

บทสรุป

ในการจัดกิจกรรมเพื่อให้ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยตนเองและเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ ครูจะต้องมีความเข้าใจว่ามโนทัศน์ที่ต้องการให้ผู้เรียนได้เรียนรู้นั้นจะถูกสร้างโดยวิธีใด ซึ่งครูจะใช้ความรู้ความเข้าใจนั้นมาเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมและใช้สื่อให้เหมาะสมสำหรับกับวิธีที่ใช้สร้างมโนทัศน์นั้นๆ

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2546). พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และแก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พร้อมกฎกระทรวงที่เกี่ยวข้องและพระราชบัญญัติการศึกษาภาคบังคับ พ.ศ. 2545. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- พรรณี ช. เจนจิต. (2545). จิตวิทยาการเรียนรู้การสอน. บริษัท เมธีทิปส์ จำกัด.
- Crowley, L. (2000). *Cognitive structures in college algebra*. Ph.D. dissertation, The University of Warwick, UK.
- Dubinsky, E. (1992). *Reflective abstraction in advanced mathematical thinking*. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking*, (pp.95-125). Dordrech Kluwer Academic Publishers
- Goldin, G.A., Kaput, J.J. (1996). *A join perspective on the ideas of representation in learning and doing mathematics*. In L.P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G.A. Goldin, & B. Geer (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp.397-430). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Gray, E, & Tall, D. (2007). Abstraction as a natural process of mental compression. *Mathematical Education Research Journal*, 19(2), 23-40.

Hiebert, J., & Carpenter, T.P. (1992). **Learning and teaching with understanding**. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.65-96). New York: Macmillan Publishing Company.

NCTM (2000). **Principles and standards for school mathematics**. Reston, VA.: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการคิดวิเคราะห์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้การตัดสินใจ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุขความคิด ประเทศไทยได้เห็นความสำคัญของการศึกษาเพื่อพัฒนาความคิด โดยได้กำหนดไว้ในพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 และหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสมรรถนะที่สำคัญ คุณลักษณะที่พึงประสงค์ของผู้เรียน โดยกำหนดให้ผู้เรียนจะต้องเป็นผู้ที่มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้หรือสารสนเทศเพื่อการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมได้อย่างเหมาะสม นอกจากนี้ในมาตรฐานการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ได้กำหนดมาตรฐานเกี่ยวกับทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

การคิดวิเคราะห์นั้นเป็นการคิดที่เป็นรากฐานที่สำคัญของการเรียนรู้ และการดำเนินชีวิต การคิดวิเคราะห์เป็นองค์ประกอบที่เป็นพื้นฐานของการคิดทั้งหมดซึ่งเป็นทักษะที่ทุกคนสามารถพัฒนาได้ อันได้แก่ ทักษะการสังเกต การเปรียบเทียบ การคาดคะเนและการประยุกต์ใช้ การประเมิน การจำแนกแยกแยะประเภท การจัดหมวดหมู่ การสันนิษฐาน การสรุปผลเชิงเหตุผล การศึกษาหลักการการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ การตั้งสมมติฐานที่มีผลต่อการศึกษาค้นคว้าและการตัดสินใจในสิ่งต่าง ๆ โดยใช้เกณฑ์ในการตัดสินใจด้วยเหตุผล

ความหมายของการคิดวิเคราะห์ (Analytical thinking)

การคิดวิเคราะห์ หมายถึง ความสามารถในการจำแนกแจกแจงองค์ประกอบต่างๆของสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่ง และหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผลระหว่างองค์ประกอบเหล่านั้น เพื่อค้นหาสาเหตุที่แท้จริงของสิ่งที่เกิดขึ้น เป็นความสามารถในการมองเห็นรายละเอียดและจำแนกแยกแยะข้อมูลองค์ประกอบของสิ่งต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นวัตถุ เรื่องราว หรือเหตุการณ์ต่างๆออกเป็นส่วนย่อยๆและจัดเป็นหมวดหมู่ เพื่อค้นหาข้อความจริงที่สำคัญที่เป็นแก่นแท้ขององค์ประกอบหรือหลักการนั้นๆ สามารถอธิบายตีความสิ่งที่เห็นได้อย่างชัดเจน รวมทั้งหาความสัมพันธ์และความเชื่อมโยงของสิ่งต่างๆว่ามีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร อะไรเป็นสาเหตุ ส่งผลกระทบต่อกันอย่างไร อาศัยหลักการใด จนได้ความคิดเพื่อนำไปสู่การ

สรุป การประยุกต์ใช้ ทำนายหรือคาดการณ์สิ่งต่างๆ ได้อย่างถูกต้อง (เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์, 2549; ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ, 2551; สุวิทย์ มูลคำ, 2553)

องค์ประกอบของการคิดวิเคราะห์

การคิดวิเคราะห์ช่วยให้ค้นพบข้อเท็จจริง หรือข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับเรื่องนั้นๆ โดยใช้เครื่องมือช่วยในการวิเคราะห์ ได้แก่ ข้อมูล ความรู้ ความเข้าใจ และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ (การตีความ การตั้งคำถาม การค้นหาความจริง การจำแนกแยกแยะ และการหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผล) เป็นต้น เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2549) ได้นำเสนอรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. **ความสามารถในการตีความ** คือการทำความเข้าใจ และให้เหตุผลแก่สิ่งที่เราต้องการจะวิเคราะห์ เพื่อแปลความหมายที่ไม่ปรากฏโดยตรงของสิ่งนั้น เป็นการสร้างความเข้าใจต่อสิ่งที่ต้องการวิเคราะห์ โดยสิ่งนั้นไม่ปรากฏโดยตรง คือข้อมูลไม่ได้บอกโดยตรง แต่เป็นการสร้างความเข้าใจที่เกินกว่าสิ่งที่ปรากฏ เป็นการสร้างความเข้าใจบนพื้นฐานจึงสิ่งที่ปรากฏในข้อมูลที่น่ามาวิเคราะห์ โดยมีเกณฑ์มาตรฐานในการตัดสินใจที่แตกต่างกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความรู้ ประสบการณ์และค่านิยมของแต่ละบุคคล
2. **ความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่จะวิเคราะห์** การที่จะคิดวิเคราะห์ได้นั้น จำเป็นต้องมีความรู้ความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับเรื่องนั้น ซึ่งจะช่วยในการกำหนดขอบเขตของการวิเคราะห์แจกแจงและจำแนกได้ว่าเรื่องนั้นเกี่ยวข้องกับอะไร มีองค์ประกอบย่อยอะไรบ้าง และรู้ว่าอะไรเป็นสาเหตุทำให้เกิดอะไร
3. **ความช่างสังเกต ช่างสงสัย และช่างถาม** ความเป็นคนช่างสังเกต ทำให้สามารถค้นพบความผิดปกติท่ามกลางสิ่งๆ ที่ดูอย่างผิวเผินแล้วเหมือนไม่มีอะไรเกิดขึ้น และช่างสงสัยเมื่อเห็นความผิดปกติแล้วไม่ละเลยไป รวมถึงต้องเป็นคนช่างถาม ชอบตั้งคำถามกับตนเองและคนรอบข้างเกี่ยวกับสิ่งที่เกิดขึ้น เพื่อนำไปสู่การคิดต่อเกี่ยวกับเรื่องนั้น โดยยึดหลักการตั้งคำถาม 5W's 1H (Who What Where When Why และ How)
4. **ความสามารถในการหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผล** คือต้องมีความสามารถในการใช้เหตุผล จำแนกแยกแยะได้ว่าสิ่งใดเป็นความจริง สิ่งใดไม่เป็นความจริง สิ่งใดมีองค์ประกอบในรายละเอียดที่เชื่อมโยงสัมพันธ์กันอย่างไร สามารถมองเห็นภาพในแนวลึก มองเห็นความซับซ้อนที่อยู่ภายใน และรู้ว่าแต่ละสิ่งจัดเรียงลำดับกันอย่างไร รู้เหตุผลที่อยู่เบื้องหลังการกระทำ รู้อารมณ์ความรู้สึกที่ซ่อนอยู่เบื้องหลังสีหน้าและการแสดงออก

ทักษะการคิดวิเคราะห์

ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ (2551) ได้กล่าวถึงทักษะการคิดวิเคราะห์ตามกรอบทฤษฎีการคิดวิเคราะห์ของ Bloom และ Marzano ดังต่อไปนี้

Bloom ได้กล่าวถึงทักษะการคิดวิเคราะห์ว่ามีทักษะที่สำคัญๆ 3 ด้าน ดังนี้

1. การวิเคราะห์ความสำคัญหรือเนื้อหาของสิ่งต่างๆ (Analysis of element) เป็นความสามารถในการพิจารณาแยกแยะเรื่องราวหรือเหตุการณ์ออกเป็นส่วนย่อยๆ เพื่อหาส่วนประกอบของเรื่องราวหรือเหตุการณ์นั้น โดยพิจารณาว่า สิ่งใดจำเป็น สิ่งใดสำคัญ สิ่งใดมีบทบาทมากที่สุด ประกอบด้วย

- 1) การวิเคราะห์ชนิด ลักษณะ หรือประเภท เป็นการวินิจฉัยว่าสิ่งหรือเหตุการณ์นั้นๆ จัดเป็นชนิดใด ลักษณะใด เพราะเหตุใด เช่น ข้อความนี้เป็นข้อความชนิดใด
- 2) การวิเคราะห์สิ่งสำคัญ สิ่งที่มีความหมาย หรือมีนัยสำคัญ เป็นการวินิจฉัยว่าสิ่งใดสำคัญ สิ่งใดไม่สำคัญ เป็นการค้นกาสาระสำคัญ ข้อความหลัก ข้อสรุป จุดเด่น จุดด้อย ของสิ่งต่างๆ เช่น
 - สาระสำคัญของเรื่องนี้คืออะไร
 - ควรตั้งชื่อเรื่องนี้ว่าอย่างไร
 - การทำเช่นนี้มีวัตถุประสงค์เพื่ออะไร
 - สิ่งสำคัญที่สุด หรือมีบทบาทมากที่สุดในสถานการณ์นี้คืออะไร
- 3) การวิเคราะห์เสณัย เจตนาหรือความคิดที่แฝงอยู่ เป็นการมุ่งค้นหาสิ่งที่แอบแฝงซ่อนเร้น หรืออยู่เบื้องหลังจากสิ่งที่เห็น ซึ่งไม่ได้บ่งบอกตรงๆ แต่มีร่องรอยของความจริงที่ซ่อนเร้นอยู่ เช่น
 - ข้อความนี้หมายถึงใครหรือสถานการณ์ใด
 - เรื่องนี้ให้ข้อคิดอะไร ผู้เขียนมีความเชื่ออย่างไร จุดประสงค์คืออะไร

2. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ (Analysis of relationship) เป็นความสามารถในการหาความเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์ โดยระบุความสัมพันธ์ระหว่างความคิด ความสัมพันธ์ในเชิงเหตุผลหรือความแตกต่างระหว่างข้อโต้แย้งที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้อง ประกอบด้วย

- 1) วิเคราะห์ชนิดของความสัมพันธ์
 - มุ่งให้คิดว่าเป็นความสัมพันธ์แบบใด มีสิ่งใดสอดคล้องกัน หรือไม่สอดคล้องกัน มีสิ่งใดที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้องกันกับเรื่องราวหรือเหตุการณ์นั้น
 - มีข้อความใดไม่สมเหตุสมผล เพราะอะไร
 - สองสิ่งนี้มีความเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร
- 2) การวิเคราะห์เกี่ยวกับขนาดของความสัมพันธ์ว่าสิ่งต่างๆเหล่านั้นมีความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กันมากหรือน้อยในระดับใด
 - สิ่งใดเกี่ยวข้องมากที่สุดหรือน้อยที่สุด
 - สิ่งใดสัมพันธ์กับเหตุการณ์หรือสถานการณ์มากที่สุด

- เรียงลำดับความมากหรือน้อยของสิ่งต่างๆที่เกี่ยวข้อง
- 3) วิเคราะห์ขั้นตอนของความสัมพันธ์ ได้แก่การวิเคราะห์ลำดับของความสัมพันธ์ว่าสิ่งใดเกิดก่อน และส่งผลกระทบต่อเนื่องเป็นลูกโซ่ตามลำดับถึงสิ่งใดเป็นทอดๆ เช่น
 - เรียงลำดับขั้นตอนของเหตุการณ์ วงจรของสิ่งต่างๆ สิ่งที่จะเกิดขึ้นตามมาตามลำดับขั้นตอน
 - เมื่อเกิดสิ่งนี้แล้ว จะเกิดผลลัพธ์อะไรตามมาบ้างตามลำดับ
 - ผลสุดท้ายเป็นอย่างไร
- 4) วิเคราะห์วัตถุประสงค์และวิธีการ เป็นการวิเคราะห์การกระทำหรือพฤติกรรมว่ามีเป้าหมายอะไร ทำเพื่ออะไร สอดคล้องหรือขัดแย้งกับวัตถุประสงค์หรือหน้าที่ของเรื่องนั้นในลักษณะใด เช่น
 - การกระทำแบบนี้เพื่ออะไร
 - เมื่อทำอย่างนี้แล้วจะเกิดสัมฤทธิ์ผลอย่างไร
 - ทำอย่างนี้มีเป้าหมายอะไร มีจุดมุ่งหมายอย่างไร
- 5) วิเคราะห์เหตุหรือผลที่เกิดตามมา เป็นการวิเคราะห์เรื่องราวหรือเหตุการณ์ที่เป็นเหตุ เป็นปัจจัย และเป็นผลของซึ่งกันและกัน โดยที่ฝ่ายหนึ่งเป็นต้นเหตุที่ส่งอิทธิพลบางอย่างให้บังเกิดผลบางประการต่ออีกฝ่ายหนึ่ง
 - สิ่งใดเป็นสาเหตุของเรื่องนี้
 - หากไม่ทำอย่างนี้แล้วผลจะเป็นอย่างไร
 - หากทำอย่างนี้แล้วผลจะเป็นอย่างไร
 - ข้อความใดเป็นเหตุผลแก่กันหรือขัดแย้งกัน

3. การวิเคราะห์หลักการ (Analysis of organizational principles) เป็นความสามารถในการหาโครงสร้างระบบหรือหลักความสัมพันธ์ส่วนสำคัญในเรื่องราวหรือเหตุการณ์นั้นๆว่ามีความสัมพันธ์กันอยู่ โดยอาศัยหลักการใด การคิดวิเคราะห์หลักการเป็นการวิเคราะห์ที่ถือว่าสำคัญที่สุด การที่จะวิเคราะห์หลักการได้ดี จะต้องมีความรู้ ความสามารถในการวิเคราะห์ความสำคัญและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ได้ดีเสียก่อน ซึ่งประกอบด้วย

- 1) วิเคราะห์หาโครงสร้างของเรื่องราวหรือเหตุการณ์ วิเคราะห์เกี่ยวกับรูปแบบและโครงสร้างทั่วไปของเรื่องราวหรือเหตุการณ์ว่ามีการจัดระเบียบกันอย่างไร มีสัดส่วนของความสัมพันธ์ขององค์ประกอบย่อยเป็นอย่างไร
- 2) วิเคราะห์หลักการ ความจริงทั่วไปที่ใช้ได้กับสิ่งต่างๆและเป็นความจริงพื้นฐานที่สุด กฎของแต่ละเรื่องย่อยนั้นบ่งชี้ หรือเป็นต้นกำเนิดของสูตรหรือกฎเหล่านั้น

Marzano (อ้างถึงใน ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ, 2551) ได้จำแนกทักษะการคิดวิเคราะห์ ดังนี้

1. **ทักษะการจำแนก** เป็นความสามารถในการแยกแยะส่วนย่อยต่างๆ ทั้งที่เป็นเหตุการณ์ เรื่องราว สิ่งของออกเป็นส่วนย่อยๆ ให้เข้าใจง่ายอย่างมีหลักเกณฑ์ สามารถบอกรายละเอียดของสิ่งต่างๆ ได้
2. **ทักษะการจัดหมวดหมู่** เป็นความสามารถในการจัดประเภท จัดลำดับ จัดกลุ่มของสิ่งที่มีลักษณะ คล้ายคลึงกันเข้าด้วยกัน โดยยึดโครงสร้างลักษณะหรือคุณสมบัติที่เป็นประเภทเดียวกัน
3. **ทักษะการเชื่อมโยง** เป็นความสามารถในการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร
4. **ทักษะการสรุปความ** เป็นความสามารถในการจับประเด็นและสรุปผลจากสิ่งที่กำหนดให้ได้
5. **การประยุกต์** ความสามารถในการนำความรู้ หลักการและทฤษฎีมาใช้ในสถานการณ์ต่างๆ สามารถคาดการณ์ งบประมาณ พยากรณ์ ขยายความ คาดเดา สิ่งที่จะเกิดขึ้นในอนาคต

จากการประมวลแนวคิดของ Bloom และ Marzano จะเห็นได้ว่า ทั้งสองแนวคิดมีความคล้ายคลึงกัน โดยสรุปเป็นตาราง ดังนี้

ทักษะการคิดวิเคราะห์	
แนวคิดของ Bloom	แนวคิดของ Marzano
1. วิเคราะห์ความสำคัญหรือเนื้อหา	1. การจำแนก 2. การจัดหมวดหมู่
2. วิเคราะห์ความสัมพันธ์	3. การเชื่อมโยง
3. วิเคราะห์หลักการ	4. การสรุปความ 5. การประยุกต์

ลักษณะคำถามให้คิดวิเคราะห์

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2549) ได้กล่าวถึงการคิดวิเคราะห์ว่าเป็นการตอบคำถามที่เกี่ยวข้องกับ “ความสงสัยใคร่รู้” ของผู้ถาม โดยขอบเขตของคำถามที่เกี่ยวข้องกับการคิดวิเคราะห์ จึงเกี่ยวข้องกับการ จำแนก แยกแยะองค์ประกอบ และหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผลระหว่างเรื่องที่วิเคราะห์กับองค์ประกอบที่ เกี่ยวข้อง โดยใช้คำถาม SWIH ซึ่งประกอบด้วย Who (ใคร) What (ทำอะไร) Where (ที่ไหน) When (เมื่อใด) How (อย่างไร) Why (เพราะเหตุใดหรือทำไม) ดังตัวอย่างของคำถามต่อไปนี้

- เหมือนกันตรงไหน มีอะไรเหมือนกัน มีลักษณะร่วมกันคืออะไร
- อะไรที่ทำให้เชื่ออย่างนั้น
- เรียงลำดับให้หน่อย บอกวงจรของสิ่งนี้ด้วย
- สรุปได้ว่าอย่างไร
- อะไรเป็นสาเหตุของเรื่องนี้
- ลองจัดเป็นกลุ่มได้อย่างไร

- ลักษณะเด่นคืออะไร
- อะไรที่บ่งบอกได้ว่าเป็นสิ่งนี้
- เป็นอย่างอื่นได้ดีกว่านี้ได้ไหม
- มีอย่างอื่นอีกไหมที่ทำให้เป็นหรือเป็นเหมือนอย่างนี้
- ต่างกันตรงไหน มีอะไรที่ไม่เข้าพวก
- จัดอย่างไร หรือทำอย่างไรจึงเป็นแบบนี้
- จะเกิดอะไรขึ้นถ้า...
- ถ้าทำ(เป็น)อย่างนี้แล้วจะเป็นอย่างไรต่อไป
- ทางออกที่เหมาะสมของเรื่องนี้คืออะไร ควรเป็นอย่างไร

กระบวนการคิดวิเคราะห์

สุวิทย์ มูลคำ (2553) ได้นำเสนอกระบวนการคิดวิเคราะห์ ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดสิ่งที่ต้องการวิเคราะห์

เป็นการกำหนดวัตถุ สิ่งของ เรื่องราว หรือเหตุการณ์ต่างๆขึ้นมา เพื่อเป็นต้นเรื่องที่จะใช้วิเคราะห์ กำหนดขอบเขตและนิยามของสิ่งที่จะคิดให้ชัดเจน

ขั้นที่ 2 กำหนดปัญหา หรือวัตถุประสงค์

เป็นการกำหนดประเด็นข้อสงสัยจากปัญหาที่ต้องการจะวิเคราะห์ ซึ่งอาจกำหนดเป็นคำถาม หรือเป็นการกำหนดจุดมุ่งหมายหรือวัตถุประสงค์ของการวิเคราะห์ เพื่อค้นหาความจริง สาเหตุ หรือความสำคัญ เช่น กำหนดวัตถุประสงค์เพื่อจัดลำดับ เพื่อหาเอกลักษณ์ เพื่อหาข้อสรุป เพื่อหาสาเหตุ เพื่อหาแนวทางแก้ไข เป็นต้น

ขั้นที่ 3 ขั้นกำหนดหลักการหรือกฎเกณฑ์

เป็นการพิจารณาข้อมูลความรู้ ทฤษฎี หลักการ กฎเกณฑ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ว่าจะใช้หลักใดเป็นเครื่องมือใช้ในการวิเคราะห์ เช่น จะใช้เกณฑ์อะไรในการจำแนกและจัดหมวดหมู่ของสิ่งต่าง ๆ เกณฑ์ในการจำแนกสิ่งที่เหมือนกันหรือแตกต่างกัน เกณฑ์ในการหาลักษณะความสัมพันธ์เชิงเหตุผล ซึ่งอาจเป็นลักษณะความสัมพันธ์ที่มีความคล้ายคลึงกันหรือขัดแย้งกัน

ขั้นที่ 4 การพิจารณาแยกแยะ

เป็นการพินิจวิเคราะห์ แยกแยะ กระจายสิ่งที่กำหนดให้ออกเป็นส่วนย่อยๆ โดยอาจใช้เทคนิคคำถาม 5 W's 1H ซึ่งประกอบด้วย What (อะไร) Where (ที่ไหน) When (เมื่อไร) Why (ทำไม) Who (ใคร) และ How (อย่างไร)

ขั้นที่ 5 สรุปคำตอบ

เป็นการรวบรวมประเด็นที่สำคัญ เพื่อหาข้อสรุปเป็นคำตอบ หรือตอบปัญหาของสิ่งที่กำหนดให้

ความสัมพันธ์ระหว่างความคิดวิเคราะห์กับความคิดระดับสูง

การคิดวิเคราะห์นั้นนับว่าเป็นความคิดที่เป็นพื้นฐาน หรือเป็นขั้นตอนหนึ่งของการคิดระดับสูง (การคิดแก้ปัญหา การคิดตัดสินใจ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และความคิดสร้างสรรค์)

ตารางที่ 1 แสดงความความหมายและกระบวนการความคิดระดับสูง

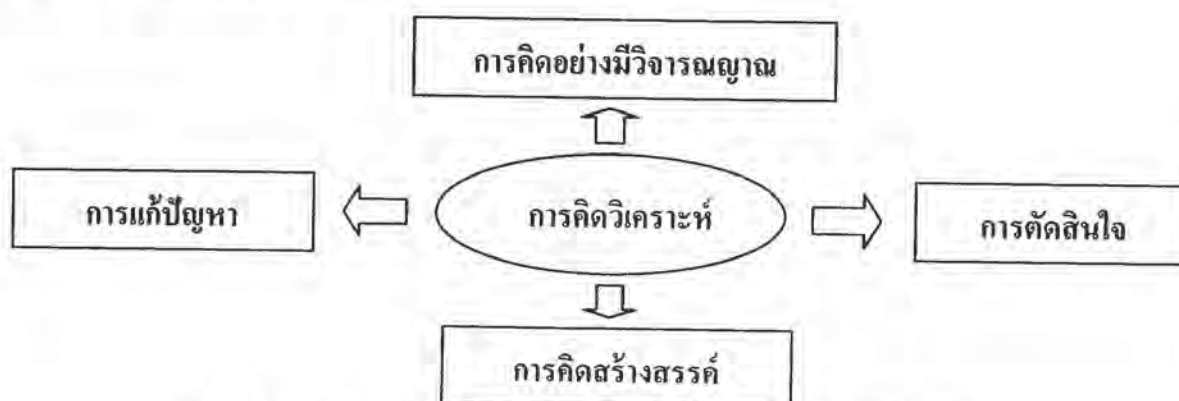
ทักษะการคิด	ความหมาย	กระบวนการ
การคิดอย่างมี วิจารณญาณ	กระบวนการคิดไตร่ตรองอย่างรอบ คอบเกี่ยวกับสถานการณ์ที่เป็นปัญหา คลุมเครือ มีความขัดแย้ง เพื่อตัดสินใจว่าสิ่งใดควรเชื่อ/ไม่ควรเชื่อ สิ่งใดที่ควรทำ/ไม่ควรทำ โดยใช้ความรู้ ความคิดจากประสบการณ์ของตนเองและจากข้อมูลรอบด้าน	1.ระบุประเด็นปัญหา หรือประเด็นในการคิด 2.ประมวลข้อมูลที่เกี่ยวข้องจากการคิดทางกว้าง คิดลึกซึ้ง คิดละเอียด และคิดในระยะไกล 3.วิเคราะห์ข้อมูล 4.พิจารณาทางเลือกจากข้อมูล โดยใช้หลักเหตุผลและระบุทางเลือกที่หลากหลาย 5.ลงความเห็น/ตัดสินใจ/ทำนายอนาคตโดยประเมินทางเลือกและใช้เหตุผลคิดคุณค่า
การคิดตัดสินใจ	กระบวนการที่ใช้ในการพิจารณาเลือกตัวเลือกที่มีตั้งแต่ 2 ตัวเลือกขึ้นไป ซึ่งทางเลือกนั้นอาจจะเป็นวัตถุ สิ่งของ หรือแนวปฏิบัติต่างๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหา หรือดำเนินการเพื่อให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้	1.ระบุเป้าหมายหรือปัญหาที่ต้องการตัดสินใจ 2.ระบุทางเลือก 3.วิเคราะห์ทางเลือก 4.จัดลำดับทางเลือก 5.เลือกทางเลือก
การคิดแก้ปัญหา	เป็นขั้นตอนการฝ่าฟันอุปสรรคและแก้ไขสถานการณ์เพื่อให้ปัญหานั้นหมดไป	1.ทำความเข้าใจปัญหา 1.1 ปัญหาคืออะไร 1.2 ข้อมูลใดเกี่ยวข้องกับปัญหา 1.3 มีเงื่อนไขหรือต้องการข้อมูลใดเพิ่มเติม 2.วางแผนออกแบบแก้ปัญหา โดยคำนึงถึง 2.1 เคยพบปัญหานี้นมาก่อนหรือไม่ 2.2 รู้จักทฤษฎี หลักการที่เกี่ยวข้องกับปัญหานี้หรือไม่ 2.3 ใช้วิธีแก้ปัญหาที่เคยประสบ

ทักษะการคิด	ความหมาย	กระบวนการ
		ความสำเร็จมาก่อนได้หรือไม่ 3.ดำเนินการตามแผน มีการตรวจสอบแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติ 4.สรุปและตรวจสอบการแก้ปัญหา
การคิดสร้างสรรค์	ความคิดที่แปลกใหม่ที่จะนำไปสู่สิ่งต่างๆ ผลผลิตใหม่ๆ ทางเทคโนโลยี และความสามารถในการประดิษฐ์คิดค้นสิ่งแปลกใหม่	1.ระดมพลังความคิด 2.สร้างสรรค์ชิ้นงาน 3.นำเสนอ วิพากษ์วิจารณ์ 4.ประเมินผลงาน 6.เผยแพร่ผลงาน

ตารางที่ 2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างการคิดวิเคราะห์กับการคิดระดับสูง

การคิดระดับสูง	การคิดวิเคราะห์
การแก้ปัญหา	ทำความเข้าใจปัญหา หาความสัมพันธ์ของข้อมูล เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา เปรียบเทียบทางเลือก ลงมือแก้ปัญหา ตรวจสอบผลการดำเนินการ
การตัดสินใจ	หาเหตุผล จำแนกข้อมูล เปรียบเทียบทางเลือก เพื่อการตัดสินใจอย่างมีเหตุผล
การคิดอย่างมีวิจารณญาณ	จำแนกแยกแยะ จัดระบบข้อมูลอย่างมีเหตุผล เปรียบเทียบข้อมูล เพื่อการตัดสินใจอย่างมีเหตุผล
การคิดสร้างสรรค์	เชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูล จัดระบบข้อมูล เปรียบเทียบข้อมูล ใหม่นำไปกับการเดิมผสมผสานนำไปสู่การสร้างผลงานที่สร้างสรรค์ โดยการพัฒนาจากของเดิมหรือสร้างขึ้นมาใหม่

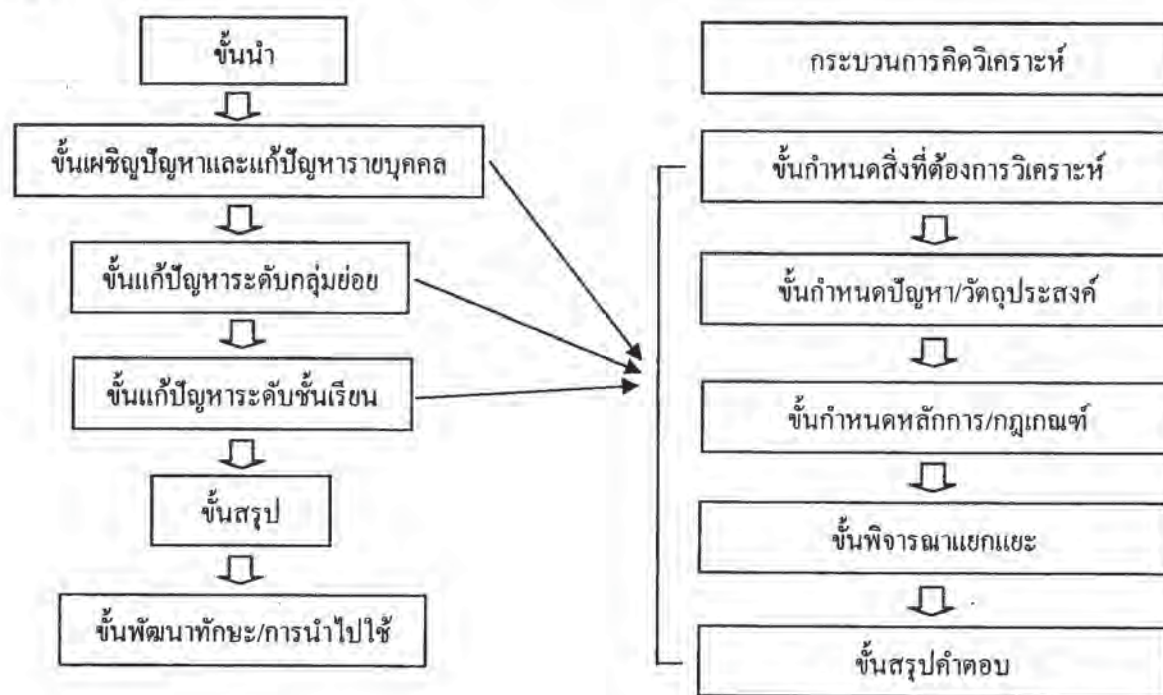
จากตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างการคิดวิเคราะห์และการคิดระดับสูงข้าง สามารถเขียนแผนผังแสดงความสัมพันธ์ได้ดังภาพที่ 1



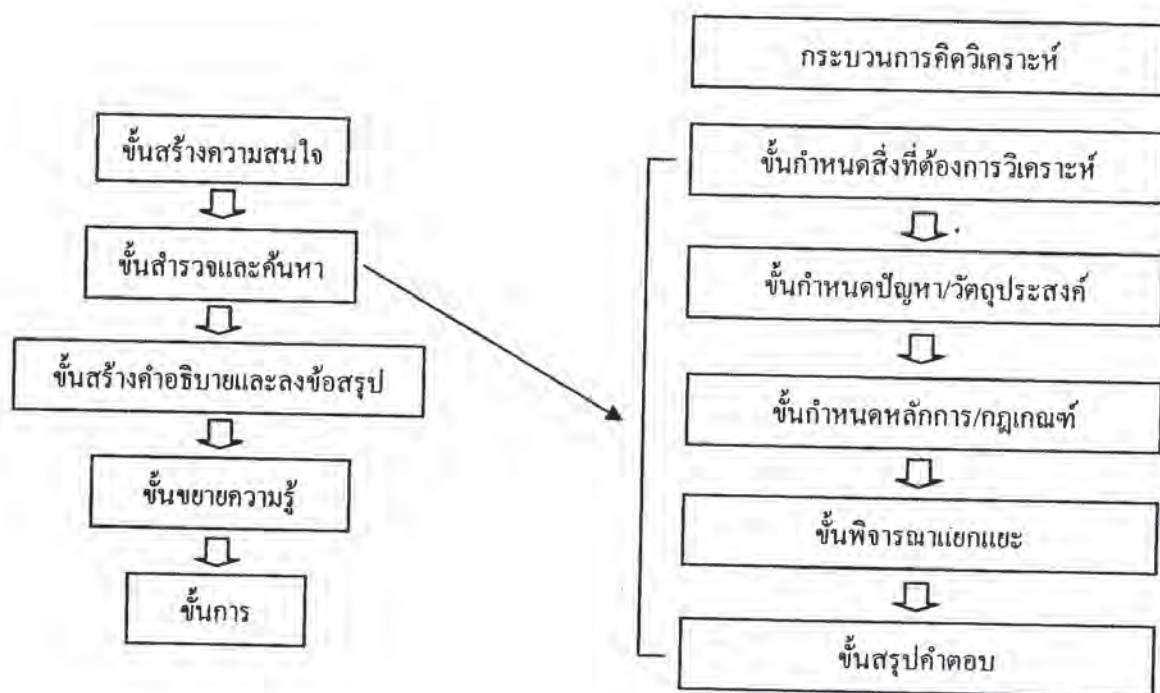
ภาพที่ 1 ผังความสัมพันธ์ระหว่างการคิดวิเคราะห์กับการคิดระดับสูง

แนวทางการจัดกิจกรรมที่เน้นการคิดวิเคราะห์

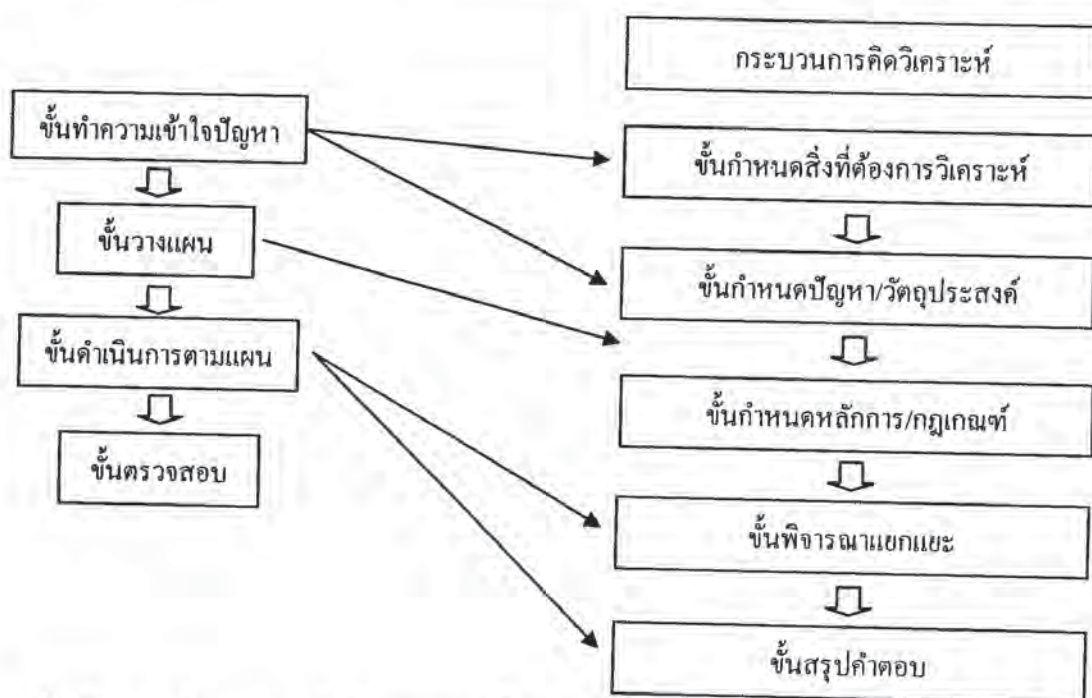
ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการคิดวิเคราะห์ ครูสามารถที่จะเลือกใช้ใช้ยุทธวิธีการจัดการเรียนรู้แบบใดก็ได้ เช่น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดของกลุ่มสรคนิยม (Constructivism) หรือ วงจรการเรียนรู้ 5Es หรือ ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya) เป็นต้น โดยในขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ของแต่ละยุทธวิธีให้สอดคล้องกับขั้นตอนกระบวนการคิดวิเคราะห์ ซึ่งประกอบด้วย ขั้นตอนการกำหนดสิ่งที่ต้องการวิเคราะห์ ขั้นตอนการกำหนดปัญหา/วัตถุประสงค์ ขั้นตอนการกำหนดหลักการ/กฎเกณฑ์ ขั้นตอนพิจารณาแยกแยะ และขั้นตอนสรุปคำตอบ ดังภาพที่แสดงต่อไปนี้



ภาพที่ 2 ผังแสดงขั้นตอนการจัดกิจกรรมตามแนวคิดสรคนิยมที่เน้นการคิดวิเคราะห์



ภาพที่ 3 ผังแสดงขั้นตอนการจัดกิจกรรมตามวงจรการเรียนรู้ที่เน้นการคิดวิเคราะห์



ภาพที่ 4 ผังแสดงขั้นตอนการจัดกิจกรรมตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยาที่เน้นการคิดวิเคราะห์

บรรณานุกรม

- เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2549). การคิดเชิงวิเคราะห์. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: บริษัท ชัคเชส มีเดีย.
- ประพันธ์ศิริ เสาสุริจ. (2551). การพัฒนาการคิด. พิมพ์ครั้งที่ 2 ฉบับปรับปรุง. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ ห้างหุ้นส่วนจำกัด 9119 เทคนิคพรินต์.
- สุวิทย์ มูลคำ. (2547). กลยุทธ์...การสอนการคิดวิเคราะห์. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วน จำกัด ภาพพิมพ์.
- สุธารพิงค์ โนนศรีชัย. (2550). การคิดวิเคราะห์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนชีววิทยาของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ (5Es). วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตร มหาบัณฑิต สาขาหลักสูตรการสอน บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

แผนการจัดการเรียนรู้

1. สาระสำคัญ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

ด้านทักษะ/กระบวนการ

ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

3. สาระการเรียนรู้

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 ขั้นนำ

- 1) ทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน
- 2) บอกวัตถุประสงค์ของการเรียนรู้

4.2 ขั้นปฏิบัติจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4.2.1 ขั้นเผชิญสถานการณ์ปัญหาและแก้ปัญหารายบุคคล

- 1) นักเรียนเปิดแฟ้มข้อมูล มุมภายในสามเหลี่ยม.gsp
- 2) นักเรียนรับใบกิจกรรมที่ 1 แล้วทำกิจกรรมตามที่กำหนดในใบกิจกรรม

4.2.2 ขั้นแก้ปัญหาระดับกลุ่มย่อย

- 1) นักเรียนเข้ากลุ่มย่อยตามที่กำหนด
- 2) สมาชิกในกลุ่มอภิปรายซักถามแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันเกี่ยวกับผล
การทำกิจกรรมของสมาชิกแต่ละคน
- 3) กลุ่มเลือกคำตอบที่จะเป็นคำตอบของกลุ่มเพื่อนำเสนอ

4.2.3 ขั้นแก้ปัญหาระดับชั้นเรียน

- 1) สุ่มตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอผลการทำกิจกรรม ครูและนักเรียนอภิปรายผล
ของการนำเสนอ
- 2) ตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอวิธีการที่แตกต่าง ครูและนักเรียนอภิปรายผลของการ
นำเสนอ

4.3 ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายและสรุปสิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรม

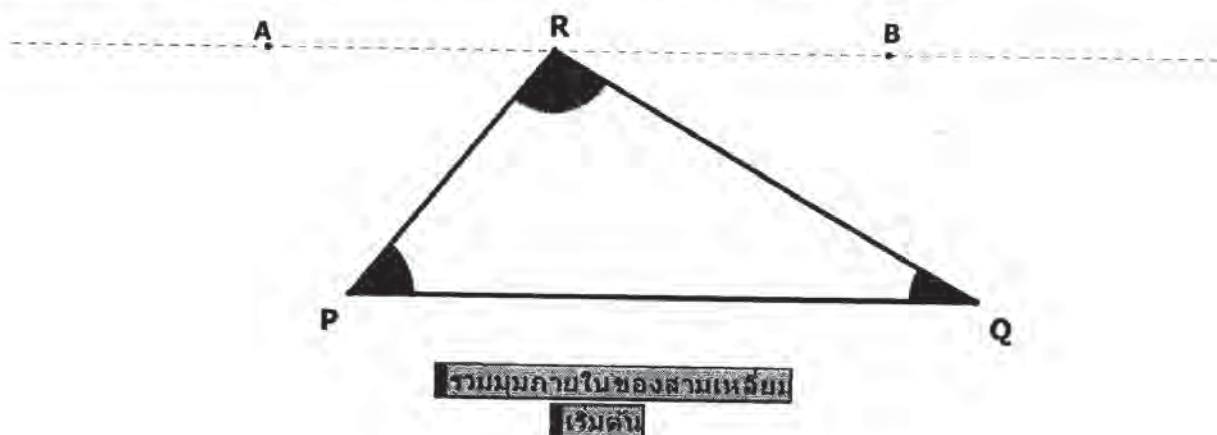
4.4 ขั้นพัฒนาทักษะ/การนำไปใช้

นักเรียนทำแบบฝึกที่ครูกำหนดให้

กิจกรรม

1. ให้นักเรียนเปิดแฟ้มข้อมูล มุมภายในสามเหลี่ยม.gsp

กำหนดให้ PQR เป็นรูปสามเหลี่ยมใดๆ และเส้นตรง AB ขนานกับ PQ จงหาว่าผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมมีค่าเท่าใดโดยใช้ขั้นตอนในกระบวนการคิดวิเคราะห์ ดังนี้



2. จงบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ (ขั้นกำหนดสิ่งที่ต้องการวิเคราะห์)
.....
.....
3. จงบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการ (ขั้นกำหนดปัญหาหรือวัตถุประสงค์)
.....
.....
4. ให้นักเรียนคลิกปุ่ม เริ่มต้น และปุ่ม รวมมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม นักเรียนได้ข้อสังเกตอะไร (ขั้นกำหนดหลักการหรือกฎเกณฑ์)
.....
.....
5. ให้นักเรียนทำตามข้อ 4 แล้วได้ข้อสังเกตที่แตกต่างจากข้อสังเกตในข้อ 4 หรือไม่ (ขั้นการพิจารณาแยกแยะ)
.....
.....
6. นักเรียนได้ข้อคาดการณ์อะไรในการทำกิจกรรมข้อที่ 4 และ 5 จงพิสูจน์ (ขั้นการพิจารณาแยกแยะ)
.....
.....

7. นักเรียนได้ข้อสรุปอะไรจากการกิจกรรมนี้ (ขั้นสรุปคำตอบ)

ตัวอย่างการสร้างกิจกรรมที่เน้นกระบวนการคิดวิเคราะห์

1. กิจกรรมสำหรับสร้างองค์ความรู้ใหม่ (การคูณพหุนาม X

1. จงหาผลคูณของพหุนาม $x(x+a)$ ตามขั้นตอนกระบวนการคิดวิเคราะห์ต่อไปนี้

1) ขั้นที่ 1: กำหนดสิ่งที่ต้องการวิเคราะห์

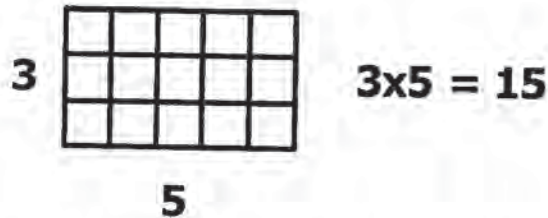
กำหนดพหุนาม $x(x+a)$

2) ขั้นที่ 2: กำหนดปัญหา/วัตถุประสงค์

ต้องการหาผลคูณของ $x(x+a)$

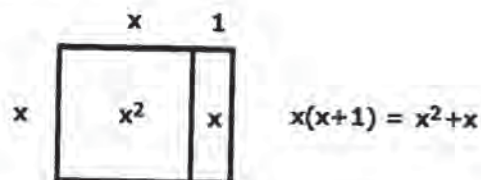
3) ขั้นที่ 3: กำหนดหลักการ/กฎเกณฑ์

ใช้พื้นที่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้าแสดงผลคูณของพหุนาม โดยใช้วิธีการเหมือนกับการหาผลคูณของจำนวนนับ เช่น 3×5

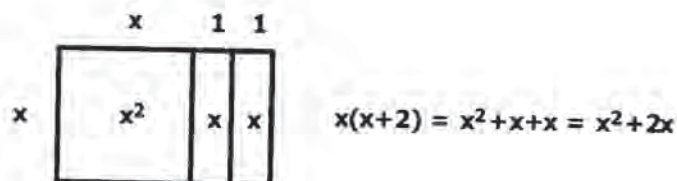


4) ขั้นที่ 4: พิจารณาแยกแยะ ให้นักเรียนใช้หลักการหรือกฎเกณฑ์ในข้อ 3 แสดงวิธีหาผลคูณของพหุนาม $x(x+a)$ เมื่อ a มีค่าเท่ากับ 1, 2, 3 และ 4 ตามลำดับ

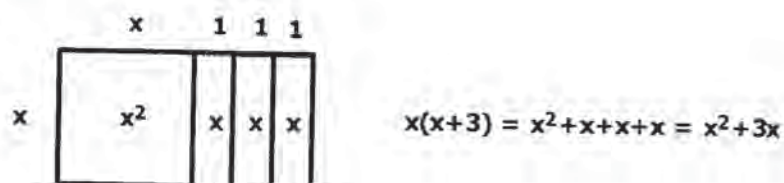
4.1 ผลคูณของ $x(x+a)$ เมื่อ $a = 1$



4.2 ผลคูณของ $x(x+a)$ เมื่อ $a = 2$



4.3 ผลคูณของ $x(x+a)$ เมื่อ $a = 3$



4) **ขั้นที่ 4: พิจารณาแยกแยะ** ให้นักเรียนแสดงวิธีหาผลคูณของพหุนาม $(x+a)(x+b)$

4.1 ผลคูณของ $(x+a)(x+b)$ เมื่อ $a = 1$ และ $b = 2$

4.2 ผลคูณของ $(x+a)(x+b)$ เมื่อ $a = 2$ และ $b = 3$

4.3 ผลคูณของ $(x+a)(x+b)$ เมื่อ $a = 3$ และ $b = 5$

5) **(ขั้นที่ 5: สรุปคำตอบ)**

5.1 นักเรียนได้ข้อสรุปอย่างไรในการหาผลคูณของ $(x+a)(x+b)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5.2 ให้นักเรียนใช้ข้อสรุปในข้อ 5.1 หาผลคูณของ $(x+1)(x-2)$, $(x-2)(x+5)$, และ $(x-3)(x-7)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. กิจกรรมสำหรับแก้โจทย์ปัญหา (โจทย์ปัญหาร้อยละ)

จงเขียนอัตราส่วน 9 : 10 ให้เป็นร้อยละ

1) ขั้นที่ 1: พิจารณาส่งที่กำหนดให้

อัตราส่วน 9 : 10

2) ขั้นที่ 2: กำหนดปัญหา

เขียนอัตราส่วน 9 : 10 ในรูปของร้อยละ

3) ขั้นที่ 3: ข้อความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

เปลี่ยนอัตราส่วนให้อยู่ในรูปเศษส่วนแล้วทำส่วนให้เท่ากับ 100

4) ขั้นที่ 4: ดำเนินการแก้ปัญหา

อัตราส่วน 9 : 10 เขียนแทนในรูปเศษส่วนเป็น $\frac{9}{10}$

$$\frac{9}{10} = \frac{9 \times 10}{10 \times 10} = \frac{90}{100}$$

ดังนั้น อัตราส่วน 9 : 10 เขียนอยู่ในรูปร้อยละ คือ ร้อยละ 90 หรือ 90%

5) ขั้นที่ 5: ตรวจสอบคำตอบ และเสนอแนะวิธีแก้ปัญหาวិธีการอื่น

การคำนวณในข้อ 4) ถูกต้อง

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดการคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์

ข้อสอบวัดทักษะการคิดวิเคราะห์ควรจะเป็นคนละฉบับกับข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ลักษณะของแบบทดสอบวัดการคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์จะจำแนกตามลักษณะของทักษะการคิดวิเคราะห์ตามแนวคิดของ Bloom ดังนี้

1. วิเคราะห์ความสำคัญหรือเนื้อหาของสิ่งต่างๆ (Analysis of element) เป็นความสามารถในการพิจารณาแยกแยะเรื่องราวหรือเหตุการณ์ออกเป็นส่วนย่อยๆ เพื่อหาส่วนประกอบของเรื่องราวหรือเหตุการณ์นั้น โดยพิจารณาว่า สิ่งใดจำเป็น สิ่งใดสำคัญ สิ่งใดมีบทบาทมากที่สุด ประกอบด้วย

1. วิเคราะห์ลักษณะ หรือประเภท เป็นการวินิจฉัยว่าสิ่งหรือเหตุการณ์นั้นๆ จัดเป็นชนิดใด ลักษณะใด เพราะเหตุใด เช่น ข้อความนี้เป็นข้อความชนิดใด

2. วิเคราะห์สิ่งสำคัญ สิ่งที่มีความหมาย หรือมีนัยสำคัญ เป็นการวินิจฉัยว่าสิ่งใดสำคัญ สิ่งใดไม่สำคัญ เป็นการค้นกาสาระสำคัญ ข้อความหลัก ข้อสรุป จุดเด่น จุดด้อย ของสิ่งต่างๆ เช่น

- สาระสำคัญของเรื่องนี่คืออะไร
- ควรตั้งชื่อเรื่องนี้ว่าอย่างไร
- การทำเช่นนี้มีวัตถุประสงค์เพื่ออะไร
- สิ่งสำคัญที่สุด หรือมีบทบาทมากที่สุดในสถานการณ์นี้คืออะไร

3. วิเคราะห์เจตนา เจตนาหรือความคิดที่แฝงอยู่ เป็นการมุ่งค้นหาสิ่งที่แอบแฝงซ่อนเร้น หรืออยู่เบื้องหลังจากสิ่งที่เห็น ซึ่งไม่ได้บ่งบอกตรงๆ แต่มีร่องรอยของความจริงที่ซ่อนเร้นอยู่ เช่น

- ข้อความนี้หมายถึงใครหรือสถานการณ์ใด
- เรื่องนี้ให้ข้อคิดอะไร ผู้เขียนมีความเชื่ออย่างไร จุดประสงค์คืออะไร

ตัวอย่างข้อสอบ

1) อัตราส่วนของความยาวฐานของรูปสามเหลี่ยมสองรูป 6:7 ถ้าต้องการทราบอัตราส่วนของพื้นที่สามเหลี่ยมทั้งสองรูป ข้อมูลใดสำคัญที่สุด

- ก. หน่วยพื้นที่
- ข. ความยาวของฐาน
- ค. อัตราส่วนของความสูงของสามเหลี่ยม
- ง. อัตราส่วนของเส้นรอบรูปของสามเหลี่ยม

2) จากกระบวนการพิสูจน์ต่อไปนี้

$$\text{กำหนด} \quad a = b \quad \dots\dots(1)$$

$$(1) \times a \rightarrow a^2 = ab \quad \dots\dots(2)$$

$$(2) - b^2 \rightarrow a^2 - b^2 = ab - b^2 \quad \dots\dots(3)$$

$$(a - b)(a + b) = b(a - b) \quad \dots\dots(4)$$

$$a + b = b \quad \dots(5)$$

$$a + a = a \quad \dots(6)$$

$$2a = a \quad \dots(7)$$

$$2 = 1$$

การพิสูจน์นี้ผิดตรงขั้นตอนใด

- ก. ขั้นตอนที่ (2)
- ข. ขั้นตอนที่ (3)
- ค. ขั้นตอนที่ (4)
- ง. ขั้นตอนที่ (5)

4. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ (Analysis of relationship) เป็นความสามารถในการหาความเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์ โดยระบุความสัมพันธ์ระหว่างความคิด ความสัมพันธ์ในเชิงเหตุผลหรือความแตกต่างระหว่างข้อโต้แย้งที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้อง ประกอบด้วย

6) วิเคราะห์ชนิดของความสัมพันธ์

- มุ่งให้คิดว่าเป็นความสัมพันธ์แบบใด มีสิ่งใดสอดคล้องกัน หรือไม่สอดคล้องกัน มีสิ่งใดที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้องกับเรื่องราวหรือเหตุการณ์นั้น
- มีข้อความใดไม่สมเหตุสมผล เพราะอะไร
- สองสิ่งนี้มีความเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร

7) การวิเคราะห์เกี่ยวกับขนาดของความสัมพันธ์ว่าสิ่งต่างๆเหล่านั้นมีความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กันมากหรือน้อยในระดับใด

- สิ่งใดเกี่ยวข้องมากที่สุดหรือน้อยที่สุด
- สิ่งใดสัมพันธ์กับเหตุการณ์หรือสถานการณ์มากที่สุด
- เรียงลำดับความมากหรือน้อยของสิ่งต่างๆที่เกี่ยวข้อง

8) วิเคราะห์ขั้นตอนของความสัมพันธ์ ได้แก่การวิเคราะห์ลำดับของความสัมพันธ์ว่าสิ่งใดเกิดก่อน และส่งผลกระทบต่อเนื่องเป็นลูกโซ่ตามลำดับถึงสิ่งใดเป็นทอดๆ เช่น

- เรียงลำดับขั้นตอนของเหตุการณ์ วงจรของสิ่งต่างๆ สิ่งที่จะเกิดขึ้นตามมาตามลำดับขั้นตอน
- เมื่อเกิดสิ่งนี้แล้ว จะเกิดผลลัพธ์อะไรตามมาบ้างตามลำดับ
- ผลสุดท้ายเป็นอย่างไร

9) วิเคราะห์วัตถุประสงค์และวิธีการ เป็นการวิเคราะห์การกระทำหรือพฤติกรรมว่ามีเป้าหมายอะไร ทำเพื่ออะไร สอดคล้องหรือขัดแย้งกับวัตถุประสงค์หรือหน้าที่ของเรื่องนั้นในลักษณะใด เช่น

- การกระทำแบบนี้เพื่ออะไร
- เมื่อทำอย่างนี้แล้วจะเกิดสัมฤทธิ์ผลอย่างไร
- ทำอย่างนี้มีเป้าหมายอะไร มีจุดมุ่งหมายอย่างไร

10) วิเคราะห์เหตุหรือผลที่เกิดตามมา เป็นการวิเคราะห์เรื่องราวหรือเหตุการณ์ที่เป็นเหตุ เป็นปัจจัย และเป็นผลของซึ่งกันและกัน โดยที่ฝ่ายหนึ่งเป็นต้นเหตุที่ส่งอิทธิพลบางอย่างให้บังเกิดผลบางประการต่ออีกฝ่ายหนึ่ง

- สิ่งใดเป็นสาเหตุของเรื่องนี้
- หากไม่ทำอย่างนี้ แล้วผลจะเป็นอย่างไร
- หากทำอย่างนี้แล้วผลจะเป็นอย่างไร
- ข้อความใดเป็นเหตุผลแก่กันหรือขัดแย้งกัน

ตัวอย่างข้อสอบ

1)



ส่วนที่แรเงาเขียนในรูปเศษส่วนได้สัมพันธ์กับข้อใดมากที่สุด

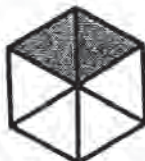
ก.



ข.



ค.



ง.



2) ข้อความในข้อใดไม่สัมพันธ์กับสมการต่อไปนี้

$$4 - 10 = 6$$

- ก. สมควรมีเงิน 4 บาท ซื้อของไป 10 บาท ดังนั้นสมควรเป็นหนี้แม่ค้าอยู่ 6 บาท
- ข. มณีมีเงินวืระ 10 บาท ใช้นี้ไป 4 บาท มณียังคงค้างวืระอยู่ 6 บาท
- ค. มานะมีเงินอยู่ 10 บาท ซื้อขนมไป 4 บาท มานะเหลือเงินอยู่ 6 บาท

- ง. สมจิตชนกระถางต้นไม้แตก เจ้าของร้านคิดค่าเสียหาย 10 บาท แต่สมจิตมีเงินเพียง 4 บาท สมจิตจึงต้องทำงานชดใช้ค่ากระถางอีก 6 บาท

5. การวิเคราะห์หลักการ (Analysis of organizational principles) เป็นความสามารถในการหาโครงสร้างระบบหรือหลักความสัมพันธ์ส่วนสำคัญในเรื่องราวหรือเหตุการณ์นั้นๆว่ามีความสัมพันธ์กันอยู่โดยอาศัยหลักการใด การคิดวิเคราะห์หลักการเป็นการวิเคราะห์ที่ถือว่าสำคัญที่สุด การที่จะวิเคราะห์หลักการได้ดี จะต้องมีความรู้ ความสามารถในการวิเคราะห์ความสำคัญและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ได้ดีเสียก่อน ซึ่งประกอบด้วย

- 3) วิเคราะห์หาโครงสร้างของเรื่องราวหรือเหตุการณ์ วิเคราะห์เกี่ยวกับรูปแบบและโครงสร้างทั่วไปของเรื่องราวหรือเหตุการณ์ว่ามีการจัดระเบียบกันอย่างไร มีสัดส่วนของความสัมพันธ์ขององค์ประกอบย่อยเป็นอย่างไร
- 4) วิเคราะห์หลักการ ความจริงทั่วไปที่ใช้ได้กับสิ่งต่างๆและเป็นความจริงพื้นฐานที่สูตร กฎของแต่ละเรื่องย่อยๆนั้นยึดถือ หรือเป็นต้นกำเนิดของสูตรหรือกฎเหล่านั้น

ตัวอย่างข้อสอบ

- 1) ข้อใดใช้หลักการในการเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปเปอร์เซ็นต์
 - ก. 11/25 เขียนได้เป็น 30%
 - ข. 11/25 เขียนได้เป็น 40%
 - ค. 11/25 เขียนได้เป็น 50%
 - ง. 11/25 เขียนได้เป็น 55%
- 2) ช่างปูกระเบื้อง 1 คนสามารถปูพื้นที่ห้องขนาด 90 ตารางเมตร เสร็จภายใน 3 วัน ถ้าจะให้ปูกระเบื้องเสร็จภายใน 1 วัน ต้องใช้ช่าง 3 คน การคำนวณนี้ยึดหลักการในข้อใด
 - ก. ช่างปูกระเบื้องต้องเป็นผู้ชายทั้งหมด
 - ข. ทุกคนเริ่มทำงานพร้อมกัน
 - ค. ทุกคนทำงานเสร็จพร้อมกัน
 - ง. ทุกคนมีความสามารถเท่ากัน

เอกสารประกอบการอบรมเชิงปฏิบัติการ
การสร้างสื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

1. การสร้างรูปเรขาคณิตอย่างง่าย

1. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

- สร้างส่วนของเส้นตรง AB ให้มีความยาวพอสมควร โดยใช้กล่องเครื่องมือเขียนเส้นในแนวตรง
- สร้างวงกลมโดยมีจุด A และ B เป็นจุดศูนย์กลางและมีรัศมียาวเท่ากับ AB โดยคลิกเลือกจุด A และ B และส่วนของเส้นตรง AB คลิกเลือกเมนู **สร้าง / วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและรัศมี** วงกลมทั้งสองตัดกันที่จุด C
- สร้างส่วนของเส้นตรง AC และ BC

2. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

- สร้างส่วนของเส้นตรง XY ให้มีความยาวพอสมควร
- กำหนดจุด A เป็นจุดใด ๆ
- คลิกเลือกจุด A และส่วนของเส้นตรง XY สร้างวงกลม โดยใช้เมนู **สร้าง / วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและรัศมี**
- กำหนดจุด B บนเส้นรอบวงของวงกลม สร้างส่วนของเส้นตรง AB
- สร้างเส้นตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรง AB ที่จุด A และ B โดยคลิกเลือกจุด A และ B และส่วนของเส้นตรง AB ใช้เมนู **สร้าง / เส้นตั้งฉาก**
- สร้างวงกลมที่มีจุด A, B เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมีเท่ากับ AB ตัดเส้นตั้งฉากที่จุด C, D โดยคลิกเลือกจุด A, B และส่วนของเส้นตรง AB เลือกเมนู **สร้าง / วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและรัศมี**
- ซ่อนเส้นตั้งฉากและวงกลม โดยคลิกเลือกเส้นตั้งฉากและวงกลม ใช้เมนู **แสดงผล / ซ่อน** **อ้อ** **อปเจกต์...**
- สร้างส่วนของเส้นตรง AD, BC และ CD

3. วงกลม

- สร้างวงกลมให้มีความยาวพอสมควร
- สร้างส่วนโค้งบนวงกลม โดยสร้างจุด 2 จุดบนส่วนโค้งของวงกลม คลิกเลือกจุดศูนย์กลางของวงกลม แล้วคลิกเลือกจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมทั้งสองจุดตามลำดับในทิศทวนเข็มนาฬิกา เลือกเมนู **สร้าง / ส่วนโค้งบนวงกลม**

- คลิกเลือกส่วนโค้งบนวงกลม สร้างเซกเตอร์ของส่วนโค้ง โดยใช้เมนู **สร้าง/บริเวณภายในส่วนโค้ง/เซกเตอร์ของส่วนโค้ง**

2. การแปลงทางเรขาคณิต

1. การเลื่อนขนาน

1.1 สร้างส่วนของเส้นตรงให้มีความยาวเท่ากับค่าที่กำหนดให้

- กำหนดจุด 1 จุด เลื่อนขนานจุดที่กำหนดให้เป็นระยะทาง 3 ซม. ทำมุม 0 องศา โดยใช้เมนู **การแปลง/เลื่อนขนาน**
- สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดทั้งสอง

1.2 สร้างส่วนของเส้นตรงให้มีความยาวเท่ากับค่าพารามิเตอร์ที่กำหนดให้

- กำหนดค่าพารามิเตอร์ a เท่ากับ 3 ซม. โดยใช้เมนู **กราฟ/พารามิเตอร์ใหม่...** กำหนดหน่วยเป็น ซม.
- สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดทั้งสอง

2. การหมุน (สร้างรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า)

- สร้างวงกลมให้มีรัศมียาวพอสมควร
- กำหนดจุด 1 จุดบนเส้นรอบวงของวงกลม
- คำนวณมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม $\frac{360^\circ}{8}$ โดยใช้เมนู **การวัด/คำนวณ...**
- กำหนดจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดศูนย์กลางของการหมุน โดยใช้เมนู **การแปลง/ระบุจุดศูนย์กลาง**
- ระบุมุมที่จะหมุน โดยคลิกที่ค่าที่ได้จากการคำนวณ $\frac{360^\circ}{8}$ คลิกเมนู **การแปลง/หมุน...**
- สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดทั้งสอง
- คลิกเลือกส่วนของเส้นตรงและจุดที่สอง เลือกเมนู **การแปลง/หมุน...** ทำในลักษณะเดียวกันหลาย ๆ ครั้งจนกระทั่งได้แปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าตามต้องการ

3. เครื่องมือกำหนดเอง

3.1 สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีขนาด 1 ตารางเซนติเมตร

- กำหนดจุด 1 จุด เลื่อนขนานจุดที่กำหนดให้เป็นระยะทาง 1 ซม. ทำมุม 0 องศา โดยใช้เมนู **การแปลง/เลื่อนขนาน**

- สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดทั้งสอง
- คลิกเลือกส่วนของเส้นตรงและจุดทั้งสอง เลื่อนขนานไปเป็นระยะทาง 1 ซม. ทำมุม 90 องศา โดยใช้เมนู **การแปลง / เลื่อนขนาน**
- สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยสร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดที่เหลือ
- คลิกเลือกสี่เหลี่ยมจัตุรัส เลือกกล่องเครื่องมือกำหนดเอง / สร้างเครื่องมือใหม่ ใช้ชื่อว่า **จัตุรัสหนึ่งหน่วย**

3.2 สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ไม่ระบุขนาด

- สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้มีขนาดตามต้องการ
- คลิกเลือกรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เลือกกล่องเครื่องมือกำหนดเอง / สร้างเครื่องมือใหม่ ใช้ชื่อว่า **จัตุรัส**

3.3 สร้างวงรีที่ใช้เป็นหน้าตัดของทรงกระบอก

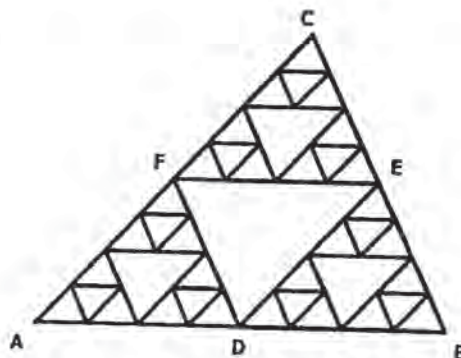
- สร้างส่วนของเส้นตรงเพื่อกำหนดระยะครึ่งแกนเอกและครึ่งแกนโทของวงรี โดย
 - สร้างรังสีให้ขนานกับแกนนอน โดยใช้กล่องเครื่องมือ **เขียนเส้นในแนวตรง** กำหนดจุด 1 จุดบนรังสี
 - ที่จุดปลายของรังสี สร้างเส้นตั้งฉากกับรังสี โดยคลิกเลือกจุดปลายของรังสี และรังสี เลือกเมนู **สร้าง / เส้นตั้งฉาก** กำหนดจุด 1 จุดบนเส้นตั้งฉาก
 - ซ้อนรังสีและเส้นตั้งฉาก
 - สร้างเส้นเชื่อมจุดในแนวนอนและแนวตั้ง พร้อมตั้งชื่อว่า a และ b ตามลำดับ
- วัดความยาวของส่วนของเส้นตรง a โดยคลิกที่ส่วนของเส้นตรง a คลิกเลือกเมนู **การวัด / ความยาว** ใช้วิธีการเดียวกันวัดความยาวของส่วนของเส้นตรง b
- คลิกเลือกเมนู **กราฟ / เขียนกราฟของฟังก์ชันใหม่...** กำหนดสมการของฟังก์ชันเป็น $(b \div a) * \sqrt{a^2 - x^2}$ จะได้กราฟของฟังก์ชัน $f(x)$
- คลิกเลือกเมนู **กราฟ / เขียนกราฟของฟังก์ชันใหม่...** คลิกเครื่องหมาย - และสมการของฟังก์ชัน $f(x)$ จะได้กราฟของฟังก์ชัน $h(x)$
- ซ้อนกริดและแกน X และ แกน Y
- คลิกเลือกจุดศูนย์กลางของวงรี ส่วนของเส้นตรง a, b และเส้นโค้งของวงรี แล้วคลิกเลือกกล่องเครื่องมือ **สร้างเครื่องมือใหม่** ใช้ชื่อว่า **วงรี** ซึ่งจะได้เครื่องมือกำหนดเองสำหรับสร้างวงรี

4. การทำซ้ำ

4.1 การสร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

- สร้างพารามิเตอร์เพื่อกำหนดจำนวนด้านของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า โดยใช้เมนู *กราฟ/พารามิเตอร์ใหม่...* กำหนดชื่อเป็น n และกำหนดค่าพารามิเตอร์เท่ากับ 5
- คำนวณจำนวนซ้ำ $n-1$ โดยใช้เมนู *การวัด/คำนวณ...*
- คำนวณมุมที่จุดศูนย์กลาง $\frac{360^\circ}{n}$ โดยใช้เมนู *การวัด/คำนวณ...*
- สร้างวงกลมให้มีรัศมียาวพอสมควร และกำหนดจุดอิสระจุดหนึ่งบนเส้นรอบวงของวงกลม
- หมุนจุดบนเส้นรอบวงรอบจุดศูนย์กลางของวงกลมทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุมเท่ากับ $\frac{360^\circ}{n}$ โดยคลิกเลือกจุดศูนย์กลางของวงกลม เลือกเมนู *การแปลง/ระบุจุดศูนย์กลาง* คลิกเลือกจุดบนเส้นรอบวงของวงกลม เลือกเมนู *การแปลง/หมุน* แล้วระบุมุม โดยคลิกที่ผลการคำนวณ $\frac{360^\circ}{n}$ แล้วเลือก *หมุน*
- สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดทั้งสอง
- คลิกเลือกจุดบนเส้นรอบวงจุดแรกและผลการคำนวณ $n-1$ แล้วเลือกเมนู *การแปลง กดปุ่ม Shift* ค้างไว้แล้วคลิกเลือก *ทำซ้ำตามจำนวนครั้งที่กำหนด* จะปรากฏกล่องโต้ตอบ ให้คลิกเลือกจุดที่สองบนเส้นรอบวงของวงกลม แล้วเลือกปุ่ม *ทำซ้ำ* จะได้รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าตามต้องการ
- คลิกที่ค่าพารามิเตอร์ n แล้วกดปุ่มเครื่องหมาย (+) หรือ (-) เพื่อเพิ่มหรือลดจำนวนด้านของรูปหลายเหลี่ยม

4.2 การสร้างรูปสามเหลี่ยมหลายรูปที่บรรจุในรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้



- สร้างรูปสามเหลี่ยม ABC ให้มีขนาดตามที่ต้องการ

- สร้างจุดกึ่งกลางด้านทั้งสามของสามเหลี่ยม ABC โดยคลิกเลือกด้านทั้งสามของสามเหลี่ยม ABC คลิกเลือกเมนู *สร้าง / จุดกึ่งกลาง* แล้วกำหนดชื่อจุดเป็น D, E และ F
- คลิกเลือกจุด A, B และ C เลือกเมนู *การแปลง / ทำซ้ำ* ที่กล่องโต้ตอบให้คลิกที่จุด A, D และ F ตามลำดับ จะได้

$$A \Rightarrow A$$

$$B \Rightarrow D$$

$$C \Rightarrow F$$

- คลิกเป็นคำสั่ง *โครงสร้าง* เลือกคำสั่ง *เพิ่มการส่งใหม่* แล้วคลิกเลือกจุด D, B และ E ตามลำดับ จะได้

$$A \Rightarrow D$$

$$B \Rightarrow B$$

$$C \Rightarrow E$$

- คลิกเป็นคำสั่ง *โครงสร้าง* เลือกคำสั่ง *เพิ่มการส่งใหม่* แล้วคลิกเลือกจุด F, E และ C ตามลำดับ จะได้

$$A \Rightarrow F$$

$$B \Rightarrow E$$

$$C \Rightarrow C$$

- คลิก *ทำซ้ำ* จะได้รูปตามต้องการ

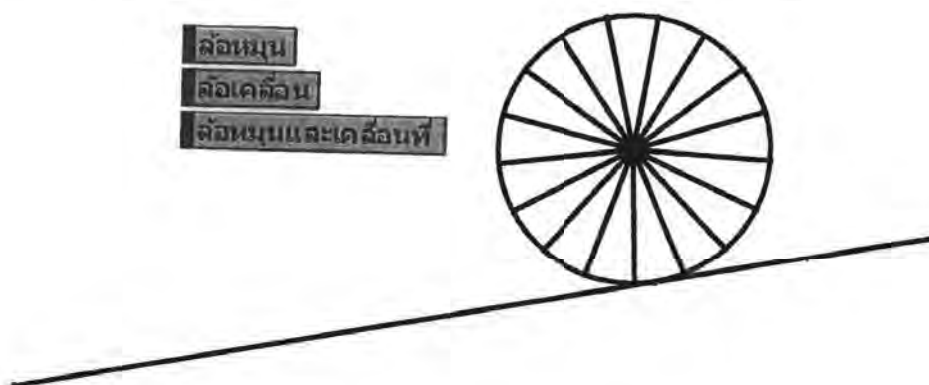
5. การสร้างรอยและโลกัส

สร้างกราฟพาราโบลาจากนิยาม

“กราฟพาราโบลา คือ ทางเดินของจุดที่อยู่ห่างจากจุดตรงจุดหนึ่งและเส้นตรงคงที่อีกเส้นหนึ่งมีระยะทางเท่ากันเสมอ เรียกจุดตรง ว่าจุดโฟกัส และเรียกเส้นตรงคงที่ ว่าเส้นไดเรกทริกซ์”

6. การสร้างปุ่มแสดงการทำงาน

สร้างล้อรถหมุนไปตามถนน

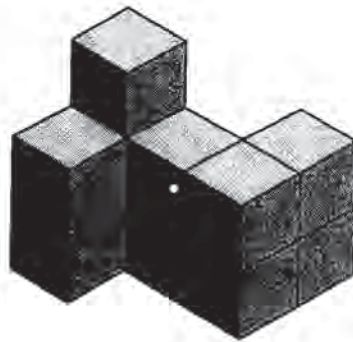


- สร้างส่วนของเส้นตรงความยาวพอสมควร
- กำหนดจุดอิสระจุดหนึ่งอยู่บนส่วนของเส้นตรง
- สร้างเส้นตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงและผ่านจุดที่กำหนดให้
- กำหนดจุดอยู่บนเส้นตั้งฉาก และใช้จุดนั้นเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม สร้างวงกลมให้ผ่านจุดที่อยู่บนส่วนของเส้นตรงเส้นแรก
- ซ่อนเส้นตั้งฉาก
- กำหนดจุดใด ๆ บนเส้นรอบวงของวงกลม สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุดศูนย์กลางกับจุดบนเส้นรอบวง
- กำหนดพารามิเตอร์ n แทนจำนวนซี่ของล้อรถ สมมติให้เท่ากับ 5 จำนวนมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม เท่ากับ $\frac{360^\circ}{n}$ และคำนวณจำนวนทำซ้ำ $n-1$
- ดับเบิลคลิกที่จุดศูนย์กลางของวงกลมเพื่อกำหนดจุดหมุน
- หมุนจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมแลรัศมีในทิศทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุม $\frac{360^\circ}{n}$ โดยคลิกเลือกจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมและรัศมี เลือกเมนู **การแปลง / หมุน...** คลิกค่ามุม $\frac{360^\circ}{n}$ แล้วคลิกปุ่ม **หมุน**
- คลิกเลือกจุดบนเส้นรอบวงจุดแรก เลือกเมนู **การแปลง** กดปุ่ม **Shift** ค้างไว้ แล้วคลิกเลือกเมนู **ทำซ้ำตามจำนวนครั้งที่กำหนด...** คลิกเลือกจุดบนเส้นรอบวงจุดที่สอง แล้วกดปุ่ม **ทำซ้ำ**
- คลิกเลือกค่าพารามิเตอร์ n แล้วคลิกเครื่องหมาย $+$ หรือ $-$ เพื่อเพิ่มจำนวนซี่รถตามต้องการ
- สร้างปุ่มเพื่อให้ล้อหมุน โดยคลิกเลือกจุดบนเส้นรอบวงจุดแรก เลือกเมนู **แก้ไข / ปุ่มแสดงการทำงาน / การเคลื่อนไหว...** ป้าย ใช้ชื่อ **ล้อหมุน** เลือกปุ่ม **เคลื่อนไหว** กำหนดทิศทาง **ตามเข็มนาฬิกา** กำหนดอัตราเร็ว **เร็ว** แล้วคลิกปุ่ม **OK**

- สร้างปุ่มให้ล้อเคลื่อนที่ไปข้างหน้า โดยคลิกเลือกจุดบนส่วนของเส้นตรง เลือกเมนู **แก้ไข / ปุ่ม** **แสดงการทำงาน / การเคลื่อนไหว...** / **ป้าย** ใช้ชื่อ **ล้อเคลื่อน** เลือกปุ่ม **เคลื่อนไหว** กำหนดทิศทาง **ไปข้างหน้า** อัตราเร็ว **เร็ว** แล้วคลิกปุ่ม **OK**
- สร้างปุ่มสำหรับให้ล้อหมุนและเคลื่อนที่ โดยคลิกที่แถบสีดำด้านซ้ายมือของปุ่ม **ล้อหมุน** และ **ล้อเคลื่อน** ตามลำดับ คลิกเลือกเมนู **แก้ไข / นำเสนอ / ป้าย** ใช้ชื่อ **ล้อหมุนและเคลื่อนที่** เลือกปุ่ม **การนำเสนอ** การกระทำปัจจุบันให้คลิกเลือก **พร้อม ๆ กัน** หยุดหลังจาก ให้คลิกเลือก **การกระทำสุดท้ายสิ้นสุด** แล้วคลิกปุ่ม **OK**
- คลิกปุ่ม **ล้อหมุนและเคลื่อนที่** ล้อจะหมุนและเคลื่อนที่ไปข้างหน้า

7. สื่อการเรียนรู้เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

เมื่อนำลูกบาศก์ขนาดหนึ่งลูกบาศก์หน่วยมาประกอบกันจะได้รูปเรขาคณิตสามมิติลักษณะต่าง ๆ ดังตัวอย่าง ซึ่งจะต้องสร้างเครื่องมือกำหนดเองประกอบด้วย เครื่องมือสร้างสี่เหลี่ยมด้านหน้า สี่เหลี่ยมด้านข้าง และสี่เหลี่ยมด้านบน



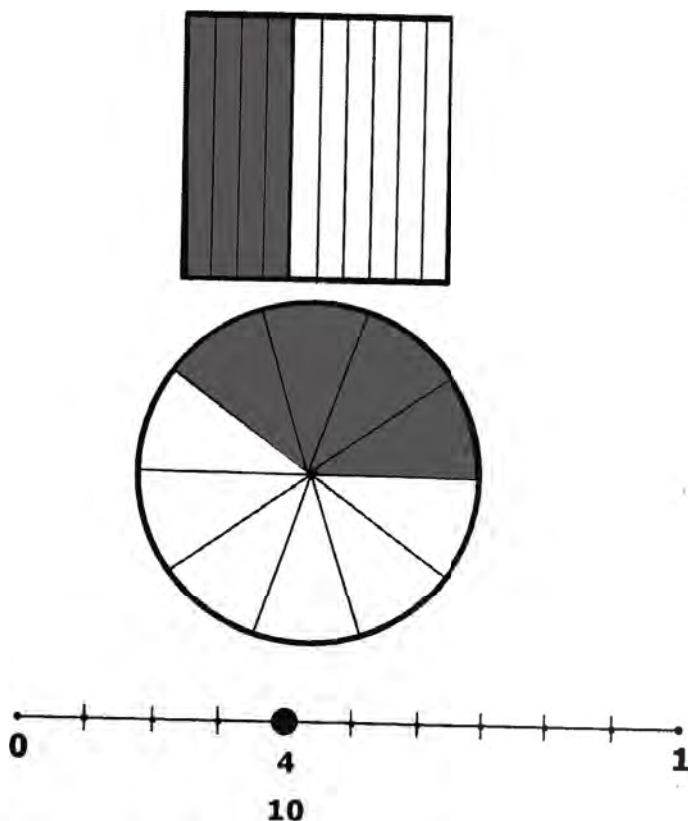
เครื่องมือสร้างสี่เหลี่ยมด้านหน้า

- กำหนดจุด 1 จุด คลิกเลือกจุด เลือกเมนู **การแปลง / เลื่อนขนาน...** ที่กล่องโต้ตอบเลือก **เชิงซ้าย** กำหนดระยะทาง **1 ซม.** และมุมคงที่เป็น **90 องศา** เลือกปุ่ม **ตกลง**
- คลิกเลือกจุดทั้งสอง เลือกเมนู **การแปลง / เลื่อนขนาน...** ที่กล่องโต้ตอบเลือก **เชิงซ้าย** กำหนดระยะทาง **1 ซม.** และมุมคงที่เป็น **-30 องศา** เลือกปุ่ม **ตกลง**
- คลิกเลือกจุดที่ละจุดทวนเข็มนาฬิกาตามลำดับ เลือกเมนู **สร้าง / ส่วนของเส้นตรง**
- ระบายสีรูปสี่เหลี่ยม โดยคลิกเลือกจุดที่ละจุดทวนเข็มนาฬิกาตามลำดับ เลือกเมนู **สร้าง / บริเวณภายในรูปสี่เหลี่ยม** คลิกเลือกสีบริเวณภายในรูปสี่เหลี่ยม เลือกเมนู **แสดงผล / สี** เลือกสีชมพู

- คลิกเลือกรูปสี่เหลี่ยม เลือกกล่องเครื่องมือกำหนดเอง เลือก **สร้างเครื่องมือใหม่** กำหนดชื่อ **หน้าชมพู** แล้วเลือกปุ่ม **ตกลง**

หมายเหตุ: เครื่องมือกำหนดเองเพื่อสร้างสี่เหลี่ยม **ข้างฟ้า** และ **บนเหลือง** สร้างโดยวิธีเดียวกันกับสี่เหลี่ยม **หน้าชมพู**

8. ความหมายของเศษส่วน



- กำหนดค่าพารามิเตอร์ 2 ค่า โดยที่ **a** แทนส่วนที่ระบายสี และ **b** แทนจำนวนการแบ่งส่วนทั้งหมด

1. แบ่งสี่เหลี่ยมจัตุรัส (ให้มีความยาวด้านละ 4 ซม.)

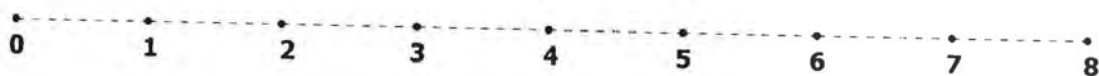
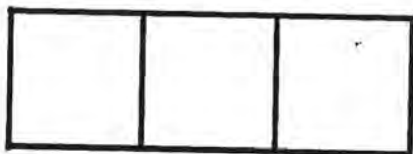
- คำนวณ $4\text{ ซม.}/b$ เป็นความกว้างของส่วนแบ่ง, $a-1$ และ $a(4\text{ ซม.}/b)$
- กำหนดจุด 1 จุด เลื่อนขนานจุดนั้นเป็นระยะทางเท่ากับค่าที่คำนวณ $4\text{ ซม.}/b$ ทำมุม 0 องศา โดยใช้เมนูการแปลง, เลื่อนขนาน แล้วสร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดทั้งสอง
- คลิกเลือกส่วนของเส้นตรงและจุดปลาย เลื่อนขนานเป็นระยะทาง 4 ซม. ทำมุม 90 องศาโดยใช้เมนูการแปลง, เลื่อนขนาน แล้วสร้างส่วนของเส้นตรงทำให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
- คลิกเลือกจุดแรก และค่า $a-1$ ใช้เมนูการแปลง, กด shift ค้างไว้ และเลือกทำซ้ำตามจำนวนครั้งที่กำหนด

- คลิกเลือกจุดมุมบนและล่างด้านซ้ายของรูปสี่เหลี่ยม เลื่อนขนานเป็นระยะทางเท่ากับค่าที่คำนวณ $a(4\text{ซม.}/b)$ ทำมุม 0 องศา คลิกเลือกจุด 4 จุดที่ได้ แล้วแรเงา โดยใช้เมนูสร้าง, บริเวณภายใน

2. แบ่งวงกลม

- คำนวณมุม $\frac{360^\circ}{b}$ และ $\frac{a(360^\circ)}{b}$
- สร้างวงกลมให้มีรัศมีตามต้องการ
- กำหนดจุด 1 จุดบนเส้นรอบวงของวงกลม สร้างเส้นเชื่อมจุดศูนย์กลางของวงกลมกับจุดบนเส้นรอบวง
- คลิกเลือกจุดศูนย์กลางของวงกลม จุดบนเส้นรอบวง และส่วนของเส้นเชื่อมจุด ใช้จุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดหมุน หมุนจุดและส่วนของเส้นตรงที่เลือกเป็นมุม $\frac{360^\circ}{b}$
- ทำซ้ำรูปที่สร้าง โดยคลิกเลือกจุดบนเส้นรอบวงจุดแรกและค่าที่คำนวณ $b-1$ ใช้เมนูการแปลง, ทำซ้ำตามจำนวนครั้งที่กำหนด
- ใช้จุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดหมุน หมุนจุดบนเส้นรอบวงจุดแรกทำมุมเท่ากับค่าที่คำนวณ $\frac{a(360^\circ)}{b}$ โดยใช้เมนูการแปลง, หมุน
- คลิกเลือกจุดศูนย์กลางของวงกลม จุดบนเส้นรอบวงจุดแรกและจุดที่ได้จากการหมุนครั้งสุดท้าย เลือกเมนูสร้าง, ส่วนโค้งบนวงกลม
- คลิกเลือกส่วนโค้งบนวงกลม เลือกเมนูสร้าง, บริเวณภายในของส่วนโค้ง, เซกเตอร์ของส่วนโค้ง เพื่อสร้างเซกเตอร์ แล้วเปลี่ยนสีตามต้องการ

3. เศษเกิน



3.1 สร้างรูปที่ 1

- กำหนดค่า $\frac{a}{b}$, $\text{round}(\frac{a}{b} + 0.4)$ และ $\text{round}(\frac{a}{b} + 0.4) - 1$ จากเมนูการวัด, จำนวน
- กำหนดจุด 1 จุด เลื่อนขนานจุดนั้นเป็นระยะทาง 2 ซม. โดยใช้เมนูการแปลง, เลื่อนขนาน สร้างเส้นเชื่อมจุดทั้งสอง
- คลิกเลือกจุดและส่วนของเส้นตรง เลื่อนขนานไปเป็นระยะทาง 2 ซม. ทำมุม 90 องศา โดยใช้เมนูการแปลง, เลื่อนขนาน
- คลิกเลือกจุดแรก และค่าที่คำนวณ $\text{round}(\frac{a}{b} + 0.4) - 1$ ใช้เมนูการแปลง, กด Shift ค้างไว้ และเลือกทำซ้ำตามจำนวนครั้งที่กำหนด บนกล่องโต้ตอบให้คลิกเลือกจุดที่สองที่ได้จากการเลื่อนขนานจุดแรก

3.2 สร้างรูปที่ 2

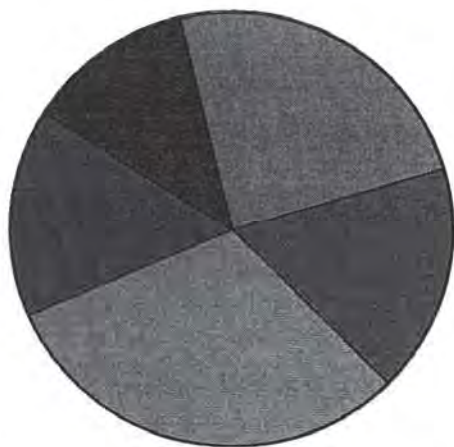
- กำหนดค่า 2 ซม./b, $a \cdot (2\text{ซม.}/b)$ และ $(n \cdot \text{round}(a/b + 0.4)) - 1$ จากเมนูการวัด, จำนวน
- กำหนดจุด 1 จุด เลื่อนขนานจุดนั้นเป็นระยะทางเท่ากับค่าที่คำนวณ 2 ซม./b ทำมุม 0 องศา โดยใช้เมนูการแปลง, เลื่อนขนาน สร้างเส้นเชื่อมจุดทั้งสอง
- คลิกเลือกส่วนของเส้นตรงและจุดทั้งสอง เลื่อนขนานเป็นระยะทาง 2 ซม. ทำมุม 90 องศา โดยใช้เมนูการแปลง, เลื่อนขนาน แล้วสร้างเส้นเชื่อมจุดให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
- คลิกเลือกจุดมุมล่างทางซ้ายมือของรูปสี่เหลี่ยม และค่าที่คำนวณ $(n \cdot \text{round}(a/b + 0.4)) - 1$ ใช้เมนูการแปลง, กด Shift ค้างไว้ และเลือกทำซ้ำตามจำนวนครั้งที่กำหนด บนกล่องโต้ตอบ ให้คลิกเลือกจุดล่างขวาของสี่เหลี่ยม แล้วกดตกลง
- คลิกเลือกจุดมุมบนและล่างของรูปสี่เหลี่ยม เลื่อนขนานเป็นระยะทางเท่ากับค่าที่คำนวณ $(n \cdot \text{round}(a/b + 0.4)) - 1$ คลิกเลือกจุดทั้งสี่ส่วนทวนเข็มนาฬิกาตามลำดับ ใช้เมนูสร้าง , บริเวณภายในรูปสี่เหลี่ยม เปลี่ยนสีบริเวณภายในตามต้องการ

3.3 สร้างรูปที่ 3

- กำหนดจุด 1 จุด เลื่อนขนานจุดนั้นเป็นระยะทาง 2 ซม. ทำมุม 0 องศา โดยใช้เมนูการแปลง, เลื่อนขนาน แล้วเลื่อนขนานจุดที่ได้ใหม่ซ้ำๆ กันหลายๆ ครั้งตามต้องการ
- คลิกเลือกจุดที่ได้จากการเลื่อนขนานทั้งหมดตามลำดับจากซ้ายมือไปทางขวามือ เลือกเมนูแสดงผล, กำหนดชื่อจุด ที่กล่องโต้ตอบป้ายแรก ให้พิมพ์ 0 แล้วกดตกลง

9. การสร้างสื่อการสอนแผนภูมิวงกลม

การสร้างสื่อการสอนเรื่องแผนภูมิวงกลม



ชนิดต้นไม้	จำนวน
มะม่วง	10
มังคุด	14
ทุเรียน	7
ชมพู่	9
ลำไย	18

- กำหนดค่าพารามิเตอร์ t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 แสดงจำนวนต้น มะม่วง, มังคุด, ทุเรียน, ชมพู่ และ ลำไย ตามลำดับ
- คำนวณค่า $\frac{360^\circ}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5} \cdot t_1, \frac{360^\circ}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5} \cdot t_2, \frac{360^\circ}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5} \cdot t_3, \frac{360^\circ}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5} \cdot t_4$ และ $\frac{360^\circ}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5} \cdot t_5$ โดยใช้เมนูการวัด, คำนวณ
- สร้างวงกลมให้มีรัศมีตามต้องการ แล้วกำหนดจุดบนเส้นรอบวงของวงกลม 1 จุด สร้างเส้นเชื่อมจุดทั้งสอง
- ดับเบิลคลิกที่จุดศูนย์กลางของวงกลมเพื่อกำหนดเป็นจุดศูนย์กลางของการหมุน
- คลิกเลือกจุดบนเส้นรอบวงและส่วนของเส้นตรง หมุนจุดและส่วนของเส้นตรงที่เลือกครั้งที่ 1 ทำมุมเท่ากับค่าที่คำนวณ $\frac{360^\circ}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5} \cdot t_1$ โดยใช้เมนูการแปลง, หมุน
- คลิกเลือกจุดบนเส้นรอบวงและส่วนของเส้นตรงที่ได้จากการหมุนครั้งที่ 1 หมุนจุดและส่วนของเส้นตรงที่เลือก ทำมุมเท่ากับค่าที่คำนวณ $\frac{360^\circ}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5} \cdot t_2$ โดยใช้เมนูการแปลง, หมุน
- คลิกเลือกจุดบนเส้นรอบวงและส่วนของเส้นตรงที่ได้จากการหมุนครั้งที่ 2 หมุนจุดและส่วนของเส้นตรงที่เลือก ทำมุมเท่ากับค่าที่คำนวณ $\frac{360^\circ}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5} \cdot t_3$ โดยใช้เมนูการแปลง, หมุน

- คลิกเลือกจุดบนเส้นรอบวงและส่วนของเส้นตรงที่ได้จากการหมุนครั้งที่ 3 หมุนจุดและส่วนของเส้นตรงที่เลือก ทำมุมเท่ากับค่าที่คำนวณ $\frac{360^\circ}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5} \cdot t_4$ โดยใช้เมนูการแปลง, หมุน
- คลิกเลือกจุดบนเส้นรอบวงและส่วนของเส้นตรงที่ได้จากการหมุนครั้งที่ 4 หมุนจุดและส่วนของเส้นตรงที่เลือก ทำมุมเท่ากับค่าที่คำนวณ $\frac{360^\circ}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5} \cdot t_5$ โดยใช้เมนูการแปลง, หมุน
- สร้างเซกเตอร์แทนชนิดของต้นไม้แต่ละชนิด

10. การสร้างสื่อการสอนแผนภูมิแท่ง

1. สร้างเครื่องมือกำหนดเองแผนภูมิแท่ง

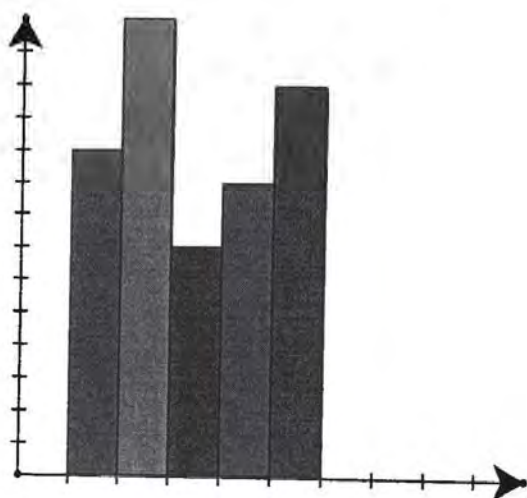
- กำหนดค่าพารามิเตอร์ a
- สร้างส่วนของเส้นตรง AB และ CD ให้มีความยาวตามต้องการและขนานกับแนวนอนและแนวตั้งตามลำดับ
- วัดระยะทาง AB และ CD
- คำนวณค่า a.CD
- กำหนดจุด 1 จุด เลื่อนขนานจุดนั้นเป็นระยะทางเท่ากับ AB ทำมุม 0 องศา โดยใช้เมนูการแปลง, เลื่อนขนาน สร้างเส้นเชื่อมจุดทั้งสอง
- คลิกเลือกจุดและส่วนของเส้นตรง เลื่อนขนานไปเป็นระยะทางเท่ากับค่าที่คำนวณ a.CD ทำมุม 90 องศา แล้วสร้างเส้นเชื่อมจุดเพื่อให้เกิดสี่เหลี่ยมมุมฉาก
- คลิกเลือกจุด A, B, C, D, จุดแรกของสี่เหลี่ยม, ส่วนของเส้นตรง, จุดที่สอง, พารามิเตอร์ a และด้านของสี่เหลี่ยมมุมฉากที่เหลือ
- เลือกกล่องเครื่องมือกำหนดเอง, สร้างเครื่องมือใหม่ แล้วพิมพ์ แผนภูมิแท่ง ในกล่องโต้ตอบ แล้วกดปุ่มตกลง

2. การสร้างแผนภูมิแท่ง

- กำหนดค่าพารามิเตอร์แทนจำนวนต้นไม้ มะม่วง มังคุด ทุเรียน ชมพู่ และลำไย ที่ปลูกในสวน
- สร้างส่วนของเส้นตรง AB และ CD ให้ขนานแนวนอนและแนวตั้ง มีความยาวพอสมควร
- เลือกกล่องเครื่องมือกำหนดเอง, แผนภูมิแท่ง, จุด A, B, C, D, จุดใดๆ 1 จุด และค่าพารามิเตอร์ที่แทนจำนวนมะม่วง จะได้แผนภูมิแท่งที่ใช้แทนจำนวนมะม่วงในส่วน

- ใช้เครื่องมือกำหนดเองสร้างแผนภูมิแท่งแทนจำนวนต้นไม้แต่ละชนิดที่เหลือตามขั้นตอนข้างต้น

การสร้างสื่อการสอนเรื่องแผนภูมิแท่ง



ชนิดต้นไม้	จำนวน
มะม่วง	10
มังคุด	14
ทุเรียน	7
ขมพู	9
ลำไย	12

แนวคิดทฤษฎีสรรมนิยม (Constructivism)

เป็นทฤษฎีที่ว่าด้วยการสร้างองค์ความรู้หรือความเข้าใจ ซึ่งมีพื้นฐานมาจากแนวคิดของ Piaget และ Vygotsky

Piaget กล่าวว่าการสร้างองค์ความรู้หรือความเข้าใจในโมเดลเป็นกระบวนการเฉพาะของแต่ละบุคคล บุคคลจะสร้างองค์ความรู้หรือความเข้าใจใหม่ในโมเดลที่คาดหวังบนพื้นฐานความรู้เดิมที่มีอยู่ โดยการนำเอาความรู้หรือประสบการณ์เดิมที่มีอยู่มาสร้างความหมายหรือความเข้าใจกับประสบการณ์ใหม่ที่กำลังเผชิญอยู่

การปรับตัว หมายถึงการปรับตัวให้เข้ากับสิ่งแวดล้อม เพื่อให้เกิดสภาวะสมดุล (Equilibration) ซึ่งประกอบด้วย 2 กระบวนการ

1. กระบวนการซึมซับ (Assimilation) เป็นกระบวนการที่บุคคลซึมซับรับเอาและเชื่อมโยงประสบการณ์ใหม่กับการเรียนรู้อย่างมีความหมาย
2. กระบวนการปรับการรู้คิด (Accommodation) เป็นกระบวนการปรับเปลี่ยนความคิดหรือประสบการณ์เดิมให้เข้ากับสิ่งแวดล้อมหรือประสบการณ์ใหม่ ซึ่งส่งผล

Piaget ได้กล่าวถึงแนวโน้มนพื้นฐานโดยธรรมชาติของมนุษย์ที่คิดค้นมาแต่กำเนิด 2 ลักษณะ คือ การจัดระบบ (Organization) และการปรับตัว (Adaptation)

การจัดระบบ หมายถึงการจัดและรวบรวมกระบวนการต่างภายในให้เป็นระบบ เชื่อมโยงต่อเนื่องและเป็นระเบียบ เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นตลอดเวลาตามที่มีมนุษย์ยังมีส่วนสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม

กระบวนการทางปัญญาตามแนวคิดของ Vygotsky Vygotsky ให้ความสำคัญกับวัฒนธรรมและสังคม โดยอธิบายว่ามนุษย์ได้รับอิทธิพลจากสิ่งแวดล้อมตั้งแต่แรกเกิด ดังนั้นสถาบันสังคมต่างๆจะมีอิทธิพลต่อพัฒนาการทางปัญญาของแต่ละบุคคล นอกจากนี้ภาษาเป็นเครื่องมือสำคัญของการคิดและการพัฒนาทางปัญญา

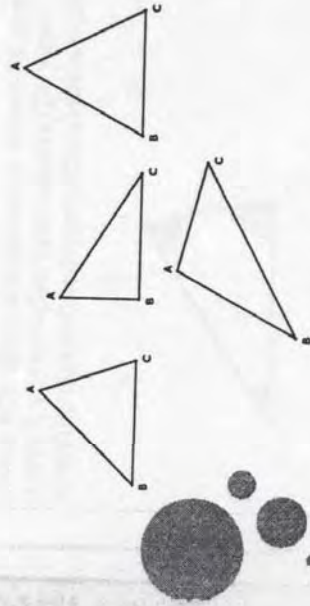
Vygotsky ได้เสนอแนวคิด "zone of proximal development (ZPD)" โดยอธิบายว่าเด็กทุกคนมีระดับพัฒนาการทางปัญญาที่ตนเป็นอยู่ และมีระดับพัฒนาการที่ตนมีศักยภาพที่จะไปไม่ถึง ช่วงห่างระหว่างระดับที่เรียกว่า ZPD ช่วงห่างนี้มีความแตกต่างกันในแต่ละบุคคล ดังนั้น Vygotsky ให้ความสำคัญกับการให้ความช่วยเหลือให้เด็กพัฒนาจากระดับพัฒนาการที่เป็นอยู่ไปถึงระดับพัฒนาการที่ได้มีศักยภาพที่จะไปถึง

ความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

Hiebert & Carpenter ได้กล่าวถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในของแต่ละบุคคล แต่ละคนจะเข้าใจแนวคิดหรือโมเดลทางคณิตศาสตร์ก็ต่อเมื่อแนวคิดนั้นเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Schema/Network of knowledge) โดยการเชื่อมโยงกระบวนการที่เกี่ยวข้องและมีความสัมพันธ์กัน ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Piaget เกี่ยวกับกระบวนการจัดระบบ



กิจกรรมที่ 1 กำหนดรูปสามเหลี่ยม



สามเหลี่ยม คืออะไร ?

การสร้างนามธรรมทางคณิตศาสตร์

Piaget ได้กล่าวถึงนามธรรมทางคณิตศาสตร์ว่า มี 3 ลักษณะ คือ

1. นามธรรมเชิงประจักษ์ (Empirical abstraction) เป็นนามธรรมที่ได้จากข้อมูลเชิงประจักษ์ซึ่งเป็นข้อมูลที่ได้รับการรับรู้โดยผ่านประสาทสัมผัสทั้งห้า (หู ตา จมูก ลิ้น และกาย)



2. นามธรรมกึ่งเชิงประจักษ์ (Pseudo-empirical abstraction) เป็นนามธรรมที่ได้จากการสรุปจากสัญลักษณ์ที่มีความสัมพันธ์กับผลจากข้อมูลเชิงประจักษ์ที่ได้จากการจัดกระทำ



กิจกรรมที่ 2

เปิดแฟ้มข้อมูล ชนิดของเศษส่วน.gsp

จงบอกความหมายของเศษส่วนแท้ เศษเกิน และ ความสัมพันธ์ระหว่างเศษเกินกับจำนวนคละ

ชนิดของเศษส่วน

เศษ = 9

ส่วน = 7

เศษเกิน $\Rightarrow \frac{9}{7}$



จำนวนคละ $\Rightarrow 1 + \frac{2}{7} = 1\frac{2}{7}$

กิจกรรมที่ 3

จากแฟ้มข้อมูล มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม.gsp

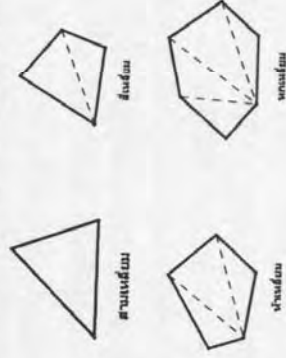
กำหนด PQR เป็นรูปสามเหลี่ยมใดๆ เส้นตรง AB ลากผ่านจุด P และขนานกับส่วนของเส้นตรง QR จงหาข้อสรุปเกี่ยวกับผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม



3. นามธรรมที่ได้จากการใช้ความรู้เดิม (Reflective abstraction) เป็นนามธรรมที่ได้จากการใช้ความรู้เดิม มาสร้างความหมายเพื่อหาข้อสรุป

กิจกรรมที่ 4

จงคำนวณหาผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม ห้าเหลี่ยม และหกเหลี่ยม พร้อมทั้งหาสูตรการคำนวณหาผลบวกของมุมภายในของรูป n เหลี่ยม



ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist Theory)

Constructivist



2

Constructivist



3

Constructivist

- นิธิ เอียวศรีวงศ์ (2544) แสดงความคิดเห็นว่า : -
ความรู้ถ่ายทอดให้กันไม่ได้
- ความรู้ของเราั้น เราต้องเป็นผู้เชื่อมโยง
ข้อเท็จจริงให้เกิดเป็นความสัมพันธ์กันเอง
คนอื่นจะมาสรางให้เราไม่ได้
- ถ้าเรารู้ความรู้ของคนอื่นโดยไม่มีกระบวนการ การ
ติดตามจนจับแหล่งผลได้กระจ่างชัดขึ้นในใจ
ก็เท่ากับไม่ได้สร้างความรู้ขึ้นใหม่ด้วยตัวเอง
- ความรู้ของคนอื่นก็เป็นเพียงข้อเท็จจริงเท่านั้น

1- CONSTRUCTIVIST

1. การรับ “ความรู้” จะทำได้ไม่เต็มที่ด้วยการนั่งฟังหรือดูเฉยๆ
 2. “ความรู้” ไม่ใช่สิ่งที่ถูกค้นพบ แต่จะต้องถูกสร้างขึ้นจากประสบการณ์ของเรา
- “ความรู้” เป็นสิ่งที่ผู้เรียนแต่ละคนต้องสร้างขึ้นเพื่อตัวเองและโดยตนเอง

5

CONSTRUCTIVIST

ฉันได้เรียนรู้แล้วฉันกลืน
ฉันเห็นสิ่งจำได้
ฉันทำฉันจึงเข้าใจ

6

ทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเอง (CONSTRUCTIVIST)

Constructivist เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ขึ้นมาได้ด้วยตนเอง ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยการลงมือปฏิบัติจริง หรือรวบรวมปรับเปลี่ยนสภาพการณ์รอบๆ ตัวมาอธิบายสิ่งที่กำลังเรียนรู้

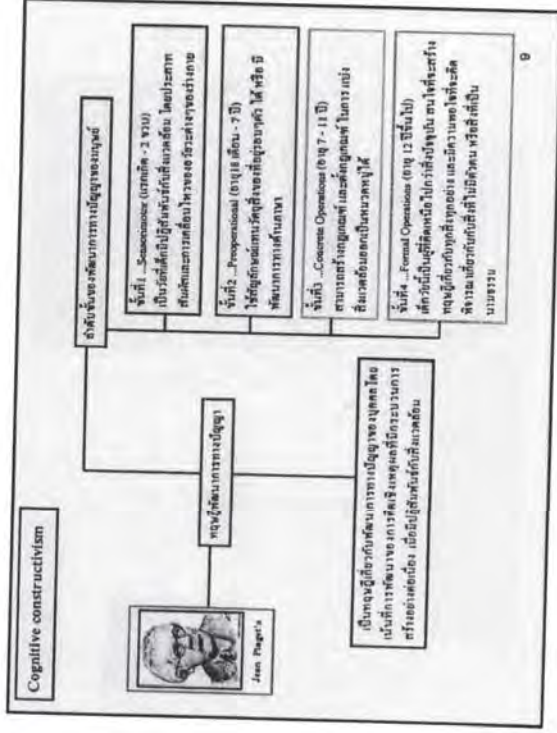
7

ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist Theory)

ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เป็นทฤษฎีการเรียนรู้ด้วยการกระทำของตนเอง (Theory of Active Knowing) การสร้างความรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เน้นให้ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยตัวเอง เป็นผู้กำกับตัวเองในการเรียนรู้ โดยตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตนเองด้วยการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับผู้อื่น

ความเชื่อพื้นฐานของ ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ มีรากฐานมาจาก 2 แหล่ง คือจาก

1. ทฤษฎีการพัฒนาการทางปัญญาของพียาเจต์ (Piaget)
2. ทฤษฎีวิวัฒนาการเชิงสังคมของวิกตอทสกี (Vygotsky)



1.ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของพ็อดเจต์ (Piaget)

แนวคิด “ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญา”

ของ Piaget เป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้

ตามแนว Cognitive Constructivism

1.ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของพ็อดเจต์ (Piaget)

Piaget กล่าวว่า

พัฒนาการทางสติปัญญาเกิดขึ้นเมื่อบุคคลมีปฏิสัมพันธ์ (interact) กับสิ่งแวดล้อม โดยบุคคลพยายามปรับตัว (adaptation) ให้เข้ากับสิ่งแวดล้อมด้วยกระบวนการ 2 อย่าง คือ

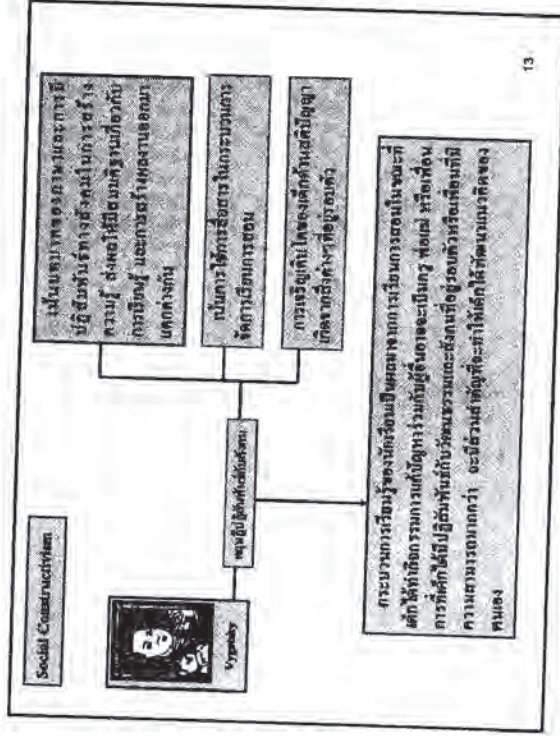
- การดูดซึม (Assimilation)
- การปรับตัวให้เหมาะ (Accommodation)

การนำทฤษฎีนี้ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ได้แก่

1. การเรียนรู้เป็นกระบวนการที่ลงมือปฏิบัติ (Learning is Active Process) กระบวนการตรง การลงมือปฏิบัติ และค้นหาวิธีการแก้ปัญหาเป็นสิ่งที่จำเป็นต่อการดูดซึมและการปรับเปลี่ยนของข้อมูล วิธีการที่สารสนเทศถูกนำเสนอ เป็นสิ่งสำคัญ

2. การเรียนรู้ควรเป็นองค์รวม เน้นสภาพจริงและสิ่งที่ป็นจริง

12



13

2. ทฤษฎีพัฒนาการเชิงสังคมของ Vygotsky

แนวคิดของ Vygotsky เป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้ตามแนว Social constructivism ไลกอตสกีเชื่อว่า

- 1) องค์ประกอบสำคัญที่มีอิทธิพลต่อการเรียนรู้ของบุคคล คือ การสร้างสื่อกลาง (Mediation) และการมีปฏิสัมพันธ์ (Interaction) ทางสังคมและวัฒนธรรม
- 2) การมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคลกับสิ่งแวดล้อมรอบตัว โดยเฉพาะสิ่งแวดล้อมทางสังคมและวัฒนธรรม ช่วยพัฒนาความสามารถในการเรียนรู้ของบุคคล

3) การช่วยเหลือและชี้แนะจากผู้ที่มีความชำนาญมากกว่าจะทำให้บุคคลสามารถแก้ปัญหาที่ไม่สามารถแก้ด้วยตนเองได้

4) ประสิทธิภาพจากการแก้ปัญหาดังกล่าวจะทำให้บุคคลเกิดการเรียนรู้และสามารถแก้ปัญหาในครั้งต่อไปได้โดยลำพังในเวลาต่อมา

Vygotsky ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาของความสามารถในการเรียนรู้ (Zone of proximal development)

สรุป : ผู้เรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการเรียนรู้ของตนเองขึ้นได้ ด้วยการรับคำชี้แนะหรือทำงานร่วมกับผู้ที่มีความชำนาญเกี่ยวกับเรื่องนั้นๆ

Vygotsky อธิบายการพัฒนาของความสามารถในการเรียนรู้ว่าเป็นการลดช่วงห่างระหว่างระดับพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียนที่มีอยู่ในขณะนั้น ซึ่งผู้ได้จากปัญหาที่ผู้เรียนไม่สามารถแก้ไขได้โดยลำพัง แต่สามารถแก้ปัญหานั้นได้ถ้าได้รับการชี้แนะจากผู้ที่มีความชำนาญมากกว่า ช่วยให้ผู้เรียนรู้และสามารถแก้ปัญหาในครั้งต่อไปได้ด้วยตนเองในเวลาต่อมา

การนำทฤษฎีนี้ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ ที่เรียกว่า “Vygotskian”

1. การเรียนรู้และการพัฒนา คือ ศักยภาพที่ได้เกิด กิจกรรมการร่วมมือ (Collaborative Activity)
2. Zone of Proximal Development คือจะสนใจต่อแนวทาง การจัดการเรียนรู้และกระบวนการวางแผนการเรียนรู้
3. การเรียนรู้ในโรงเรียนควรเกิดขึ้นในบริบทที่มีความหมายและไม่ควรแยกบริบทของสถานศึกษาจากการเรียนรู้ และความรู้ที่ผู้เรียนพัฒนามาจากสถานการณ์จริง (Real World)
4. ประสบการณ์อันหลากหลายที่โรงเรียน ควรจะมีการเชื่อมโยงนำมาสู่ประสบการณ์ในโรงเรียนของผู้เรียน

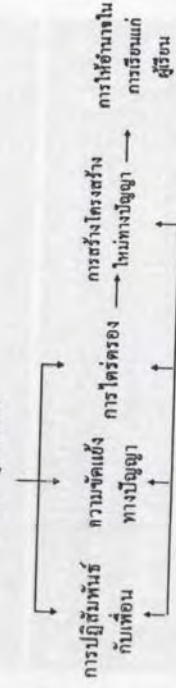
Underhill (1991) ได้กล่าวถึงข้อตกลงเบื้องต้นไว้ดังนี้

1. ความขัดแย้งทางปัญญา และความอยากรู้อยากเห็นเป็นกลไกหลักของการพัฒนาปัญญาของผู้เรียน
2. การมีปฏิสัมพันธ์กันอันหนึ่งอันหนึ่งประการสำคัญในการสร้างความรู้ทางปัญญา
3. ความขัดแย้งทางปัญญานำให้เกิดกิจกรรมได้ตรงต่อ
4. การได้ตรงต่อเป็นองค์ประกอบหลักซึ่งกระตุ้นให้เกิดการสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญา
5. ข้อ 1 2 3 และ 4 เป็นวงจร
6. วงจรเกิดขึ้นภายใต้การสนับสนุนของผู้เรียน
7. วงจรนี้ให้อำนาจแก่ผู้เรียนในการควบคุมการเรียนรู้ของตนเอง

- เน้นการเรียนรู้ที่ผู้เรียนแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง
- พัฒนาระบบการคิดอย่างอิสระของนักเรียน
- ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้มากกว่าการรับความรู้
- เรียนรู้จากการปฏิบัติของตนเอง โดยอาศัยประสบการณ์และโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่เดิม รวมทั้งความสนใจและแรงจูงใจภายในตนเอง
- เด็กเกิดพัฒนาความรู้เมื่อเด็กเกิดความขัดแย้งทางปัญญา (Cognitive Conflict)

- เมื่อเด็กเผชิญปัญหาที่ไม่สามารถแก้หรืออธิบายได้โดยตรงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่ การมีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่นเป็นแรงจูงใจให้เกิดการไตร่ตรอง (Reflection) นำไปสู่โครงสร้างทางปัญญาใหม่ (Cognitive Restructuring) ดัดแปลงสถานการณ์ที่เป็นปัญหา หรือจัดความขัดแย้งทางปัญญาได้

ความขัดแย้งที่ซ่อนเร้น



ภาพที่ 1 ข้อตกลงเบื้องต้นทางการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิสต์ (Undertall, 1991)

ปัญหาในการเรียนรู้

(ไจเจอร์, 2543) กระบวนการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative problem solving) เกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนช่วยกันแก้ปัญหา (Cooperative problem solving)

กระบวนการเรียนรู้แบบร่วมมือจะเริ่มต้นด้วยปัญหา ที่ก่อให้เกิดความขัดแย้ง (Cognitive conflict) นั่นคือ ประสิทธิภาพและโครงสร้างทางปัญญาที่เดิม "ไม่สามารถจัดการ" ได้ ปัญหาที่เกิดขึ้นได้หลังจากที่ผู้เรียนได้เผชิญกับปัญหาที่เดิม "การปรับโครงสร้าง" หรือ "การปรับโครงสร้างใหม่" (Cognitive restructuring) โดยการจัดโครงสร้างใหม่ให้ผู้เรียนได้เผชิญกับปัญหา จัดกับกระบวนการเรียนรู้แบบร่วมมือ โดยผู้เรียนได้จัดการกับปัญหาใหม่โดยตนเอง และระดมความคิดได้

บทบาทของครูตามแนวทางการเรียนรู้แบบ CONSTRUCTIVIST

1. ครูยอมรับความแตกต่างระหว่างบุคคล (คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดแก้ปัญหา)
2. ครูต้องใช้แหล่งข้อมูลรอบตัวเด็กที่ส่งเสริมกระตุ้นให้เรียนรู้
3. การมอบหมายงานให้นักเรียนทำต้องใช้คำพูดให้นักเรียนเกิดการคิดและสติปัญญา เช่น การจำแนก การวิเคราะห์ การทำนาย การสร้างสรรค์

บทบาทของครูตามแนวทางการเรียนรู้แบบ CONSTRUCTIVIST

4. นักเรียนมีโอกาสแสดงความคิดเห็น ต่อบทเรียนวิธีสอน และเนื้อหาวิชา
5. ครูทำความเข้าใจความคิดเห็นของนักเรียนก่อนร่วมแสดงความคิดเห็นของตนเอง
6. ครูกระตุ้นนักเรียนมีโอกาสสนทนา แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนและครู
7. ครูกระตุ้นนักเรียนให้เกิดการเรียนรู้โดยใช้คำถามที่สมเหตุสมผล ใช้คำถามปลายเปิด

เปรียบเทียบบรรยากาศในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

แบบเดิม

4. นร.เรียนตามจำนวนที่ว่างเปล่า ครูต้องยืมความรู้อื่นๆ
5. ครูเป็นผู้สอนให้ความรู้กับนร.
6. นักเรียนทำตามสิ่งที่ครูสอน

แบบConstructivist

4. นร.เปรียบเทียบก่อนเกิด เป็นผู้คิดค้นหาความรู้ด้วยตัวเอง
5. ครูกระตุ้น ส่งเสริม จัดสภาพแวดล้อมให้เหมาะสมกับนร.
6. นักเรียนหาความรู้จากประสบการณ์ของตัวเอง

29

สรุป

ทฤษฎีการเรียนรู้ ของนักคิดที่มีแนวคิด

การเรียนรู้เกิดจากการที่ผู้เรียนเป็นผู้ลงมือกระทำ และสร้างความรู้ของตนเองมากกว่า การเรียนเชิงรับของผู้เรียนจากการถ่ายทอดของครู

การลงมือกระทำและสร้างความรู้ของตนเองนั้น เกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ต่างๆ อย่างกระตือรือร้น

จนผู้เรียนเกิดการสร้างความหมาย ความเข้าใจ และในที่สุดสร้างองค์ความรู้ขึ้นมาด้วยตนเอง

องค์ความรู้ที่เกิดขึ้นจึงถือเป็นประสบการณ์ส่วนตัวที่ผู้เรียนสามารถสร้างให้เกิดขึ้นเองและเป็นสิ่งเฉพาะตัว

31

เปรียบเทียบบรรยากาศในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

แบบเดิม

7. จัดสอนแบบท่องจำ การสอนโดยเน้นเชิง โดยให้การทดสอบ
8. นร.ส่วนใหญ่ทำงานเป็นรายบุคคล

แบบConstructivist

7. จัดสอนแบบเปิดโอกาสของนร. ไม่แยกองค์ความรู้สอนให้รู้ถึงจุด การทดสอบ การทำงานของนร. จัดนิทรรศการเด็กจีนงานที่จัดทำด้วยตัวเอง
8. นร.ส่วนใหญ่ทำงานเป็นกลุ่ม

30

สรุป(ต่อ)

ดังนั้นการเรียนรู้ตามแนวคอนสตรัคติวิสต์

เป็นการเรียนรู้ในลักษณะที่ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ไม่ใช่ครูผู้สอนเป็นศูนย์กลาง

ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์จะมุ่งเน้นการสำรวจ การแสวงหาความรู้ การคิดวิเคราะห์ การคิดสร้างสรรค์ และการคิดแก้ปัญหาด้วยตนเองผ่านทางกิจกรรมที่ใกล้ชิด หรือเชื่อมโยงกับประสบการณ์จริง เพื่อให้ผู้เรียนสามารถถ่ายโอนการเรียนรู้จากชั้นเรียนไปสู่สถานการณ์จริงได้

32

สรุป(ต่อ)

ดังนั้นการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีจิตวิสัย

เห็นการเรียนรู้ในลักษณะร่วมมือ กล่าวคือ
ผู้เรียนจะต้องสร้างปฏิสัมพันธ์ร่วมกันกับ
ผู้เรียนอื่นๆ ในการสร้างงานต่างๆ ร่วมกัน

33

สรุป(ต่อ)

ประเมินผลตามแนวทฤษฎีจิตวิสัย

เห็นการให้ผู้เรียนรู้จักประเมินผลความก้าวหน้าใน
การเรียนรู้ของตนเอง ร่วมไปกับการที่ผู้สอนจะต้องคอย
สังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนในขณะทำกิจกรรม รวมทั้ง
การประเมินจากพอร์โฟลิโอ ได้แก่ ชิ้นงานต่างๆ ที่
ผู้เรียนได้มีการรวบรวมไว้ ซึ่งชิ้นงานดังกล่าวจะต้อง
สะท้อนความสามารถที่แท้จริงของผู้เรียน

34

การพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้

1. รูปแบบการสอน/
วิธีการสอน
ต่างๆ
2. เทคนิควิธีสอน
3. สื่อ / IT ฯลฯ
4. ชุดการสอน
1. สารสำคัญ.....
2. จุดประสงค์การเรียนรู้.....
3. สารการเรียนรู้.....
4. กิจกรรมการเรียนรู้(กระบวนการเรียนรู้)
ขั้นนำ
ขั้นสอน
ขั้นสรุป
5. สื่อและแหล่งเรียนรู้
6. การประเมินผลการเรียนรู้
(กระบวนการวัดผลประเมินผล)
7. บันทึกหลังสอน

ขั้นตอน (รูปแบบConstructivis) การจัดการการเรียนรู้

1. ขั้นนำ
2. กิจกรรมการเรียนรู้
 - 2.1 ขั้นแก้ปัญหาแบบกลุ่ม

เผชิญปัญหา
ทำความเข้าใจ
สำรวจและแก้ปัญหาด้วยตนเอง
หาทางออกโดยเป็นรายบุคคล+สื่อ
 - 2.2 ขั้นได้ระดมความคิดกลุ่มย่อย

เสนอทางแก้ปัญหาต่อกลุ่มย่อย
นำเสนอปัญหาต่อกลุ่ม
กลุ่มย่อยตรวจสอบ แลกเปลี่ยน
เสนอแนวทางที่รวมเหตุผล
- 2.3 ขั้นเสนอแนวทางแก้ปัญหาทั้งชั้น

นำเสนอต่อชั้นเรียนต่อทั้งชั้น
ทุกคนมีส่วนร่วม
ตรวจสอบความสมบูรณ์
ครูให้ข้อมูลเพิ่มเติม
อภิปรายข้อดีข้อเสีย
3. ขั้นสรุป
4. ประเมินผล

36

ตัวอย่าง

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ชื่อนำเข้าผู้ปทเรียน

2. ข้อเสนอ(กิจกรรมการเรียนรู้)

(1)

(2)

(3)

3. ขั้นสรุป

4. ประเมินผล

กิจกรรมการเรียนรู้(แนวคิดจนตาคำศัพท์)

1. ชื่อนำเข้าผู้ปทเรียน

2. กิจกรรมการเรียนรู้

2.1 ชื่นชมกับปัญหาเรณบูกกล

2.2 ชื่นให้ทรงระลึกรุ่นย่อย

แสดงทงกับปัญหาต่อกลุ่มย่อย

นรอธิบายปัญหาแต่ละกลุ่ม

กลุ่มย่อยรอกอบ แสดงโอธม

เลือกแนวทงที่สนใจที่สุดสมผล

2.3 จมเสนอแนวทงแก้ปัญหาทั้งจั้น

นรนำเสนอข้อจั้นสงงานค้องจั้น

ทุกคามีส่วนรวม

ตรวจสอบควมสมทสมผล

ครูให้ข้อบเห็นคิน

อภิปรายข้อคิดเห็น

4. ขั้นสรุป 5. ประเมิผล

10

มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
Faculty of Education Khon Kaen University

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้
คณิตศาสตร์
ที่เน้นทักษะการคิดวิเคราะห์

มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
Faculty of Education Khon Kaen University

พิจารณารูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ และ
ตอบคำถาม ต่อไปนี้



"สามเหลี่ยม คือ อะไร"

มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
Faculty of Education Khon Kaen University

ความหมายของการคิดวิเคราะห์

การคิดวิเคราะห์ หมายถึง ความสามารถในการจำแนกแฉกแฉงองค์ประกอบต่างๆ ของสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่ง และหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผลระหว่างองค์ประกอบเหล่านั้น เพื่อค้นหาสาเหตุที่แท้จริงของสิ่งที่เกิดขึ้น

มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
Faculty of Education Khon Kaen University

องค์ประกอบของการคิดวิเคราะห์

1. ความสามารถในการตีความ
2. ความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่จะวิเคราะห์
3. ความช่างสังเกต ช่างสงสัย และช่างถาม
4. ความสามารถในการหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผล



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
Faculty of Education, Khon Kaen University

ทักษะการคิดวิเคราะห์

1. การจำแนก
2. การจัดหมวดหมู่
3. การเชื่อมโยง
4. การสรุปความ
5. การประยุกต์



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
Faculty of Education, Khon Kaen University

กระบวนการการคิดวิเคราะห์

ขั้นที่ 1: กำหนดสิ่งที่ต้องการวิเคราะห์
ขั้นที่ 2: กำหนดปัญหา หรือวัตถุประสงค์
ขั้นที่ 3: กำหนดหลักการ หรือกฎเกณฑ์
ขั้นที่ 4: พิจารณาแยกแยะ
ขั้นที่ 5: สรุปคำตอบ

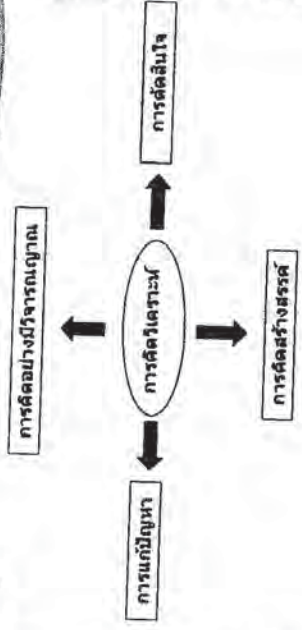


คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
Faculty of Education, Khon Kaen University

ทำไมต้องส่งเสริมทักษะการคิดวิเคราะห์?



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
Faculty of Education, Khon Kaen University



```

graph LR
    A[การแก้ปัญหา] --> B(การคิดวิเคราะห์)
    B --> C[การตัดสินใจ]
    C --> D[การคิดสร้างสรรค์]
    C --> B
    E[การคิดอย่างมีวิจารณญาณ] --> B
  
```



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
Faculty of Education, Khon Kaen University

การแก้ปัญหา

ทำความเข้าใจปัญหา หาความสัมพันธ์ของข้อมูล เปรียบเทียบทางเลือก ลงมือแก้ปัญหา ตรวจสอบผลการดำเนินการ



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
Faculty of Education, Khon Kaen University

การตัดสินใจ

หาเหตุผล จำแนกข้อมูล เปรียบเทียบทางเลือก



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
Faculty of Education, Khon Kaen University

การคิดอย่างมีวิจารณญาณ

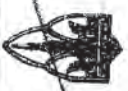
จำแนกแยกแยะ จัดระบบข้อมูลอย่างมีเหตุผล เปรียบเทียบข้อมูล



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
Faculty of Education, Khon Kaen University

การคิดสร้างสรรค์

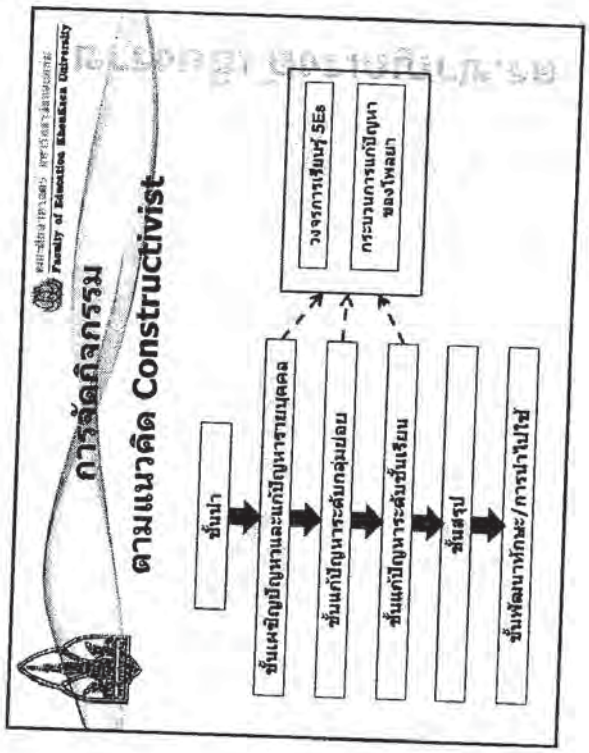
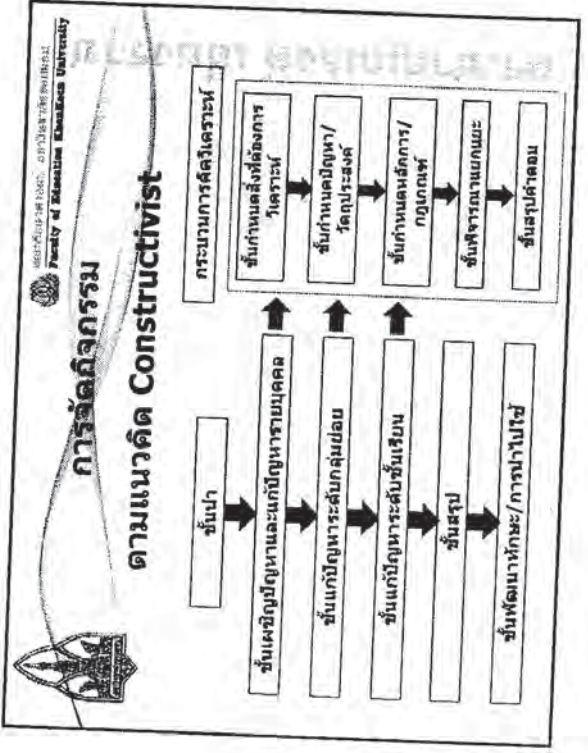
เชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูล จัดระบบข้อมูล เปรียบเทียบข้อมูลใหม่กับข้อมูลเดิม ผสมผสานเพื่อนำไปสู่การสร้างผลงาน



การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ที่เน้นการคิดวิเคราะห์



แนวทางการจัดกิจกรรม เน้นการคิดวิเคราะห์





สงวนลิขสิทธิ์ - สงวนลิขสิทธิ์ Sakon Nakhon Rajabhat

Faculty of Education Sakon Nakhon University

การวัดกิจกรรม

วงจรการเรียนรู้ 5 Es

ขั้นสร้างความสนใจ

↓

ขั้นสำรวจและค้นหา

↓

ขั้นสร้างคำอธิบายและลงข้อสรุป

↓

ขั้นขยายความรู้

↓

การประเมิน

กระบวนการคิดวิเคราะห์

↓

ขั้นกำหนดสิ่งที่ต้องการวิเคราะห์

↓

ขั้นกำหนดปัญหา/วัตถุประสงค์

↓

ขั้นกำหนดหลักการ/กฎเกณฑ์

↓

ขั้นพิจารณาแยกแยะ

↓

ขั้นสรุปคำตอบ



สงวนลิขสิทธิ์ - สงวนลิขสิทธิ์ Sakon Nakhon

Faculty of Education Sakon Nakhon University

กิจกรรมที่ 1

พราหมณ์กระซิบ (Ghost Whisperer)

ให้ท่านเลือกเลขสองหลักมาหนึ่งจำนวน หาผลบวกของเลขหลักหน่วยและเลขหลักสิบ แล้วลบเลขสองหลักเดิมด้วยผลบวกที่ได้ เมื่อได้ผลลัพธ์เรียบร้อยแล้ว ให้ฟังมองไปที่สัญลักษณ์ใต้ตรงกับเลขผลลัพธ์ที่คำนวณได้

วิทยากรสามารถบอกได้ว่า ท่านฟังไปสัญลักษณ์ใด

จงวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ว่าทำไมวิทยากรสามารถที่จะบอกสัญลักษณ์ดังกล่าวนี้ได้ถูกต้อง



สงวนลิขสิทธิ์ - สงวนลิขสิทธิ์ Sakon Nakhon

Faculty of Education Sakon Nakhon University

การวัดกิจกรรม

ตามขั้นตอนแก้ปัญหาของโพลยา

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

↓

ขั้นวางแผน

↓

ขั้นดำเนินการตามแผน

↓

ขั้นมองย้อนกลับ

กระบวนการคิดวิเคราะห์

↓

ขั้นกำหนดสิ่งที่ต้องการวิเคราะห์

↓

ขั้นกำหนดปัญหา/วัตถุประสงค์

↓

ขั้นกำหนดหลักการ/กฎเกณฑ์

↓

ขั้นพิจารณาแยกแยะ

↓

ขั้นสรุปคำตอบ



สงวนลิขสิทธิ์ - สงวนลิขสิทธิ์ Sakon Nakhon

Faculty of Education Sakon Nakhon University

The Flub Mail Reader



Choose any two digit number, add together both digits and then subtract the total from your original number.

When you have the final number look it up on the chart and find the relevant symbol. Concentrate on the symbol and when you have it clearly in your mind look on the crystal ball and it will show you the symbol you are thinking of.

* For example I am doing 23 - 2+3 = 5. 23 minus 5 will give you your answer.

98 Y	79 Q	58 F	39 D	18 C
98 Y	75 A	58 Q	38 M	18 C
97 G	77 A	57 Y	37 K	17 Q
98 K	78 M	56 M	36 C	16 M
95 Q	75 M	55 Q	35 C	15 O
94 A	74 C	54 C	34 Y	14 A
93 F	73 D	53 Q	33 K	13 D
92 Y	72 C	52 Q	32 F	12 M
91 C	71 M	51 A	31 M	11 Q
90 M	70 M	50 C	30 O	10 K
89 C	69 Y	49 Q	29 D	9 C
88 Y	68 K	48 Y	28 O	8 F
87 A	67 M	47 M	27 C	7 M
86 F	66 C	46 A	26 M	6 K
85 M	65 C	45 C	25 Q	5 K
84 K	64 C	44 C	24 F	4 C
83 F	63 C	43 O	23 A	3 D
82 D	62 A	42 Q	22 K	2 F
81 C	61 K	41 D	21 M	1 K
80 M	60 Q	40 O	20 C	0 Q

Created by Andy Macdonald



UNIVERSITY OF EDUCATION, WINNEBA
Faculty of Education, Winneba

The Flash Mind Reader



Can't believe it?
Click the button
to try again.

TRY AGAIN

CREATED BY ANDY NAUGHTON



UNIVERSITY OF EDUCATION, WINNEBA
Faculty of Education, Winneba

The Flash Mind Reader



Can't believe it?
Click the button
to try again.

TRY AGAIN

CREATED BY ANDY NAUGHTON



UNIVERSITY OF EDUCATION, WINNEBA
Faculty of Education, Winneba

The Flash Mind Reader



Choose any two digit number, add together both digits and then subtract the total from your original number.

When you have the final number look it up on the chart and find the relevant symbol. Concentrate on the symbol and when you have it clearly in your mind click on the crystal ball and it will show you the symbol you are thinking of.

* For example if you choose 22 2+2=4 22-4=18

CREATED BY ANDY NAUGHTON



UNIVERSITY OF EDUCATION, WINNEBA
Faculty of Education, Winneba

The Flash Mind Reader



Choose any two digit number, add together both digits and then subtract the total from your original number.

When you have the final number look it up on the chart and find the relevant symbol. Concentrate on the symbol and when you have it clearly in your mind click on the crystal ball and it will show you the symbol you are thinking of.

* For example if you choose 22 2+2=4 22-4=18

CREATED BY ANDY NAUGHTON



มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี
Faculty of Education Sakon Nakhon University

The Flash Mind Reader

Can't believe it?
Click the button
to try again.

TRY AGAIN

Created by ANANDU MALHOTRA



มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี
Faculty of Education Sakon Nakhon University

The Flash Mind Reader

When you have the final number look it up on the chart and find the related symbol. Communicate on the symbol and when you have a clearly in your mind click on the crystal ball and it will show you the symbol you are thinking of.

1. Pick a number between 1 and 100. 2. Pick a number between 1 and 10. 3. Pick a number between 1 and 10. 4. Pick a number between 1 and 10. 5. Pick a number between 1 and 10. 6. Pick a number between 1 and 10. 7. Pick a number between 1 and 10. 8. Pick a number between 1 and 10. 9. Pick a number between 1 and 10. 10. Pick a number between 1 and 10. 11. Pick a number between 1 and 10. 12. Pick a number between 1 and 10. 13. Pick a number between 1 and 10. 14. Pick a number between 1 and 10. 15. Pick a number between 1 and 10. 16. Pick a number between 1 and 10. 17. Pick a number between 1 and 10. 18. Pick a number between 1 and 10. 19. Pick a number between 1 and 10. 20. Pick a number between 1 and 10. 21. Pick a number between 1 and 10. 22. Pick a number between 1 and 10. 23. Pick a number between 1 and 10. 24. Pick a number between 1 and 10. 25. Pick a number between 1 and 10. 26. Pick a number between 1 and 10. 27. Pick a number between 1 and 10. 28. Pick a number between 1 and 10. 29. Pick a number between 1 and 10. 30. Pick a number between 1 and 10. 31. Pick a number between 1 and 10. 32. Pick a number between 1 and 10. 33. Pick a number between 1 and 10. 34. Pick a number between 1 and 10. 35. Pick a number between 1 and 10. 36. Pick a number between 1 and 10. 37. Pick a number between 1 and 10. 38. Pick a number between 1 and 10. 39. Pick a number between 1 and 10. 40. Pick a number between 1 and 10. 41. Pick a number between 1 and 10. 42. Pick a number between 1 and 10. 43. Pick a number between 1 and 10. 44. Pick a number between 1 and 10. 45. Pick a number between 1 and 10. 46. Pick a number between 1 and 10. 47. Pick a number between 1 and 10. 48. Pick a number between 1 and 10. 49. Pick a number between 1 and 10. 50. Pick a number between 1 and 10. 51. Pick a number between 1 and 10. 52. Pick a number between 1 and 10. 53. Pick a number between 1 and 10. 54. Pick a number between 1 and 10. 55. Pick a number between 1 and 10. 56. Pick a number between 1 and 10. 57. Pick a number between 1 and 10. 58. Pick a number between 1 and 10. 59. Pick a number between 1 and 10. 60. Pick a number between 1 and 10. 61. Pick a number between 1 and 10. 62. Pick a number between 1 and 10. 63. Pick a number between 1 and 10. 64. Pick a number between 1 and 10. 65. Pick a number between 1 and 10. 66. Pick a number between 1 and 10. 67. Pick a number between 1 and 10. 68. Pick a number between 1 and 10. 69. Pick a number between 1 and 10. 70. Pick a number between 1 and 10. 71. Pick a number between 1 and 10. 72. Pick a number between 1 and 10. 73. Pick a number between 1 and 10. 74. Pick a number between 1 and 10. 75. Pick a number between 1 and 10. 76. Pick a number between 1 and 10. 77. Pick a number between 1 and 10. 78. Pick a number between 1 and 10. 79. Pick a number between 1 and 10. 80. Pick a number between 1 and 10. 81. Pick a number between 1 and 10. 82. Pick a number between 1 and 10. 83. Pick a number between 1 and 10. 84. Pick a number between 1 and 10. 85. Pick a number between 1 and 10. 86. Pick a number between 1 and 10. 87. Pick a number between 1 and 10. 88. Pick a number between 1 and 10. 89. Pick a number between 1 and 10. 90. Pick a number between 1 and 10. 91. Pick a number between 1 and 10. 92. Pick a number between 1 and 10. 93. Pick a number between 1 and 10. 94. Pick a number between 1 and 10. 95. Pick a number between 1 and 10. 96. Pick a number between 1 and 10. 97. Pick a number between 1 and 10. 98. Pick a number between 1 and 10. 99. Pick a number between 1 and 10. 100. Pick a number between 1 and 10.

Created by ANANDU MALHOTRA



มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี
Faculty of Education Sakon Nakhon University

กิจกรรมที่ 1

พยางค์กรอิม (Ghost Whisperer)

ขั้นที่ 1: กำหนดสถานการณ์ปัญหา

ให้ท่านเลือกเลขสองหลักมาหนึ่งจำนวน หาผลบวกของเลขหลักหน่วยและเลขหลักสิบ แล้วลบเลขสองหลักเดิมด้วย ผลบวกที่ได้ เมื่อได้ผลลัพธ์เรียบร้อยแล้ว ให้เพ่งมองไปที่สัญลักษณ์ที่ตรงกับเลขผลลัพธ์ที่คำนวณได้ วิทยาลัยสามารถบอกได้ว่า ท่านเพ่งไปที่สัญลักษณ์ใด



มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี
Faculty of Education Sakon Nakhon University

ขั้นที่ 2: กำหนดปัญหา

จงวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ว่าทำไมวิทยาลัยสามารถที่จะบอกสัญลักษณ์ดังกล่าวนี้ได้ถูกต้อง



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
Faculty of Education Chulalongkorn University

ขั้นที่ 3: กำหนดกฎเกณฑ์

ให้ท่านเลือกเลขสองหลักมาหนึ่งจำนวน หาผลบวกของเลขหลักหน่วยและเลขหลักสิบ แล้วลบเลขสองหลักเดิมด้วยผลบวกที่ได้ เมื่อได้ผลลัพธ์เรียบร้อยแล้ว ให้เฟื่องมองไปที่สัญลักษณ์ที่ตรงกับเลขผลลัพธ์ที่คำนวณได้
วิทยาการสามารถบอกได้ว่า ท่านเฟื่องไปที่สัญลักษณ์ใด



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
Faculty of Education Chulalongkorn University

เลือกเลข 65
 $6+5 = 11$
 $65-11 = 54$



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
Faculty of Education Chulalongkorn University

ขั้นที่ 4: พิจารณาแยกแยะ

เลือกเลข 54
 $5+4 = 9$
 $54-9 = 45$



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
Faculty of Education Chulalongkorn University

เลือกเลข 26
 $2+6 = 8$
 $26-8 = 18$



มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
Faculty of Education Srinakharinwirot University

ขั้นที่ 5: สรุปคำตอบ

**ผลลัพธ์ของการคำนวณ
จะเป็นพหุนามของ 9**



มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
Faculty of Education Srinakharinwirot University

เลือกเลข ๓๓

เลข ๓๓ หมายถึง $10m+n$

$(10m+n)-(m+n) = 10m+n-m-n$

$= 9m$



มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
Faculty of Education Srinakharinwirot University

ใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นักการศึกษาได้สร้างไว้ เช่น วงจรการเรียนรู้ 5Es



มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
Faculty of Education Srinakharinwirot University

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับจำนวนและค่าประจำหลัก
2. ครูบอกจุดประสงค์การเรียนรู้

ขั้นปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นสร้างความสนใจ
 - ให้นักเรียนเปิดไฟล์วีโอ การคูณ.gsp
 - ปรับค่าจำนวนครั้งของการกระโดด และระยะทางของการกระโดดในแต่ละครั้ง
 - ให้นักเรียนบอกระยะทางที่กระต่ายกระโดดได้



การคูณและการหารโดยซ้ำ

จำนวนที่หารลงตัว = 4

จำนวนที่หารลงตัว = 3

จำนวน 4 หาร 12 ได้ 3 เท่า



$4 \times 3 = 12$



2. ขั้นสำรวจและค้นหา

- ให้นักเรียนจัดกลุ่ม ๆ ละ 3-5 คน
- ให้แต่ละกลุ่มศึกษาใบกิจกรรม

3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป

- ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอผลการจัดกิจกรรม
- ขณะที่นักเรียนนำเสนอ ครูและนักเรียนทั้งชั้นร่วมอภิปรายเพื่อหาข้อสรุป



4. ขั้นขยายผล

- ครูยกตัวอย่างโจทย์เกี่ยวกับการคูณ ให้นักเรียนตอบคำถาม
- ครูให้แบบฝึกหัด

5. ขั้นประเมินผล

- ครูประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนจากการสังเกตและการตอบคำถาม

ขั้นสรุป

- ครูให้นักเรียนสรุปความหมายของการคูณ