



รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

โครงการ: แบบจำลองการไหลแบบปั่นป่วนแบบวิสโคอีลาสติกสำหรับการ
หล่อเย็นใบพัดกังหันในเครื่องยนต์กังหันก๊าซ

Viscoelastic based turbulence model for turbine blade cooling
in gas turbine

โดย รองศาสตราจารย์ ดร. วรศักดิ์ จันทร์ทาสโร
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

มิถุนายน 2556

สัญญาเลขที่ RMU5380050

รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

โครงการ: แบบจำลองการไหลแบบปั่นป่วนแบบวิสโคอีลาสติกสำหรับการ
หล่อเย็นใบพัดกังหันในเครื่องยนต์กังหันก๊าซ

Viscoelastic based turbulence model for turbine blade cooling
in gas turbine

โดย รองศาสตราจารย์ ดร. วรศักดิ์ จันทร์ทาสโร
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สนับสนุนโดยสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย
สำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา
และมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

(ความเห็นในรายงานนี้เป็นของผู้วิจัย สกว. ไม่จำเป็นต้องเห็นด้วยเสมอไป)

Abstract

Project Code: RMU5380050

Project Title: Viscoelastic based turbulence model for turbine blade cooling in gas turbine

Investigator: Associate Professor Dr. Varangrat Juntasaro, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Kasetsart University

E-mail Address: fengvrj@ku.ac.th

Project Period: 15 June 2010 ถึง 14 June 2013

A practical simulation of gas turbine blade cooling is crucial for an efficient design and a lifetime of the turbine blade. Because the characteristics of gas flow in the turbine blade cooling are complicated due to many combined effects and difficult to predict, there is no turbulence model at present can predict these combined effects effectively. A new turbulence model is developed in this work to predict turbine blade cooling. It is found that the present turbulence model can predict flow field more accurately than the existing Reynolds-averaged Navier-Stokes turbulence models.

Keywords: Computational Fluid Dynamics (CFD), Turbulence Modeling, Turbine Blade Cooling

บทคัดย่อ

รหัสโครงการ: RMU5380050

ชื่อโครงการ: แบบจำลองการไหลแบบปั่นป่วนแบบวิสโคอิลาสติกสำหรับการหล่อเย็นใบพัดกังหันในเครื่องยนต์กังหันก๊าซ

ชื่อนักวิจัย: รศ.ดร. วรวัชรรัตน์ จันทสาโร ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

E-mail Address: fengvri@ku.ac.th

ระยะเวลาโครงการ: 15 มิถุนายน 2553 ถึง 14 มิถุนายน 2556

เครื่องยนต์กังหันก๊าซเป็นเครื่องยนต์ที่ให้กำลังและมีประสิทธิภาพสูงจึงมีการนำมาใช้ในงานหลากหลายประเภทโดยเฉพาะการประยุกต์ใช้เป็นเครื่องยนต์ต้นกำลังในการผลิตกระแสไฟฟ้า ซึ่งส่วนประกอบหลักๆ ของเครื่องยนต์ ได้แก่ บริเวณทางเข้า (inlet part) คอมเพรสเซอร์ (compressor) ห้องเผาไหม้ (combustion chamber) กังหัน (turbine) และส่วนของทางออกไอเสีย (exhaust part) ซึ่งในงานวิจัยนี้สนใจใบพัดในช่วงกังหัน (turbine blade) ซึ่งเป็นช่วงที่มีอุณหภูมิสูงและมีโอกาสที่จะเสียหายมากที่สุด โดยการเสียหายนี้มีผลเนื่องมาจากอุณหภูมิที่สูงของก๊าซที่ไหลผ่านใบพัด จึงมีความจำเป็นต้องมีการออกแบบและพัฒนาใบพัดในช่วงกังหัน ให้มีระบบระบายความร้อนภายในใบพัด (internal cooling) ที่มีประสิทธิภาพ ในการวิจัยนี้มุ่งเน้นนำเสนอพฤติกรรมต่างๆ ของการไหลผ่านระบบระบายความร้อนภายในใบพัดกังหันก๊าซ โดยใช้วิธีการทางพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณหรือซีเอฟดี นำมาใช้ปรับปรุงการทำนายผลให้มีความแม่นยำสูงขึ้น จากการศึกษาพบว่าแบบจำลองความปั่นป่วนที่ได้พัฒนาขึ้นมานั้น สามารถทำนายผลได้แม่นยำกว่าแบบจำลองความปั่นป่วนที่มีอยู่ในปัจจุบัน ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการคำนวณเชิงตัวเลขของระบบระบายความร้อนในใบพัดกังหันก๊าซได้เป็นอย่างดี

คำหลัก: พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ (ซีเอฟดี), แบบจำลองการไหลแบบปั่นป่วน, การหล่อเย็นภายในใบพัดกังหัน

สารบัญ

	หน้า
สารบัญ	(1)
สารบัญภาพ	(4)
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ	(14)
คำนำ	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์	2
การตรวจเอกสาร	3
ระบบหล่อเย็นใบพัดภายในเครื่องยนต์กังหันก๊าซ	3
ทฤษฎีและหลักการ	6
สมการควบคุมการไหลโดยทั่วไป	6
สมการควบคุมการไหลเมื่อมีการหมุน	7
สมการความสัมพันธ์ของพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ส์ในแบบจำลองความปั่นป่วน	
ชนิดไม่เชิงเส้น	8
แบบจำลองความปั่นป่วน	24
วิธีการศึกษา	30
อุปกรณ์ที่ใช้ในการศึกษา	30
ขั้นตอนการศึกษาโดยรวม	31
วิธีการหาแบบจำลองความปั่นป่วน	31
วิธีการศึกษาการการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม	32
วิธีการศึกษาการการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน	33
วิธีการศึกษาการการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง	33
วิธีการศึกษาการการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู	34
วิธีการศึกษาการการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ	36
วิธีการศึกษาอุณหพลศาสตร์ของใบพัดกังหันก๊าซ	37
Numerical Method	40

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
Numerical Method ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม	40
Numerical Method ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการ หมุน	42
Numerical Method ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่ง กีดขวาง	45
Numerical Method ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู	48
Numerical Method ของการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหัน ก๊าซ	50
Numerical Method ของการวิเคราะห์ทางอุณหพลศาสตร์ของใบพัดกังหันก๊าซ	53
ผลการศึกษา	40
ผลการหาแบบจำลองความปั่นป่วนสำหรับการไหล ผ่านท่อตรงที่ไม่มีการหมุน	87
ผลการหาแบบจำลองความปั่นป่วนสำหรับการไหล ผ่านท่อตรงที่มีการหมุน	87
ผลการหาแบบจำลองความปั่นป่วนสำหรับการไหล ผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง	88
ผลการหาแบบจำลองความปั่นป่วนสำหรับการไหล ผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู	88
ผลการหาแบบจำลองความปั่นป่วนสำหรับการไหล ของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ	89
ผลการพัฒนาใช้แบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้นสำหรับ	

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
การไหลของระบบระบายความร้อนในใบพัดกังหันก๊าซ	89
สรุปผลการศึกษา	91
ข้อเสนอแนะ	92
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	93
ภาคผนวก	97
ภาคผนวก ก ขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS , GAMBIT และ FLUENT ของ การไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม	98
ภาคผนวก ข ขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS , GAMBIT และ FLUENT ของ การไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน	122
ภาคผนวก ค ขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT และ FLUENT ของการไหลแบบ ปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง	146
ภาคผนวก ง ขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS , GAMBIT และ FLUENT ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านท่อหน้าตัด สี่เหลี่ยมรูปตัวยู	167
ภาคผนวก จ ขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS , GAMBIT และ FLUENT ของ การไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม ของฟิล์มหล่อเย็นใบพัด กังหันก๊าซ	196
ภาคผนวก ฉ คู่มือการใช้ฟังก์ชันยูติลิตี้ของระบบปฏิบัติการ Windows และ LINUX	224
ภาคผนวก ช คู่มือการใช้ซอฟต์แวร์ บนระบบปฏิบัติการ LINUX	240
ภาคผนวก ซ ขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler (Ansys) ของกรณีศึกษาใบพัด กังหันก๊าซ	252
ภาคผนวก ญ ขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Mesh (Ansys) ของกรณีศึกษาใบพัดกังหันก๊าซ	266
ภาคผนวก ฎ ขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent (Ansys) ของกรณีศึกษาใบพัดกังหันก๊าซ	277
ภาคผนวก ฏ โปรแกรมของฟังก์ชันยูติลิตี้ของแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้น	293

สารบัญภาพ

	หน้า
1 แสดงภาพเครื่องยนต์กึ่งหันก๊าซ	1
2 ช่องระบายความร้อนภายในใบพัดกึ่งหันก๊าซ ที่มา : Iacovides (2007)	4
3 แสดงขอบเขตของกรณีศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม	32
4 แสดงขอบเขตของกรณีศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน	33
5 แสดงขอบเขตของกรณีศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง	34
6 แสดงขอบเขตของกรณีศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู	35
7 แสดง Velocity Transformation คำนวณหาความเร็วตามทิศทางการไหล	35
8 แสดงขอบเขตของกรณีศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกึ่งหันก๊าซ	36
9 แสดงขอบเขตของกรณีศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกึ่งหันก๊าซ	37
10 แสดง 3 มิติของใบพัดกึ่งหันก๊าซ	38
11 แสดง 3 มิติของระบบระบายความร้อนในใบพัดกึ่งหันก๊าซ	39
12 แสดงการเปรียบเทียบรูปแบบความเร็วเฉลี่ยไว้มิติตามแกน y ตำแหน่ง $y/h = 0.1$ ที่ $Re_b = 4410$	56
13 แสดงการเปรียบเทียบรูปแบบความเร็วเฉลี่ยไว้มิติตามแกน y ตำแหน่ง $y/h = 0.5$ ที่ $Re_b = 4410$	57
14 แสดงการเปรียบเทียบรูปแบบความเร็วเฉลี่ยไว้มิติตามแกน y ตำแหน่ง $y/h = 0.5$ ที่ $Re_b = 4410$	58
15 แสดงค่ารูปแบบความเร็วเฉลี่ยไว้มิติตามแกน x บนระนาบ xy ณ ตำแหน่ง $z/h = 0.5$ ที่ $Ro = 0.055$	59
16 แสดงค่ารูปแบบความเร็วเฉลี่ยไว้มิติตามแกน x บนระนาบ xy ณ ตำแหน่ง $z/h = 0.5$ ที่ $Ro = 0.11$	60

สารบัญภาพ (ต่อ)

	หน้า
17 แสดงค่ารูปแบบความเร็วเฉลี่ยไว้มิติตามแกน x บนระนาบ xz ณ ตำแหน่ง $y/h = 0.5$ ที่ $Ro = 0.055$	61
18 แสดงค่ารูปแบบความเร็วเฉลี่ยไว้มิติตามแกน x บนระนาบ xz ณ ตำแหน่ง $y/h = 0.5$ ที่ $Ro = 0.11$	62
19 แสดงค่า Nusselt number การไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวางที่ $Pr = 0.71$	63
20 แสดงค่าความเร็วของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง ที่ $Pr = 0.71$	64
21 แสดงค่าอุณหภูมิของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง ที่ $Pr = 0.71$	65
22 แสดงค่ารูปแบบความเร็วเฉลี่ยไว้มิติตามแนวการไหล ณ ตำแหน่ง $\theta = 0^\circ$, $Ro = 0$	66
23 แสดงค่ารูปแบบความเร็วเฉลี่ยไว้มิติตามแนวการไหล ณ ตำแหน่ง $\theta = 90^\circ$, $Ro = 0$	67
24 แสดงค่ารูปแบบความเร็วเฉลี่ยไว้มิติตามแนวการไหล ณ ตำแหน่ง $s/d = 3$, $Ro = 0$	68
25 แสดงค่ารูปแบบความเร็วเฉลี่ยไว้มิติตามแนวการไหล ณ ตำแหน่ง $\theta = 0^\circ$, $Ro = 0.2$	69
26 แสดงค่ารูปแบบความเร็วเฉลี่ยไว้มิติตามแนวการไหล ณ ตำแหน่ง $\theta = 90^\circ$, $Ro = 0.2$	70
27 แสดงค่ารูปแบบความเร็วเฉลี่ยไว้มิติตามแนวการไหล ณ ตำแหน่ง $s/d = 3$, $Ro = 0.2$	71
28 แสดงค่าความเร็วเฉลี่ยไว้มิติของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู	72
29 แสดงค่าประสิทธิภาพของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ	73
30 แสดงค่าอุณหภูมิของการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ	74
31 แสดง Static Pressure ของระบบระบายความร้อนในใบพัดกังหันก๊าซ	80
32 แสดงความเร็วของช่องระบายความร้อน (Inlet1) ในใบพัดกังหันก๊าซ	81
33 แสดงความเร็วของช่องระบายความร้อน (Inlet2) ในใบพัดกังหันก๊าซ	82

สารบัญภาพ (ต่อ)

		หน้า
34	แสดงความเร็วของช่องระบายความร้อน (Inlet3)ในใบพัดกังหันก๊าซ	83
35	แสดงความเร็วของช่องระบายความร้อน (4BH.)ในใบพัดกังหันก๊าซ	84
36	แสดง Pathlines colored by particle ของใบพัดกังหันก๊าซ	85
37	แสดง Static pressure ของใบพัดกังหันก๊าซ	86
ภาพผนวกที่		
ก1	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS ขั้นที่ 1	100
ก2	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS ขั้นที่ 2	101
ก3	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 1	101
ก4	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 2	101
ก5	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 3	102
ก6	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 4	102
ก7	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 5	103
ก8	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 6	104
ก9	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 7	104
ก10	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 8	105
ก11	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 9	106
ก12	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 1	106
ก13	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 2	107
ก14	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 3	107
ก15	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 4	108
ก16	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 5	109
ก17	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 6	109
ก18	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 7	110
ก19	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 8	110
ก20	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 9	111
ก21	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 10	112

	ภาพผนวกที่ (ต่อ)	หน้า
ก22	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 11	112
ก23	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 12	113
ก24	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 13	114
ก25	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 14	114
ก26	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 15	115
ก27	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 16	116
ก28	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 17	116
ก29	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 18	117
ก30	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 19	118
ก31	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 20	118
ก32	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 21	119
ก33	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 22	120
ก34	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 23	120
ก35	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 24	121
ข1	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS ขั้นที่ 1	123
ข2	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS ขั้นที่ 2	124
ข3	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 1	124
ข4	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 2	125
ข5	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 3	125
ข6	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 4	126
ข7	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 5	127
ข8	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 6	127
ข9	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 7	128
ข10	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 8	129
ข11	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 9	129
ข12	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 1	130
ข13	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 2	130
ข14	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 3	131
ข15	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 4	131

	ภาพผนวกที่ (ต่อ)	หน้า
ข16	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 5	132
ข17	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 6	133
ข18	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 7	133
ข19	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 8	134
ข20	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 9	135
ข21	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 10	135
ข22	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 11	136
ข23	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 12	137
ข24	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 13	138
ข25	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 14	138
ข26	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 15	139
ข27	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 16	140
ข28	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 17	140
ข29	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 18	141
ข30	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 19	142
ข31	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 20	142
ข32	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 21	143
ข33	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 22	144
ข34	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 23	144
ข35	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 24	145
ค1	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 1	147
ค2	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 2	148
ค3	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 3	148
ค4	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 4	149
ค5	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 5	150
ค6	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 6	150
ค7	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 7	151
ค8	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 8	152
ค9	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 1	152

	ภาพผนวกที่ (ต่อ)	หน้า
ค10	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 2	153
ค11	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 3	154
ค12	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 4	154
ค13	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 5	155
ค14	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 6	156
ค15	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 7	156
ค16	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 8	157
ค17	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 9	158
ค18	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 10	158
ค19	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 11	159
ค20	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 12	160
ค21	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 13	160
ค22	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 14	161
ค23	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 15	162
ค24	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 16	162
ค25	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 17	163
ค26	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 18	164
ค27	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 19	164
ค28	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 20	165
ค29	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 21	165
ค30	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 22	166
ง1	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS ขั้นที่ 1	168
ง2	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS ขั้นที่ 2	168
ง3	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 1	169
ง4	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 2	170
ง5	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 3	171
ง6	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 4	171
ง7	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 5	172
ง8	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 6	173

	ภาพผนวกที่ (ต่อ)	หน้า
ง38	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 27	193
ง39	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 28	193
ง40	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 29	194
ง41	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 30	195
จ1	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS ขั้นที่ 1	197
จ2	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS ขั้นที่ 2	198
จ3	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 3	198
จ4	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 4	199
จ5	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 5	200
จ6	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 6	201
จ7	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 7	201
จ8	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 8	202
จ9	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 9	203
จ10	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 10	203
จ11	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 11	204
จ12	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 12	205
จ13	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 13	205
จ14	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 14	206
จ15	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 15	207
จ16	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 16	207
จ17	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 17	208
จ18	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 18	209
จ19	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 19	210
จ20	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 20	210
จ21	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 21	211
จ22	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 22	212
จ23	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 23	212
จ24	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 24	213
จ25	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 25	214

	ภาพผนวกที่ (ต่อ)	หน้า
ซ17	แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง Wata ขั้นที่ 17	249
ซ18	แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง Wata ขั้นที่ 18	250
ซ19	แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง Wata ขั้นที่ 19	250
ซ20	แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง Wata ขั้นที่ 20	251
ซ1	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 1	253
ซ2	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 2	254
ซ3	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 3	254
ซ4	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 4	255
ซ5	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 5	256
ซ6	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 6	256
ซ7	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 7	257
ซ8	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 8	257
ซ9	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 9	258
ซ10	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 10	259
ซ11	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 11	259
ซ12	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 12	260
ซ13	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 13	261
ซ14	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 14	261
ซ15	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 15	262
ซ16	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 16	263
ซ17	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 17	263
ซ18	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 18	264
ซ19	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 19	265
ญ1	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Mesh ขั้นที่ 1	267
ญ2	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Mesh ขั้นที่ 2	268
ญ3	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Mesh ขั้นที่ 3	268
ญ4	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Mesh ขั้นที่ 4	269
ญ5	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Mesh ขั้นที่ 5	270
ญ6	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluid Mesh ขั้นที่ 6	271

	ภาพผนวกที่ (ต่อ)	หน้า
ญ7	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluid Mesh ขั้นที่ 7	271
ญ8	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluid Mesh ขั้นที่ 8	272
ญ9	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluid Mesh ขั้นที่ 9	273
ญ10	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Mesh ขั้นที่ 10	274
ญ11	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Mesh ขั้นที่ 11	274
ญ12	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluid Mesh ขั้นที่ 12	275
ญ13	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluid Mesh ขั้นที่ 13	276
ฎ1	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 1	278
ฎ2	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 2	278
ฎ3	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 3	279
ฎ4	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 4	279
ฎ5	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 5	280
ฎ6	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 6	280
ฎ7	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 7	281
ฎ8	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 8	281
ฎ9	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 9	282
ฎ10	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 10	282
ฎ11	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 11	283
ฎ12	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 12	283
ฎ13	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 13	284
ฎ14	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 14	284
ฎ15	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 15	285
ฎ16	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 16	286
ฎ17	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 17	286
ฎ18	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 18	287
ฎ19	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 19	287
ฎ20	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 20	288
ฎ21	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 21	288
ฎ22	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 22	289

	ภาพผนวกที่ (ต่อ)	หน้า
ฎ23	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 23	289
ฎ24	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 24	290
ฎ25	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 25	290
ฎ26	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 26	291
ฎ27	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 27	291
ฎ28	แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 28	292

สารบัญตาราง

	หน้า
1 แสดงเงื่อนไขขอบเขตของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม	40
2 แสดง Grid Independence ของแต่ละแบบจำลองความปั่นป่วนของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม	40
3 แสดงการตั้งค่าของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม	41
4 แสดงการตั้งค่า Solution Controls ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม	41
5 แสดงการตั้งค่า Residual ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม	42
6 แสดงเงื่อนไขขอบเขตของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน	42
7 แสดง Grid Independence ของแต่ละแบบจำลองความปั่นป่วนของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน	43
8 แสดงการตั้งค่าของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน	43
9 แสดงการตั้งค่า Solution Controls ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน	44
10 แสดงการตั้งค่า Residual ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน	44
11 แสดงเงื่อนไขขอบเขตของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง	45
12 แสดง Grid Independence ของแต่ละแบบจำลองความปั่นป่วนของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง	45
13 แสดงการตั้งค่าของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง	46
14 แสดงการตั้งค่า Solution Controls ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง	46
15 แสดงการตั้งค่า Residual ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง	47

สารบัญตาราง (ต่อ)

	หน้า
16 แสดงเงื่อนไขขอบเขตของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู	48
17 แสดง Grid Independence ของแต่ละแบบจำลองความปั่นป่วนของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู	48
18 แสดงการตั้งค่าของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู	49
19 แสดงการตั้งค่า Solution Controls ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู	49
20 แสดงการตั้งค่า Residual ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู	50
21 แสดงเงื่อนไขขอบเขตของการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ	50
22 แสดง Grid Independence ของแต่ละแบบจำลองความปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ	51
23 แสดงการตั้งค่าของการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ	51
24 แสดงการตั้งค่า Solution Controls ของการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ	52
25 แสดงการตั้งค่า Residual ของการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ	53
26 แสดงเงื่อนไขขอบเขตของการวิเคราะห์ทางอุณหพลศาสตร์ของใบพัดกังหันก๊าซ	53
27 แสดงการตั้งค่าของการวิเคราะห์ทางอุณหพลศาสตร์ของใบพัดกังหันก๊าซ	53
28 แสดงการตั้งค่า Solution Controls ของการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ	54
29 แสดงการตั้งค่า Residual ของการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ	55

สารบัญตาราง (ต่อ)

		หน้า
30	เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่ใช้การคำนวณเชิงตัวเลขโดยสมการเชิงเส้น	75
31	ค่าคงที่ที่ใช้ในสมการชนิดไม่เชิงเส้น สำหรับการวิเคราะห์ระบบระบายความร้อนในใบพัดกังหันก๊าซ	77
32	เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่ใช้การคำนวณเชิงตัวเลขโดยสมการเชิงเส้น (Realizable $k-\epsilon$) เทียบกับสมการไม่เชิงเส้น (Cubic model of Craft et al. และ Present cubic model)	78
33	ผลการคำนวณเชิงตัวเลขที่ใช้สมการชนิดไม่เชิงเส้นของระบบระบายความร้อนในใบพัดกังหันก๊าซ	79

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

C_μ	=	ค่าคงที่ของแบบจำลองความหนืดหมุนวนชนิดเชิงเส้น
D	=	ความสูงของหน้าตัดท่อ
D_ω	=	พจน์ cross-diffusion
DNS	=	การจำลองเชิงตัวเลขโดยตรง (direct numerical simulation)
EARSM	=	การจำลองการไหลโดยวิธี explicit algebraic Reynolds stress model
EWF	=	แบบจำลองความปั่นป่วน $k-\epsilon$ ใช้ enhanced wall function
F_1	=	ค่า blending function
F_2	=	ค่า blending function
f_μ	=	ค่า damping function
G_k	=	ค่าพจน์การผลิตของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน
G_ω	=	ค่าพจน์การผลิตของอัตราการลดลงของพลังงานจลน์ความปั่นป่วนจำเพาะ
h	=	ค่าความสูงของท่อ
k	=	ค่าพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน
LES	=	การจำลองการไหลโดยวิธี large eddy simulation
NEWF	=	แบบจำลองความปั่นป่วน $k-\epsilon$ ใช้ non-equilibrium wall function
P	=	ค่าความดัน

P_i	=	ค่าความดันเฉลี่ย
P_i'	=	ค่าความดันเนื่องจากความปั่นป่วน
Re_b	=	เลขเรย์โนลด์ที่ขึ้นกับความเร็วก่อนเข้าท่อ
Ro	=	ค่า rotating number
Re_τ	=	เลขเรย์โนลด์ที่ขึ้นกับความเร็วเสียดทาน
r	=	ค่า position vector in the rotating frame
U_b	=	ความเร็วก่อนเข้าท่อ
U	=	ค่าความเร็วตามแกน x
U^+	=	ความเร็วไร้มิติตามแกน x
UU^+	=	ค่าความเค้นเรย์โนลด์ตั้งฉากไร้มิติตามแกน x
UV^+	=	ค่าความเค้นเรย์โนลด์เฉือนไร้มิติตามระนาบ xy
UW^+	=	ค่าความเค้นเรย์โนลด์เฉือนไร้มิติตามระนาบ xz

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ (ต่อ)

u_i	=	ค่าความเร็วเฉลี่ย
u_i'	=	ค่าความเร็วเนื่องจากความปั่นป่วน
u_0	=	ความเร็วก่อนเข้าท่อ
u_τ	=	ค่าความเร็วเสียดทาน
uu	=	ค่าความเค้นเรย์โนลด์ตั้งฉากตามแกน x
uv	=	ค่าความเค้นเรย์โนลด์เฉือนตามระนาบ xy
uw	=	ค่าความเค้นเรย์โนลด์เฉือนตามระนาบ xz
$\overline{u_i' u_j'}$	=	ค่าความเค้นเรย์โนลด์
VV^+	=	ค่าความเค้นเรย์โนลด์ตั้งฉากไร้มิติตามแกน y
VW^+	=	ค่าความเค้นเรย์โนลด์เฉือนไร้มิติตามระนาบ yz
v	=	ความเร็วสัมบูรณ์
v_r	=	ความเร็วสัมพัทธ์
vv	=	ค่าความเค้นเรย์โนลด์ตั้งฉากตามแกน y
vw	=	ค่าความเค้นเรย์โนลด์เฉือนตามระนาบ yz
WW^+	=	ค่าความเค้นเรย์โนลด์ตั้งฉากไร้มิติตามแกน z
ww	=	ค่าความเค้นเรย์โนลด์ตั้งฉากตามแกน z

x_i	=	ค่าพิกัดแกน
Y^+	=	ระยะทางไร้มิติตามแกน y
Y_k	=	พจน์การสลายตัวของ พลังงานจลน์ความปั่นป่วน
Y_ω	=	พจน์การสลายตัวของอัตราการลดลงของพลังงานจลน์ความปั่นป่วนจำเพาะตาม
ρ	=	ความหนาแน่น
Ω	=	ความเร็วเชิงมุม
ε	=	อัตราการลดลงของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน
σ_k	=	ค่า turbulent Prandtl number ของสมการพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน
σ_ε	=	ค่า turbulent Prandtl number ของสมการอัตราการลดลงของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน
μ	=	ค่าความหนืดพลศาสตร์
ω	=	อัตราการลดลงของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วนจำเพาะ

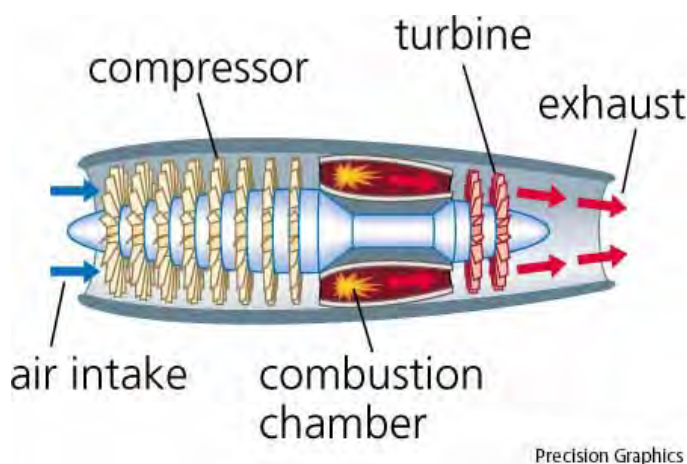
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ (ต่อ)

σ_ω	=	ค่า turbulent Prandtl number ของสมการอัตราการลดลงของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วนจำเพาะ
Ω_{ij}	=	ค่า mean rate of rotation tensor
δ_{ij}	=	ค่า Kronecker's delta
δ	=	ค่าความสูงครึ่งหนึ่งของระนาบคู่ขนาน
τ_w	=	ค่าความเค้นเฉือนที่ผิว
μ_t	=	ค่าความหนืดหมุนวน

คำนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

เนื่องจากเครื่องยนต์กังหันก๊าซเป็นเครื่องยนต์ที่ให้กำลังสูงและมีประสิทธิภาพสูงจึงมีการนำมาใช้ในงานหลากหลายประเภทโดยเฉพาะการประยุกต์ใช้เป็นเครื่องยนต์ต้นกำลังในการผลิตกระแสไฟฟ้า ซึ่งส่วนประกอบหลักๆ ของเครื่องยนต์ ได้แก่ บริเวณทางเข้า คอมเพรสเซอร์ ห้องเผาไหม้ กังหัน และส่วนของทางออกไอเสีย แสดงดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 แสดงภาพเครื่องยนต์กังหันก๊าซ

ที่มา : <http://www.yourdictionary.com/images/ahd/jpg/A4gastrb.jpg>

ซึ่งในงานวิจัยนี้จะสนใจใบพัดในช่วงกังหัน ซึ่งเป็นช่วงที่มีอุณหภูมิสูงและมีโอกาสที่จะเสียหายมากที่สุดโดยการเสียนี้มีผลเนื่องมาจากอุณหภูมิที่สูงของใบพัดจึงมีความจำเป็นต้องมีการออกแบบและพัฒนาใบพัดในช่วงกังหัน ให้มีระบบระบายความร้อนภายในใบพัด (internal cooling)

ในการวิจัยนี้มุ่งเน้นนำเสนอพฤติกรรมต่างๆ ด้านอุณหพลศาสตร์และปรับปรุงการทำนายผลให้มีความแม่นยำสูงขึ้น เพื่อที่จะนำ UDF ซึ่งพัฒนามาเพื่อการทำนายผลระบบระบายความร้อนในใบพัดกังหันก๊าซนี้ไปใช้เพื่อทำนายอายุการใช้งานของใบพัด เพื่อจะได้วางแผนการบำรุงรักษาและซ่อมแซมอย่างเป็นระบบ ก่อนที่ใบพัดนั้นจะเสียหาย ซึ่งจะช่วยลดเวลาและค่าบำรุงรักษาลงได้

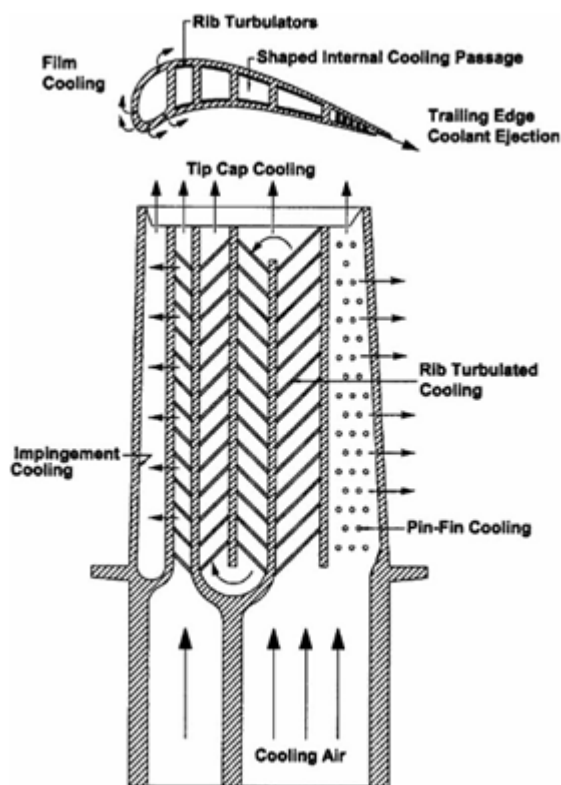
วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษาปรากฏการณ์การไหลแบบปั่นป่วนผ่านช่องระบายความร้อนภายในใบพัดกังหันก๊าซ
2. เพื่อพัฒนาการทำนายผลเชิงตัวเลขของระบบระบายความร้อนในใบพัดกังหันก๊าซให้มีความแม่นยำมากขึ้น
3. เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาและพัฒนาระบบระบายความร้อนภายในใบพัดกังหันก๊าซซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงานวิจัยระดับสูงต่อไป

การตรวจเอกสาร

ลักษณะทางกายภาพของช่องระบายความร้อนภายในใบพัดกังหันก๊าซ

ช่องระบายความร้อนในใบพัดกังหันก๊าซใช้เทคนิคการระบายความร้อน โดยการพาแบบบังคับ (force convection cooling) ใช้การระบายความร้อนแบบฉีดกระทบ (impingement cooling) ใช้การระบายความร้อนแบบ (film cooling) และเทคนิคระบายความร้อนใน internal passage ที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งคือการใช้ rib turbulated cooling เข้ามาช่วยในการระบายความร้อนให้มีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้น ในส่วน internal passage ส่วนนี้เป็นช่องที่อยู่ภายในตัวของใบพัดมีลักษณะเป็นช่องสี่เหลี่ยม ซึ่งอากาศเย็นจะถูกส่งผ่านอยู่ภายในช่องด้วยการไหลของอากาศและเปลี่ยนแปลงของความร้อนภายใน internal passage โดยช่องระบายความร้อนนี้จะเริ่มจากอากาศเย็นจะเข้าจากด้านล่างแล้วไหลผ่านสิ่งกีดขวาง (rib turbulator) แล้วไหลผ่านท่อโค้งงอ สุดท้ายอากาศจะถูกบังคับให้ไหลออกทางด้านนอกของใบพัด เพื่อใช้การระบายความร้อนแบบ film cooling บนผิวด้านนอกของใบพัดต่อไป แสดงดังภาพที่ 2 โดยกลุ่มนักวิจัย Narzary (2007) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับผลกระทบของค่า blowing ratio และลักษณะของรูที่อากาศหล่อเย็นไหลออกไปสู่ภายนอกต่อมา Han (2008) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับ film cooling โดยพบว่าถ้าค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงดันลดลงและค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนเพิ่มขึ้น



ภาพที่ 2 ช่องระบายความร้อนภายในใบพัดกังหันก๊าซ

ที่มา : Iacovides (2007)

การหมุนวนผ่านสิ่งกีดขวางเดี่ยว Bergeles (2001) ได้ศึกษาการเปลี่ยนแปลงค่าความกว้างของสิ่งกีดขวางหลายๆค่า พบว่าบริเวณทางเข้าที่เกิดการหมุนวนหลักยังคงไม่เปลี่ยนแปลง แต่ที่บริเวณทางออกในช่วงซึ่งค่าอัตราส่วนความกว้างต่อความสูงของสิ่งกีดขวาง (w/h) เท่ากับ 1 ถึง 3 มีการเปลี่ยนแปลง สามารถสรุปได้ว่า ความยาวบริเวณที่เกิดการหมุนวนเปลี่ยนแปลงตามค่าความกว้างของสิ่งกีดขวางเป็นแบบเชิงเส้นเมื่อ w/h มีค่ามากกว่า 4 ความยาวของบริเวณการหมุนวนจะแปรผันเป็นแบบไม่เชิงเส้น

การไหลแบบปั่นป่วนผ่านสิ่งกีดขวาง Anotoniou (2000) พบว่าจะเกิด reattachment ขึ้น 2 บริเวณคือ ที่ด้านบนและด้านหลังของสิ่งกีดขวาง ทั้งนี้เนื่องมาจากค่า integral length scale ของ turbulent eddies มีขนาดเล็กถึงจนทำให้เกิดการแบ่งแยกขึ้น 2 ครั้งที่จุด reattachment บริเวณด้านบนและด้านหลังของสิ่งกีดขวาง ทั้งนี้ในการไหลแบบ 2 มิติ ผ่านสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยม 2 แท่งในช่องทางไหลโดยวิธีไฟไนต์วอลุ่ม Ahn (2007) โดยใช้แบบจำลองแบบปั่นป่วน standard $k - \epsilon$ model พบว่ามีผลกระทบต่อขนาดของบริเวณการหมุนวนข้างหลังสิ่งกีดขวางทั้งที่ upstream และ downstream ซึ่งเกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าตัวแปรหลัก เช่น เรย์โนลด์ส์นัมเบอร์และค่า pitch ratio

ในการวิเคราะห์สิ่งกีดขวางได้ถูกจัดวางในรูปแบบต่างๆ ซึ่งจากผลลัพธ์ที่ได้ พบว่าการเปลี่ยนแปลงตัวแปรหลักและการจัดวางแบบต่างๆนี้มีผลต่อรูปร่างความเร็วของการไหลที่เปลี่ยนไปจากการศึกษาที่ผ่านมายังพบอีกว่าทั้งค่าเรย์โนลด์ส์นับเบอร์และค่า PR มีผลต่อความยาว reattachment ที่เกิดขึ้นแต่การใช้วิธีไฟในต่อลุ่มนี้ยังมีผลคลาดเคลื่อนจากการทดลอง

จากการการตรวจเอกสารเกี่ยวกับการไหลและการระบายความร้อนภายในช่องระบายความร้อนใบพัดกังหันก๊าซที่มีการไหลผ่านเทอร์บิวเลเตอร์พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนเกิดขึ้นสูงที่สุดที่บริเวณด้านบนของสิ่งกีดขวางและมีค่าต่ำสุดบริเวณด้านหลังของสิ่งกีดขวาง ที่เป็นเช่นนี้เนื่องมาจากการเกิด separation reattachment และการเกิดการหมุนวน ในการไหลแบบปั่นป่วนและสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนบนผิวของสิ่งกีดขวาง ซึ่งวางบนผนังของช่องทางไหลของ Han (2000) สังเกตพบว่ารูปแบบการไหลในบริเวณที่เกิดการแยกตัวและ reattachment เป็นสาเหตุทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงการกระจายสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนอย่างมาก ที่บริเวณผิวด้านบนและผิวด้านข้างของสิ่งกีดขวาง

จากการตรวจเอกสารพบว่ามีกลุ่มนักวิจัยอีกหลายกลุ่มคือ Craft (1996), Iacovides and Launder (2006), Han (2004), Abhishek (2007) , Sohankar (2006), Liou (2008), Panigrahi (2007) Ahn, J., and Choi(2007) , Arun (2005), Giovanni (2005), Viswanathan and Tafti (2005), Kiml and Mochizuki(2001), Murata and Mochizuki (2003), Kittisak and Sompong (2002), Elkins and Markl (2004), Sleiti and Kapat (2007) ที่พยายามศึกษาเพื่อปรับปรุงช่องระบายความร้อนเช่น การศึกษาการไหลและการถ่ายเทความร้อนของช่องระบายความร้อนหน้าตัดสี่เหลี่ยมหน้าตัด, สี่เหลี่ยมโค้งงอ หน้าตัดสี่เหลี่ยมโค้งงอที่ติดตั้งเทอร์บิวเลเตอร์,องศาการวางเทอร์บิวเลเตอร์ ความห่างและความสูงของสิ่งกีดขวางแต่ผลการคำนวณเชิงตัวเลขที่ผ่านมายังให้ผลที่แม่นยำมากนักจึงจำเป็นต้องมีการปรับปรุงเพิ่มขึ้นอีกโดยในงานวิจัยนี้จะนำเอาแบบจำลองความปั่นป่วนที่พัฒนาโดย Craft (1996)และสืบสกุล(2002) มาใช้เพื่อให้ผลการคำนวณเชิงเลขมีความแม่นยำมากขึ้น และยังไม่มียุคใดที่นำผลการศึกษาย่างง่ายนี้มาปรับปรุงและประยุกต์ใช้อย่างสอดคล้องกับช่องระบายความร้อนภายในใบพัดกังหันก๊าซ General Electric 9FA 1st stage bucket

ในการวิจัยนี้มุ่งเน้นนำเสนอพฤติกรรมต่างๆ ด้านอุณหพลศาสตร์และปรับปรุงการทำนายผลให้มีความแม่นยำสูงขึ้น เพื่อที่จะนำ UDF ซึ่งพัฒนามาเพื่อการทำนายผลระบบระบายความร้อนในใบพัดกังหันก๊าซนี้ไปใช้เพื่อทำนายอายุการใช้งานของใบพัด เพื่อจะได้วางแผนการบำรุงรักษาและซ่อมแซมอย่างเป็นระบบ ก่อนที่ใบพัดนั้นจะเสียหาย ซึ่งจะช่วยลดเวลาและค่าบำรุงรักษาลงได้

ทฤษฎีและหลักการ

สมการควบคุมการไหลโดยทั่วไป

สมการควบคุมการไหล (governing equation) สำหรับการไหลแบบราบเรียบอัดตัวไม่ได้ ในระบบพิกัดฉากที่สถานะคงตัว ไม่เกิดการหมุน ที่ทำการเฉลี่ยโดยวิธีของเรย์โนลด์แล้วมีสมการดังนี้

สมการความต่อเนื่อง (continuity equation)

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (1)$$

สมการโมเมนตัม (momentum equation)

$$\rho u_i \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j) = -\frac{\partial p_i}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\overline{\rho u_i' u_j'} \right) \quad (2)$$

โดยค่า ρ คือความหนาแน่น, u_i คือค่าความเร็วเฉลี่ยแต่ละแกน, P คือค่าความดัน และ x_i คือค่าพิกัดแกน และ $-\overline{\rho u_i' u_j'}$ คือ ค่าพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ สามารถเขียนในรูปสมการความเค้นเรย์โนลด์ได้ตามสมมุติฐานของ Boussinesq (1877) ได้ดังนี้

$$-\overline{\rho u_i' u_j'} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} (\rho k \delta_{ij}) \quad (3)$$

โดย μ_t คือ ค่าความหนืดหมุนวน, δ_{ij} คือค่า Kronecker's delta, และ k คือค่าพลังงานจลน์ความปั่นป่วน ซึ่ง Boussinesq (1877) ใช้หลักความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเรย์โนลด์ กับอัตราของความเครียดในรูปเชิงเส้น สมการของ Boussinesq (1877) นี้นิยมใช้ในซอฟต์แวร์ทางพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณทั่วไป เนื่องจากไม่มีความซับซ้อนของสมการ สามารถเขียนโปรแกรมติดตั้งได้ง่าย และให้ผลการศึกษาที่น่าสนใจในปัญหาการไหลที่ไม่ซับซ้อนเช่น การไหลผ่านระนาบคู่ขนาน เป็นต้น ส่วนการไหลที่ซับซ้อนเช่น การไหลภายใต้สภาวะการหมุน การไหลที่มีอนุภาค เป็นต้น

นั้นสมการของ Boussinesq (1877) ให้ผลการศึกษาที่ยังไม่ดีเท่าที่ควร

สมการควบคุมการไหลเมื่อมีการหมุน

เมื่อระบบเกิดการหมุน การแก้สมการสามารถคำนวณได้ทั้งจากความเร็วสัมบูรณ์ (v) และความเร็วสัมพัทธ์ (v_r) โดยค่าความเร็วทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์ดังนี้ จากสมการโมเมนตัม

$$v_r = v - \Omega \times r \quad (4)$$

โดยที่ Ω คือ ความเร็วเชิงมุม, r คือ position vector in the rotating frame สำหรับสมการโมเมนตัมพจน์ทางซ้ายมือสามารถเขียนได้เป็น

$$\nabla \cdot (\rho v v) \quad (5)$$

เมื่อระบบเกิดการหมุน พจน์นี้สามารถแทนค่าความเร็วสัมบูรณ์ได้ดังนี้

$$\nabla \cdot (\rho v_r v) + \Omega \times v \quad (6)$$

จากนั้นสามารถเปลี่ยนให้อยู่ในรูปความเร็วสัมพัทธ์ได้ดังนี้

$$\nabla \cdot (\rho v_r v_r) + 2\rho \Omega \times v_r + \rho \Omega \times \Omega \times r + \rho \frac{\partial \Omega}{\partial t} \times r \quad (7)$$

โดยที่ $2\Omega \times v_r$ คือ แรงคอริโอลิส, $\Omega \times \Omega \times r$ คือ Centrifugal force ส่วน $\rho \frac{\partial \Omega}{\partial t} \times r$ ในงานวิจัยนี้ ถือว่ามีค่าน้อยมากจนไม่นำมาคิดในสมการ สำหรับสมการความต่อเนื่องสามารถเขียนอยู่ในรูปความเร็วสัมพัทธ์ได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_r) = 0 \quad (8)$$

สมการความสัมพันธ์ของพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ในแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้น

สมการความสัมพันธ์ของพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ที่นำมาศึกษาเปรียบเทียบกับงานวิจัยนี้มีดังนี้

1. สมการความสัมพันธ์ของพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ในแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้นของ Craft et al. (1996)

$$a_{ij} \equiv \frac{\overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k}{k} \quad (9)$$

$$\overline{u'_i u'_j} = k a_{ij} + \frac{2}{3} \delta_{ij} k \quad (10)$$

โดยค่า a_{ij} (Reynolds stress anisotropy tensor) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} a_{ij} = & -\frac{v_t}{k} S_{ij} \\ & + c_1 \frac{v_t}{\varepsilon} \left(S_{ik} S_{jk} - \frac{1}{3} S_{kl} S_{kl} \delta_{ij} \right) \\ & + c_2 \frac{v_t}{\varepsilon} \left(\Omega_{ik} S_{jk} + \Omega_{jk} S_{ik} \right) \\ & + c_3 \frac{v_t}{\varepsilon} \left(\Omega_{ik} \Omega_{jk} - \frac{1}{3} \Omega_{kl} \Omega_{kl} \delta_{ij} \right) \\ & + c_4 \frac{v_t k}{\varepsilon^2} \left(S_{ki} \Omega_{lj} + S_{kj} \Omega_{li} \right) S_{kl} \\ & + c_5 \frac{v_t k}{\varepsilon^2} \left(\Omega_{il} \Omega_{lm} S_{mj} + S_{il} \Omega_{lm} \Omega_{mj} - \frac{2}{3} S_{lm} \Omega_{mn} \Omega_{nl} \delta_{ij} \right) \\ & + c_6 \frac{v_t k}{\varepsilon^2} S_{ij} S_{kl} S_{kl} + c_7 \frac{v_t k}{\varepsilon^2} S_{ij} \Omega_{kl} \Omega_{kl} \end{aligned} \quad (11)$$

โดยค่าความหนืดหมุนวน (v_t) เขียนได้ดังนี้

$$v_t = c_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (12)$$

ค่า c_μ และค่า damping function (f_μ) ของ Craft et al. (1996) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$C_\mu = \frac{0.3}{1 + 0.35 \left(\max(\tilde{S}, \tilde{\Omega}) \right)^{1.5}} \times \left(1 - \exp \left(\frac{-0.36}{\exp(-0.75 \max(\tilde{S}, \tilde{\Omega}))} \right) \right) \quad (13)$$

$$f_\mu = 1 - \exp \left[- \left(Re_t / 90 \right)^{1/2} - \left(Re_t / 400 \right)^2 \right] \quad (14)$$

โดยที่ค่า Re_t คือค่า turbulent Reynolds number

$$Re_t = \frac{k^2}{\nu \varepsilon} \quad (15)$$

$$\tilde{S} \equiv \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{1/2 S_{ij} S_{ij}} \quad (16)$$

$$\tilde{\Omega} \equiv \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{1/2 \Omega_{ij} \Omega_{ij}} \quad (17)$$

$$S_{ij} = \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (18)$$

$$\Omega_{ij} = \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \varepsilon_{ijk} \Omega_k \quad (19)$$

โดยที่ค่า Ω_k คือ rotation rate of the coordinate system และ ε_{ijk} คือค่า alternating tensor ค่าคงที่ต่างๆในสมการเขียนได้ดังนี้

$$c_2 = 0.1, \quad c_3 = 0.26, \quad c_{4\mu} = -10C^2, \quad c_5 = 0, \quad c_{6\mu} = -5C^2 \quad \text{และ} \quad c_{7\mu} = 5C^2.$$

ค่า damping function ของ Gibson and Dafa'Alla (1996) ที่นำมาใช้ในงานวิจัยนี้

$$f_\mu = \exp \left[-6 / \left(1 + \frac{Re_t}{50} \right)^2 \right] \left[1 + 3 \exp \left(-\frac{Re_t}{10} \right) \right] \quad (20)$$

2. สมการความสัมพันธ์ของพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ในแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้นของPope (1975)

$$a_{ij} \equiv \frac{\overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k}{k} \quad (21)$$

$$\overline{u'_i u'_j} = \frac{2}{3} \delta_{ij} k + k a_{ij} \quad (22)$$

โดยค่า a_{ij} สามารถเขียนได้ดังนี้

$$a_{ij} = \sum_{\lambda} G^{\lambda} T^{\lambda} \quad ; 0 \leq \lambda \leq 2 \quad (23)$$

โดย

$$\underline{T}^0 = \frac{1}{3} \underline{I}_3 - \frac{1}{2} \underline{I}_2 \quad (24)$$

$$\underline{T}^1 = \underline{S} \quad (25)$$

$$\underline{T}^2 = \underline{S}\underline{W} - \underline{W}\underline{S} \quad (26)$$

$$\underline{I}_3 = \delta_{ij}^{(3)} = \begin{cases} 1, i = j \\ 0, i \neq j \end{cases} \quad (27)$$

$$\underline{I}_2 = \delta_{ij}^{(2)} = \begin{cases} 1, i = j \neq 3 \\ 0, i \neq j : i = j = 3 \end{cases} \quad (28)$$

$$\underline{SW} = S_{ik} W_{kj} \quad (29)$$

$$\underline{WS} = W_{ik} S_{kj} \quad (30)$$

$$G^0 = 4C_\mu g b_2 \left\{ \underline{S}^2 \right\} \quad (31)$$

$$G^1 = -2C_\mu \quad (32)$$

$$G^2 = -2C_\mu g b_3 \quad (33)$$

$$C_\mu = \frac{1}{2} b_1 g \left(1 - 2 \left\{ \underline{W}^2 \right\} b_3^2 g^2 - \frac{2}{3} b_2^2 g^2 \left\{ \underline{S}^2 \right\} \right)^{-1} \quad (34)$$

$$g = (C_1 + p / \varepsilon - 1)^{-1} \quad (35)$$

โดยค่า p คือค่า production rate of turbulence kinetic energy, $C_1 = 1.5$ และ $C_2 = 0.4$

$$b_1 = 0.533 \quad (36)$$

$$b_2 = \frac{1}{11} (5 - 9C_2) \quad (37)$$

$$b_3 = \frac{1}{11} (1 + 7C_2) \quad (38)$$

$$\left\{ \underline{S}^2 \right\} = S_{ik} S_{kj} \quad (39)$$

$$\{\underline{W}^2\} = W_{ik} W_{kj} \quad (40)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{k}{\varepsilon} \right) (U_{i,j} + U_{j,i}) \quad (41)$$

$$W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{k}{\varepsilon} \right) (U_{i,j} - U_{j,i}) \quad (42)$$

3. สมการความสัมพันธ์ของพจน์ความถี่เรย์โนลด์ในแบบจำลองความปั่นป่วน
ชนิดไม่เชิงเส้นของ Nisizima and Yoshizawa (1996)

$$\begin{aligned} \overline{v'_\alpha v'_\beta} = R_{\alpha\beta} = & -\frac{2}{3} k \delta_{\alpha\beta} + v_e \left(\frac{\partial \bar{v}_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial \bar{v}_\beta}{\partial x_\alpha} \right) \\ & + \frac{1}{3} \left(\sum_{m=1}^3 \tau_m S_{maa} \right) \delta_{\alpha\beta} + R'_{\alpha\beta} \end{aligned} \quad (43)$$

โดยค่า

$$v_e = C_v \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (44)$$

$$\tau_m = C_{\tau m} \frac{k^3}{\varepsilon^2} \quad (45)$$

$$S_{1\alpha\beta} = \frac{\partial \bar{v}_\alpha}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial \bar{v}_\beta}{\partial x_\alpha} \quad (46)$$

$$S_{2\alpha\beta} = 0.5 \left(\frac{\partial \bar{v}_\alpha}{\partial x_\alpha} \frac{\partial \bar{v}_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial \bar{v}_\beta}{\partial x_\alpha} \frac{\partial \bar{v}_\alpha}{\partial x_\alpha} \right) \quad (47)$$

$$S_{3\alpha\beta} = \frac{\partial \bar{v}_\alpha}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial \bar{v}_\alpha}{\partial x_\alpha} \quad (48)$$

$$R'_{\alpha\beta} = \left(-\sum_{m=1}^3 \tau_m S_{m\alpha\beta} \right) \quad (49)$$

ค่าคงที่ต่างๆในสมการเขียนได้ดังนี้

$$C_{\tau 1}=0.07, C_{\tau 2}=-0.167 \text{ และ } C_{\tau 3}=-0.067$$

4. สมการความสัณพันธ์ของพจน์ความเค้นเรย์โนลด์์ในแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้นของ Myong and Kasagi (1998)

$$\begin{aligned} \overline{u'_i u'_j} = & \frac{2}{3} \delta_{ij} k + \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \\ & + \frac{k}{\varepsilon} \nu_t \sum_{\beta=1}^3 C_\beta \left(S_{\beta ij} - \frac{1}{3} S_{\beta \alpha \alpha} \delta_{ij} \right) \\ & + \frac{2}{3} \frac{k}{\varepsilon} \nu_t W_{ij}(n, m) \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_n} \right)^2 \end{aligned} \quad (50)$$

โดย

$$S_{1ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_\gamma} + \frac{\partial U_j}{\partial x_\gamma} \quad (51)$$

$$S_{2ij} = 0.5 \left(\frac{\partial U_\gamma}{\partial x_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_\gamma} + \frac{\partial U_\gamma}{\partial x_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_\gamma} \right) \quad (52)$$

$$S_{3ij} = \frac{\partial U_\gamma}{\partial x_i} + \frac{\partial U_\gamma}{\partial x_j} \quad (53)$$

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (54)$$

$$f_\mu = \left(1 + \frac{3.45}{\sqrt{Re_t}} \right) \left[1 - \exp \left(\frac{-y^+}{70} \right) \right] \quad (55)$$

สำหรับค่าคงที่ต่างๆในสมการเขียนได้ดังนี้

$$C_\mu = 0.09, C_1 = 0.8, C_2 = 0.45 \text{ และ } C_3 = -0.15$$

5. สมการความสัมพันธ์ของพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ในแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้นของ Rubenstein and Barton (1990)

$$\begin{aligned} -\overline{u'_i u'_j} = & -\frac{2}{3} \delta_{ij} k + v_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \\ & - \frac{k}{\varepsilon} \left[\begin{aligned} & 0.4 \left(v_t \frac{\partial U_i}{\partial x_\mu} \frac{\partial U_j}{\partial x_\mu} \right) \\ & + 1.24 \left(v_t \frac{\partial U_i}{\partial x_\mu} \frac{\partial U_\mu}{\partial x_j} + v_t \frac{\partial U_j}{\partial x_\mu} \frac{\partial U_\mu}{\partial x_i} \right) \\ & - 0.16 \left(v_t \frac{\partial U_\mu}{\partial x_i} \frac{\partial U_\mu}{\partial x_j} \right) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (56)$$

โดย

$$v_t = 0.0845 \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (57)$$

6. สมการความสัมพันธ์ของพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ในแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้นของ Shih et al. (1993)

$$\begin{aligned} \overline{u'_i u'_j} = & \frac{2}{3} \delta_{ij} k + 2a_2 \frac{k^2}{\varepsilon} \left(U_{i,j} + U_{j,i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} U_{i,i} \right) \\ & 2a_4 \frac{k^3}{\varepsilon^2} \left(U_{i,k} U_{k,j} + U_{j,k} U_{k,i} - \frac{2}{3} \Pi \delta_{ij} \right) \\ & 2a_6 \frac{k^3}{\varepsilon^2} \left(U_{i,k} U_{j,k} - \frac{1}{3} \tilde{\Pi} \delta_{ij} \right) \\ & 2a_7 \frac{k^3}{\varepsilon^2} \left(U_{k,i} U_{k,j} - \frac{1}{3} \tilde{\Pi} \delta_{ij} \right) \end{aligned} \quad (58)$$

โดย

$$\Pi = U_{i,j} U_{j,i} \quad (59)$$

$$\tilde{\Pi} = U_{i,j} U_{i,j} \quad (60)$$

โดย

$$2a_2 = -\frac{2/3}{A_1 + \eta + \alpha\zeta} \quad (61)$$

$$2a_4 = \frac{C_{\tau 1}}{f(\eta)} \quad (62)$$

$$2a_6 = \frac{C_{\tau 2}}{f(\eta)} \quad (63)$$

$$2a_7 = \frac{C_{\tau 3}}{f(\eta)} \quad (64)$$

โดย

$$f(\eta) = A_2 + \eta^3 \quad (65)$$

$$\eta = \frac{kS}{\varepsilon} \quad (66)$$

$$S = \left(2S_{ij} S_{ij} \right)^{0.5} \quad (67)$$

$$S_{ij} = \left(2S_{ij} S_{ij} \right)^{0.5} \quad (68)$$

สำหรับ ζ คือ effect of mean rotation rate

$$\zeta = \frac{k\Omega}{\varepsilon} \quad (69)$$

$$\Omega = \left(2\Omega_{ij}^* \Omega_{ij}^* \right)^{0.5} \quad (70)$$

$$\Omega_{ij}^* = 0.5 \left(\Omega_{i,j} + \Omega_{j,i} \right) + 4\varepsilon_{mij} \omega_m \quad (71)$$

โดยค่า ω_m คือ rotation of the frame
สำหรับค่าคงที่ต่างๆในสมการเขียนได้ดังนี้

$$A_1 = 1.25, A_2 = 1000, C_{\tau 1} = -4, C_{\tau 2} = 13, C_{\tau 3} = -2 \text{ และ } \alpha = 0.9$$

7. สมการความสัมพันธ์ของพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ในแบบจำลองความปั่นป่วน
ชนิดไม่เชิงเส้นของ Lien et al. (1996)

$$\begin{aligned} \overline{\frac{u'_i u'_j}{k}} &= \frac{2}{3} \delta_{ij} - \frac{v_t}{k} S_{ij} + C_1 \frac{v_t}{\varepsilon} \left[S_{ik} S_{kj} - \frac{1}{3} \delta_{ij} S_{kl} S_{kl} \right] \\ &\quad C_2 \frac{v_t}{\varepsilon} \left[\Omega_{ik} S_{kj} - \Omega_{jk} S_{ki} \right] \\ &\quad C_3 \frac{v_t}{\varepsilon} \left[\Omega_{ik} \Omega_{kj} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \Omega_{kl} \Omega_{kl} \right] \end{aligned} \quad (72)$$

โดยค่าความหนืดหมุนวน (v_t) เขียนได้ดังนี้

$$v_t = c_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (73)$$

ค่า c_μ และค่า damping function (f_μ) ของ Craft et al. (1996) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$C_\mu = \frac{0.667}{A_1 + S + 0.9\Omega} \quad (74)$$

$$A_1 = 1.25 \quad (75)$$

$$S = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{0.5 S_{ij} S_{ij}} \quad (76)$$

$$\Omega = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{0.5 \Omega_{ij} \Omega_{ij}} \quad (77)$$

$$S_{ij} = \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (78)$$

$$\Omega_{ij} = \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (79)$$

$$f_\mu = \left[1 - \exp(-0.0198 y^*) \right] \left(1 + \frac{5.29}{y^*} \right) \quad (80)$$

$$y^* = \frac{y \sqrt{k}}{v} \quad (81)$$

สำหรับค่า C_1, C_2 และ C_3 เขียนได้ดังนี้

$$C_1 = \frac{3/4}{(100 + S^3)} \quad (82)$$

$$C_2 = \frac{15/4}{(100 + S^3)} \quad (83)$$

$$C_{13} = \frac{19/4}{(100 + S^3)} \quad (84)$$

8. สมการความสัมพันธ์ของพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ในแบบจำลองความปั่นป่วน
ชนิดไม่เชิงเส้นของ Apsley and Leschiner (1998)

$$a_{ij} \equiv \frac{\overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k}{k} \quad (85)$$

$$\overline{u'_i u'_j} = \frac{2}{3} \delta_{ij} k + k a_{ij} \quad (86)$$

โดยค่า a_{ij} สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} a_{ij} = & -\alpha \underline{S} + 2\alpha\beta \left(\underline{S}^2 - \frac{1}{3} S_2 \underline{I} \right) \\ & + \alpha\gamma (\underline{W} \underline{S} - \underline{S} \underline{W}) - \frac{2}{3} \alpha\beta^2 S_2 \underline{S} \\ & - 2\alpha\gamma^2 W_2 \underline{S} - 3\alpha\gamma^2 \left(\underline{W}^2 \underline{S} - \underline{S}^2 \underline{W} - W_2 \underline{S} - \frac{2}{3} \{ \underline{W} \underline{S} \underline{W} \} \underline{I} \right) \\ & - 2\alpha\beta\gamma (\underline{W}^2 \underline{S} - \underline{S}^2 \underline{W}) \end{aligned} \quad (87)$$

โดย

$$S_2 = \overline{S}^2 / 2 \quad (88)$$

$$W_2 = -\overline{W}^2 / 2 \quad (89)$$

$$\overline{S} = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} \quad (90)$$

$$\overline{W} = \sqrt{2 W_{ij} W_{ij}} \quad (91)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2\varepsilon} k \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (92)$$

$$W_{ij} = \frac{1}{2\varepsilon} k \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (93)$$

$$\{\underline{W}\underline{S}\underline{W}\} = W_{ij} S_{ij} W_{ij} \quad (94)$$

$$\alpha = \frac{4/3 - C_{01}}{C_1 + p/\varepsilon - 1} \quad (95)$$

$$\beta = \frac{1 - C_{11}}{C_1 + p/\varepsilon - 1} \quad (96)$$

$$\gamma = \frac{1 - C_{12}}{C_1 + p/\varepsilon - 1} \quad (97)$$

$$\underline{I} = \delta_{ij} \quad (98)$$

$$\underline{S} = S_{ij} \quad (99)$$

$$\underline{S}^2 = S_{ik} S_{kj} \quad (100)$$

$$\underline{W}\underline{S} = W_{ik} S_{kj} \quad (101)$$

$$\underline{S}\underline{W} = S_{ik} W_{kj} \quad (102)$$

$$\underline{W}^2 \underline{S} = W_{ik} W_{kl} S_{lj} \quad (103)$$

$$\underline{S}\underline{W}^2 = S_{ik} W_{kl} W_{lj} \quad (104)$$

$$\underline{W}\underline{S}^2 = W_{ik} S_{kl} S_{lj} \quad (105)$$

$$\underline{S}^2 \underline{W} = S_{ik} S_{kl} W_{lj} \quad (106)$$

โดยค่าที่ต่างๆเขียนได้ดังนี้

$$C_1 = 1.8, C_{01} = 0.8 \text{ และ } C_{11} = C_{12} = 0.6$$

9. สมการความสัมพันธ์ของพจน์ความเค้นเรย์โนลด์ในแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้นของ Abe et al. (2003)

$$b_{ij} \equiv \frac{\overline{u'_i u'_j}}{2k} - \frac{\delta_{ij}}{3} \quad (107)$$

$$\overline{u'_i u'_j} = 2kb_{ij} + \frac{2}{3}\delta_{ij}k \quad (108)$$

$$\overline{u'_i u'_j} = \frac{2}{3}\delta_{ij}k + 2k \left(\frac{b_{ij}^*}{C_D} \right) \quad (109)$$

โดยค่า b_{ij}^* สามารถเขียนได้ดังนี้

$$b_{ij}^* = {}^1b_{ij}^* + \{1 - f_w(26)\} \{ {}^2b_{ij}^* + {}^sb_{ij}^* \} + {}^wb_{ij}^* \quad (110)$$

โดย

$${}^1b_{ij}^* = -C_B S_{ij}^* \quad (111)$$

$${}^2b_{ij}^* = C_B \left\{ -2 \left(S_{ik}^* \Omega_{kj}^* - \Omega_{ik}^* S_{kj}^* \right) + 2 \left(S_{ik}^* S_{kj}^* - \frac{\delta_{ij}}{3} S^{*2} \right) \right\} \quad (112)$$

$${}^sb_{ij}^* = -C f_{s1} S_{ij}^* + 2C_B f_{s2} \left(S_{ik}^* S_{kj}^* - \frac{\delta_{ij}}{3} S^{*2} \right) \quad (113)$$

$${}^w b_{ij}^* = C_D f_w(26) {}^w b_{ij} \quad (114)$$

โดย

$$\begin{aligned} {}^w b_{ij} = & -\alpha_w \frac{1}{2} \left(d_i d_j - \frac{\delta_{ij}}{3} d_k d_k \right) + (1 - f_{r1}^2) \\ & \times \left\{ \frac{\beta_w C_w}{1 + C_w \sqrt{S^{**2} \Omega^{**2}}} \left(S_{ik}^{**} \Omega_{kj}^{**} - \Omega_{ik}^{**} S_{kj}^{**} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\gamma_w C_w}{1 + C_w S^{**2}} \left(S_{ik}^{**} S_{kj}^{**} - \frac{\delta_{ij}}{3} S^{**2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (115)$$

โดย

$$C_D = 0.8 \quad (116)$$

$$f_w(26) = \exp \left\{ - \left(\frac{n^*}{26} \right)^2 \right\} \quad (117)$$

$$n^* = \frac{U_\varepsilon n}{v} \quad (118)$$

โดยที่ U_ε คือ Kolmogorov velocity scale $\left((v\varepsilon)^{1/4} \right)$ และ n คือระยะจากผิวที่ใกล้ที่สุด

$$C_B = \frac{1}{1 + \frac{22}{3} \Omega^{*2} + \frac{2}{3} (\Omega^{*2} - S^{*2}) f_B} \quad (119)$$

$$f_B = 1 + C_\eta (\Omega^* - S^*) \quad (120)$$

โดย

$$C_\eta = 100 \quad (121)$$

$$f_{s1} = f_{r1} f_{r2} C_{s1} (\Omega^{*2} - S^{*2}) \quad (122)$$

$$f_{s2} = -f_{r1} f_{r2} \{1 + C_{s1} (\Omega^* - S^*)\} \quad (123)$$

$$f_{r1} = \frac{\Omega^2 - S^2}{\Omega^2 + S^2} \quad (124)$$

$$f_{r2} = \frac{S^2}{\Omega^2 + S^2} \quad (125)$$

$$C_{s1} = 0.15 C_\eta \quad (126)$$

$$C_{s2} = 0.07 C_\eta \quad (127)$$

$$d_i = \frac{N_i}{\sqrt{N_k N_k}} \quad (128)$$

$$N_i = \frac{\partial l_d}{\partial x_i} \quad (129)$$

$$l_d = n \quad (130)$$

โดยที่ n เป็นระยะห่างจากผิว
ค่าคงที่ต่างๆในสมการเขียนได้ดังนี้

$$\alpha_w = 0, \beta_w = 1/4, \gamma_w = 1.5 \text{ และ } C_w = 0.5$$

โดย

$$S_{ij}^* = C_D \tau S_{ij} \quad (131)$$

$$\tau = \frac{v_t}{k} \quad (132)$$

$$v_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (133)$$

$$C_\mu = 0.12 \quad (134)$$

$$f_\mu = \left[1 + \frac{35}{R_t^{3/4}} \exp \left\{ - \left(\frac{R_t}{30} \right)^{3/4} \right\} \right] \{ 1 - f_w(26) \} \quad (135)$$

$$R_t = \frac{k^2}{v\varepsilon} \quad (136)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (137)$$

$$\Omega_{ij}^* = C_D \tau \Omega_{ij} \quad (138)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (139)$$

$$S^{*2} = S_{mn}^* S_{mn}^* \quad (140)$$

$$S^{**2} = S_{mn}^{**} S_{mn}^{**} \quad (141)$$

$$S_{ij}^* = \tau_d S_{ij} \quad (142)$$

$$\tau_d = \{ 1 - f_w(15) \} \frac{k}{\varepsilon} + f_w(15) \sqrt{\frac{v}{\varepsilon}} \quad (143)$$

$$f_w(15) = \exp \left\{ - \left(\frac{n^*}{15} \right)^2 \right\} \quad (144)$$

$$\Omega^{**2} = \Omega_{mn}^{**} \Omega_{mn}^{**} \quad (145)$$

$$\Omega_{ij}^* = \tau_d \Omega_{ij} \quad (146)$$

$$\Omega^{*2} = \Omega_{mn}^* \Omega_{mn}^* \quad (147)$$

$$\Omega^* = \sqrt{\Omega^{*2}} \quad (148)$$

$$S^* = \sqrt{S^{*2}} \quad (149)$$

$$\Omega^2 = \Omega_{mn} \Omega_{mn} \quad (150)$$

$$S^2 = S_{mn} S_{mn} \quad (151)$$

แบบจำลองความปั่นป่วน

แบบจำลองความปั่นป่วน ในงานวิจัยนี้มีแบบจำลองที่ใช้ดังนี้

1. แบบจำลองความปั่นป่วนชนิดเชิงเส้น $k-\omega$ SST (Shear Stress Transport) (Menter 1994) แบบจำลองความปั่นป่วนชนิด $k-\omega$ SST นี้ไม่ได้ใช้ทั้ง wall function และ damping function ในการแก้ปัญหาที่บริเวณใกล้ผิว แบบจำลองที่เกิดจากการรวมกันระหว่างแบบจำลองความปั่นป่วนชนิด $k-\epsilon$ ที่อยู่ในรูปค่าอัตราการลดลงของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วนจำเพาะ และแบบจำลองความปั่นป่วนชนิด $k-\omega$ ของ (Wilcox 1998) โดยแบบจำลองความปั่นป่วนชนิด $k-\omega$ SST นี้ประกอบด้วย 2 สมการคือ สมการพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน และสมการอัตราการลดลงของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วนจำเพาะ

สมการสมการพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน (k)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + G_k - Y_k \quad (152)$$

และสมการอัตราการลดลงของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วนจำเพาะ (ω)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + G_\omega - Y_\omega + D_\omega \quad (152)$$

ในสมการทั้งสองประกอบด้วยพจน์ที่สำคัญดังนี้ G_k คือค่าพจน์การผลิตของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน, G_ω คือค่าพจน์การผลิตของอัตราการลดลงของพลังงานจลน์ความปั่นป่วนจำเพาะ, Y_k และ Y_ω คือพจน์การสลายตัวของ พลังงานจลน์ความปั่นป่วน และอัตราการลดลงของพลังงานจลน์ความปั่นป่วนจำเพาะตามลำดับ, D_ω คือพจน์ cross-diffusion โดยค่า σ_k และ σ_ω คือค่า turbulent Prandtl number ของ พลังงานจลน์ความปั่นป่วน และอัตราการลดลงของพลังงานจลน์ความปั่นป่วนจำเพาะ

ค่าความหนืดหมุนวนสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega} \frac{1}{\max \left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{F_2}{a_1 \omega} \right]} \quad (153)$$

โดยค่าต่างๆหาได้จากสมการต่อไปนี้

$$\alpha^* = 1.0 \quad (154)$$

$$\Omega = \sqrt{\Omega_{ij} \Omega_{ij}} \quad (155)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (156)$$

$$\sigma_k = \frac{1}{F_1 / \sigma_{k,1} + (1 + F_1) / \sigma_{k,2}} \quad (157)$$

$$\sigma_\omega = \frac{1}{F_1 / \sigma_{\omega,1} + (1 + F_1) / \sigma_{\omega,2}} \quad (158)$$

โดยค่า Ω_{ij} คือค่า mean rate of rotation tensor เนื่องจากแบบจำลองชนิด $k-\omega$ SST นั้นเกิดจากการรวมกันระหว่างแบบจำลองชนิด $k-\omega$ และ $k-\varepsilon$ ผลจากการรวมกันนั้นได้เกิดพจน์พิเศษขึ้นมาคือ blending function F_1 และ F_2 ซึ่งงานวิจัยนี้ใช้ค่า F_1 และ F_2 ของ Menter (1994)

โดยค่าคงที่ภายในแบบจำลองมีดังนี้

$$\sigma_{k,1} = 1.17, \sigma_{\omega,2} = 2.0, \sigma_{k,2} = 1.0 \text{ และ } \sigma_{\omega,1} = 1.168$$

2. แบบจำลองความปั่นป่วนชนิดเชิงเส้น $k-\varepsilon$ แบบ high Reynolds number (Launder and Spalding 1972) แบบจำลองความปั่นป่วนชนิด $k-\varepsilon$ นี้ประกอบด้วย 2 สมการคือ สมการพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน (k) และสมการอัตราการลดลงของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน (ε)

สมการพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + G_k - \rho \varepsilon \quad (159)$$

และสมการอัตราการลดลงของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_1 \frac{\varepsilon}{k} G_k - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (160)$$

โดยที่ค่า k คือ พลังงานจลน์ของความปั่นป่วน, ε คือ อัตราการลดลงของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน, G_k คือ ค่าพจน์การผลิตของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน

โดยค่าพจน์การผลิตของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วนสามารถเขียนได้ดังนี้

$$G_k = -\overline{\rho u_i u_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (161)$$

ซึ่ง $\overline{u_i u_j}$ คือค่าความเค้นเรย์โนลด์ในแบบจำลองเชิงเส้นนี้จะใช้ค่าความสัมพันธ์ที่เป็นเชิงเส้นของ Boussinesq (1877) และ ค่าความหนืดหมุนวน (eddy viscosity) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (162)$$

ค่าคงที่ต่างๆภายในสมการมีค่าดังนี้

$$C_\mu = 0.09, C_{1\varepsilon} = 1.44, C_{2\varepsilon} = 1.92, k = \text{ และ } \sigma_\varepsilon = 1.3$$

ในการคำนวณแบบ high Reynolds number การคำนวณแบบนี้จะใช้สมการ wall function ในการแก้ปัญหาในช่วงบริเวณใกล้ผิวของการไหล ที่บริเวณใกล้ผิวนั้นใช้จำนวนกริดน้อยกว่าแบบ low Reynolds number สำหรับสมการ wall function สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วนชนิด $k-\varepsilon$ แบบ high Reynolds number มีในงานวิจัยนี้เลือกใช้ 3 สมการจากซอฟต์แวร์ Fluent ดังนี้

สมการ standard wall function (Launder and Spalding 1974) สมการ standard wall function นี้ใช้สมการของ Launder and Spalding (1974) สมการนี้จะใช้หลักของ law of the wall ในการทำนายค่าความเร็วที่ช่วง y^+ อยู่ระหว่าง 30 ถึง 60 ซึ่งค่า $y^+ = \rho u_\tau y / \mu$ โดยที่ u_τ คือ ค่าความเร็วเสียดทาน และ μ คือ ค่าความหนืด ส่วนช่วงที่ y^+ น้อยกว่า 30 ลงไปถึงผนังนั้น จะใช้ความสัมพันธ์ของความเร็วและตำแหน่งที่เป็นเชิงเส้นกัน

สมการ non-equilibrium wall function (Kim and Choudhury 1995) สมการนี้จะใช้สมการของ law of the wall ของ Launder and Spalding (1974) ที่เพิ่มผลกระทบของ pressure gradients เข้าในสมการด้วย นอกจากนี้ยังใช้แนวคิดของ two layer based เข้ามาใช้เพื่อคำนวณหาค่าของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วนอีกด้วย

สมการ enhanced wall function (Kader 1993) สมการนี้จะทำการหาค่าความเร็วโดยการแบ่งชั้นของการไหลเป็น 2 ส่วนคือส่วน laminar และส่วน turbulent ความสัมพันธ์ของสมการความเร็วในส่วน laminar นั้น จะใช้ความสัมพันธ์ที่เป็นเชิงเส้น ในส่วน turbulent นั้นจะใช้ความสัมพันธ์ที่เป็น logarithmic จากนั้นจะนำสมการความเร็วของทั้งสองส่วนมารวมกัน แล้วทำการใส่ค่า blending function ลงในค่าสมการความเร็วที่เกิดจากการรวมนี้ กลายเป็น สมการ enhanced wall function

3. แบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้น $k-\varepsilon$ แบบ high Reynolds number สำหรับสมการนี้จะแตกต่างจากแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดเชิงเส้น $k-\varepsilon$ ของ Launder and Spalding (1972) คือ ในค่าพจน์การผลิตของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วนนั้นค่าสมการความเค้นเรย์โนลด์จะอยู่ในรูปไม่เชิงเส้น ส่วนการคำนวณบริเวณใกล้ผิวนั้นจะใช้ wall function เหมือนเดิม

4. แบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้น $k-\varepsilon$ แบบ low Reynolds number (Launder and Sharma 1974) สำหรับการคำนวณแบบ low Reynolds number นั้นจะใช้ค่า damping function ในการแก้ปัญหาในช่วงบริเวณใกล้ผิวของการไหล ซึ่งค่า damping function นี้อยู่ในส่วนของค่าความหนืดหมุนวน สำหรับแบบจำลองชนิดนี้มีลักษณะคล้ายกับของ Launder and Spalding (1972) ในส่วนสมการพลังงานจลน์ของความปั่นป่วนจะใช้สมการที่ (160) แต่ในส่วนของสมการอัตราการลดลงของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วนมีการเปลี่ยนให้อยู่ในรูปดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \\ + f_{\varepsilon 1} C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G_k - f_{\varepsilon 2} C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (163)$$

โดยค่า $f_{\varepsilon 1} = 1$ และ $f_{\varepsilon 2} = 1 - 0.3 \exp(-Re_t^2)$ ซึ่งค่า Re_t สามารถเขียนได้เป็น $\frac{k^2}{\nu \varepsilon}$ นอกจากนี้ในส่วนของค่าความหนืดหมุนวนมีการปรับปรุงโดยมีการเพิ่มค่า damping function เข้าไป ซึ่งค่าความหนืดหมุนวนมีค่าดังนี้

$$\mu_t = \rho f_\mu C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (162)$$

โดยค่า f_μ คือค่า damping function ซึ่งค่านี้จะขึ้นอยู่กับแบบจำลองที่ต้องการในงานวิจัยนี้ใช้ของ Craft et al. (1996) ดังสมการที่ (14) และ Gibson and Dafa'Alla (1994) ดังสมการที่ (20) เนื่องจากในซอฟต์แวร์ Fluent ไม่มีการการคำนวณแบบ low Reynolds number จึงจำเป็นต้องสร้างฟังก์ชันยูดีเอฟ (user defined function, UDF) ของ $f_{\epsilon 1}$ และ $f_{\epsilon 2}$ ขึ้นมาแล้วจึงนำไปติดตั้งเพิ่มในสมการอัตราการลดลงของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน

วิธีการศึกษา

อุปกรณ์ที่ใช้ในการศึกษา

1. เครื่องคอมพิวเตอร์คลัสเตอร์ชื่อ Helios บนระบบปฏิบัติการ LINUX ของห้องปฏิบัติการ Asia Pacific Science & Technology Facility (APSTF lab.) ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ประกอบด้วย

เครื่องคอมพิวเตอร์รุ่น Sun Fire W 2100 จำนวน 1 เครื่องประกอบด้วยหน่วยประมวลผลกลาง (CPU) AMD Opteron processor 250 ความเร็ว 2393 MHz จำนวน 2 processors หน่วยความจำ (RAM) 2 GB หน่วยความจำสำรอง (hard disk) SCSI 74 GB จำนวน 2 ตัว

เครื่องคอมพิวเตอร์รุ่น Sun Fire V 20 จำนวน 4 เครื่องแต่ละเครื่องประกอบด้วย หน่วยประมวลผลกลาง (CPU) AMD Opteron processor 250 ความเร็ว 1793 MHz จำนวน 2 processors หน่วยความจำ (RAM) 2 GB หน่วยความจำสำรอง (hard disk) สกัสซี (SCSI) 74 GB จำนวน 2 ตัว กะบิตอีเทอร์เน็ตสวิตช์ (Gigabit Ethernet switch) จำนวน 16 พอร์ต (port)

2. เครื่องคอมพิวเตอร์คลัสเตอร์ Tera Cluster ของ Thai National Grid Center (TNGC) คอมพิวเตอร์คลัสเตอร์ The Tera Cluster ประกอบด้วย 3 ส่วนใหญ่ดังนี้

มีเซิร์ฟเวอร์ด้านหน้า 2 เครื่อง (1 master, 1 backup) ประกอบด้วย HP DL360 G5, Intel Xeon series 5000, 3.2 GHz, 8 GB Memory, 5 TB Lustre file system on Storage nodes

เซิร์ฟเวอร์เครื่องประมวลผล 192 เครื่อง เชื่อมต่อผ่าน Gigabit Ethernet และ 32 เครื่องจาก 192 เครื่องนี้เชื่อมต่อผ่าน Infiniband ประกอบด้วย HP DL140 G3, Intel Xeon series 5000, 3.0 GHz, 4 GB Memory (8 GB in Infiniband node)

เซิร์ฟเวอร์เก็บข้อมูล 4 เครื่อง เชื่อมต่อผ่าน Gigabit Ethernet และ Infiniband ประกอบด้วย HP DL360 G5, Intel Xeon series 5000, 3.2 GHz, 2 GB Memory, 2 HP MSA500 สำหรับสร้างระบบไฟล์ข้อมูลเสมือนขนาดใหญ่ 5 TB ด้วย Lustre filesystem

3. เครื่องคอมพิวเตอร์คลัสเตอร์ Wata Cluster ของคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

4. ซอฟต์แวร์ Gambit, Fluent, และ Ansys สำหรับระบบปฏิบัติการ Windows และ LINUX

5. ซอฟต์แวร์ภาษา Microsoft visualC++ สำหรับระบบปฏิบัติการ Windows และ

LINUX

6. เครื่องเสกนแบบ สาม มิติ พร้อมโปรแกรมปฏิบัติการ

ขั้นตอนการศึกษาโดยรวม

1. ศึกษาและรวบรวมทฤษฎี ข้อมูล เอกสารต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับระบบระบายความร้อนในใบพัดกังหันก๊าซ
2. วิเคราะห์การไหลแบบต่างๆที่เกี่ยวข้องกับ ระบบระบายความร้อนในใบพัดกังหันก๊าซ โดยเปรียบเทียบข้อมูลและผลการทดลอง กับผู้ที่ได้เคยทำวิจัยมาก่อนหน้า
3. เขียนแบบใบพัดกังหันก๊าซ
4. นำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ได้ตรวจสอบความถูกต้องแล้วไปวิเคราะห์ปัญหาการไหลของใบพัดกังหันก๊าซ
5. จัดทำบทความเพื่อนำเสนอให้ตีพิมพ์ในวารสารวิชาการระดับนานาชาติ
6. สรุปผลการดำเนินงาน โครงการวิจัยและจัดทำรายงานฉบับสมบูรณ์

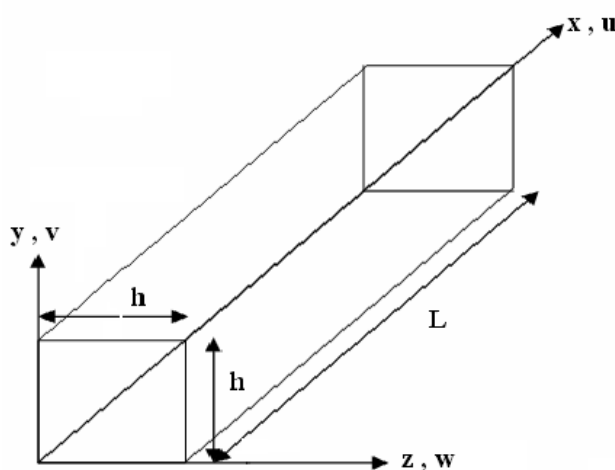
วิธีการหาแบบจำลองความปั่นป่วน

ในการหาแบบจำลองความปั่นป่วน นั้นจะพิจารณาแบบจำลองความปั่นป่วนที่เป็นเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้น โดย ในซอฟต์แวร์สำเร็จรูปทางพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณทั่วไปนั้น แบบจำลองความปั่นป่วนชนิดเชิงเส้นมีอยู่หลายแบบแต่แบบจำลองที่นิยมใช้ได้แก่แบบจำลองความปั่นป่วนชนิดเชิงเส้น $k - \epsilon$ (standard (1877), RNG (1993) และ realizable (1995)) โดยใช้ร่วมกับ the wall function equations (standard (1974), non-equilibrium (1995) และ enhanced (1993)), แบบจำลองความปั่นป่วนชนิดเชิงเส้น $k - \omega$ (standard (1998) และ SST (1994))แบบจำลองเหล่านี้ให้ผลการศึกษาที่ดีในกรณีศึกษาต่างๆกันและในการศึกษานี้ยังได้ศึกษาถึงแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้นโดยใช้ แบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้นของ Craft et al.(1996)โดยได้เขียนแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้นของ Craft et al.(1996) ลงในซอฟต์แวร์ภาษา C แล้วใช้ร่วมกับซอฟต์แวร์ Fluent โดยใช้ฟังก์ชัน ยูดีเอฟ (User defined function, UDF) ในซอฟต์แวร์ Fluent

ในการทำการศึกษเปรียบเทียบในส่วนนี้ทำการศึกษาโดยการสร้างกรณีศึกษาในซอฟต์แวร์สำเร็จรูปด้านพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณโดยเริ่มต้นทำการสร้างขอบเขตการคำนวณแบ่งกริดรวมถึงการกำหนดค่าขอบโดยใช้ซอฟต์แวร์Gambit ซึ่งเป็นซอฟต์แวร์สำเร็จรูปด้านการแบ่งกริด และกำหนดค่าขอบเขต หลังจากนั้นจะทำการส่งผ่านข้อมูลไปทำการแทนค่าขอบเขตและทำการคำนวณยังซอฟต์แวร์Fluent ซึ่งเป็นซอฟต์แวร์สำเร็จรูปด้านพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณแต่เนื่องจากขอบเขตของปัญหามีจำนวนกริดน้อยเป็นจำนวนมากในการคำนวณตามลำดับแบบปกติจึงใช้เวลาในการคำนวณมากจึงได้มีการใช้การคำนวณแบบขนานเข้ามาช่วยซึ่งการคำนวณแบบขนานนี้สามารถช่วยลดเวลาในการคำนวณได้มาก โดยวิธีการใช้ ซอฟต์แวร์ Fluent และการใช้การคำนวณแบบขนานอยู่ในภาคผนวกด้านหลัง

วิธีการศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม

กรณีศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม โดยนำข้อมูลจากการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรงของ Gavrilakis (1992) มาเป็นค่าอ้างอิงจากภาพที่3 แสดงขอบเขตการศึกษาที่ Reynolds number (Re) เท่ากับ 4410 ค่าแกน x คือค่าความยาวของท่อโดยที่ h คือความสูงและความกว้างของท่อในการศึกษาจะพิจารณาความเร็วไร้มิติตามแนวการไหล (U/U_0) ณ ตำแหน่ง z/h เท่ากับ 0.1, 0.5 และ 0.9 ตามลำดับ

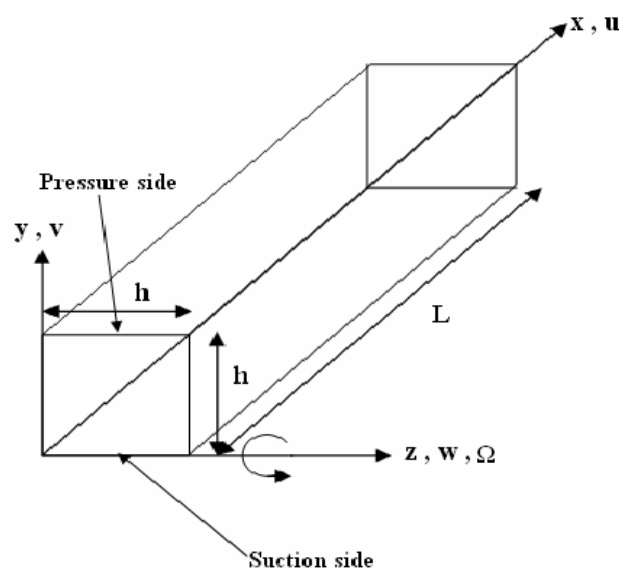


ภาพที่ 3 แสดงขอบเขตของกรณีศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม

การศึกษานี้จะแบ่งท่อสี่เหลี่ยมเป็น สี่ส่วนเท่ากันอาศัยการสมมาตรของท่อสี่เหลี่ยมเพื่อช่วยลดเวลาใช้การคำนวณโดยใช้คำสั่ง Symmetry ในซอฟต์แวร์ Fluent เข้ามาช่วยในการวิเคราะห์ซึ่งจะช่วยลดเวลาได้ถึง 25 เปอร์เซ็นต์

วิธีการศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน

กรณีศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน โดยนำข้อมูลจากการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรงของMartensson (2005) มาเป็นค่าอ้างอิงจากภาพที่4 แสดงขอบเขตการศึกษาที่ Reynolds number (Re) เท่ากับ 4400 ค่าแกน x คือค่าความยาวของท่อโดยที่ h คือความสูงและความกว้างของท่อโดยกำหนดให้ ด้าน ($y/h = 1$) เป็นด้าน Pressure side และด้าน ($y/h = 0$) เป็นด้าน Suction side กำหนดให้ท่อหมุนรอบแกน z



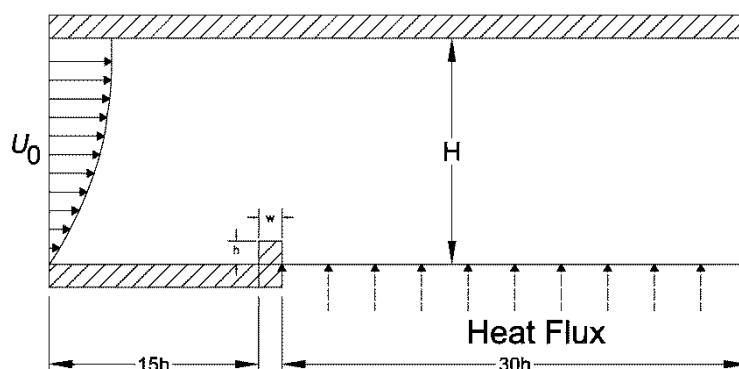
ภาพที่ 4 แสดงขอบเขตของกรณีศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน

การศึกษาจะพิจารณาความเร็วไร้มิติในระนาบ xz ณ ตำแหน่ง z/h เท่ากับ 0.5 และระนาบ xy ณ ตำแหน่ง y/h เท่ากับ 0.5 ซึ่งหมุนด้วย Rotation number ($Ro = \Omega \cdot D / U_b$) เท่ากับ 0.01 และ 0.055 ตามลำดับ

วิธีการศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง

กรณีศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง โดยนำข้อมูลจากการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรงของAcharya (1998) มาเป็นค่าอ้างอิงจากภาพที่5 แสดงขอบเขตการศึกษาที่ Reynolds number (Re) เท่ากับ 14,000 โดยที่ ความสูงของสิ่งกีดขวาง(h) = 6.35 mm.,

ความกว้างของสิ่งกีดขวาง(w)= 6.35 mm., ความสูงของท่อ(H)= 61mm., สิ่งกีดขวางจะอยู่หลังทางเข้า 15h และหลังสิ่งกีดขวางมี uniform heat flux เท่ากับ 280W/m^2 เป็นระยะ 30h



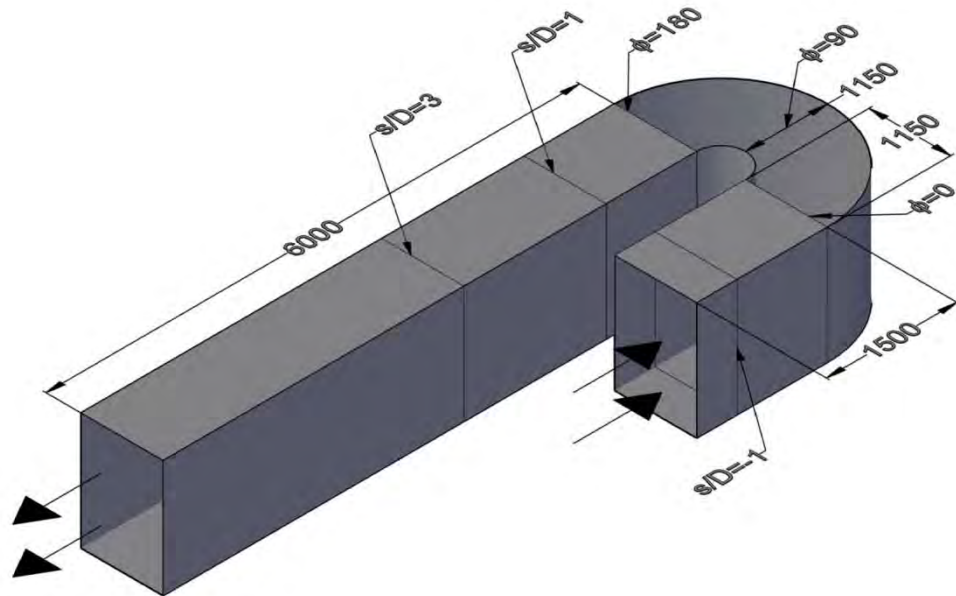
ภาพที่ 5 แสดงขอบเขตของกรณีศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง

การศึกษาจะพิจารณา Nusselt number. โดยค่าอุณหภูมิที่ใช้ในการคำนวณหาค่า Nusselt number เป็นอุณหภูมิที่ผิวของผนังหลังสิ่งกีดขวาง

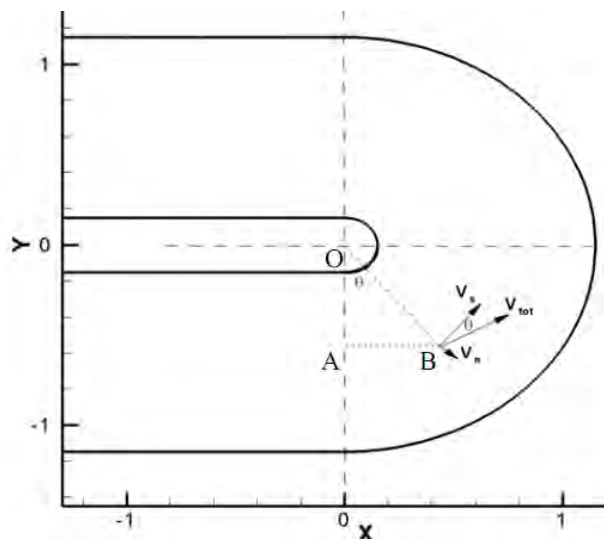
$$Nu_D = \frac{q'' D_h}{k [T_w(x) - T_b(x)]}$$

วิธีการศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู

กรณีศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยูโดยนำข้อมูลจากการทดลอง Iacovides (1996) มาเป็นค่าอ้างอิงจากภาพที่ 6 แสดงขอบเขตการศึกษาที่ Reynolds number (Re) เท่ากับ 100,000 โดยที่ Upstream และ downstream ของท่อยาว 1.5D และ 6D ตามลำดับซึ่งหมุนด้วย Rotation number ($Ro = \Omega * D / U_b$) เท่ากับ 0 และ 0.2 ตามลำดับและมี Rotational axis เท่ากับ 4.5D จาก Bend Axis



ภาพที่ 6 แสดงขอบเขตของกรณีศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู



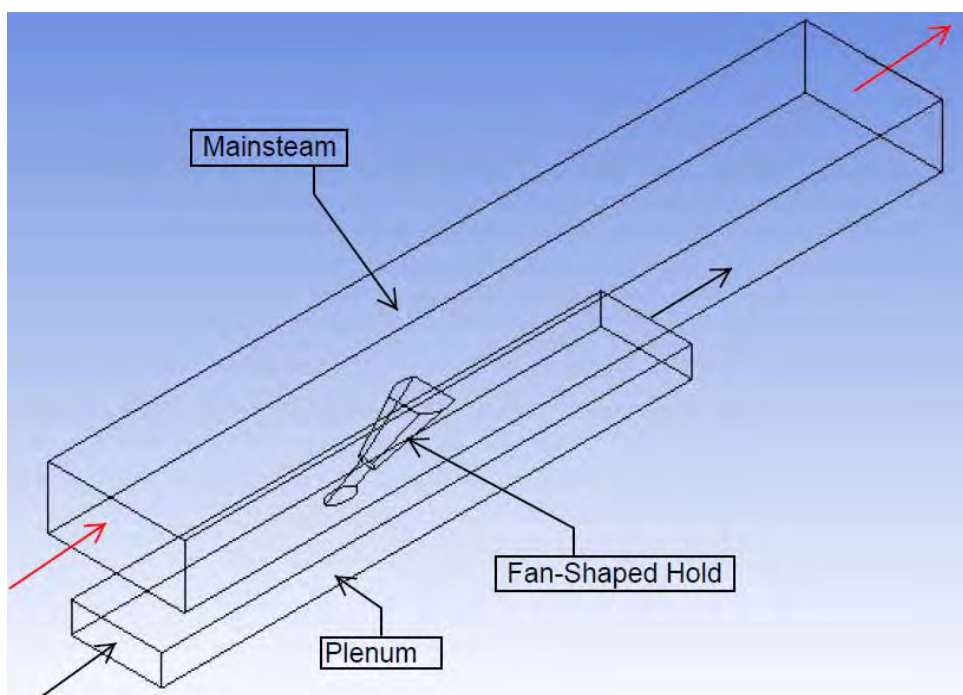
ภาพที่ 7 แสดง Velocity Transformation

คำนวณหาความเร็วตามทิศทางการไหล

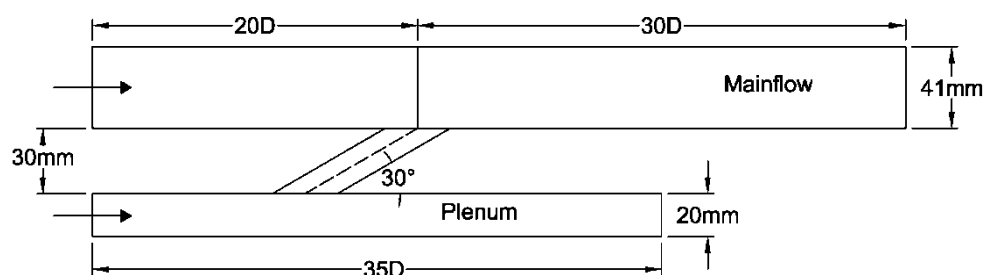
การศึกษาจะพิจารณาความเร็วไว้มิติเทียบตามทิศทางการไหล กับแกน n/d โดยจะซึ่งศึกษาใน 3 ระนาบหลัก คือที่ระนาบ $\phi = 0$ (ก่อนเข้าโค้งรูปตัวยู), $\phi = 90$ (กลางโค้งรูปตัวยู), $s/D=3$ (หลังโค้งรูปตัวยู) ที่หมุนด้วย Rotation number ($Ro = \Omega \cdot D / U_b$) เท่ากับ 0 และ 0.2 ตามลำดับ

วิธีการศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ

ในการศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซนำข้อมูลการทดลองจากการทดลองของGritsch (1998)มาเป็นค่าอ้างอิง จากภาพที่ 8 แสดงขอบเขตของกรณีสึกษาในกรณีสึกษานี้จะสมมุติว่า ช่องการไหลหลัก (Main stream) มีหน้าที่คล้าย ก๊าซร้อนในเครื่องยนต์กังหันก๊าซ และ ช่องการไหลรอง (Plenum) ที่หน้าที่คล้าย อากาศหล่อเย็นในใบพัดกังหันก๊าซ โดยกำหนดให้ ความดันเข้าของช่องการไหลหลัก (Total pressure) เท่ากับ 100,400 Pa. และความดันออกของช่องการไหลหลัก (The Static pressure) เท่ากับ 68,000 Pa. ในการศึกษาที่กำหนดให้ช่องหล่อเย็น มี Mach number (Ma_c) เท่ากับ 0.0 และ กำหนดให้ช่องการไหลหลักมี Mach number (Ma_c) เท่ากับ 0.6 โดยมีอัตราส่วนอุณหภูมิระหว่างช่องการไหลหลักและช่องหล่อเย็น เท่ากับ 0.54 โดยกำหนดให้อุณหภูมิที่ช่องการไหลหลัก มีค่าเท่ากับ 540 K. และอุณหภูมิที่ช่องหล่อเย็น เท่ากับ 290 K.



ภาพที่ 8 แสดงขอบเขตของกรณีสึกษาการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ

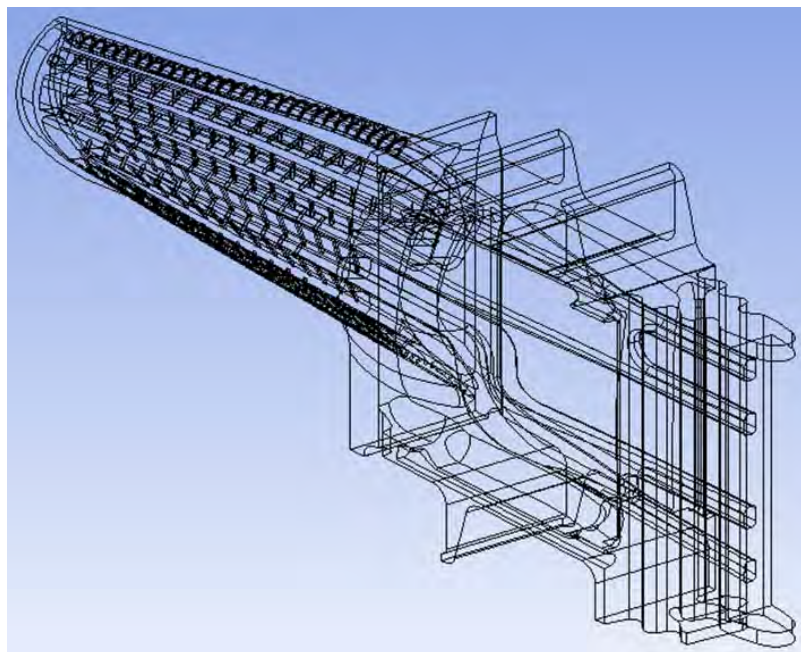


ภาพที่ 9 แสดงขอบเขตของกรณีศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็น
ใบพัดกังหันก๊าซ

การศึกษานี้จะพิจารณา Centerline film cooling effectiveness เทียบกับแกน x/d โดยจะซึ่ง
ศึกษาตั้งแต่ x/d เท่ากับ 0 ถึง x/d เท่า 10

วิธีการศึกษาอุณหพลศาสตร์ของใบพัดกังหันก๊าซ

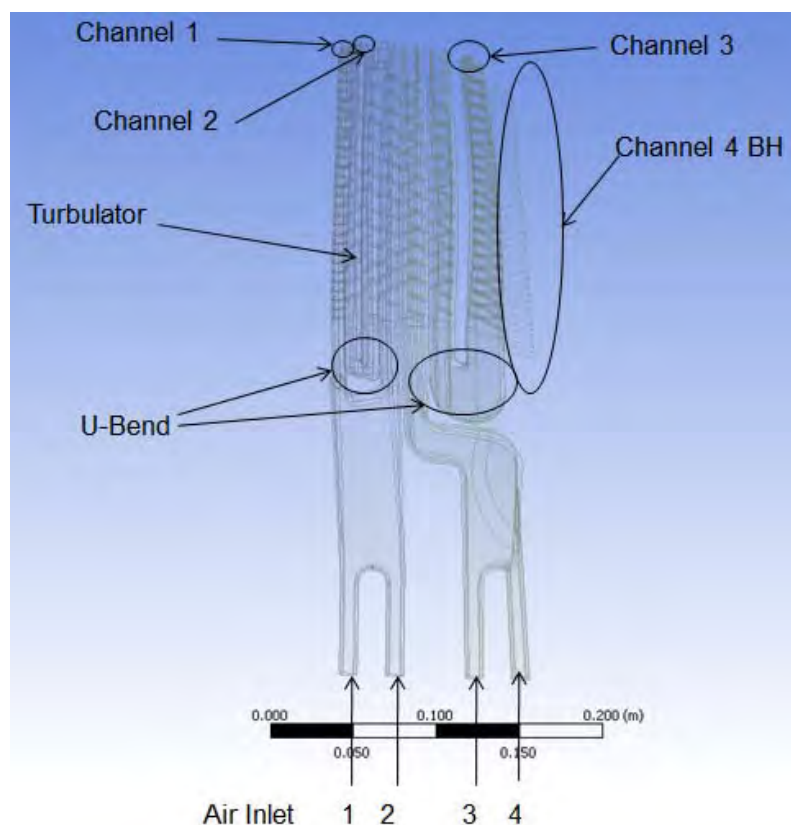
เริ่มการศึกษาจากเขียนแบบใบพัดจาก ตัวใบพัดจริง (General electric 9FA 1st stage) โดย
ใช้วิธี 3D Scan แล้วนำไฟล์ภาพที่สแกนได้ มาซ้อนประกอบกันเป็นไฟล์แบบ ซึ่งไฟล์ที่ซ้อน
ประกอบมานี้จะไม่สมบูรณ์จึงจำเป็นต้องซ่อมแซมแบบในบางส่วนโดยใช้ซอฟต์แวร์ Design
Modeler พร้อมทั้งสร้างส่วนที่เป็น Internal Fluid จากโปรแกรมนี้ด้วย



ภาพที่ 10 แสดง 3 มิติของใบพัดกังหันก๊าซ

การวิเคราะห์ด้านอุณหพลศาสตร์ของใบพัดกังหันก๊าซนั้นได้แบ่งการวิเคราะห์เป็นหลายขั้นตอนโดยใช้ซอฟต์แวร์ Ansys โดยแยกการวิเคราะห์เป็น 3 ส่วนหลักๆ คือ ส่วนก๊าซร้อนภายนอกใบพัดกังหันก๊าซ, ส่วนอากาศหล่อเย็นในใบพัดกังหันก๊าซ แล้วส่งต่อผลของอุณหภูมิและความดันมายังใบพัดกังหันก๊าซ

โดยในการศึกษาก๊าซร้อนภายนอกใบพัดกังหันก๊าซได้ใช้ GAS Pressureinlet เท่ากับ 15.1 psia (0.104 Mpa) และ Temperature inlet 2420 F (1327 C) ส่วนของอากาศหล่อเย็นในใบพัดกังหันก๊าซ ใช้ Air Cooling Pressure inlet cooling เท่ากับ 185 psia (1.276 Mpa) และ Temperature inlet 760 F (404 C) โดยใบพัดจะหมุนด้วยความเร็วประมาณ 3,000 rpm วัสดุที่ใช้ผลิตใบพัดกังหันก๊าซคือ GTD 111 ซึ่งการวิเคราะห์จะวิเคราะห์ความดันและอุณหภูมิ ในใบพัดกังหันก๊าซ



ภาพที่ 11 แสดง 3 มิติของระบบระบายความร้อนในใบพัดกังหันก๊าซ

ในระบบระบายความร้อน อากาศหล่อเย็นจะเข้าไปในช่องอากาศหล่อเย็น 1 ถึง 4 มีความดันเท่ากับ 185 psia (1.276 Mpa) และ อุณหภูมิอากาศหล่อเย็นเท่ากับ 760 F (404 C) โดยใบพัดจะหมุนด้วยความเร็วประมาณ 3,000 rpm ไหลวนผ่านช่องระบายความร้อนโดยผ่าน ช่องระบายความร้อนที่ซับซ้อนซึ่งกีดขวางทางท่อรูปตัวยู และไหลออกผ่านทางช่องออกหลัก 1,2,3 และช่องออกรองอีก 48 ช่อง แสดงดังภาพที่ 11 งานวิจัยนี้ได้เคราะห์รวมไปถึงก๊าซร้อนภายนอกใบพัดกังหันก๊าซที่ส่งผลกระทบต่อผิวใบพัดด้วย โดยความดันของก๊าซร้อนเท่ากับ 15.1 psia (0.104 Mpa) และ อุณหภูมิก๊าซร้อนเท่ากับ 2420 F (1327 C)

Numerical Method

Numerical Method ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม

ตารางที่ 1 แสดงเงื่อนไขขอบเขตของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม

ชื่อ	เงื่อนไข
inlet	Velocity inlet
outlet	Pressure outlet
sys	Symmetry
wall	Wall

ตารางที่ 2 แสดง Grid Independence ของแต่ละแบบจำลองความปั่นป่วนของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม

แบบจำลองความปั่นป่วน	Grid Independence (Cells)
Standard $k-\epsilon$: standard wall function	907,137
Standard $k-\epsilon$: non-equilibrium wall function	907,137
Standard $k-\epsilon$: enhanced wall treatment	907,137
RNG $k-\epsilon$: standard wall function	907,137
RNG $k-\epsilon$: non-equilibrium wall function	907,137
RNG $k-\epsilon$: enhanced wall treatment	907,137
Realizable $k-\epsilon$: standard wall function	907,137
Realizable $k-\epsilon$: non-equilibrium wall function	907,137
Realizable $k-\epsilon$: enhanced wall treatment	907,137
Standard $k-\omega$	907,137
SST $k-\omega$	907,137
Cubic model of Craft et al.	907,137

Present cubic model	907,137
---------------------	---------

ตารางที่ 3 แสดงการตั้งค่าของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม

ตัวแปร	การตั้งค่า
Time	Steady
Materials	Air
Rotation	-
Reynolds number	4410
Energy equation	Off

ตารางที่ 4 แสดงการตั้งค่า Solution Controls ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม

ตัวแปร	การตั้งค่า
Equations	Flow Turbulence
Pressure-Velocity Coupling	SIMPLE
Under-Relaxation Factors	
Pressure	0.3
Density	1
Body Forces	1
Momentum	0.7
Turbulent Kinetic Energy	0.8
Turbulent Dissipation Rate	0.8
Turbulent Viscosity	1
Subgrid Kinetic Energy	-
Discretization	
Pressure	Standard
Momentum	Second Order Upwind

ตัวแปร	การตั้งค่า
Turbulent Kinetic Energy	Second Order Upwind
Turbulent Dissipation Rate	Second Order Upwind

ตารางที่ 5 แสดงการตั้งค่า Residual ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม

Residual	Absolute Criteria
continuity	1.00E-05
x-velocity	1.00E-05
y-velocity	1.00E-05
z-velocity	1.00E-05
k	1.00E-05
epsilon	1.00E-05
nut	-

Numerical Method ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน

ตารางที่ 6 แสดงเงื่อนไขขอบเขตของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน

ชื่อ	เงื่อนไข
inlet	Velocity inlet
outlet	Pressure outlet
wall	Wall

ตารางที่ 7 แสดง Grid Independence ของแต่ละแบบจำลองความปั่นป่วนของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน

แบบจำลองความปั่นป่วน	Grid Independence (Cells)
Standard $k-\epsilon$: standard wall function	907,137
Standard $k-\epsilon$: non-equilibrium wall function	907,137
Standard $k-\epsilon$: enhanced wall treatment	907,137
RNG $k-\epsilon$: standard wall function	907,137
RNG $k-\epsilon$: non-equilibrium wall function	907,137
RNG $k-\epsilon$: enhanced wall treatment	907,137
Realizable $k-\epsilon$: standard wall function	907,137
Realizable $k-\epsilon$: non-equilibrium wall function	907,137
Realizable $k-\epsilon$: enhanced wall treatment	907,137
Standard $k-\omega$	907,137
SST $k-\omega$	907,137
Cubic model of Craft et al.	907,137
Present cubic model	907,137

ตารางที่ 8 แสดงการตั้งค่าของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน

ตัวแปร	การตั้งค่า
Time	Steady
Materials	Air
Rotation	0.11, 0.055
Reynolds number	4400
Energy equation	Off

ตารางที่ 9 แสดงการตั้งค่า Solution Controls ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน

ตัวแปร	การตั้งค่า
Equations	Flow Turbulence
Pressure-Velocity Coupling	SIMPLE
Under-Relaxation Factors	
Pressure	0.3
Density	1
Body Forces	1
Momentum	0.7
Turbulent Kinetic Energy	0.8
Turbulent Dissipation Rate	0.8
Turbulent Viscosity	1
Subgrid Kinetic Energy	-
Discretization	
Pressure	Standard
Momentum	Second Order Upwind
Turbulent Kinetic Energy	Second Order Upwind
ตัวแปร	การตั้งค่า
Turbulent Dissipation Rate	Second Order Upwind

ตารางที่ 10 แสดงการตั้งค่า Residual ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน

Residual	Absolute Criteria
continuity	1.00E-05
x-velocity	1.00E-05
y-velocity	1.00E-05
z-velocity	1.00E-05
k	1.00E-05

epsilon	1.00E-05
nut	-

Numerical Method ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง

ตารางที่ 11 แสดงเงื่อนไขขอบเขตของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง

ชื่อ	เงื่อนไข
inlet	Velocity inlet
outlet	Pressure outlet
wall	Wall

ตารางที่ 12 แสดง Grid Independence ของแต่ละแบบจำลองความปั่นป่วนของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อ หน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง

แบบจำลองความปั่นป่วน	Grid Independence (Cells)
Standard $k-\epsilon$: standard wall function	17,776
Standard $k-\epsilon$: non-equilibrium wall function	17,776
Standard $k-\epsilon$: enhanced wall treatment	17,776
RNG $k-\epsilon$: standard wall function	17,776
RNG $k-\epsilon$: non-equilibrium wall function	17,776
RNG $k-\epsilon$: enhanced wall treatment	17,776
Realizable $k-\epsilon$: standard wall function	17,776
Realizable $k-\epsilon$: non-equilibrium wall function	17,776
Realizable $k-\epsilon$: enhanced wall treatment	17,776
Standard $k-\omega$	17,776
SST $k-\omega$	17,776

Cubic model of Craft et al.	17,776
Present cubic model	17,776

ตารางที่ 13 แสดงการตั้งค่าของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง

ตัวแปร	การตั้งค่า
Time	Steady
Materials	Air (Pr = 0.71)
Rotation	0
Reynolds number	14,000
Energy equation	On
uniform heat flux (W/m ²)	280

ตารางที่ 14 แสดงการตั้งค่า Solution Controls ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง

ตัวแปร	การตั้งค่า
Equations	Flow Turbulence
Pressure-Velocity Coupling	SIMPLE
Under-Relaxation Factors	
Pressure	0.3
Density	1
Body Forces	1
Momentum	0.7
Turbulent Kinetic Energy	0.8
Turbulent Dissipation Rate	0.8
Turbulent Viscosity	1
Subgrid Kinetic Energy	-

Discretization	
Pressure	Standard
ตัวแปร	การตั้งค่า
Momentum	Second Order Upwind
Turbulent Kinetic Energy	Second Order Upwind
Turbulent Dissipation Rate	Second Order Upwind

ตารางที่ 15 แสดงการตั้งค่า Residual ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง

Residual	Absolute Criteria
continuity	1.00E-08
x-velocity	1.00E-08
y-velocity	1.00E-08
z-velocity	1.00E-08
k	1.00E-08
epsilon	1.00E-08
nut	-

Numerical Method ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู

ตารางที่ 16 แสดงเงื่อนไขขอบเขตของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู

ชื่อ	เงื่อนไข
inlet	Velocity inlet
outlet	Pressure outlet
wall	Wall

ตารางที่ 17 แสดง Grid Independence ของแต่ละแบบจำลองความปั่นป่วนของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู

แบบจำลองความปั่นป่วน	Grid Independence (Cells)
Standard $k-\epsilon$: standard wall function	402,930
Standard $k-\epsilon$: non-equilibrium wall function	402,930
Standard $k-\epsilon$: enhanced wall treatment	402,930
RNG $k-\epsilon$: standard wall function	402,930
RNG $k-\epsilon$: non-equilibrium wall function	402,930
RNG $k-\epsilon$: enhanced wall treatment	402,930
Realizable $k-\epsilon$: standard wall function	402,930
Realizable $k-\epsilon$: non-equilibrium wall function	402,930
Realizable $k-\epsilon$: enhanced wall treatment	402,930
Standard $k-\omega$	402,930
SST $k-\omega$	402,930
Cubic model of Craft et al.	402,930
Present cubic model	402,930

ตารางที่ 18 แสดงการตั้งค่าของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู

ตัวแปร	การตั้งค่า
Time	Steady
Materials	Air
Rotation	0, 0.2
Rotational axis	4.5D
Reynolds number	100,000
Energy equation	Off

ตารางที่ 19 แสดงการตั้งค่า Solution Controls ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู

ตัวแปร	การตั้งค่า
Equations	Flow Turbulence
Pressure-Velocity Coupling	SIMPLE
Under-Relaxation Factors	
Pressure	0.3
Density	1
Body Forces	1
Momentum	0.7
Turbulent Kinetic Energy	0.8
Turbulent Dissipation Rate	0.8
Turbulent Viscosity	1
Subgrid Kinetic Energy	-
Discretization	
Pressure	Standard
Momentum	Second Order Upwind

ตัวแปร	การตั้งค่า
Turbulent Kinetic Energy	Second Order Upwind
Turbulent Dissipation Rate	Second Order Upwind

ตารางที่ 20 แสดงการตั้งค่า Residual ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู

Residual	Absolute Criteria
continuity	1.00E-06
x-velocity	1.00E-06
y-velocity	1.00E-06
z-velocity	1.00E-06
k	1.00E-06
epsilon	1.00E-06
nut	-

Numerical Method ของการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ

ตารางที่ 21 แสดงเงื่อนไขขอบเขตของการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ

ชื่อ	เงื่อนไข
Inlet_M	Velocity inlet
Inlet_P	Velocity inlet
Outlet_M	Pressure outlet
Outlet_P	Pressure outlet
wall	Wall

ตารางที่ 22 แสดง Grid Independence ของแต่ละแบบจำลองความปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ

แบบจำลองความปั่นป่วน	Grid Independence (Cells)
Standard $k-\epsilon$: standard wall function	783,633
Standard $k-\epsilon$: non-equilibrium wall function	783,633
Standard $k-\epsilon$: enhanced wall treatment	783,633
RNG $k-\epsilon$: standard wall function	783,633
RNG $k-\epsilon$: non-equilibrium wall function	783,633
RNG $k-\epsilon$: enhanced wall treatment	783,633
Realizable $k-\epsilon$: standard wall function	783,633
Realizable $k-\epsilon$: non-equilibrium wall function	783,633
Realizable $k-\epsilon$: enhanced wall treatment	783,633
Standard $k-\omega$	783,633
SST $k-\omega$	783,633
Cubic model of Craft et al.	783,633
Present cubic model	783,633

ตารางที่ 23 แสดงการตั้งค่าของการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ

ตัวแปร	การตั้งค่า
Time	Steady
Materials	Air
Rotation	-
Mach number (Main stream)	0.6
Mach number (Plenum)	0
Temperature (Main stream) (K.)	540

Temperature (Plenum) (K.)	290
Pressure inlet (Main stream) (Pa.)	100,400
Pressure inlet (Outlet) (Pa.)	68,000
Energy equation	On

ตารางที่ 24 แสดงการตั้งค่า Solution Controls ของการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ

ตัวแปร	การตั้งค่า
Equations	Flow Turbulence
Pressure-Velocity Coupling	SIMPLE
Under-Relaxation Factors	
Pressure	0.3
Density	1
Body Forces	1
Momentum	0.7
Turbulent Kinetic Energy	0.8
Turbulent Dissipation Rate	0.8
Tubulent Viscosity	1
ตัวแปร	การตั้งค่า
Subgrid Kinetic Energy	-
Discretization	
Pressure	Standard
Momentum	Second Order Upwind
Turbulent Kinetic Energy	Second Order Upwind
Turbulent Dissipation Rate	Second Order Upwind

ตารางที่ 25 แสดงการตั้งค่า Residual ของการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ

Residual	Absolute Criteria
continuity	1.00E-06
x-velocity	1.00E-06
y-velocity	1.00E-06
z-velocity	1.00E-06
k	1.00E-06
epsilon	1.00E-06
nut	-

Numerical Method ของการวิเคราะห์ทางอุณหพลศาสตร์ของใบพัดกังหันก๊าซ

ตารางที่ 26 แสดงเงื่อนไขขอบเขตของการวิเคราะห์ทางอุณหพลศาสตร์ของใบพัดกังหันก๊าซ

ชื่อ	เงื่อนไข
Gas Inlet	Pressure inlet
Air Cooling Inlet	Pressure inlet
Gas Outlet	Pressure outlet
Air Cooling Outlet	Pressure outlet
wall	Wall

ตารางที่ 27 แสดงการตั้งค่าของการวิเคราะห์ทางอุณหพลศาสตร์ของใบพัดกังหันก๊าซ

ตัวแปร	การตั้งค่า
Time	Steady
Materials	Air
Rotation (rpm)	3,000

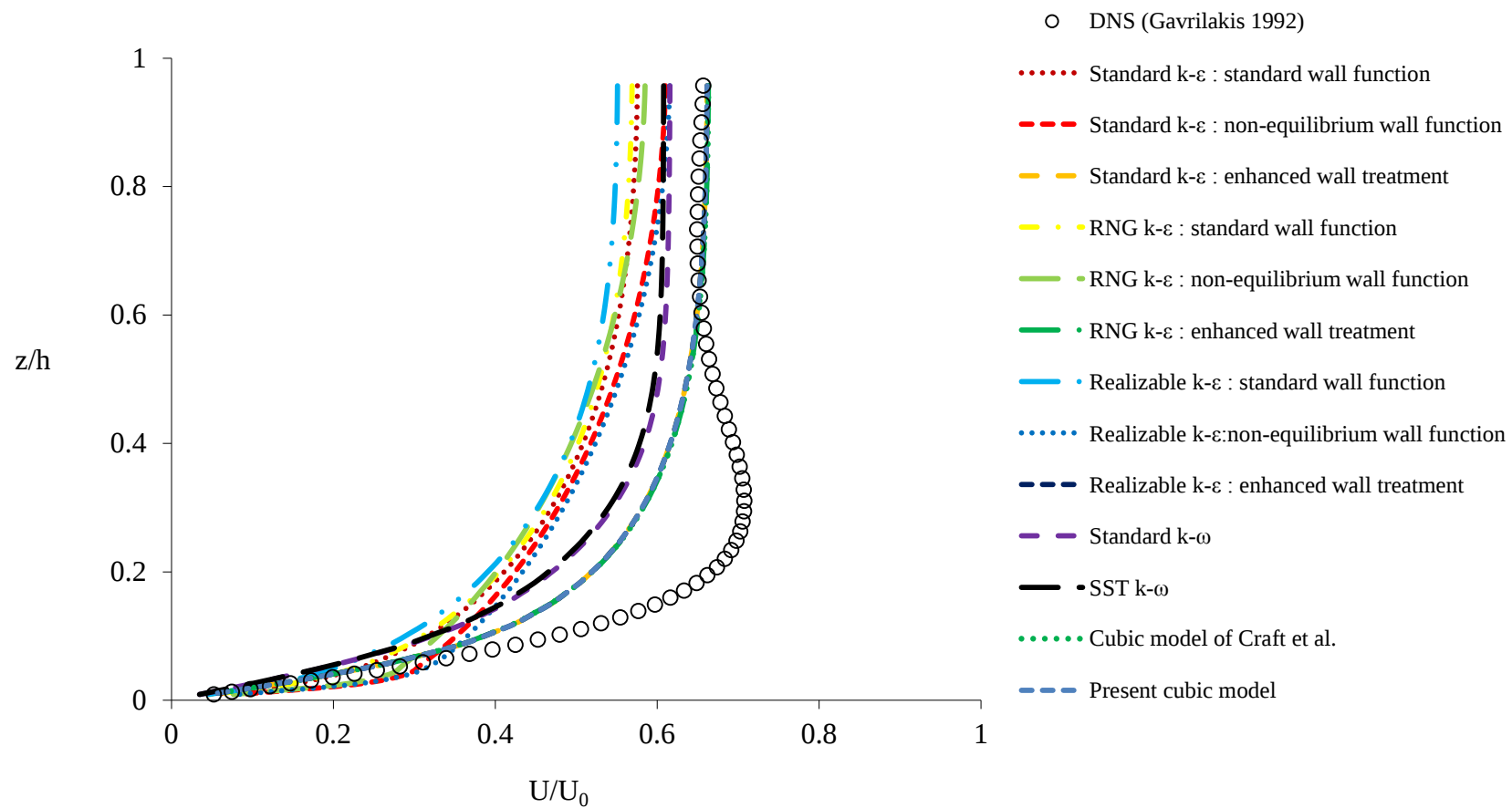
Temperature (Gas) (K.)	1,600
Temperature (Air Cooling) (K.)	660
Pressure inlet (Main stream) (Pa.)	100,400
Pressure inlet (Air Cooling) (Pa.)	101,000
Energy equation	On

ตารางที่ 28 แสดงการตั้งค่า Solution Controls ของการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ

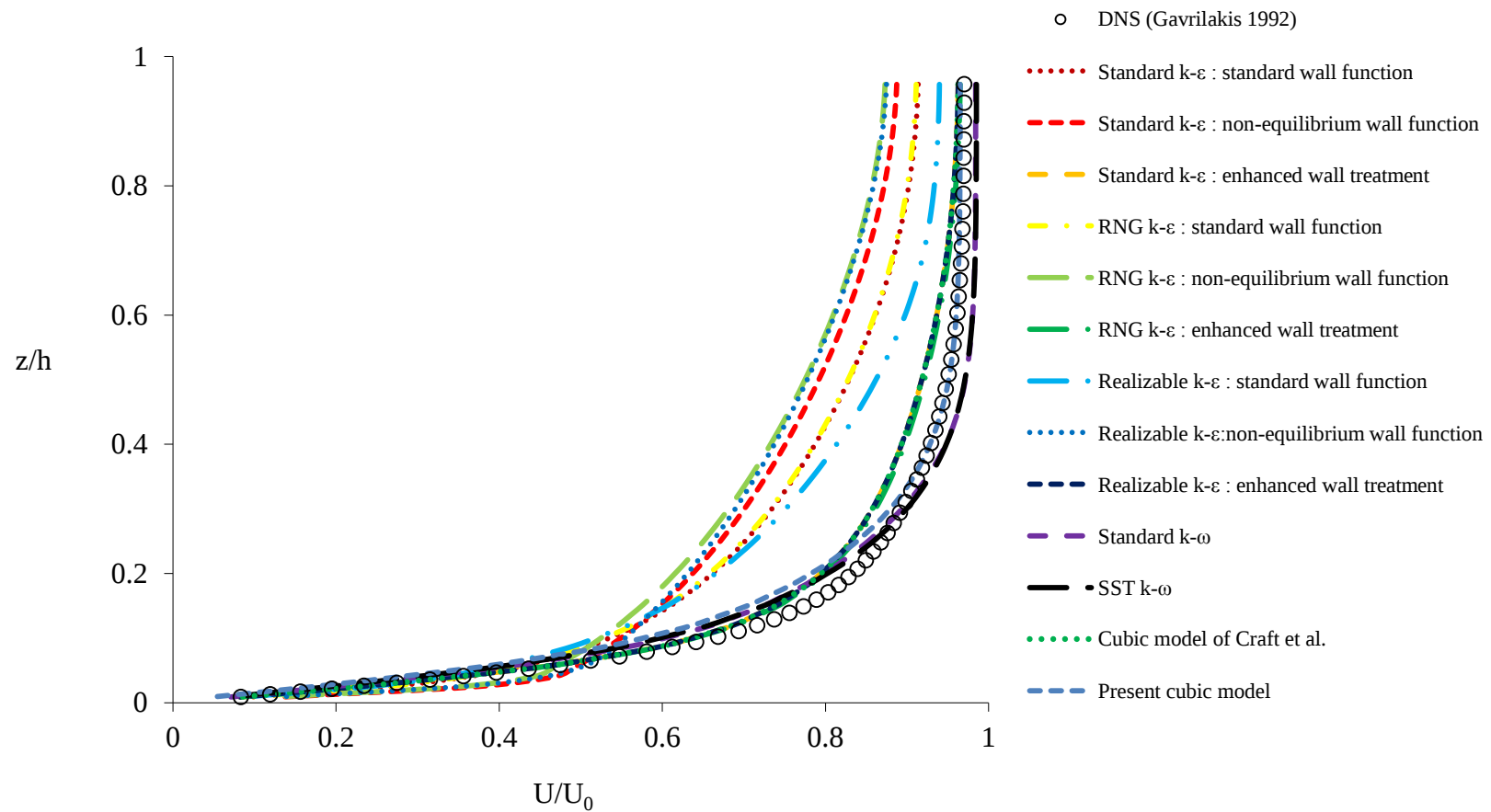
ตัวแปร	การตั้งค่า
Equations	Flow Turbulence
Pressure-Velocity Coupling	SIMPLE
Under-Relaxation Factors	
Pressure	0.3
Density	1
Body Forces	1
Momentum	0.7
Turbulent Kinetic Energy	0.8
Turbulent Dissipation Rate	0.8
Tubulent Viscosity	1
Subgrid Kinetic Energy	-
Discretization	
Pressure	Standard
Momentum	Second Order Upwind
Turbulent Kinetic Energy	Second Order Upwind
Turbulent Dissipation Rate	Second Order Upwind

ตารางที่ 29 แสดงการตั้งค่า Residual ของการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ

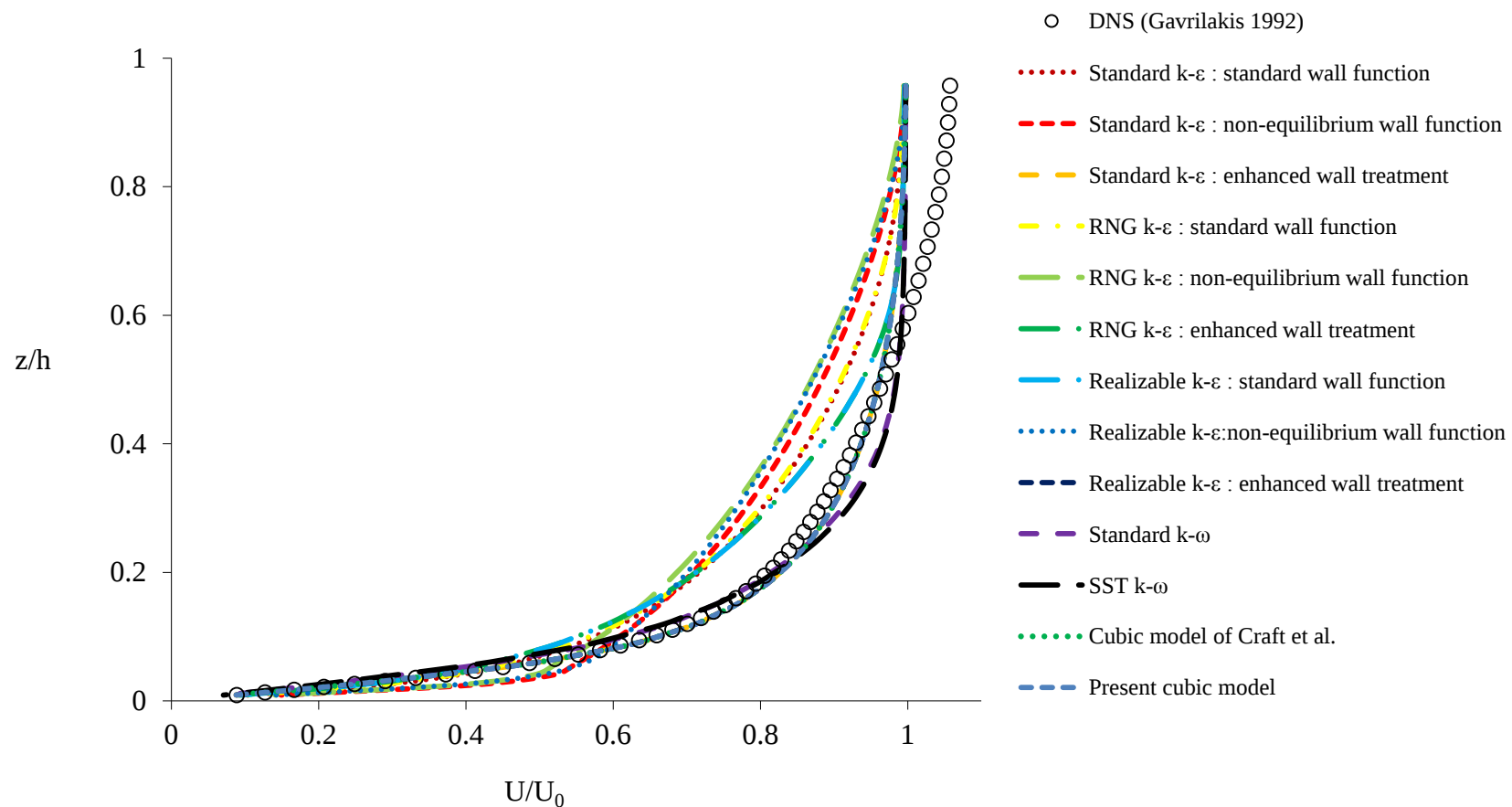
Residual	Absolute Criteria
continuity	1.00E-03
x-velocity	1.00E-03
y-velocity	1.00E-03
z-velocity	1.00E-03
k	1.00E-03
epsilon	1.00E-03
nut	-



ภาพที่ 12 แสดงการเปรียบเทียบรูปแบบความเร็วเฉลี่ยไว้มิติตามแกน x
ณ ตำแหน่ง $y/h = 0.1$ ที่ $Re_b = 4410$



ภาพที่ 13 แสดงการเปรียบเทียบรูปแบบความเร็วเฉลี่ยไว้มิติตามแกน x
ณ ตำแหน่ง $y/h = 0.5$ ที่ $Re_b = 4410$



ภาพที่ 14 แสดงการเปรียบเทียบรูปแบบความเร็วเฉลี่ยไว้มิติตามแกน x

ณ ตำแหน่ง $y/h = 0.9$ ที่ $Re_b = 4410$

Error! Not a valid link.

ภาพที่ 15 แสดงค่ารูปแบบความเร็วเฉลี่ยไร้มิติตามแกน x บนระนาบ xy

ณ ตำแหน่ง $z/h = 0.5$ ที่ $Ro = 0.055$

Error! Not a valid link.

ภาพที่ 16 แสดงค่ารูปแบบความเร็วเฉลี่ยไร้มิติตามแกน x บนระนาบ xy

ณ ตำแหน่ง $z/h = 0.5$ ที่ $Ro = 0.11$

Error! Not a valid link.

ภาพที่ 17 แสดงค่ารูปแบบความเร็วเฉลี่ยไร้มิติตามแกน x บนระนาบ xz

ณ ตำแหน่ง $y/h = 0.5$ ที่ $Ro = 0.055$

Error! Not a valid link.

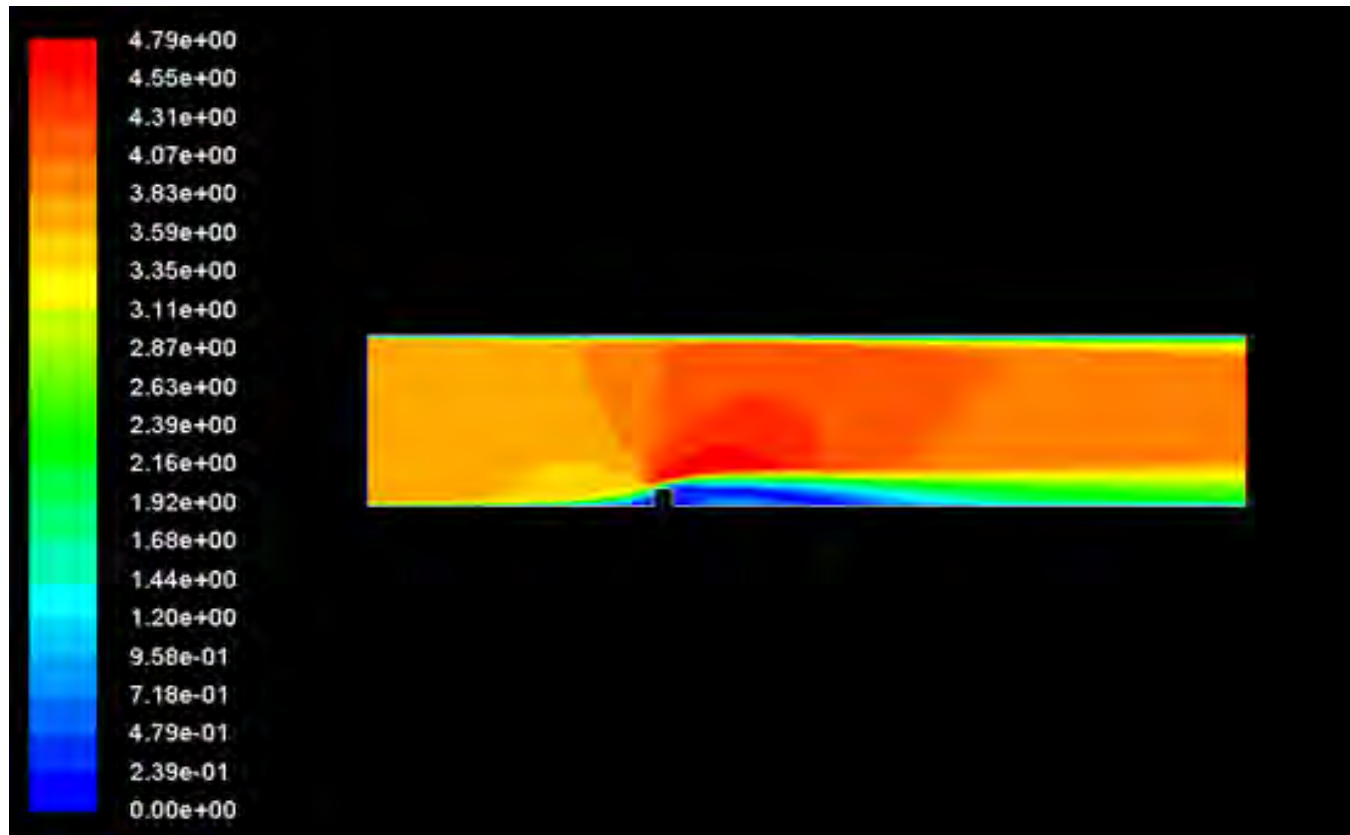
ภาพที่ 18 แสดงค่ารูปแบบความเร็วเฉลี่ยไร้มิติตามแกน x บนระนาบ xz

ณ ตำแหน่ง $y/h = 0.5$ ที่ $Ro = 0.11$

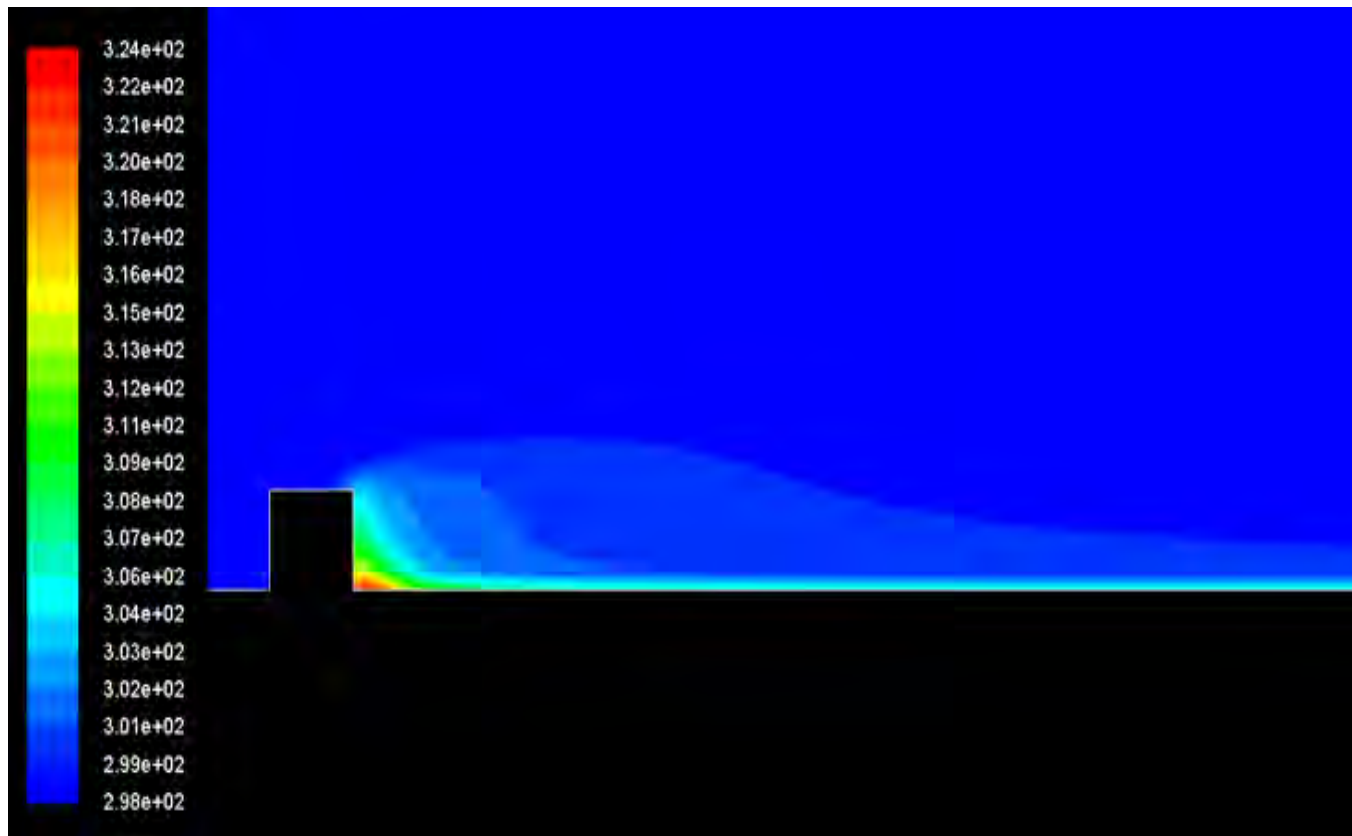
Error! Not a valid link.

ภาพที่ 19 แสดงค่า Nusselt number การไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง

ที่ $Pr = 0.71$



ภาพที่ 20 แสดงค่าความเร็ว ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง
ที่ $Pr = 0.71$



ภาพที่ 21 แสดงค่าอุณหภูมิ ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง
ที่ $Pr = 0.71$

Error! Not a valid link.

ภาพที่ 22 แสดงค่ารูปแบบความเร็วเฉลี่ยไร้มิติตามแนวการไหล

ณ ตำแหน่ง $\theta=0^\circ$, $Re=0$

Error! Not a valid link.

ภาพที่ 23 แสดงค่ารูปแบบความเร็วเฉลี่ยไร้มิติตามแนวการไหล

ณ ตำแหน่ง $\theta=90^\circ$, $Re=0$

Error! Not a valid link.

ภาพที่ 24 แสดงค่ารูปแบบความเร็วเฉลี่ยไร้มิติตามแนวการไหล

ณ ตำแหน่ง $s/d=3$, $Re=0$

Error! Not a valid link.

ภาพที่ 25 แสดงค่ารูปแบบความเร็วเฉลี่ยไร้มิติตามแนวการไหล

ณ ตำแหน่ง $\theta=0^\circ$, $Re=0.2$

Error! Not a valid link.

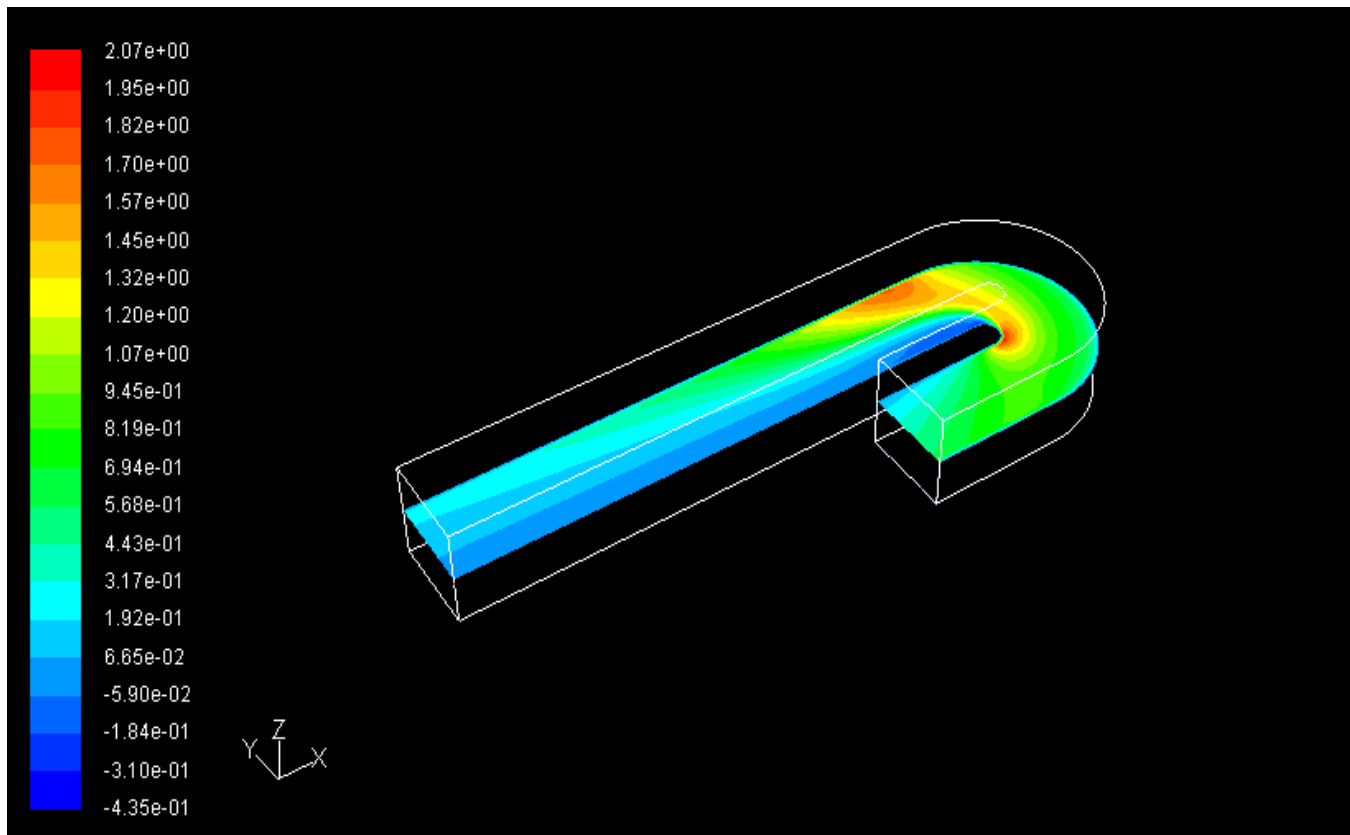
ภาพที่ 26 แสดงค่ารูปแบบความเร็วเฉลี่ยไร้มิติตามแนวการไหล

ณ ตำแหน่ง $\theta=90^\circ$, $Ro=0.2$

Error! Not a valid link.

ภาพที่ 27 แสดงค่ารูปแบบความเร็วเฉลี่ยไร้มิติตามแนวการไหล

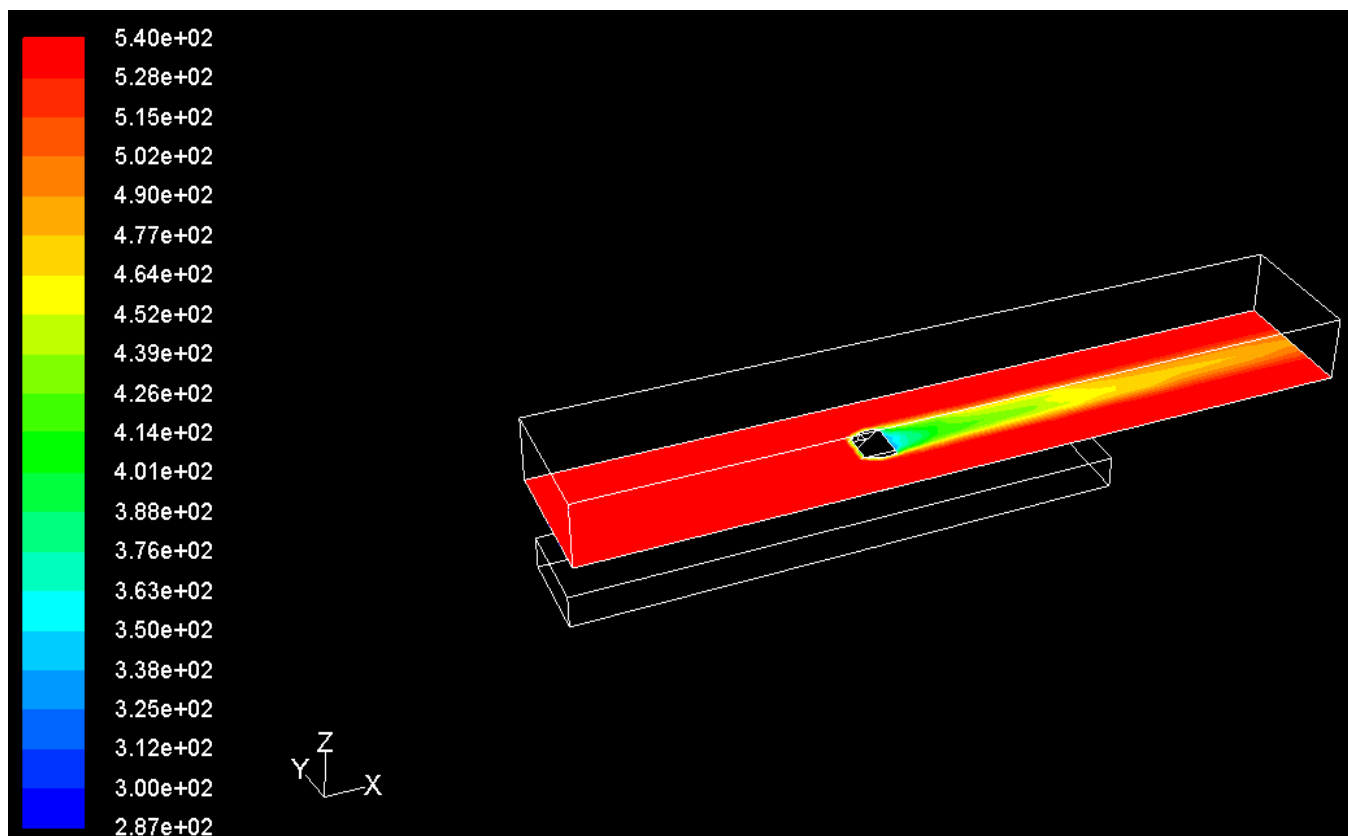
ณ ตำแหน่ง $s/d=3$, $Ro=0.2$



ภาพที่ 28 แสดงค่าความเร็วเฉลี่ย 3 มิติ ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู

Error! Not a valid link.

ภาพที่ 29 แสดงค่าประสิทธิภาพของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ



ภาพที่ 30 แสดงค่าอุณหภูมิ ของการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็น ใบพัดกังหันก๊าซ

ตารางที่ 30 เปรอ์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่ใช้การคำนวณเชิงตัวเลขโดยสมการเชิงเส้น

Case	Ro	Error percentage = $\left(\frac{ \text{experimental data} - \text{computational data} }{\text{experimental data}} \times 100 \% \right)$										
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1.1	0	19.14	25.5	23.17	18.78	24.8	23.43	15.66	26.08	23.17	24.01	23.84
1.2	0.055	37.83	35.6	38.02	38.63	35.37	37.92	39.08	35.83	35.03	39.66	39.27
1.3	0.11	25.15	21.51	25.16	25.75	22.3	25.07	26.36	21.75	25.18	26.34	25.98
2	0	14.04	18.23	10.5	16.62	20.36	7.41	13.6	14.78	6.7	21.28	21.21
3.1	0	9.48	9.36	9.39	14.59	14.22	14.59	13.72	14.79	8.69	8.79	14.87
3.2	0.2	6.42	6.65	6.53	10.43	15.42	3.79	11.89	10.26	13.17	14.31	13.14
4	0	10.16	16.15	8.99	16.15	27.35	16.15	15.36	10.98	8.78	13.19	13.7

โดย

- 1.1 = การไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม ($Ro=0$)
- 1.2 = การไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน ($Ro=0.055$)
- 1.3 = การไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน ($Ro=0.11$)
- 2 = การไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง
- 3.1 = การไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู ($Ro=0$)
- 3.2 = การไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู ($Ro=0.2$)
- 4 = การไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ
- A = Standard k- ϵ : standard wall function
- B = Standard k- ϵ : non-equilibrium wall function
- C = Standard k- ϵ : enhanced wall treatment
- D = RNG k- ϵ : standard wall function
- E = RNG k- ϵ : non-equilibrium wall function
- F = RNG k- ϵ : enhanced wall treatment
- G = Realizable k- ϵ : standard wall function
- H = Realizable k- ϵ : non-equilibrium wall function
- I = Realizable k- ϵ : enhanced wall treatment

J = Standard k- ω

K = SST k- ω

ตารางที่ 31 ค่าคงที่ที่ใช้ในสมการชนิดไม่เชิงเส้น สำหรับการวิเคราะห์ระบบระบายความร้อนในใบพัดกังหันก๊าซ

Type	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	Cp
Cubic model of Craft et al.	-0.1	0.1	0.26	-10C2 μ	0	-5C2 μ	5C2 μ	$\frac{0.3}{1 + 0.35 \left(\max(\tilde{S}, \tilde{\omega}) \right)^{1.5}} \times$ $\left(1 - \exp \left(\frac{-0.36}{\exp(-0.75 \max(\tilde{S}, \tilde{\omega}))} \right) \right)$
Present cubic model	-0.1	0.18	0.22	-10C2 μ	0	-5C2 μ	5C2 μ	$\frac{0.3}{1 + 0.35 \left(\max(\tilde{S}, \tilde{\omega}) \right)^{1.5}} \times$ $\left(1 - \exp \left(\frac{-0.36}{\exp(-0.75 \max(\tilde{S}, \tilde{\omega}))} \right) \right)$

ตารางที่ 32 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนที่ใช้การคำนวณเชิงตัวเลขโดยสมการเชิงเส้น (Realizable k- ϵ) เทียบกับสมการไม่เชิงเส้น (Cubic model of Craft et al. และ Present cubic model)

$\text{Error percentage} = \left(\frac{ \text{experimental data} - \text{computational data} }{\text{experimental data}} \times 100\% \right)$				
Case	Ro	Realizable k- ϵ :	Cubic model of Craft et al.	Present cubic model
		enhanced wall treatment		
1.1	0	23.17	21.85	21.09
1.2	0.055	35.03	26.66	26.03
1.3	0.11	25.18	17.55	16.61
2	0	6.7	6.41	6.4
3.1	0	8.69	8.3	6.38
3.2	0.2	13.17	3.73	3.56
4	0	8.78	6.98	6.68

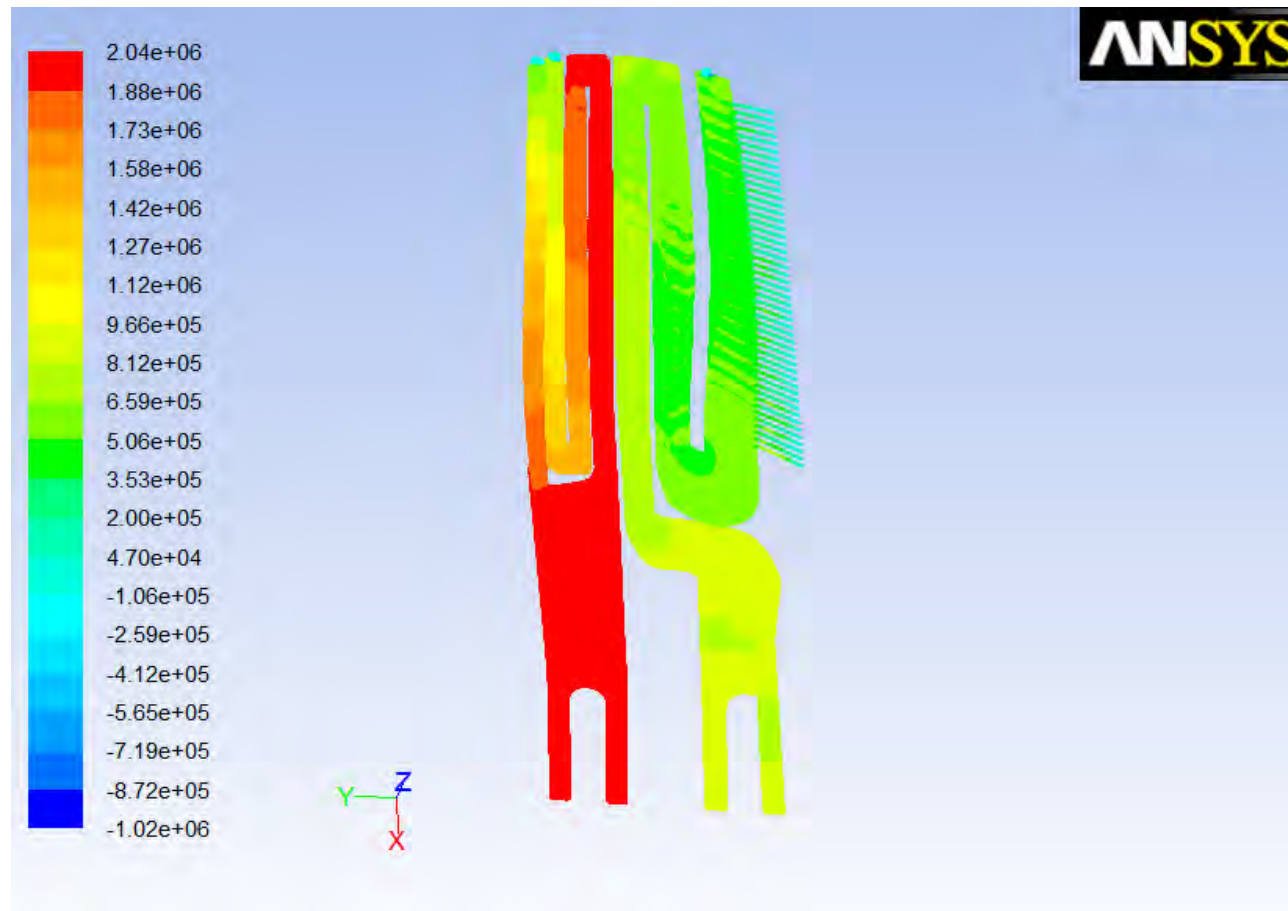
โดย

- 1.1 = การไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม ($Ro=0$)
- 1.2 = การไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน ($Ro=0.055$)
- 1.3 = การไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน ($Ro=0.11$)
- 2 = การไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง
- 3.1 = การไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู ($Ro=0$)
- 3.2 = การไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู ($Ro=0.2$)
- 4 = การไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ
- Ro = อัตราการหมุน (Rotating number)

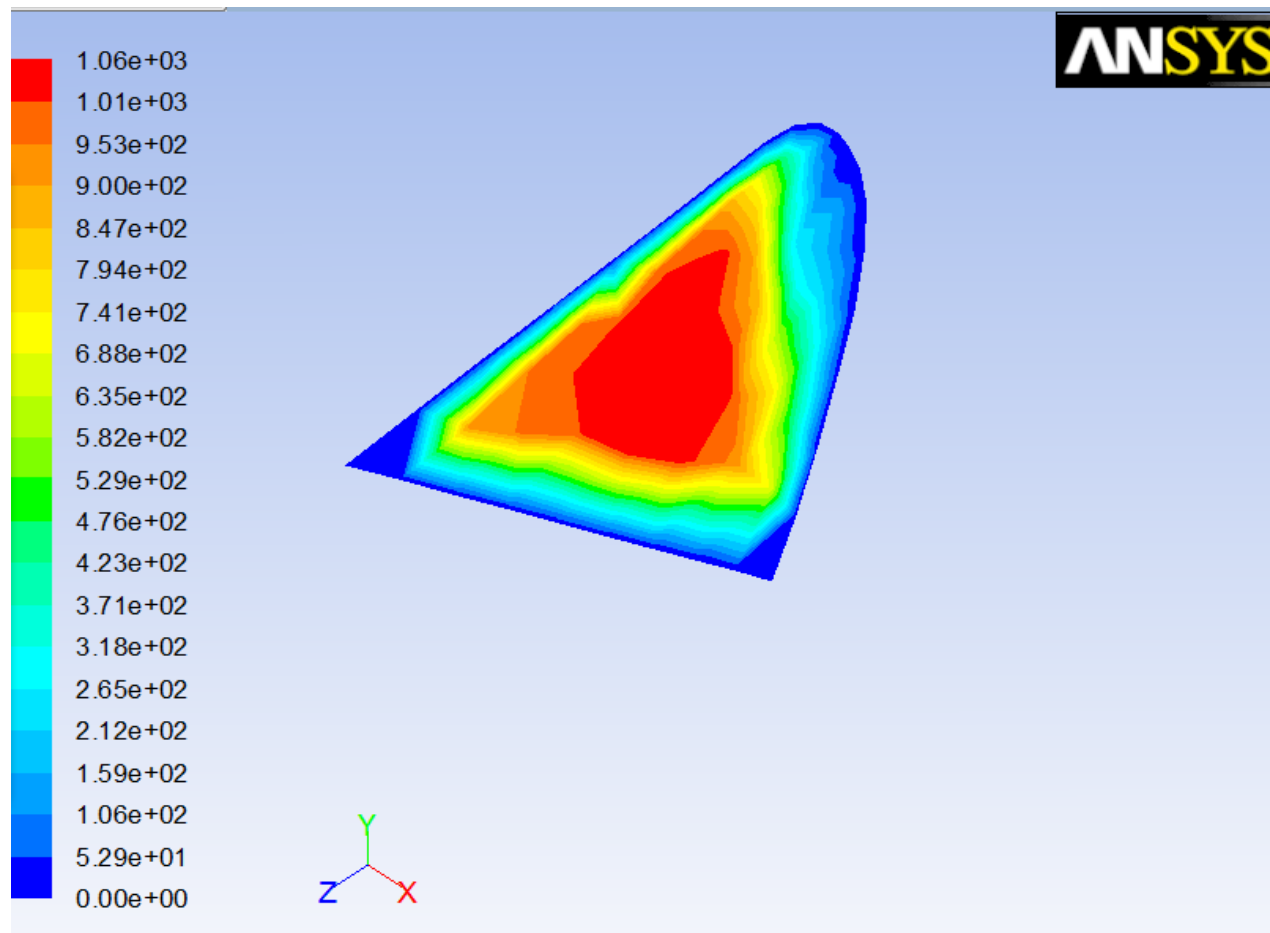
ตารางที่ 33 ผลการคำนวณเชิงตัวเลขที่ใช้สมการชนิดไม่เชิงเส้นของระบบระบายความร้อนในใบพัดกังหันก๊าซ

Location	Measured flow (kg/s)	Present cubic model (kg/s)	Error percentage
Channel 1	0.041	0.036	12.20
Channel 2	0.045	0.036	20.00

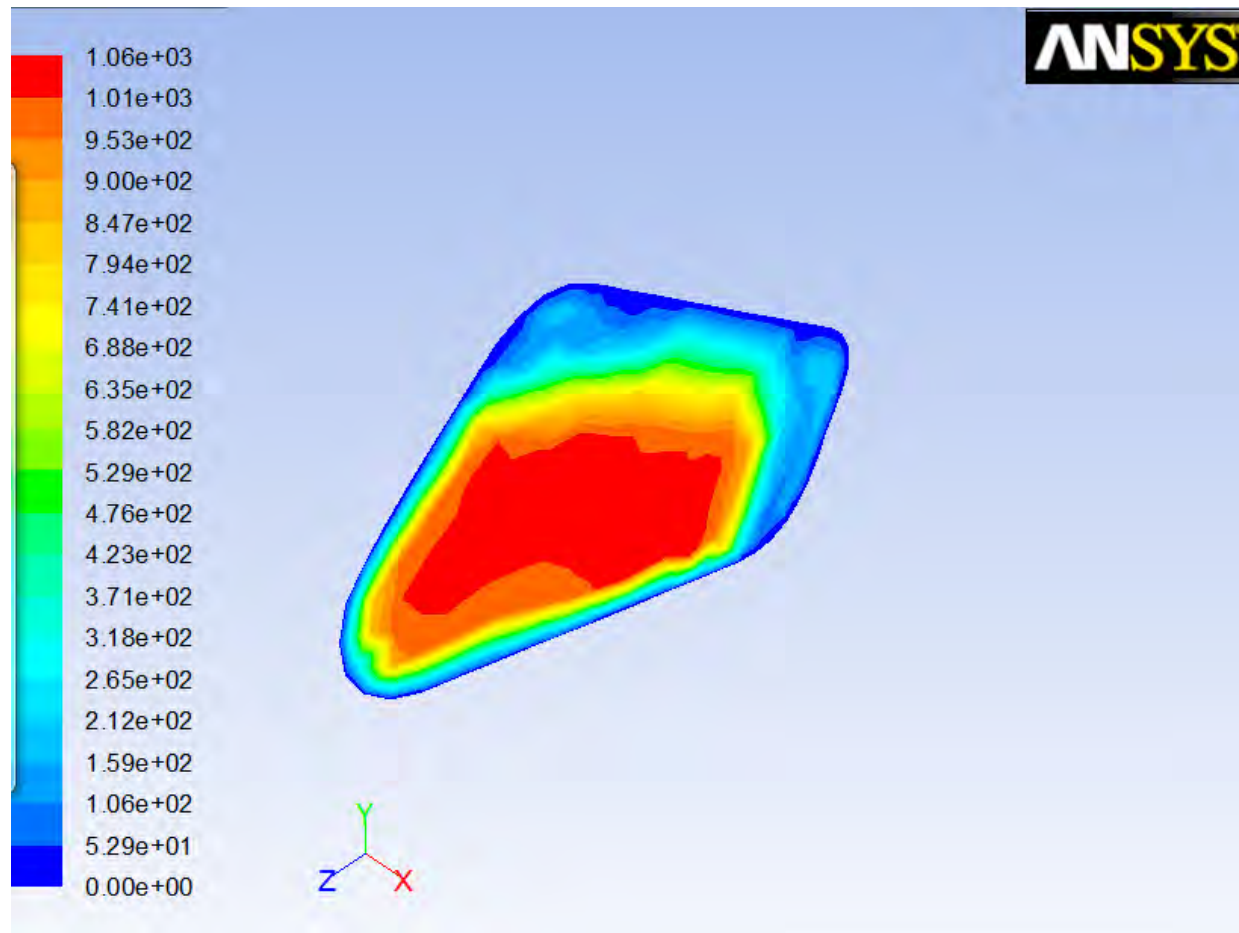
Channel 3	0.048	0.032	33.33
Channel 4 BH.	0.089	0.068	23.60



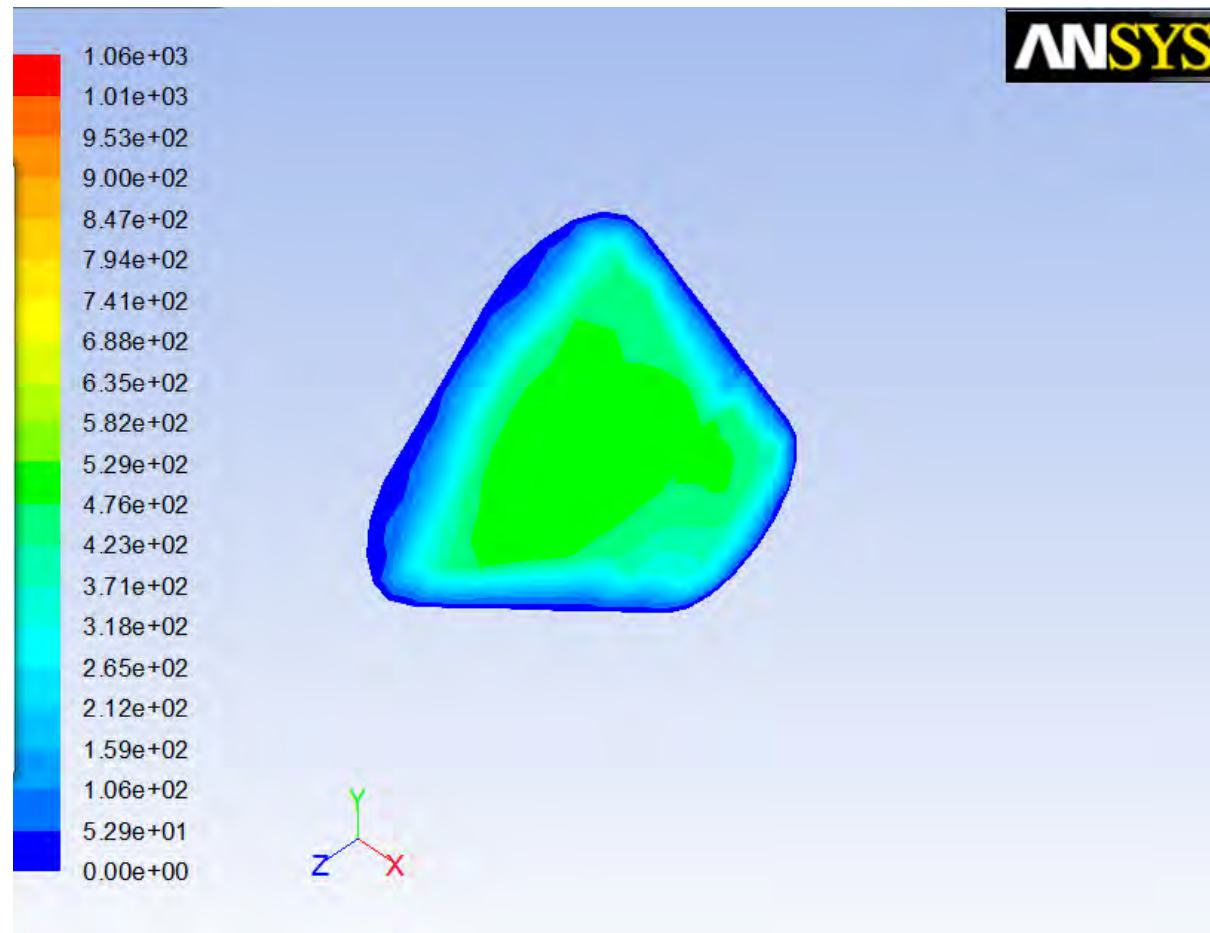
ภาพที่ 31 แสดง Static Pressure ของระบบระบายความร้อนในใบพัดกังหันก๊าซ



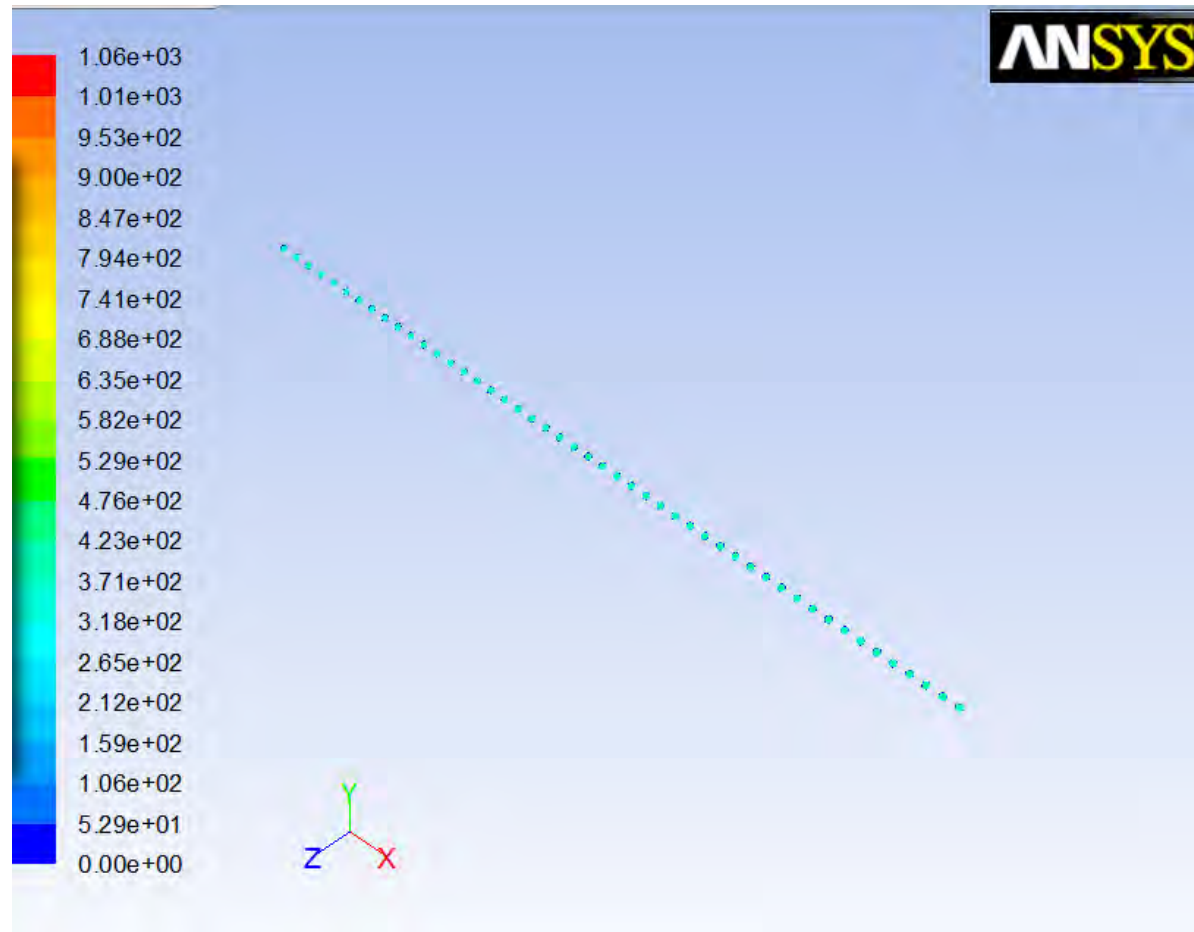
ภาพที่ 32 แสดงความเร็วของช่องระบายความร้อน (Inlet1) ในใบพัดกังหันก๊าซ



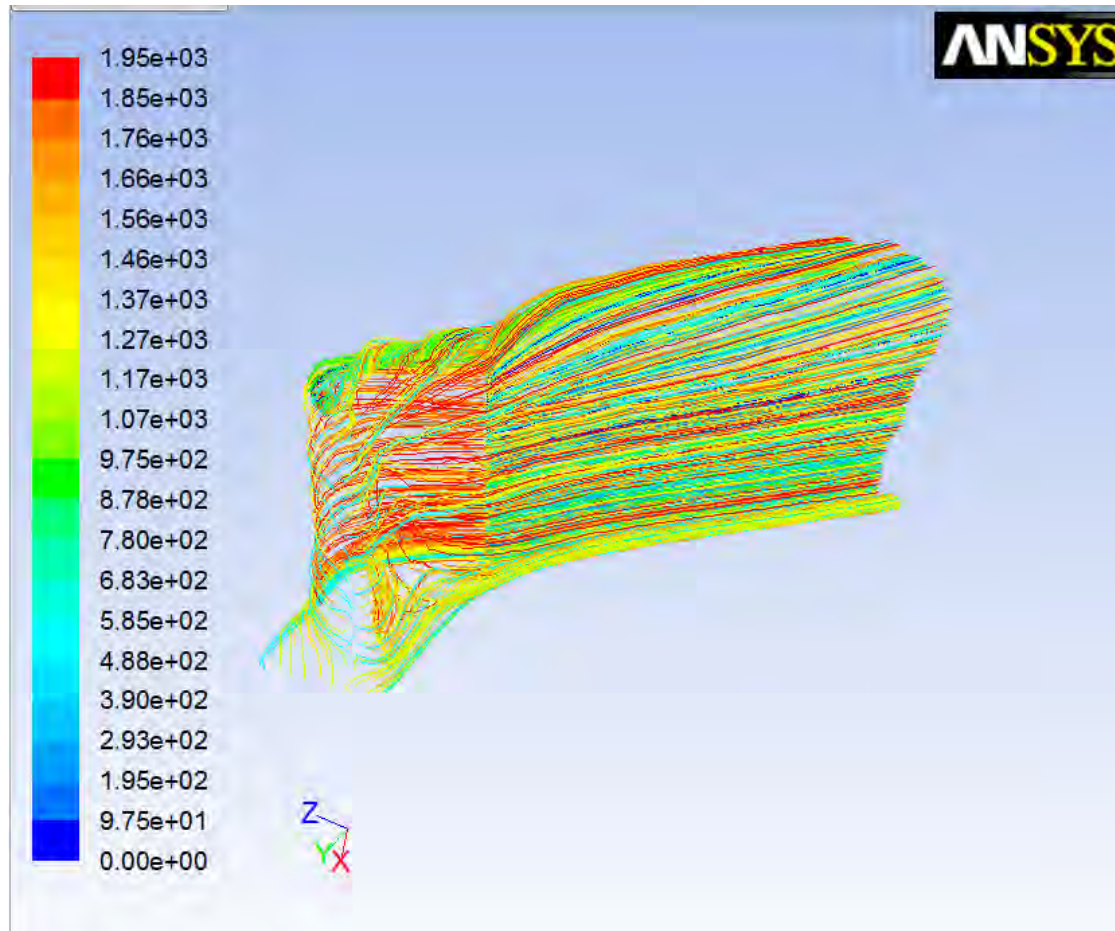
ภาพที่ 33 แสดงความเร็วของช่องระบายความร้อน (Inlet2) ในใบพัดกังหันก๊าซ



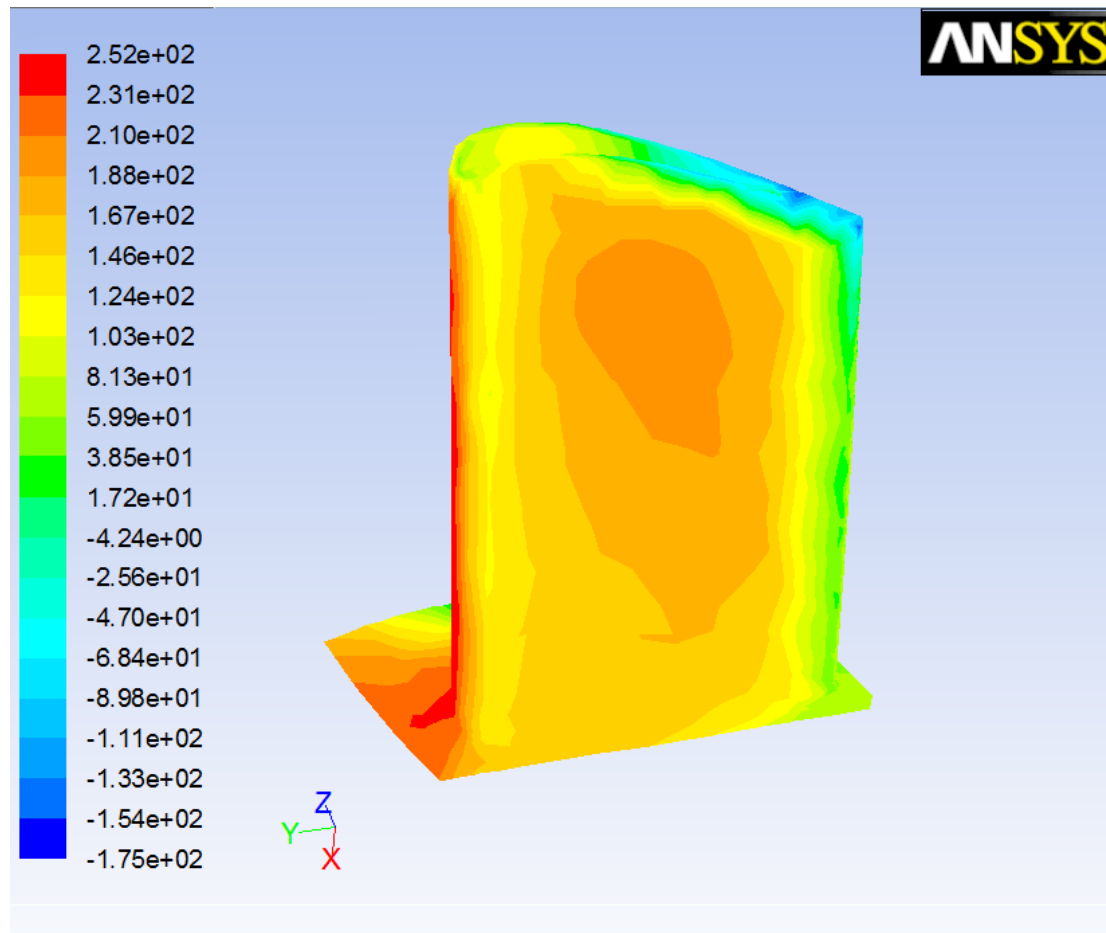
ภาพที่ 34 แสดงความเร็วของช่องระบายความร้อน (Inlet3) ในใบพัดกังหันก๊าซ



ภาพที่ 35 แสดงความเร็วของช่องระบายความร้อน (4BH) ในใบพัดกังหันก๊าซ



ภาพที่ 36 แสดง Pathlines colored by particle ของใบพัดกังหันก๊าซ



ภาพที่ 37 แสดง Static pressure ของใบพัดกังหันก๊าซ

ผลการศึกษา

ผลการพัฒนาแบบจำลองความปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่ไม่มีการหมุน

ผลการศึกษาโดยการจำลองการไหลผ่านท่อตรงหน้าตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ $Re_b = 4410$ โดยเปรียบเทียบกับผลการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรงของ Gavrilakis (1992) ภาพที่ 12 ถึง 13 แสดงการเปรียบเทียบรูปแบบความเร็วเฉลี่ยไร้มิติตามแกน x (streamwise velocity) ณ ตำแหน่ง $y/h = 0.1$, $y/h = 0.5$ และ $y/h = 0.9$ ตามลำดับ โดยที่ตำแหน่ง $y/h = 0.1$ เป็นบริเวณที่อยู่ใกล้ผิวมากที่สุด จากผลการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรง (DNS) จะเห็นได้ว่ารูปแบบความเร็วของการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรง มีผลกระทบเนื่องมาจากผลของการไหลวนสูงในตำแหน่ง $y/h = 0.1$ แสดง จากภาพที่ 12 พบว่าผลการศึกษาแบบจำลองความปั่นป่วนทั้งหมดยังไม่สามารถทำนายผลได้ดีเท่าที่ควร บริเวณ $z/h = 0$ ถึง 0.4 แต่บริเวณ $z/h = 0.5$ ขึ้นไป จากการศึกษาโดยใช้แบบจำลองความปั่นป่วนชนิดเชิงเส้น จากภาพที่ พบว่า แบบจำลองชนิดเชิงเส้น Realizable k- ϵ ที่ใช้ enhanced wall treatment มีความแม่นยำในการทำนายผลมากที่สุดและมีความเหมาะสมที่สุดที่จะนำมาพัฒนาเพื่อเพิ่มความสามารถของแบบจำลอง

โดยแบบจำลองความปั่นป่วนที่ได้ปรับปรุงใหม่ (Present cubic model) สามารถทำนายผลได้ดีที่สุด และจากภาพที่ 13 พิจารณา แสดงการเปรียบเทียบรูปแบบความเร็วเฉลี่ยไร้มิติตามแกน x ณ ตำแหน่ง $y/h = 0.5$ ที่ $Re_b = 4410$ พบว่า แบบจำลองความปั่นป่วนที่ปรับปรุงใหม่ (Present cubic model) สามารถทำนายผลได้แม่นยำมาก โดยผลการจำลองการโดยรวมพบว่าแบบจำลองความปั่นป่วนที่ได้ปรับปรุงใหม่ (Present cubic model) ให้ที่ดีกว่าแบบจำลองชนิดอื่น ทั้งช่วงใกล้ผิวและช่วงแกนกลางของท่อ

ผลการพัฒนาแบบจำลองความปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน

ผลการศึกษาแบบจำลองชนิดความปั่นป่วนผ่านการไหลผ่านท่อตรงหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุนของ Martensson et al. (2005) ที่ Re_b เท่ากับ 4400 และ Ro เท่ากับ 0.055 และ 0.11 จากภาพที่ 15 ถึง 18 แสดงค่าความเร็วเฉลี่ยไร้มิติตามแกน x บนระนาบ xy ณ ตำแหน่ง $z/h = 0.5$ ที่ Ro เท่ากับ 0.055 และ 0.11 ตามลำดับ โดยด้าน pressure side ($y/h = 1$) จะสังเกตเห็นการไหลวนอย่างชัดเจน ต่อมาที่บริเวณด้าน suction side ($y/h = 0$) ด้านนี้จะมีการไหลวนต่ำ พบว่าการไหลวนมีปริมาณสูงมากขึ้นที่บริเวณด้าน pressure side จากปรากฏการณ์การ

หมุนที่สูงขึ้นนี้ได้ส่งผลให้ค่าความเร็วเฉลี่ยไว้มิติตามแกน x ทั้งด้าน pressure และ suction side มีค่าที่สูง จากภาพที่ 15 ถึงภาพที่ 18 แสดงให้เห็นว่า แบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เป็นเชิงเส้นของ Craft et al. (Cubic model of Craft al) สามารถทำนายผลได้ดีกว่าแบบจำลองเชิงเส้นและแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เป็นเชิงเส้นซึ่งได้พัฒนาขึ้นมานั้น (Present cubic model) สามารถทำนายผลได้ดีกว่าแบบจำลองตัวอื่นๆ ซึ่งสามารถทำนายการไหลวนของด้าน pressure side ได้เป็นอย่างดี

ผลการพัฒนาแบบจำลองความปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง

ผลการศึกษาแบบจำลองความปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวางของ Acharya โดยพิจารณาที่ค่า Nusselt number และตำแหน่ง x/h ที่ตำแหน่งต่างๆ แสดงดังรูปที่ 19 นั้นพบว่าบริเวณหลังสิ่งกีดขวางพบว่ามีค่า Nusselt number ที่สูงเนื่องจากผลกระทบของการไหลวนและค่อยๆ ลดลงเมื่อผ่านสิ่งกีดขวางไกลออกไป จากผลการศึกษาแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดเชิงเส้น พบแบบจำลอง Realizable $k-\epsilon$: enhanced wall treatment สามารถทำนายผลได้ดีที่สุดในแบบจำลองชนิดเชิงเส้นด้วยกัน จึงถูกนำไปพัฒนาใช้ในแบบจำลองชนิดไม่เป็นเชิงเส้น เมื่อพิจารณาผลของแบบจำลองชนิดไม่เป็นเชิงเส้นพบว่าแบบจำลองของ Craft et al. (Cubic model of Craft al) สามารถทำนายผลโดยรวมได้แม่นยำกว่าแบบจำลองเชิงเส้น และพบว่าแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เป็นเชิงเส้นซึ่งได้พัฒนาขึ้นมานั้น (Present cubic model) สามารถทำนายผล Nusselt number ณ ตำแหน่งต่างๆ หลังสิ่งกีดขวางได้ดีที่สุด โดยเฉพาะบริเวณ x/h น้อยกว่า 5 ซึ่งบริเวณนี้เป็นบริเวณที่ได้รับผลกระทบของการไหลวนสูง

ผลการพัฒนาแบบจำลองความปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู

ผลการศึกษาแบบจำลองความปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยูที่มีการหมุน ($Ro=0$) และไม่มีการหมุน ($Ro=0.2$) เทียบกับผลการทดลองของ Iacovides 1996 โดยพิจารณาค่าความเร็วเฉลี่ยไว้มิติตามแนวแกนการไหล ณ ตำแหน่ง ก่อนโค้งรูปตัวยู ($\theta=0^\circ$), ตำแหน่งกลางโค้งรูปตัวยู (90°) และตำแหน่งหลังโค้งรูปตัวยู ($s/d = 3$) พบแบบจำลอง Realizable $k-\epsilon$ ที่ใช้ร่วมกับ enhanced wall treatment สามารถทำนายผลได้ดีที่สุดในแบบจำลองชนิดเชิงเส้นด้วยกัน จึงถูกนำไปพัฒนาใช้ในแบบจำลองชนิดไม่เป็นเชิงเส้น เมื่อพิจารณาผลของแบบจำลองชนิดไม่เป็นเชิงเส้นพบว่าแบบจำลองของ Craft et al. (Cubic model of Craft al) สามารถทำนายผลโดยรวมได้แม่นยำ

กว่าแบบจำลองเชิงเส้น และพบว่าแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เป็นเชิงเส้นซึ่งได้พัฒนาขึ้นมา นั้น (Present cubic model) สามารถทำนายผล ความเร็วเฉลี่ยไว้ได้ดีตามแนวแกนการไหล ณ ตำแหน่งต่างๆ โดยเฉพาะตำแหน่งกลางโค้งรูปตัวยู (90°) แสดงดังรูปที่ 23 Present cubic model สามารถทำนายผลบริเวณกลางโค้ง $n/d = 0.2$ ถึง 0.8 ได้ดีกว่า แบบจำลองชนิดอื่นๆ ซึ่งบริเวณนี้เป็น บริเวณที่ได้รับผลกระทบของการไหลวนสูง เมื่อพิจารณากรณีที่มีการหมุนของท่อประกอบด้วย แล้วนั้น จากภาพที่ 26 พบว่าแบบจำลอง Present cubic model สามารถทำนายผลได้เป็นที่น่าพอใจ ผลกระทบของการไหลผ่าน โค้งแสดงปรากฏการณ์นี้แสดงดังภาพที่ 28 แสดงให้เห็นว่าเริ่มมีการ ไหลปั่นป่วนที่จุดเริ่มเข้าโค้งและมากที่สุดที่ก่อนกลางโค้งและความปั่นป่วนเพิ่มขึ้นสูงตามแนว $s/D = 3$

ผลการพัฒนาแบบจำลองความปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นในพัดกังหันก๊าซ

ผลการศึกษาแบบจำลองความปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นในพัดกังหันก๊าซ เทียบกับผลการ ทดลองของ Gritsch (1998) โดยพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อน (η) ณ ตำแหน่ง หลัง ช่องระบายความร้อนตั้งแต่ $x/d = 0$ ถึง 10 พบแบบจำลอง Realizable $k-\epsilon$ ที่ใช้ร่วมกับ enhanced wall treatment สามารถทำนายผลได้ดีที่สุดในแบบจำลองชนิดเชิงเส้นด้วยกัน จึงถูกนำไปพัฒนาใช้ใน แบบจำลองชนิดไม่เป็นเชิงเส้น เมื่อพิจารณาผลของแบบจำลองชนิดไม่เป็นเชิงเส้นพบว่า แบบจำลองของ Craft et al. (Cubic model of Craft et al) สามารถทำนายผลโดยรวมได้แม่นยำกว่า แบบจำลองเชิงเส้น และพบว่าแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เป็นเชิงเส้นซึ่งได้พัฒนาขึ้นมา นั้น (Present cubic model) สามารถทำนายผลค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อน (η) ณ ตำแหน่งหลัง ช่องระบายความร้อน โดยเฉพาะตำแหน่ง $x/d = 0$ ถึง 6 ได้ดีกว่าแบบจำลองชนิดอื่นๆ ซึ่งบริเวณนี้ เป็นบริเวณที่ได้รับผลกระทบของการไหลวนสูง อีกทั้งตำแหน่งนี้มีการถ่ายเทความร้อนที่สูงกว่า บริเวณอื่นๆ แสดงดังภาพที่ 29 และแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เป็นเชิงเส้นซึ่งได้พัฒนาขึ้นมา นั้น (Present cubic model) สามารถแสดงผลของฟิล์มที่เข้าเคลือบผิวได้อย่างชัดเจนแสดงดังภาพที่ 30 อุณหภูมิของการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นในพัดกังหันก๊าซ

ผลการคำนวณเชิงตัวเลขที่ใช้สมการชนิดไม่เป็นเชิงเส้น(Present cubic model)

ของระบบระบายความร้อนในใบพัดกังหันก๊าซ

ผลการคำนวณแบบจำลองเชิงตัวเลขของระบบระบายความร้อนในใบพัดกังหันก๊าซ ซึ่ง

เป็นใบพัดกังหันก๊าซที่ใช้จริงของการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย (กฟผ.) ภายในระบบระบายความร้อนนี้ถูกออกแบบอย่างสลับซับซ้อน เพื่อหล่อเย็นในพัดให้มีอุณหภูมิต่ำลงเมื่อใช้งาน ได้การคำนวณเชิงตัวเลขนี้ได้นำแบบจำลองความปั่นป่วนซึ่งถูกพัฒนาขึ้นจากกรณีศึกษาต่างๆในระบบการระบายความร้อนข้างต้น ซึ่งแสดงค่าคงที่ดังตารางที่ 30 อีกทั้งได้เปรียบเทียบกับผลการทดลองจาก Report Summary Bucket Life Management System for Advanced F Class Gas Turbines Electric Power Research Institute (EPRI.) โดยพิจารณาค่าอัตราการไหลที่ไหลออกจากช่องระบายความร้อน พบว่า สามารถทำนายผลได้เป็นที่น่าพอใจ แสดงดังตารางที่ 33 ซึ่งเมื่อแบบจำลองไปใช้กับเงื่อนไขจริงทำให้สามารถเห็นปรากฏการณ์ การไหลในระบบระบายความร้อนได้อย่างชัดเจน แสดงดังภาพที่ 31

ในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาไปถึงก๊าซร้อนที่มีผลกระทบต่อใบพัด โดยใช้แบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เป็นเชิงเส้นที่ได้พัฒนาขึ้นมานั้น (Present cubic model) ซึ่งสามารถทำนายผลและแสดง Pathlines colored by particle ดังภาพที่ 33 เมื่อพิจารณาถึง Pressure ที่ส่งผลกระทบต่อใบพัด กังหันก๊าซพบว่ามีความสูงบริเวณ Pressure side และสูงสุดบริเวณใกล้ Hub

สรุปผลการศึกษา

การศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนชนิดเชิงเส้น ของกรณีศึกษาระบบระบายความร้อนในใบพัดกังหันก๊าซนั้น ได้ทำการเปรียบเทียบกับค่าอ้างอิง พิสูจน์ให้เห็นว่าแบบจำลองชนิดเชิงเส้น Realizable k- ϵ ที่ใช้ enhanced wall function มีความเหมาะสมที่สุดที่จะนำไปพัฒนาเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพต่อไป ในแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เป็นเชิงเส้น

ในการศึกษาแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้น โดยใช้สมการความเค้นเรย์โนลด์ของ Craft et al. (1996) ที่ได้รับการปรับปรุง damping function (Present cubic model) นั้นสามารถทำนายการไหลแบบปั่นป่วนของทุกกรณีศึกษาได้ดีกว่าแบบจำลองแบบอื่นๆ จึงสามารถสรุปได้ว่าสมการของ Craft et al. (1996) ที่ได้ปรับปรุงค่า damping function (Present cubic model) นั้นมีความเหมาะสมที่สุดในการจำลองการไหลของระบบระบายความร้อนในใบพัดกังหันก๊าซ เพื่อนำไปประยุกต์ใช้กับใบพัดกังหันก๊าซจริง

ในวิเคราะห์การไหลผ่านระบบระบายความร้อนในใบพัดกังหันก๊าซจริงนั้น พบว่าสมการของ Craft et al. (1996) ที่ได้ปรับปรุงค่า damping function (Present cubic model) สามารถทำนายผลได้เป็นที่น่าพอใจเมื่อเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากผลการทดลอง โดยสามารถแสดงรูปแบบการไหลที่สลับซับซ้อนได้ ซึ่งสามารถนำไปใช้วิเคราะห์หา Thermal stress ได้ในหาคีตาต่อไป

ข้อเสนอแนะ

เพื่อเป็นแนวทางในทางพัฒนาเพื่อปรับปรุง และแก้ไขความคลาดเคลื่อนของผลการศึกษา นั้น ผู้วิจัยได้นำปัจจัยที่ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการศึกษานี้มาอธิบายในหัวข้อนี้

1. ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในการแก้ปัญหา เนื่องจากการจำลองการไหลในซอฟต์แวร์สำเร็จรูปทางพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณทั่วไปนั้นจำเป็นต้องใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในการแก้ปัญหของระบบสมการ สำหรับระเบียบวิธีเชิงตัวเลขนั้นผลลัพธ์ที่ได้เป็นค่าจากการประมาณ ซึ่งค่าที่ได้จากการประมาณนั้นย่อมมีค่าความคลาดเคลื่อนเป็นจำนวนมาก ดังนั้นระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่มีประสิทธิภาพสูงจึงเป็นประโยชน์มากในการลดค่าความคลาดเคลื่อน นอกจากนี้การคำนวณของระเบียบวิธีเชิงตัวเลขจำเป็นต้องมีการใช้ค่าเริ่มต้นเพื่อแก้ปัญหของระบบสมการ ซึ่งการกำหนดค่าเริ่มต้นที่เหมาะสมกับปัญหาย่อมส่งผลถึงผลลัพธ์ที่ได้มีความถูกต้องมากขึ้น

2. ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากจำนวนของกริดที่ไม่เพียงพอ สำหรับการแก้ปัญหาในซอฟต์แวร์สำเร็จรูปทางพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณนั้น ได้มีการแบ่งปัญหาเป็นขอบเขตเล็กๆ หรือกริด เมื่อปัญหาที่ใช้ในการศึกษามีความซับซ้อนมากขึ้นจึงจำเป็นต้องใช้จำนวนกริดที่มากขึ้น และขนาดที่เล็กลง เพื่อที่จะทำนายสเกลการไหลขนาดเล็กได้ ถ้าใช้จำนวนกริดน้อยไปจะทำให้ผลในการทำนายนั้นคลาดเคลื่อนไปด้วย และเมื่อต้องใช้กริดจำนวนมาก ส่งผลทำให้สมรรถนะของเครื่องคอมพิวเตอร์ต้องสูงขึ้นตามไปด้วย

3. ความคลาดเคลื่อนเนื่องจาก การแบ่งจำนวนกริดในกรณีของของไหลที่ต้องส่งถ่ายผลเฉลยสู่ของแข็ง สำหรับการแก้ปัญหาในซอฟต์แวร์สำเร็จรูปทางพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณนั้น การแบ่งจำนวนกริดในกรณีของของแข็งต้องสัมพันธ์ในรูปแบบเดียวและขนาดที่ใกล้เคียงกันกับการแบ่งกริดในของไหล เพื่อการส่งถ่ายผลเฉลยของสมการระเบียบวิธีเชิงตัวเลขจะได้มีความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด

4. ในการศึกษาการไหลของระบบระบายความร้อนของใบพัดกังหันก๊าซนั้น แบบดังกล่าวมีความซับซ้อนมาก และด้วยแบบโดยเขียนด้วยวิธี 3D Scan จึงควรปรับปรุงแบบให้สมบูรณ์และใกล้เคียงกับของจริงมากที่สุด

5. ในพัฒนางานวิจัยนี้ในอนาคตควมให้ความสำคัญกับ Film Cooling ซึ่งมีผลต่ออุณหภูมิที่ผิวของใบพัด

เอกสารและสิ่งอ้างอิง

- วรารักษ์รัตน์ จันทสาโร, สืบสกุล คุรุรัตน์, จิรโรจน์ บุรณะโรจน์ และ เอกชัย จันทสาโร. 2547. การศึกษาเชิงเปรียบเทียบของสมการความเค้นเรย์โนลด์ในแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้นสำหรับ *CFD* , การประชุมเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 18. มหาวิทยาลัยขอนแก่น, ขอนแก่น.
- สืบสกุล คุรุรัตน์, เอกชัย จันทสาโร และ วรารักษ์รัตน์ จันทสาโร. 2548 การประเมินแบบจำลองความปั่นป่วนชนิด $k-\omega$ SST สำหรับการไหลแบบ Wall Bounded Flows ภายในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส 3 มิติ, การประชุมเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 19. มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์, ภูเก็ต.
- Apsley, D.D. and M.A. Leschziner. 1998. A New Low-Reynolds-Number Nonlinear Two-Equation Turbulence Model for Complex Flows. **International Journal of Heat and Fluid Flow**. 19: 209-222.
- Abe, K., Y. J. Jang and M.A. Leschziner. 2003. An Investigation of Wall-Anisotropy Expression and Length-Scale Equations for Non-Linear Eddy-Viscosity Models. **International Journal of Heat and Fluid Flow**. 24: 181-198.
- Barth, T.J. and D. Jespersen. 1989. The Design and Application of Upwind Schemes on Unstructured Meshes. **Technical Report AIAA-89-0366 AIAA 27th Aerospace Sciences Meeting Reno Nevada**.
- Belhoucine, L., M. Deville, A.R. Elazehari and M.O. Bensalah. 2004. Explicit Algebraic Reynolds Stress Model of Incompressible Turbulent Flow in Rotating Square Duct. **Computers & Fluids**. 33: 179-199
- Boussinesq, J. 1877. Theory de L'ecoulment Tourbillant. **Memoires Presentes Par Divers Savants Sciences Mathematique at Physiques**. 23: 46-50.

- Craft , T.J., B.E. Launder and K. Suga. 1996. Development and Application of a Cubic Eddy-Viscosity Model of Turbulence. **International Journal of Heat and Fluid Flow**. 17: 108-115.
- Gavrilakis, E. 1992. Numerical Simulation of Low-Reynolds number Turbulence Flow Through a Straight Square Duct. **Journal of Fluid Mechanics**. 244: 101-129.
- Gururatana, S., E. Juntasaro and V. Juntasaro. 2005. Comparative Study of Reynolds-Stress Expression in Non-Linear Turbulence Models for Secondary Flows in a Square Duct. **The 9th Annual National Symposium on Computational Science and Engineering**, Mahidol university, Bangkok ,Thailand.
- Gururatana, S., V. Juttijudata, E. Juntasaro and V. Juntasaro. 2006. Prediction 3D Turbulence Induced Secondary Flows in Rotating Square Duct. **Whither Turbulence Prediction and Control**. Seoul national university, Seoul, Korea.
- Iacovides, H. 2004. Applications in Convective Heat Transfer with Emphasis on Blade Cooling Flows Part I , Background & Methodologies. **Wall-Bounded and Free-Surface Turbulence and Its Computation**. National university of Singapore, Singapore
- Juntasaro, V., S. Gururatana, J. Buranarote and E. Juntasaro. 2005. A New Reynolds-Stress Expression Based on DNS Data in Non-Liner Eddy-Viscosity Turbulence Model For Complex Flows. **The Fourth International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena (TSFP 4)**. Virginia, U.S.A.
- Kim, S.E. and D. Choudhury. 1995. A Near-Wall Treatment Using Wall Functions Sensitized to Pressure Gradient. **In ASME FED 217 ASME**.
- Kader, B. 1993. Temperature and Concentration Profiles in Fully Turbulent Boundary Layers. **International Journal Heat Mass Transfer**. 24: 541-1544

- Kim, J., P. Moin and R. Moser. 1987. Turbulent Statistics in Fully Developed Channel Flow at Low Reynolds Number. **Journal of Fluid Mechanics**. 177:133-166.
- Launder, B.E. and B. Sharma. 1974. Application of The Energy Dissipation Model of Turbulence to The Calculation of Flow Near a Spinning Disc. **Lett. Heat and Mass Transfer**. 1:131-138.
- Launder, B.E. and D.B. Spalding. 1972. **Lecture in Mathematical Models of Turbulence**. Academic Press, London, England.
- Launder, B.E. and D.B. Spalding. 1974. The Numerical Computation of Turbulent Flows. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**. 3: 269-289.
- Leonard, B.P. and S. Mokhtari. 1990. ULTRA-SHARP Nonoscillatory Convection Schemes for High-Speed Steady Multidimensional Flow. **NASA TM 1-2568 (ICOMP-90-12)**
- Lien, F. S., W.L. Lien and M.A. Leschziner. 1996. Low-Reynolds-Number Eddy-Viscosity Modeling Based on Non-linear Stress-Strain/Vorticity Relations. **Engineering Turbulence Modelling and Experiments** 3. 1: 91-100.
- Martensson, G.E., G. Brethouwer and A.V. Johansson. 2005. Direct Numerical Simulation of Rotating Turbulent Duct Flow. **The Fourth International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena (TSFP 4)**. Virginia, U.S.A.
- Menter, F.R. 1994. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. **AIAA Journal**. 32: 1598-1605.
- Nisizima, S. and A. Yoshizawa. 1987. Turbulent Channel and Couette Flows using an Anisotropic $k - \epsilon$ Model. **AIAA Journal**. 25: 414-420.

- Myong, H.K. and N. Kasagi. 1990. Prediction of Anisotropy of the Near-Wall Turbulence with an Anisotropic Low-Reynolds-Number $k-\varepsilon$ Turbulence Model. **Journal of Fluids Engineering**. 112: 521-524.
- Pallares, J. and L. Davidson. 2000. Large-eddy Simulations of Turbulent Flow in a Rotating Square Duct. **Phy. Fluids**. 12: 2878-2894.
- Patankar, S.V. 1980. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**. Hemisphere, Washington, D.C.
- Pope, S.B. 1975. A More General Effective-Viscosity Hypothesis. **Journal of Fluid Mechanics**. 72: 331-340.
- Rubinstein, R. and J.M. Barton. 1990. Nonlinear Reynolds Stress Models and The Renormalization Group. **Phys. Fluids**. 2: 1472-1476.
- Speziale, C.G. 1987. On Nonlinear $k-l$ and $k-\varepsilon$ Models of Turbulence. **Journal of Fluid Mechanics**. 178: 459-475.
- Shih, T.H., J. Zhu and J.L. Lumley. 1993. A Realizable Reynolds Stress Algebraic Equation Model. **NASA Technical Memorandum 105993**.
- Report Summary, 2006. Bucket Life Management System for Advanced F Class Gas Turbines
Electric Power Research Institute (EPRI.)
- Kaewkhiaw, P., Dechaumphai, P., and Juntasaro, V., 2011, Application of Nonlinear Turbulence Models for Marine Propulsors. **Journal of Fluid Engineering**, 23(5), pp. 401–409.
- Tongkratoke, A., Chinnarasri, C., Pornprommin, A., Dechaumphai, P., and Juntasaro, V., 2009, “Non-Linear Turbulence Models for Multiphase Recirculating Free-Surface Flow Over Stepped Spillways,” **Int. J. Comput. Fluid Dyn.**, 23(5), pp. 401–409.

ภาคผนวก

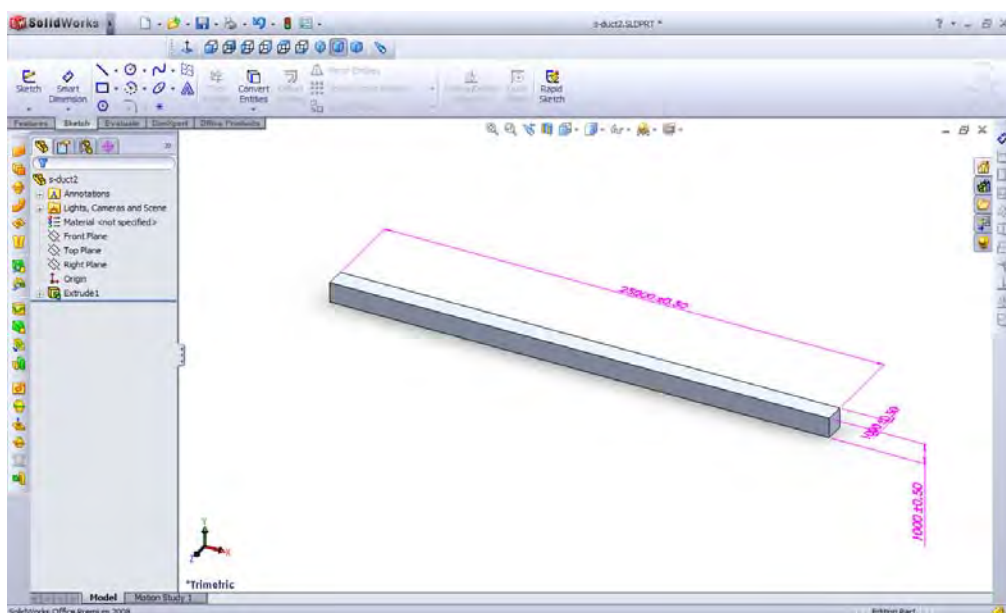
ภาคผนวก ก

ขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS , GAMBIT และ FLUENT

ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม

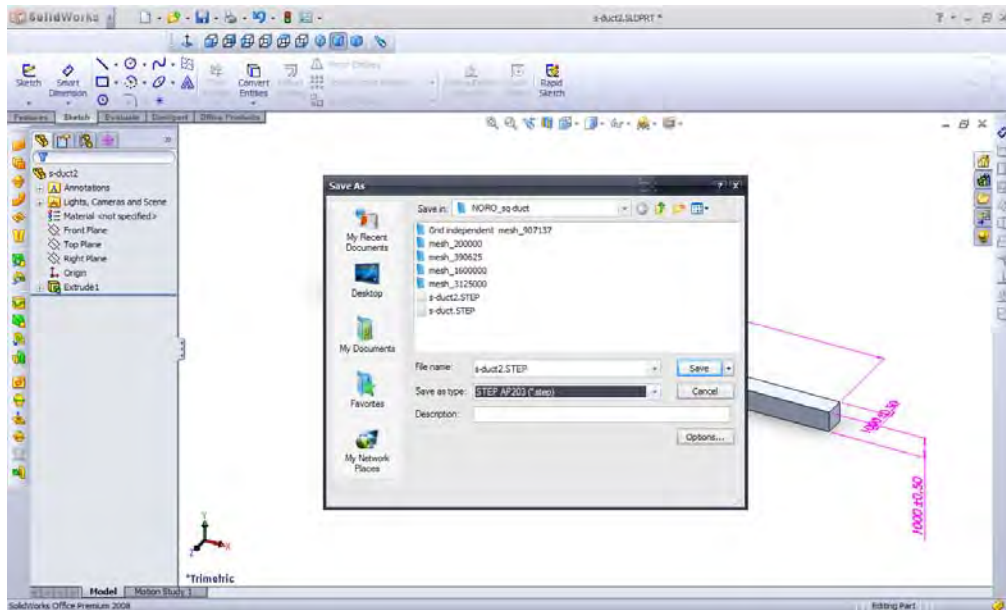
แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS บนระบบปฏิบัติการ Windows System

1. ใช้คำสั่ง Sketch1 → Curve → Extrude1 → OK



ภาพผนวกที่ ก1 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS ขั้นที่ 1

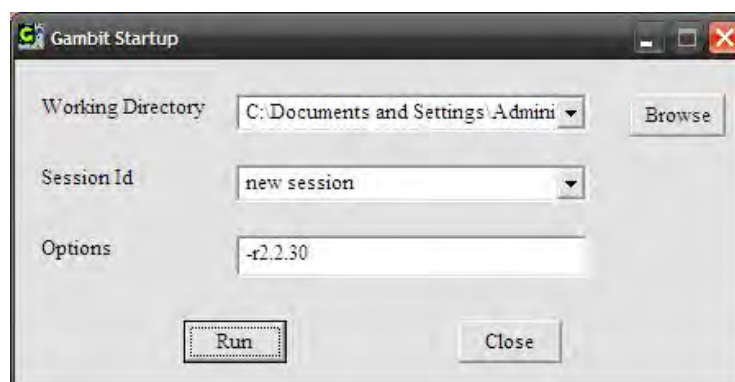
2. บันทึก โดยใช้คำสั่ง File → Save As → File Name → s-duct → Type → .step



ภาพผนวกที่ ก2 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS ขั้นที่ 2

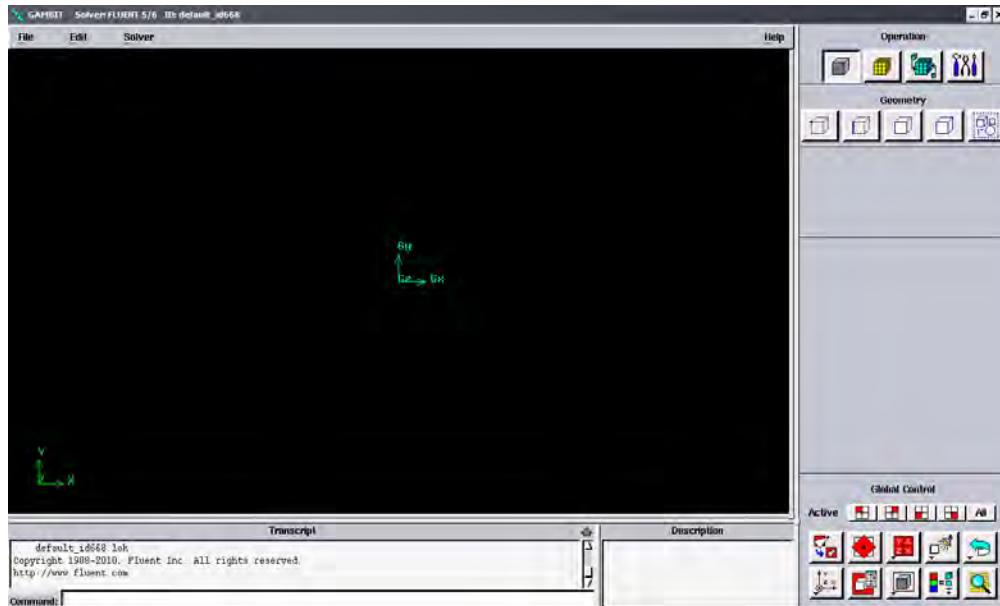
แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT บนระบบปฏิบัติการ Windows System

3. เปิดซอฟต์แวร์ GAMBIT startup → Run



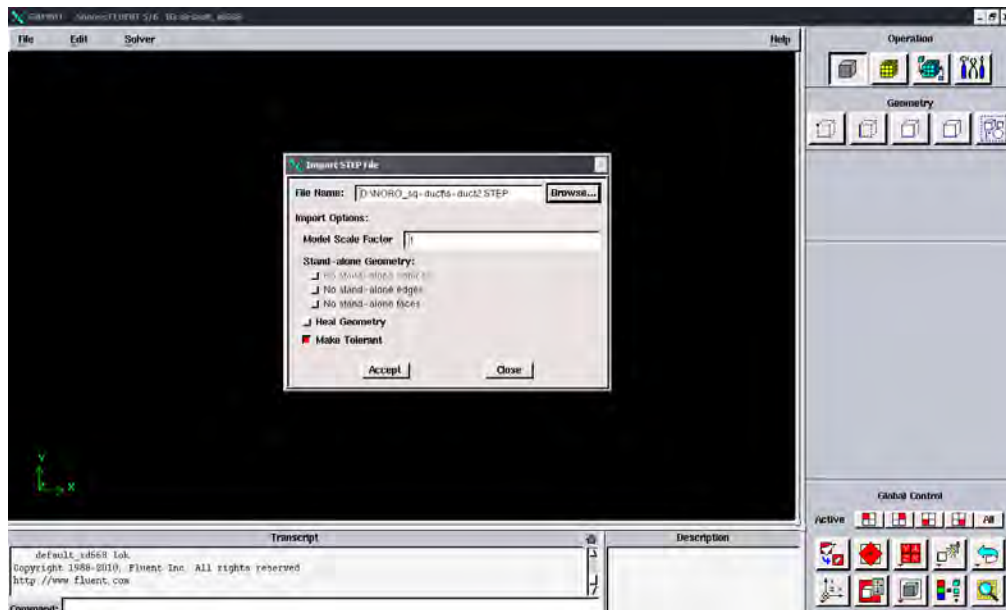
ภาพผนวกที่ ก3 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 1

4. เปิดซอฟต์แวร์ GAMBIT



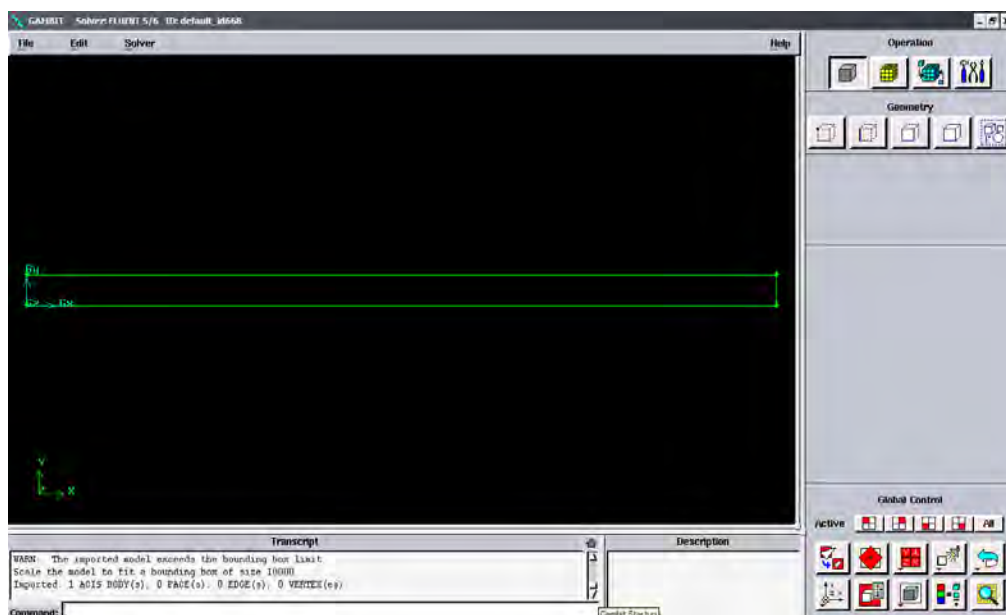
ภาพผนวกที่ ก4 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 2

5. เปิดไฟล์แบบโดยใช้คำสั่ง File → Import → STEP → s-duct → Accept



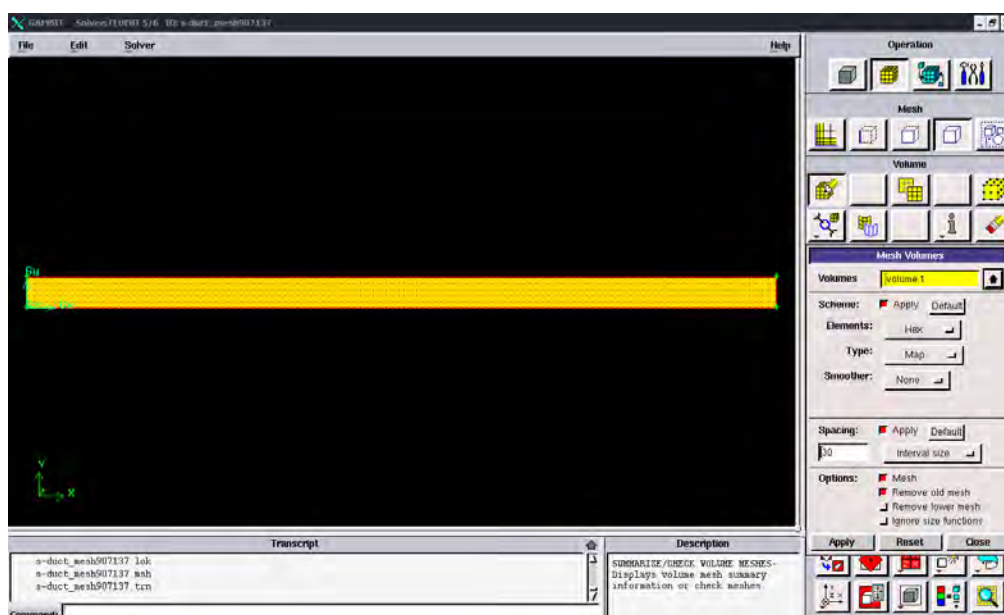
ภาพผนวกที่ ก5 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 3

6. ใช้คำสั่ง Operation → Geometry → Volume



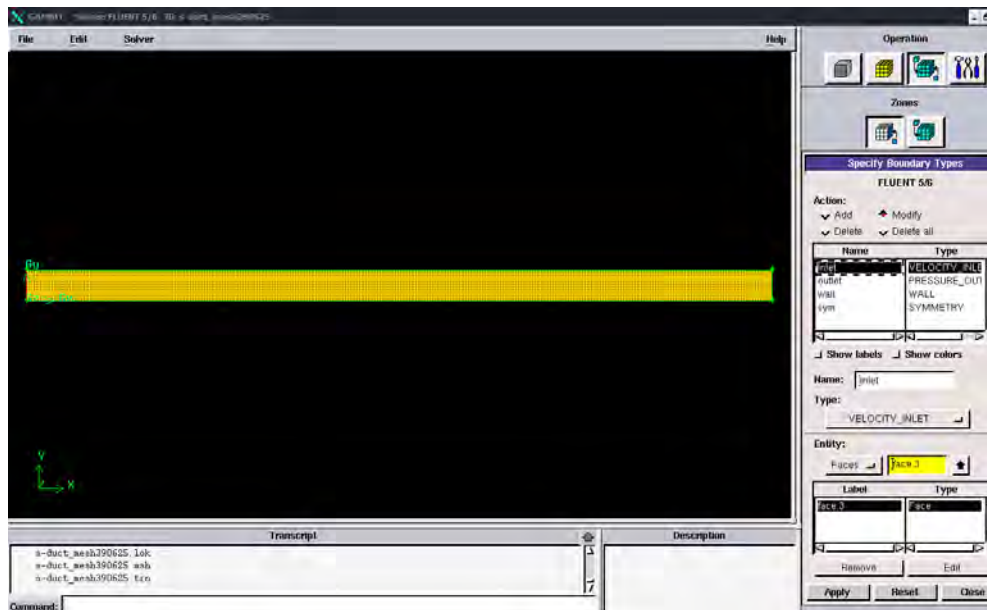
ภาพผนวกที่ ก6 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 4

7. ใช้คำสั่ง Operation → Mesh → Volume → Mesh Volumes → Volume → Select
 → Volume1 → Elements → Hex → Type → Select → Map → Spacing → Select
 → 30 Interval size → Apply



ภาพผนวกที่ ก7 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 5

8. ใช้คำสั่ง Operation → Zones → Specify Boundary Types → Name → Enters → inlet
 → Type → Velocity_inlet → Face → face3 → Apply



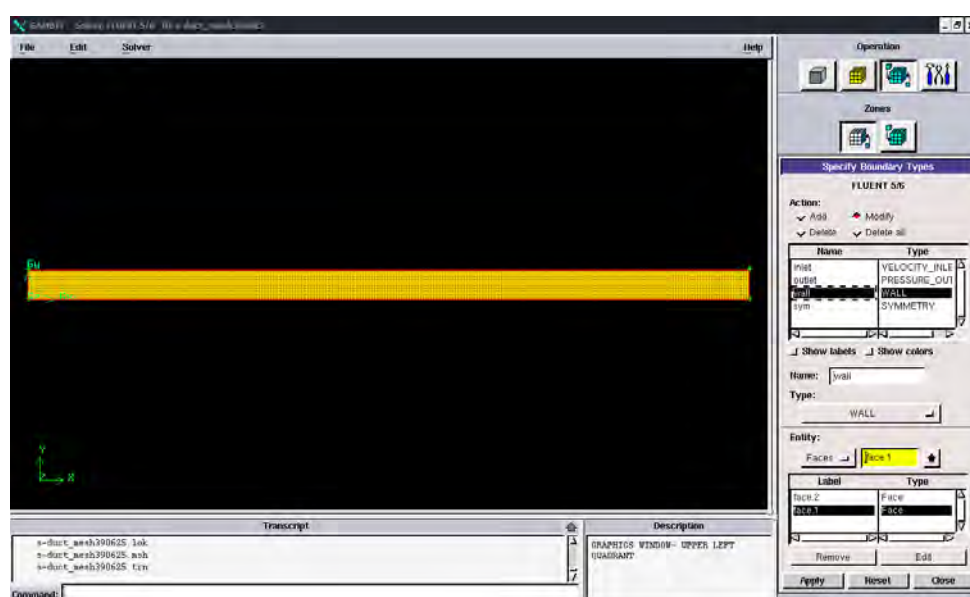
ภาพผนวกที่ ๘ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 6

9. ใช้คำสั่ง Operation → Zones → Specify Boundary Types → Name → Enter → outlet
 → Type → Pressure_outlet → Face → face4 → Apply



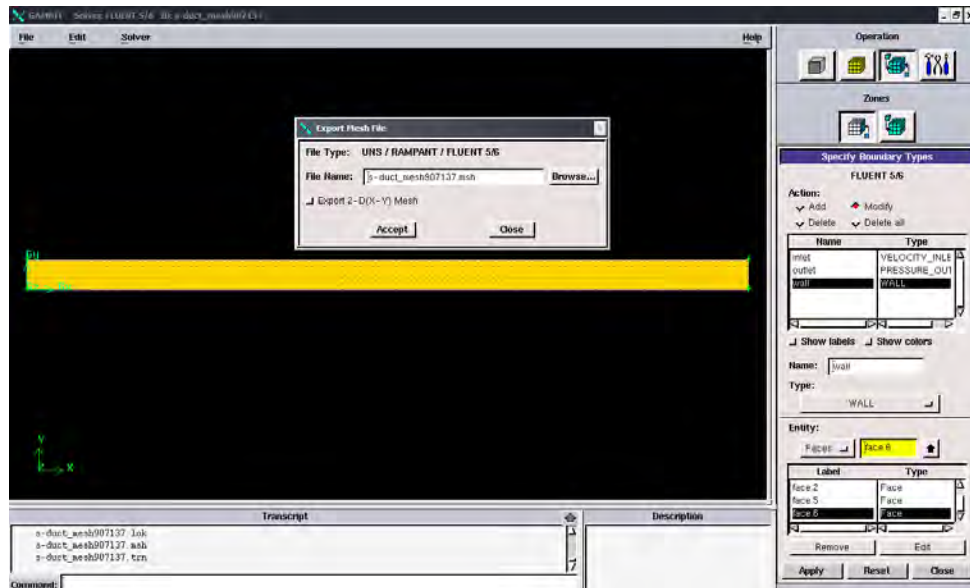
ภาพผนวกที่ ก9 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 7

10. ใช้คำสั่ง Operation → Zones → Specify Boundary Types → Name → Enters → wall and sys → Type → wall and symmetry → Face → face 1, 2 and 5, 6 → Apply



ภาพผนวกที่ ก10 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 8

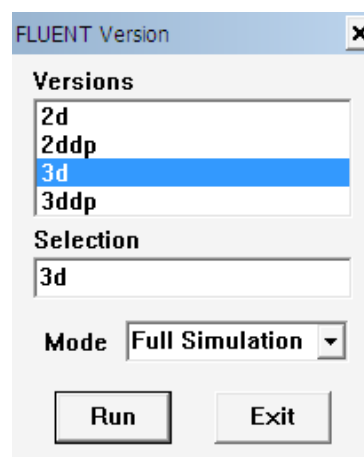
11. บันทึกข้อมูล Save File → Export → Mesh → Browse → s-duct.mesh → Accept



ภาพผนวกที่ ก11 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 9

ขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT บนระบบปฏิบัติการ Windows System

12. เปิดซอฟต์แวร์เลือก FLUENT version → 3d → Run



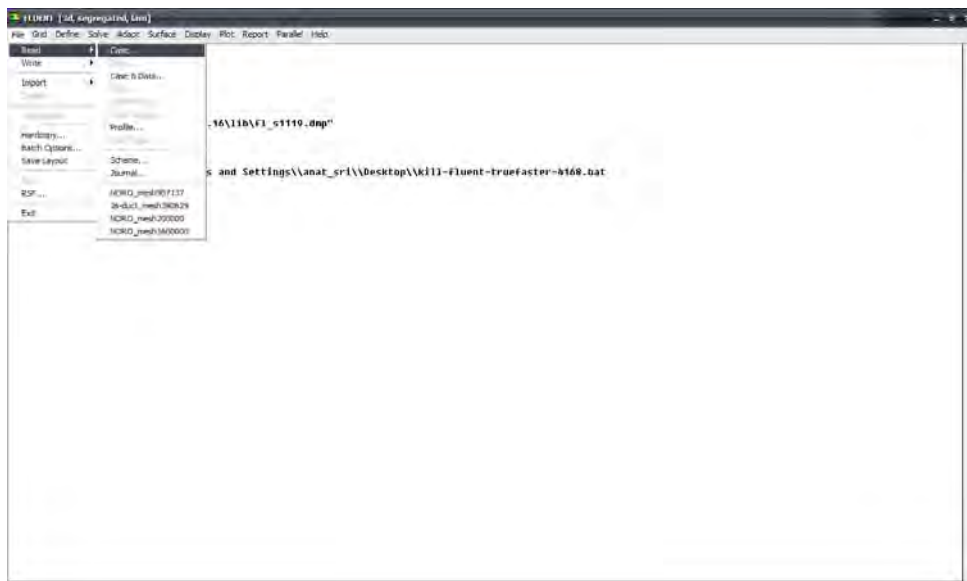
ภาพผนวกที่ ก12 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 1

13. เปิดซอฟต์แวร์ FLUENT command Windows



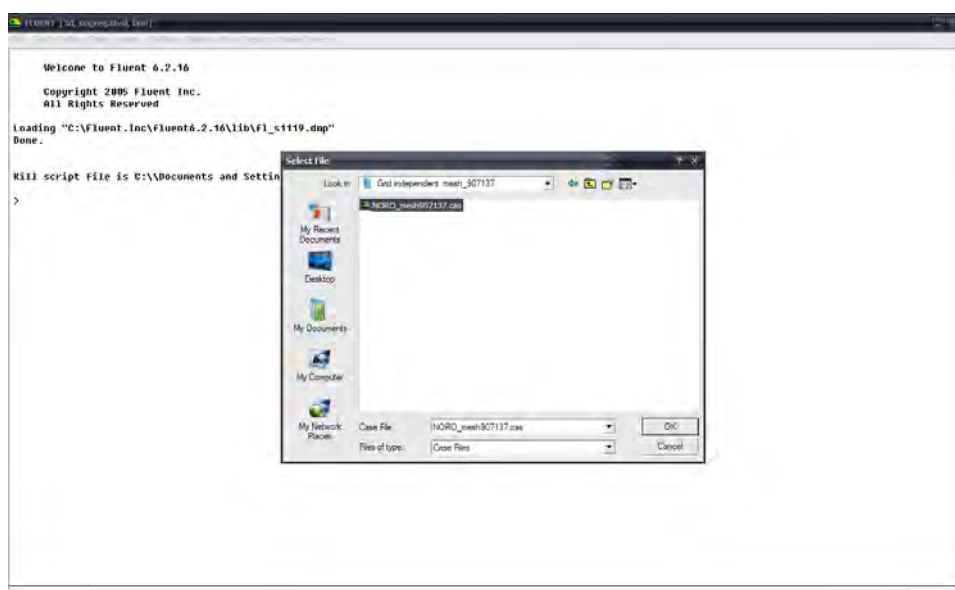
ภาพผนวกที่ ก13 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 2

14. ใช้คำสั่ง File → Read → Case



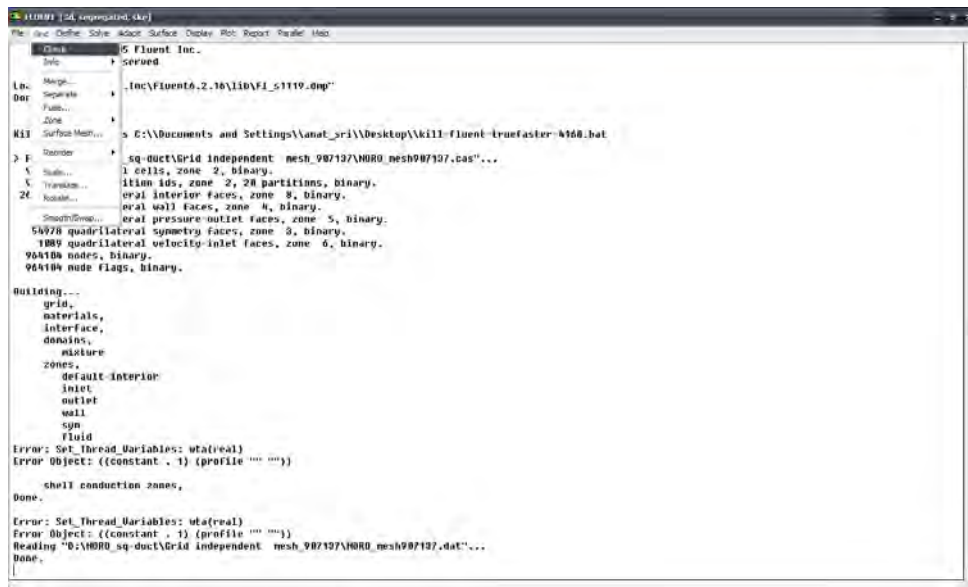
ภาพผนวกที่ ก14 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 3

15. ใช้คำสั่ง Open file s-duct_ture.msh



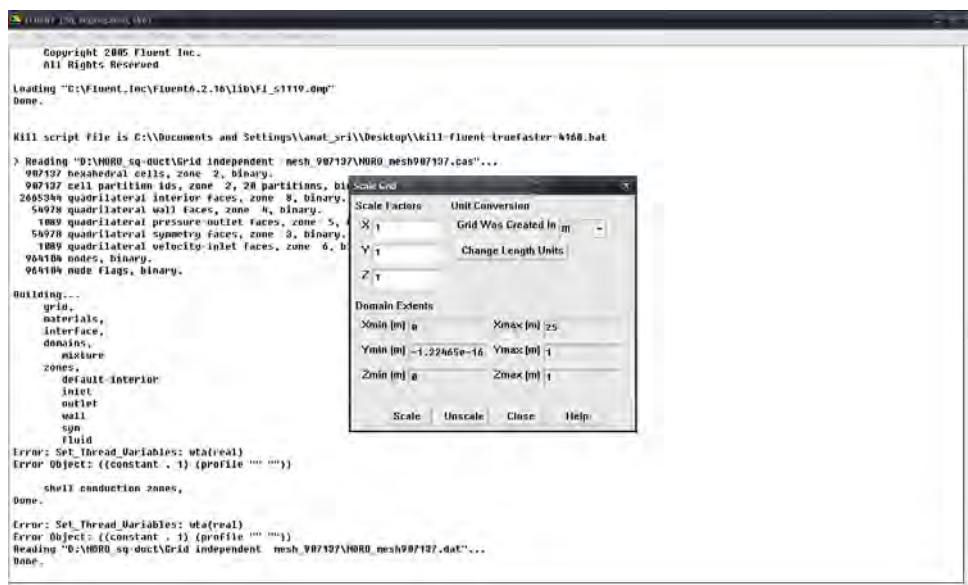
ภาพผนวกที่ ก15 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 4

16. ใช้คำสั่ง Grid → Check



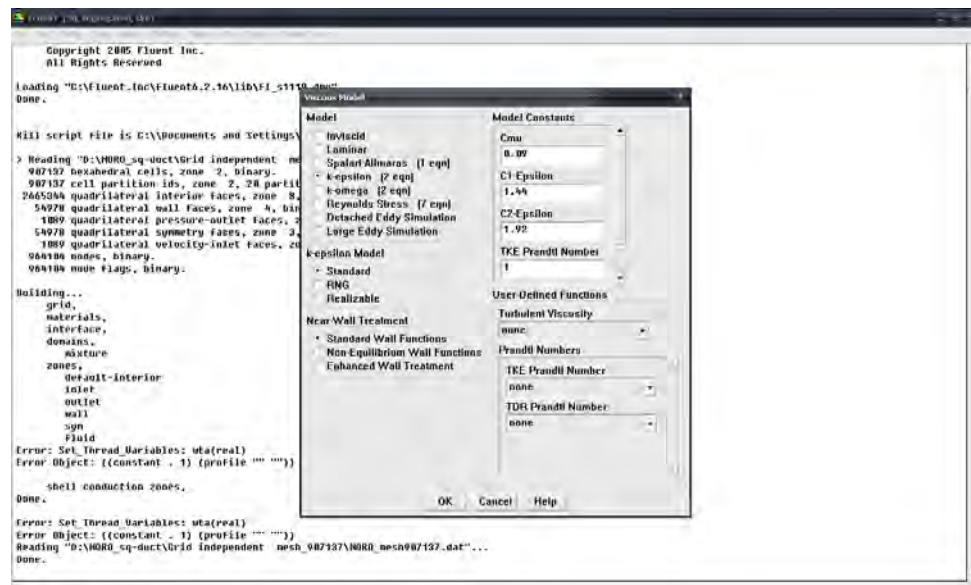
ภาพผนวกที่ ก16 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 5

17. ใช้คำสั่ง Grid → Scale



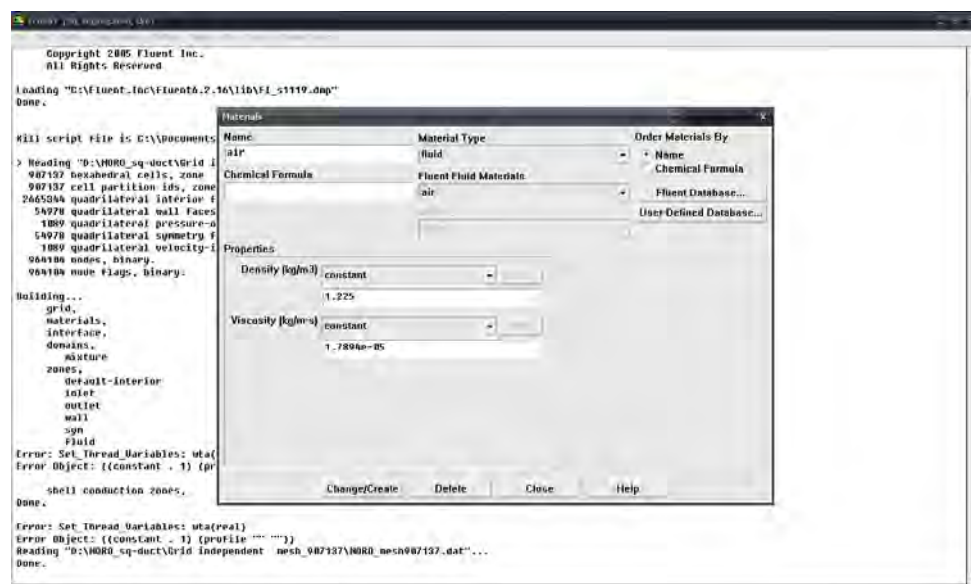
ภาพผนวกที่ ก17 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 6

18. ใช้คำสั่ง Define → Models → Viscous



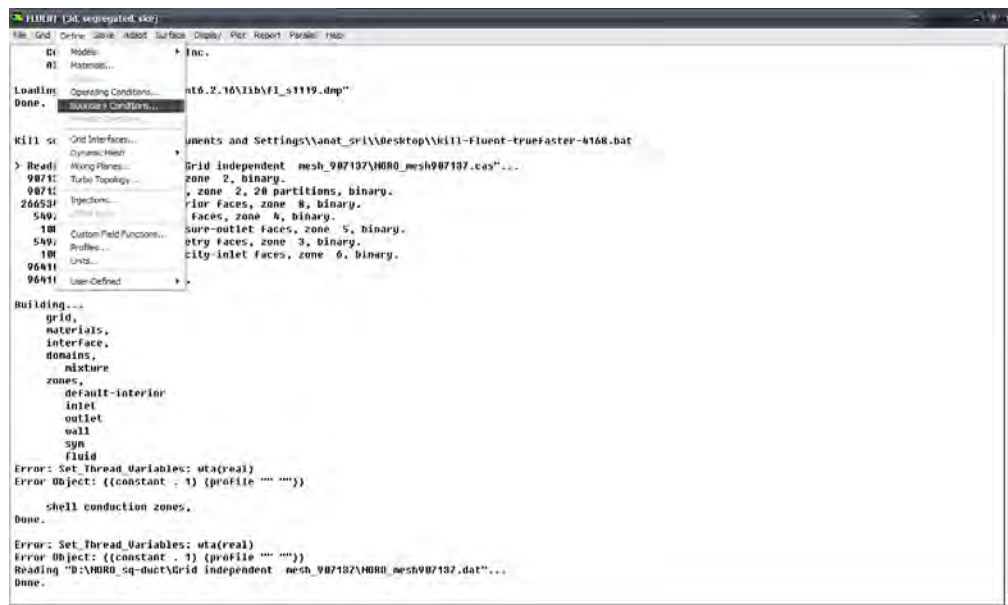
ภาพผนวกที่ ก18 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 7

19. ใช้คำสั่ง Define → Material select Fluent Database



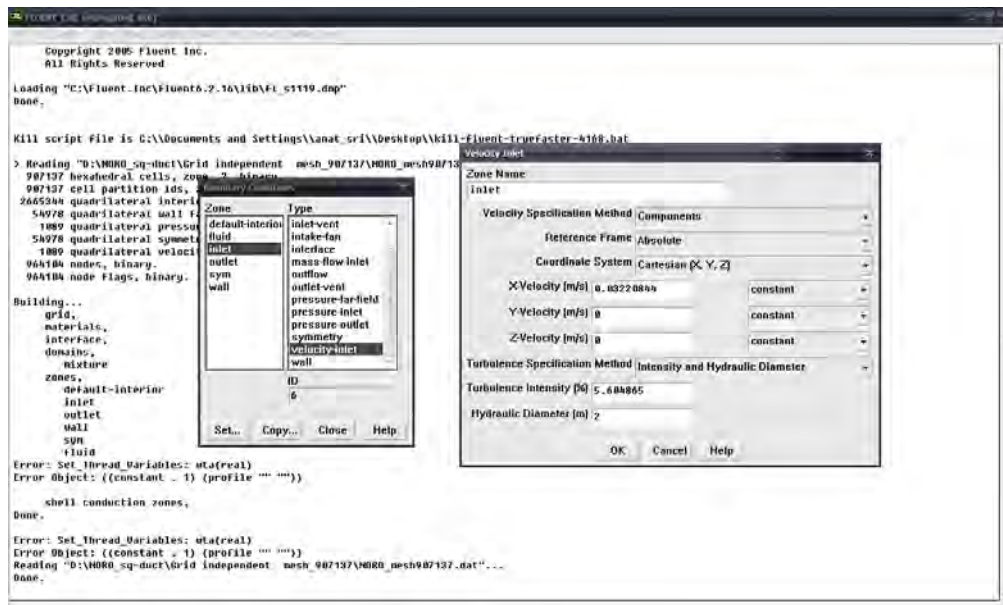
ภาพผนวกที่ ก19 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 8

20. ใช้คำสั่ง Define → Boundary Condition



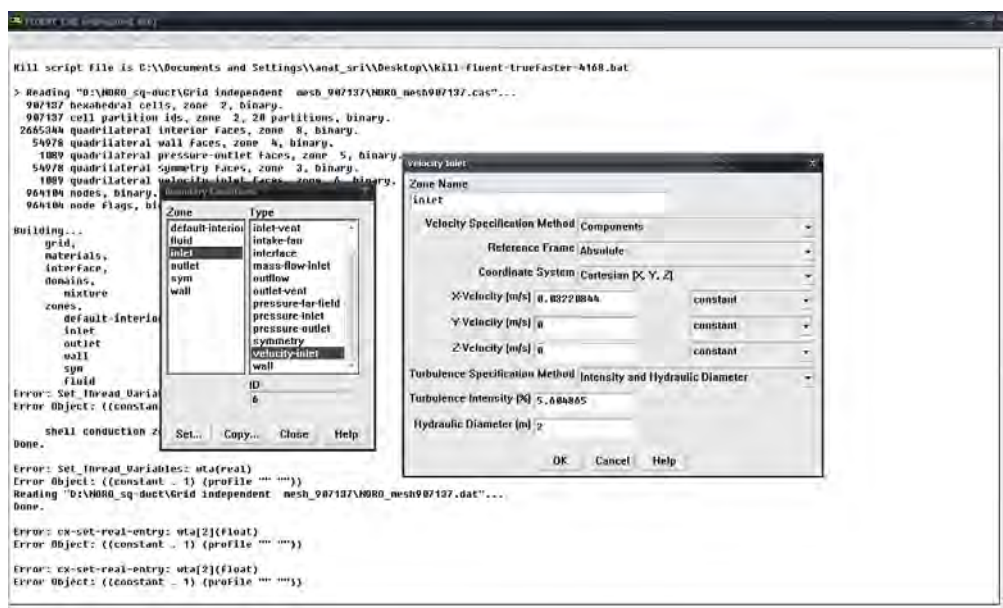
ภาพผนวกที่ ก20 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 9

21. ใช้คำสั่ง Zone select fluid → Type select fluid → Click set



ภาพผนวกที่ ก21 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 10

22. ใช้คำสั่ง Zone select inlet → Type select velocity inlet → Click set



ภาพผนวกที่ ก22 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 11

23. ใช้คำสั่ง Solve → Controls → Solution



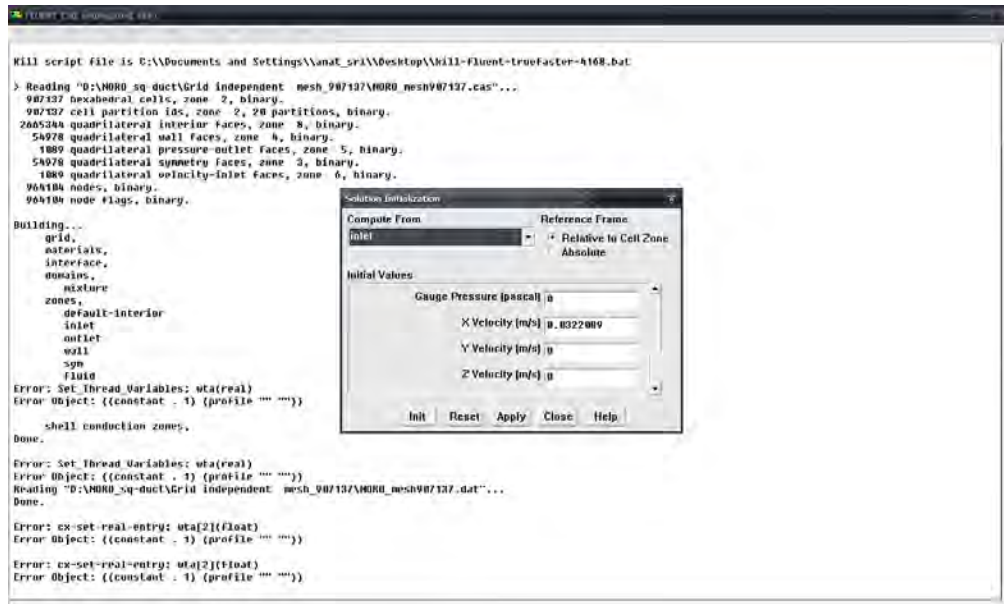
ภาพผนวกที่ ก23 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 12

24. ใช้คำสั่ง Pressure-velocity coupling set SIMPLE

Discretization; momentum, turbulence kinetic energy and turbulence dissipation

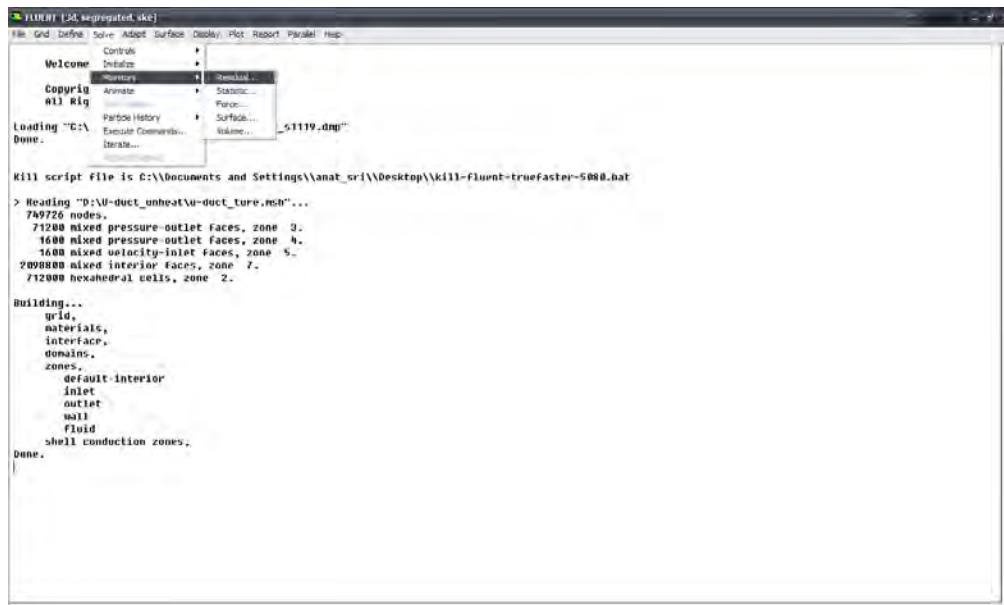
rate set Second Order Upwind

26. ใช้คำสั่ง Compute Form → inlet



ภาพผนวกที่ ก26 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 15

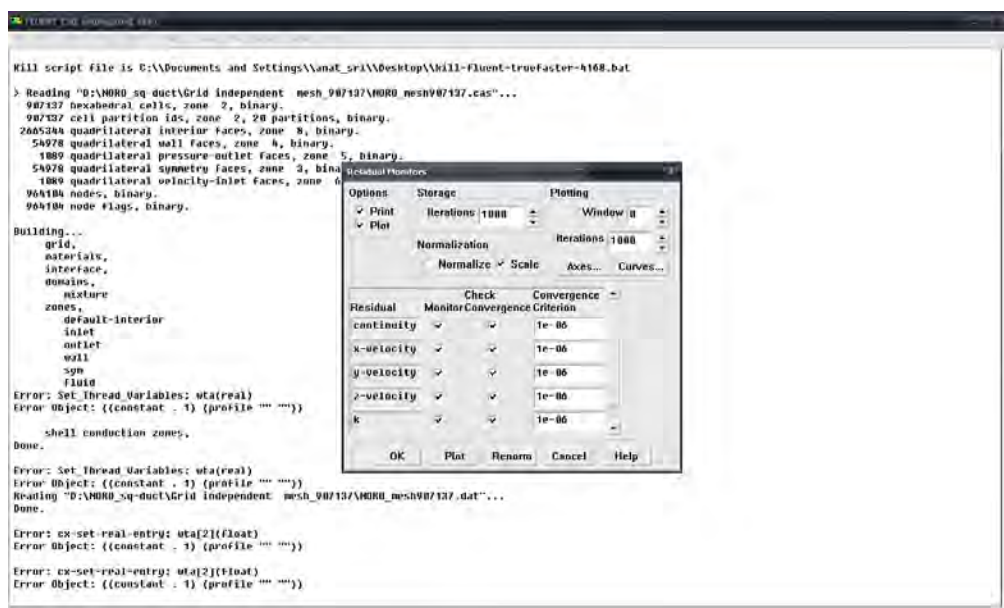
27. ใช้คำสั่ง Solve → Monitors-Residual



ภาพผนวกที่ ก27 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 16

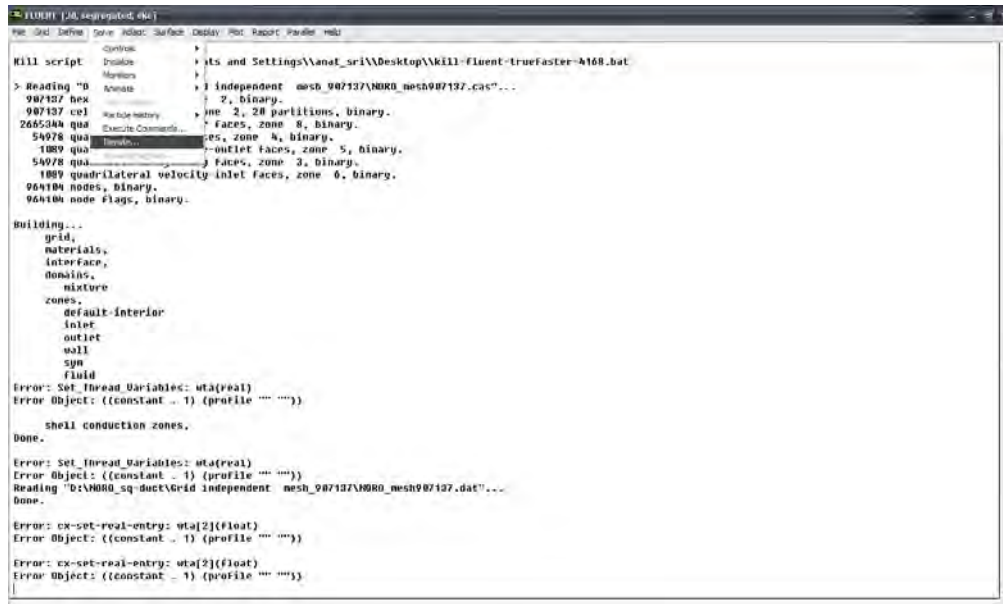
28. ใช้คำสั่ง Option select Print and Plot

Residual $\rightarrow$ continuity Convergence Criterion = 0.000001 Click OK



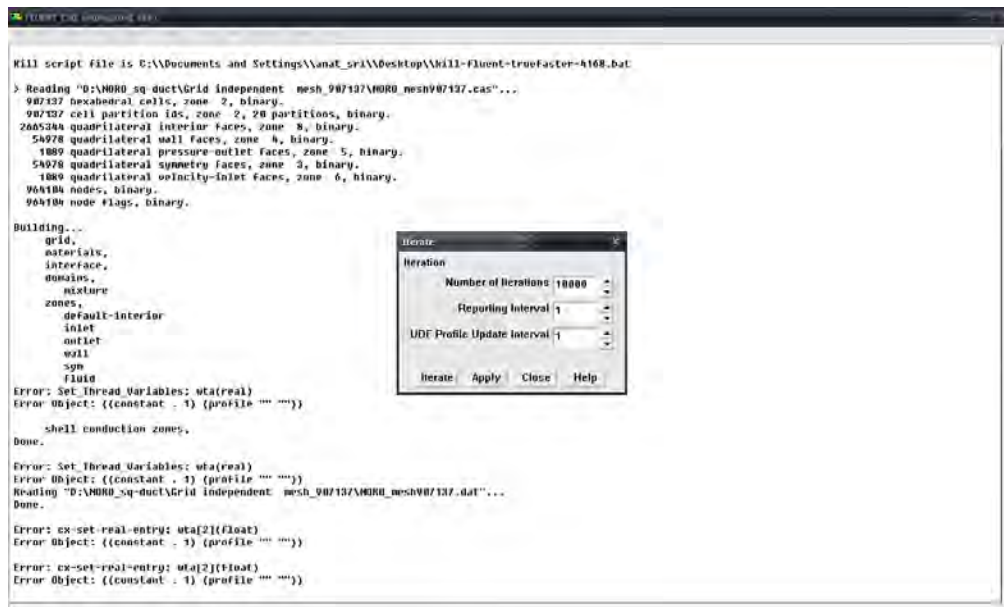
ภาพผนวกที่ ก28 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 17

29. ใช้คำสั่ง Solve → Iterate



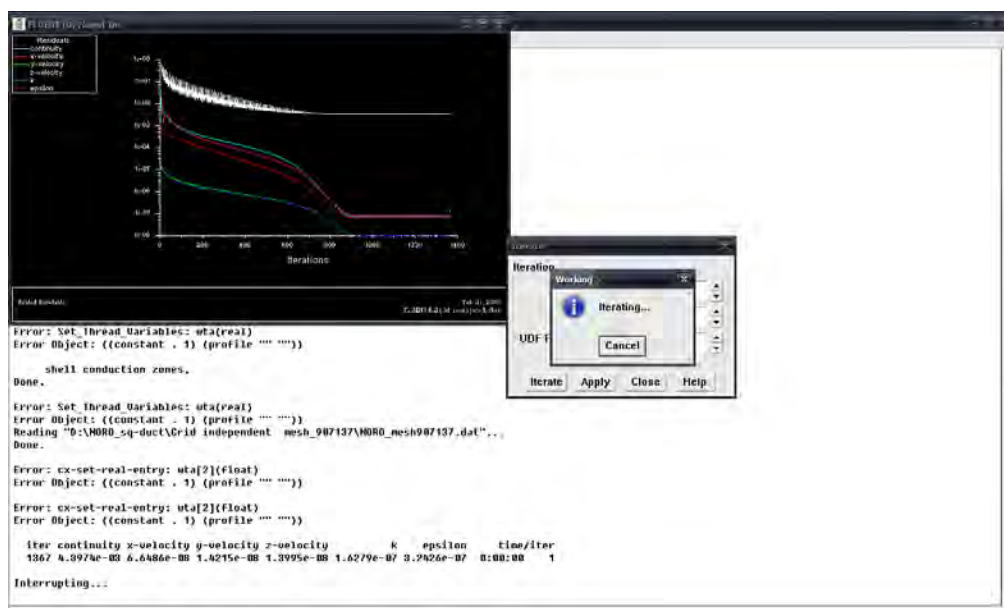
ภาพผนวกที่ ก29 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 18

30. ใช้คำสั่ง Number of Iteration = 10000 Click Iterate



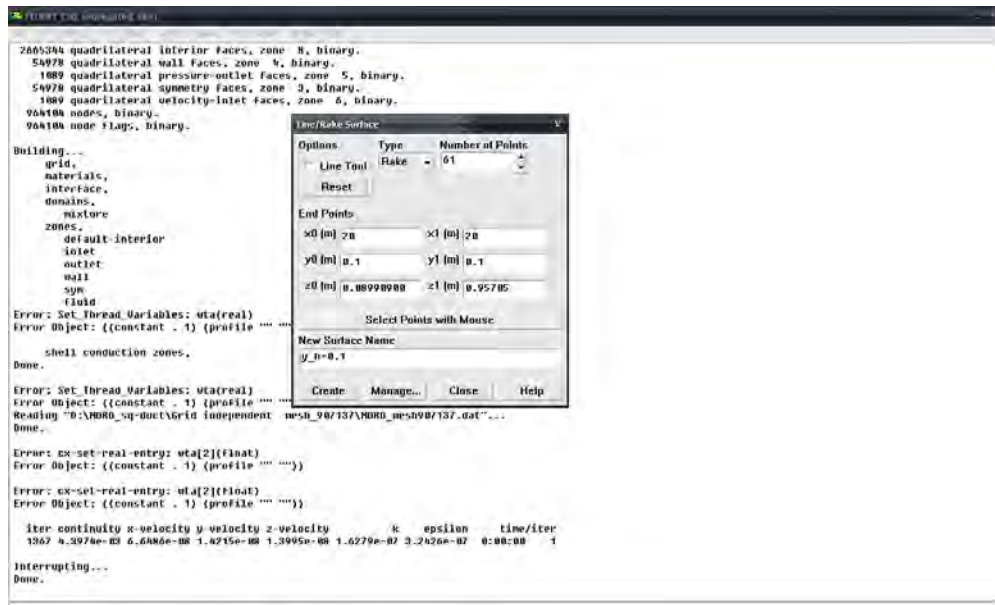
ภาพผนวกที่ ก30 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 19

31. เมื่อค่าของผลเฉลย converged จะแสดงดังรูป



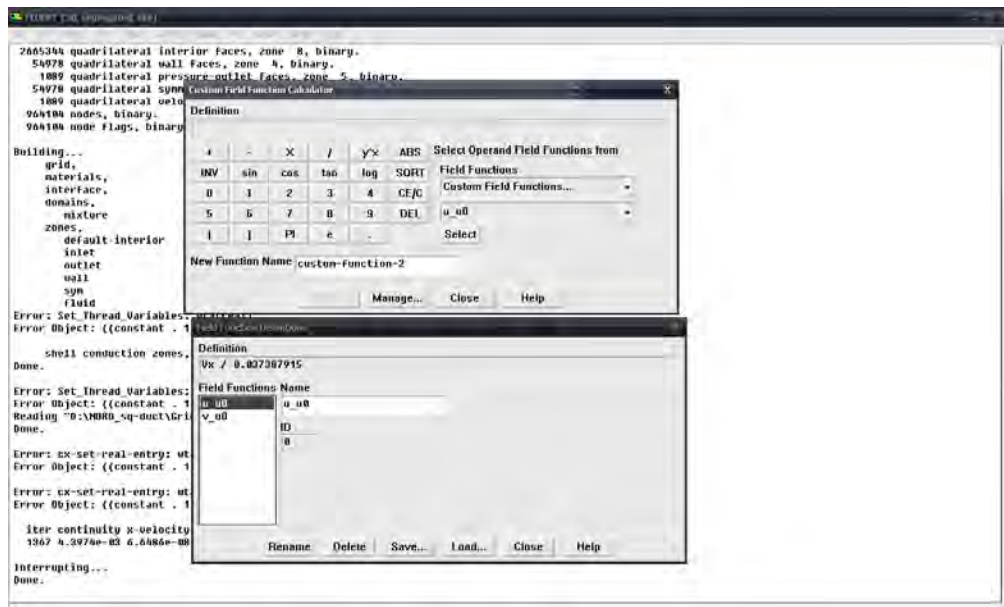
ภาพผนวกที่ ก31 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 20

32. ใช้คำสั่ง Surface → Line/Rake → Rake set Number of point 61



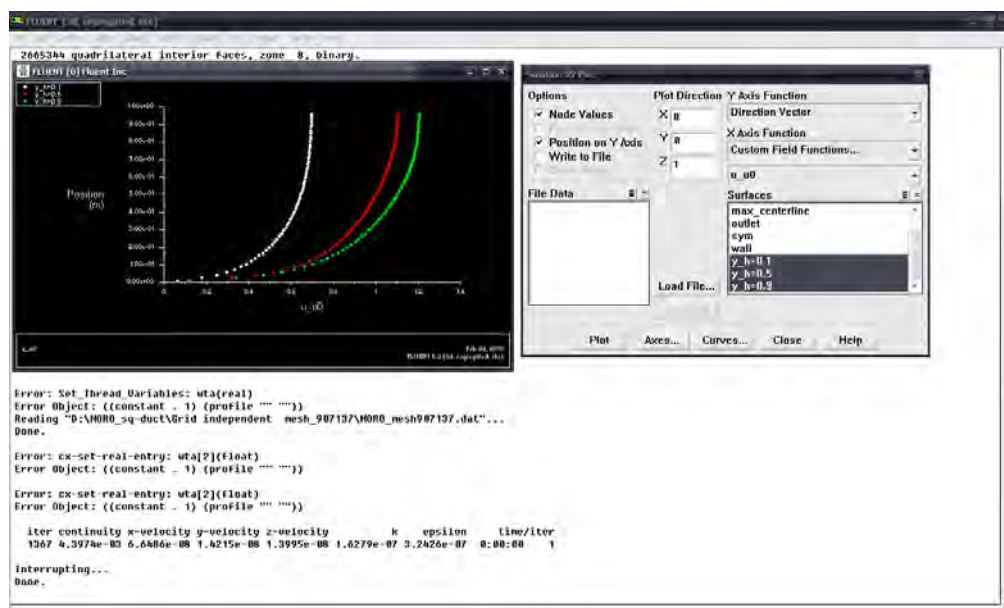
ภาพผนวกที่ ก32 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 21

33. ใช้คำสั่ง Define → Custom Field function → Click define



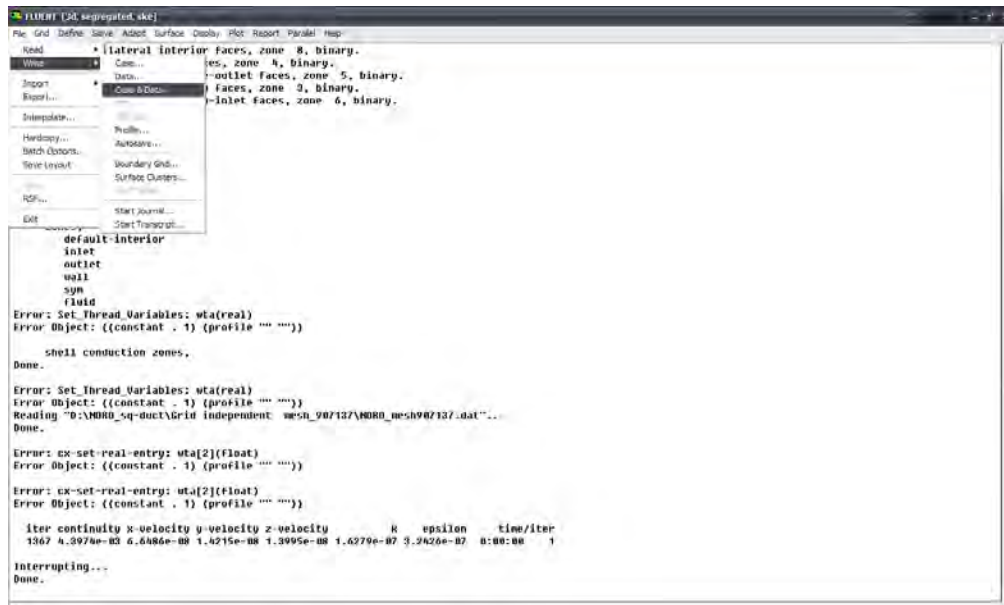
ภาพผนวกที่ ก33 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 22

34. ใช้คำสั่ง Plot XY → Custom Field function → u_u0



ภาพผนวกที่ ก34 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 23

35. บันทึกข้อมูลโดยใช้คำสั่ง write → Case&Data



ภาพผนวกที่ ก35 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 24

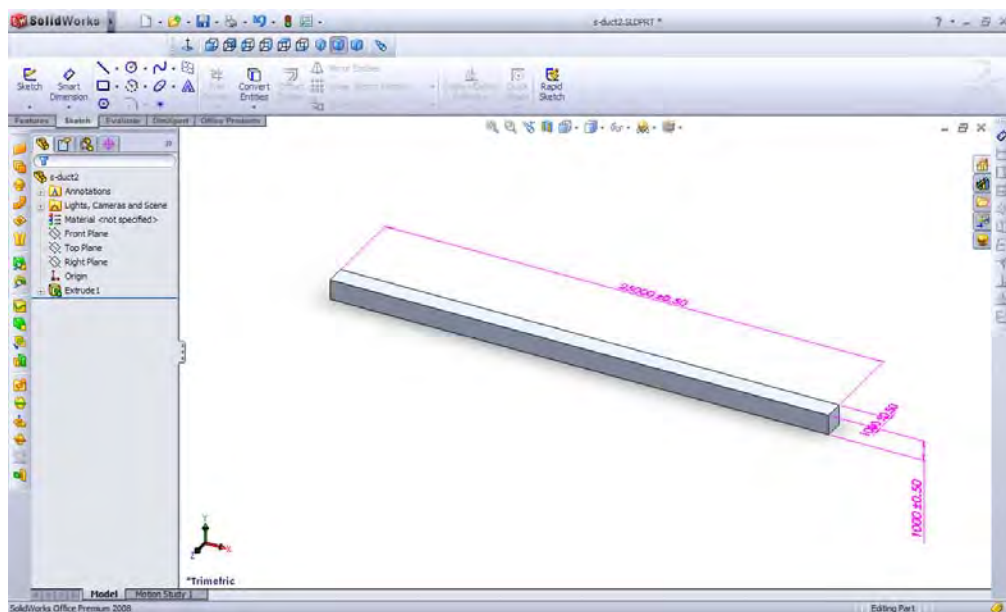
ภาคผนวก ข

ขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS , GAMBIT และ FLUENT

ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมที่มีการหมุน

แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS บนระบบปฏิบัติการ Windows System

1. ใช้คำสั่ง Sketch1 → Curve → Extrude1 → OK



ภาพผนวกที่ ข1 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS ขั้นที่ 1

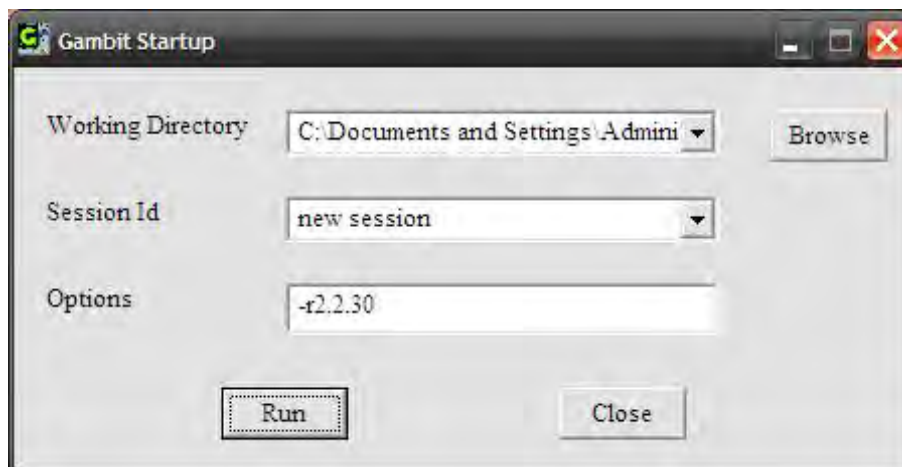
2. บันทึก โดยใช้คำสั่ง File → Save As → File Name → s-duct → Type → .step



ภาพผนวกที่ ข2 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS ขั้นที่ 2

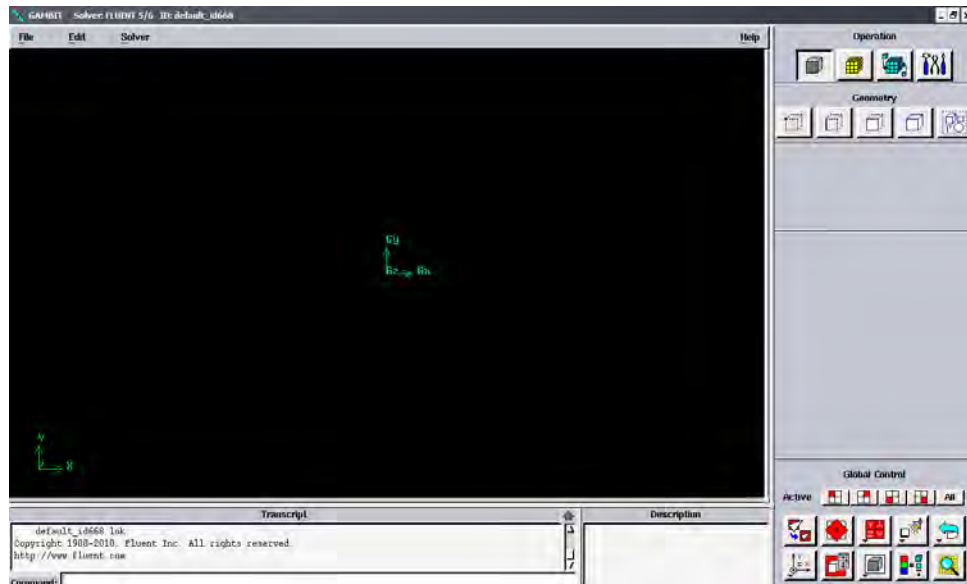
Using GAMBIT on Windows System

3. เปิดซอฟต์แวร์ GAMBIT startup → Run



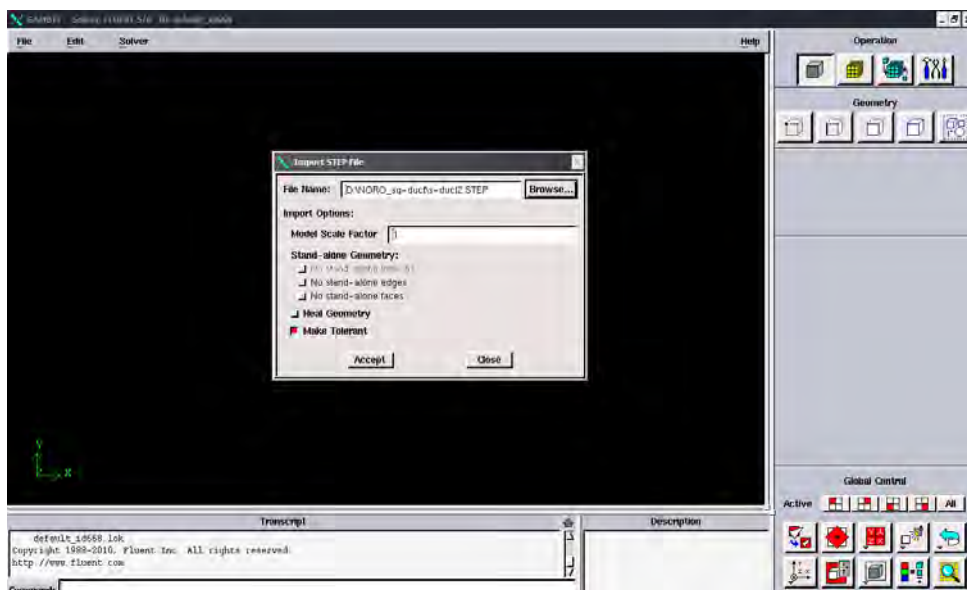
ภาพผนวกที่ ข3 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 1

4. เปิดซอฟต์แวร์ GAMBIT



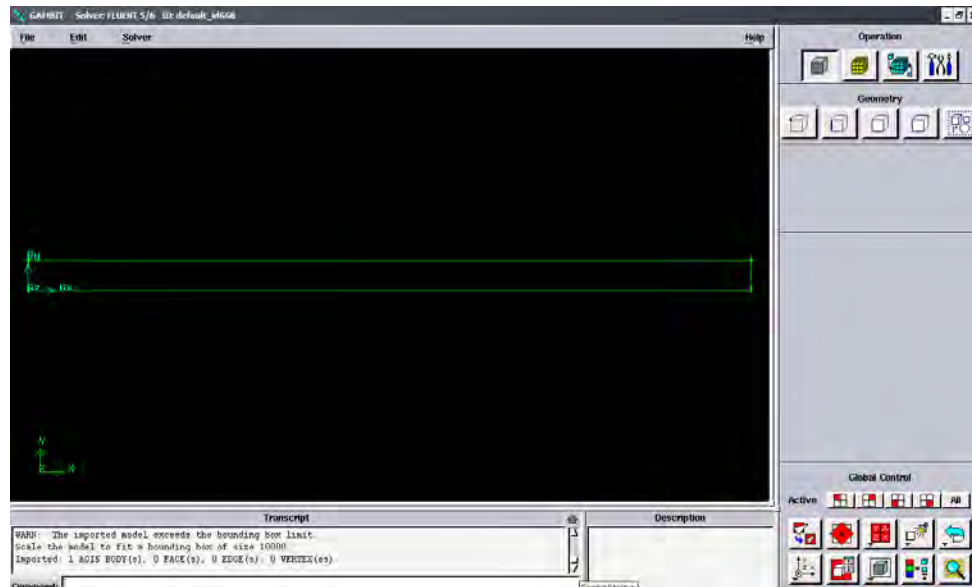
ภาพผนวกที่ ข4 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 2

5. เปิดไฟล์แบบโดยใช้คำสั่ง File → Import → STEP → s-duct → Accept



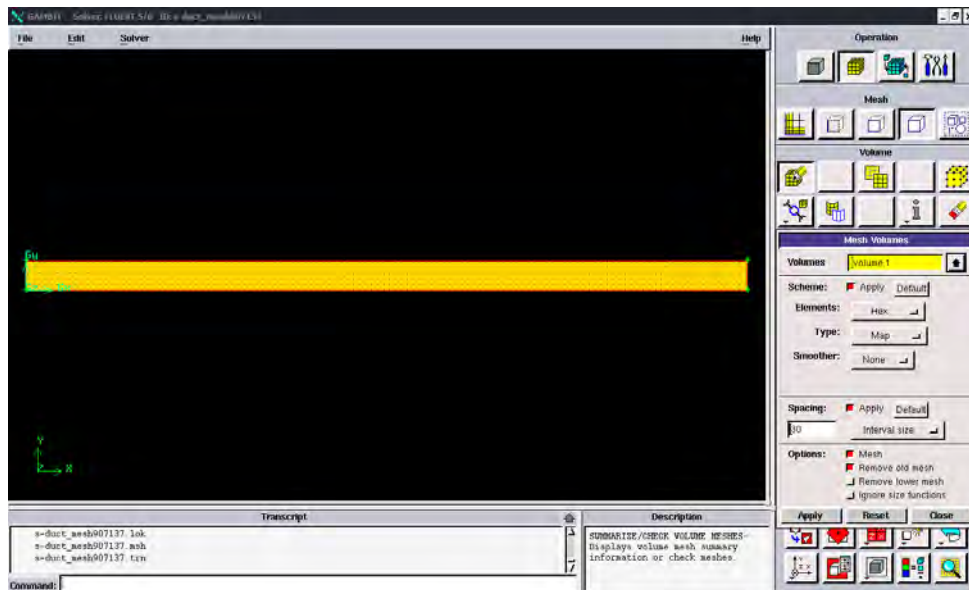
ภาพผนวกที่ ข5 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 3

6. ใช้คำสั่ง Operation → Geometry → Volume



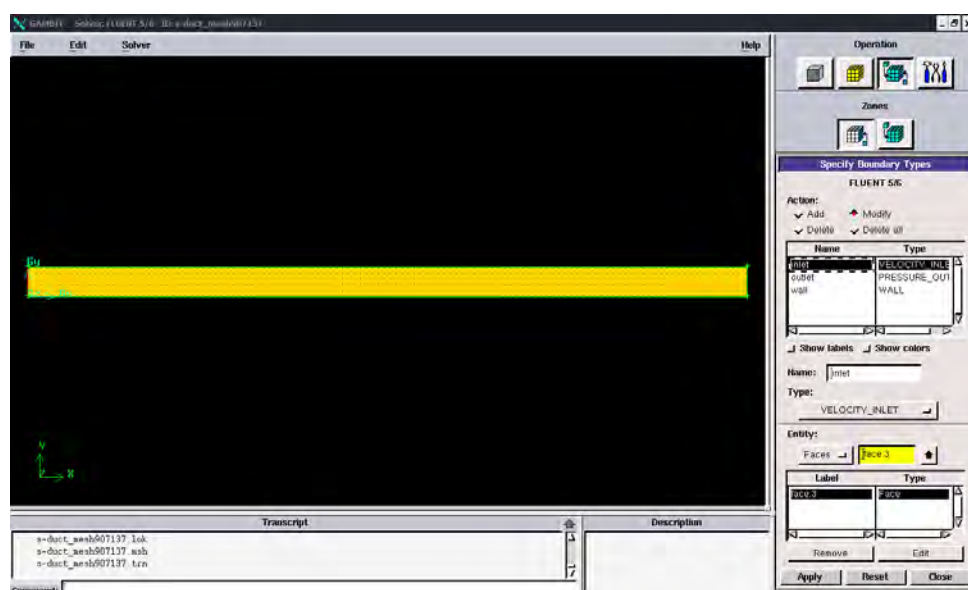
ภาพผนวกที่ ข6 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 4

7. ใช้คำสั่ง Operation → Mesh → Volume → Mesh Volumes → Volume → Select
 → Volume1 → Elements → Hex → Type → Select → Map → Spacing → Select
 → 30 Interval size → Apply



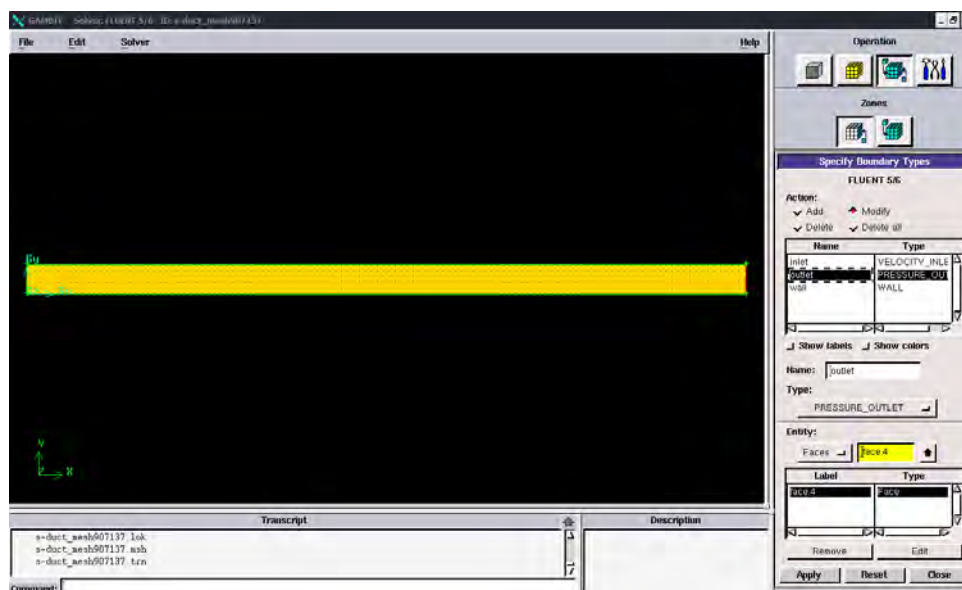
ภาพผนวกที่ ข7 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 5

8. ใช้คำสั่ง Operation → Zones → Specify Boundary Types → Name → Enter → inlet
 → Type → Velocity_inlet → Face → face3 → Apply



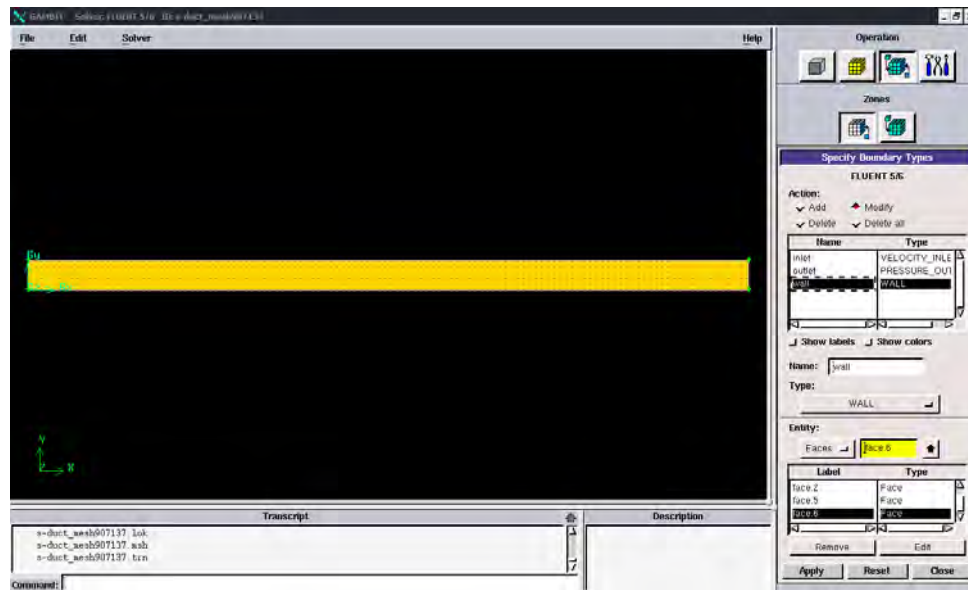
ภาพผนวกที่ ข8 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 6

9. ใช้คำสั่ง Operation → Zones → Specify Boundary Types → Name → Enters → outlet
 → Type → Pressure_outlet → Face → face4 → Apply



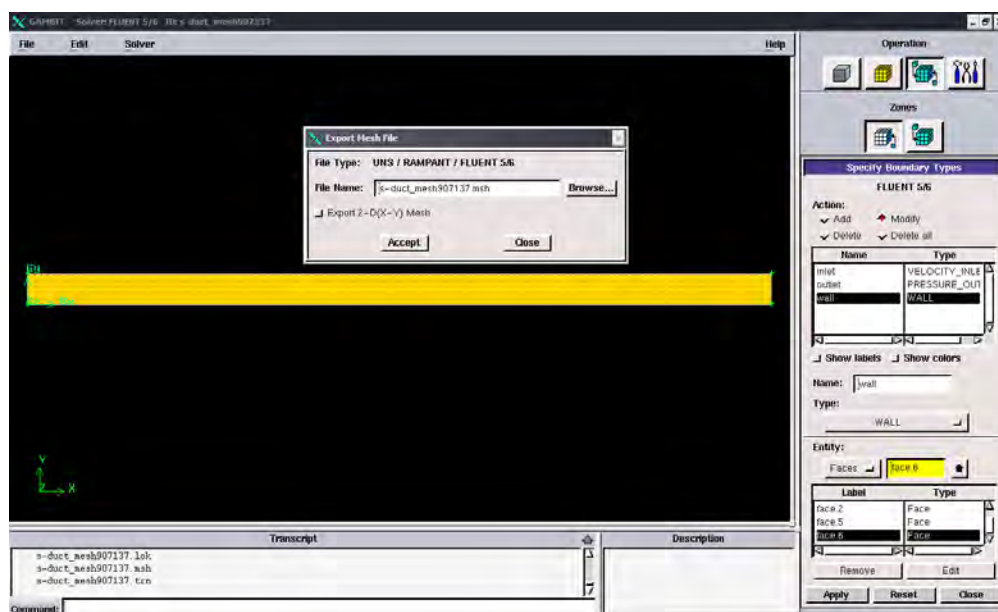
ภาพผนวกที่ ข9 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 7

10. ใช้คำสั่ง Operation → Zones → Specify Boundary Types → Name → Enters → wall
 → Type → wall → Face → face 1, 2, 5 and 6 → Apply



ภาพผนวกที่ ข10 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 8

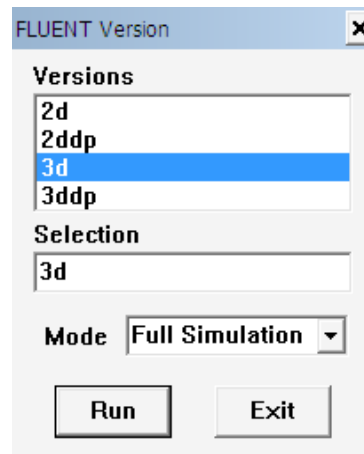
11. ทำการบันทึกข้อมูล Save File → Export → Mesh → Browse → RO-duct.mesh → Accept



ภาพผนวกที่ ข11 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 9

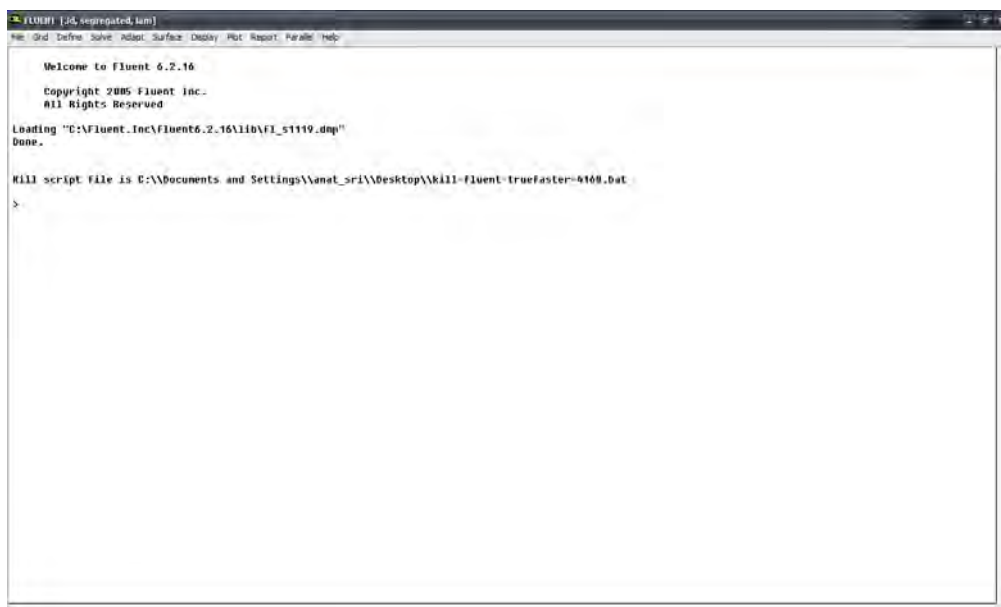
ขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT บนระบบปฏิบัติการ Windows System

12. เปิดซอฟต์แวร์เลือก FLUENT version → 3d → Run



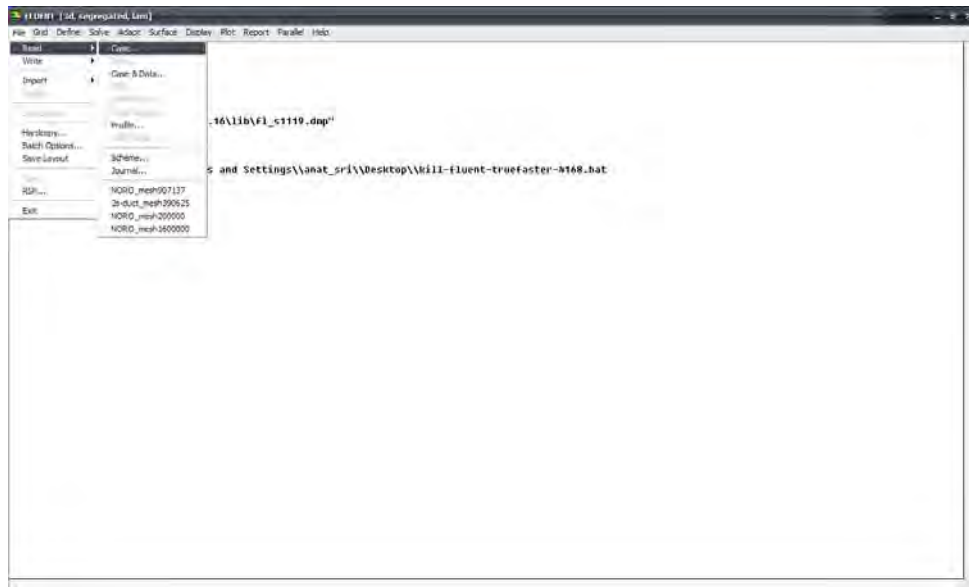
ภาพผนวกที่ ข12 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 1

13. เปิดซอฟต์แวร์ FLUENT command Windows



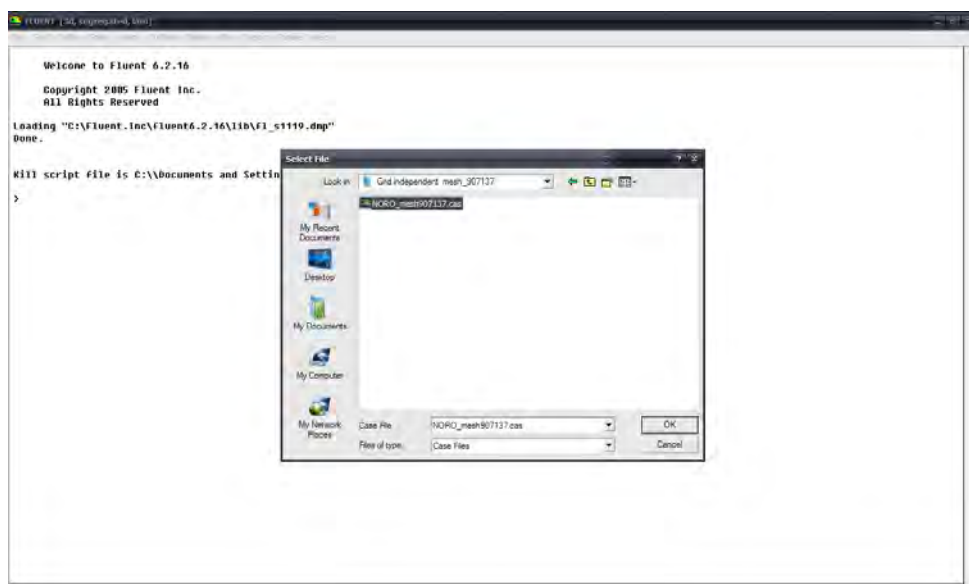
ภาพผนวกที่ ข13 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 2

4. ใช้คำสั่ง File → Read → Case



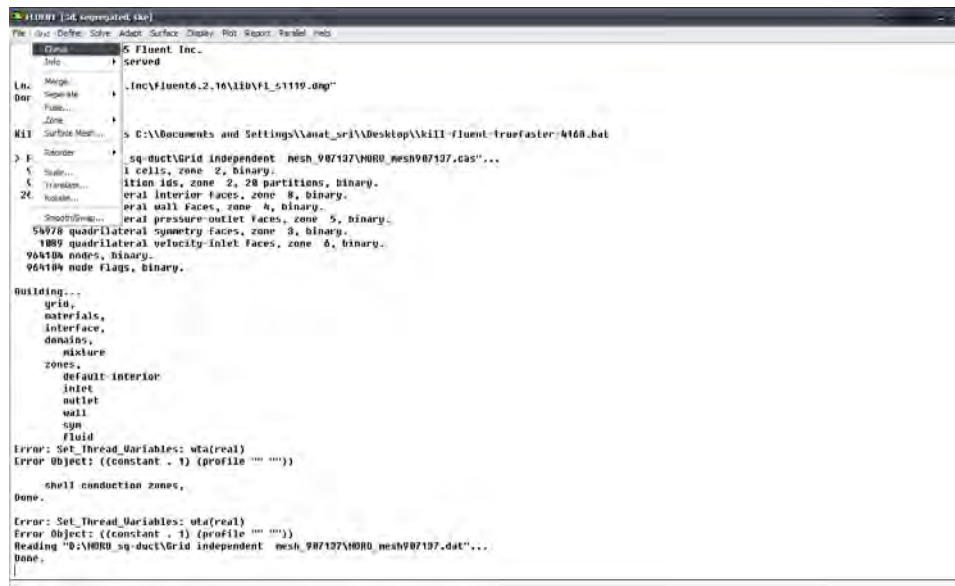
ภาพผนวกที่ ข14 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 3

15. ใช้คำสั่ง Open file Ro-duct_ture.msh



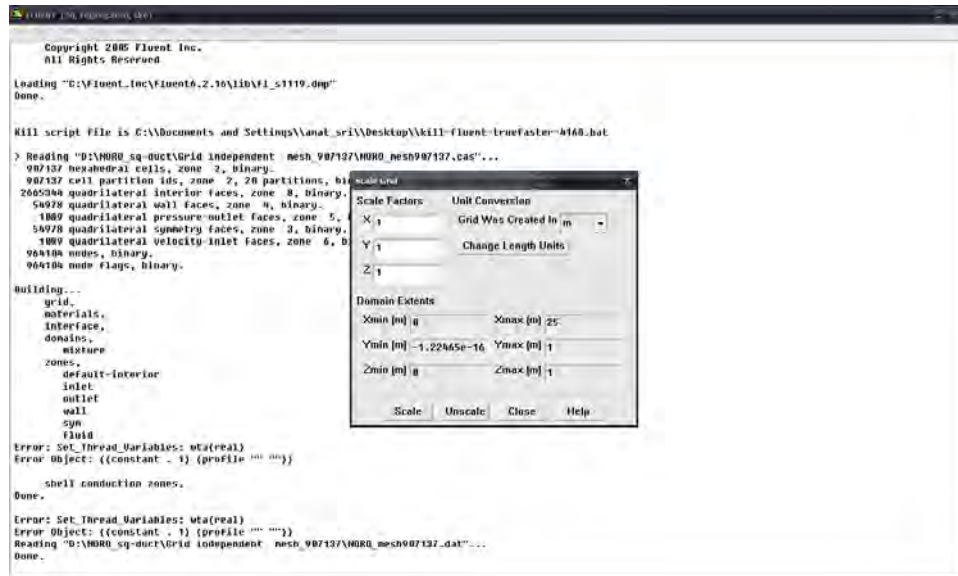
ภาพผนวกที่ ข15 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 4

16. ใช้คำสั่ง Grid → Check



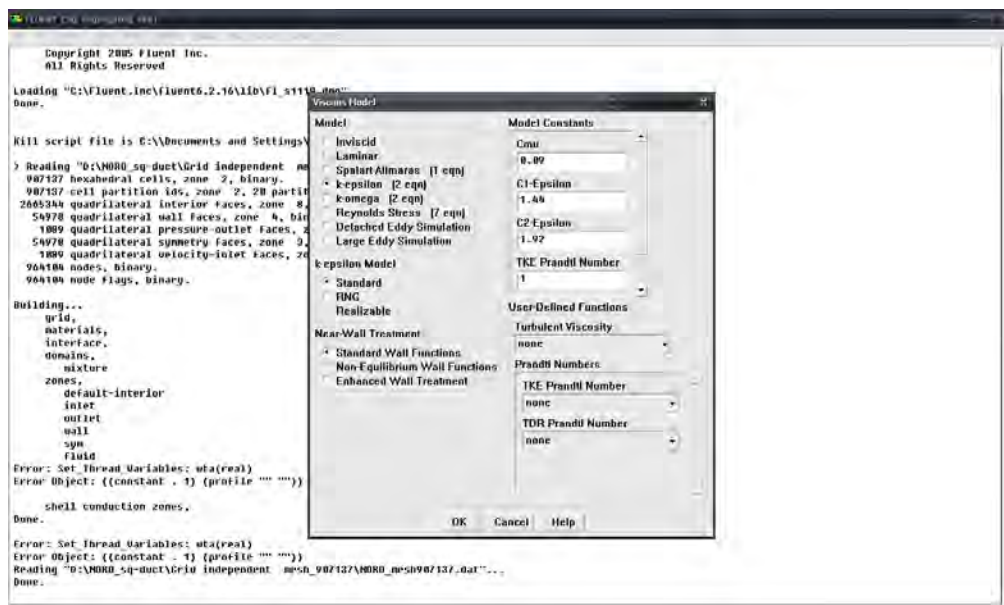
ภาพผนวกที่ ข16 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 5

17. ใช้คำสั่ง Grid → Scale



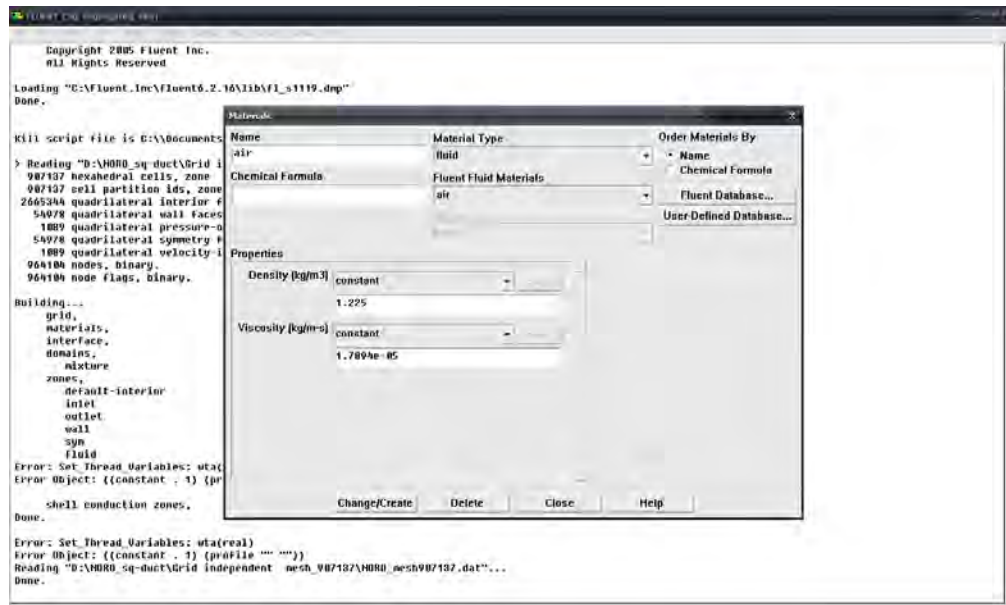
ภาพผนวกที่ ข17 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 6

18. ใช้คำสั่ง Define → Models → Viscous



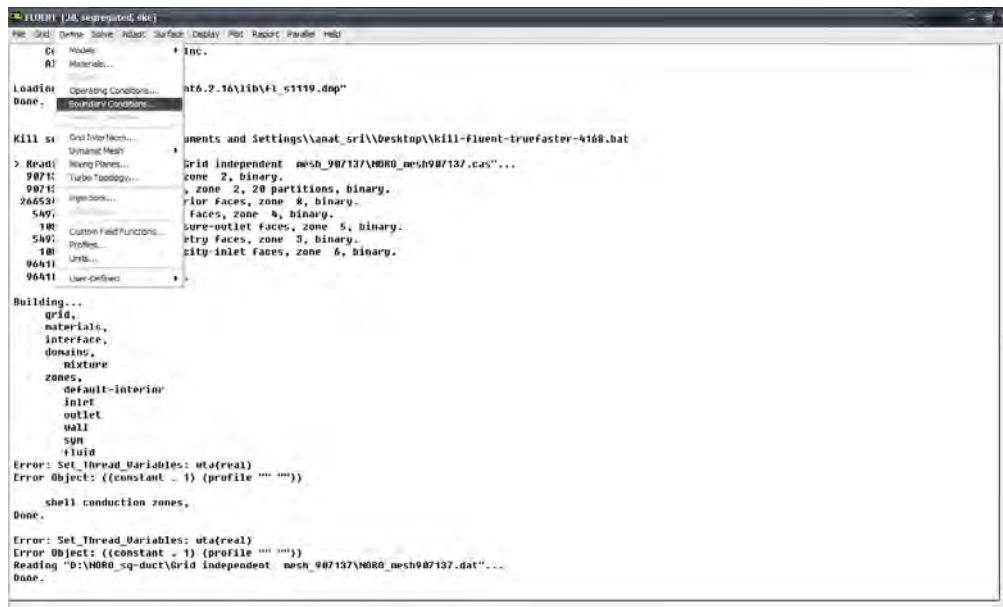
ภาพผนวกที่ ข18 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 7

19. ใช้คำสั่ง Define → Material select Fluent Database



ภาพผนวกที่ ข19 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 8

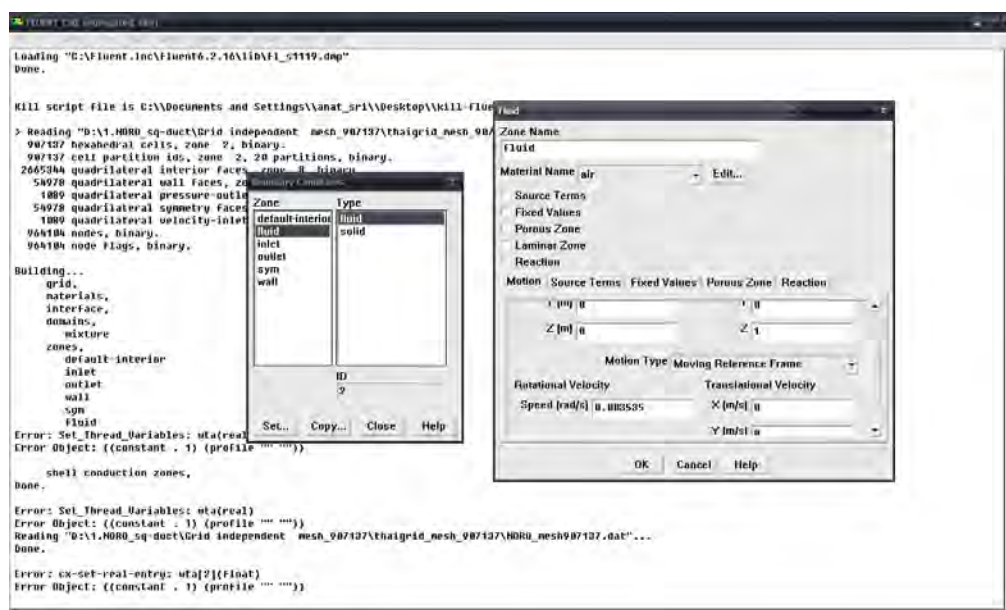
20. ใช้คำสั่ง Define → Boundary Condition



ภาพผนวกที่ ข20 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 9

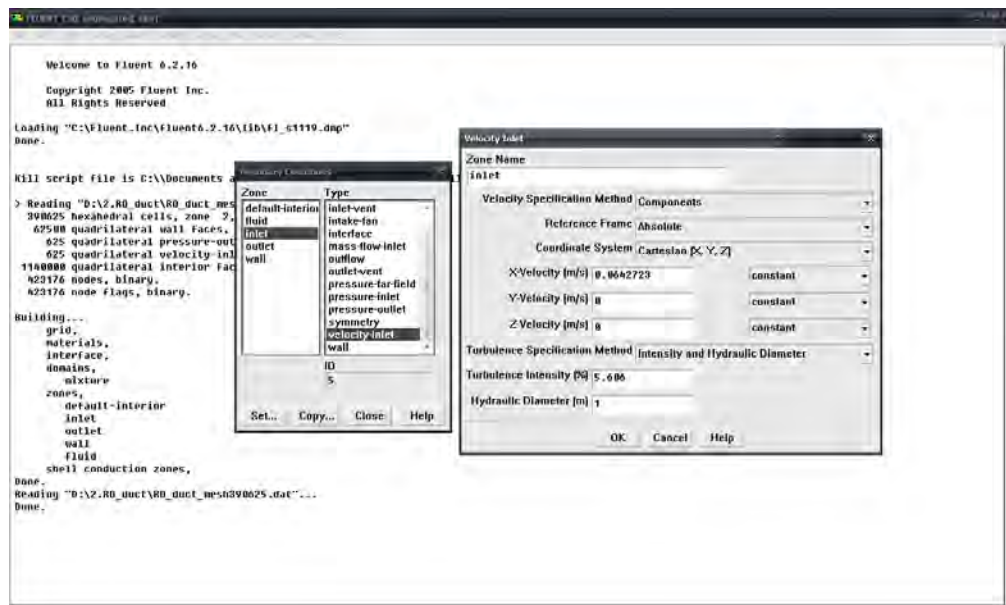
21. ใช้คำสั่ง Zone select fluid → Type select fluid → Click set → Motion Type select Moving

Reference Frame → Rotational velocity set speed (rad/s) = 0.003535



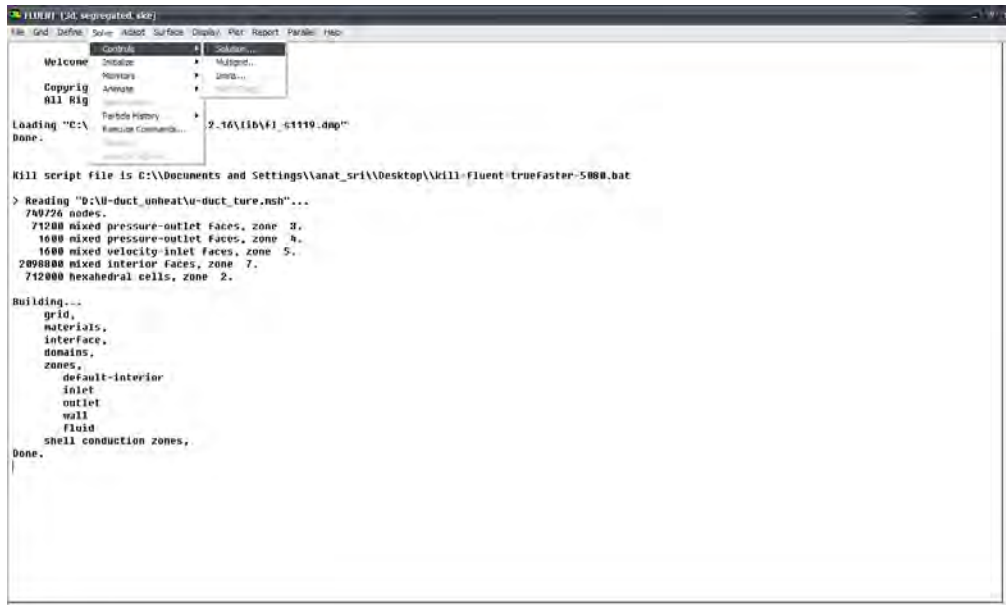
ภาพผนวกที่ ข21 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 10

22. ใช้คำสั่ง Zone select inlet → Type select velocity inlet → Click set



ภาพผนวกที่ ข22 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 11

23. ใช้คำสั่ง Solve → Controls → Solution

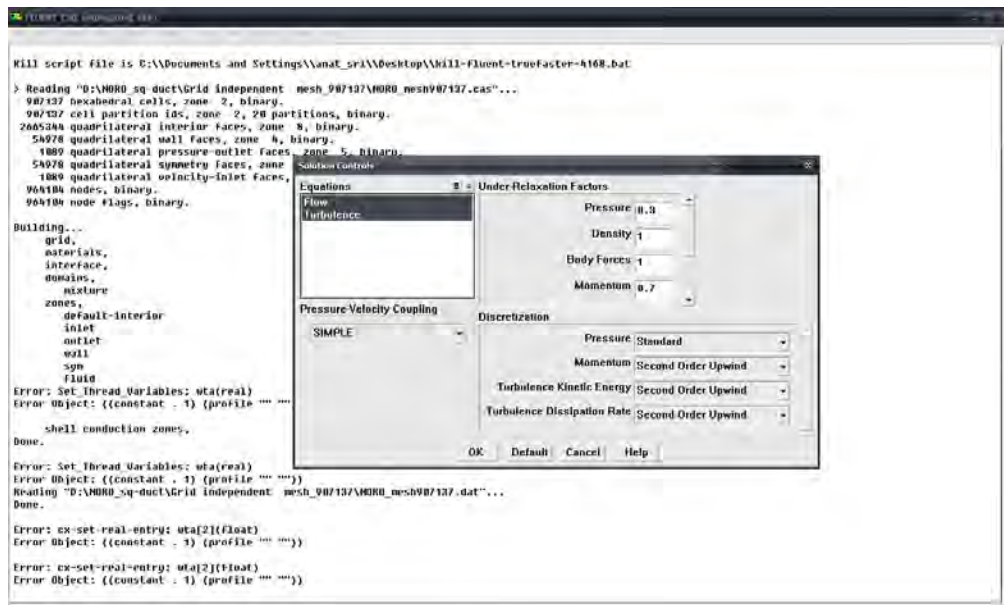


ภาพผนวกที่ ข23 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 12

24. ใช้คำสั่ง Pressure-velocity coupling set SIMPLE

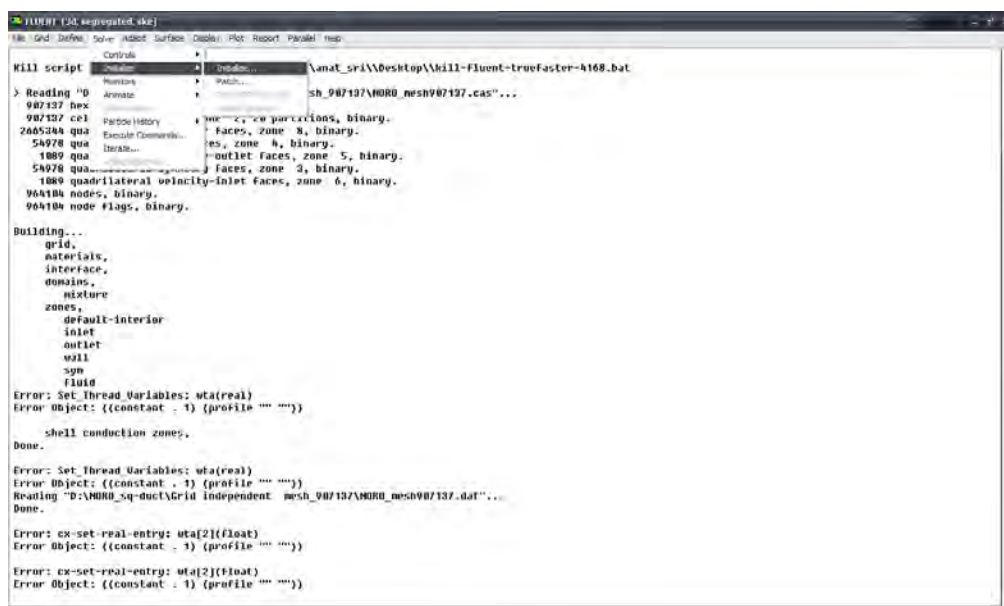
Discretization; momentum, turbulence kinetic energy and turbulence dissipation

rate set Second Order Upwind



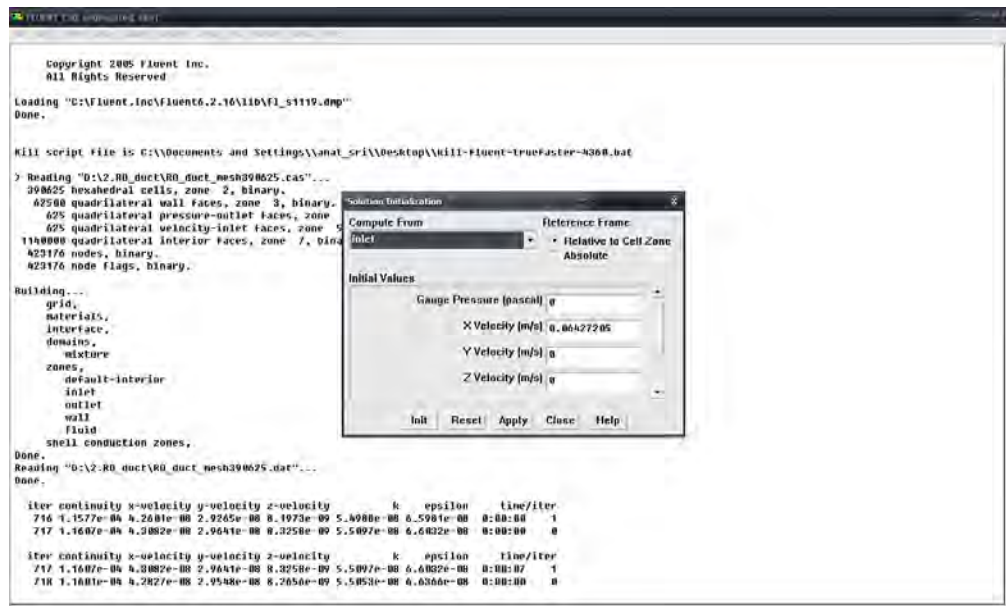
ภาพผนวกที่ ข24 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 13

25. ใช้คำสั่ง Solve → Initialize → Initialize



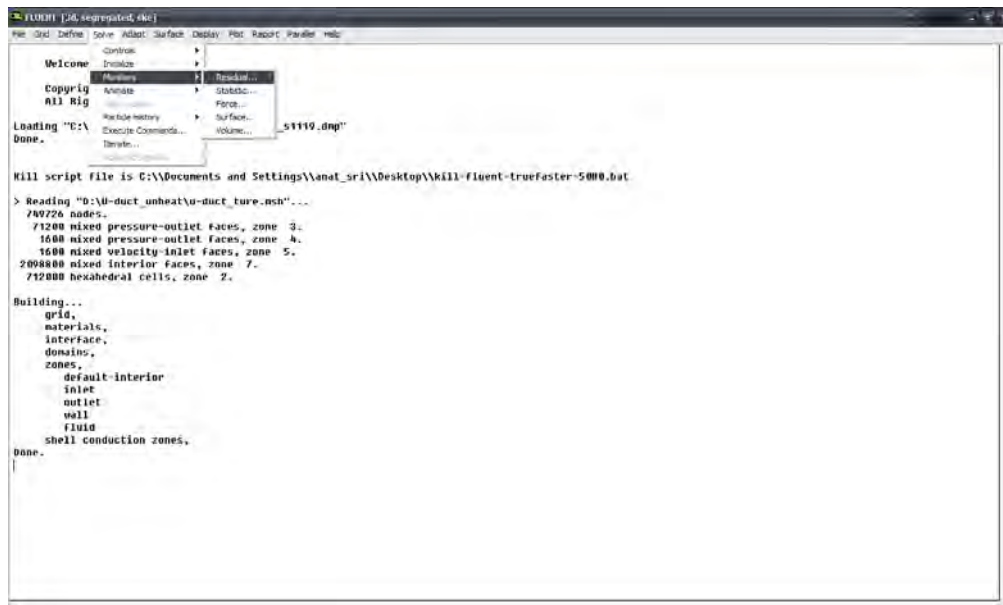
ภาพผนวกที่ ข25 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 14

26. ใช้คำสั่ง Compute Form → inlet



ภาพผนวกที่ ข26 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 15

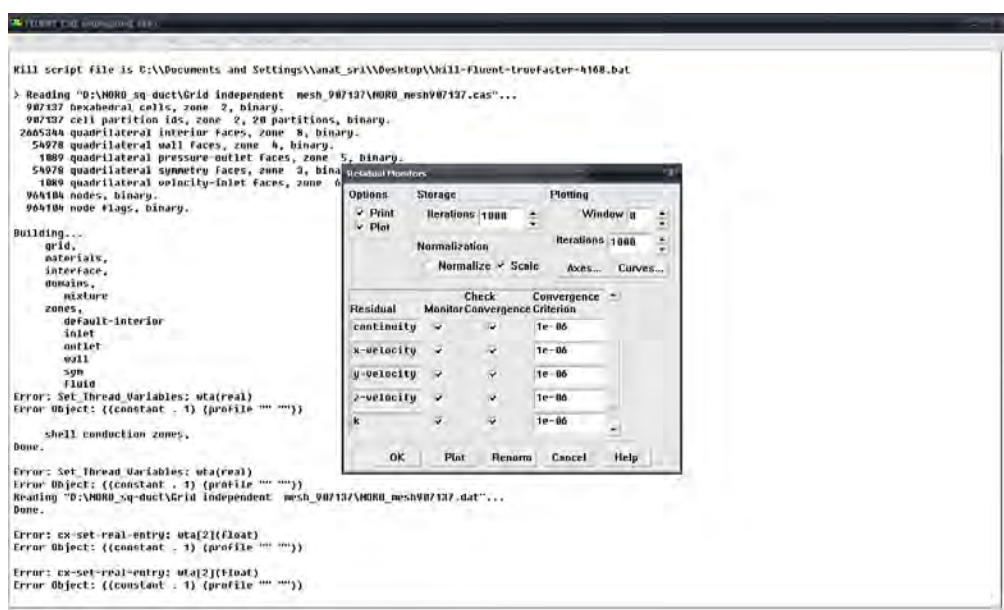
27. ใช้คำสั่ง Solve → Monitors-Residual

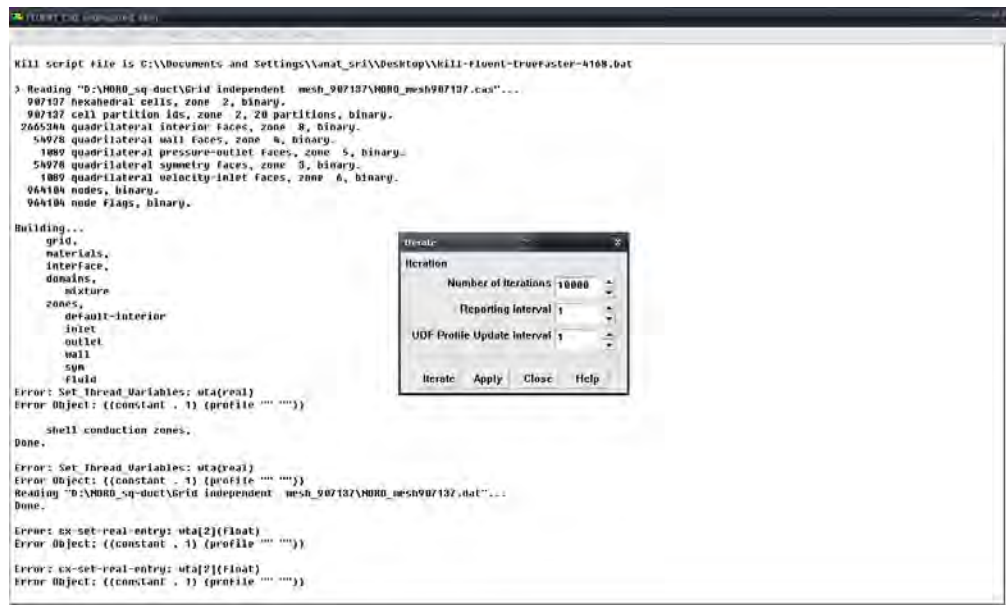


ภาพผนวกที่ ข27 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 16

28. ใช้คำสั่ง Option select Print and Plot

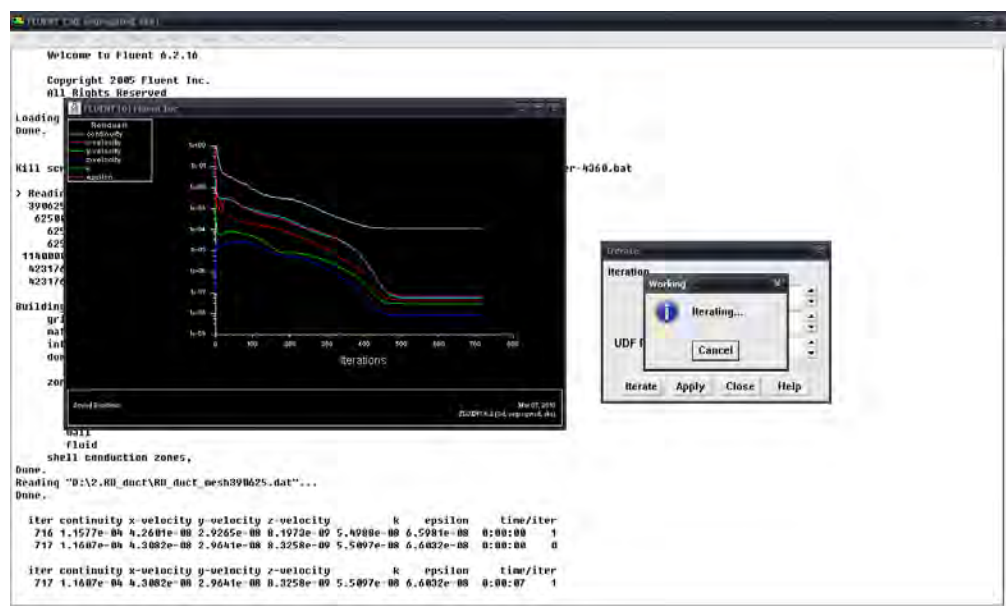
Residual → continuity Convergence Criterion = 0.000001 Click OK





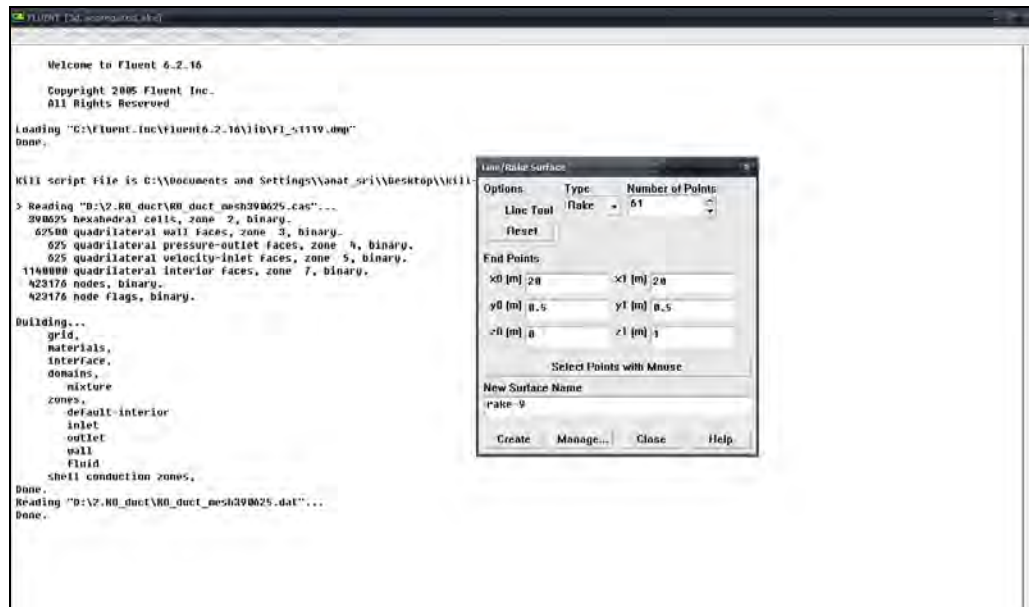
ภาพผนวกที่ ข30 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 19

31. เมื่อค่าของผลเฉลย converged จะแสดงดังรูป



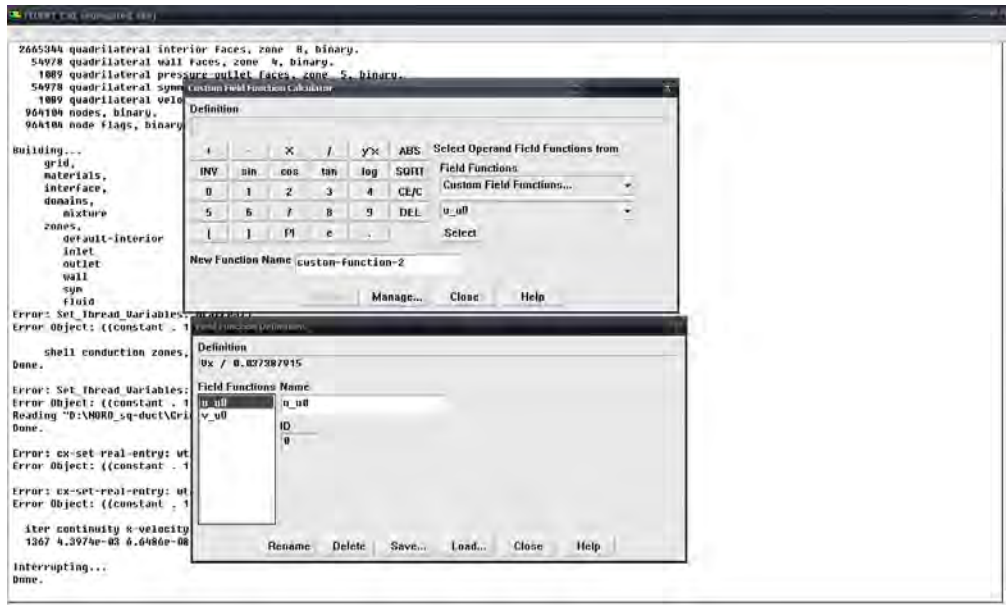
ภาพผนวกที่ ข31 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 20

32. ใช้คำสั่ง Surface → Line/Rake → Rake set Number of point 61



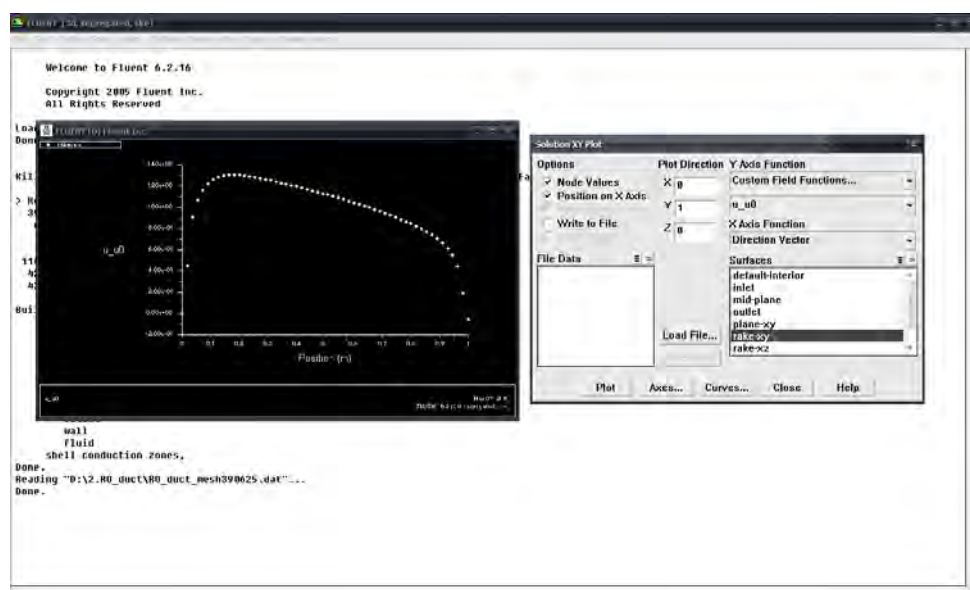
ภาพผนวกที่ ข32 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 21

33. ใช้คำสั่ง Define → Custom Field function → Click define



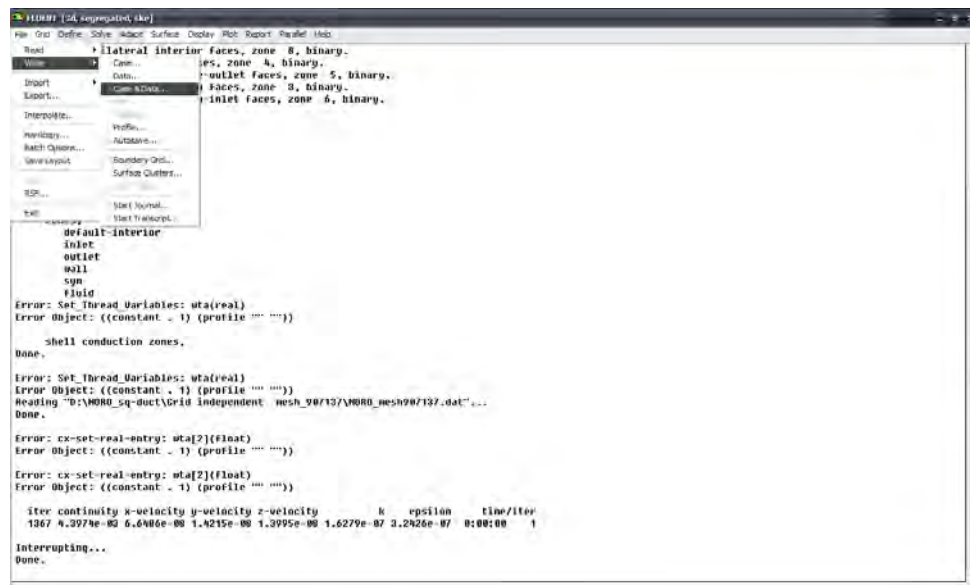
ภาพผนวกที่ ข33 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 22

34. ใช้คำสั่ง Plot XY → Custom Field function → u_u0



ภาพผนวกที่ ข34 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 23

35. ใช้คำสั่ง Select write → Case&Data



ภาพผนวกที่ ข35 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 24

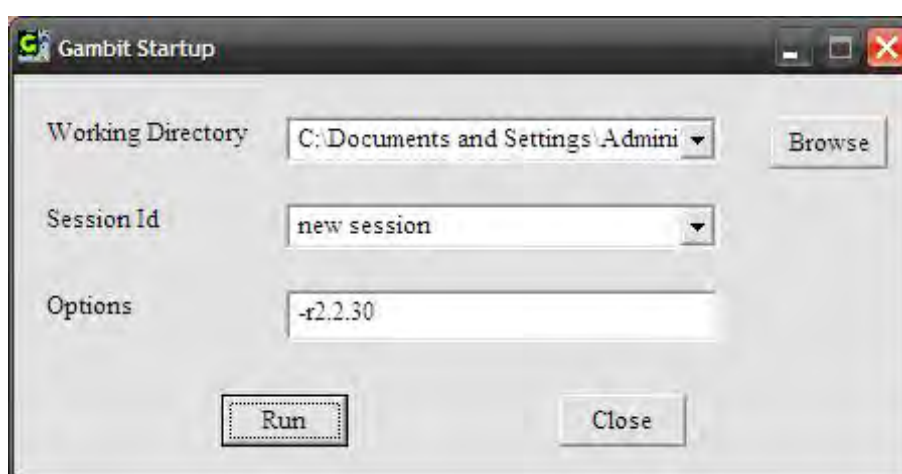
ภาคผนวก ก

ขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT และ FLUENT

ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมผ่านสิ่งกีดขวาง

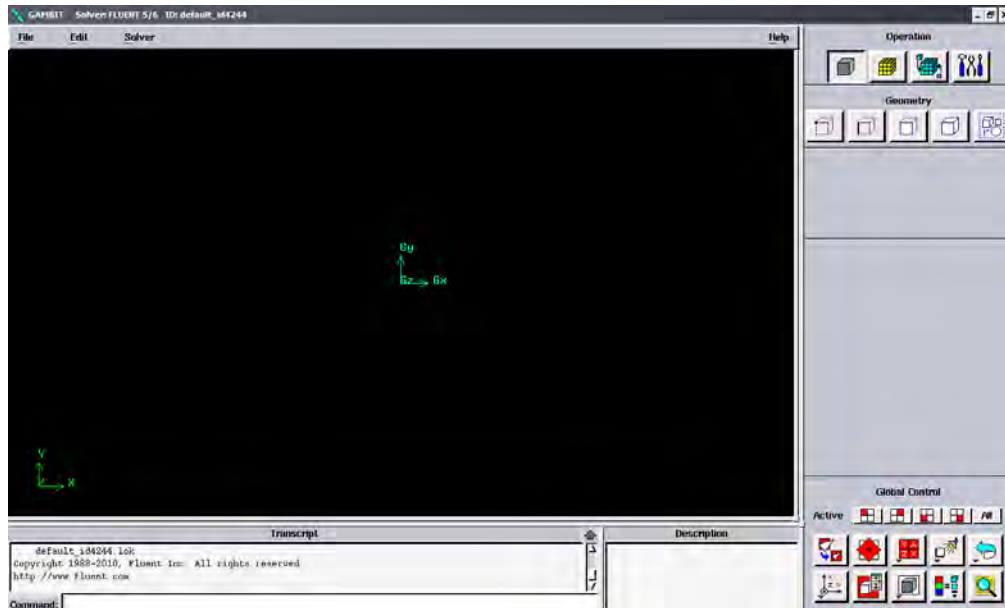
แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS บนระบบปฏิบัติการ Windows System

1. เปิดซอฟต์แวร์ GAMBIT startup → Run



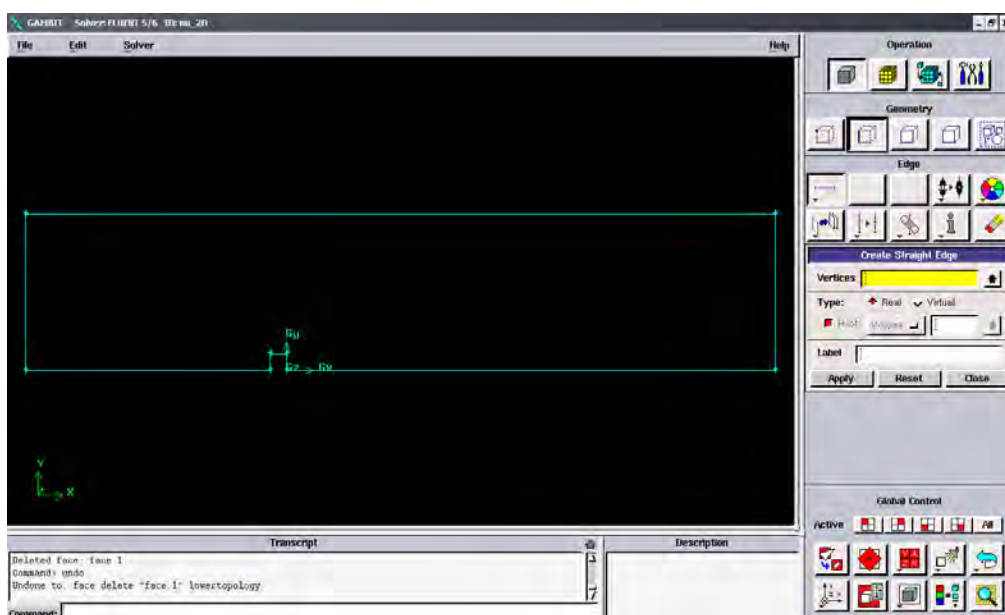
ภาพผนวกที่ ค1 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 1

2. เปิดเปิดซอฟต์แวร์ GAMBIT



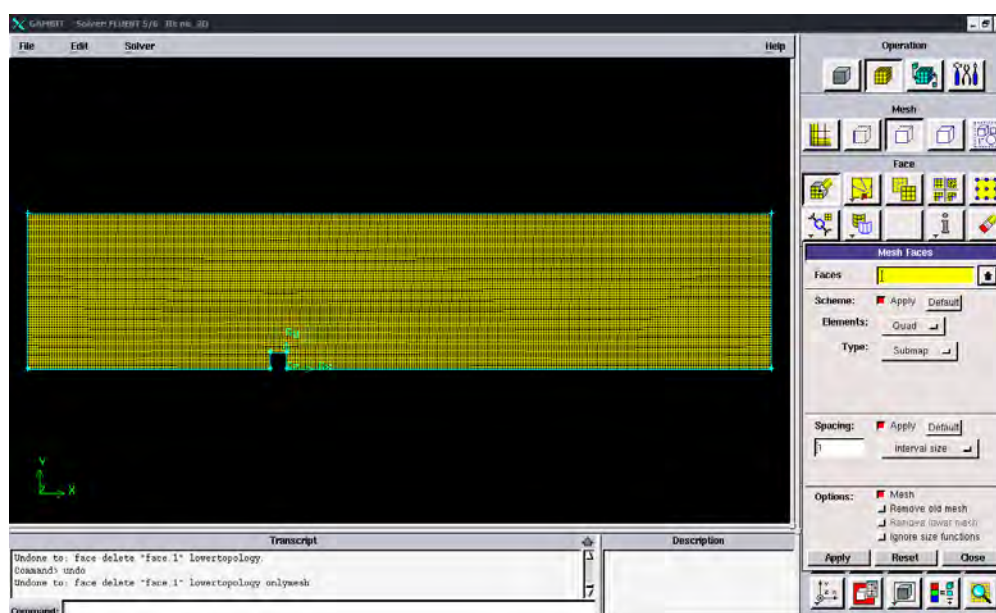
ภาพผนวกที่ ค2 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 2

3. ใช้คำสั่ง Operation → Geometry → Vertex → Create Real Vertex → Apply → Create
Straight Edge → Apply → Create → Face → Apply



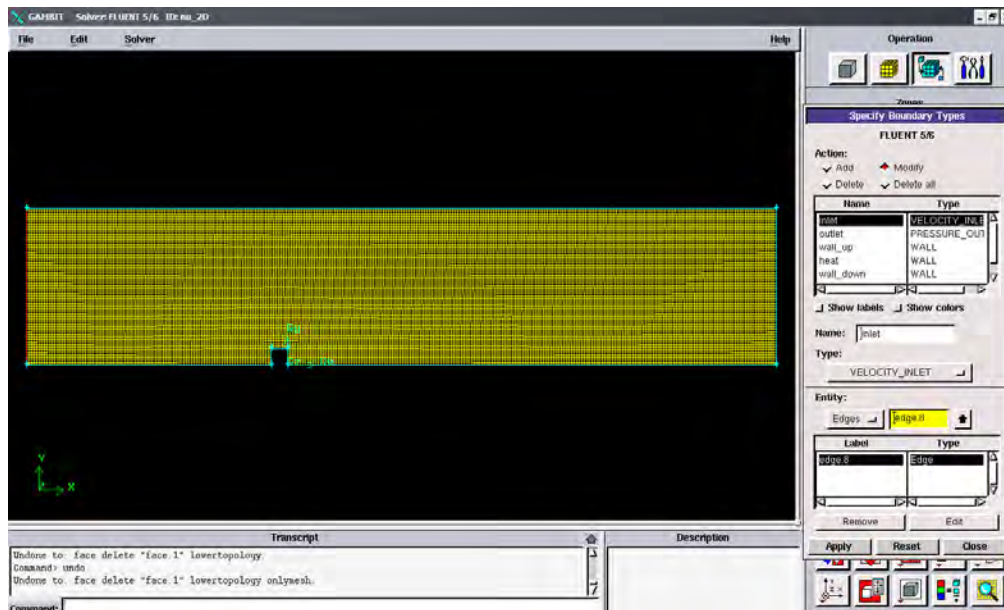
ภาพผนวกที่ ค3 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 3

4. ใช้คำสั่ง Operation → Mesh → Face → Elements → Quad → Type → Select → Map
→ Spacing → Select → 1 Interval size → Apply



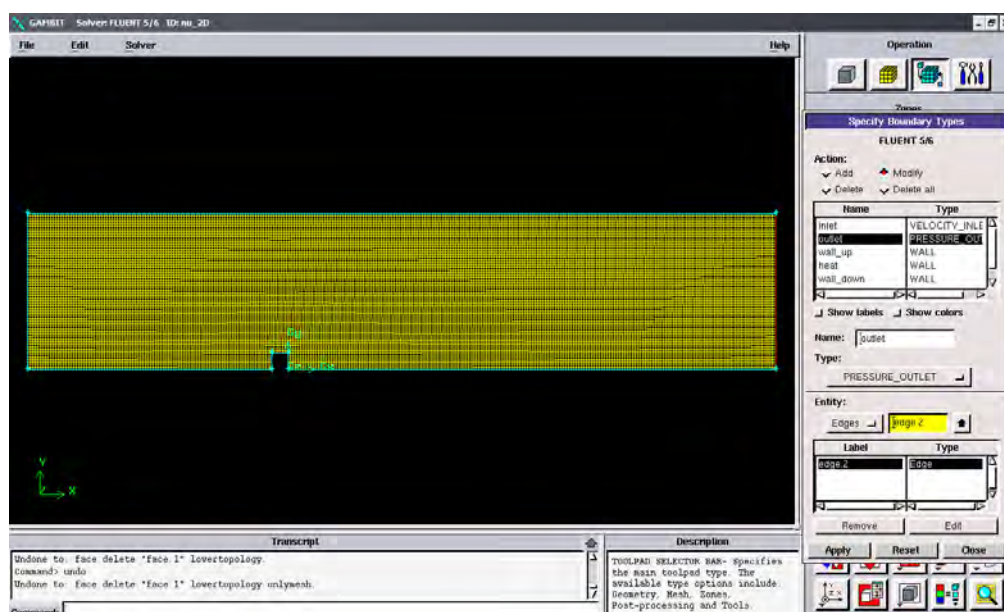
ภาพผนวกที่ ค4 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 4

5. ใช้คำสั่ง Operation → Zones → Specify Boundary Types → Name → Enters →
inlet → Type → Velocity_inlet → Face → face8 → Apply



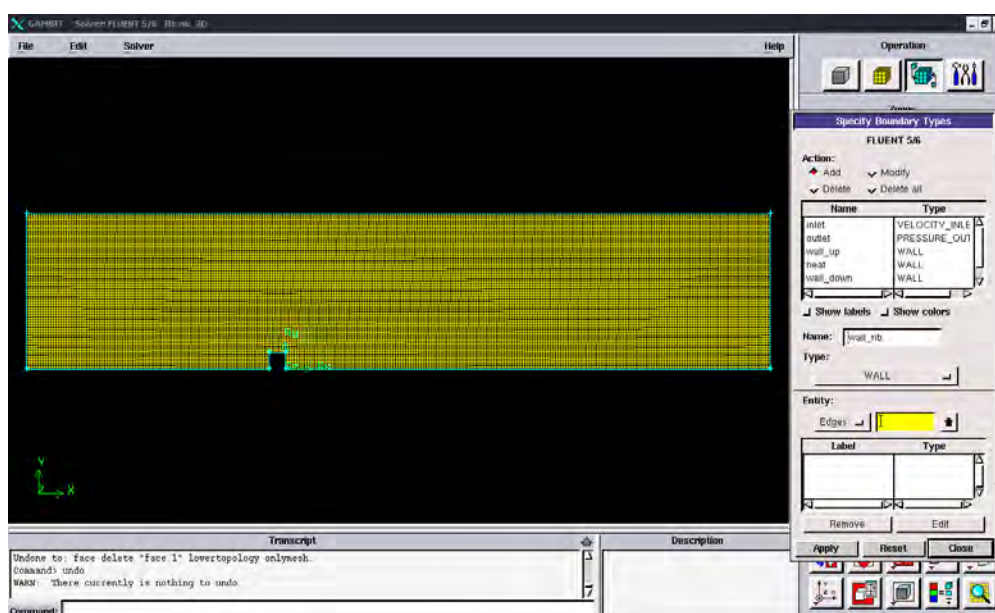
ภาพผนวกที่ ค5 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 5

6. Operation → Zones → Specify Boundary Types → Name → Enter → outlet
 → Type → Pressure_outlet → Face → face2 → Apply



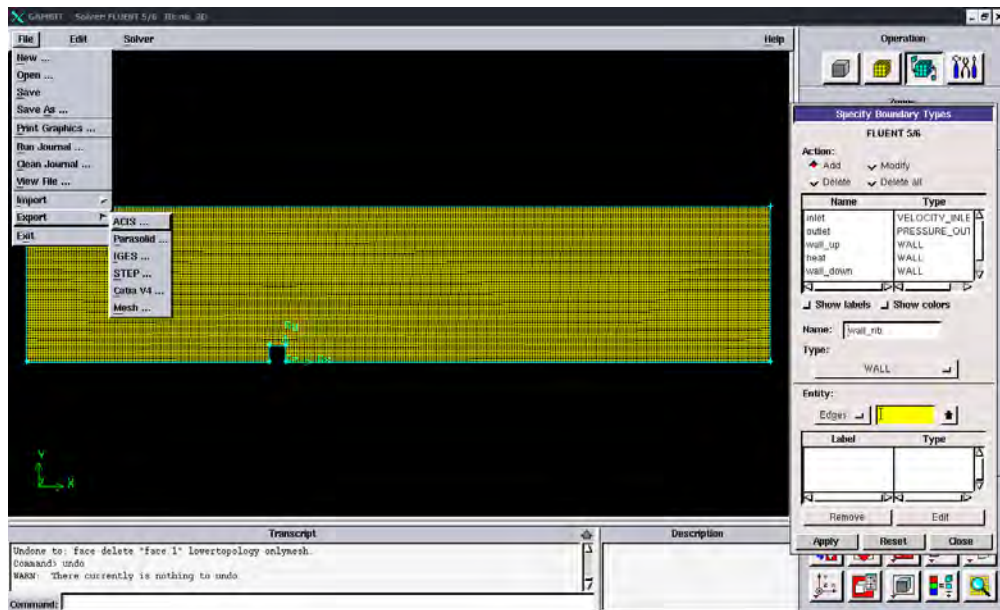
ภาพผนวกที่ ค6 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 6

7. Operation → Zones → Specify Boundary Types → Name → Enter → wall
 → Type → Wall → Face → face1 ,3 ,4,5,6 and 7 → Apply



ภาพผนวกที่ ค7 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 7

8. บันทึกโดยใช้คำสั่ง Save File → Export → Mesh → Browse → rib.mesh → Accept



ภาพผนวกที่ ค8 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 8

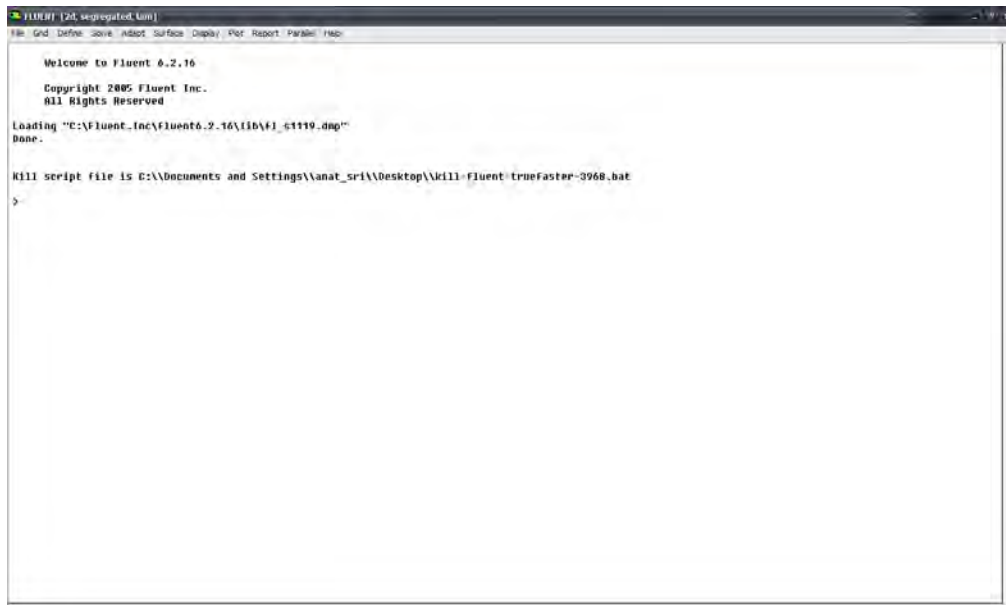
ขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT บนระบบปฏิบัติการ Windows System

9. เปิดซอฟต์แวร์เลือก FLUENT version → 2d → Run



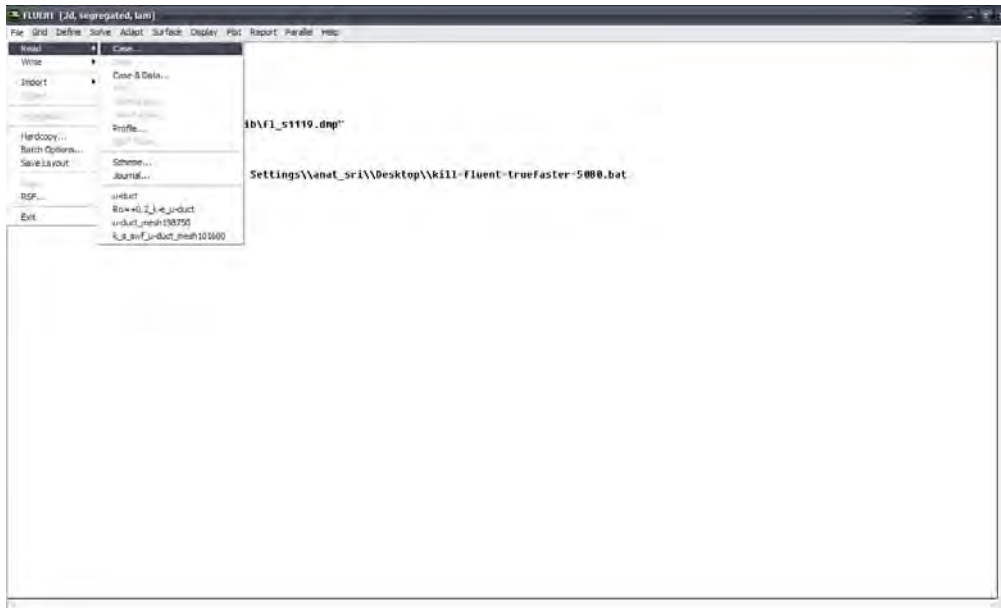
ภาพผนวกที่ ค9 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 1

10. เปิดซอฟต์แวร์ FLUENT command Windows



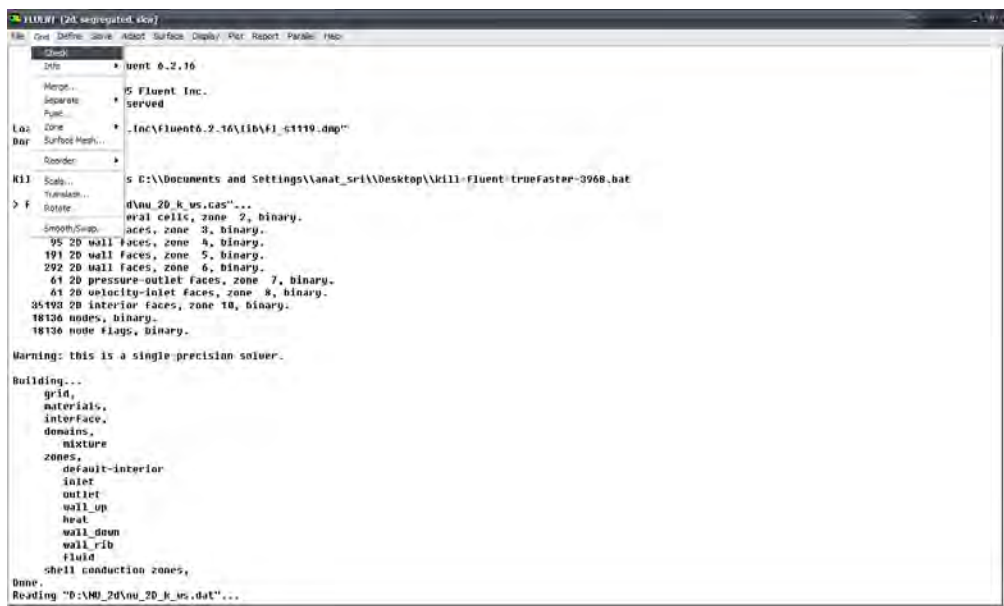
ภาพผนวกที่ ค10 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 2

11. ใช้คำสั่ง File → Read → Case



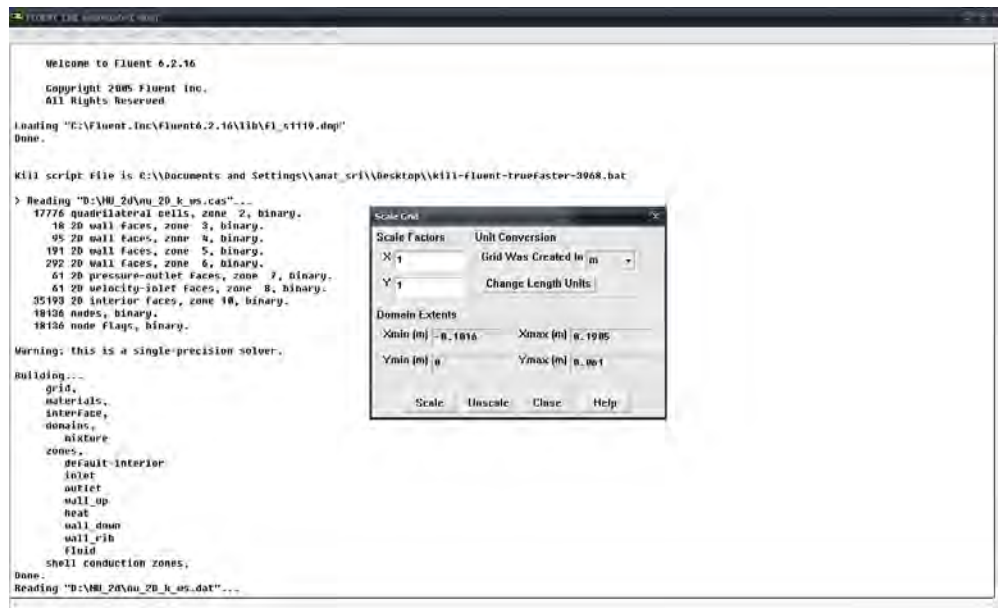
ภาพผนวกที่ ค11 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 3

12. ใช้คำสั่ง Grid → Check



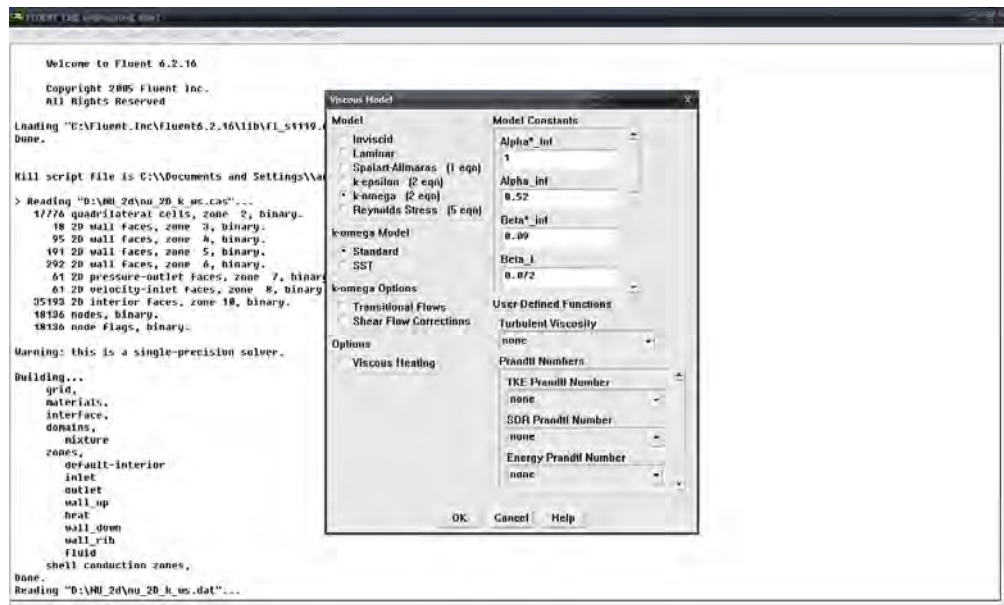
ภาพผนวกที่ ค12 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 4

13. ใช้คำสั่ง Grid → Scale



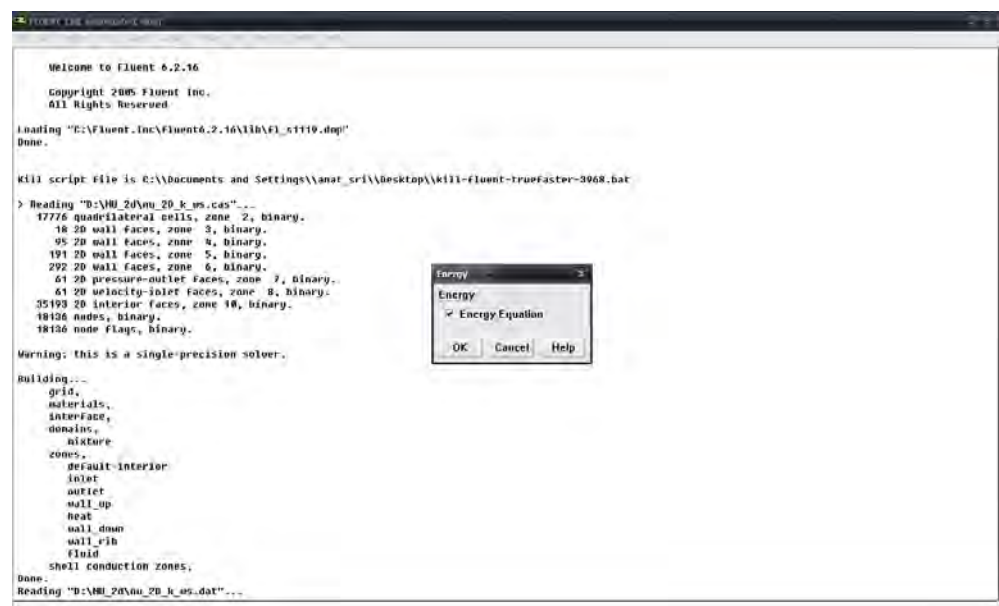
ภาพผนวกที่ ค13 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 5

14. ใช้คำสั่ง Define → Models → Viscous



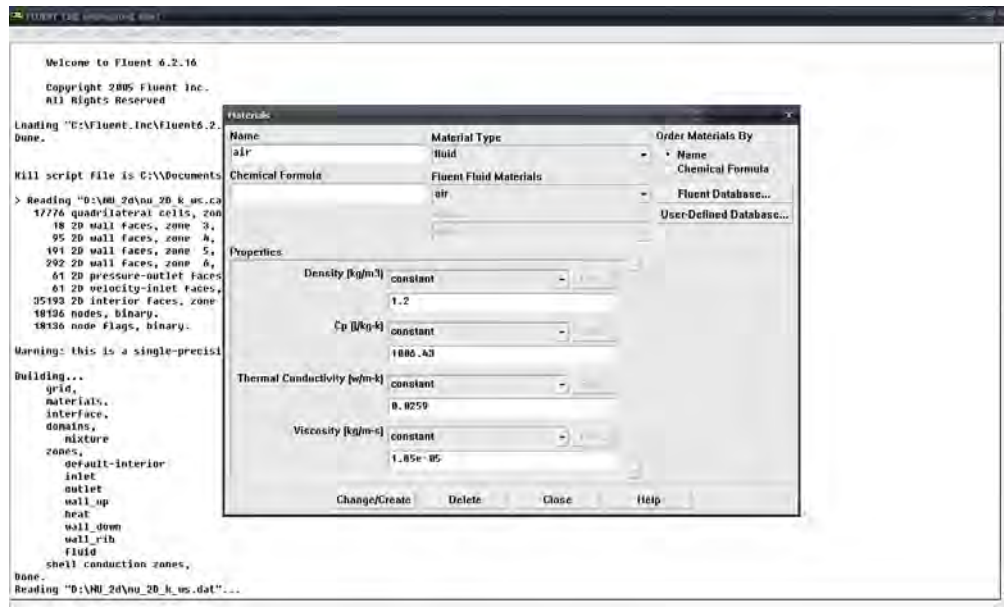
ภาพผนวกที่ ค14 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 6

15. ใช้คำสั่ง Define → Models → Energy



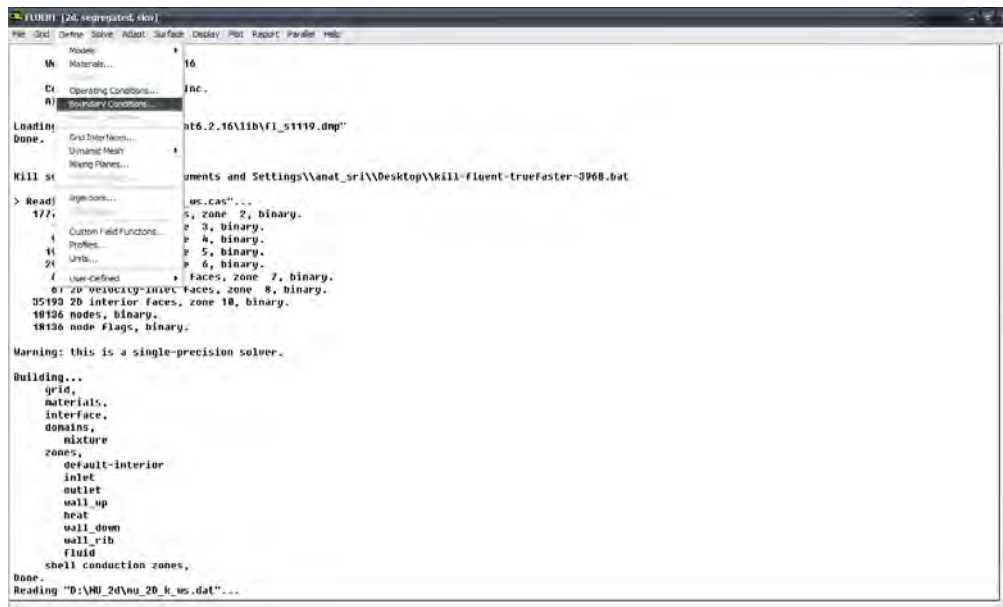
ภาพผนวกที่ ค15 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 7

16. ใช้คำสั่ง Define → Material-select Fluent Database



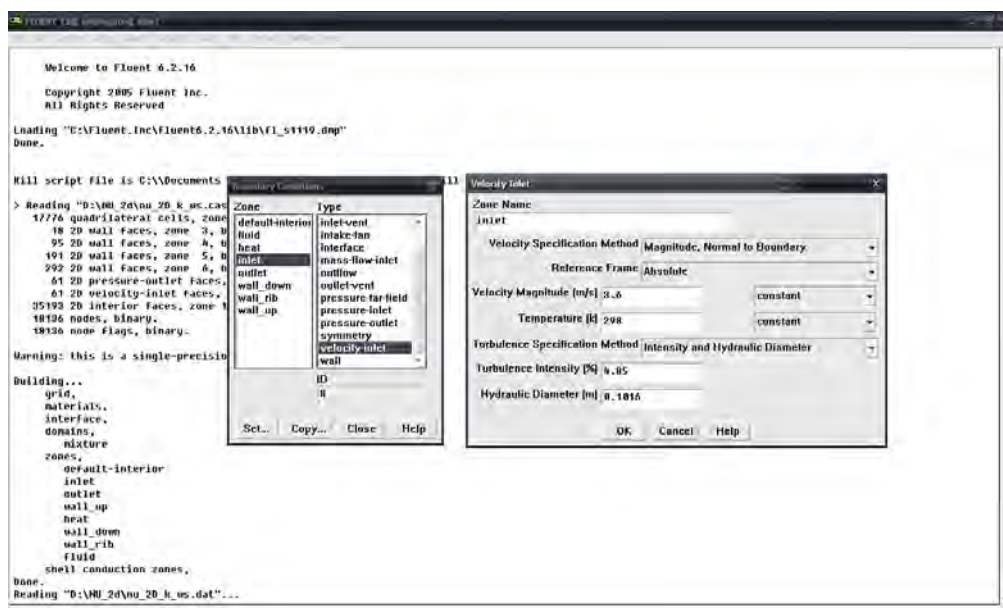
ภาพผนวกที่ ค16 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 8

17. ใช้คำสั่ง Define-Boundary Condition



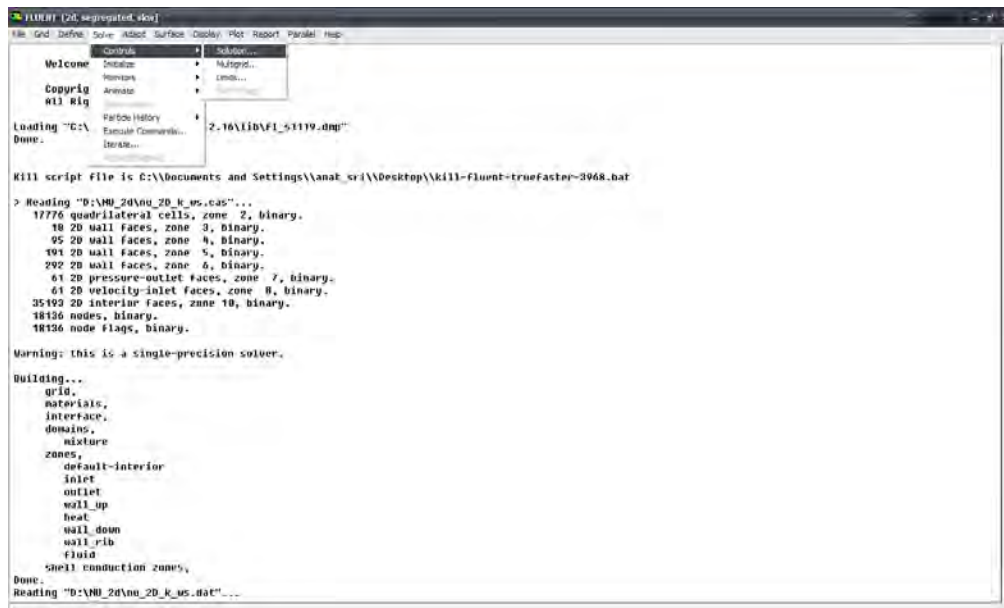
ภาพผนวกที่ ค17 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 9

18. ใช้คำสั่ง Zone select inlet → Type select velocity inlet → Click set



ภาพผนวกที่ ค18 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 10

19. ใช้คำสั่ง Solve → Controls → Solution

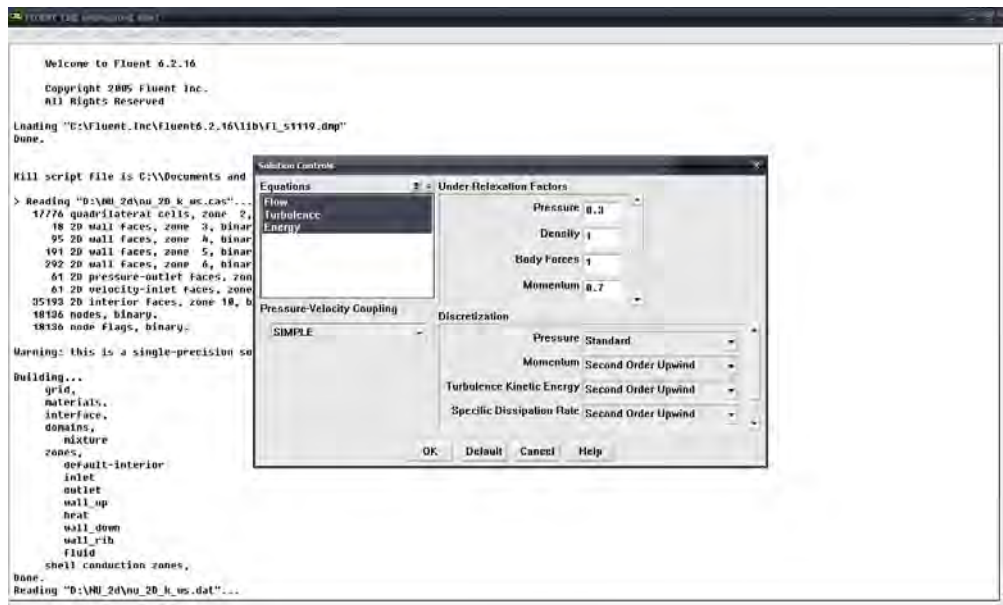


ภาพผนวกที่ ค19 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 11

20. ใช้คำสั่ง Pressure-velocity coupling set SIMPLE

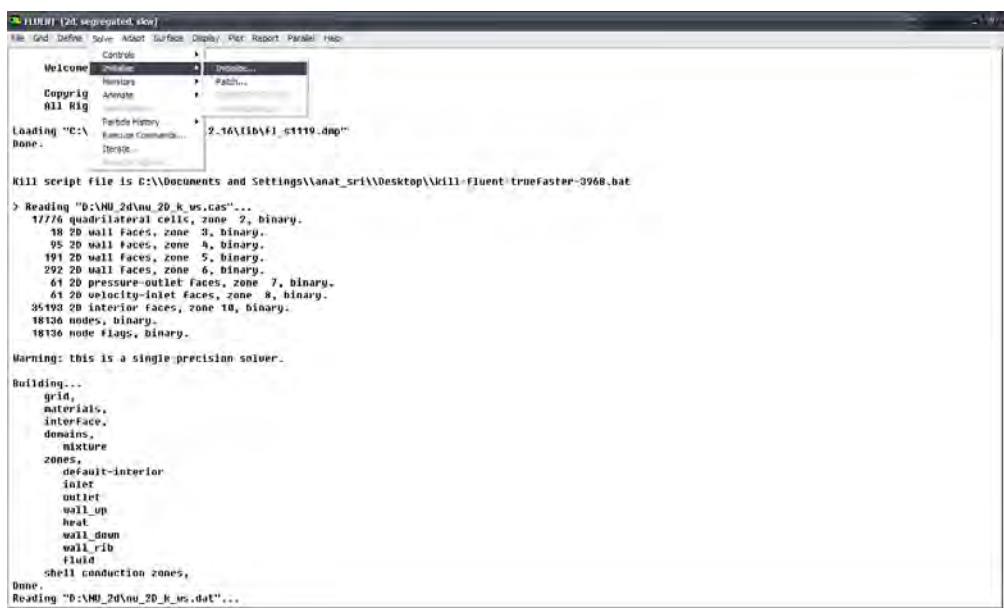
Discretization; momentum, turbulence kinetic energy and turbulence dissipation

rate set Second Order Upwind



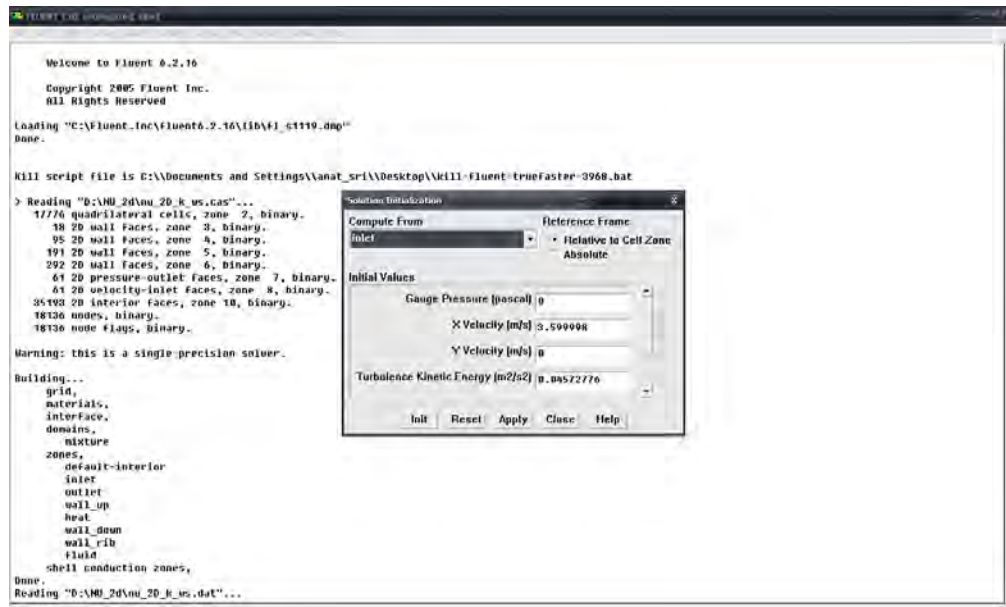
ภาพผนวกที่ ค20 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 12

21. ใช้คำสั่ง Solve → Initialize → Initialize



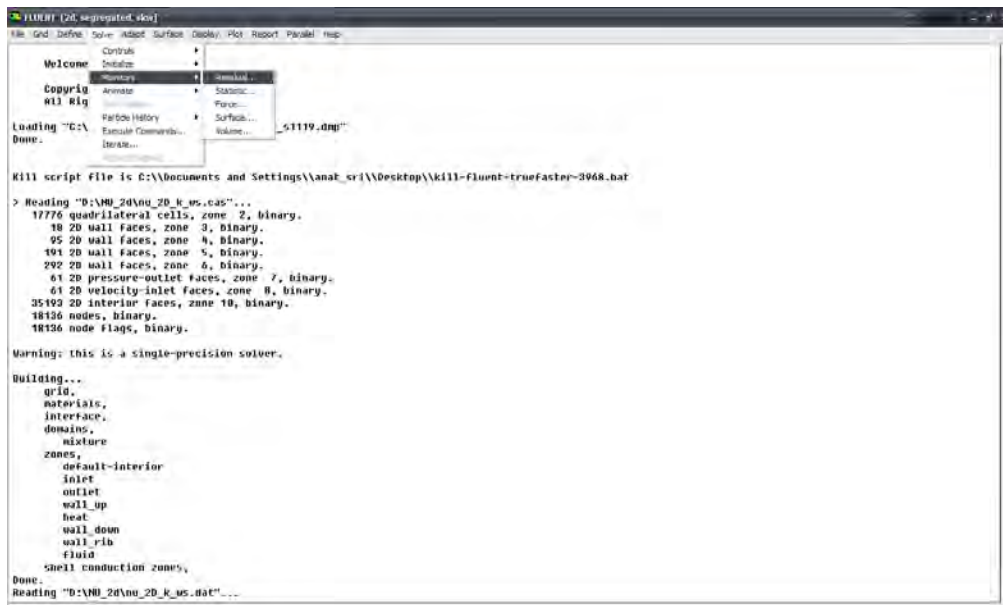
ภาพผนวกที่ ค21 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 13

22. ใช้คำสั่ง Compute Form → inlet



ภาพผนวกที่ ค22 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 14

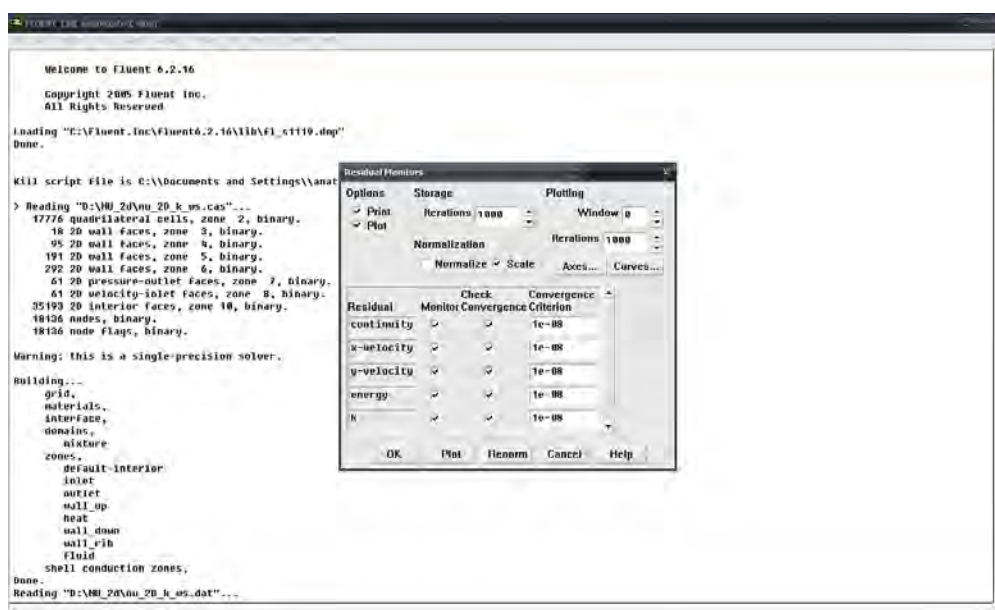
23. ใช้คำสั่ง Solve → Monitors → Residual



ภาพผนวกที่ ค23 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 15

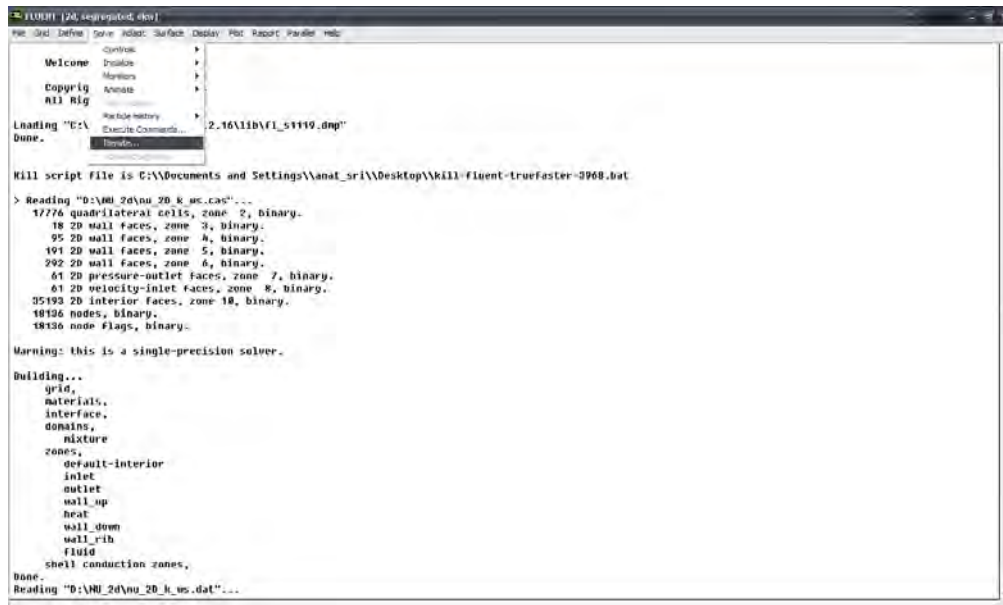
24. ใช้คำสั่ง Option select Print and Plot

Residual-continuity Convergence Criterion = 0.000000001 Click OK



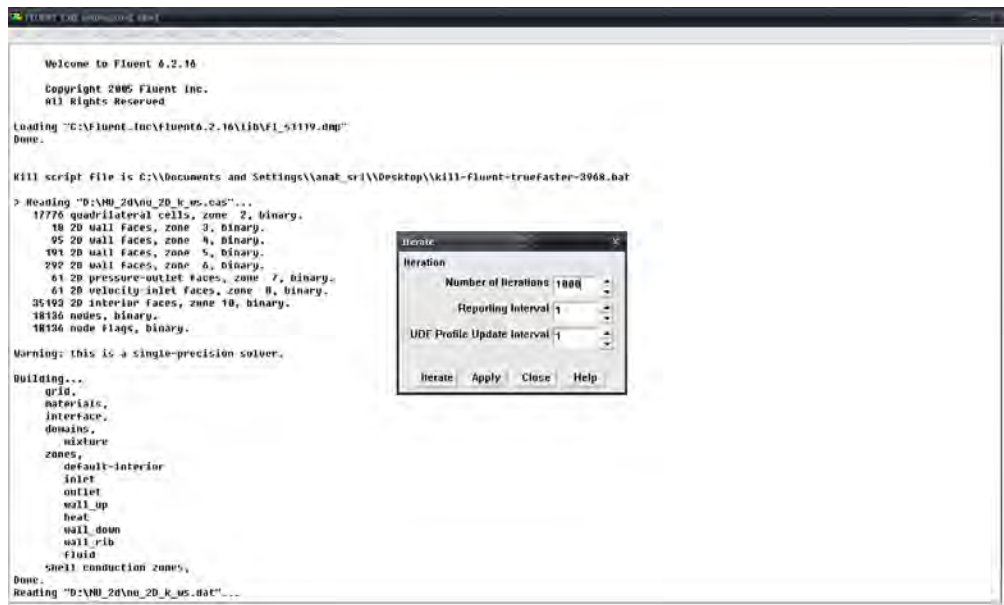
ภาพผนวกที่ ค24 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 16

25. ใช้คำสั่ง Solve → Iterate



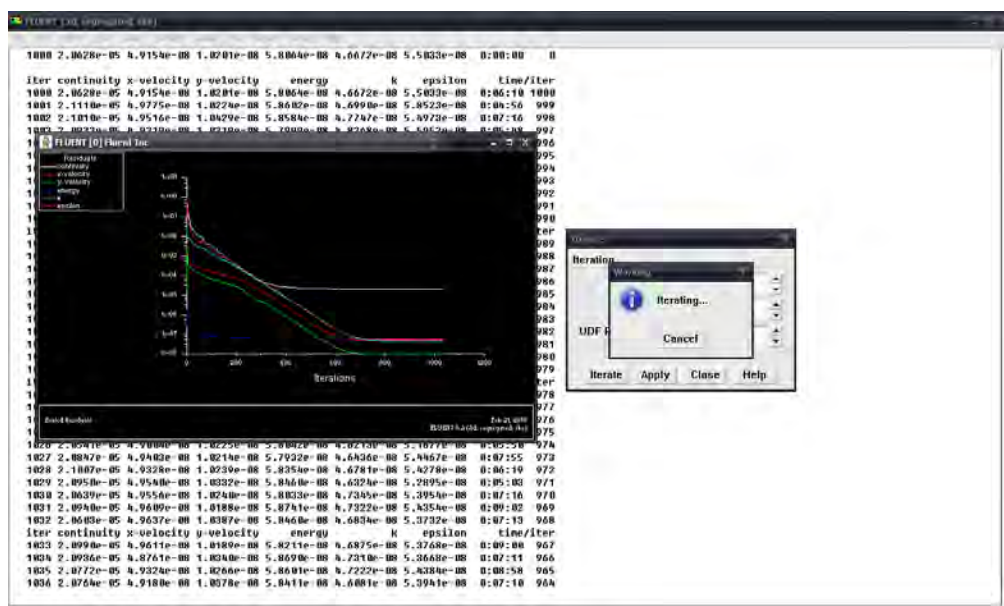
ภาพผนวกที่ ค25 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 17

26. ใช้คำสั่ง Number of Iteration = 10000 Click Iterate



ภาพผนวกที่ ค26 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 18

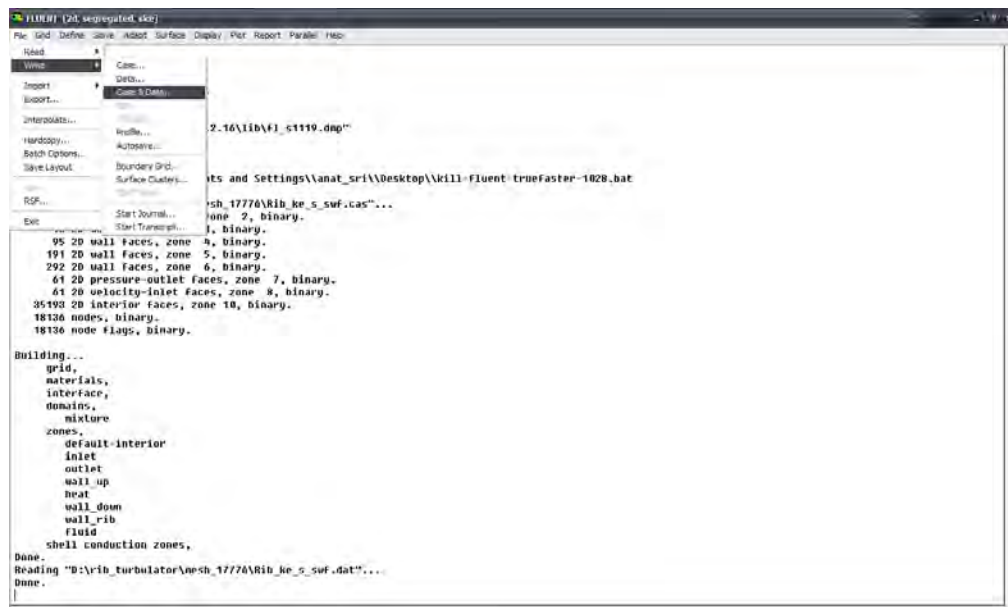
27. เมื่อค่าของผลเฉลย converged จะแสดงดังรูป



ภาพผนวกที่ ค27 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 19

ภาพผนวกที่ ค29 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 21

30. บันทึกข้อมูลโดยใช้คำสั่ง Select write → Case & Data



ภาพผนวกที่ ค30 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 22

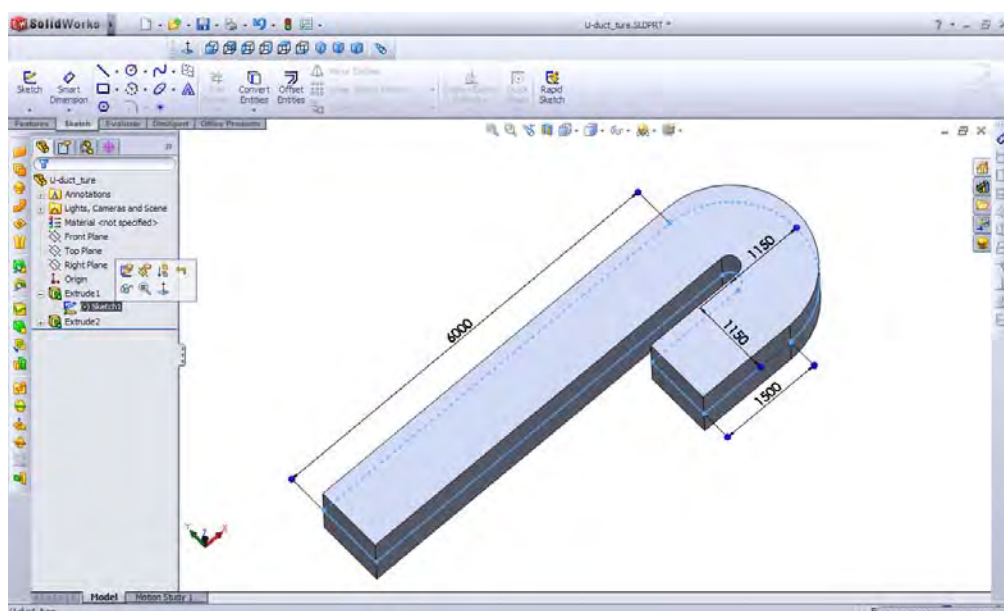
ภาคผนวก ง

ขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS , GAMBIT และ FLUENT

ของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมรูปตัวยู

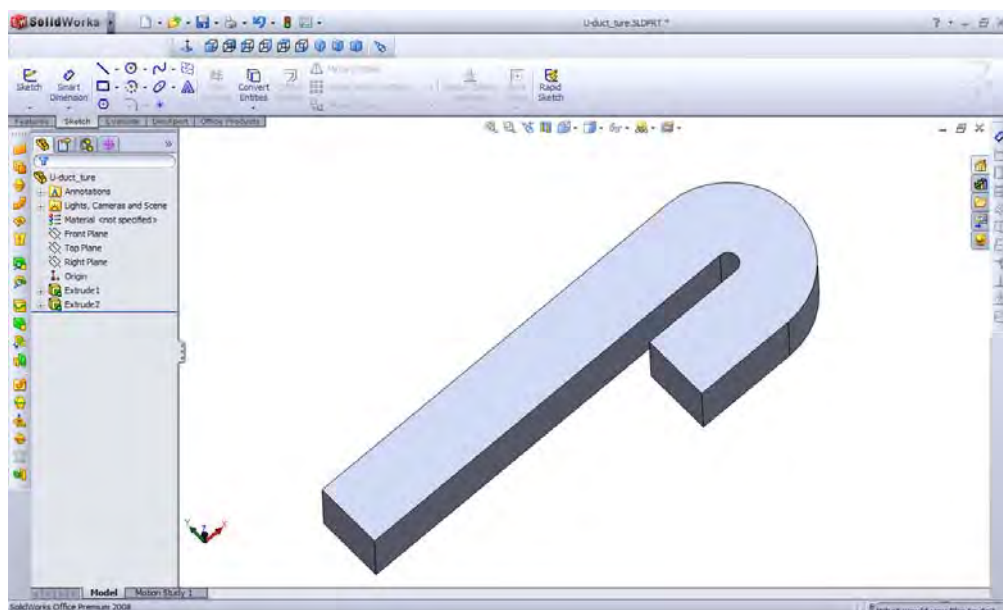
แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS บนระบบปฏิบัติการ Windows System

1. ใช้คำสั่ง Sketch1 → Curve → Extrude1 → Extrude2 → OK



ภาพผนวกที่ 1 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS ขั้นที่ 1

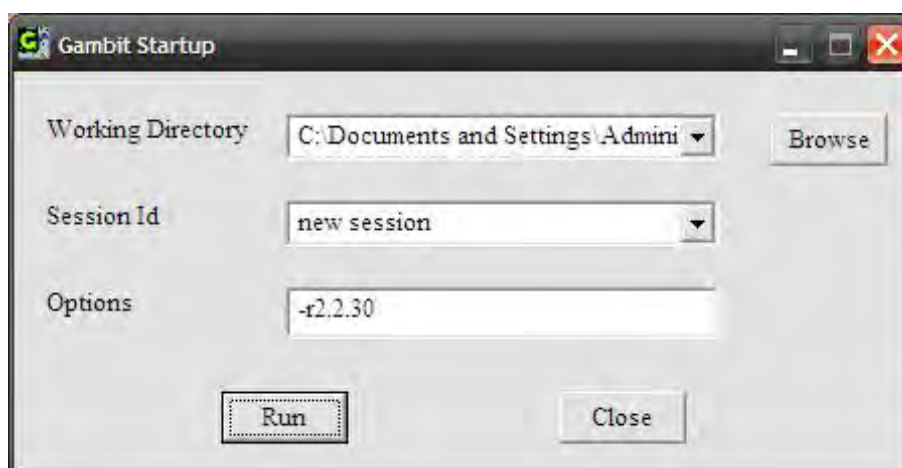
2. บันทึก โดยใช้คำสั่ง File → Save As → File Name → u-duct → Type → .step



ภาพผนวกที่ ง2 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS ขั้นที่ 2

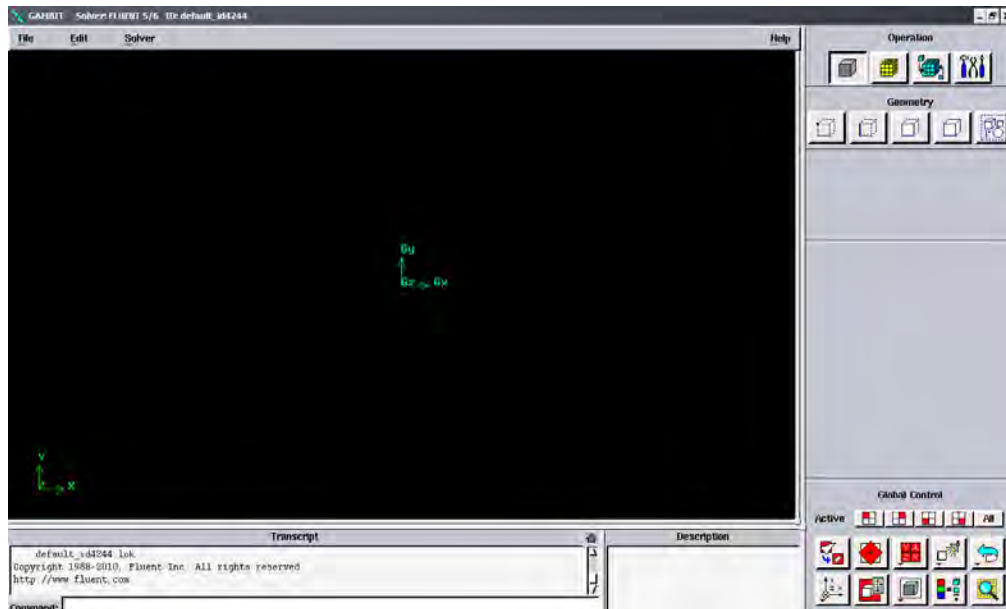
แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT บนระบบปฏิบัติการ Windows System

3. เปิดซอฟต์แวร์ GAMBIT startup → Run



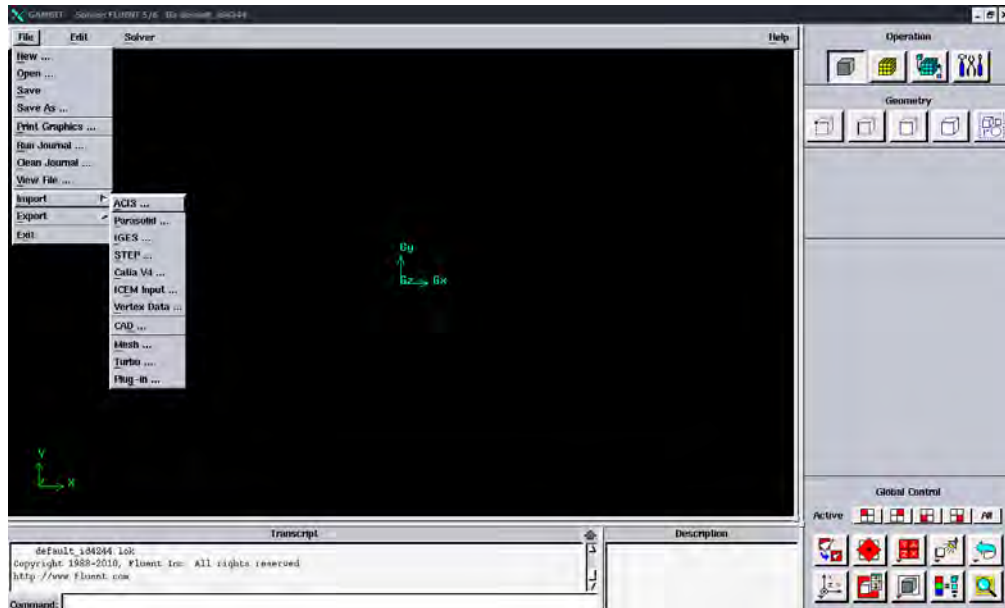
ภาพผนวกที่ ง3 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 1

4. เปิดซอฟต์แวร์ GAMBIT



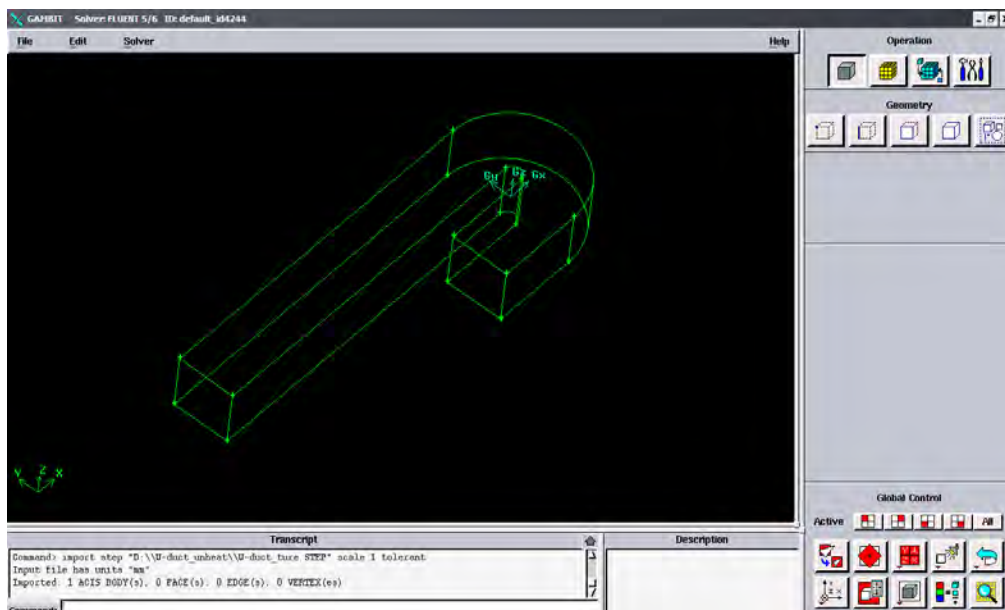
ภาพผนวกที่ 4 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 2

5. เปิดไฟล์แบบโดยใช้คำสั่ง File → Import → STEP → u-duct → Accept



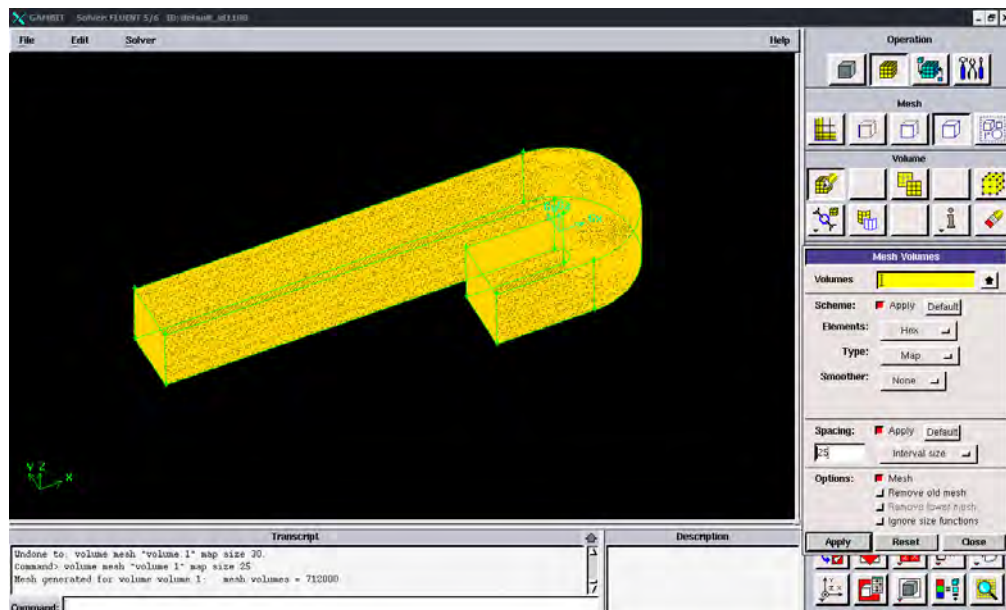
ภาพผนวกที่ 5 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 3

6. ใช้คำสั่ง Operation → Geometry → Volume



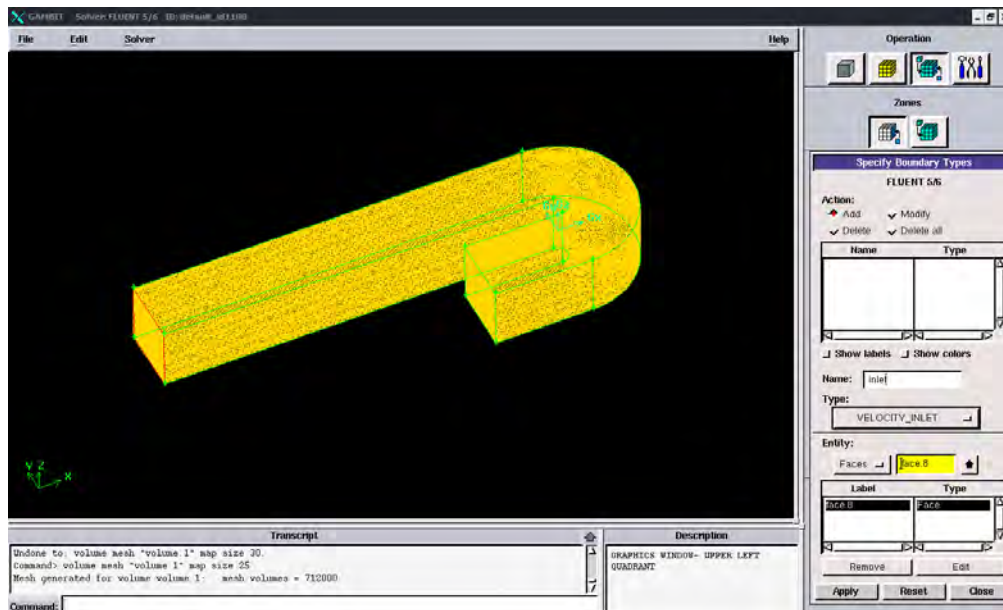
ภาพผนวกที่ 6 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 4

7. ใช้คำสั่ง Operation → Mesh → Volume → Mesh Volumes → Volume → Select
 → Volume1 → Elements → Hex → Type → Select → Map → Spacing → Select
 → 25 Interval size → Apply



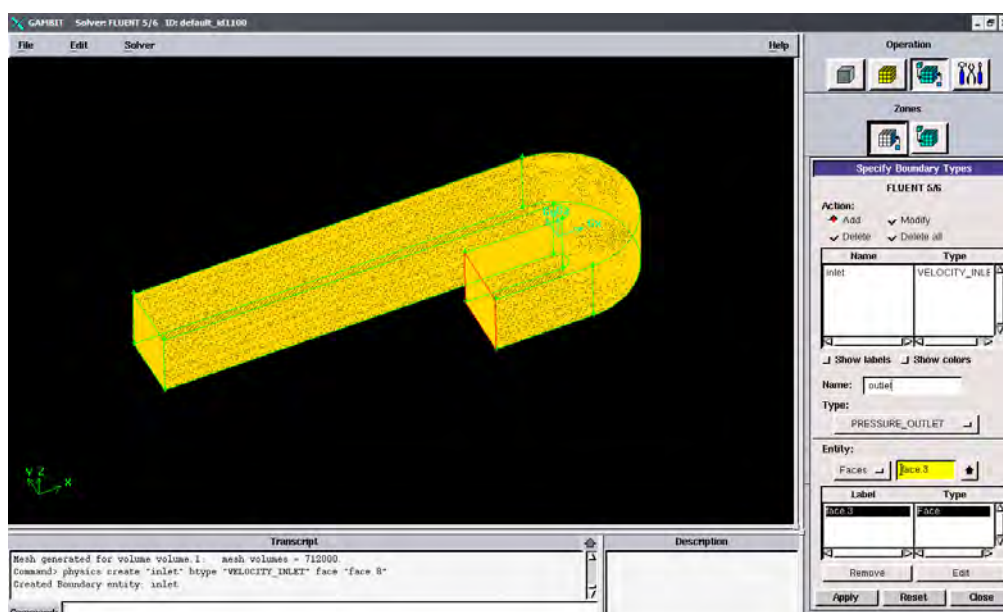
ภาพผนวกที่ 7 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 5

8. ใช้คำสั่ง Operation → Zones → Specify Boundary Types → Name → Enters → inlet
 → Type → Velocity_inlet → Face → face8 → Apply



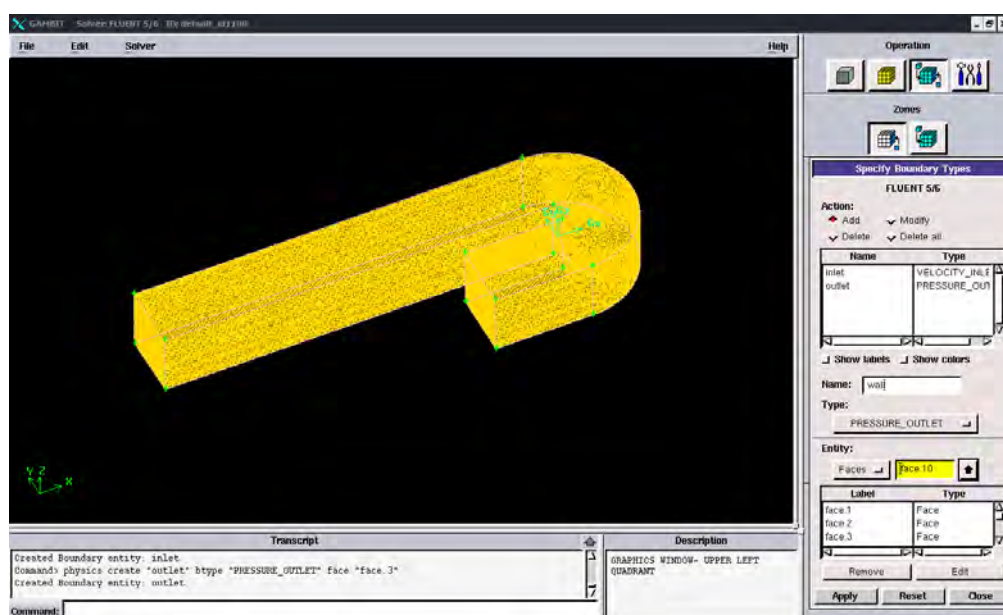
ภาพผนวกที่ ๘ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 6

9. ใช้คำสั่ง Operation → Zones → Specify Boundary Types → Name → Enter → outlet
→ Type → Pressure_outlet → Face → face3 → Apply



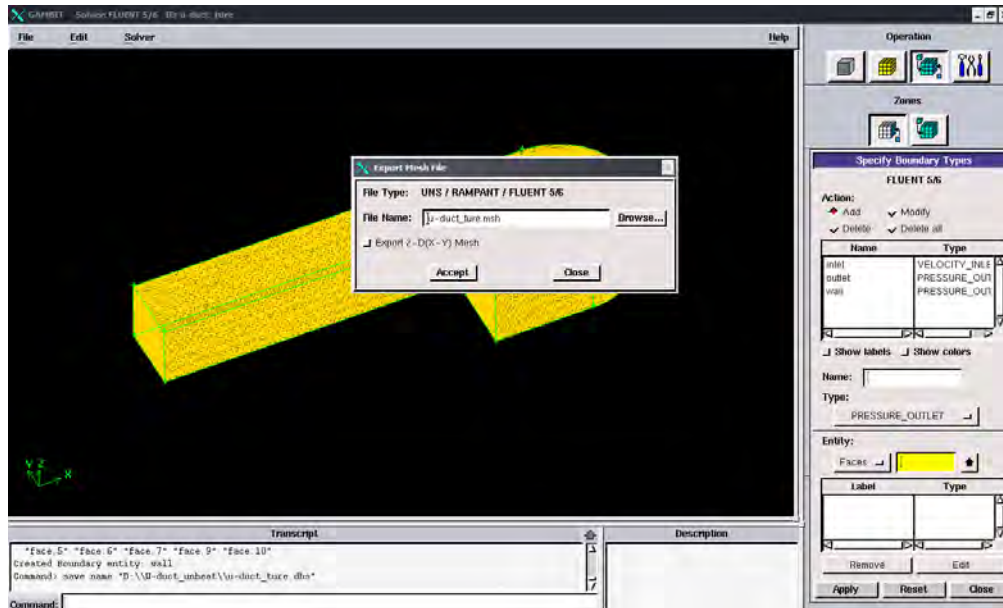
ภาพผนวกที่ 9 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 7

10. ใช้คำสั่ง Operation → Zones → Specify Boundary Types → Name → Enter → wall
→ Type → Pressure _ Outlet → Face → face1 ,2,4,5,6,7,9and10 → Apply



ภาพผนวกที่ 10 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 8

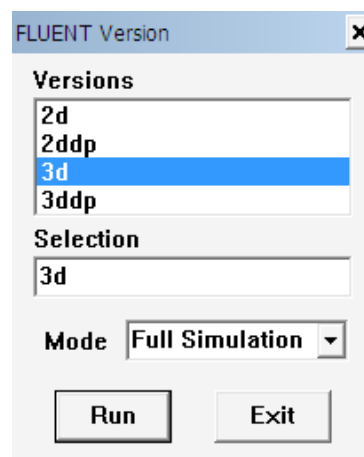
11. บันทึกข้อมูล Save File → Export → Mesh → Browse → u-duct.mesh → Accept



ภาพผนวกที่ 11 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 9

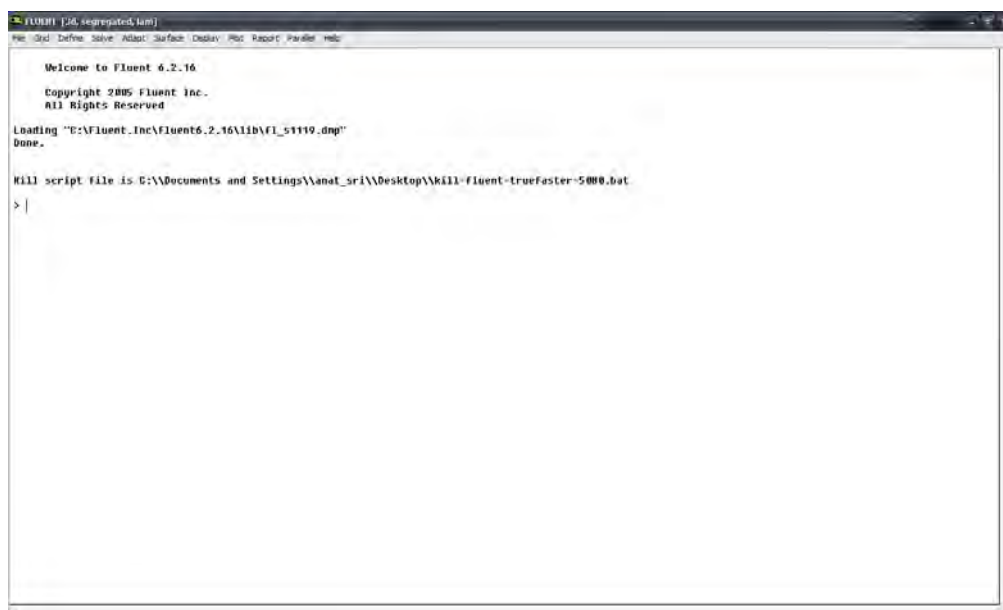
ขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT บนระบบปฏิบัติการ Windows System

12. เปิดซอฟต์แวร์เลือก Select FLUENT version → 3d → Run



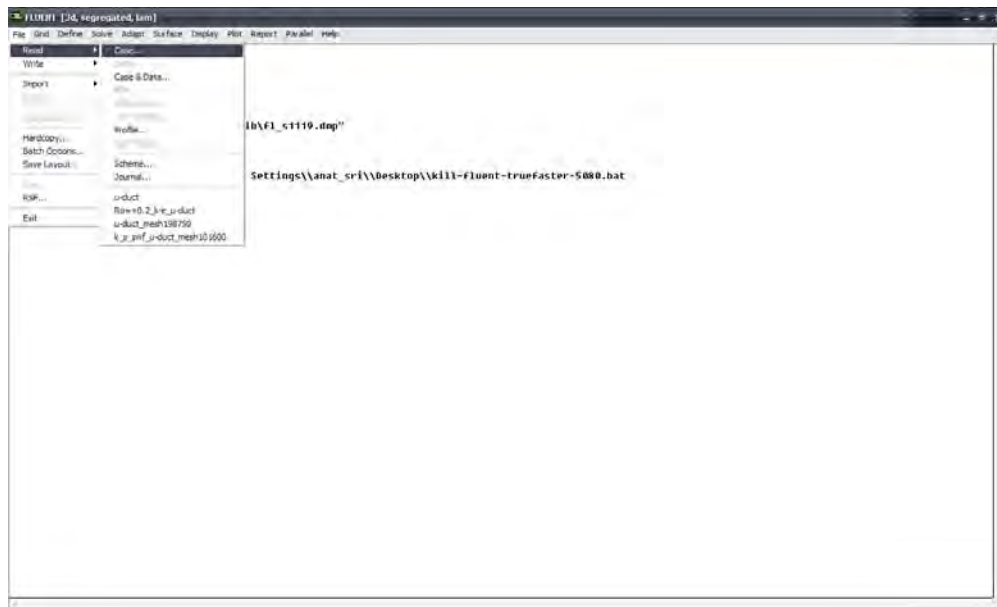
ภาพผนวกที่ 12 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 1

13. เปิดซอฟต์แวร์เลือก FLUENT command Windows



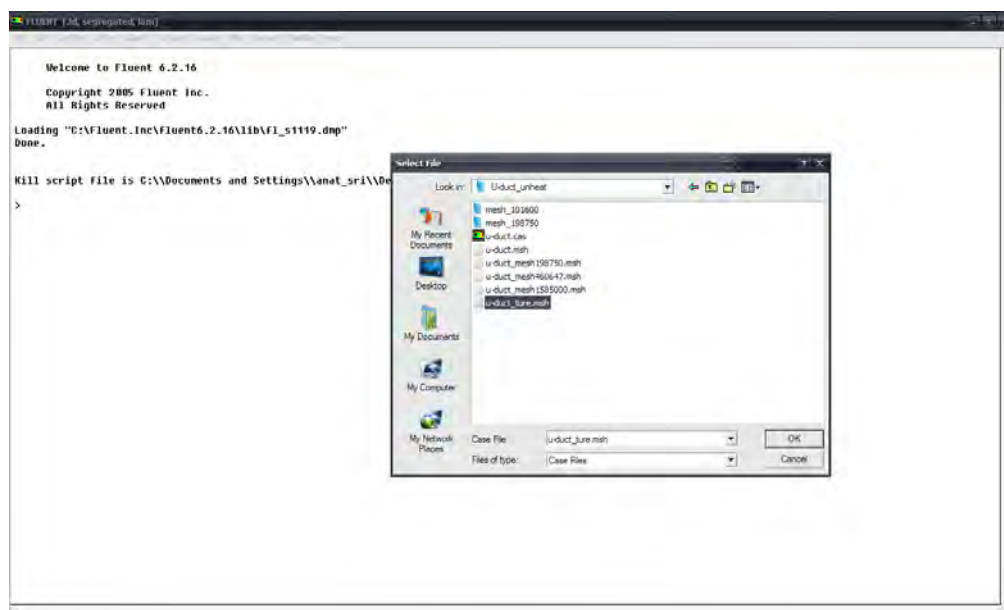
ภาพผนวกที่ 13 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 2

14. ใช้คำสั่ง File → Read → Case



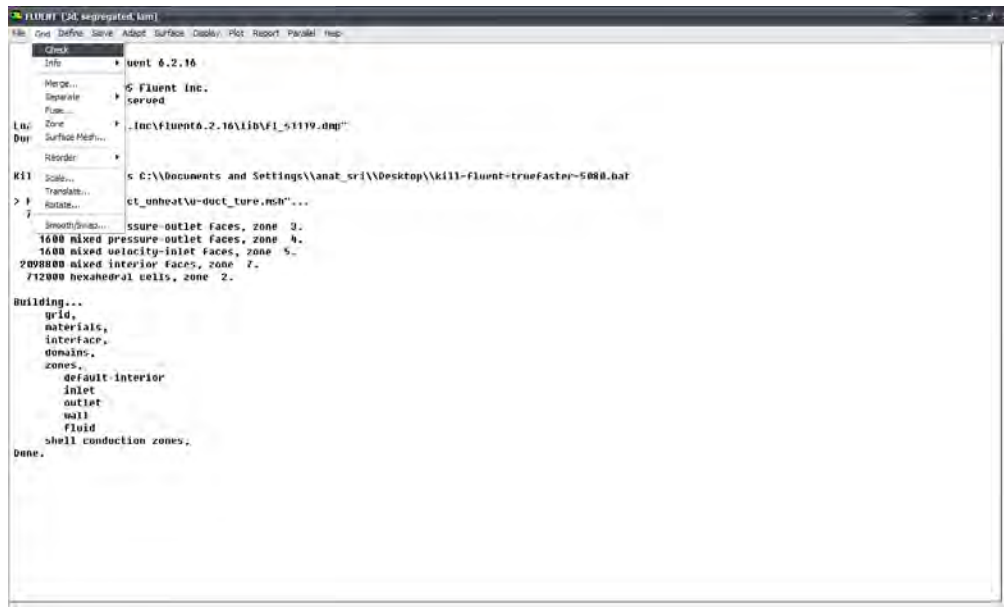
ภาพผนวกที่ 14 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 3

15. ใช้คำสั่ง Open file u-duct_ture.msh



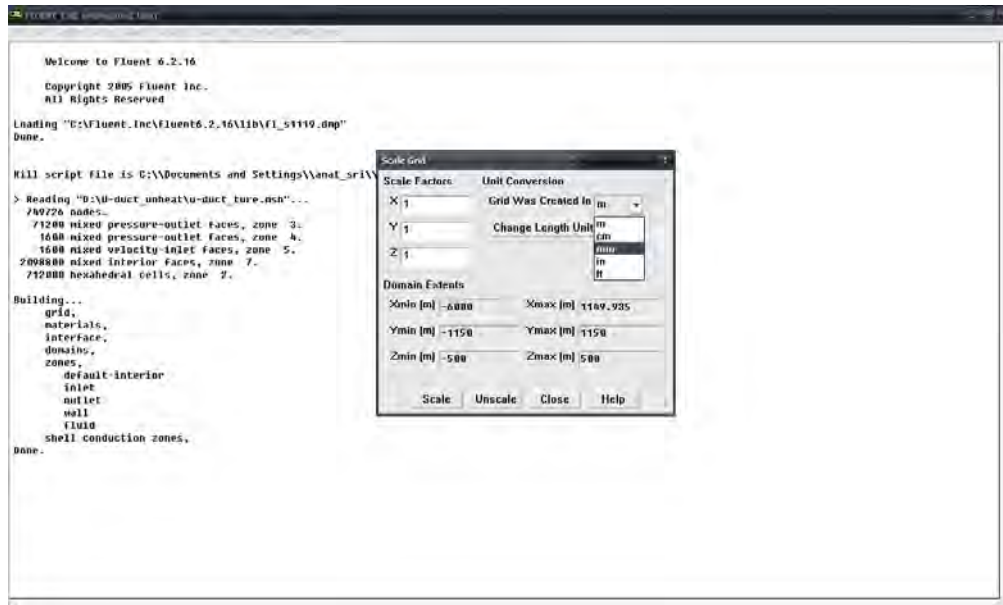
ภาพผนวกที่ 15 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 4

16. ใช้คำสั่ง Grid → Check



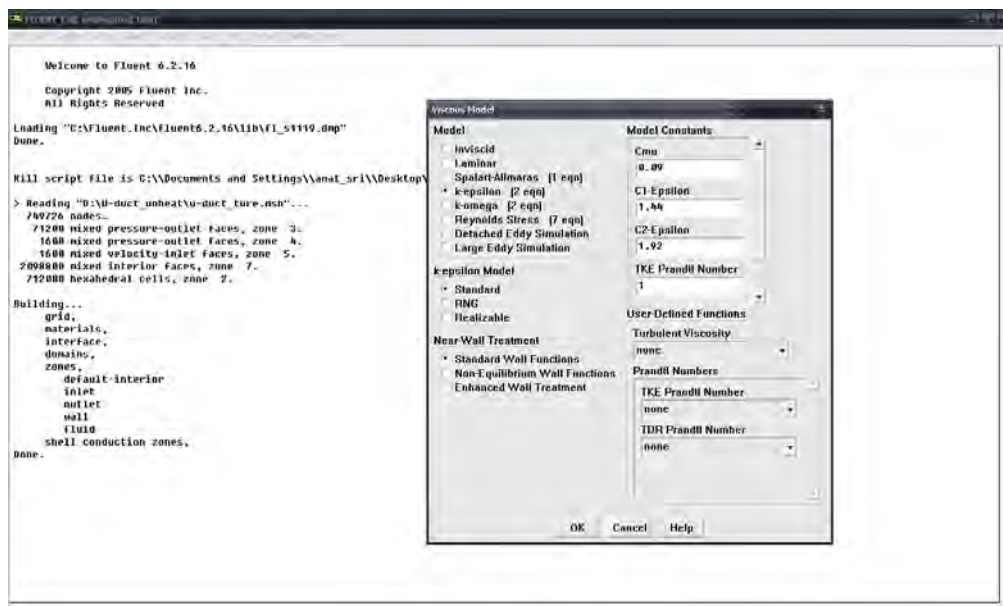
ภาพผนวกที่ 16 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 5

17. ใช้คำสั่ง Grid → Scale



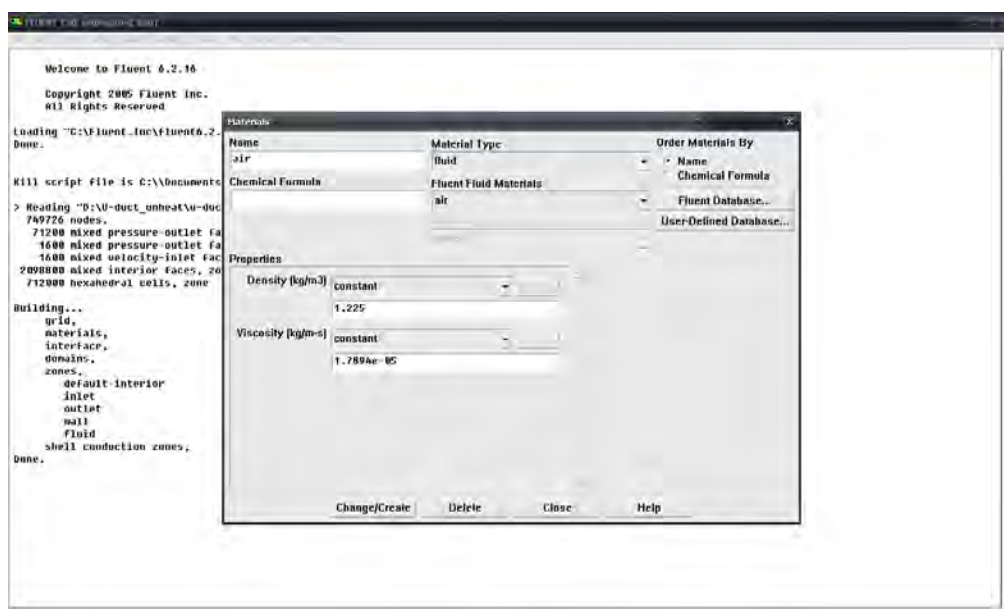
ภาพผนวกที่ 17 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 6

18. ใช้คำสั่ง Define → Models → Viscous



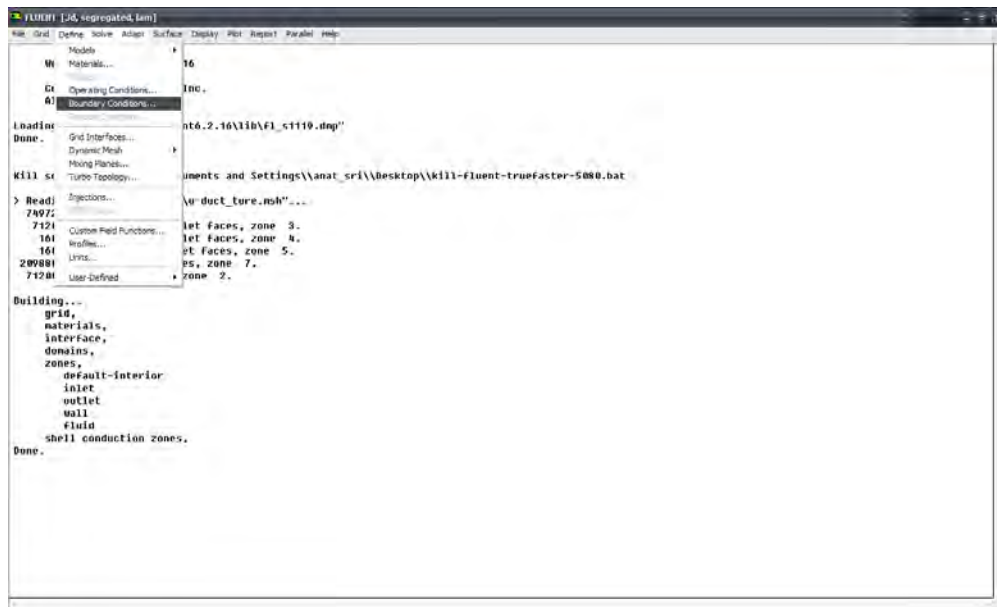
ภาพผนวกที่ 18 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 7

19. ใช้คำสั่ง Define → Material → select Fluent Database



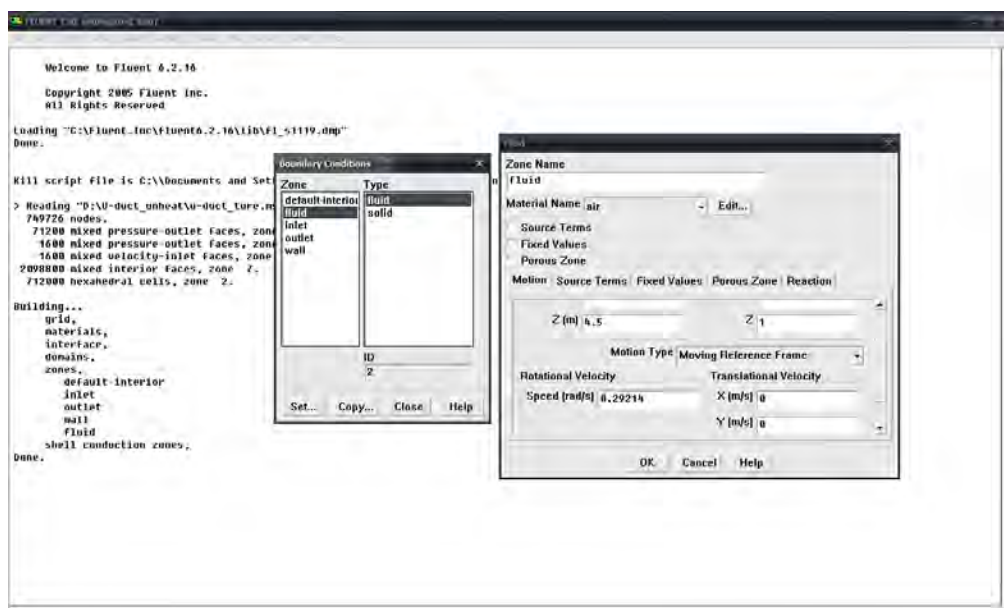
ภาพผนวกที่ 19 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 8

20. ใช้คำสั่ง Define → Boundary Condition



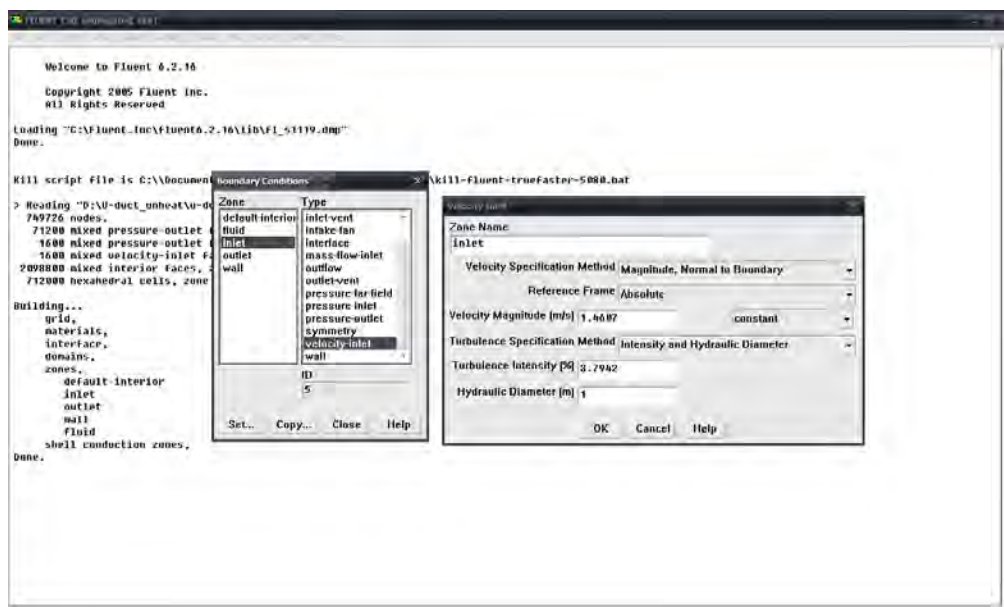
ภาพผนวกที่ 20 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 9

21. ใช้คำสั่ง Zone select fluid → Type select fluid → Click set



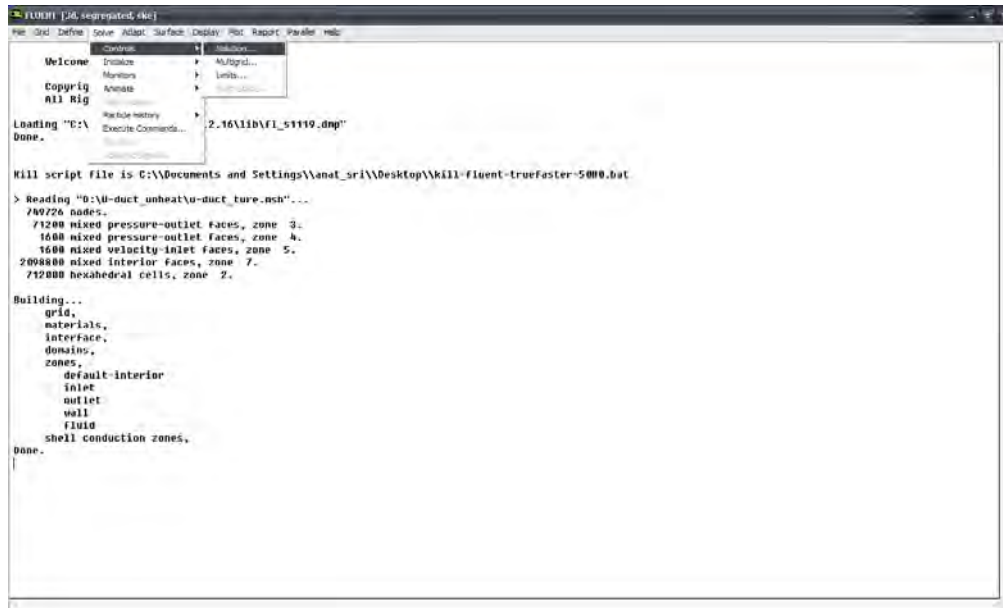
ภาพผนวกที่ 21 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 10

22. ใช้คำสั่ง Zone select inlet → Type select velocity inlet → Click set



ภาพผนวกที่ 22 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 11

23. ใช้คำสั่ง Solve → Controls → Solution

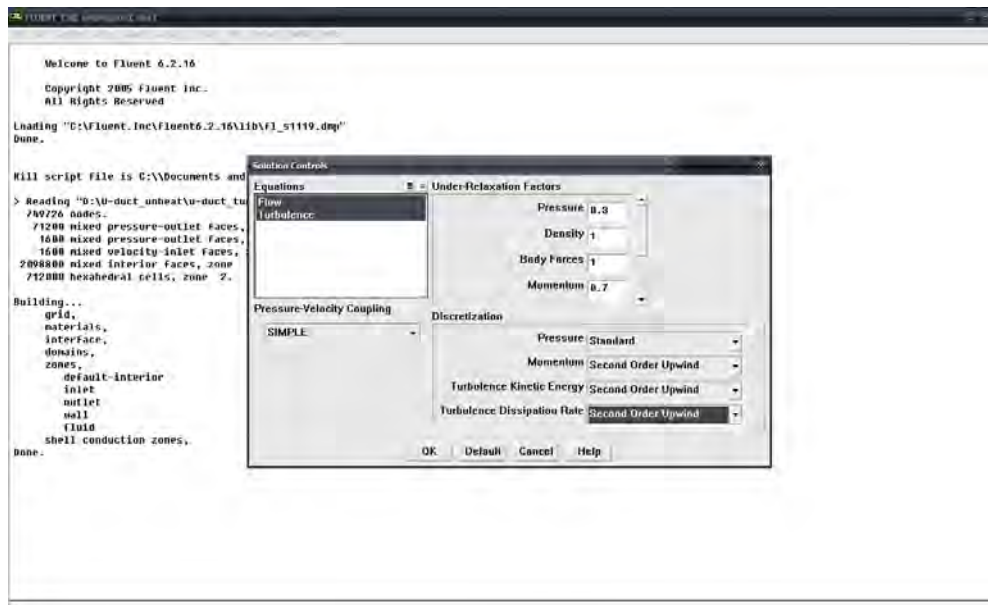


ภาพผนวกที่ 23 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 12

24. ใช้คำสั่ง Pressure-velocity coupling set SIMPLE

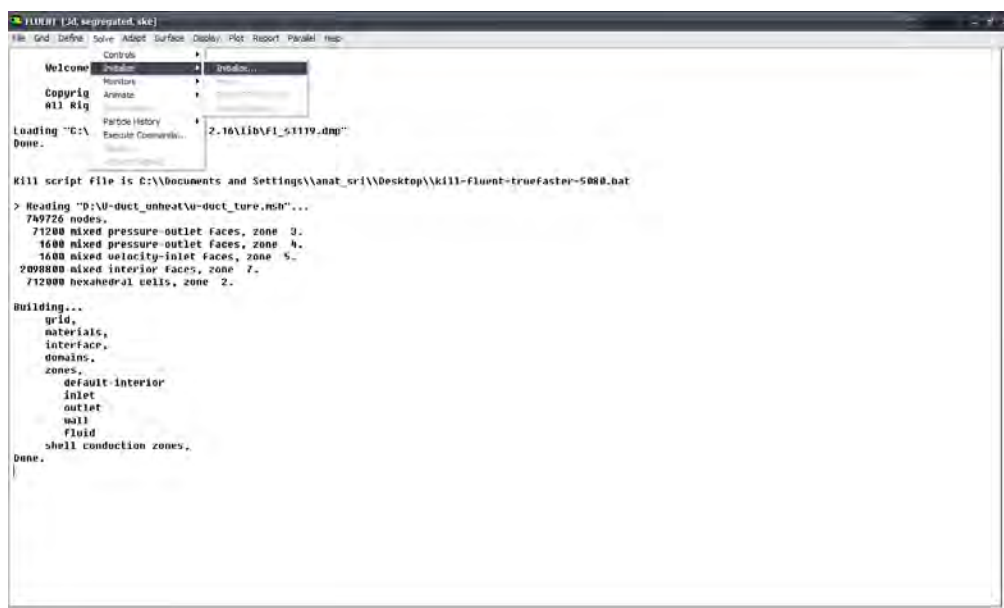
Discretization; momentum, turbulence kinetic energy and turbulence dissipation

rate set Second Order Upwind



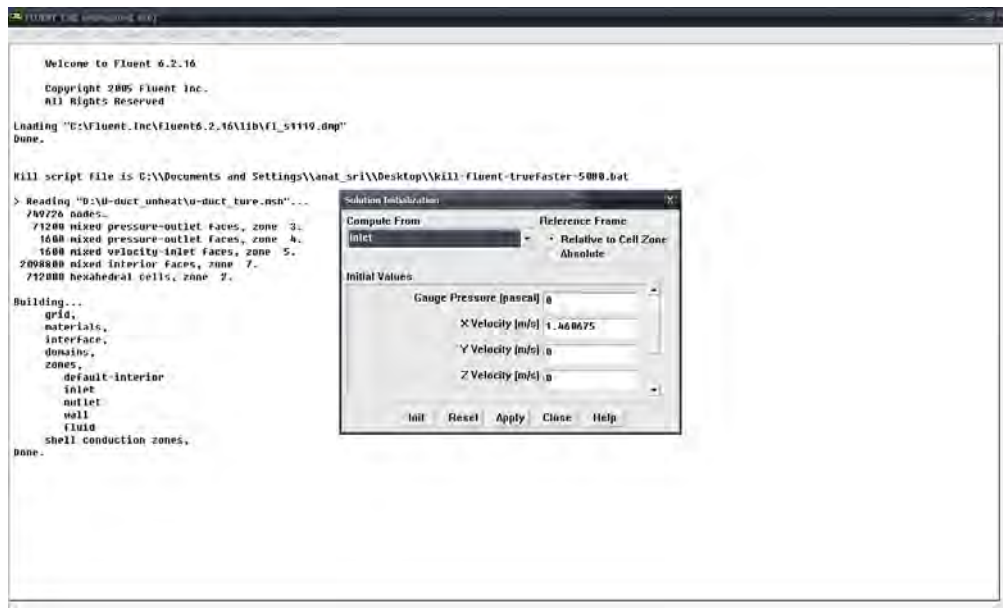
ภาพผนวกที่ ง24 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 13

25. ใช้คำสั่ง Solve → Initialize → Initialize



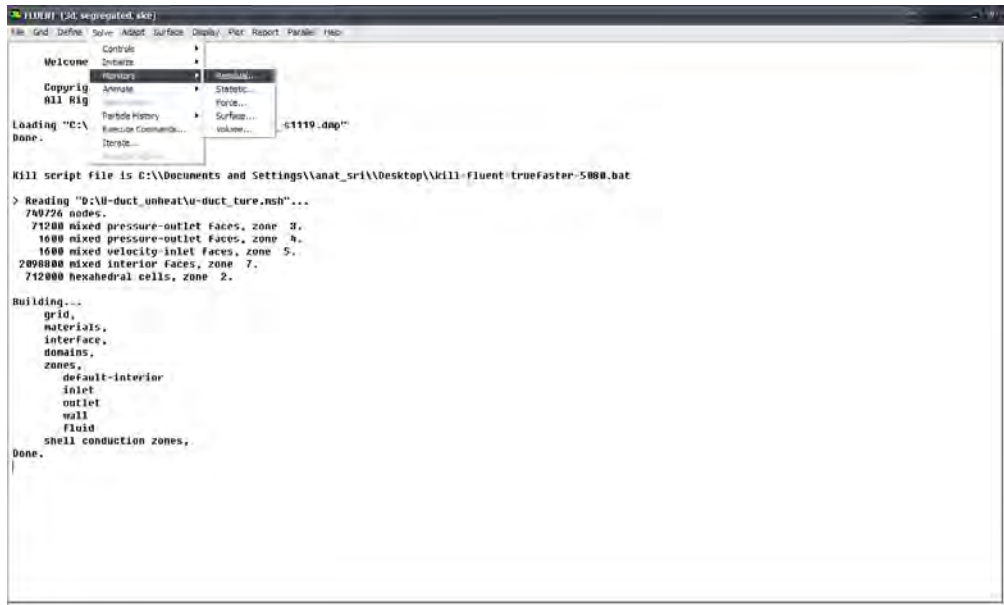
ภาพผนวกที่ ง25 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 14

26. ใช้คำสั่ง Compute Form → inlet



ภาพผนวกที่ 26 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 15

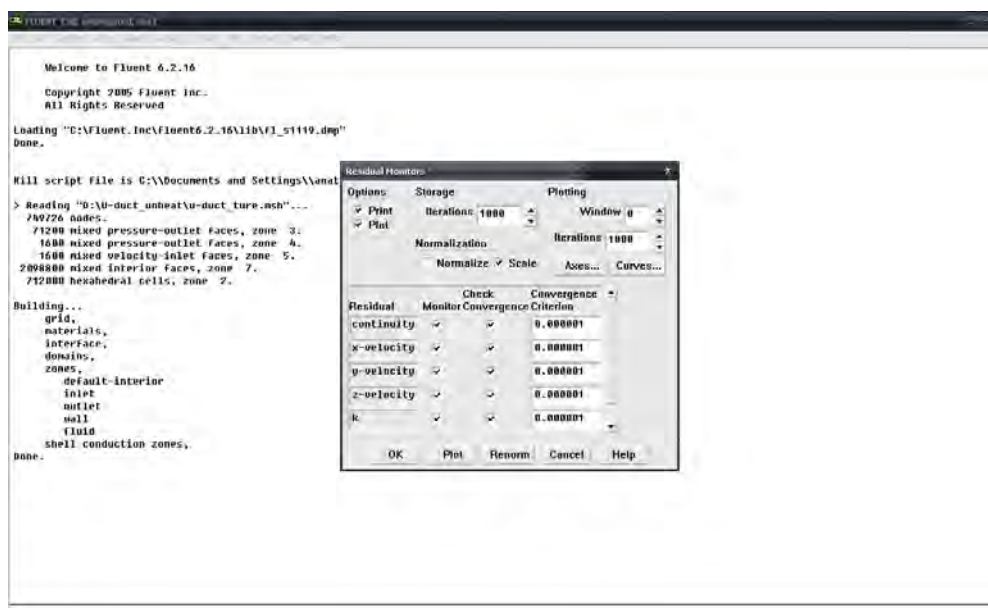
27. ใช้คำสั่ง Solve → Monitors → Residual



ภาพผนวกที่ 27 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 16

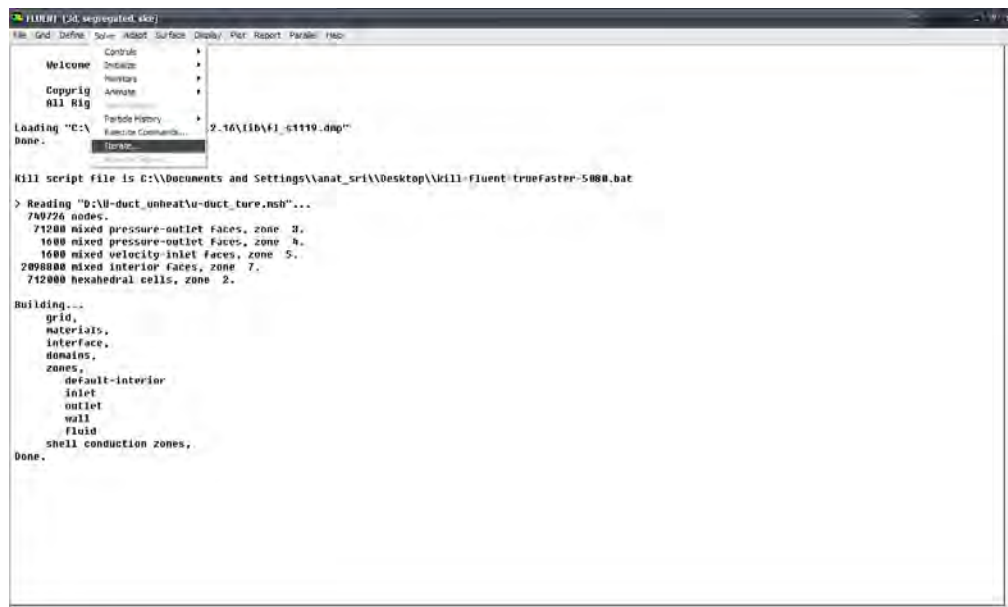
28. ใช้คำสั่ง Option Select Print and Plot

Residual-continuity Convergence Criterion = 0.000001 Click OK



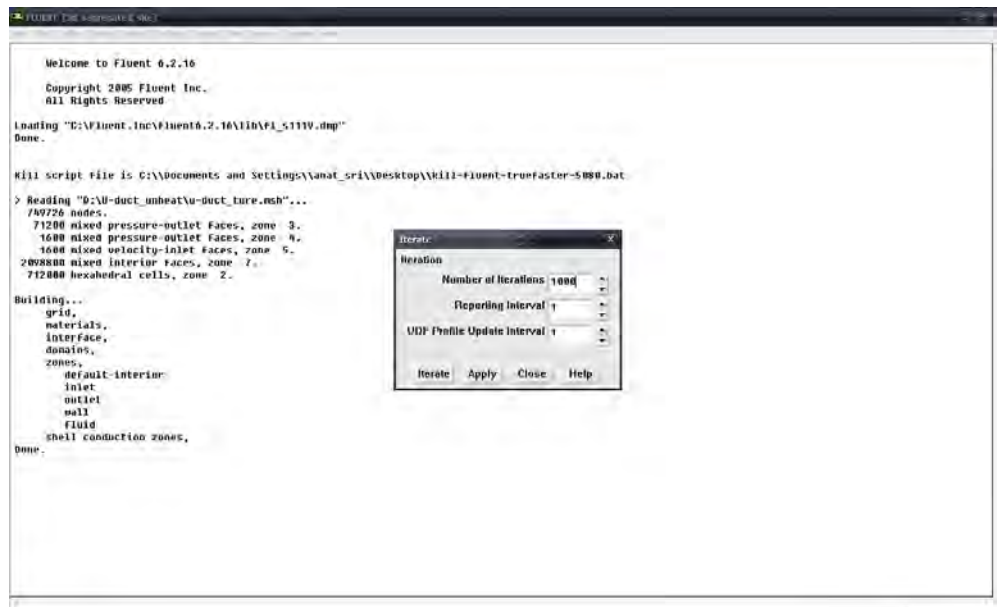
ภาพผนวกที่ 28 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 17

29. ใช้คำสั่ง Solve → Iterate



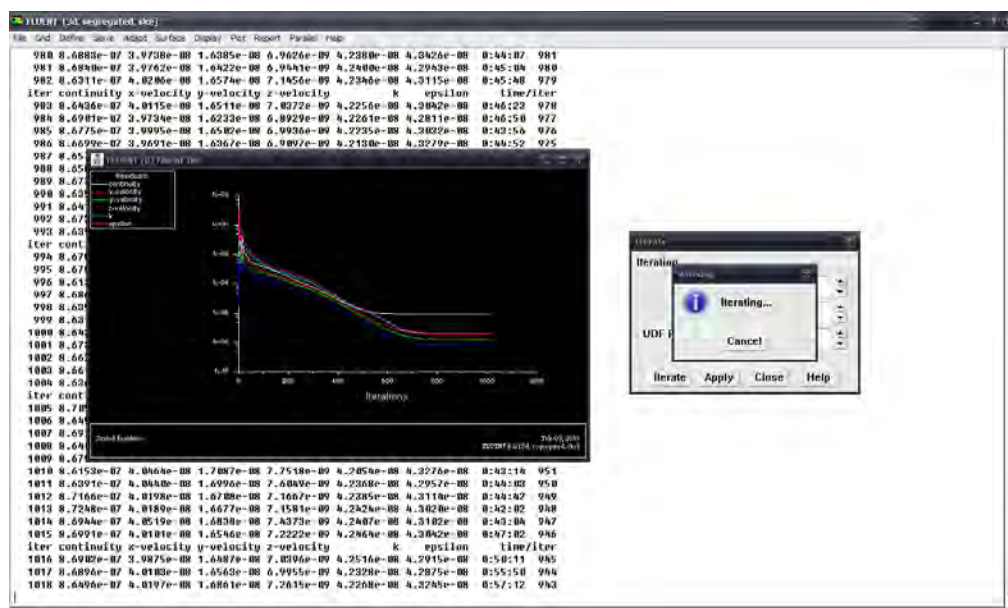
ภาพผนวกที่ 29 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 18

30. ใช้คำสั่ง Number of Iteration = 10000 Click Iterate



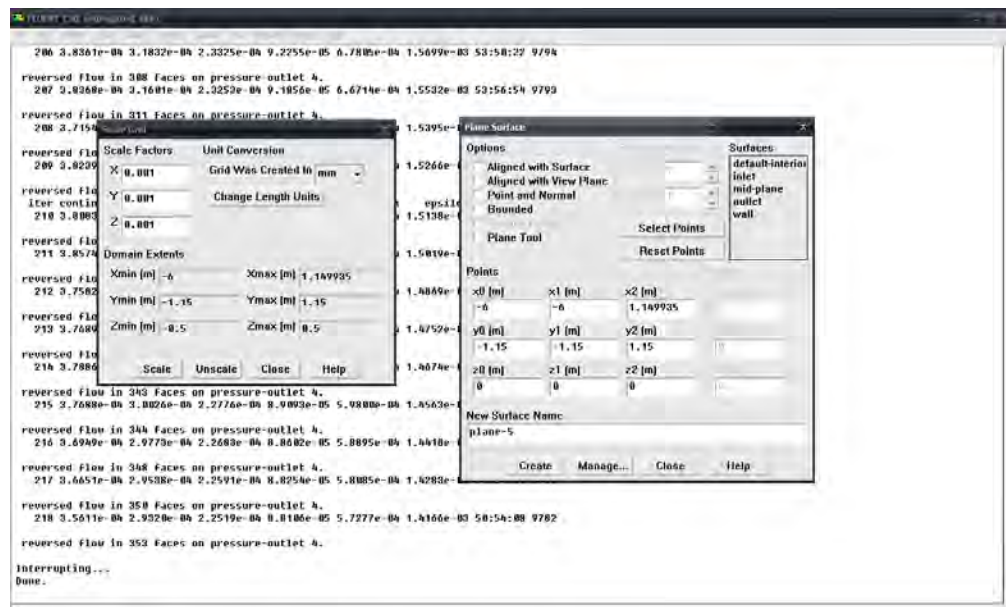
ภาพผนวกที่ 30 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 19

31. เมื่อค่าของผลเฉลย converged จะแสดงดังรูป



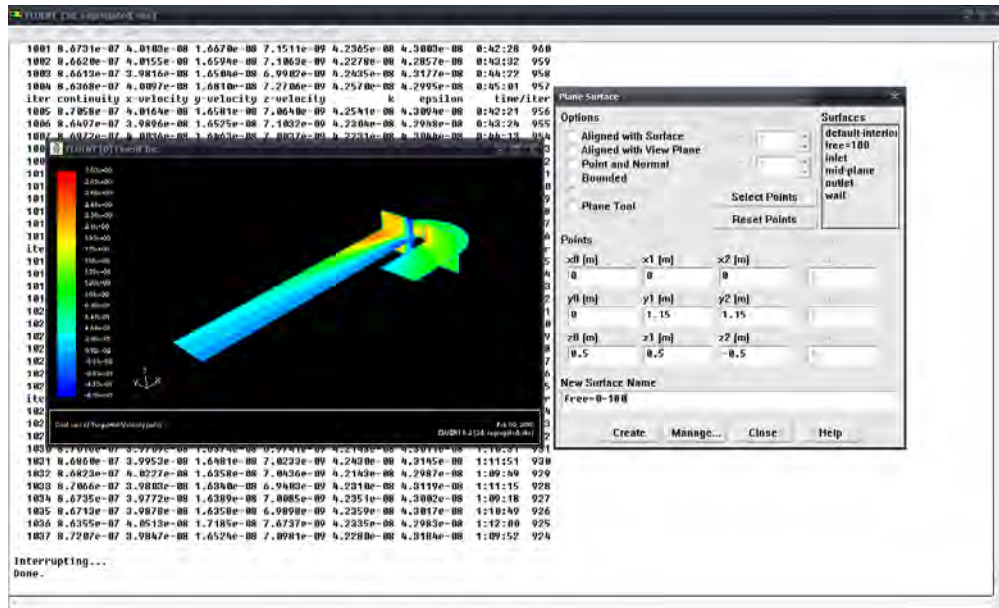
ภาพผนวกที่ 31 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 20

32. กำหนดระนาบ mid plane



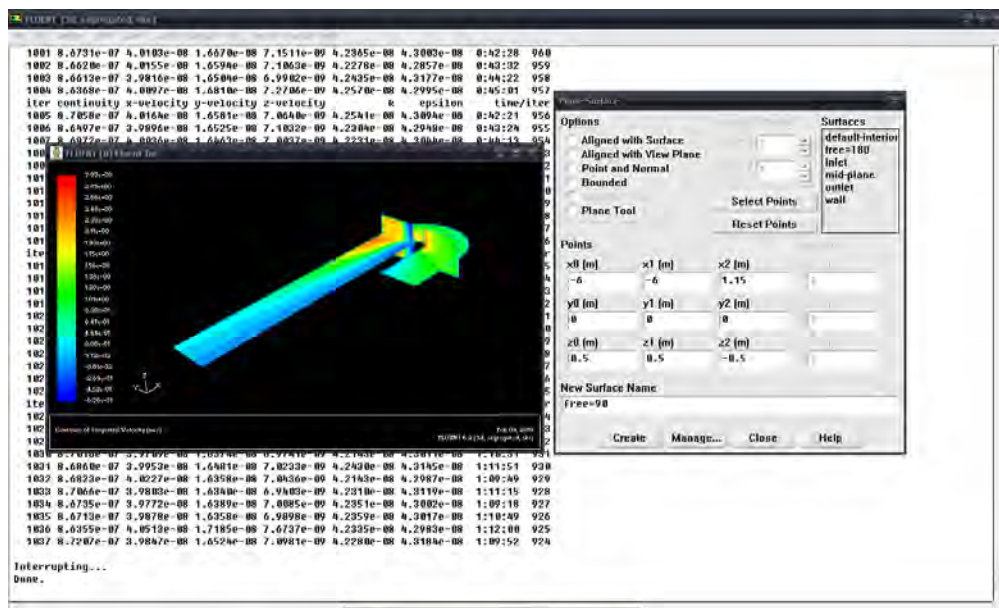
ภาพผนวกที่ 32 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 21

33. กำหนด plane $\theta=0$ and 180



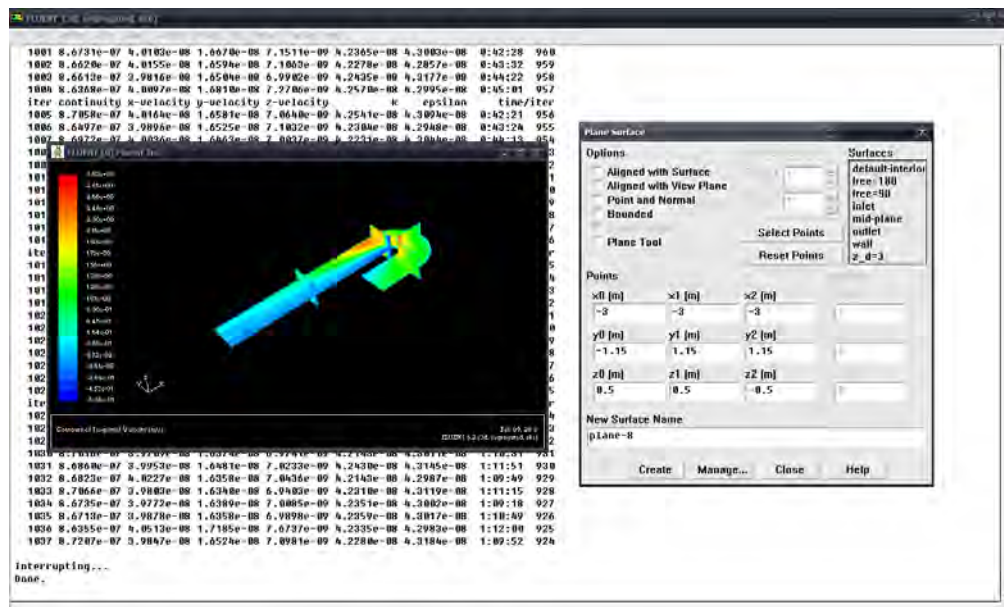
ภาพผนวกที่ ง33 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 22

34. กำหนด plane $\theta=90$



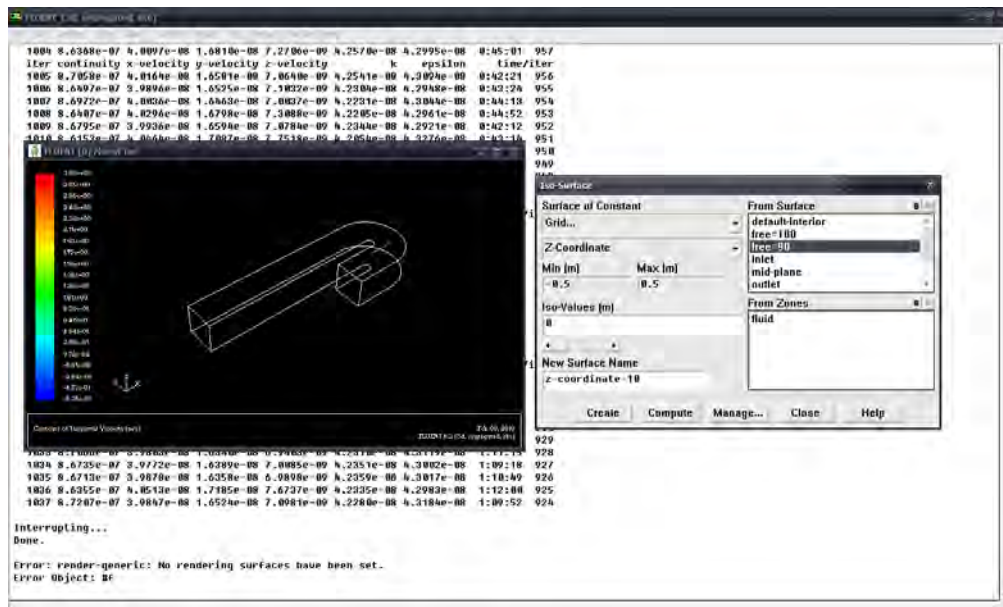
ภาพผนวกที่ ง34 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 23

35. กำหนด plane Z/D=3



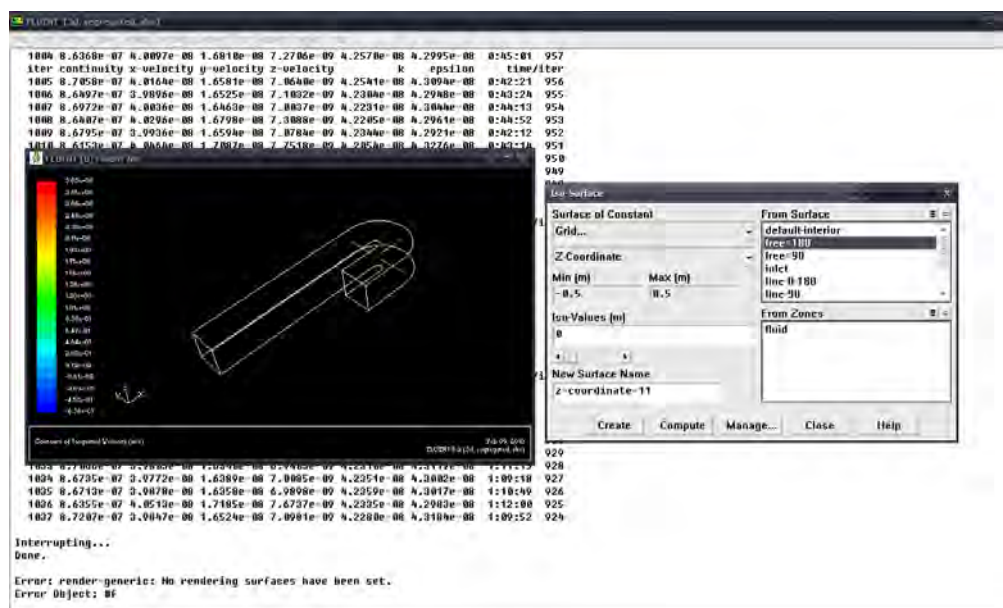
ภาพผนวกที่ 35 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 24

36. กำหนด Iso-Surface $\phi=90$



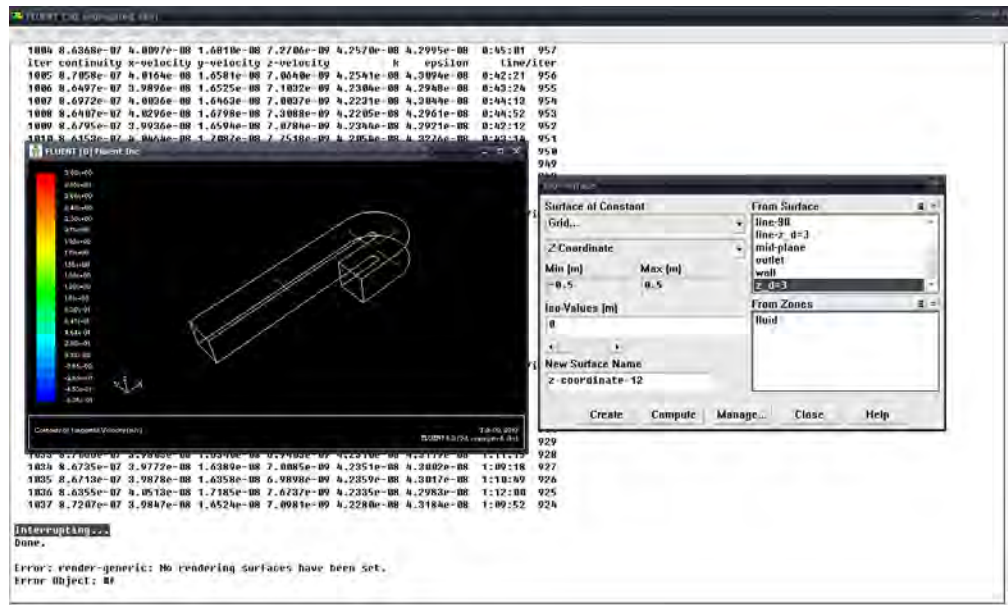
ภาพผนวกที่ 36 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 25

37. กำหนด Iso-Surface $\phi=0$ and $\phi=180$



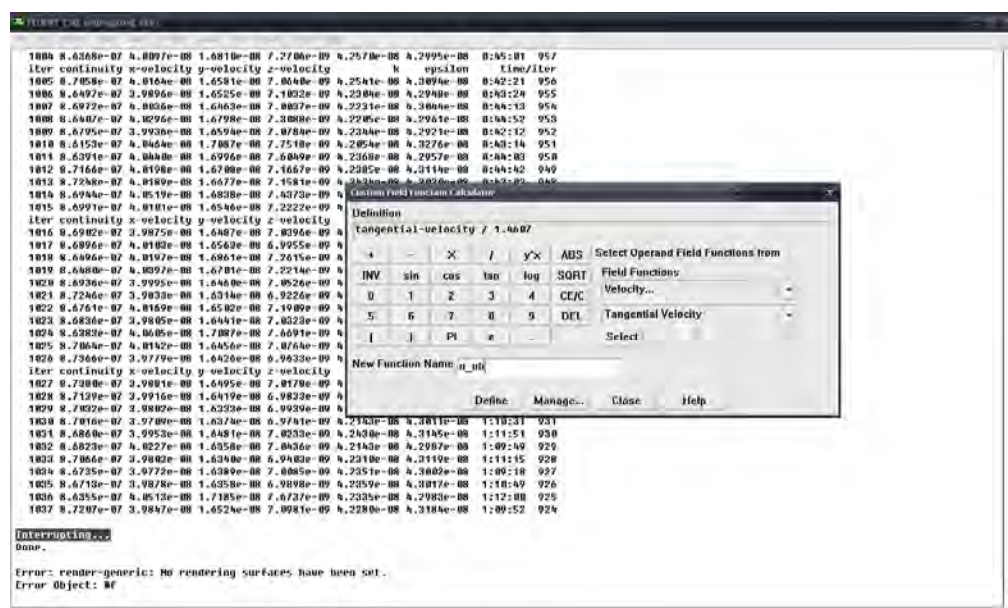
ภาพผนวกที่ 37 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 26

38. กำหนด Iso-Surface Z/D=3



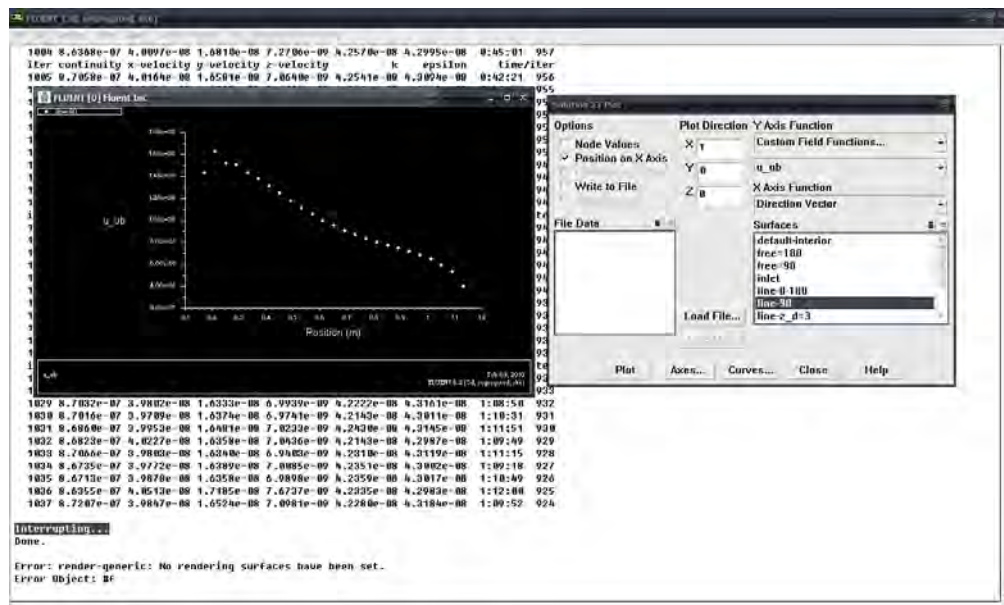
ภาพผนวกที่ 38 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 27

39. กำหนด → Custom Field function → Click define



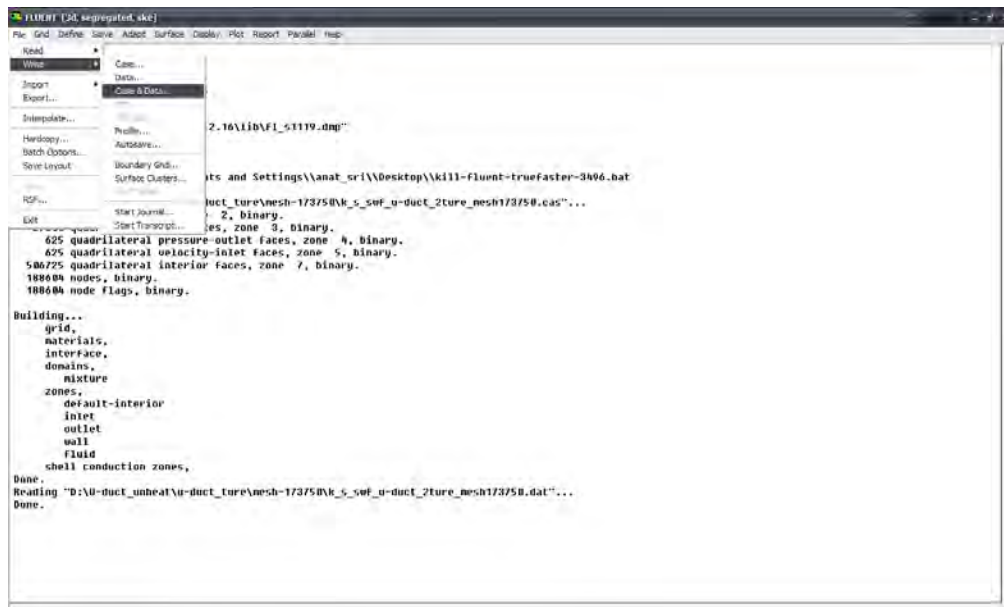
ภาพผนวกที่ 39 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 28

40. ใช้คำสั่ง Plot XY → Custom Field function → u_ub



ภาพผนวกที่ 40 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 29

41. บันทึกข้อมูลโดยใช้คำสั่ง write → Case&Data



ภาพผนวกที่ 41 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 30

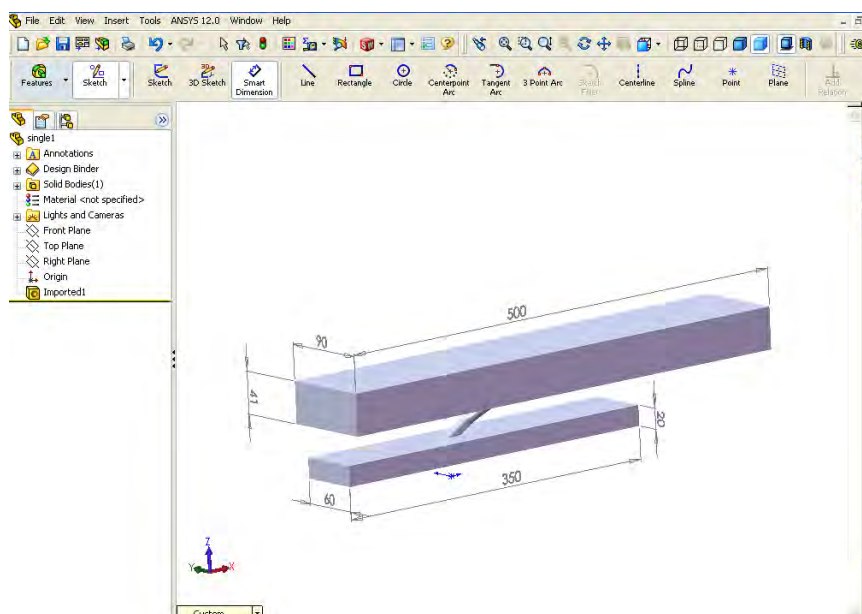
ภาคผนวก จ

ขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS , GAMBIT และ FLUENT

ของการไหลแบบปั่นป่วนของฟิล์มหล่อเย็นใบพัดกังหันก๊าซ

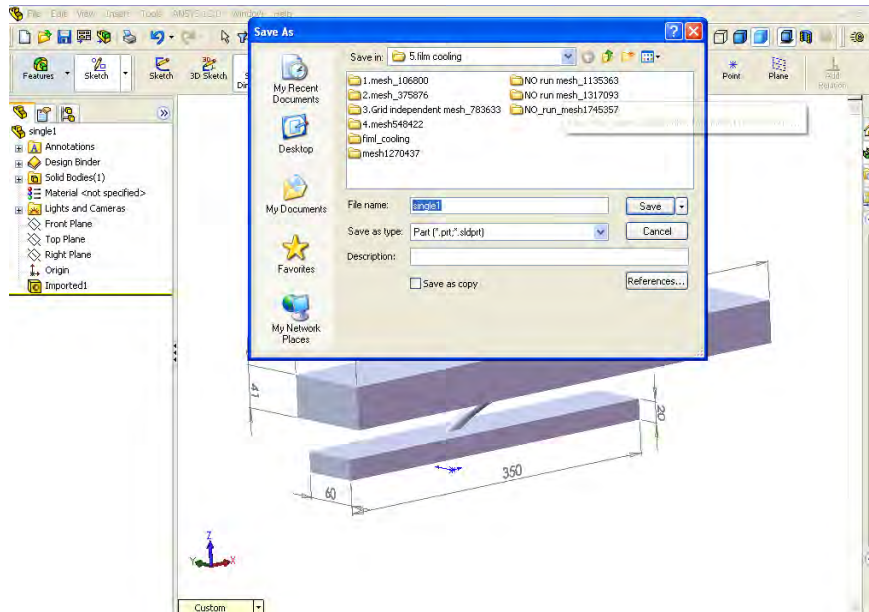
แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS บนระบบปฏิบัติการ Windows System

1. ใช้คำสั่ง Sketch1 → Curve → Extrude1 → OK



ภาพผนวกที่ ๑1 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS ขั้นที่ 1

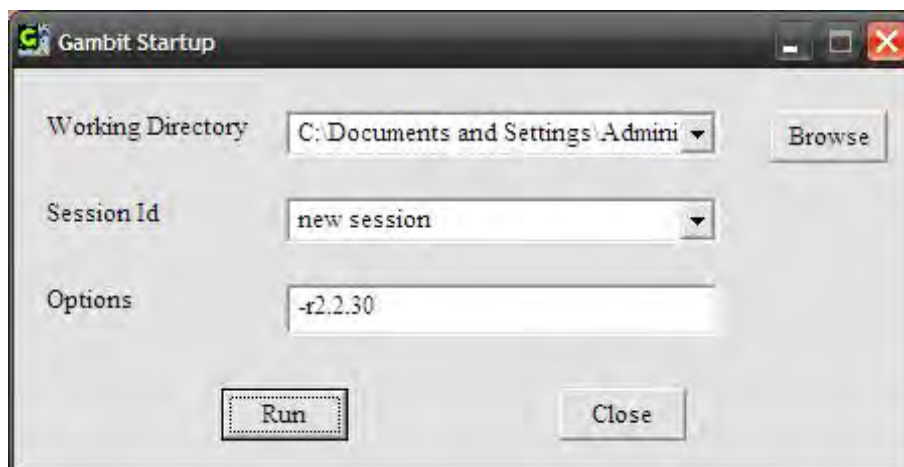
2. บันทึก โดยใช้คำสั่ง File → Save As → File Name → single1 → Type → .step



ภาพผนวกที่ จ2 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ SOLIDWORKS ขั้นที่ 2

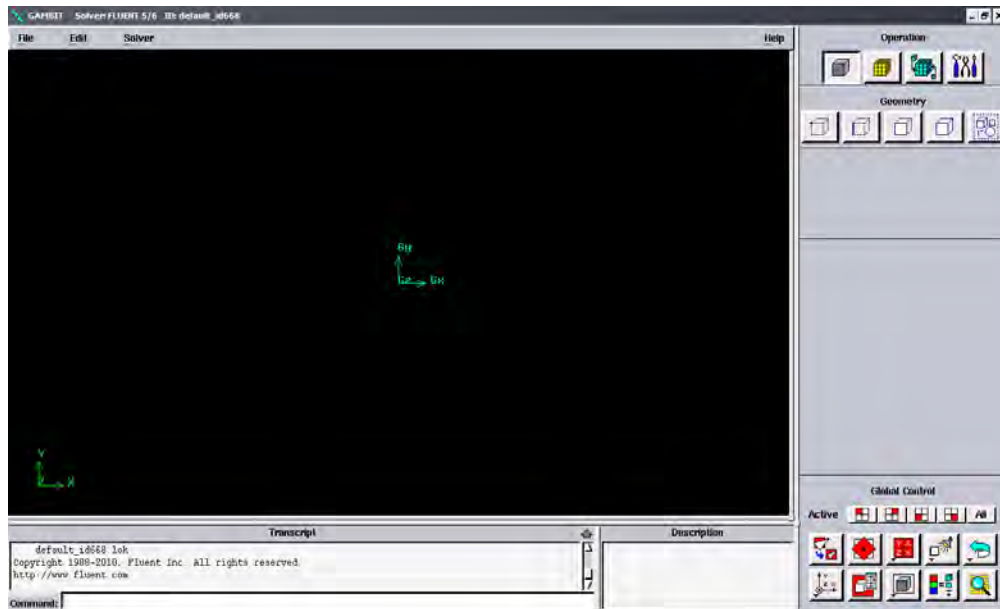
แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT บนระบบปฏิบัติการ Windows System

3. เปิดซอฟต์แวร์ GAMBIT startup → Run



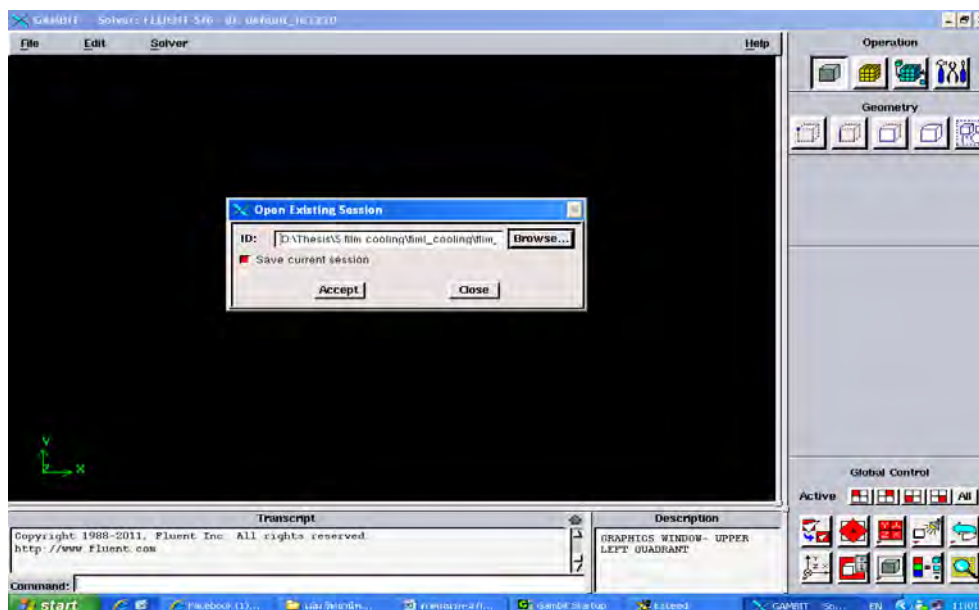
ภาพผนวกที่ จ3 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 3

4. เปิดซอฟต์แวร์ GAMBIT



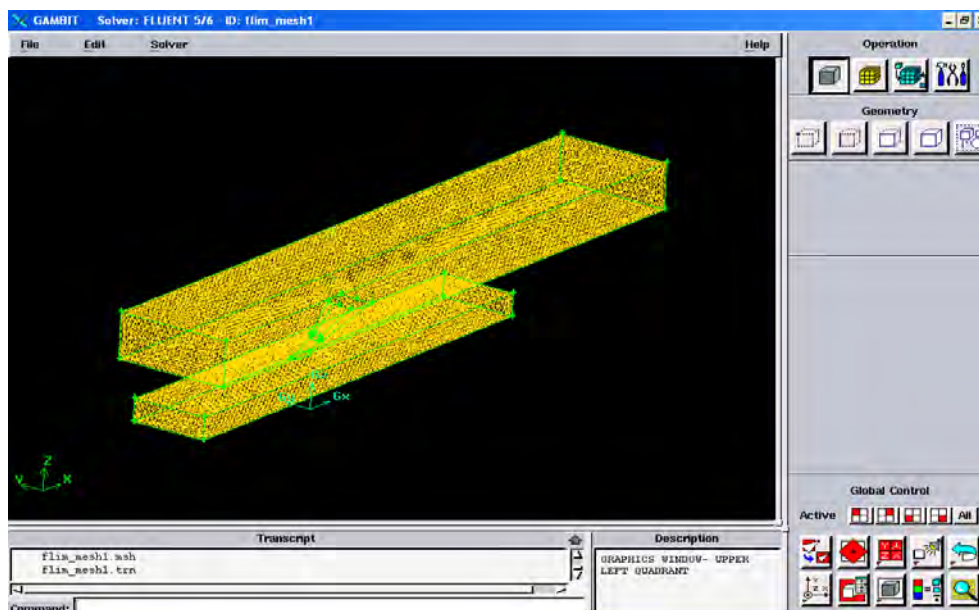
ภาพผนวกที่ ๖4 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 4

5. เปิดไฟล์แบบโดยใช้คำสั่ง File → Import → STEP → ไฟล์ที่บันทึกไว้ → Accept



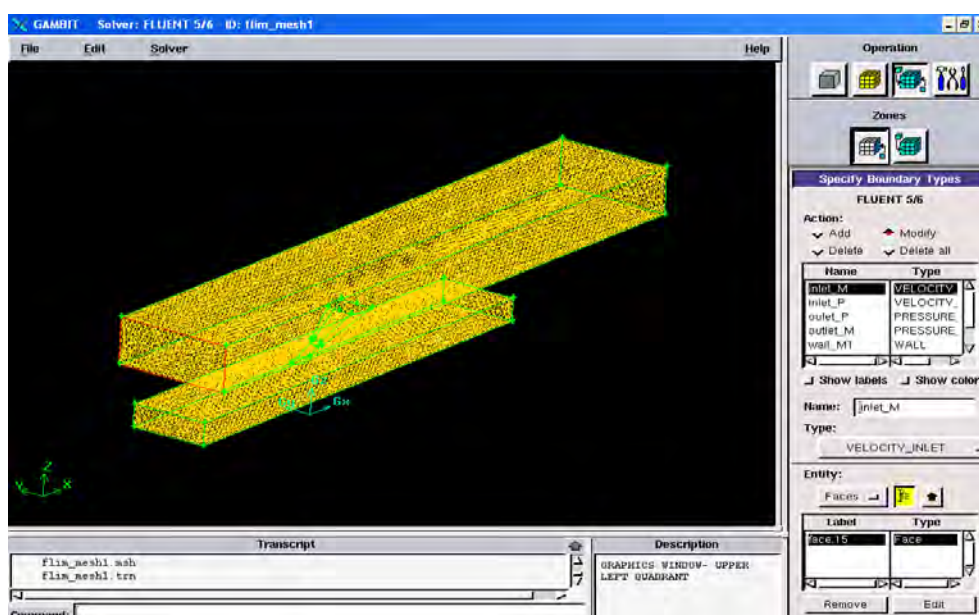
ภาพผนวกที่ จ5 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 5

6. ใช้คำสั่ง Operation → Mesh → Volume → Mesh Volumes → Volume → Select
 → Volume1 → Elements → Hex → Type → Select → Map → Spacing → Select
 → 30 Interval size → Apply



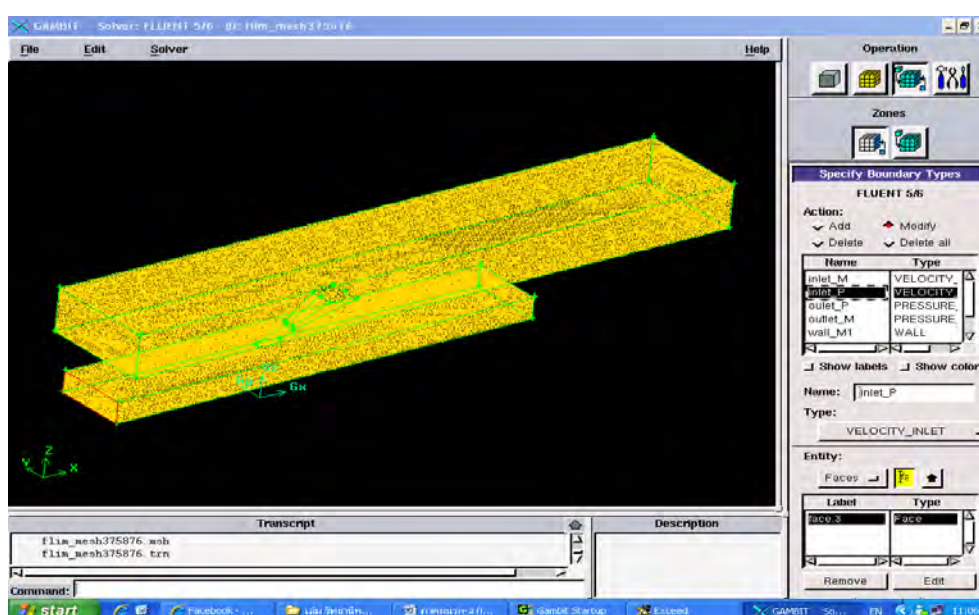
ภาพผนวกที่ จ6 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 6

7. ใช้คำสั่ง Operation → Zones → Specify Boundary Types → Name → Enter → inlet_M
→ Type → Velocity_inlet → Face → face15 → Apply



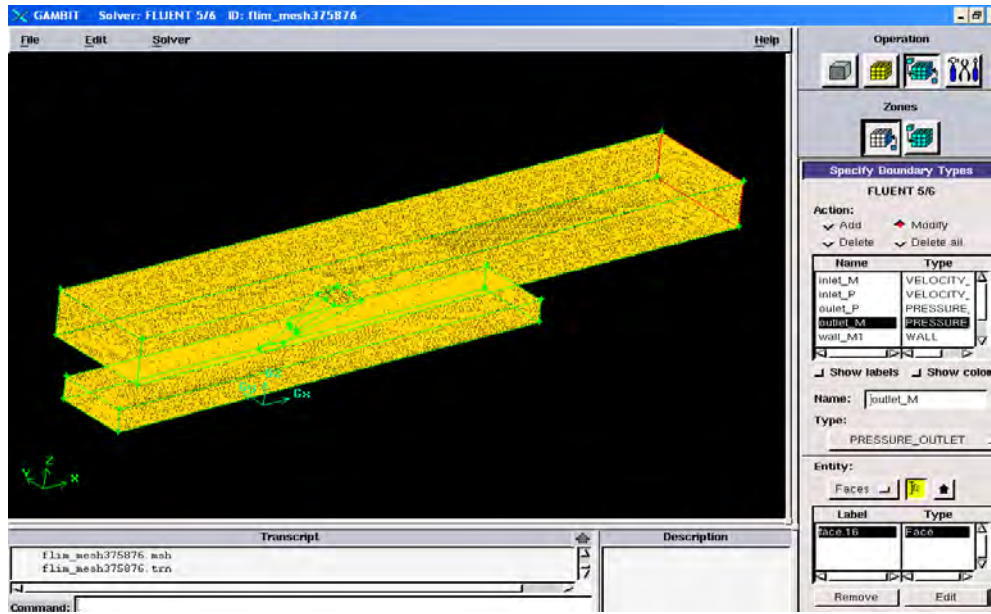
ภาพผนวกที่ จ7 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 7

8. ใช้คำสั่ง Operation → Zones → Specify Boundary Types → Name → Enters → inlet_P
→ Type → Velocity_inlet → Face → face3 → Apply



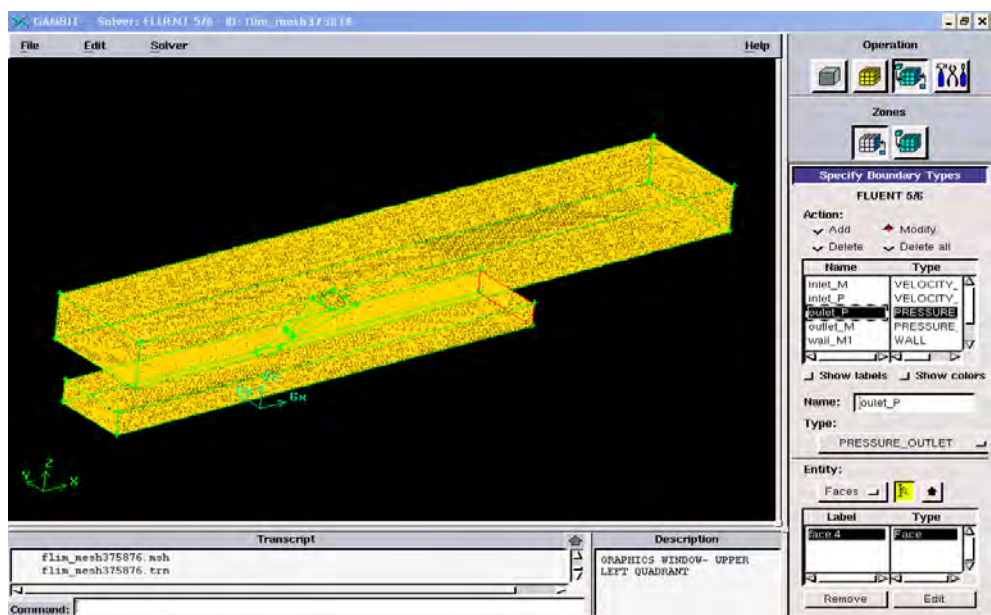
ภาพผนวกที่ จ8 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 8

9. ใช้คำสั่ง Operation → Zones → Specify Boundary Types → Name → Enters →
outlet_M → Type → Pressure_outlet → Face → face16 → Apply



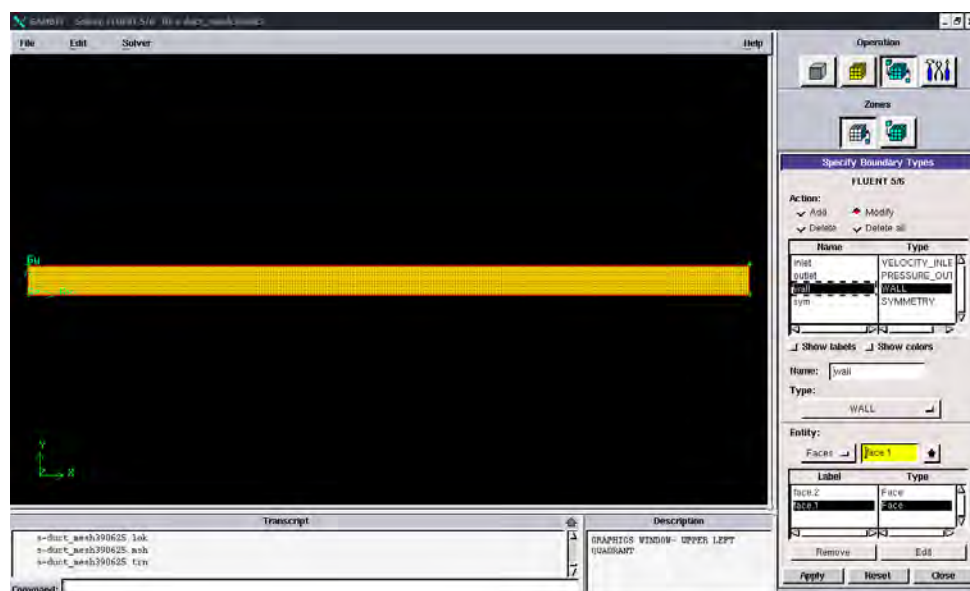
ภาพผนวกที่ ๑๑ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 9

10. ใช้คำสั่ง Operation → Zones → Specify Boundary Types → Name → Enter →
outlet_P → Type → Pressure_outlet → Face → face4 → Apply



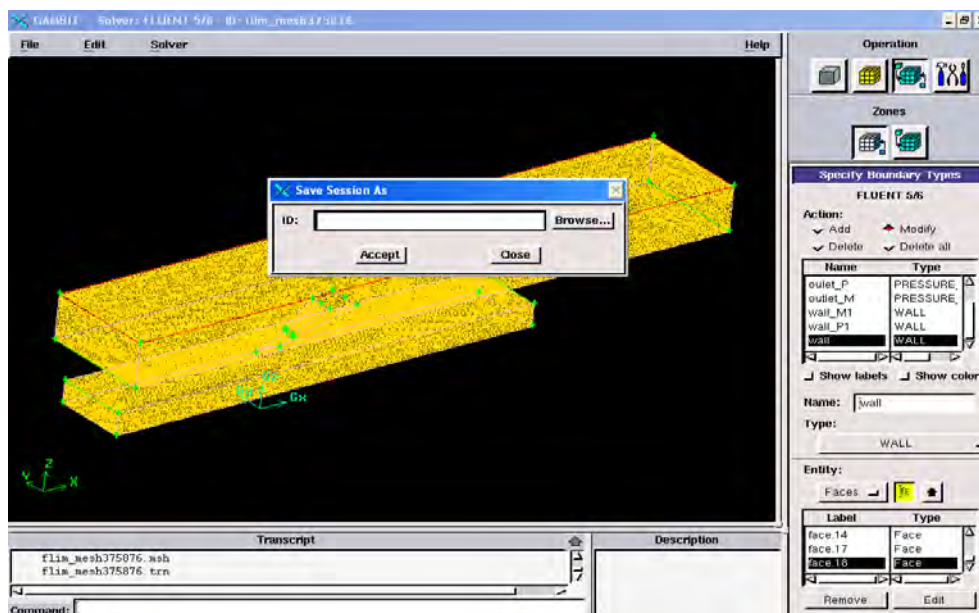
ภาพผนวกที่ จ10 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 10

11. ใช้คำสั่ง Operation → Zones → Specify Boundary Types → Name → Enter → wall
 → Type → wall and symmetry → Face → face 1,2,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,17,18 →
 Apply



ภาพผนวกที่ จ11 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 11

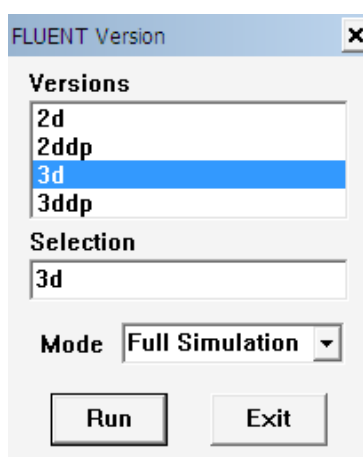
12. บันทึกข้อมูล Save File → Export → Mesh → Browse → film cooling → Accept



ภาพผนวกที่ จ12 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ GAMBIT ขั้นที่ 12

ขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT บนระบบปฏิบัติการ Windows System

13. เปิดซอฟต์แวร์เลือก FLUENT version → 3d → Run



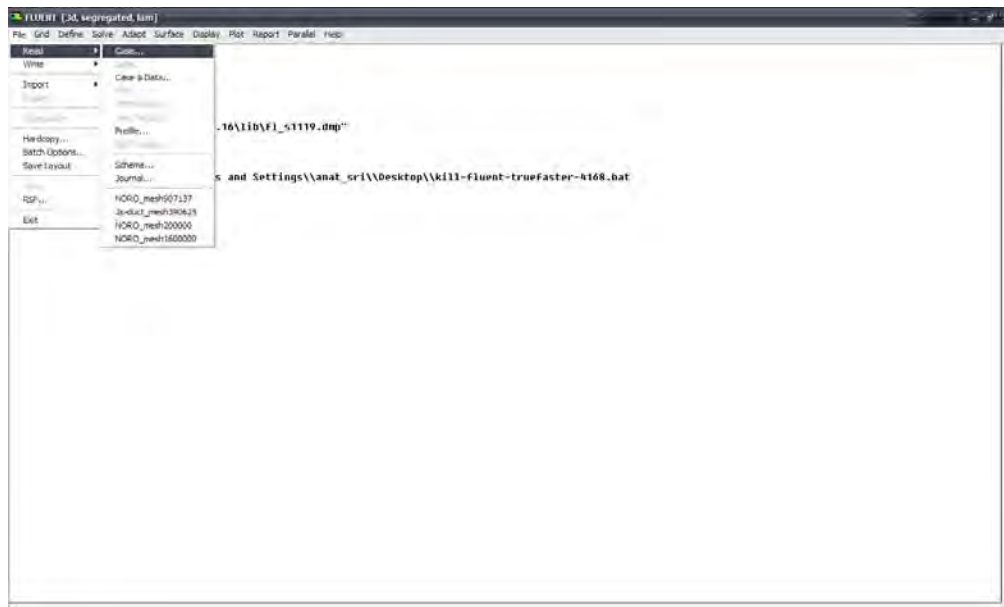
ภาพผนวกที่ จ13 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 13

14. เปิดซอฟต์แวร์ FLUENT command Windows



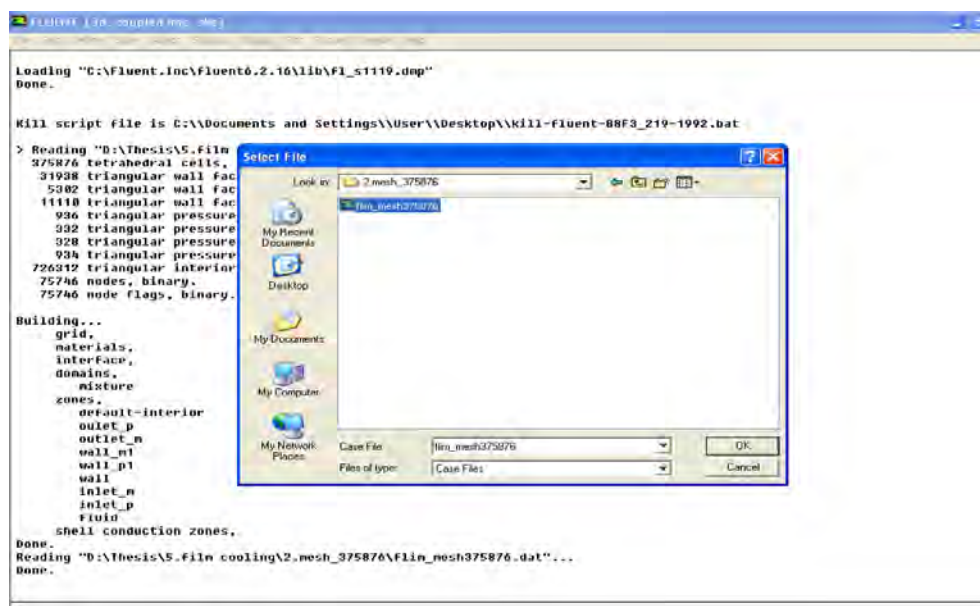
ภาพผนวกที่ จ14 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 14

15. ใช้คำสั่ง File → Read → Case



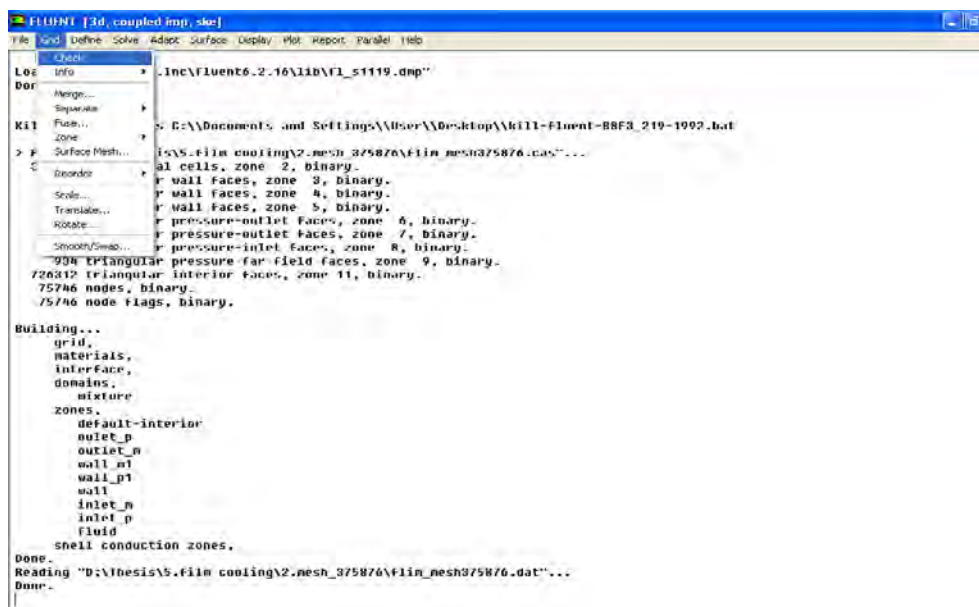
ภาพผนวกที่ จ15 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 15

16. ใช้คำสั่ง Open file film cooling.msh



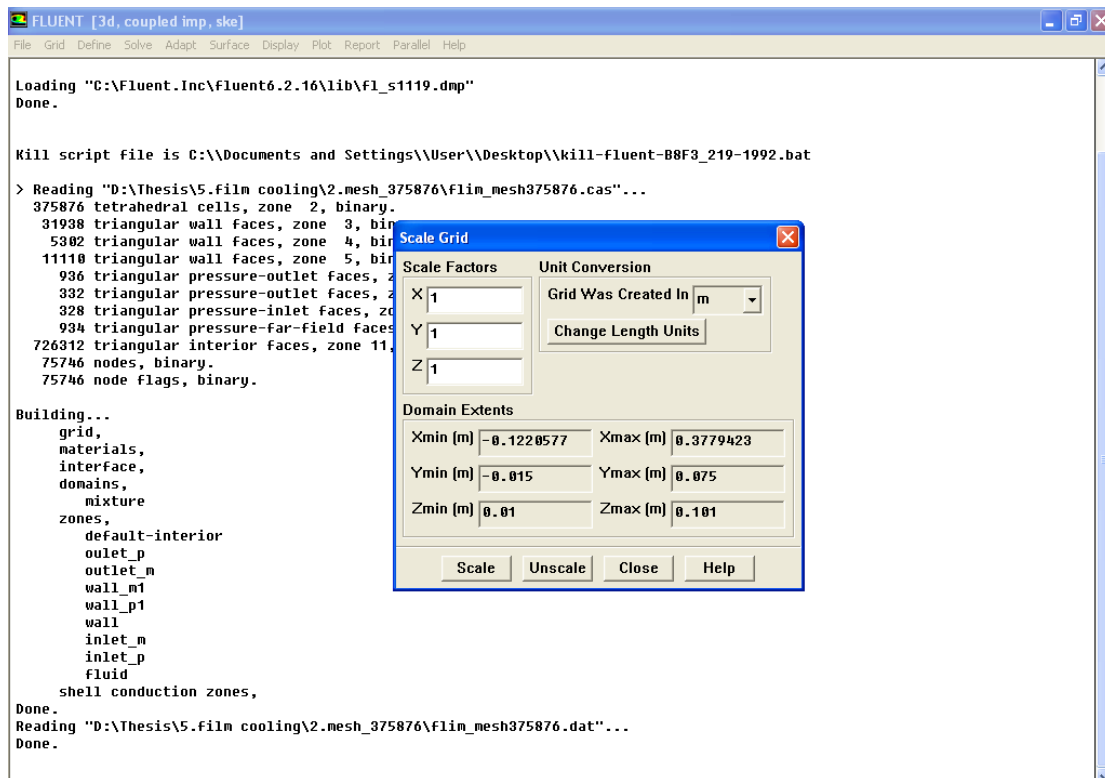
ภาพผนวกที่ จ16 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 16

17. ใช้คำสั่ง Grid → Check



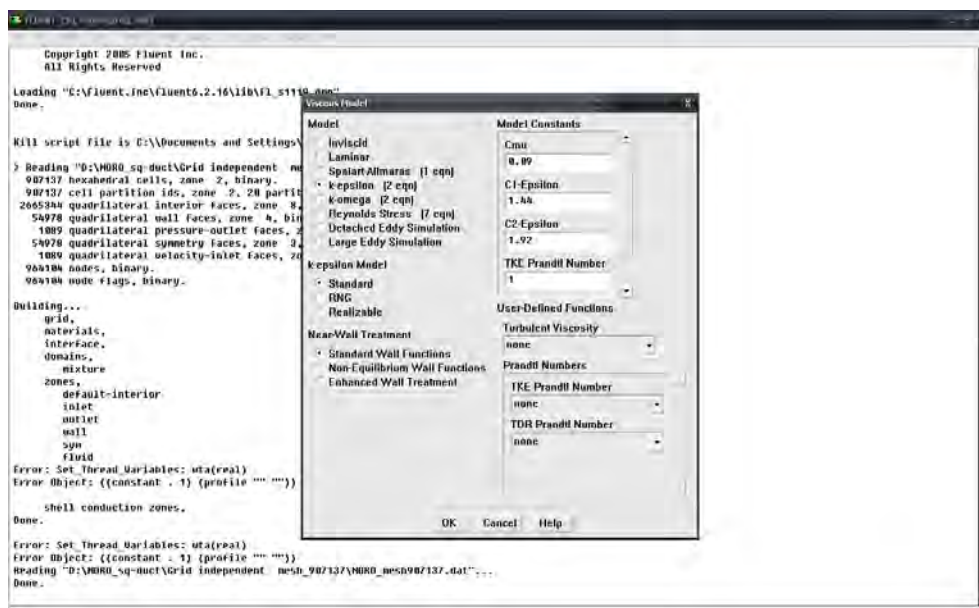
ภาพผนวกที่ จ17 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 17

18. ใช้คำสั่ง Grid → Scale



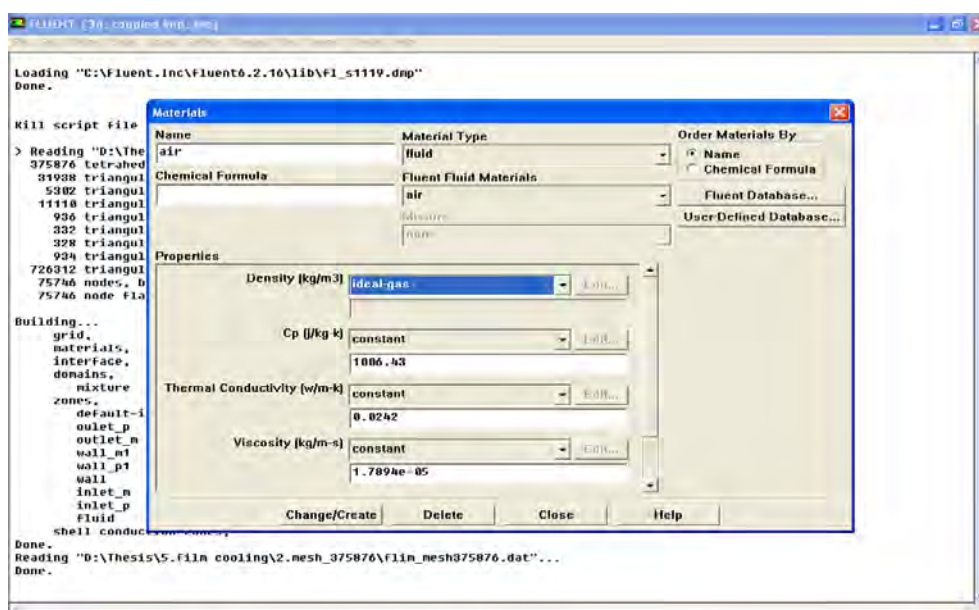
ภาพผนวกที่ 18 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 18

18. ใช้คำสั่ง Define → Models → Viscous



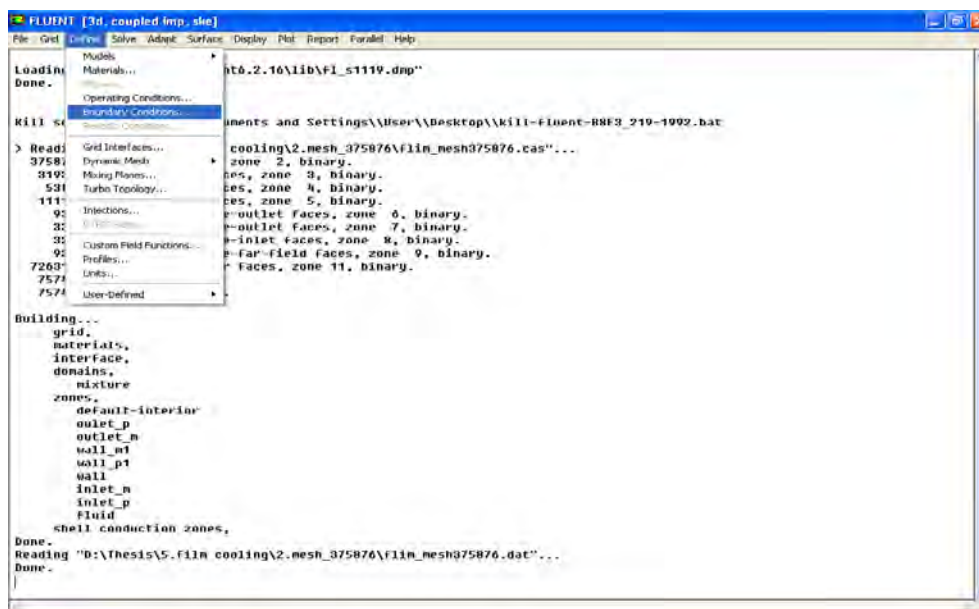
ภาพผนวกที่ จ19 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 19

20. ใช้คำสั่ง Define → Material select Fluent Database



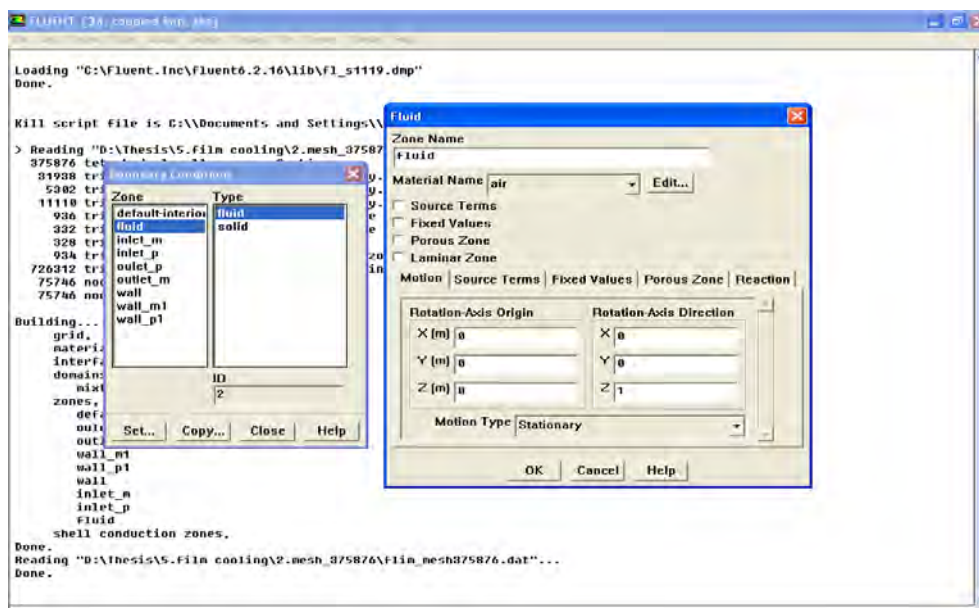
ภาพผนวกที่ จ20 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 20

21. ใช้คำสั่ง Define → Boundary Condition



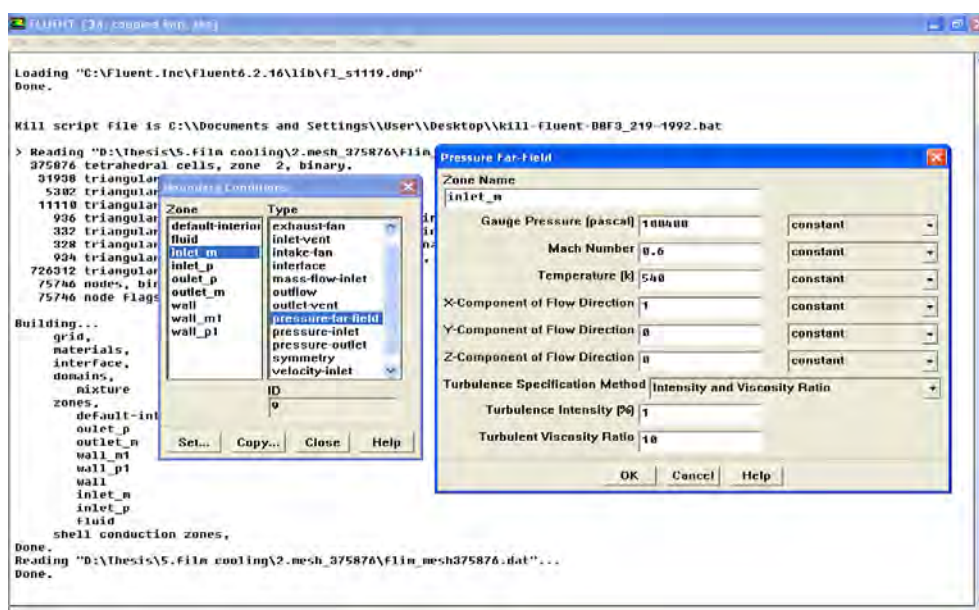
ภาพผนวกที่ จ21 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 21

22. ใช้คำสั่ง Zone select fluid → Type select fluid → Click set



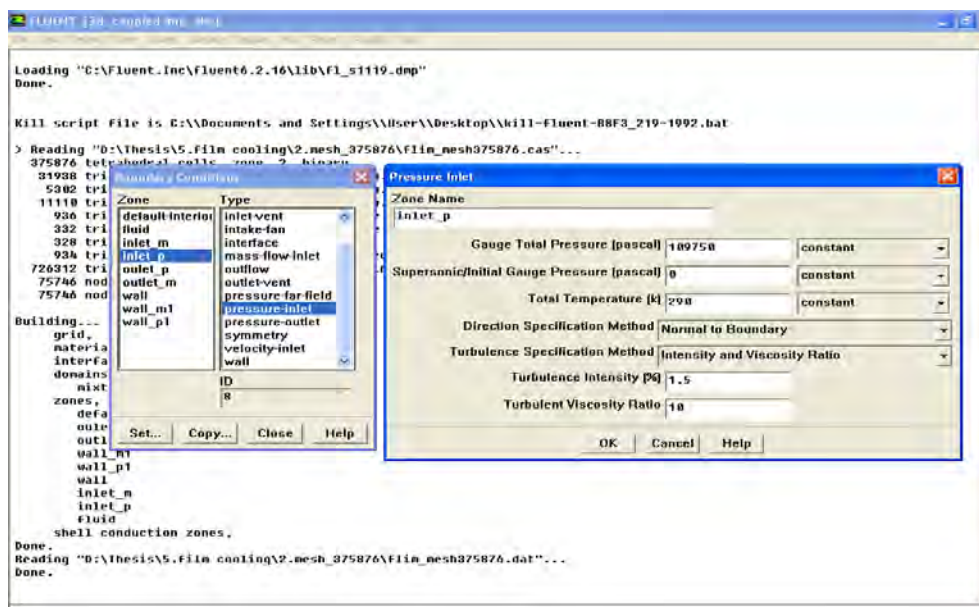
ภาพผนวกที่ จ22 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 22

23. ใช้คำสั่ง Zone select inlet_m → Type select pressure far-field → Click set



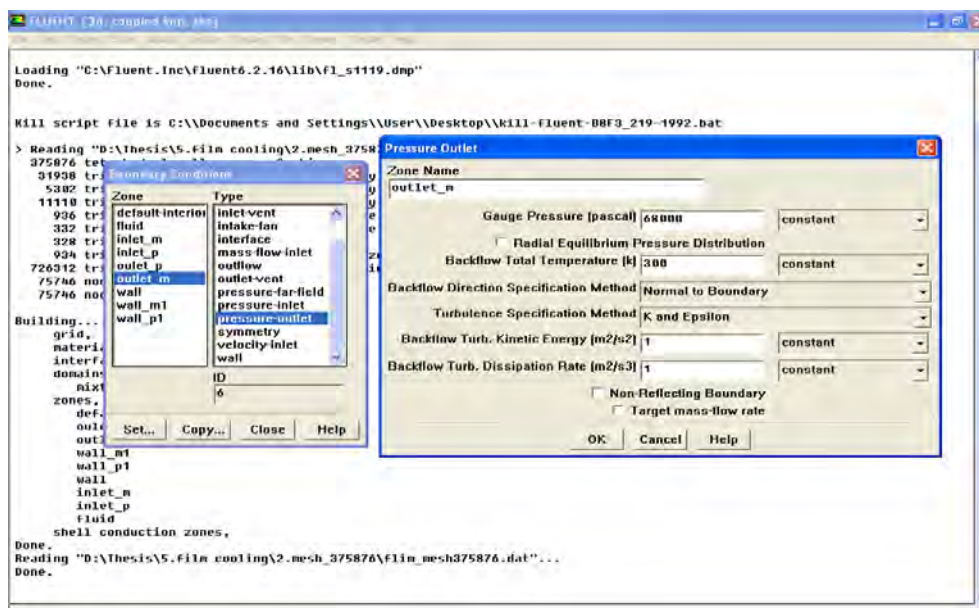
ภาพผนวกที่ จ23 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 23

24. ใช้คำสั่ง Zone select inlet_p → Type select pressure inlet → Click set



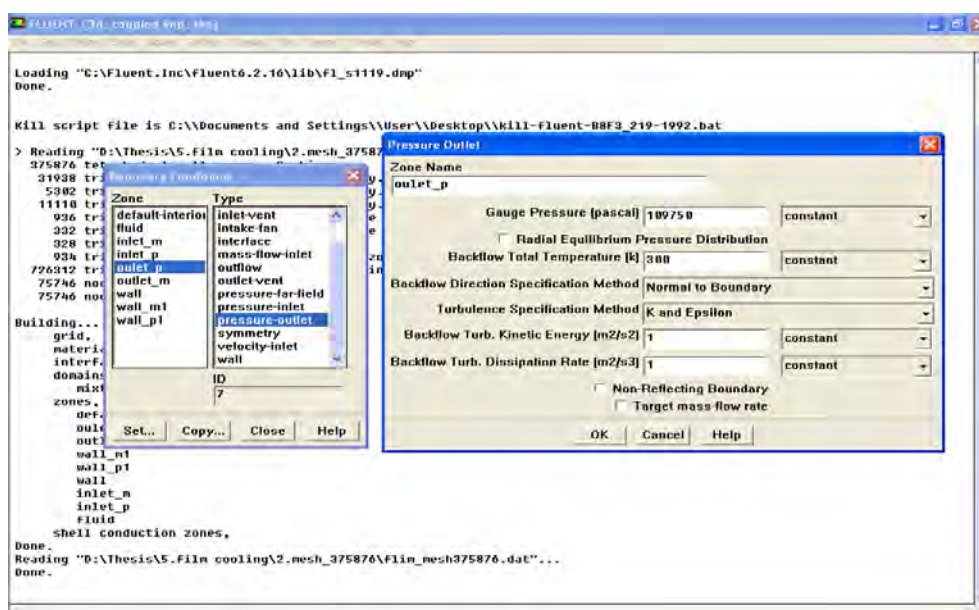
ภาพผนวกที่ จ24 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 24

25. ใช้คำสั่ง Zone select outlet_m → Type select pressure outlet → Click set



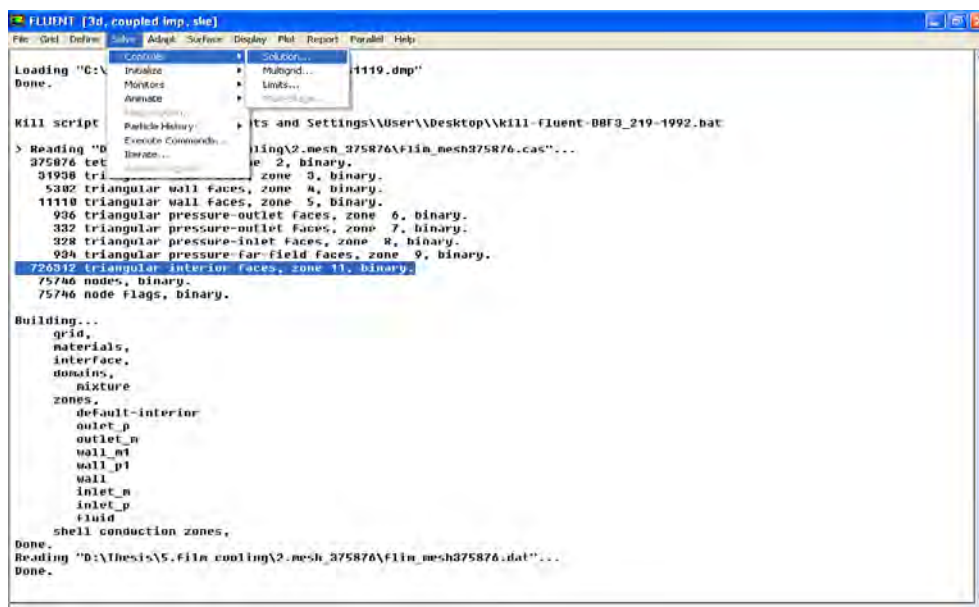
ภาพผนวกที่ จ25 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 25

26. ใช้คำสั่ง Zone select outlet_p → Type select pressure outlet → Click set



ภาพผนวกที่ จ26 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 26

27. ใช้คำสั่ง Solve → Controls → Solution

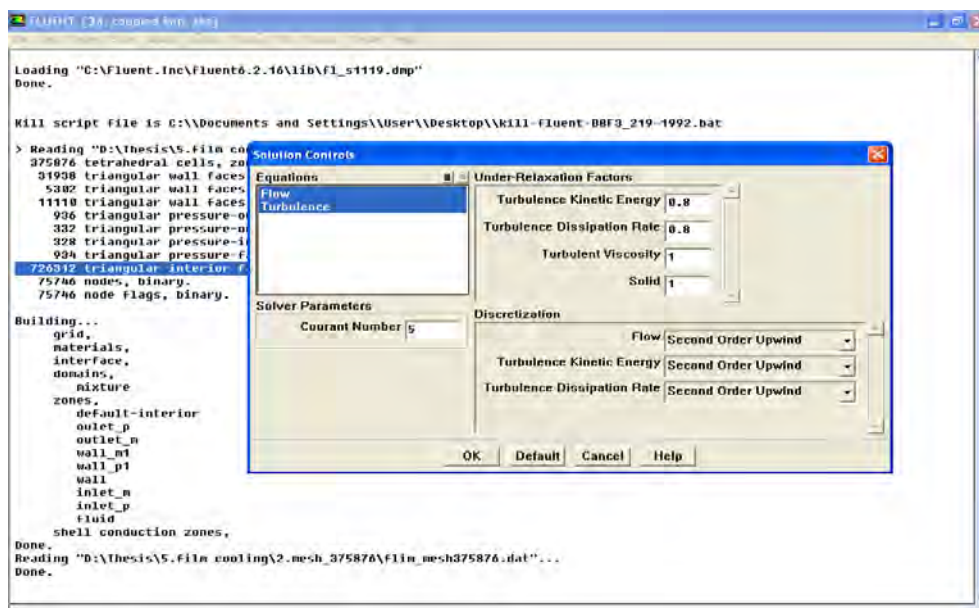


ภาพผนวกที่ จ27 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 27

28. ใช้คำสั่ง slover parameters 5

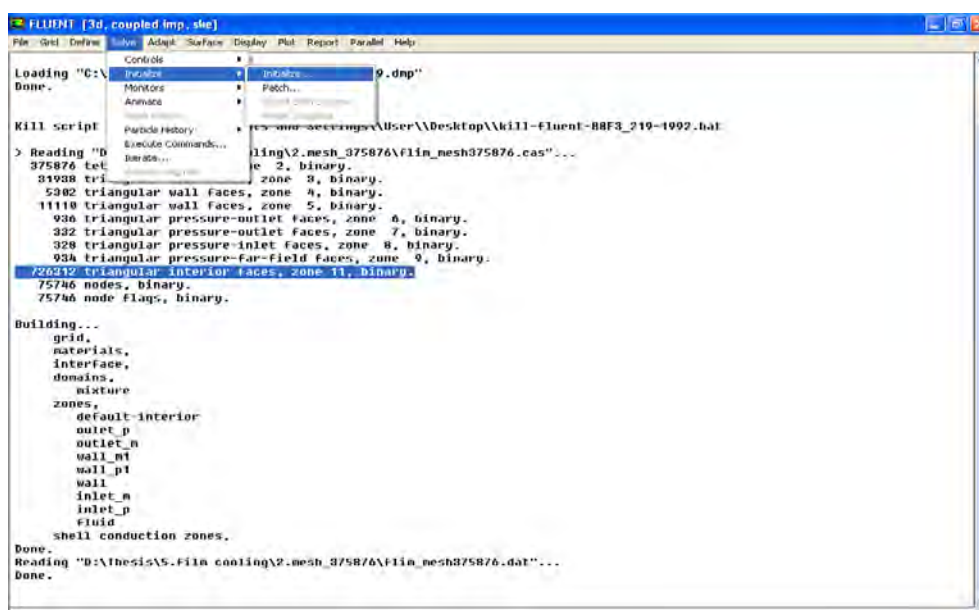
Discretization; flow, momentum, turbulence kinetic energy and turbulence dissipation

rate set Second Order Upwind



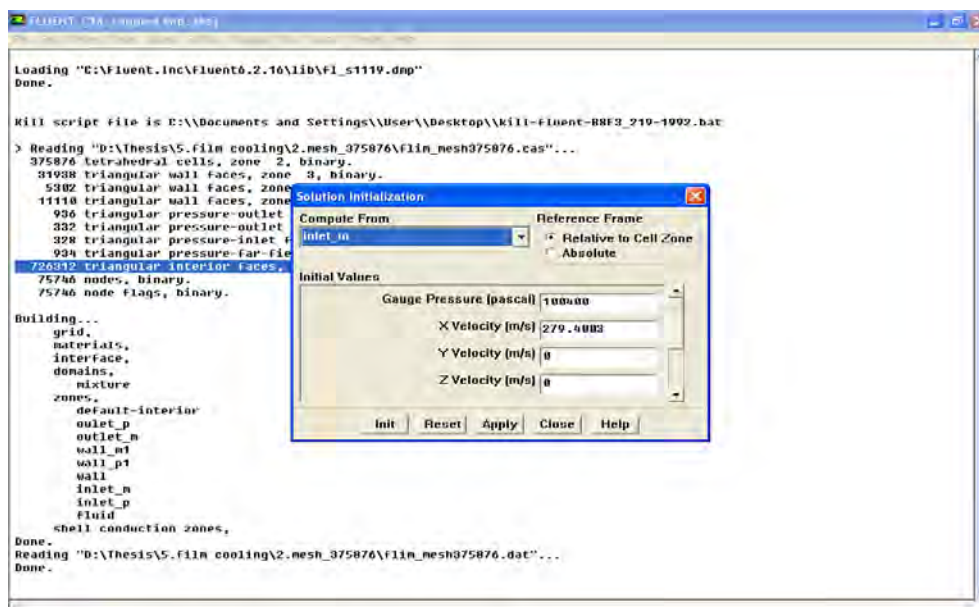
ภาพผนวกที่ จ28 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 28

29. ใช้คำสั่ง Solve → Initialize → Initialize



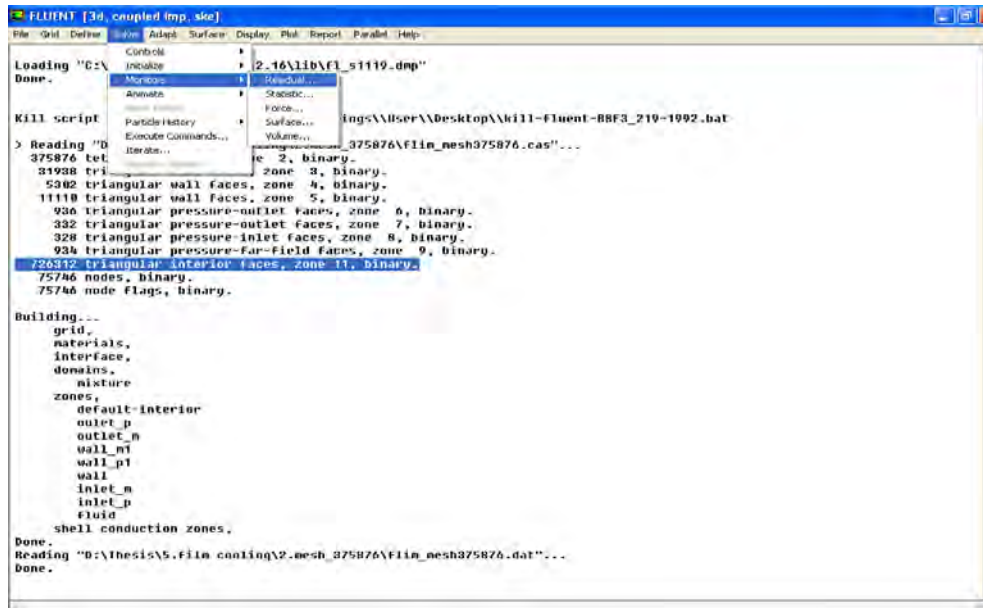
ภาพผนวกที่ จ29 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 29

30. ใช้คำสั่ง Compute Form → inlet



ภาพผนวกที่ 30 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 30

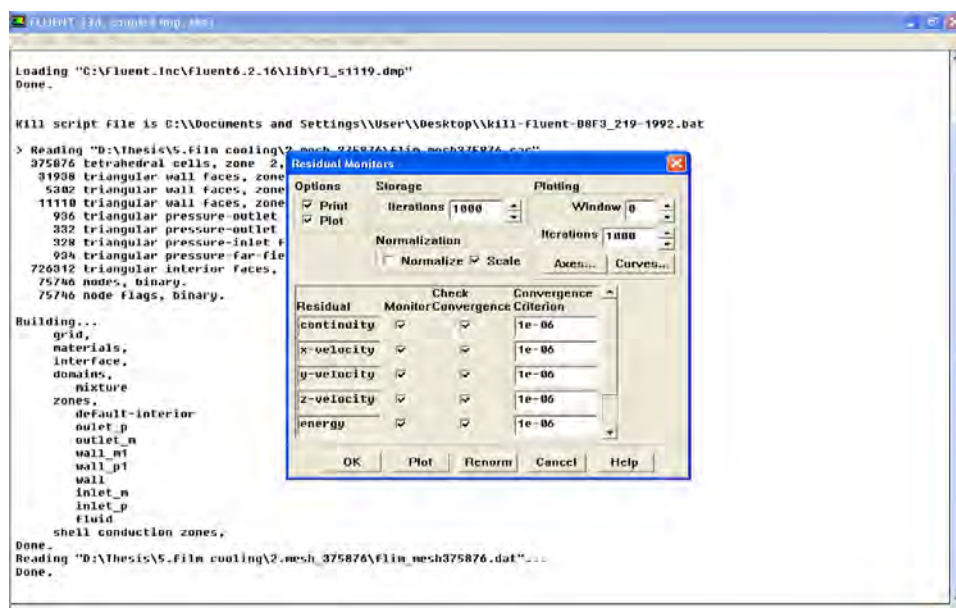
31. ใช้คำสั่ง Solve → Monitors-Residual



ภาพผนวกที่ 31 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 31

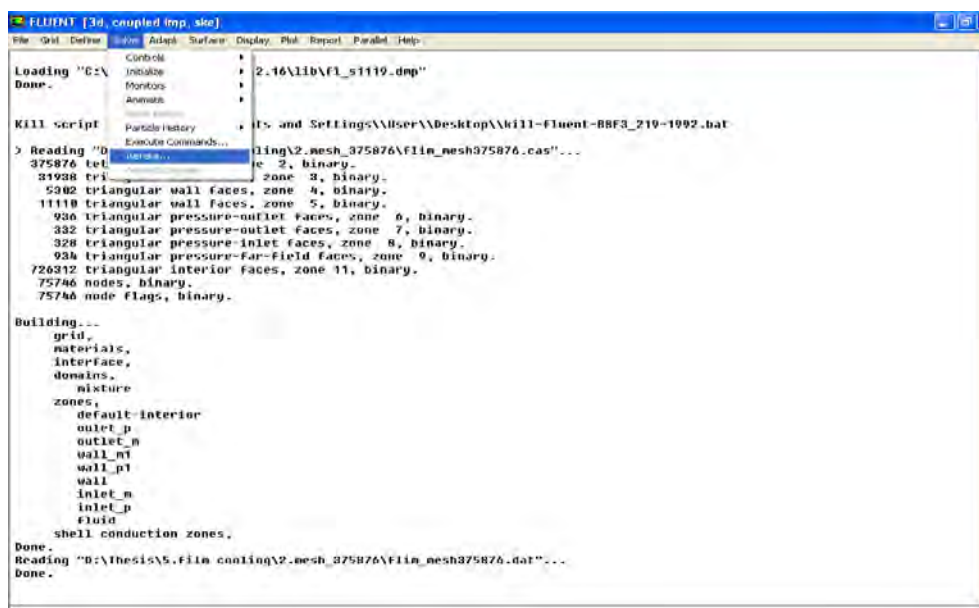
32. ใช้คำสั่ง Option select Print and Plot

Residual → continuity Convergence Criterion = 0.000001 Click OK



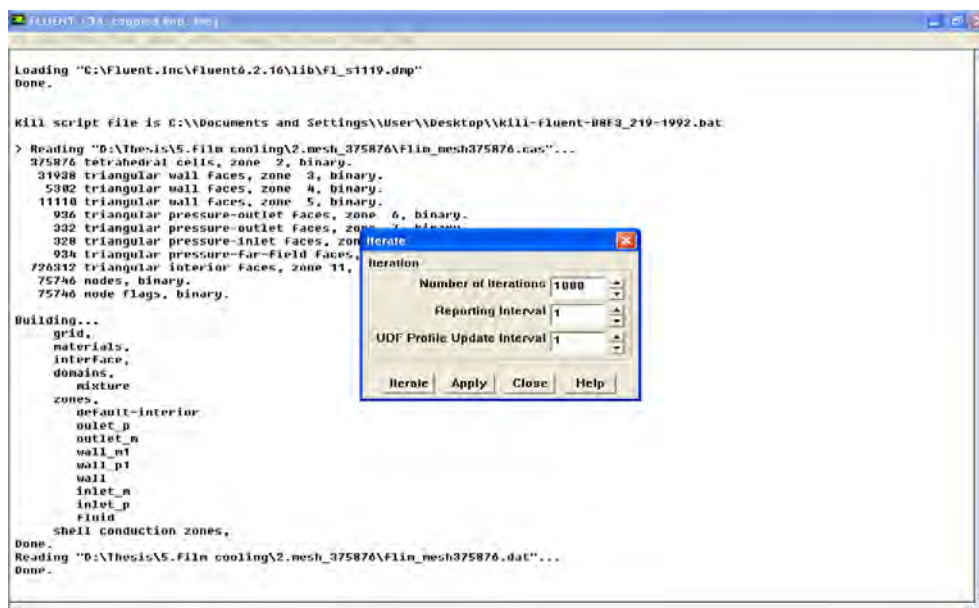
ภาพผนวกที่ จ32 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 32

33. ใช้คำสั่ง Solve → Iterate



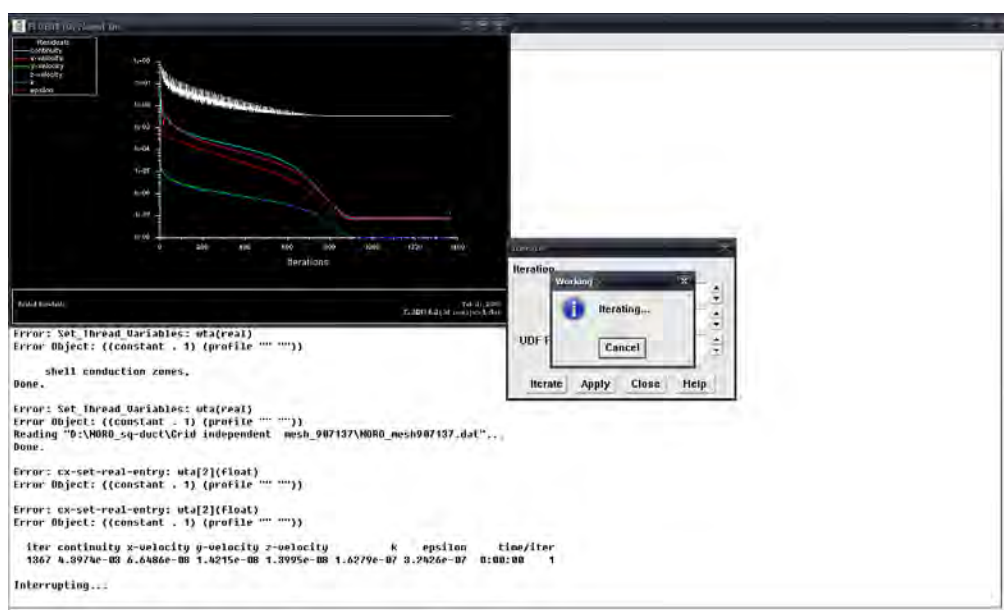
ภาพผนวกที่ จ33 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 33

34. ใช้คำสั่ง Number of Iteration = 10000 Click Iterate



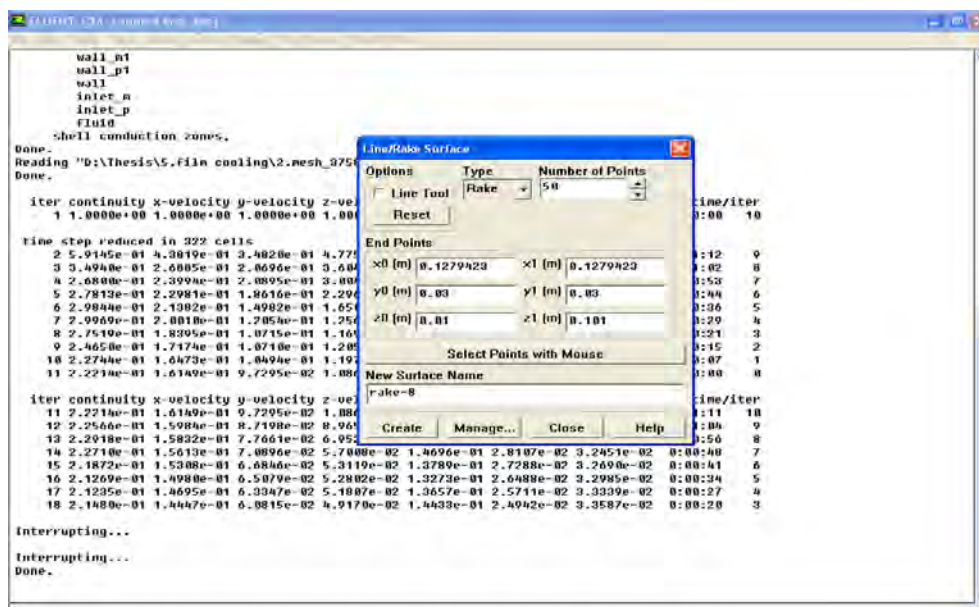
ภาพผนวกที่ 34 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 34

35. เมื่อค่าของผลเฉลย converged จะแสดงดังรูป



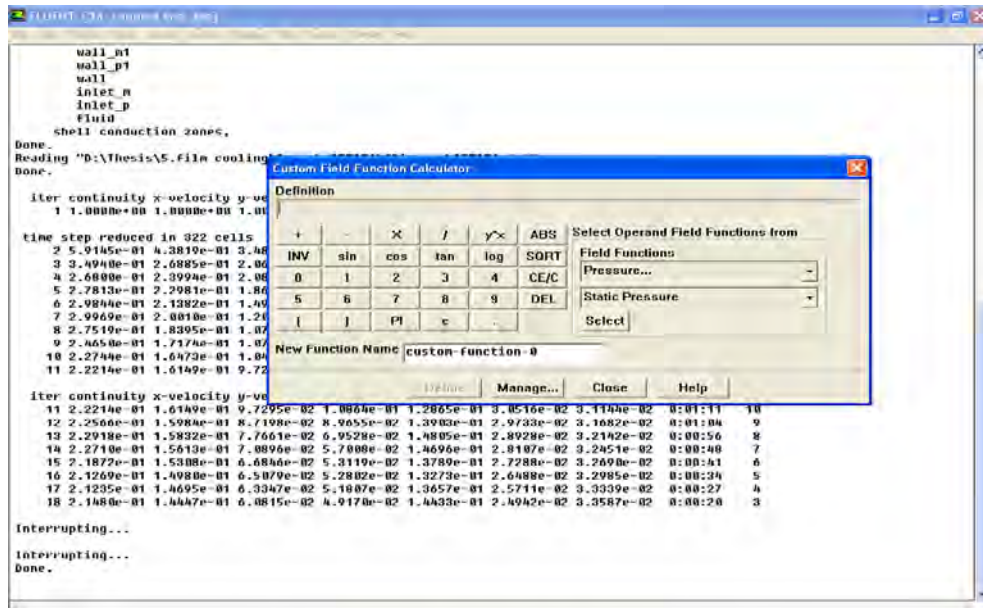
ภาพผนวกที่ 35 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 35

36. ใช้คำสั่ง Surface → Line/Rake → Rake set



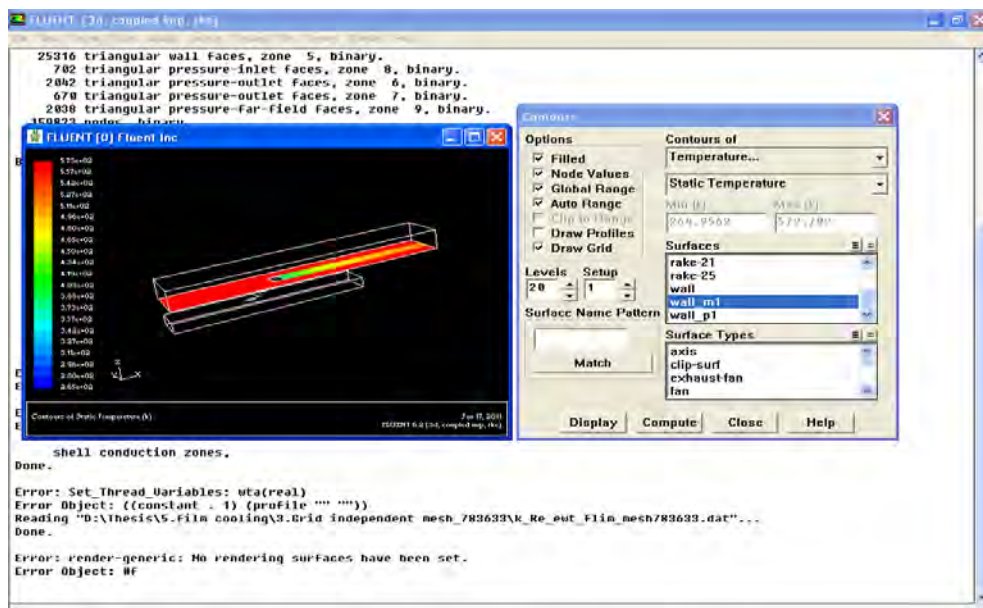
ภาพผนวกที่ จ36 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 36

37. ใช้คำสั่ง Define → Custom Field function → Click define



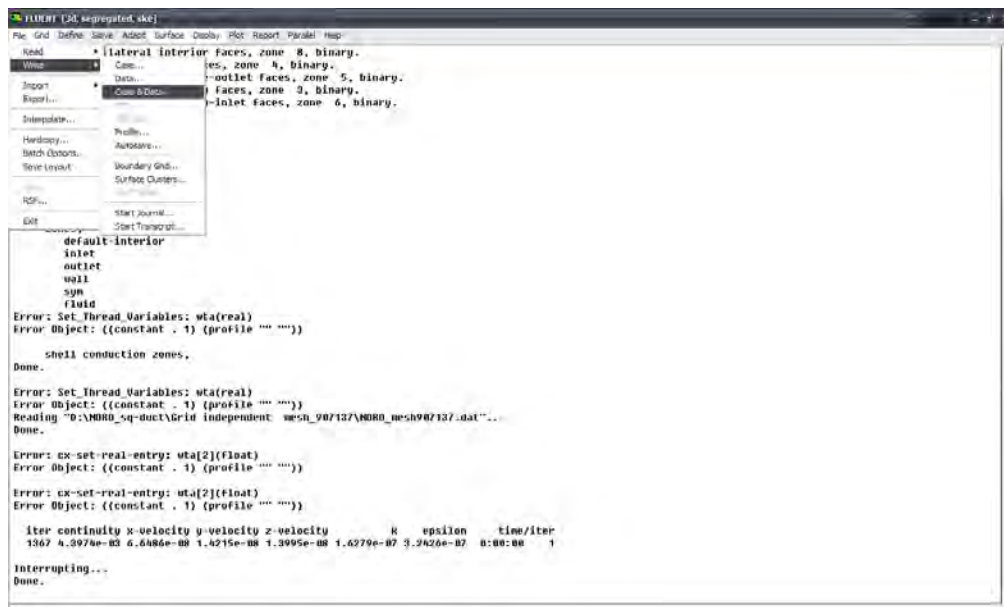
ภาพผนวกที่ จ37 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 37

38. ใช้คำสั่ง Display → Contours → เลือก wall_m1 → Display



ภาพผนวกที่ จ38 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 38

39. บันทึกข้อมูลโดยใช้คำสั่ง write → Case&Data



ภาพผนวกที่ 39 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ FLUENT ขั้นที่ 39

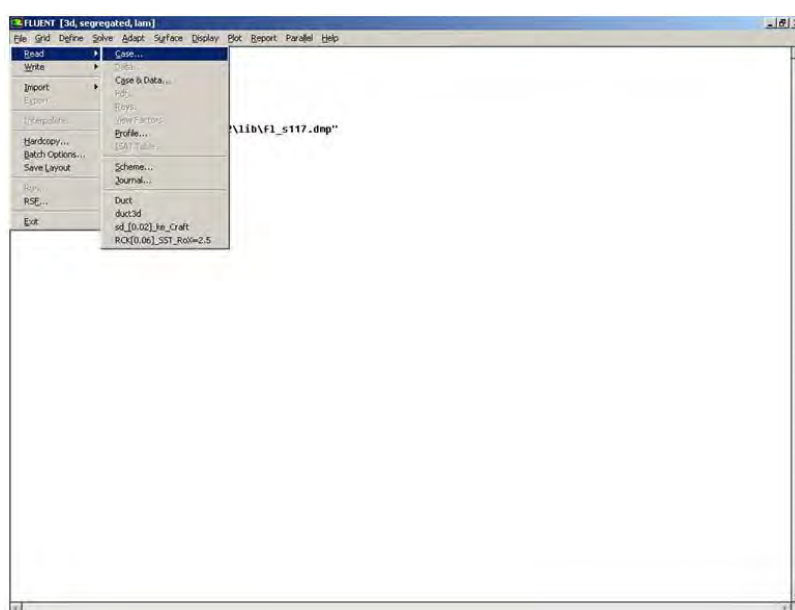
ภาคผนวก จ

คู่มือการใช้ฟังก์ชันยูทิลิตี้บนระบบปฏิบัติการ Window และ LINUX

ภาคผนวก จ คู่มือการใช้ฟังก์ชันยูตีเอฟบนระบบปฏิบัติการ Window และ LINUX

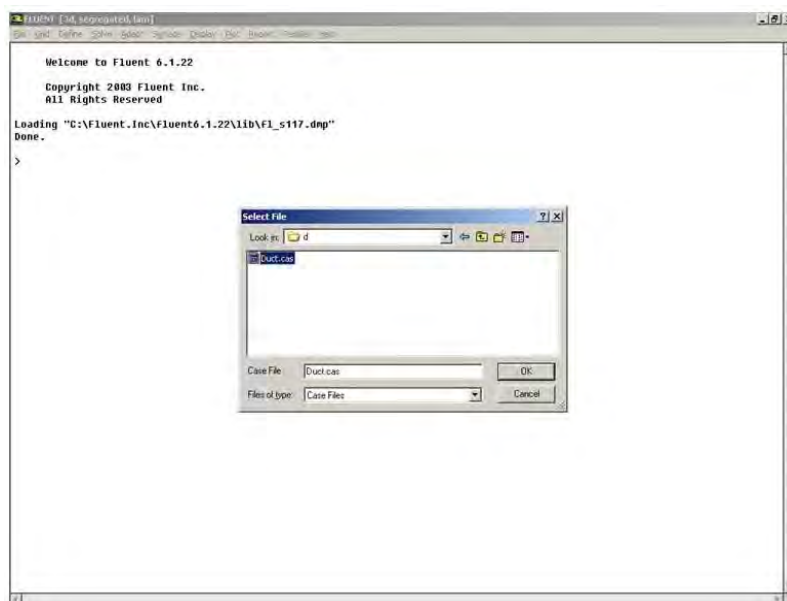
คู่มือการใช้งานฟังก์ชันยูตีเอฟ บนระบบปฏิบัติการ Window และ LINUX

1. เลือก Read → Case & Data ทำการเลือกไฟล์ที่ทำการคำนวณเป็นค่าเริ่มต้นมาแล้ว



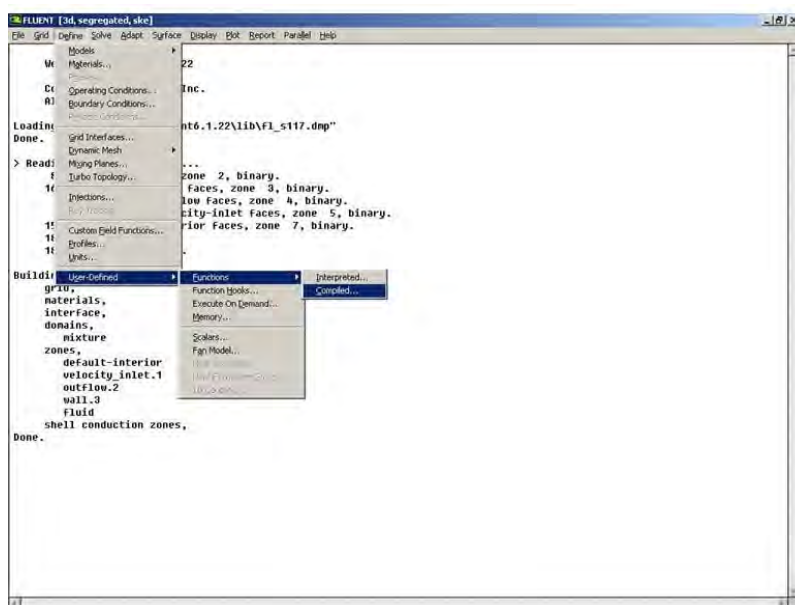
ภาพผนวกที่ จ1 แสดงขั้นตอนการใช้ฟังก์ชันยูตีเอฟขั้นที่ 1

2. เลือกไฟล์ที่ต้องการ



ภาพผนวกที่ น2 แสดงขั้นตอนการใช้ฟังก์ชันยูติเอฟขั้นที่ 2

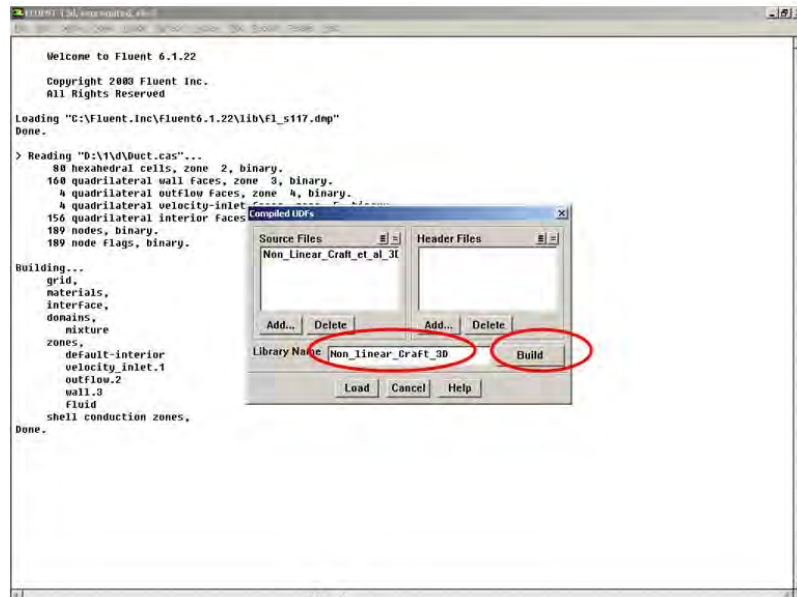
3. เลือก Define → User defined → Function → Compiled



ภาพผนวกที่ น3 แสดงขั้นตอนการใช้ฟังก์ชันยูติเอฟขั้นที่3

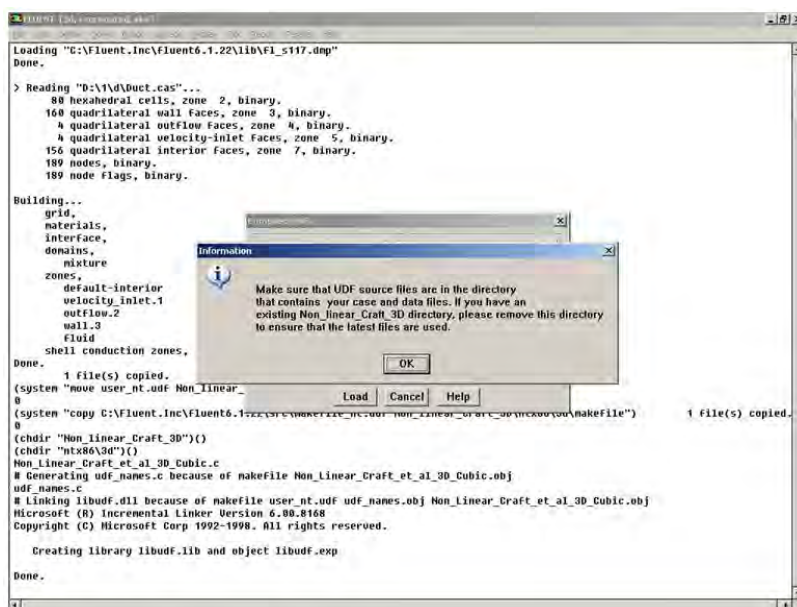
4. เลือก Source File → Add

6. ทำการตั้งชื่อเพิ่มการทำงาน → Build



ภาพผนวกที่ ๖ แสดงขั้นตอนการใช้ฟังก์ชันยูดีเอฟขั้นที่ 6

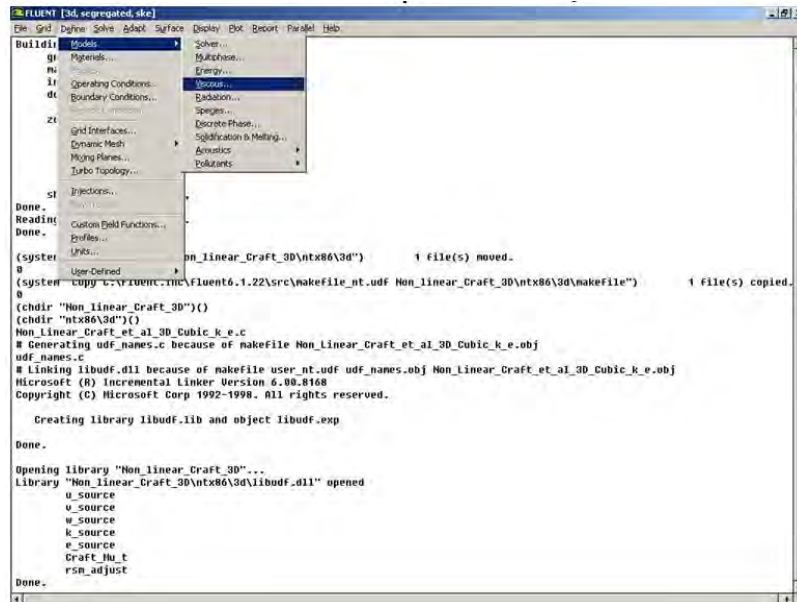
7. เลือก OK



ภาพผนวกที่ ๗ แสดงขั้นตอนการใช้ฟังก์ชันยูดีเอฟขั้นที่ 7

10. ทำการติดตั้งชุดคำสั่งย่อยต่างๆ

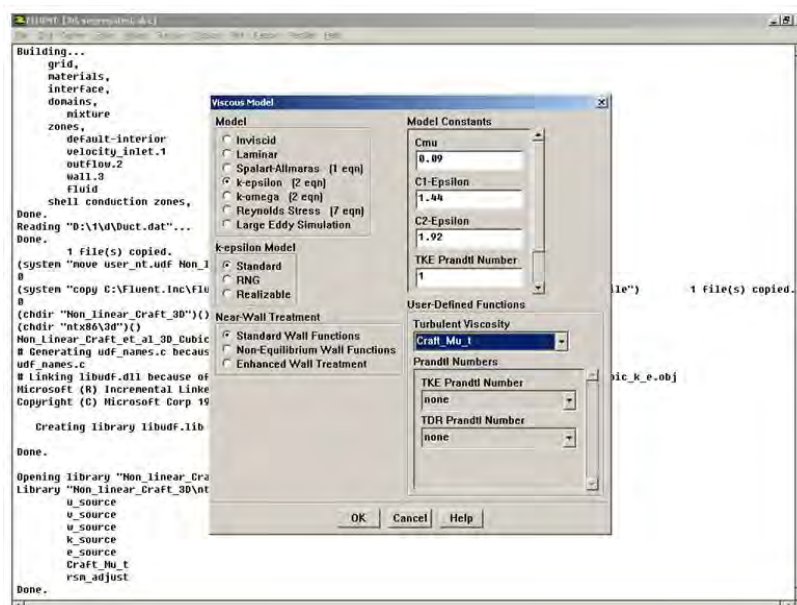
เลือก Define → Model → Viscous



ภาพผนวกที่ ๑๑๐ แสดงขั้นตอนการใช้ฟังก์ชันยูดีเอฟขั้นที่ 10

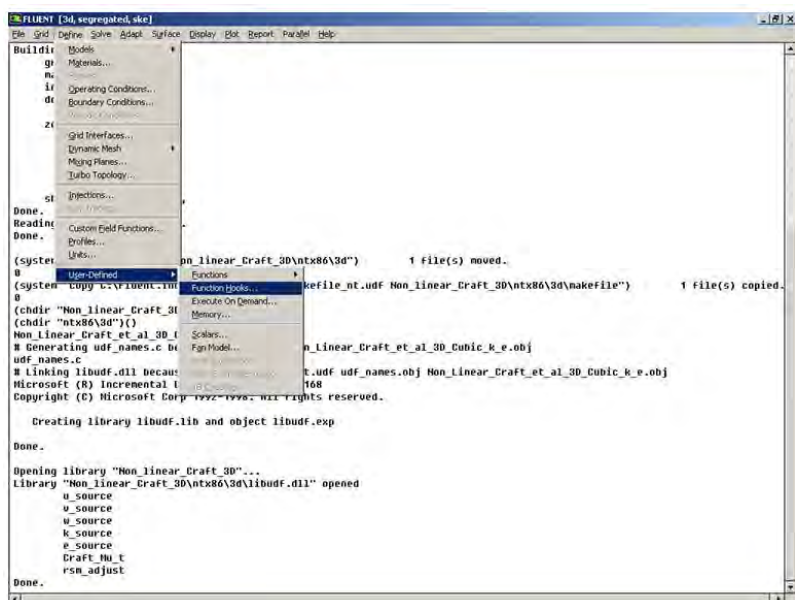
11. ทำการเปลี่ยน Turbulent Viscosity หรือ Eddy Viscosity

เลือก Turbulent Viscosity → Craft_Mu_t



ภาพผนวกที่ ๑๑๑ แสดงขั้นตอนการใช้ฟังก์ชันยูดีเอฟขั้นที่ 11

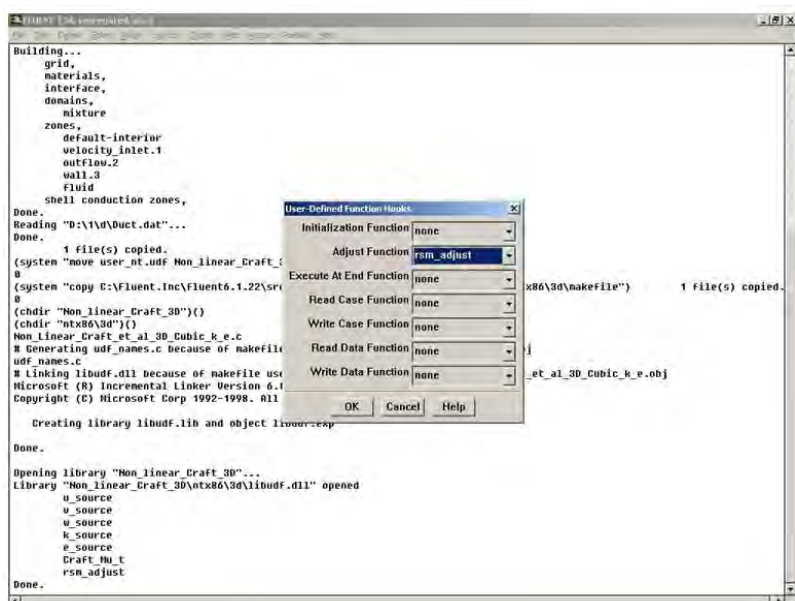
12. เลือก Define → User Define → Function Hooks



ภาพผนวกที่ 12 แสดงขั้นตอนการใช้ฟังก์ชันยูติเอฟขั้นที่ 12

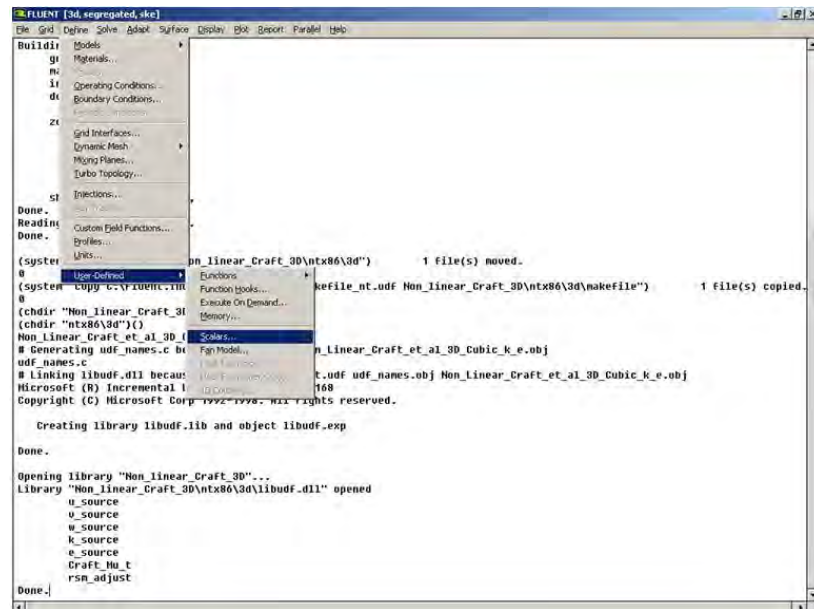
13. ทำการติดตั้งตัว Reynolds stress ที่สร้างขึ้นมา

เลือก Adjust function → rsm_adjust



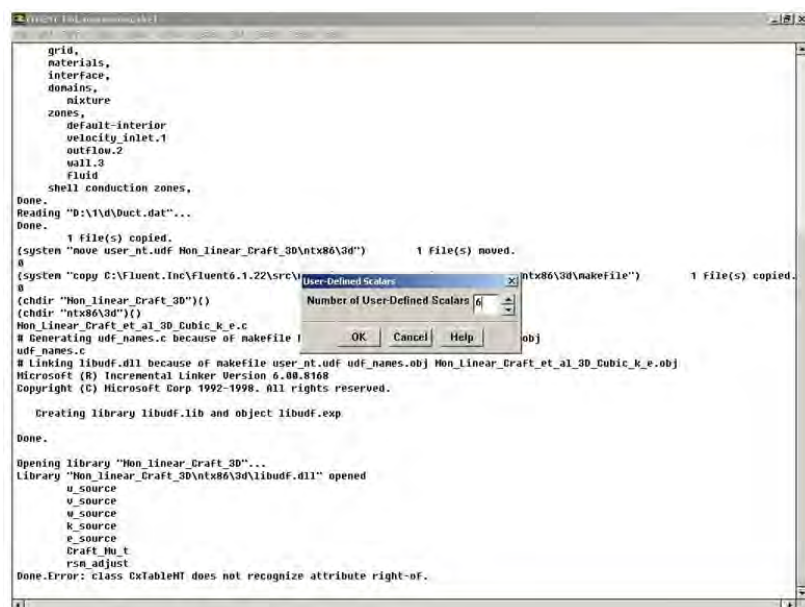
ภาพผนวกที่ 13 แสดงขั้นตอนการใช้ฟังก์ชันยูติเอฟขั้นที่ 13

16. ทำการกำหนดตัวแปร Anisotropy tensor ที่สร้างจำนวน 6 ตัว



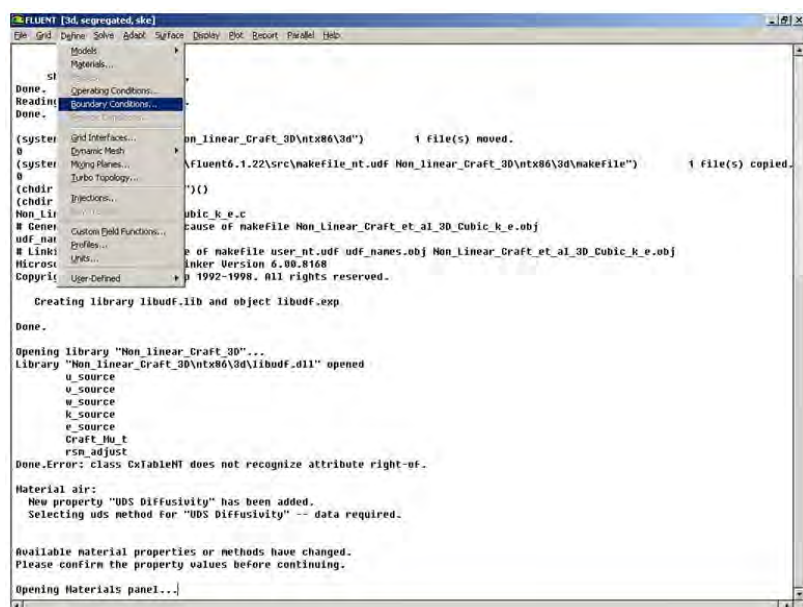
ภาพผนวกที่ 16 แสดงขั้นตอนการใช้ฟังก์ชันยูดีเอฟขั้นที่ 16

17. เลือก 6 → OK



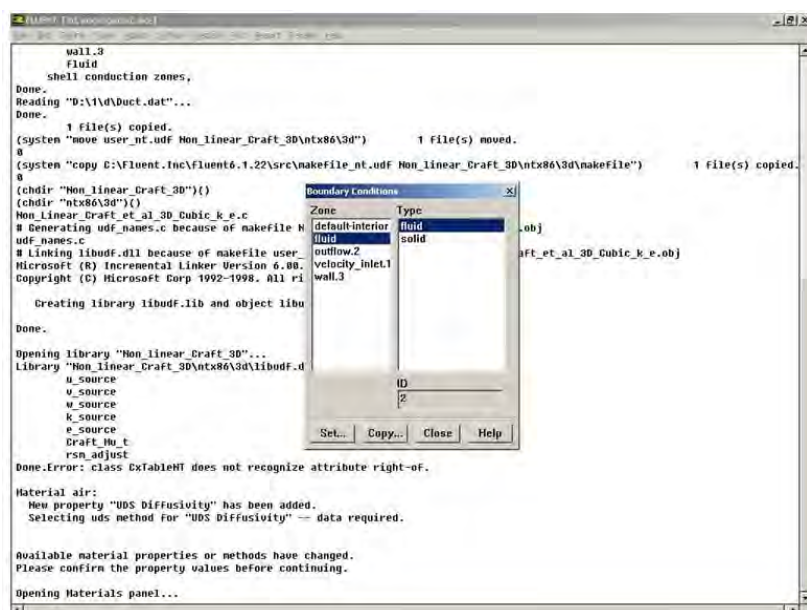
ภาพผนวกที่ 17 แสดงขั้นตอนการใช้ฟังก์ชันยูดีเอฟขั้นที่ 17

18. ทำการใส่ Source Term ที่เกิดจาก Anisotropy Tensor ลงใน Transport Equation
เลือก Define → Boundary Conditions



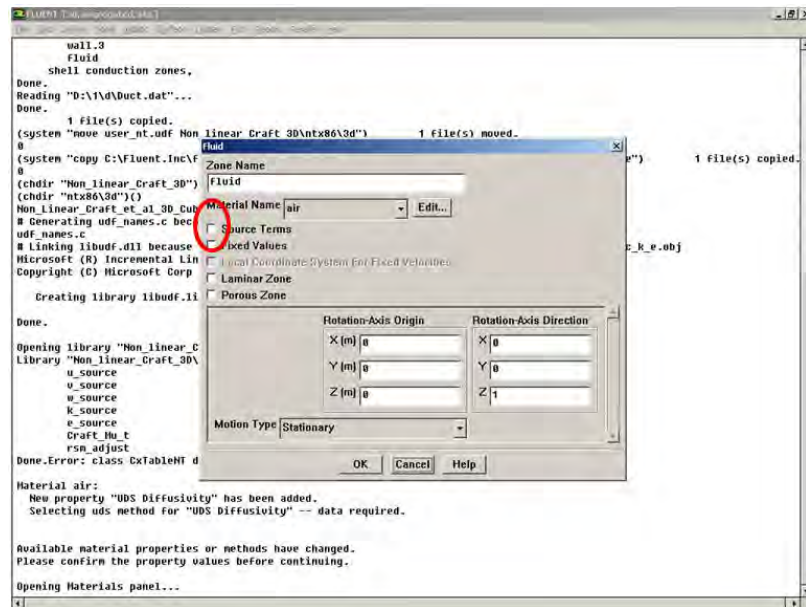
ภาพผนวกที่ ๑๑๘ แสดงขั้นตอนการใช้ฟังก์ชันยูดีเอฟขั้นที่ 18

19. เลือก fluid → set



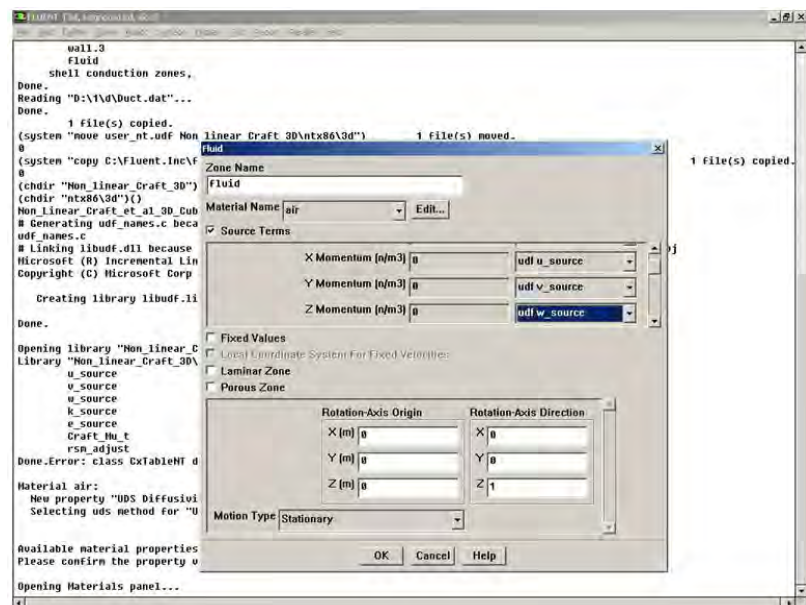
ภาพผนวกที่ ๑๑๙ แสดงขั้นตอนการใช้ฟังก์ชันยูดีเอฟขั้นที่ 19

20. เลือก Source Term



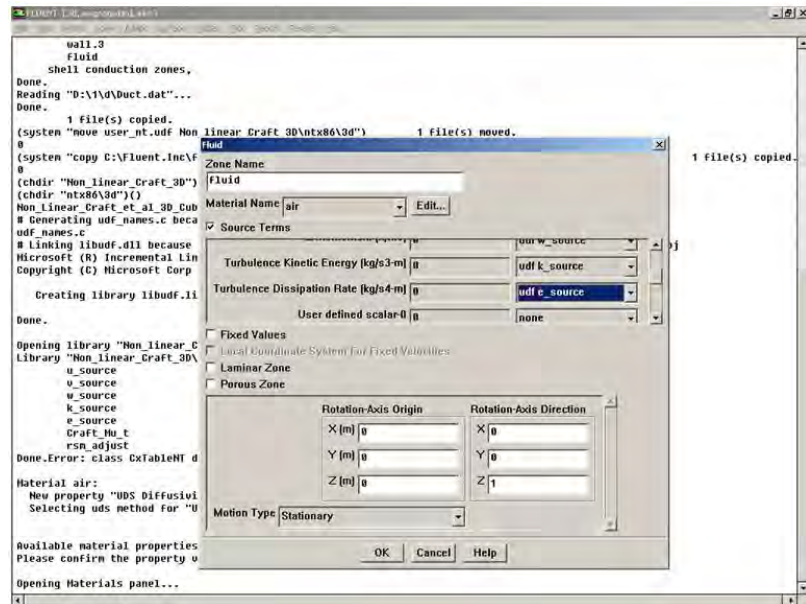
ภาพผนวกที่ ๒๐ แสดงขั้นตอนการใช้ฟังก์ชันยูดีเอฟขั้นที่ 20

21. ทำการใส่ Source Term ลงใน Transport Equation



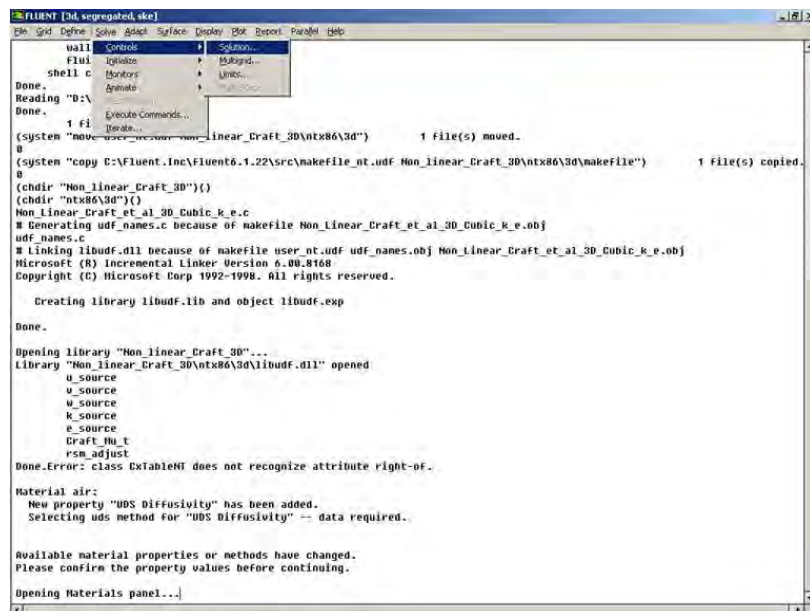
ภาพผนวกที่ ๒๑ แสดงขั้นตอนการใช้ฟังก์ชันยูดีเอฟขั้นที่ 21

22. ทำการใส่ Source Term ลงใน Transport Equation → OK



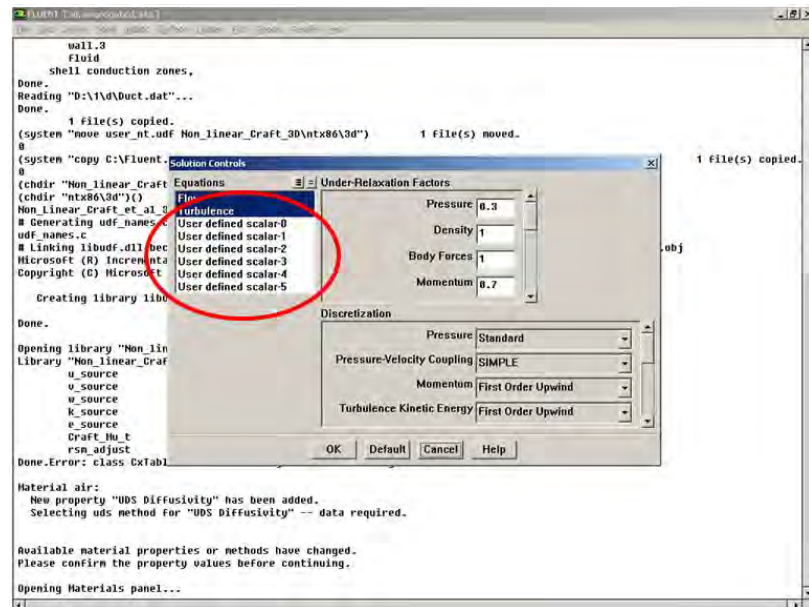
ภาพผนวกที่ ๒๒ แสดงขั้นตอนการใช้ฟังก์ชันยูดีเอฟขั้นที่ 22

23. เลือก Solve → Controls → Solution



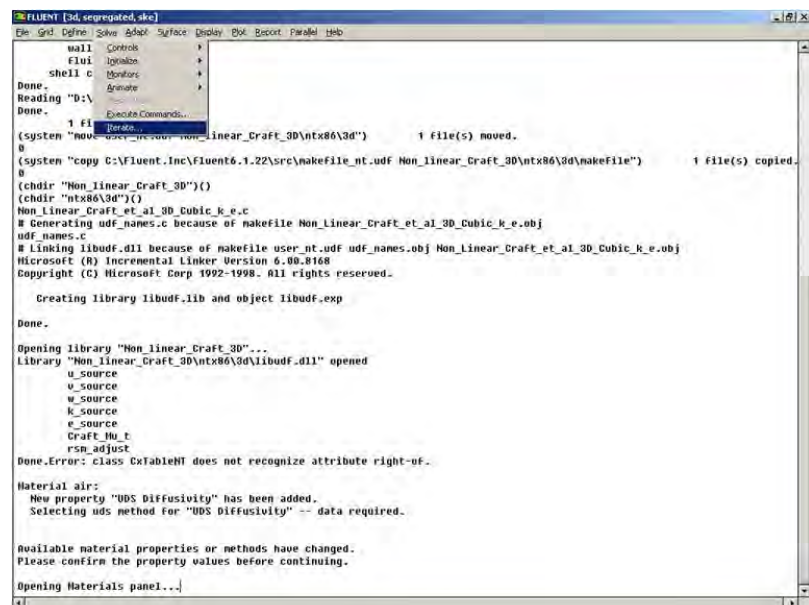
ภาพผนวกที่ ๒๓ แสดงขั้นตอนการใช้ฟังก์ชันยูดีเอฟขั้นที่ 23

24. นำแถบสีของ User defined scalar ออก



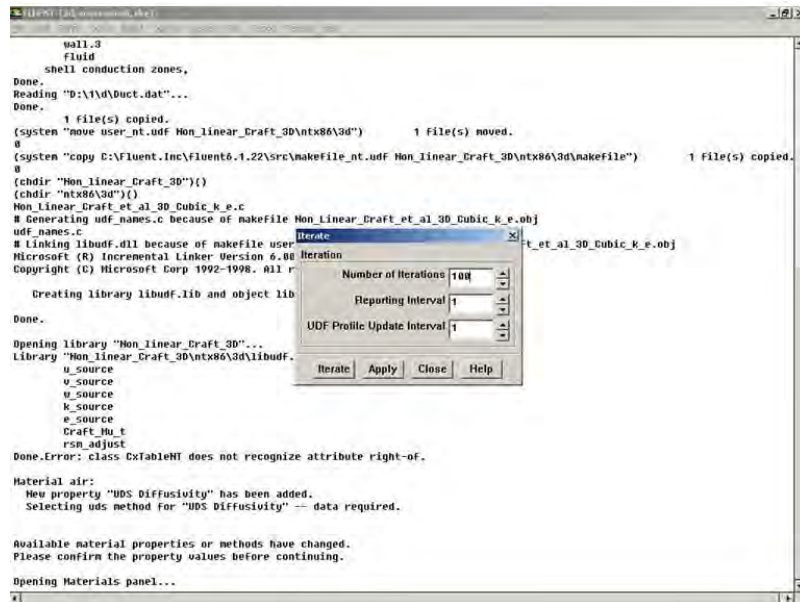
ภาพผนวกที่ ๒๔ แสดงขั้นตอนการใช้ฟังก์ชันยูดีเอฟขั้นที่ 24

25. เลือก Solve → Iterate



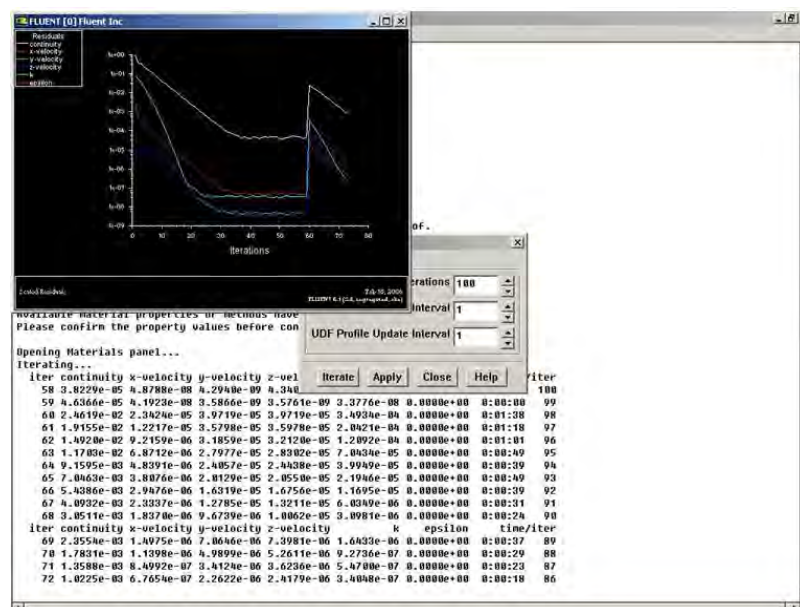
ภาพผนวกที่ ๒๕ แสดงขั้นตอนการใช้ฟังก์ชันยูดีเอฟขั้นที่ 25

26. เลือก 100 → OK



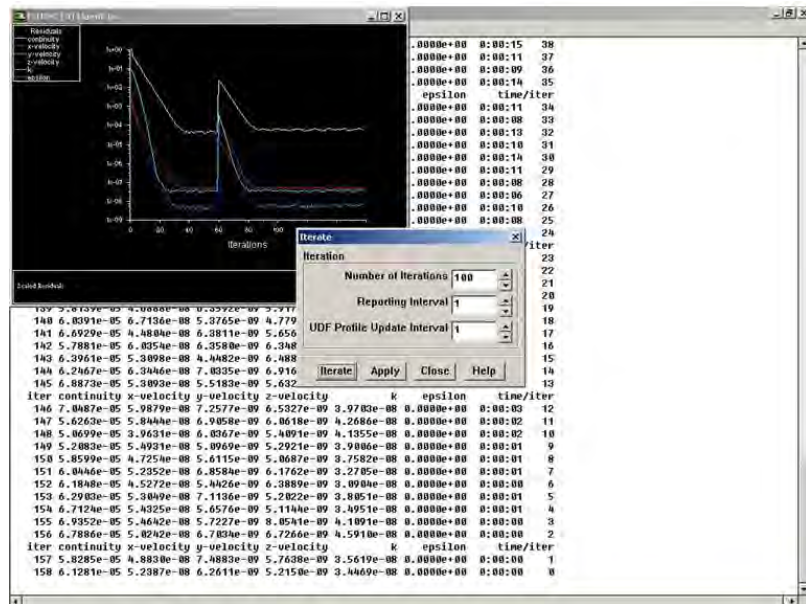
ภาพผนวกที่ ๒๒๖ แสดงขั้นตอนการใช้ฟังก์ชันยูดีเอฟขั้นที่ 26

27. การใช้ User Define Scalar จะทำให้ไม่สามารถหยุดขณะ Iterate ได้



ภาพผนวกที่ ๒๒๗ แสดงขั้นตอนการใช้ฟังก์ชันยูดีเอฟขั้นที่ 27

28. เสร็จสิ้นการคำนวณ



ภาพผนวกที่ ๒๒๘ แสดงขั้นตอนการใช้ฟังก์ชันยูติเอฟชั่นที่ 28

ภาคผนวก ข

คู่มือการใช้ซอฟต์แวร์ บนระบบปฏิบัติการ LINUX

ภาคผนวก ข คู่มือการใช้ซอฟต์แวร์ บนระบบปฏิบัติการ LINUX

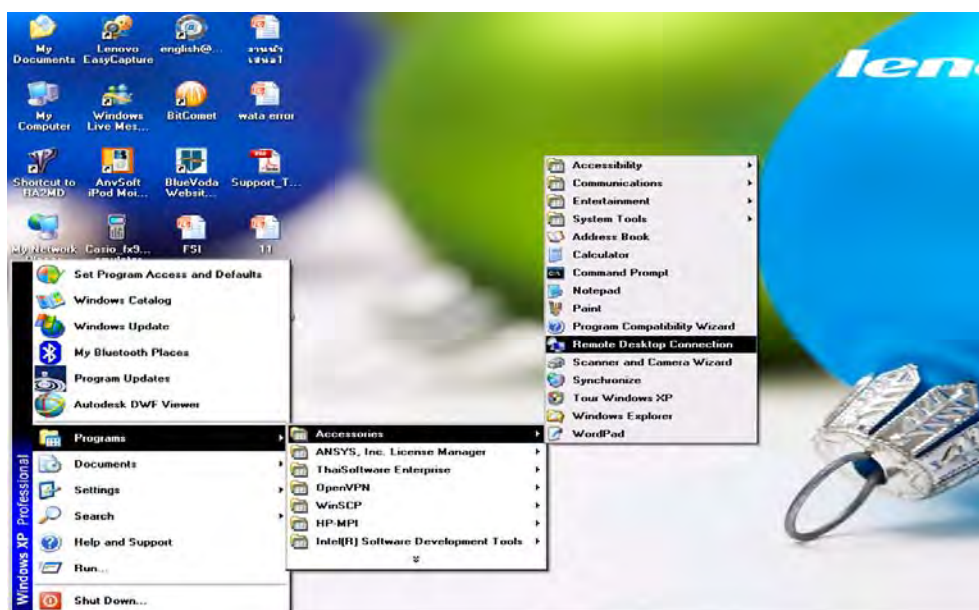
ขั้นตอนเริ่มต้นก่อนใช้งาน

ในคู่มือการใช้งานวิจัยนี้ได้ทำบนเครื่อง Helios, Thaigrid, Wata ซึ่งภาคผนวกนี้จะอ้างอิงวิธีใช้จากเครื่อง Wata แต่ระบบวิธีใช้หลักๆจะเหมือนกันทุกเครื่อง

1. ขอ Account ในการใช้เครื่อง Wata ที่ <http://www.wata.eng.ku.ac.th/>
2. ทำการติดตั้งโปรแกรม Putty และ WinSCP โดยทำการ Download ได้ที่ <http://www.wata.eng.ku.ac.th/>

วิธีการเข้าเครื่อง Wata ผ่าน Remote Desktop Connection

1. ไปที่ Start → Program → Accessories → Remote Desktop Connection



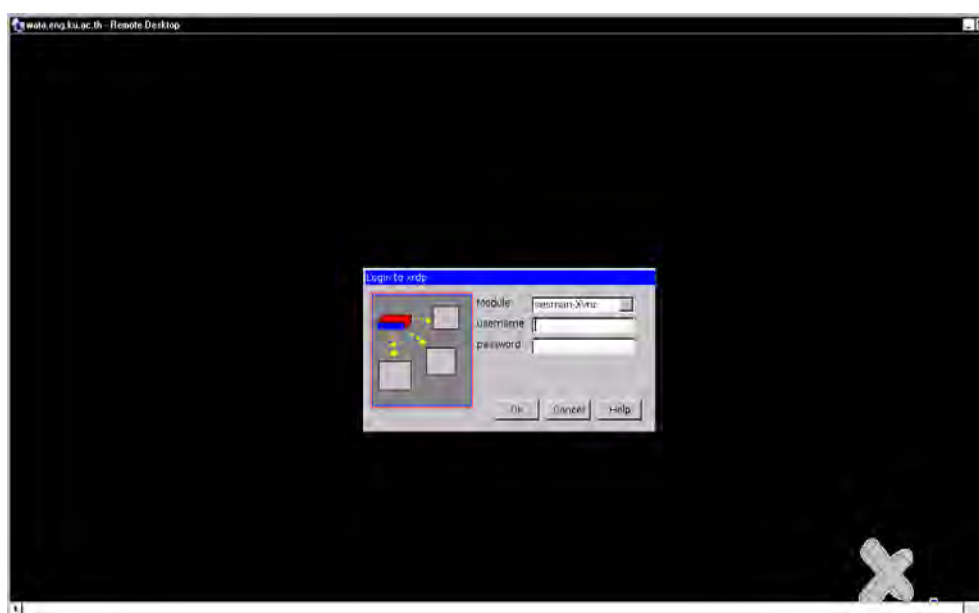
ภาพผนวกที่ ข1 แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง Wata ขั้นที่ 1

2. จะได้หน้าจอทำงานของ Remote Desktop Connection → พิมพ์ชื่อเครื่อง wate.eng.ku.ac.th
→ Connect



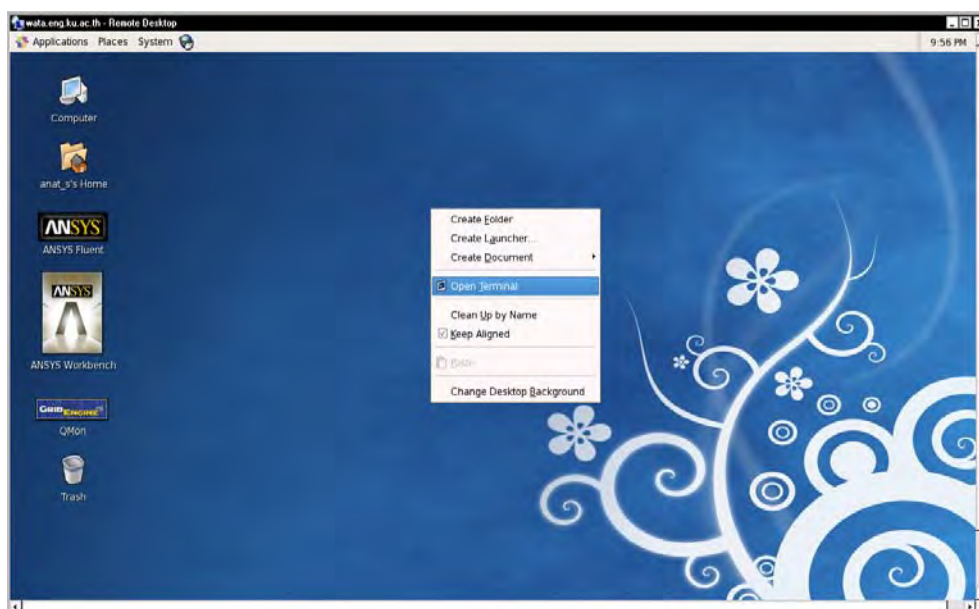
ภาพผนวกที่ ข2 แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง Wata ขั้นที่ 2

3. พิมพ์ Username และ Password → OK



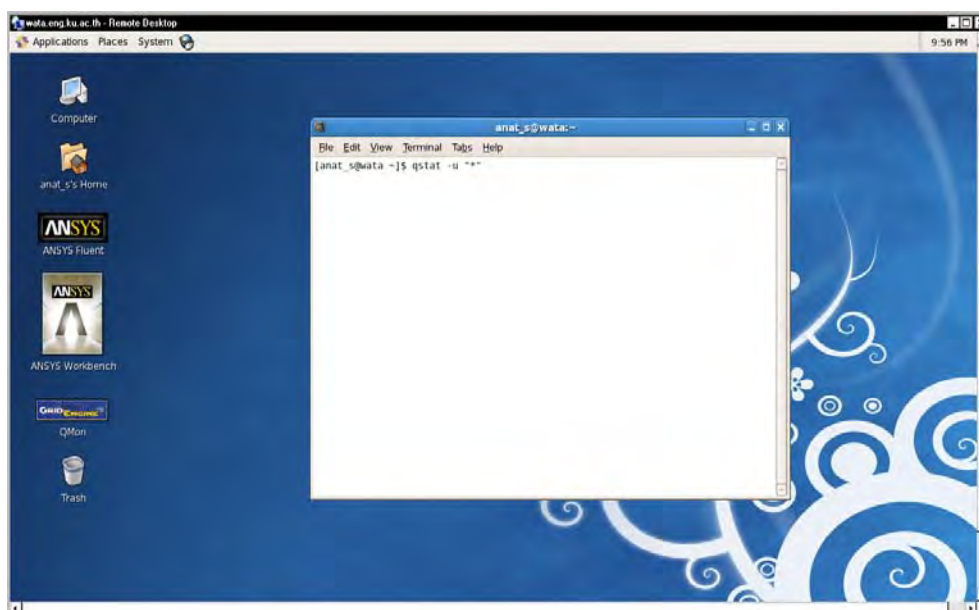
ภาพผนวกที่ ข3 แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง Wata ขั้นที่ 3

4. แสดงหน้าจอของเครื่องคลัสเตอร์ Wata → คลิกขวาเลือก Open terminal



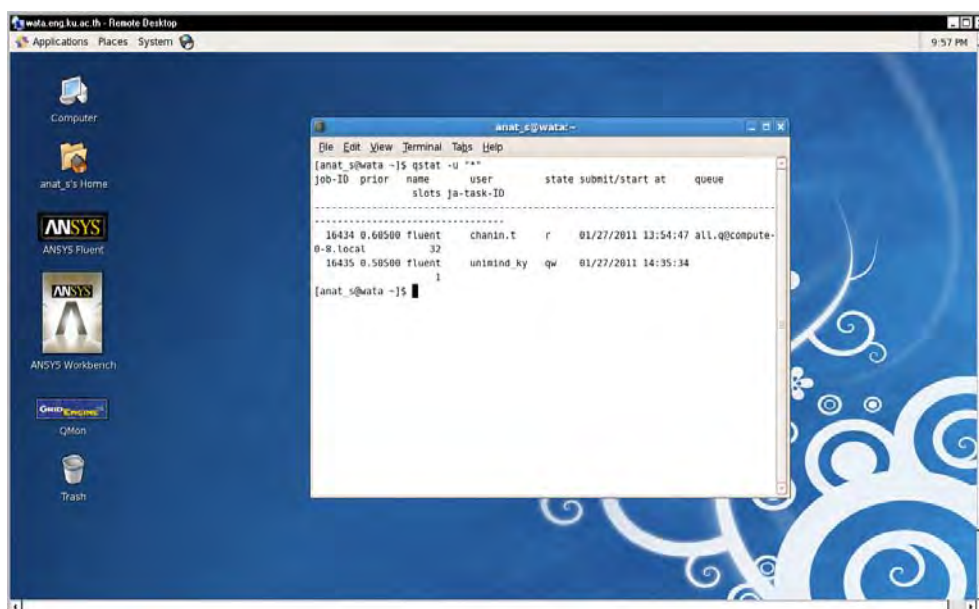
ภาพผนวกที่ ข4 แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง Wata ขั้นที่ 4

5. พิมพ์ `qstat -u "*"` เพื่อตรวจสอบสถานะผู้ใช้เครื่อง



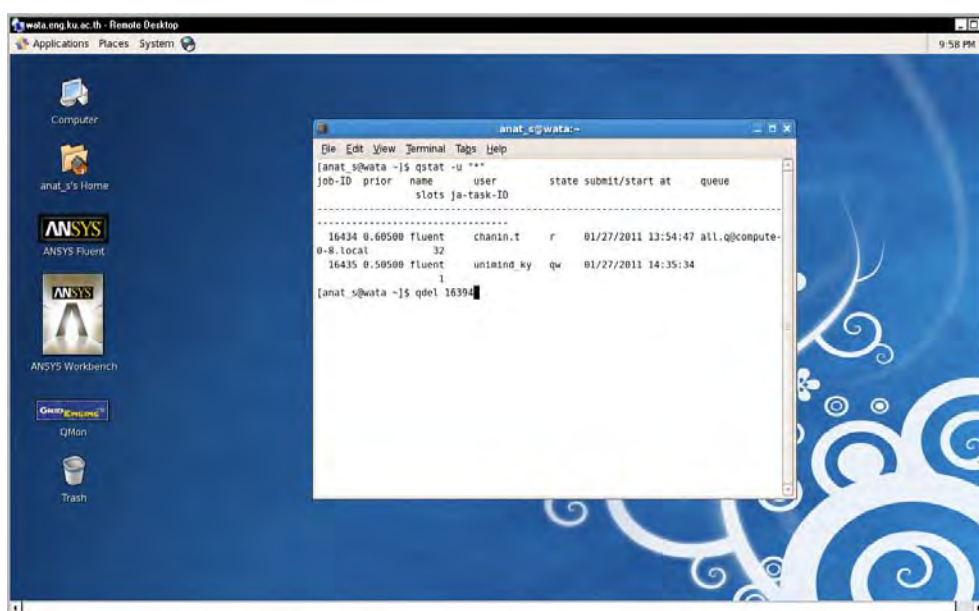
ภาพผนวกที่ ข5 แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง wata ขั้นที่ 5

6. แสดงสถานะผู้ใช้เครื่อง



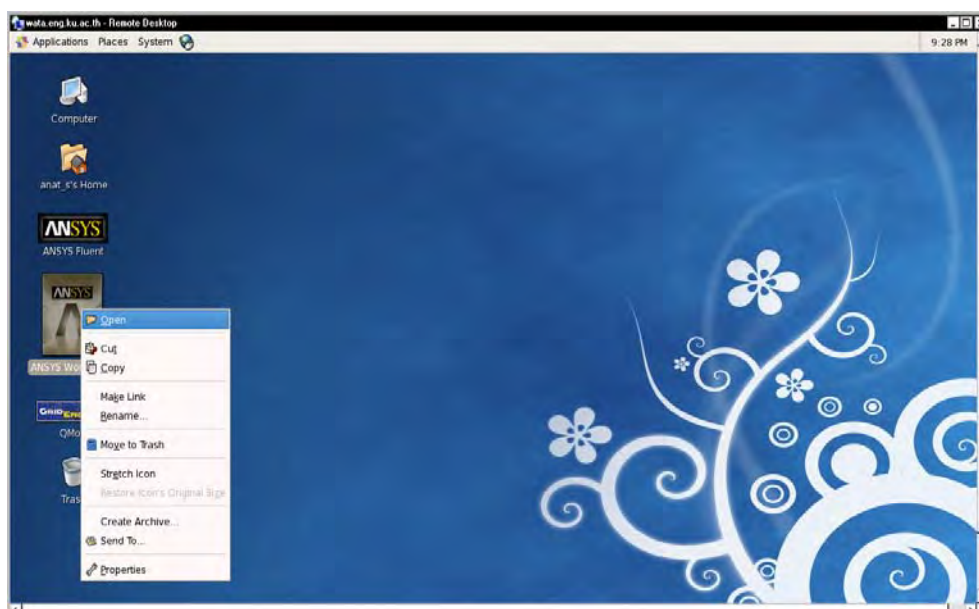
ภาพผนวกที่ ข6 แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง Wata ขั้นที่ 6

7. พิมพ์ qdel ID เมื่อเลิกใช้โปรแกรม Fluent



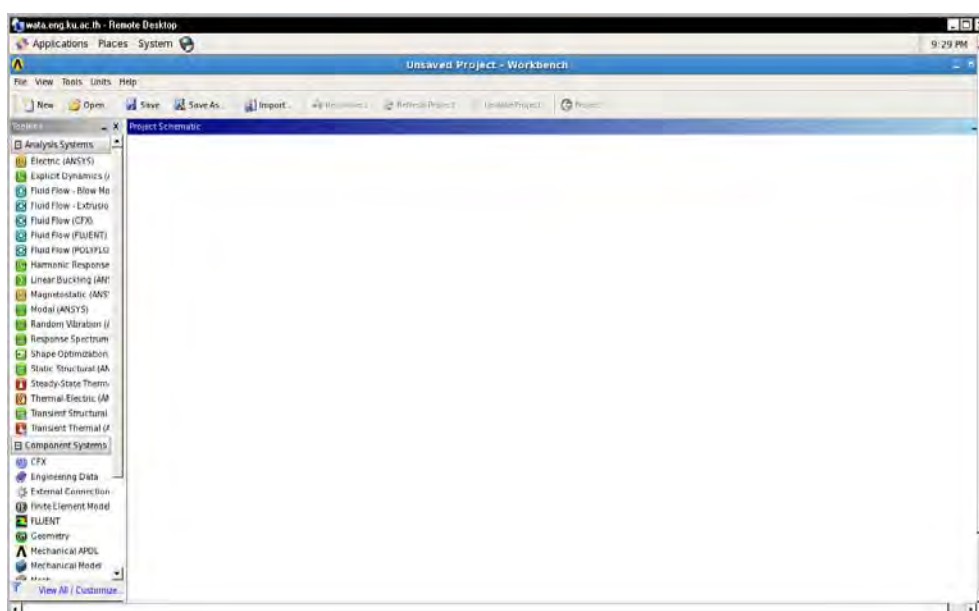
ภาพผนวกที่ ข7 แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง Wata ขั้นที่ 7

8. คลิกขวาที่โปรแกรม Ansys Workbench → คลิก open



ภาพผนวกที่ ข8 แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง Wata ขั้นที่ 8

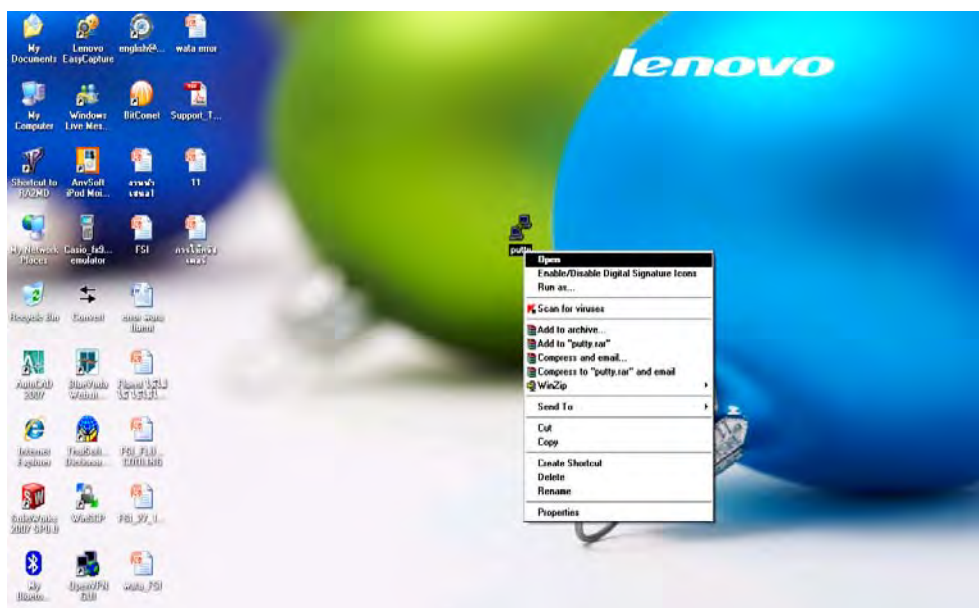
9. แสดงหน้าจอของ Ansys Workbench



ภาพผนวกที่ ข9 แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง Wata ขั้นที่ 9

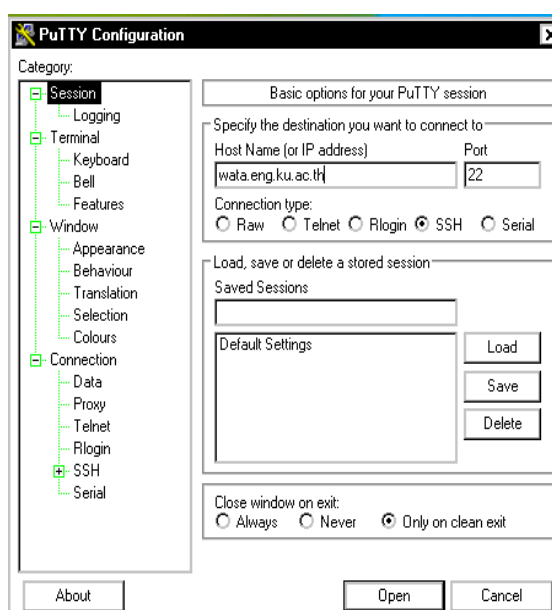
วิธีการใช้ โปรแกรม Putty เพื่อใช้ปิดโปรแกรม Fluent หลังใช้งาน

10. เปิดโปรแกรม Putty



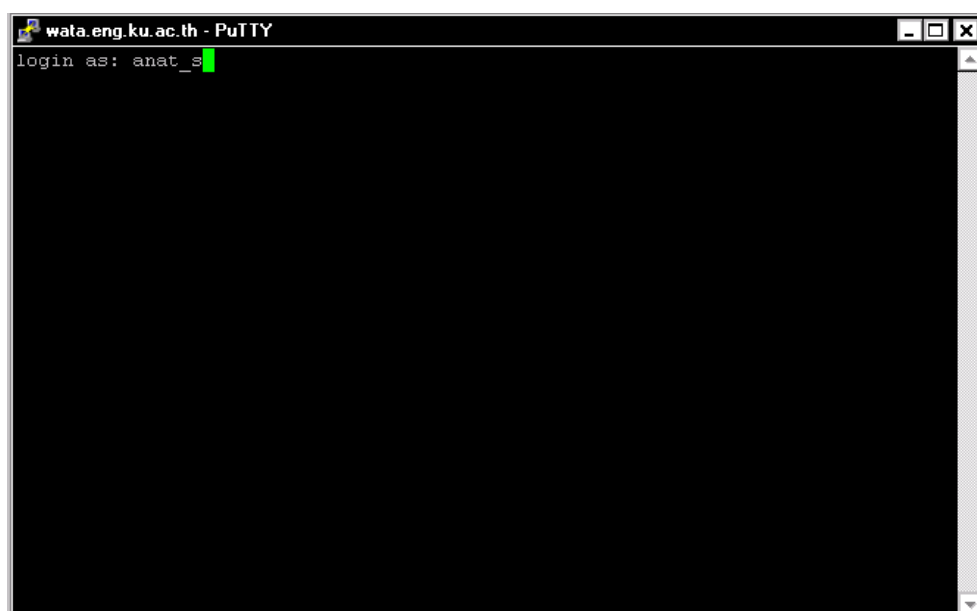
ภาพผนวกที่ ๑๐ แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง wata ขั้นที่ 10

11. พิมพ์ Host Name → wata.eng.ku.ac.th → Open



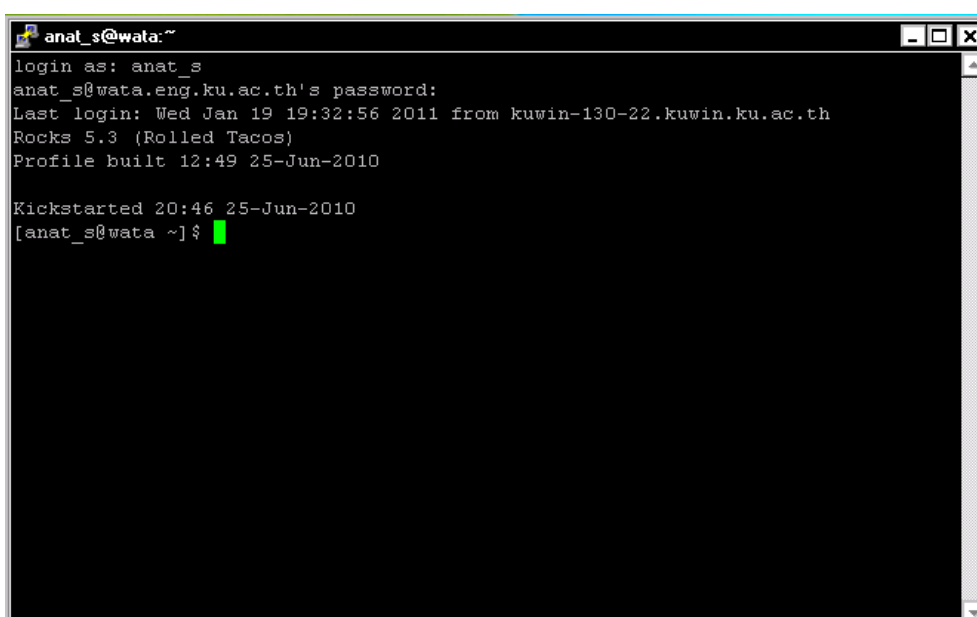
ภาพผนวกที่ ข11 แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง Wata ขั้นที่ 11

12. พิมพ์ User name → Enter



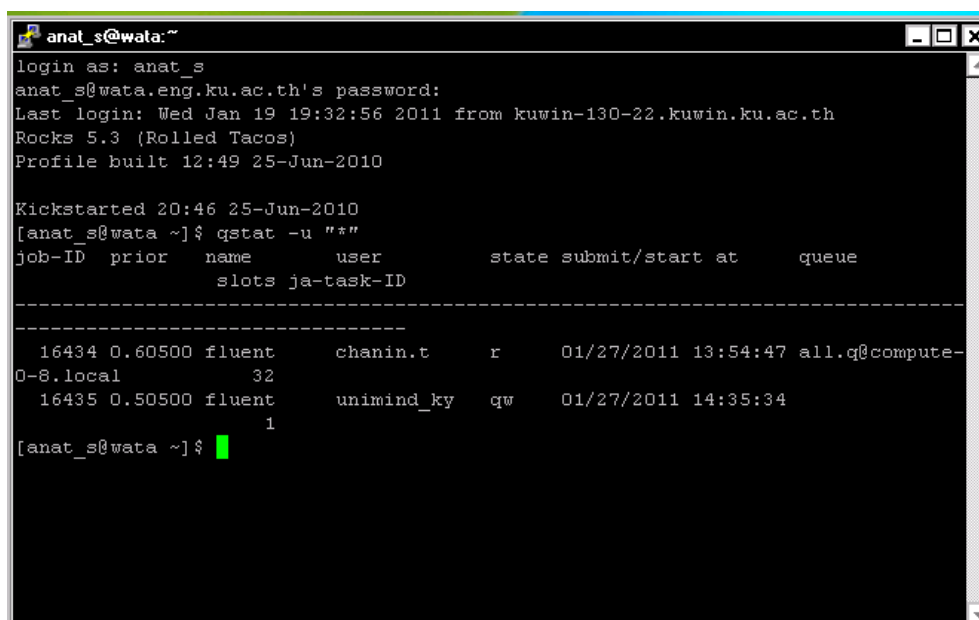
ภาพผนวกที่ ข12 แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง Wata ขั้นที่ 12

13. พิมพ์ Password → Enter



ภาพผนวกที่ ข13 แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง Wata ขั้นที่ 13

14. พิมพ์ `qstat -u "*"` เพื่อตรวจสอบสถานะผู้ใช้เครื่อง



```

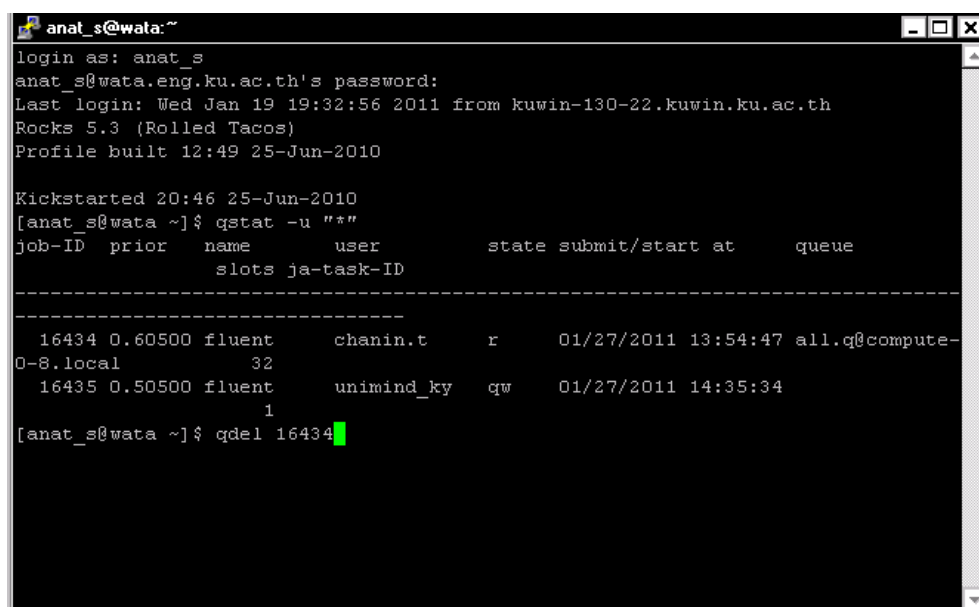
anat_s@wata:~
login as: anat_s
anat_s@wata.eng.ku.ac.th's password:
Last login: Wed Jan 19 19:32:56 2011 from kuwin-130-22.kuwin.ku.ac.th
Rocks 5.3 (Rolled Tacos)
Profile built 12:49 25-Jun-2010

Kickstarted 20:46 25-Jun-2010
[anat_s@wata ~]$ qstat -u "*"
job-ID prior      name          user              state submit/start at     queue
      slots ja-task-ID
-----
16434 0.60500 fluent      chanin.t         r      01/27/2011 13:54:47 all.q@compute-
0-8.local          32
16435 0.50500 fluent      unimind_ky       qw      01/27/2011 14:35:34
              1
[anat_s@wata ~]$

```

ภาพผนวกที่ ข14 แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง Wata ขั้นที่ 14

15. พิมพ์ `qdel ID` เมื่อเลิกใช้โปรแกรม Fluent



```

anat_s@wata:~
login as: anat_s
anat_s@wata.eng.ku.ac.th's password:
Last login: Wed Jan 19 19:32:56 2011 from kuwin-130-22.kuwin.ku.ac.th
Rocks 5.3 (Rolled Tacos)
Profile built 12:49 25-Jun-2010

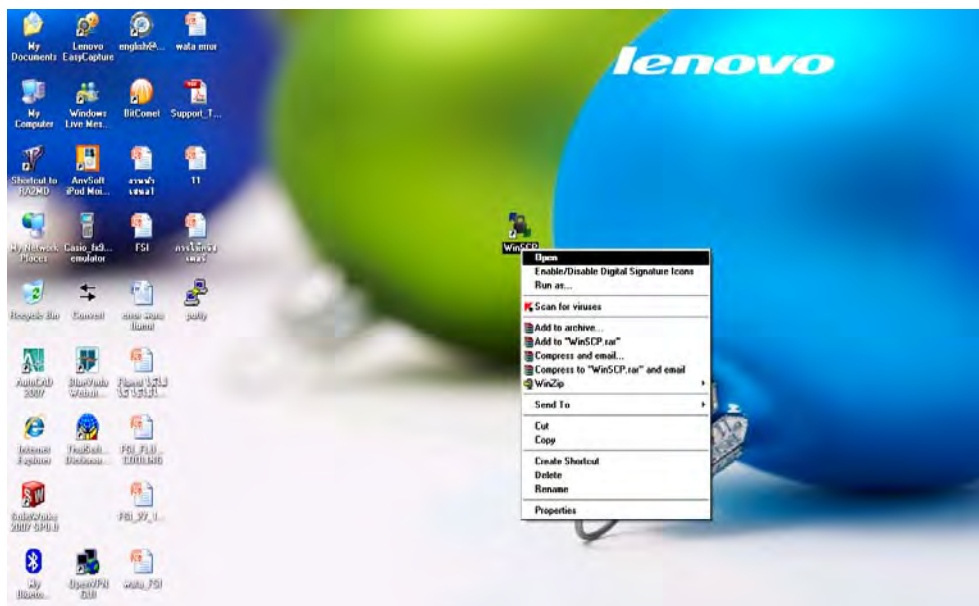
Kickstarted 20:46 25-Jun-2010
[anat_s@wata ~]$ qstat -u "*"
job-ID prior      name          user              state submit/start at     queue
      slots ja-task-ID
-----
16434 0.60500 fluent      chanin.t         r      01/27/2011 13:54:47 all.q@compute-
0-8.local          32
16435 0.50500 fluent      unimind_ky       qw      01/27/2011 14:35:34
              1
[anat_s@wata ~]$ qdel 16434

```

ภาพผนวกที่ ข15 แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง Wata ขั้นที่ 15

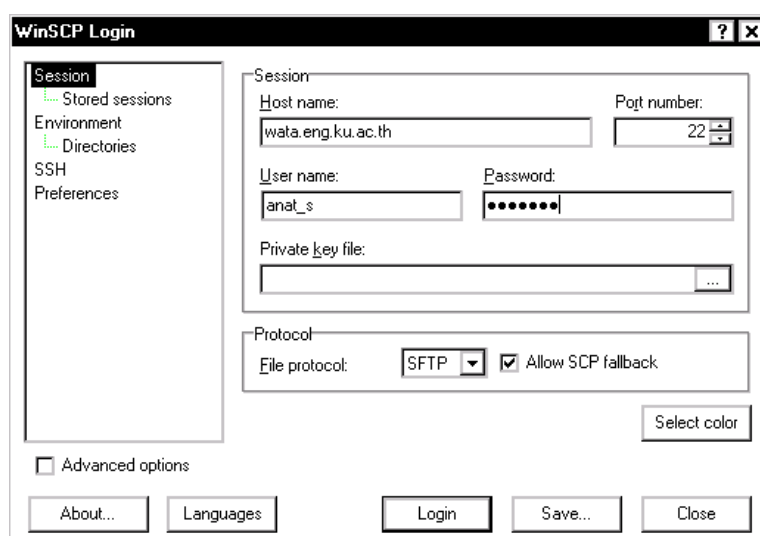
วิธีการใช้ โปรแกรม WinSCP เพื่อถ่ายโอนไฟล์ระหว่างเครื่อง PC และเครื่อง Wata

16. เปิดโปรแกรม WinSCP โปรแกรมเพื่อการถ่ายโอน File ของ เครื่อง Wata



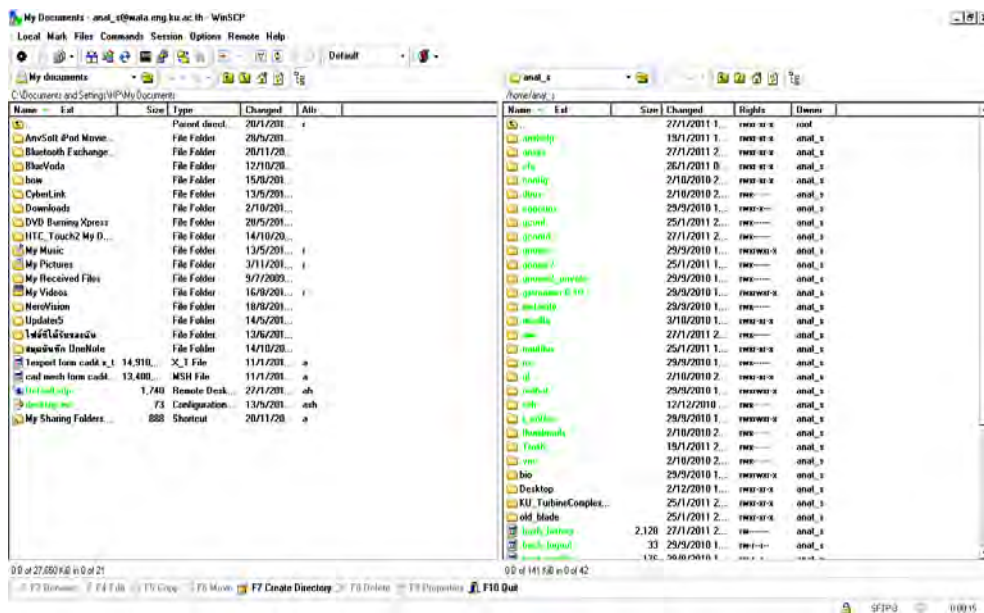
ภาพผนวกที่ ข16 แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง wata ขั้นที่ 16

17. พิมพ์ Host Name → wata.eng.ku.ac.th
พิมพ์ User name และ password → Open



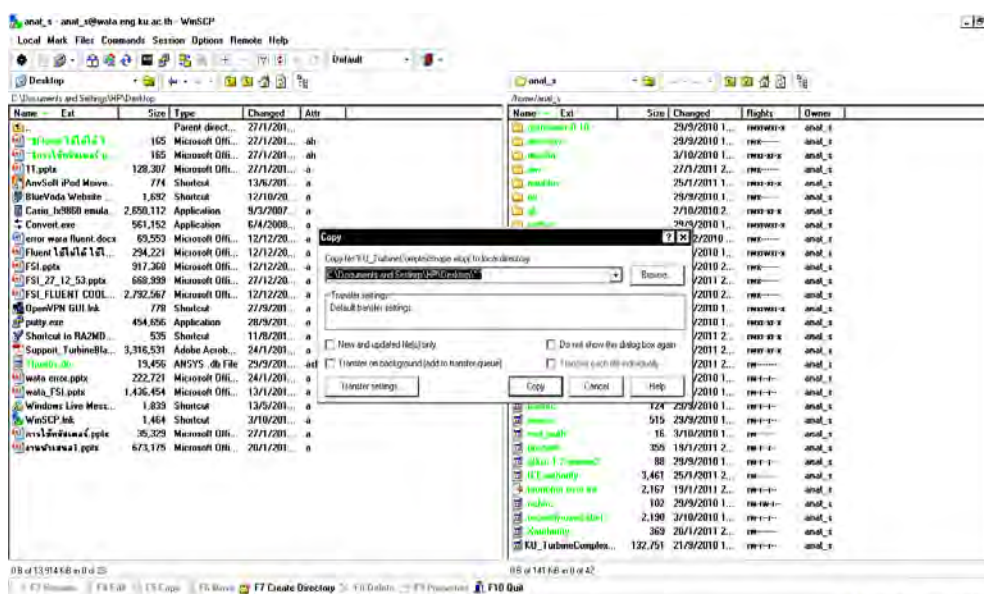
ภาพผนวกที่ ข17 แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง Wata ขั้นที่ 17

18. พิมพ์แสดงหน้าจอ WinSCP file transfer ในตำแหน่งของ Folder ด้านซ้ายมือจะเป็น Folder ในส่วนของ เครื่อง PC ที่ผู้ใช้ใช้อยู่ ส่วนด้านขวามือนั้นเป็น folder ในส่วนของเครื่อง Wata



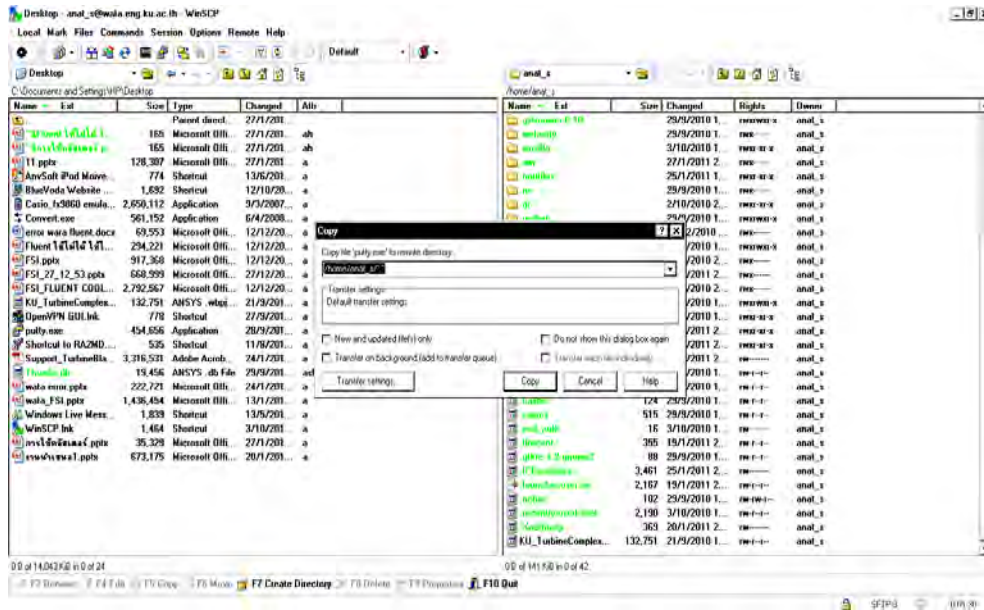
ภาพผนวกที่ ข18 แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง Wata ขั้นที่ 18

19. วิธีการโอนย้าย file ไปยัง Wata นั้นทำได้โดยใช้ mouser กดเลือก file ที่ต้องการค้างไว้ จากนั้นลากไปไว้ ที่หน้าจอฝั่งด้านขวาซึ่งเป็นส่วนของเครื่อง Wata ได้ทันทีแล้วคลิก Copy



ภาพผนวกที่ ข19

20. วิธีการโอนย้าย file จากเครื่อง Wata ไปยังเครื่อง Pc นั้นทำได้โดยใช้ mouser กดเลือก file ที่ต้องการค้างไว้จากนั้นลากไปไว้ที่หน้าจอฝั่งด้านขวาซึ่งเป็นส่วนของเครื่อง Pc ได้ทันทีแล้วคลิก Copy



ภาพผนวกที่ ข20 แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง Wata ขั้นที่ 20

แสดงขั้นตอนการใช้งานเครื่อง Wata ขั้นที่ 19

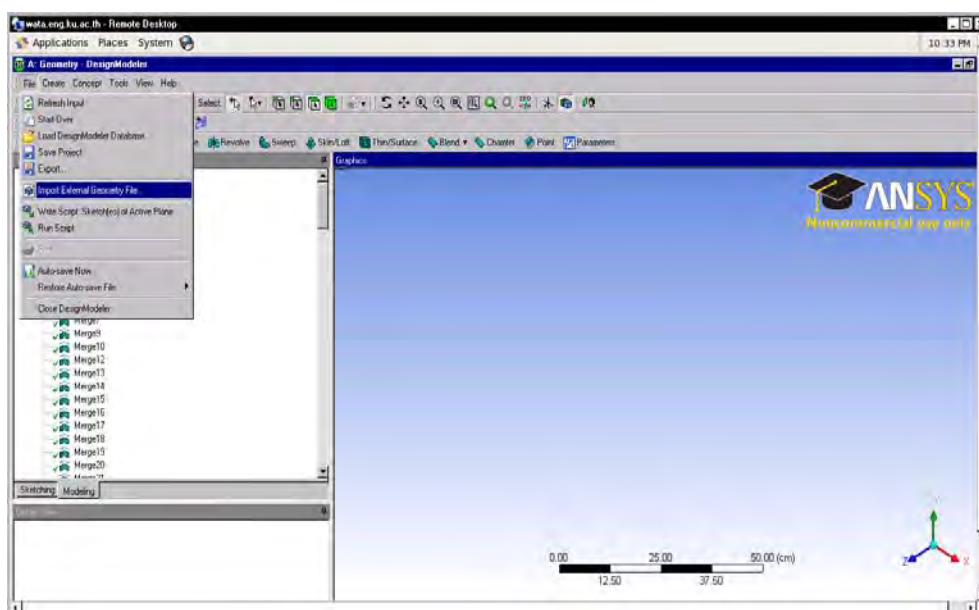
ภาคผนวก ข

ขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler (Ansys)

ของกรณีศึกษา ใบพัดกังหันก๊าซ

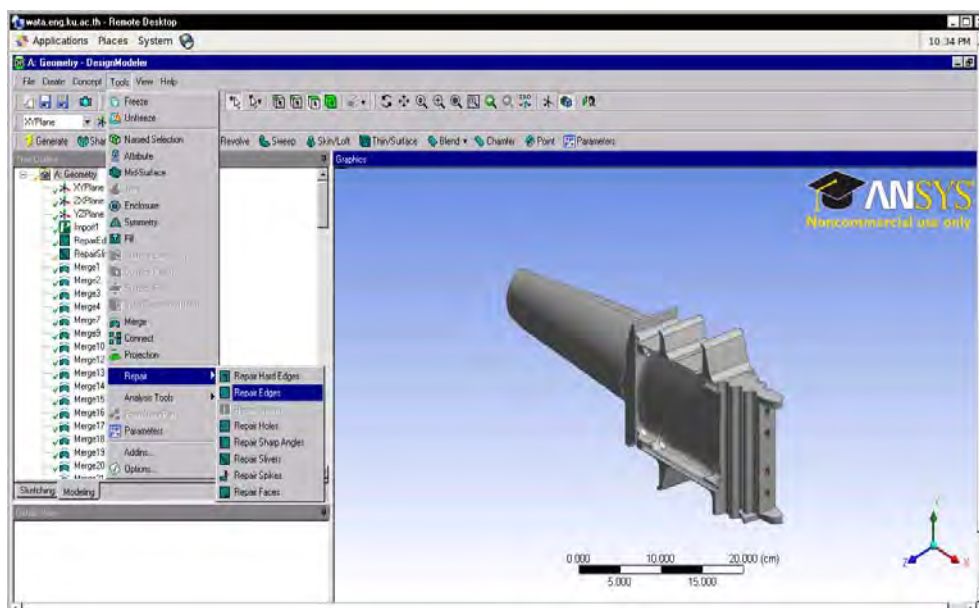
แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler (Ansys 12.1) บนระบบปฏิบัติการ Linux

1. เปิด ซอฟต์แวร์ Design Modeler และใช้คำสั่ง Import External Geometry File



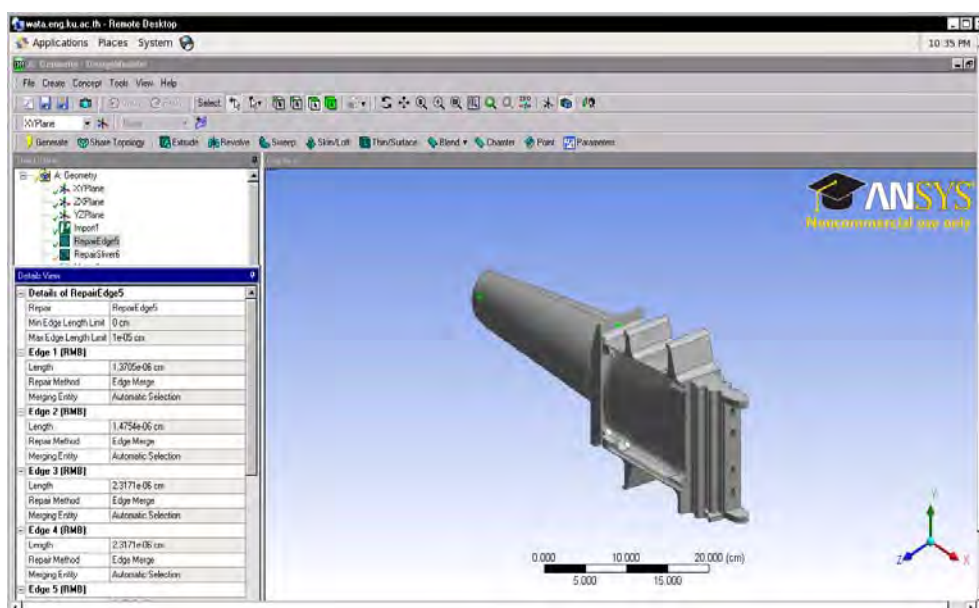
ภาพผนวกที่ ข1 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 1

2. เริ่มซ่อมแซมไฟล์แบบที่เสียหาย ใช้คำสั่ง Tools → Repair → Repair Edges



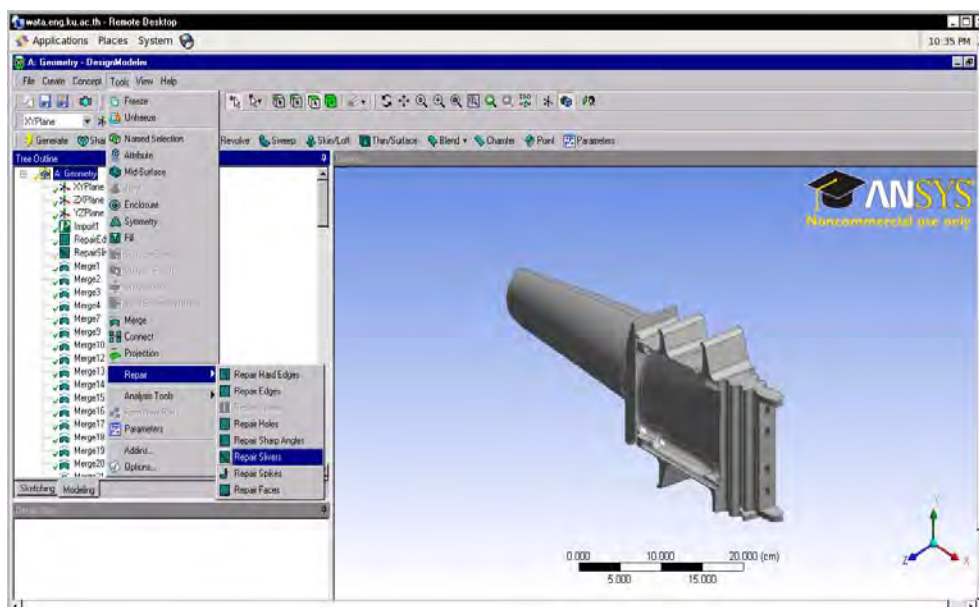
ภาพผนวกที่ ข2 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 2

3. เลือก Edges ที่ต้องการ Repair → Generate



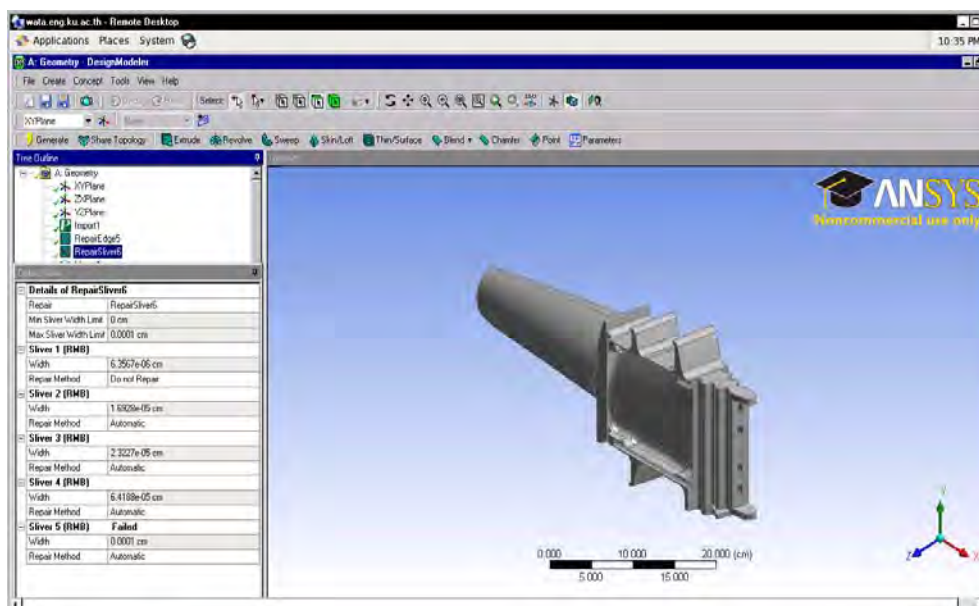
ภาพผนวกที่ ข3 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 3

4. ซ่อมแซมไฟล์แบบที่เสียหาย ใช้คำสั่ง Tools → Repair → Repair Slivers



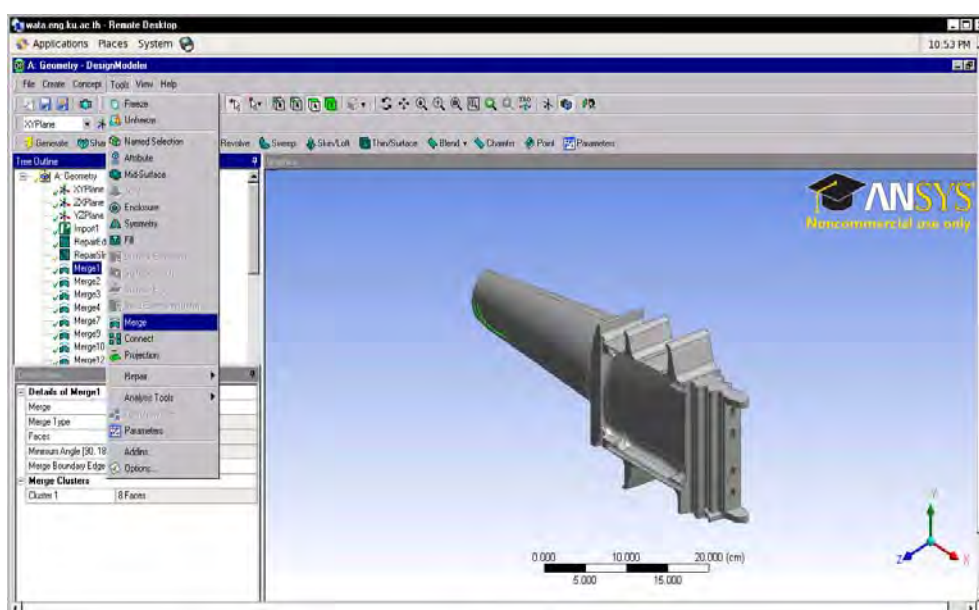
ภาพผนวกที่ ๔4 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 4

5. เลือก Slivers ที่ต้องการ Repair → Generate



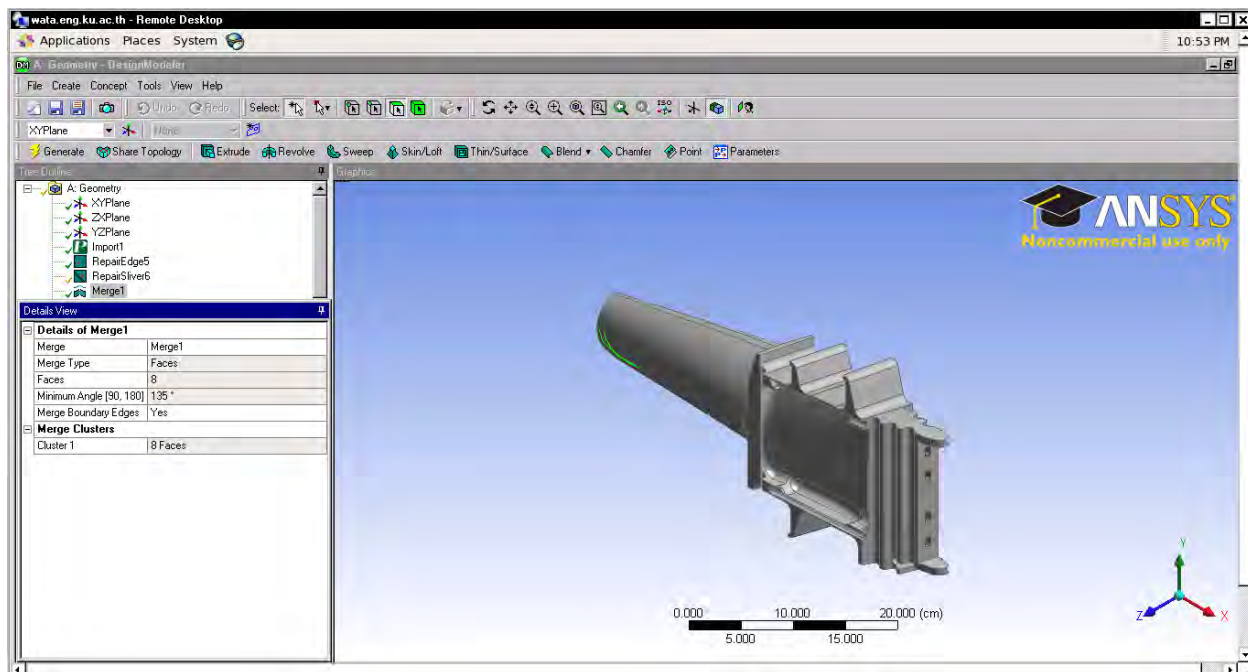
ภาพผนวกที่ ข๕ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 5

6. รวม Face ให้เหลือน้อยที่สุด โดยใช้คำสั่ง Tools → Merge



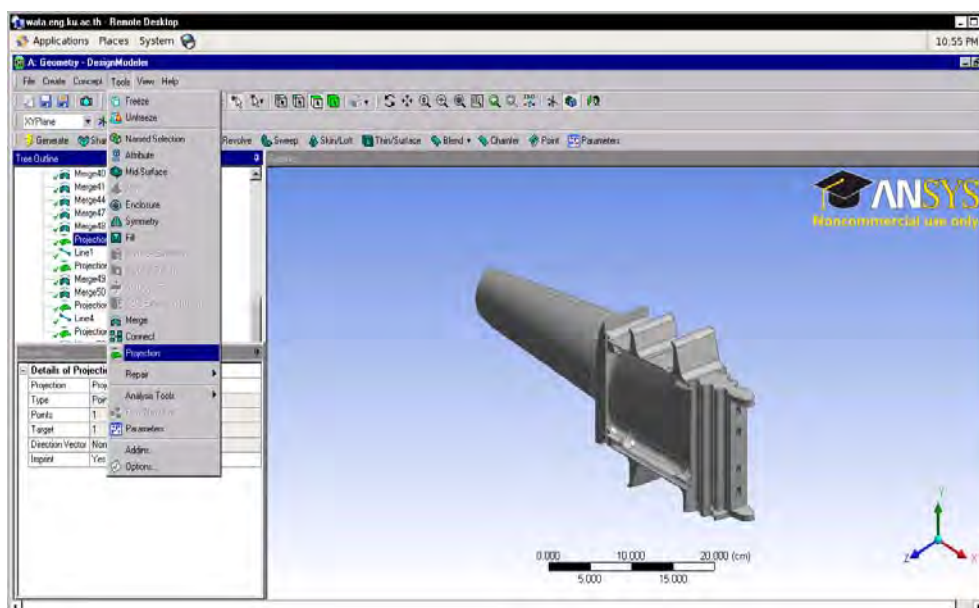
ภาพผนวกที่ ข๖ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 6

7. รวม Face ที่ต้องการ → Generate



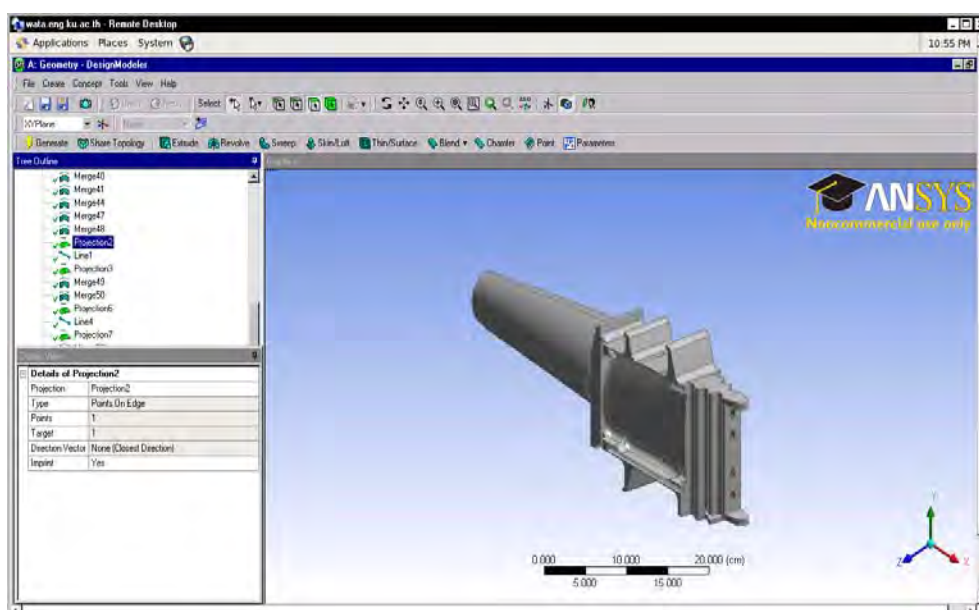
ภาพผนวกที่ ข7 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 7

8. ใช้คำสั่ง Tools → Projection



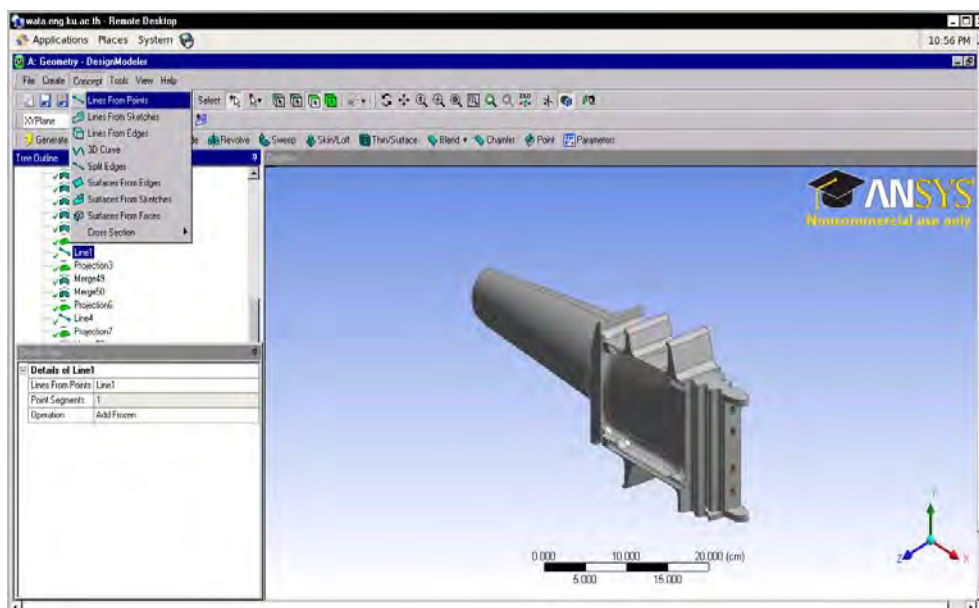
ภาพผนวกที่ ข8 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 8

9. เลือก Projection ที่ต้องการ → Generate



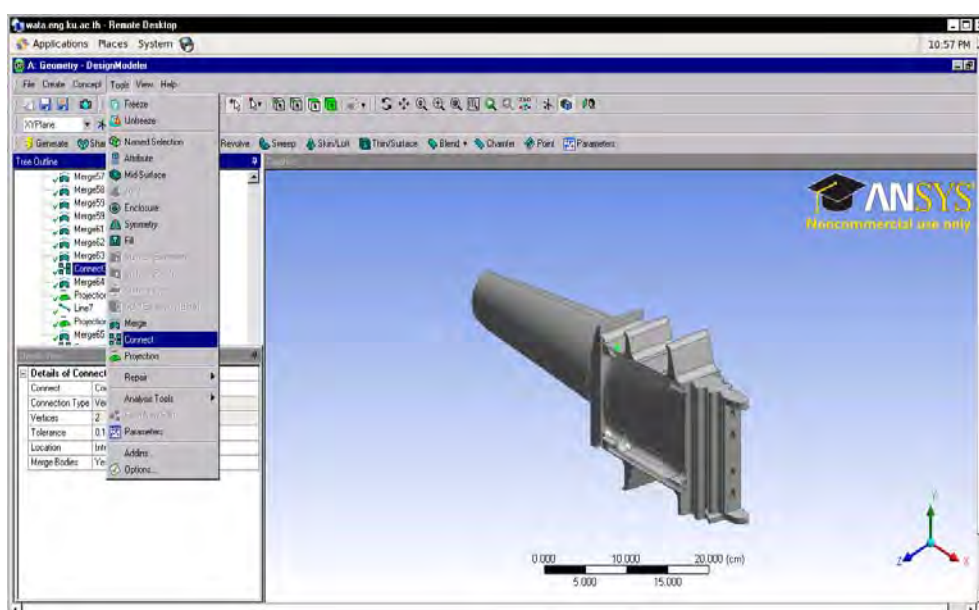
ภาพผนวกที่ ข9 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 9

10. ลากเส้นที่ขาดให้สมบูรณ์โดยใช้คำสั่ง Concept → Line From Points



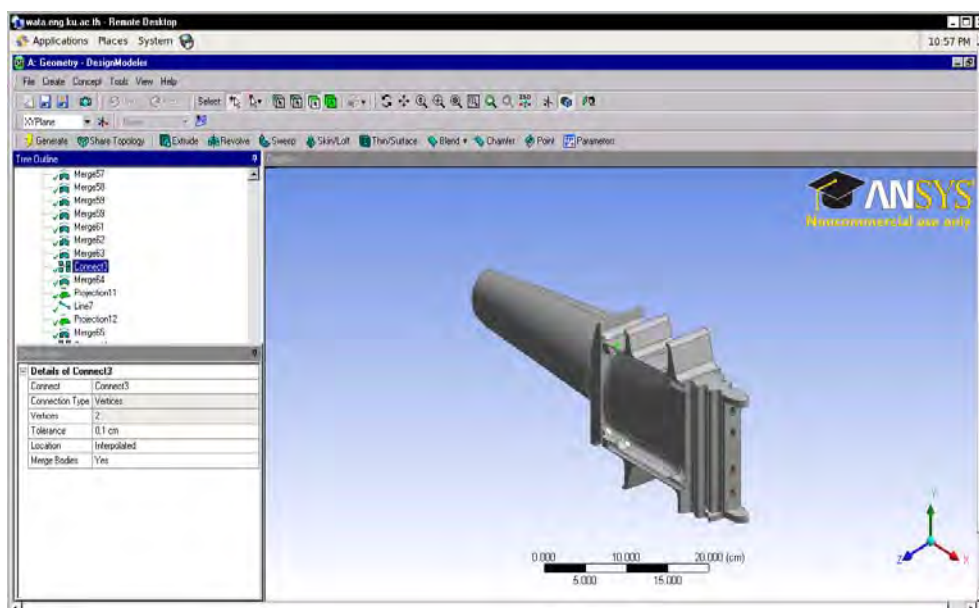
ภาพผนวกที่ ข10 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 10

11. ใช้คำสั่ง Tools → Connect เพื่อเชื่อมต่อจุด



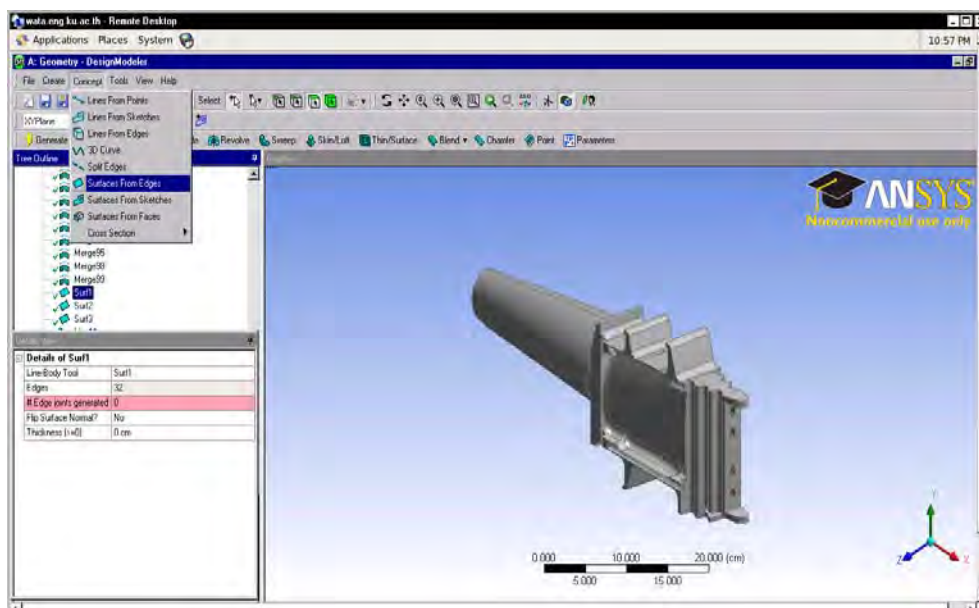
ภาพผนวกที่ ข11 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 11

12. เลือกการเชื่อมต่อจุดที่ต้องการ



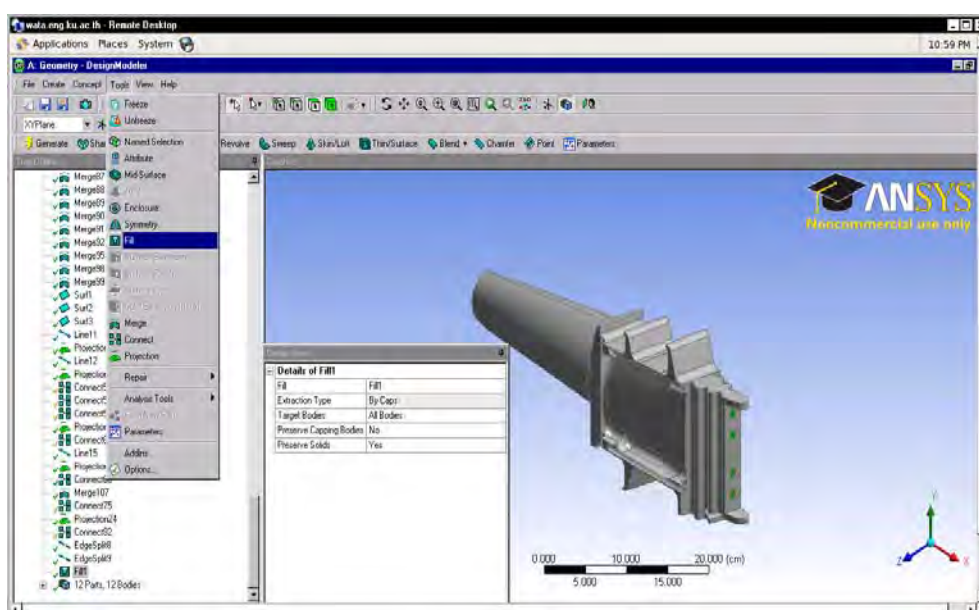
ภาพผนวกที่ ข12 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 12

13. ใช้คำสั่ง Concept → Surfaces From Edges เพื่อสร้าง Surfaces ใหม่



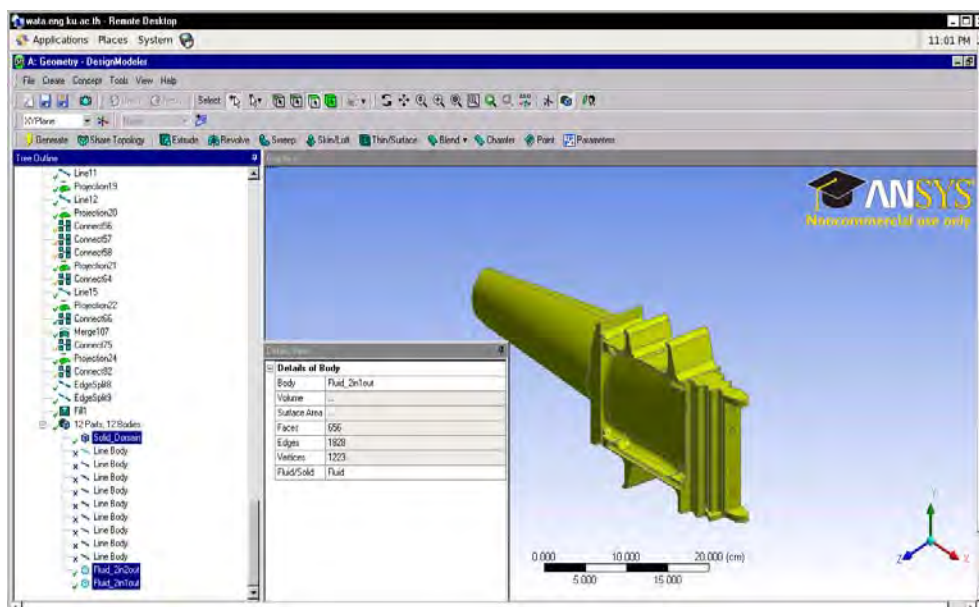
ภาพผนวกที่ ข13 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 13

14. ใช้คำสั่ง Tools → Fill เพื่อสร้าง Internal cooling ด้านใน



ภาพผนวกที่ ข14 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 14

15. แสดงการสร้าง Solid Blade และ Internal Cooling ที่สมบูรณ์

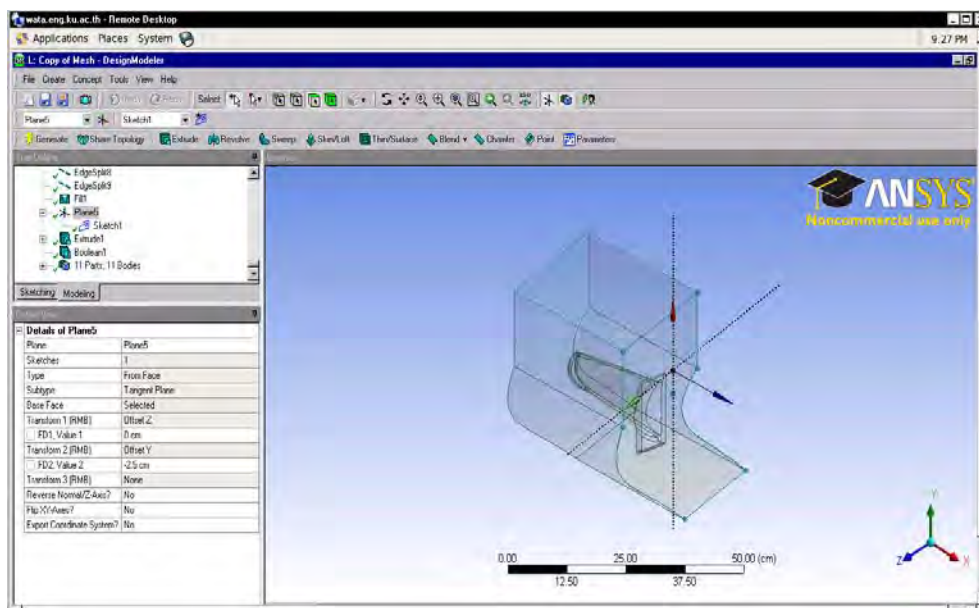


ภาพผนวกที่ ๑๕ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 15

แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler (Ansys 12.1) ส่วนก๊าซร้อน บนระบบปฏิบัติการ

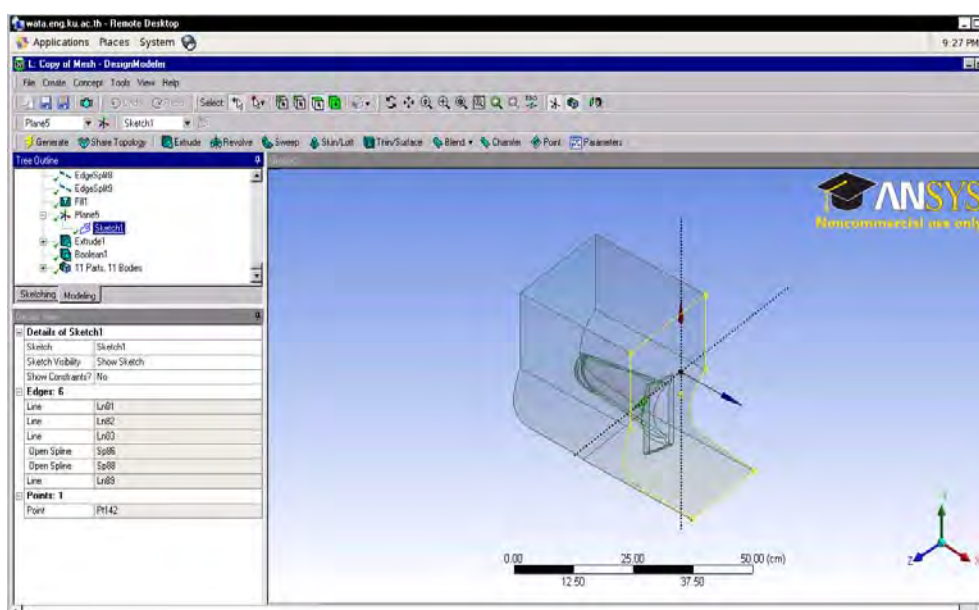
Linux

16. เปิด ซอฟต์แวร์ Design Modeler และใช้คำสั่ง Plane สร้าง Plane ใหม่ขึ้นมา



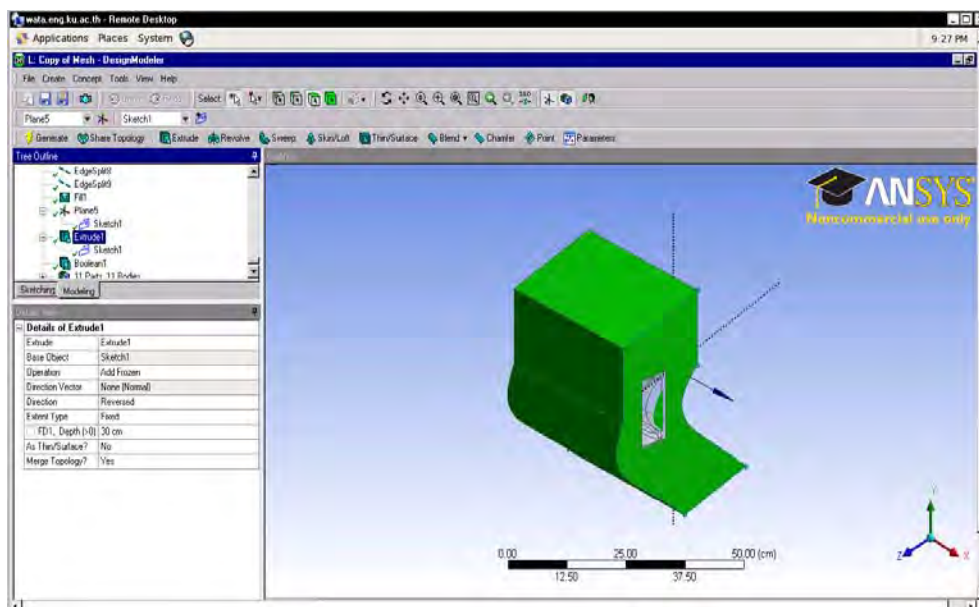
ภาพผนวกที่ ข16 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 16

17. ใช้คำสั่ง Sketch



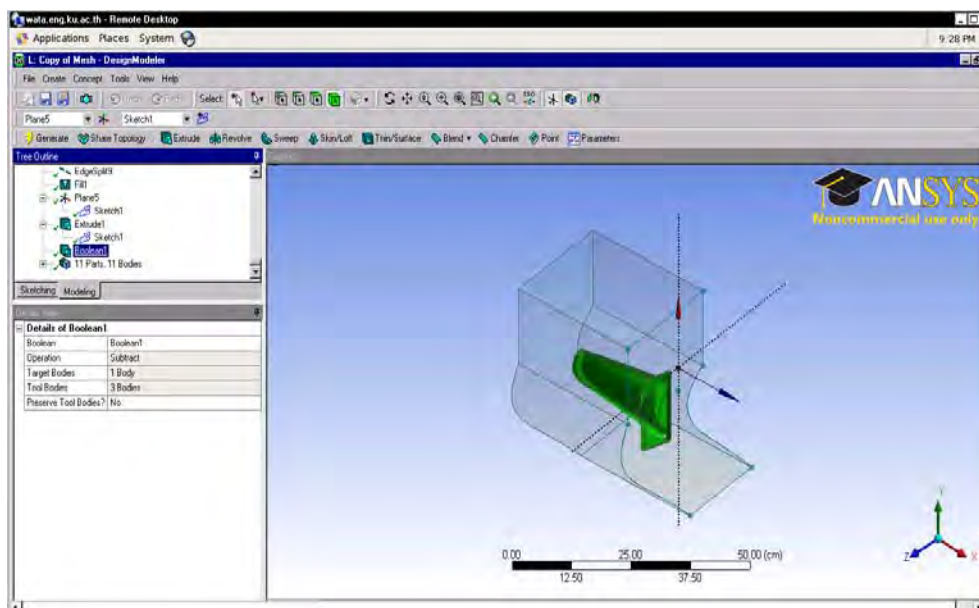
ภาพผนวกที่ ข17 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 17

18. ใช้คำสั่ง Extrude เลือก Sketch 1 → Generate



ภาพผนวกที่ ข18 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 18

19. ใช้คำสั่ง Boolean → Subtract → Generate



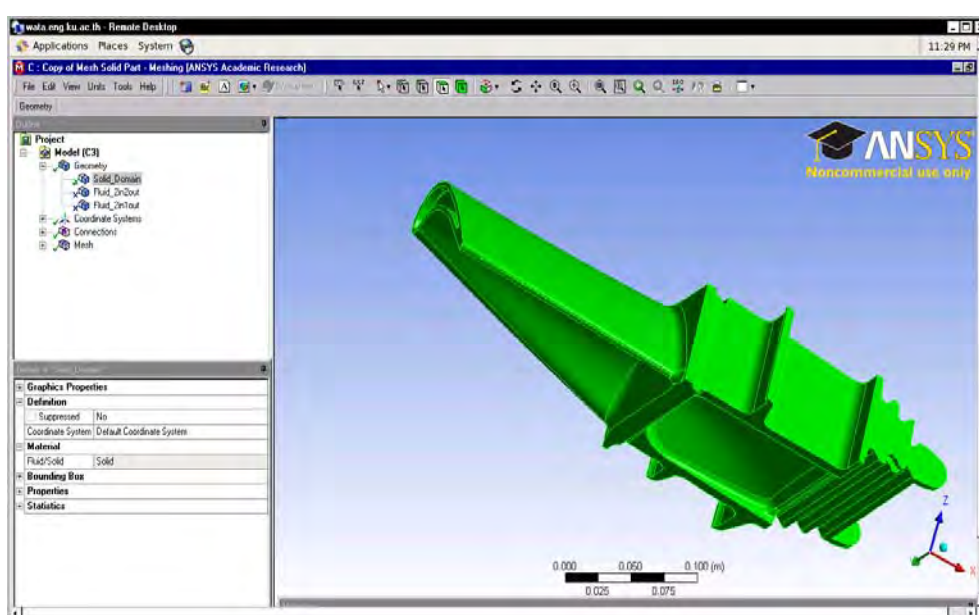
ภาพผนวกที่ ซ19 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Design Modeler ขั้นที่ 19

ภาคผนวก ญ
ขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Mesh (Ansys)
ของกรณีศึกษา ใบพัดกังหันก๊าซ

แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Mesh (Ansys 12.1) บนระบบปฏิบัติการ Linux

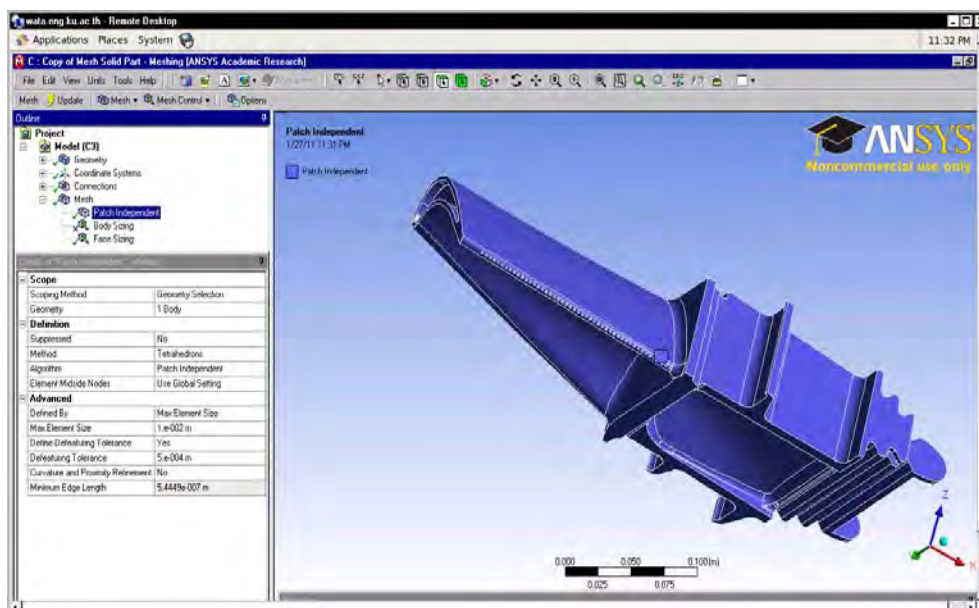
แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Mesh (Ansys 12.1) ของ Solid Blade

1. เปิด ซอฟต์แวร์ Mesh และปิดส่วนของ Fluid ไว้เพื่อทำการ Mesh ในส่วนของ Solid เท่านั้น



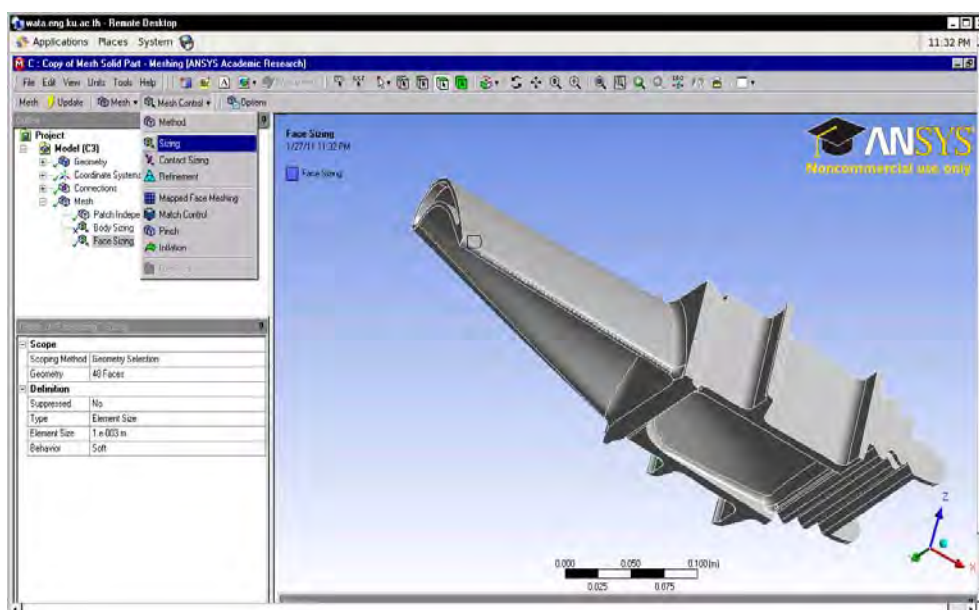
ภาพผนวกที่ ๑1 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Mesh ขั้นที่ 1

2. ใช้คำสั่ง Mesh Control → Method → เลือก Geometry Blade



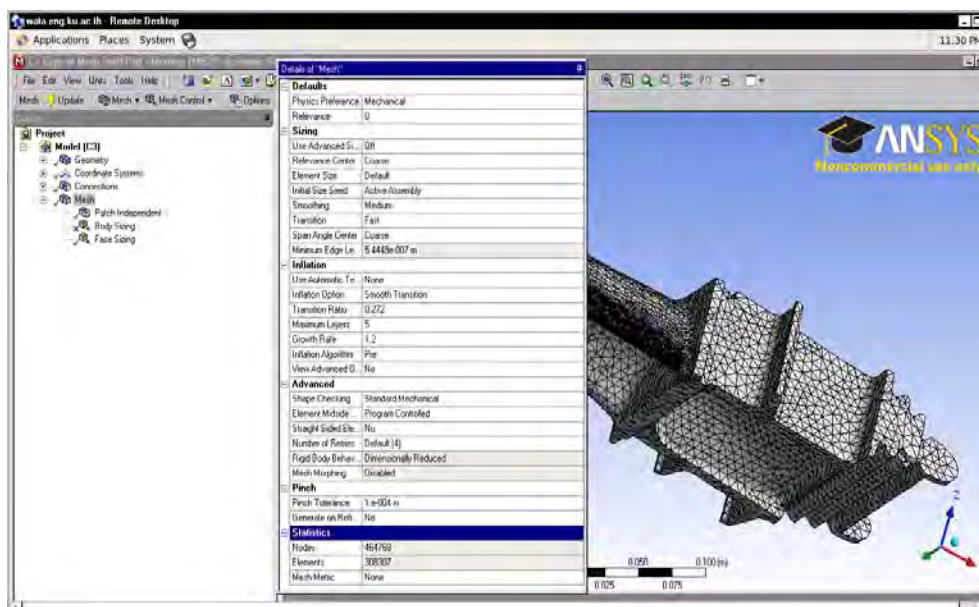
ภาพผนวกที่ ๒๒ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Mesh ขั้นที่ 2

3. ใช้คำสั่ง Sizing → เลือก Face ขนาดเล็กที่ต้องการ → กำหนดขนาด Element Size = 0.001



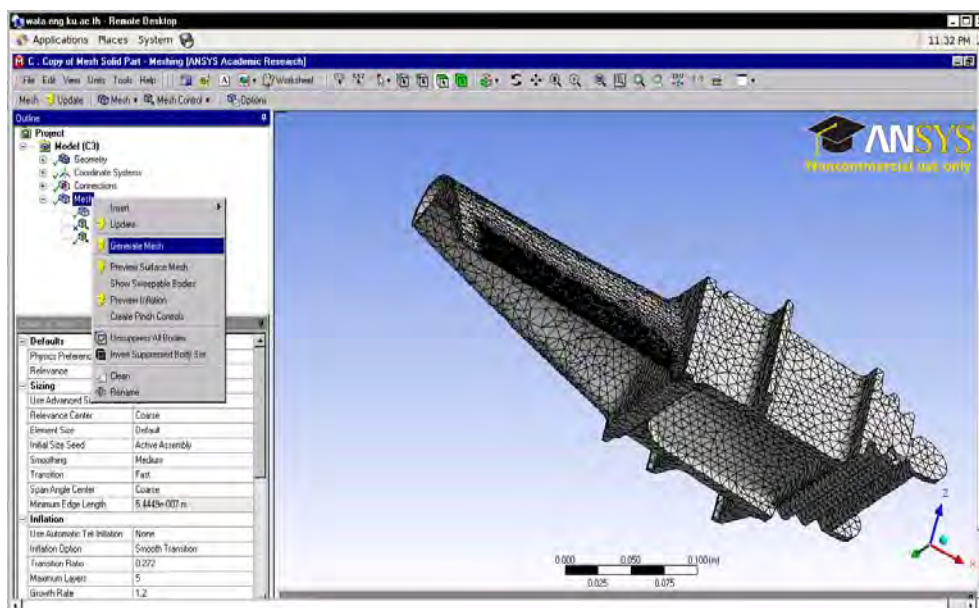
ภาพผนวกที่ ๒๓ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Mesh ขั้นที่ 3

4. กำหนดขนาดและวิธีการ Mesh



ภาพผนวกที่ ๔๔ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Mesh ขั้นที่ 4

5. เลือก Mesh → Generate

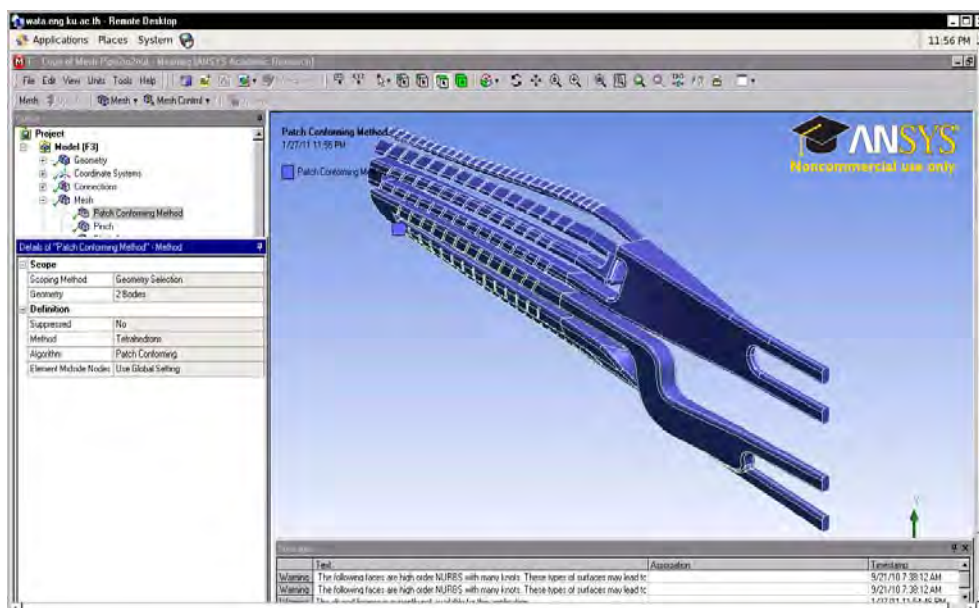


ภาพผนวกที่ ๕ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Mesh ขั้นที่ 5

แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Mesh (Ansys 12.1) ของ Internal Cooling Fluid of Blade

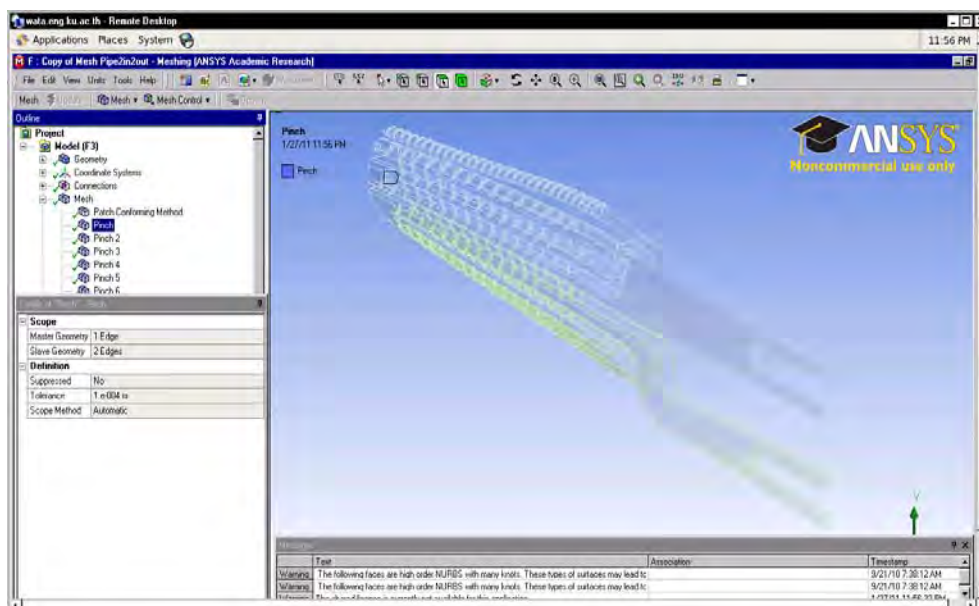
6. เปิด ซอฟต์แวร์ Mesh และปิดส่วนของ Solid ไว้เพื่อทำการ mesh ในส่วนของ Fluid เท่านั้น

ใช้คำสั่ง Patch → เลือก Geometry Internal Blade



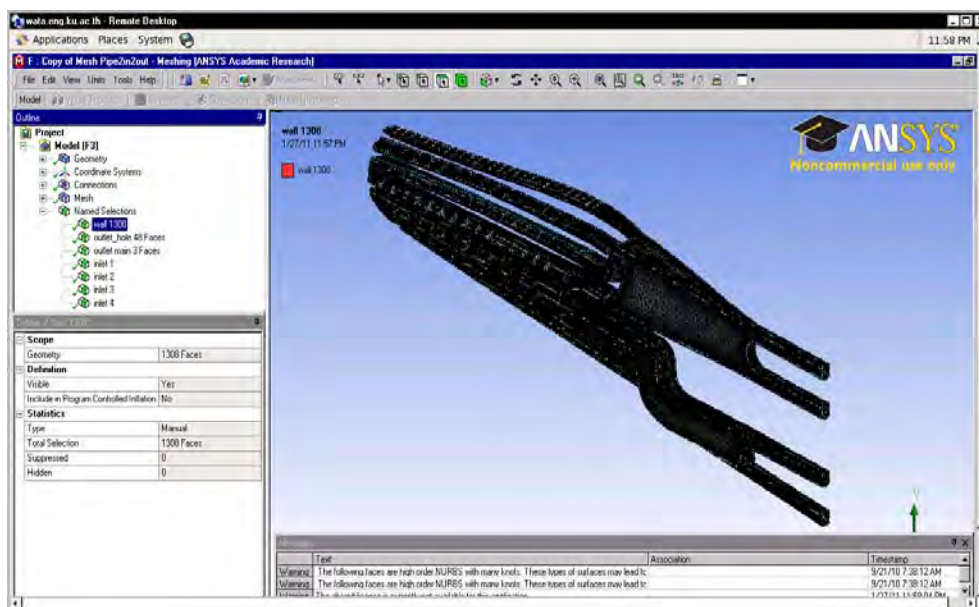
ภาพผนวกที่ ๖ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluid Mesh ขั้นที่ 6

7. ใช้คำสั่ง Pinch → เลือกเส้นที่ต้องการ



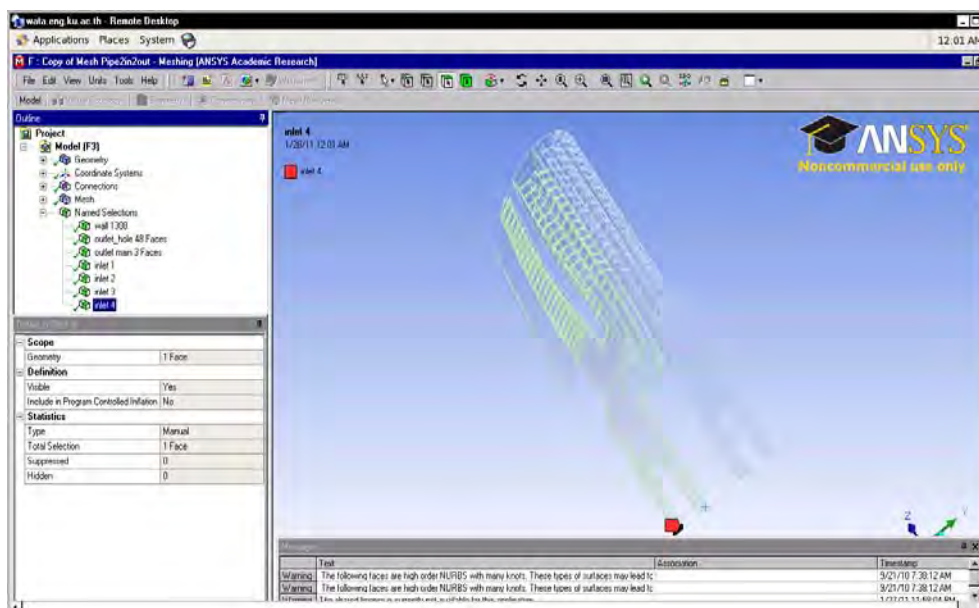
ภาพผนวกที่ ๗ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluid Mesh ขั้นที่ 7

8. ใช้คำสั่ง Generate Mesh



ภาพผนวกที่ ๘ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluid Mesh ขั้นที่ 8

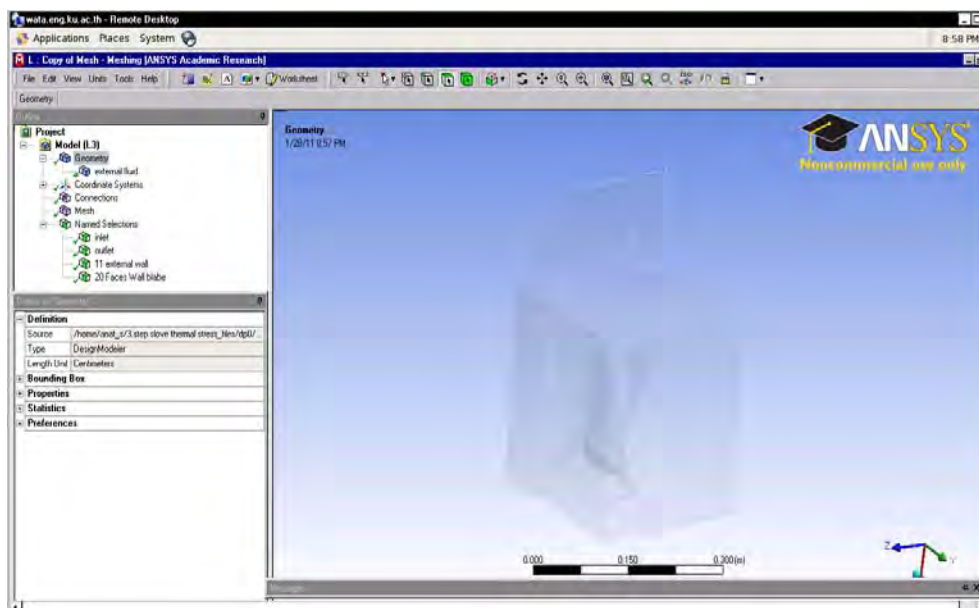
9. คลิกขวา Face ที่ต้องการกำหนดชื่อ แล้วกำหนดชื่อ Inlet Outlet Wall



ภาพผนวกที่ ๑๑ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluid Mesh ขั้นที่ 9

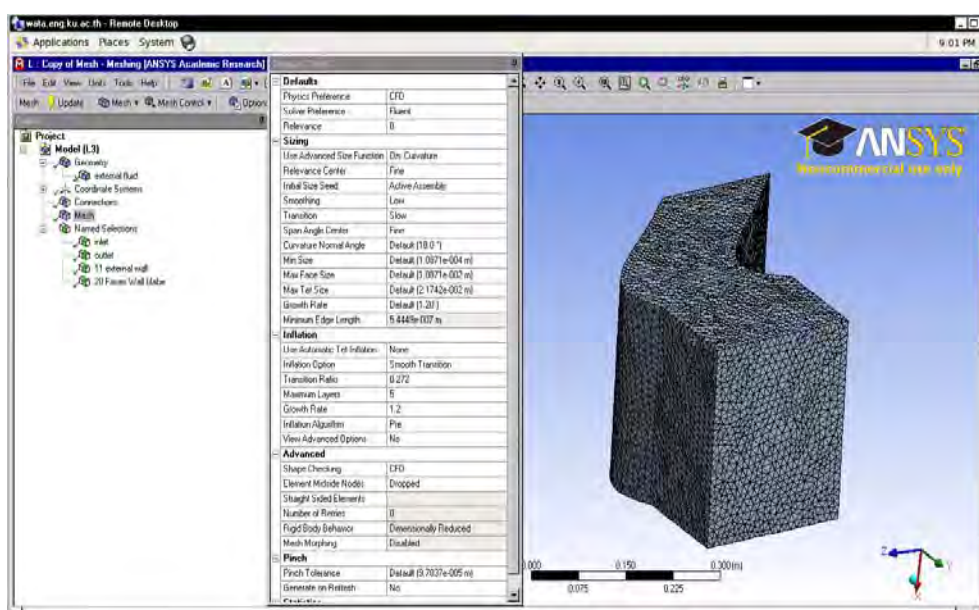
แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Mesh (Ansys 12.1) ของส่วนของก๊าซร้อน

10. เปิด ซอฟต์แวร์ Mesh และเปิดเฉพาะส่วนของ Solid เท่านั้น



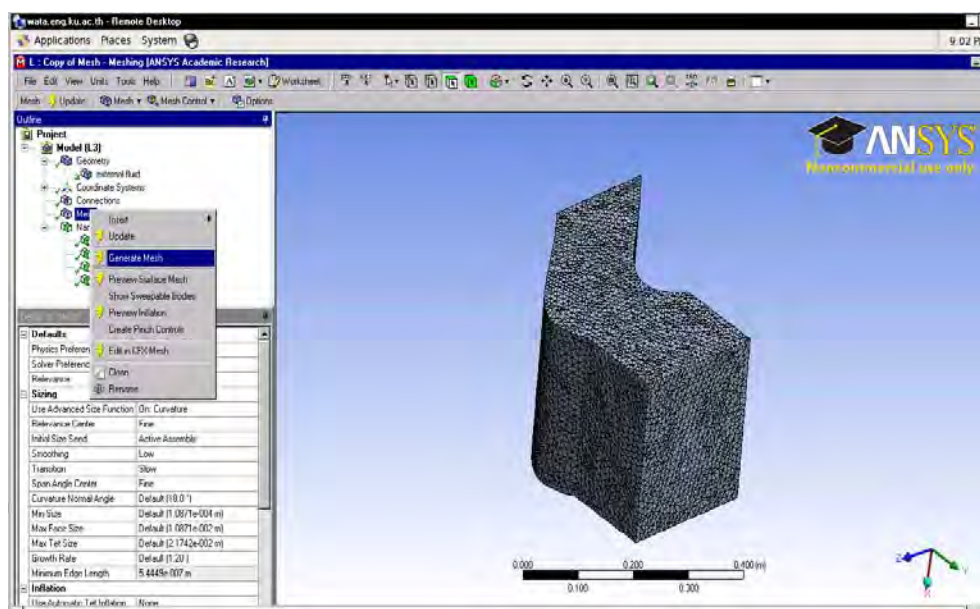
ภาพผนวกที่ ๑๐ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Mesh ขั้นที่ 10

11. กำหนดขนาดและวิธีการ Mesh



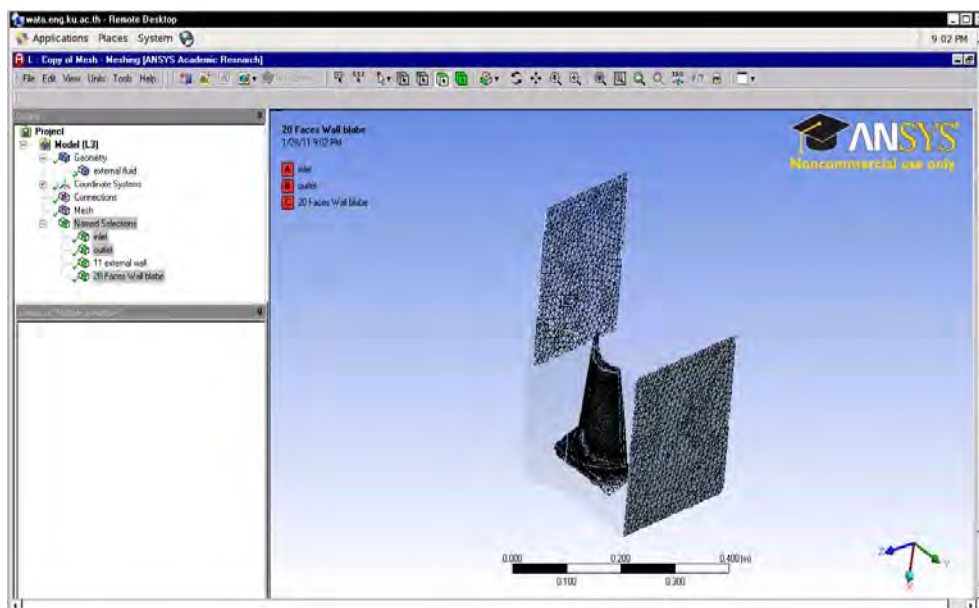
ภาพผนวกที่ ๑๑ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Mesh ขั้นที่ 11

12. ใช้คำสั่ง Generate Mesh



ภาพผนวกที่ ๑๒ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluid Mesh ขั้นที่ 12

13. ใช้คำสั่ง Named Selections เพื่อตั้งชื่อของ Face



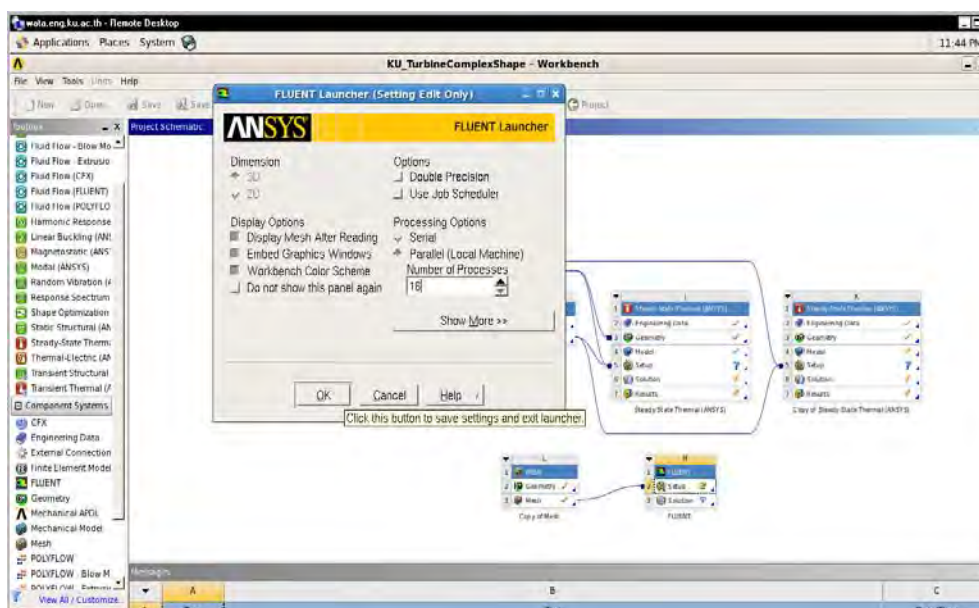
ภาพผนวกที่ ๑๓ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluid Mesh ขั้นที่ 13

ภาคผนวก ก
ขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent (Ansys)
ของกรณีศึกษา ใบพัดกังหันก๊าซ

แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent (Ansys 12.1) ของ External Flow บนระบบปฏิบัติการ

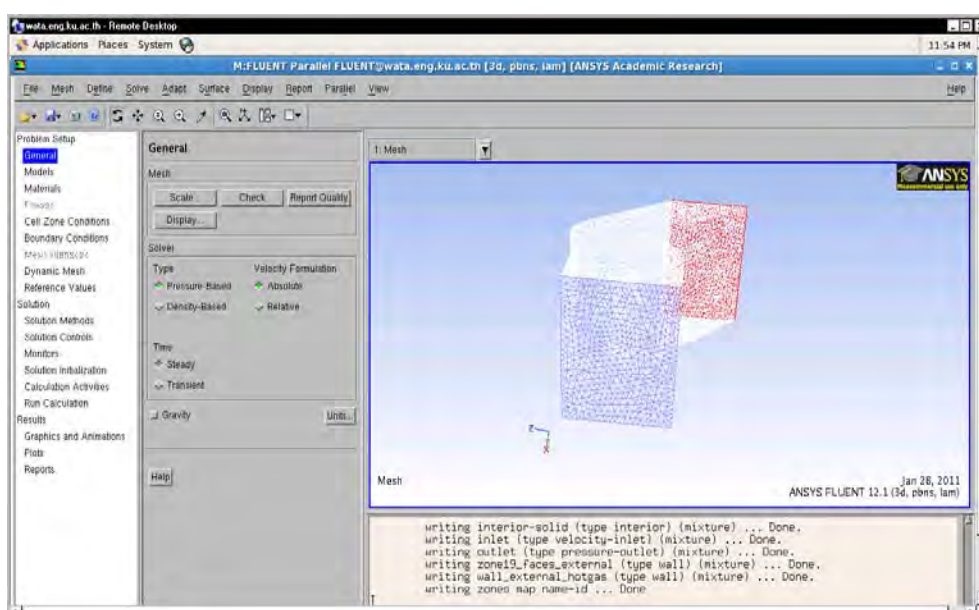
Linux

1. เปิด ซอฟต์แวร์ Fluent Parallel (local machine) number of processes 16



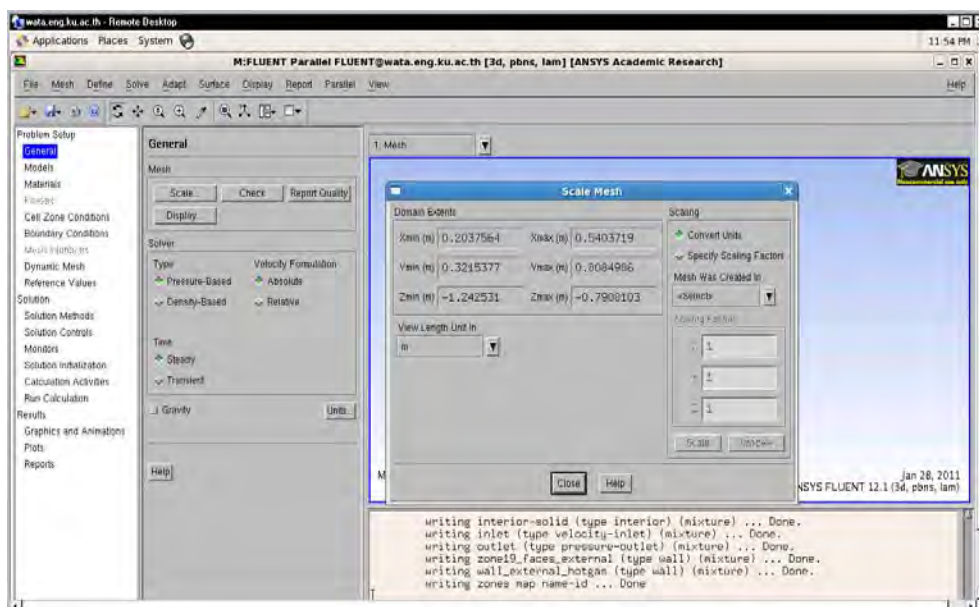
ภาพผนวกที่ ฏ๑ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 1

2. เปิด ซอฟต์แวร์ Fluent



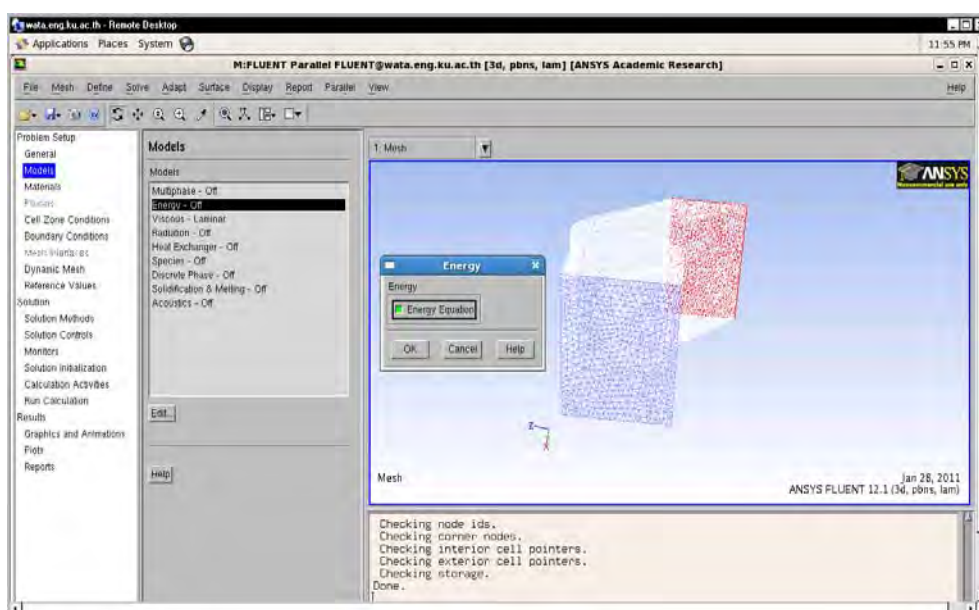
ภาพผนวกที่ ๒ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 2

3. ใช้คำสั่ง General → Scale แสดงพิกัดของใบพัด



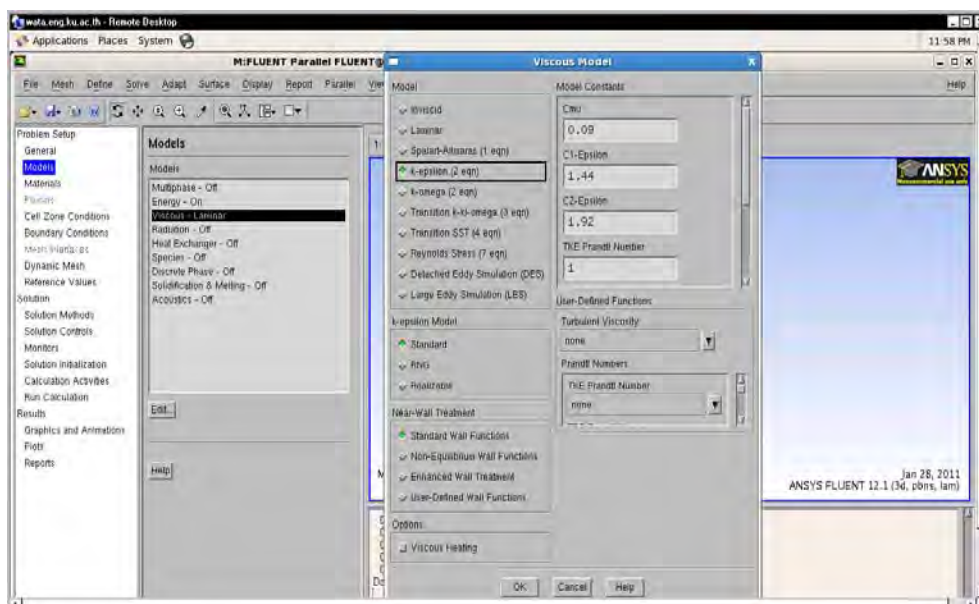
ภาพผนวกที่ ๓ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 3

4. เลือก Model → Energy → เลือก On



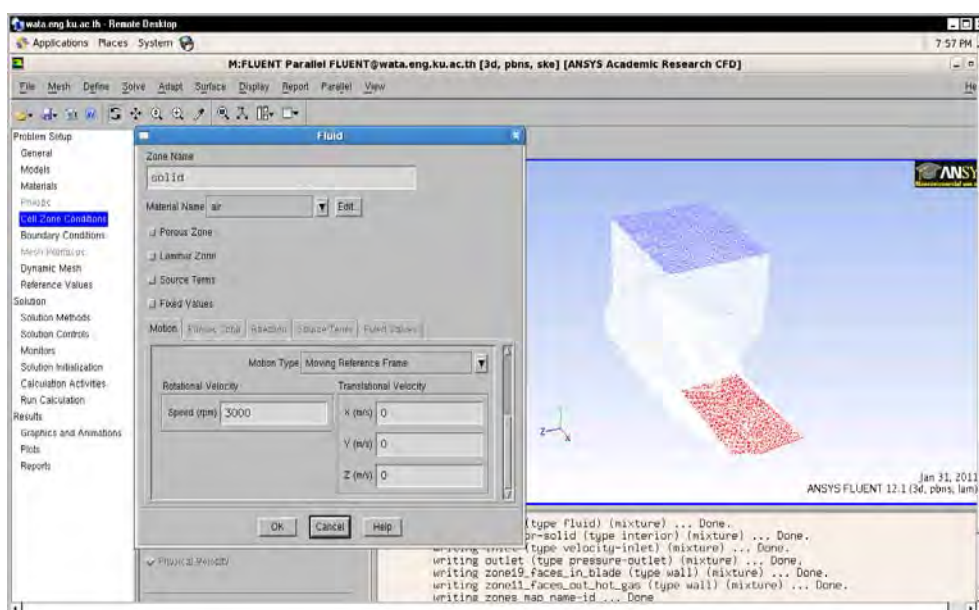
ภาพผนวกที่ ๔๔ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 4

5. เลือก Model → เลือก Viscous Model



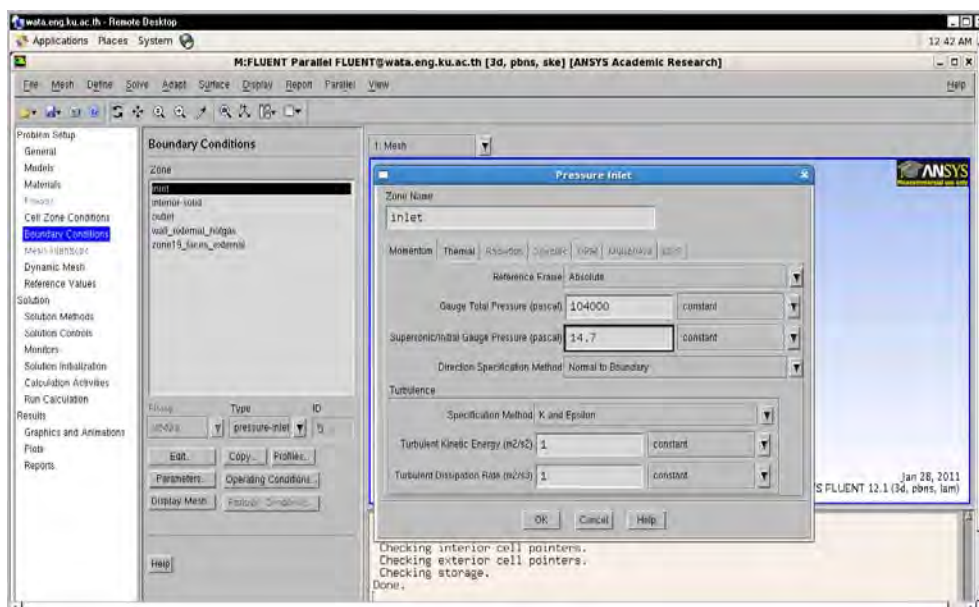
ภาพผนวกที่ ๔๕ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 5

6. เลือก Cell zone conditions → เลือก Z=1 → Motion Type → Moving Reference Frame → Speed (rpm) ใส่ค่า 3000



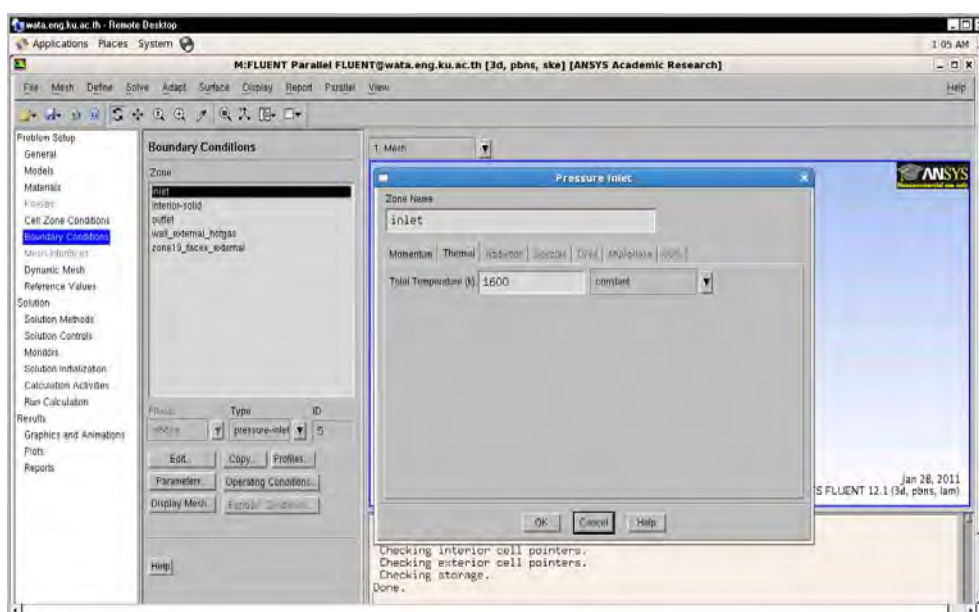
ภาพผนวกที่ ๖๖ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 6

7. เลือก Boundary Condition → ใส่ค่า Pressure inlet



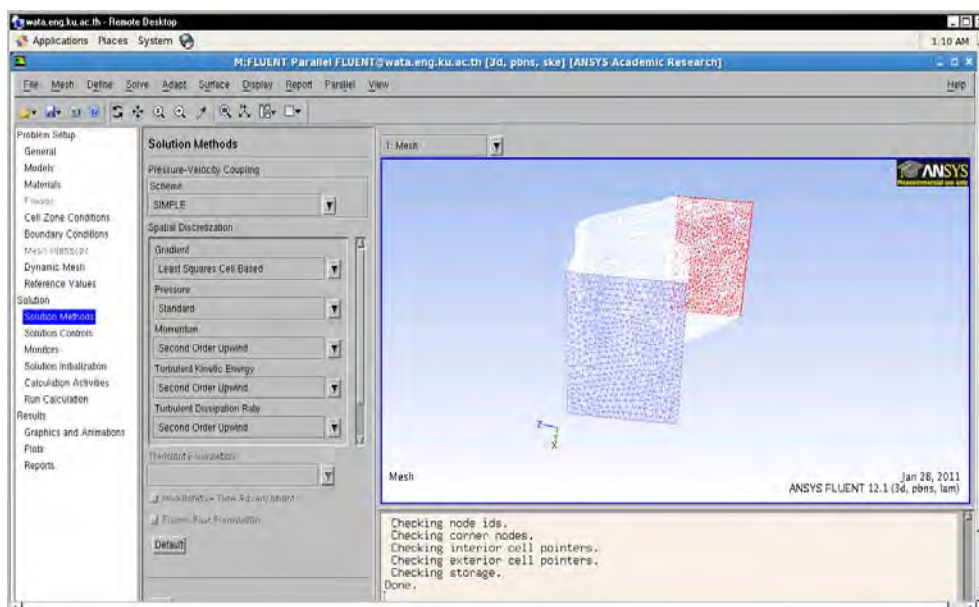
ภาพผนวกที่ ๖๗ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 7

8. เลือก Boundary Condition → ใส่ค่า อุณหภูมิ inlet



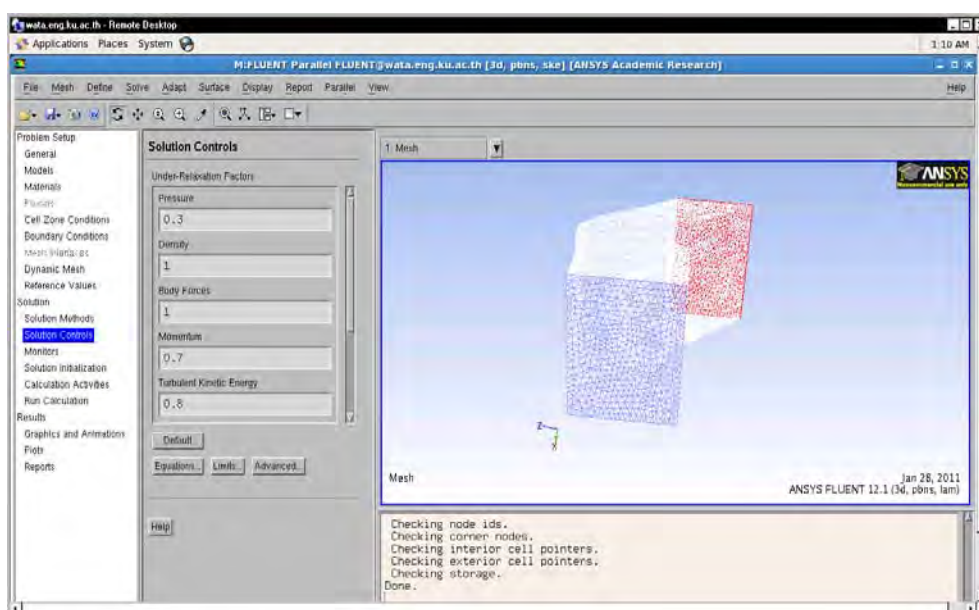
ภาพผนวกที่ ๘ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 8

9. เลือก Solution Methods



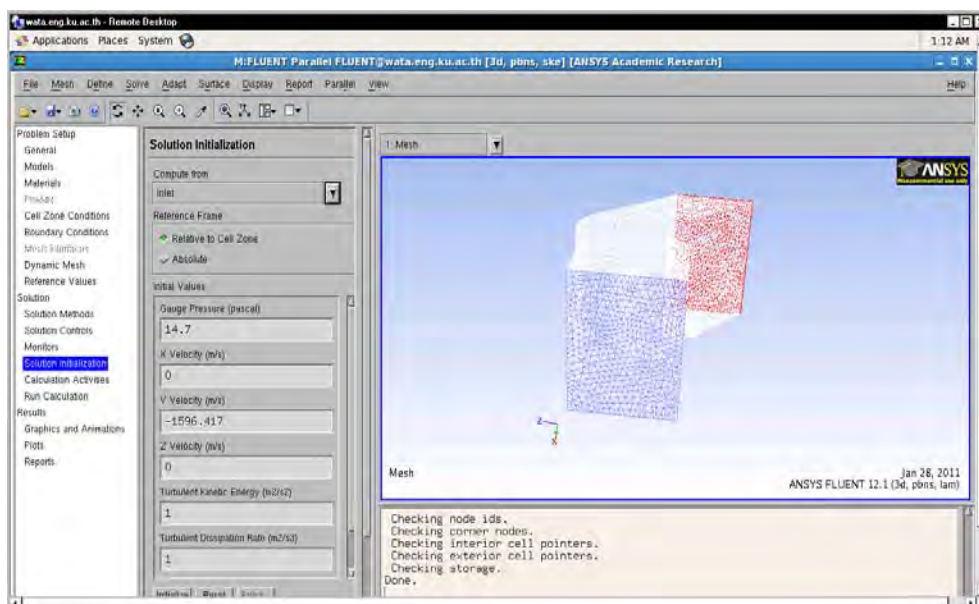
ภาพผนวกที่ ๙ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 9

10. เลือก Solution Controls



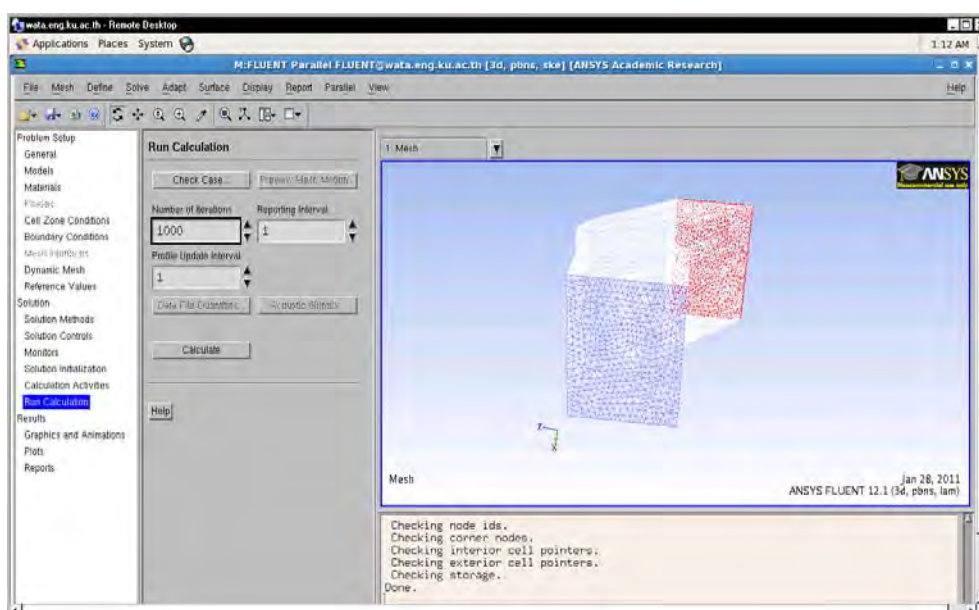
ภาพผนวกที่ ๑๐ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 10

11. เลือก Solution Initialization → เลือก inlet



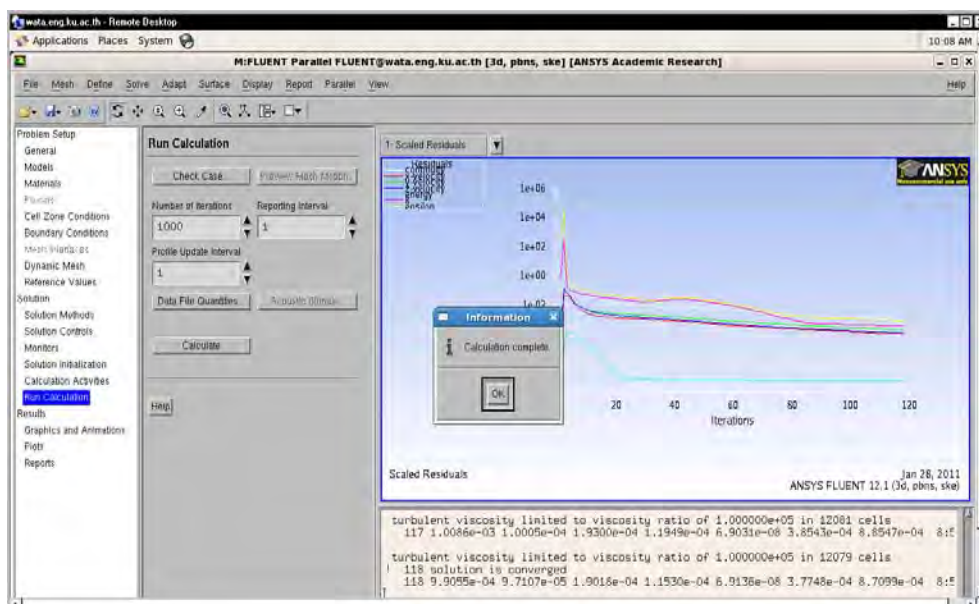
ภาพผนวกที่ ๑๑ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 11

12. Number of Iterations เลือก 1000 → Calculate



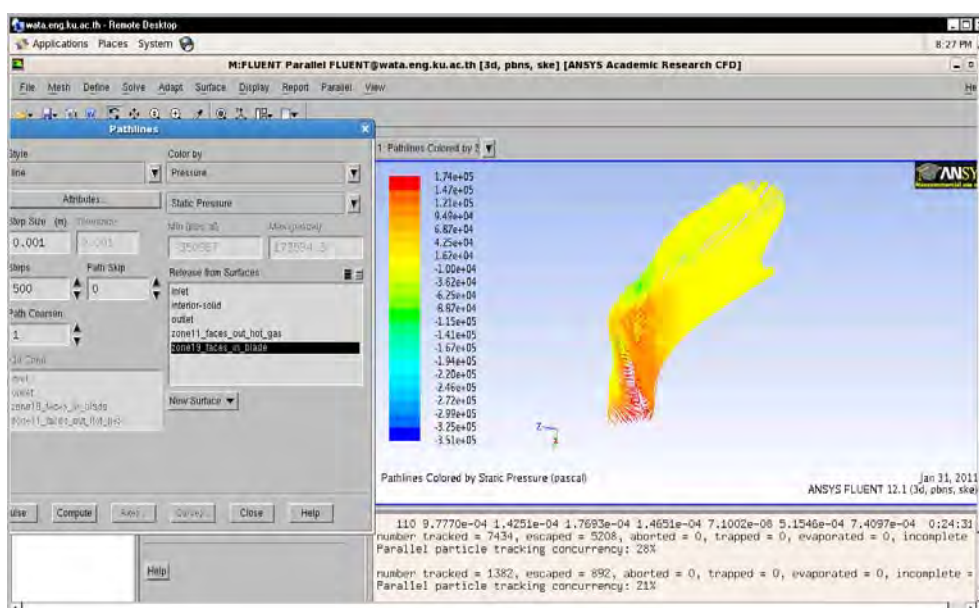
ภาพผนวกที่ ฏ12 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 12

13. แสดง กราฟ Scaled Residuals ที่คำนวณเสร็จสมบูรณ์



ภาพผนวกที่ ฏ13 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 13

14. เลือก Path lines → Static Pressure → เลือก Face

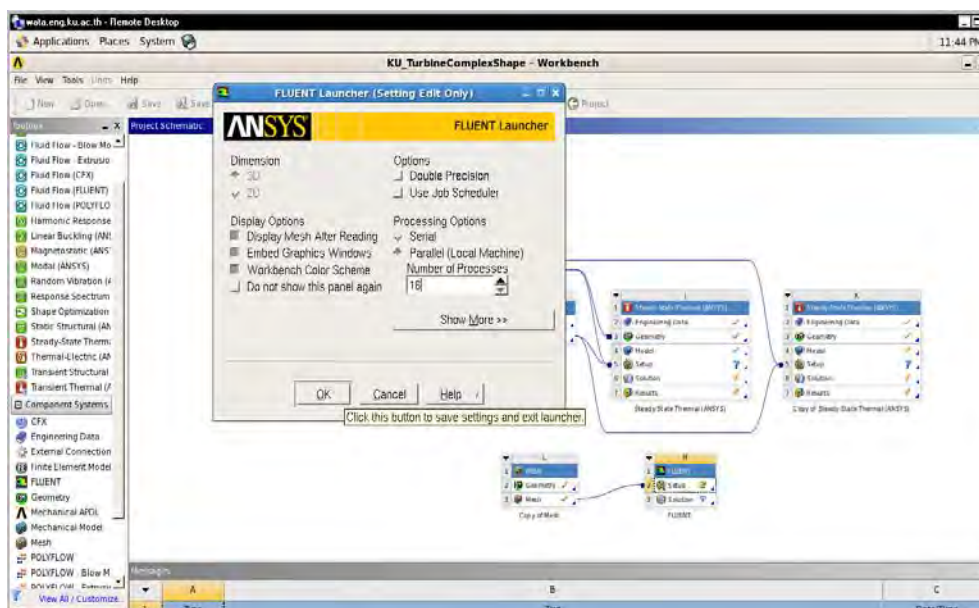


ภาพผนวกที่ ๑๔ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 14

แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent (Ansys 12.1) ของ Internal Flow บนระบบปฏิบัติการ

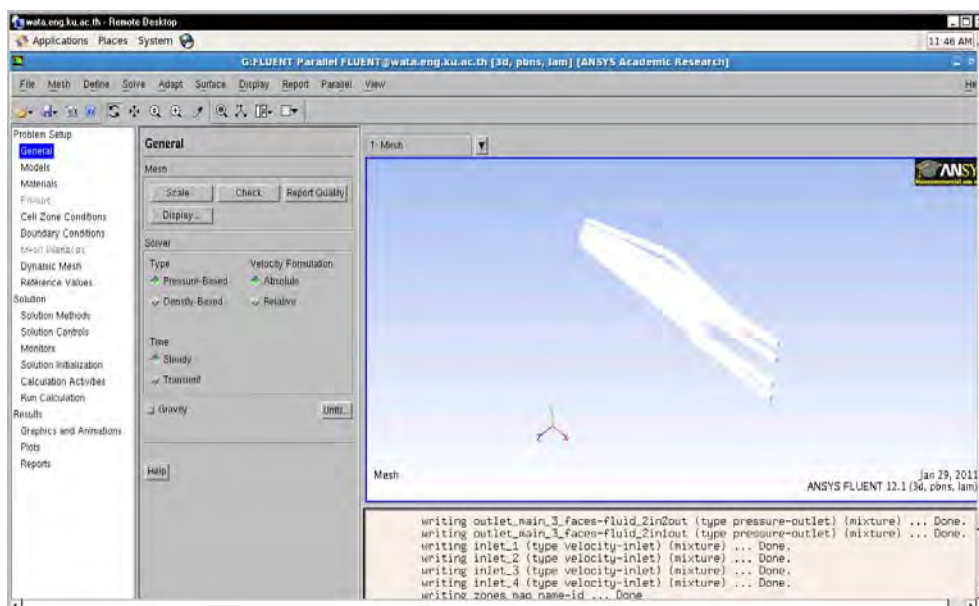
Linux

15. เปิด ซอฟต์แวร์ Fluent Parallel (local machine) number of processes 16



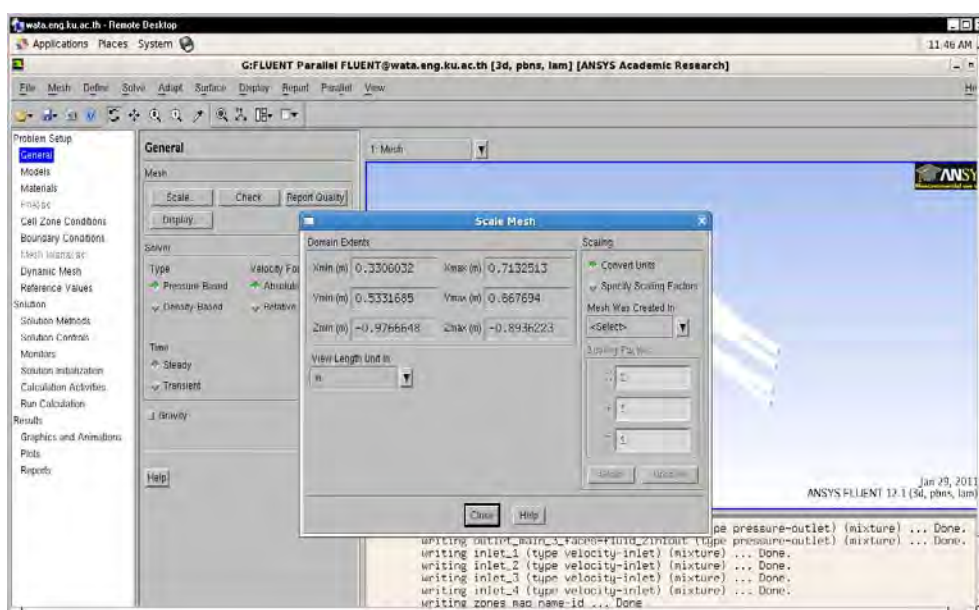
ภาพผนวกที่ ๑๕ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 15

16. เปิด ซอฟต์แวร์ Fluent



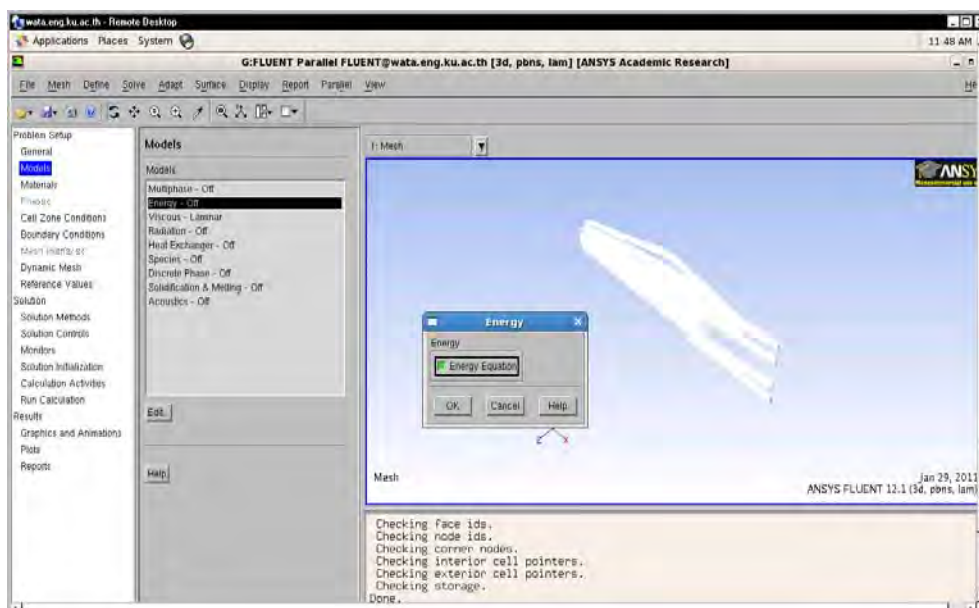
ภาพผนวกที่ ๑๖ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 16

17. ใช้คำสั่ง General → Scale แสดงพิกัดของใบพัด



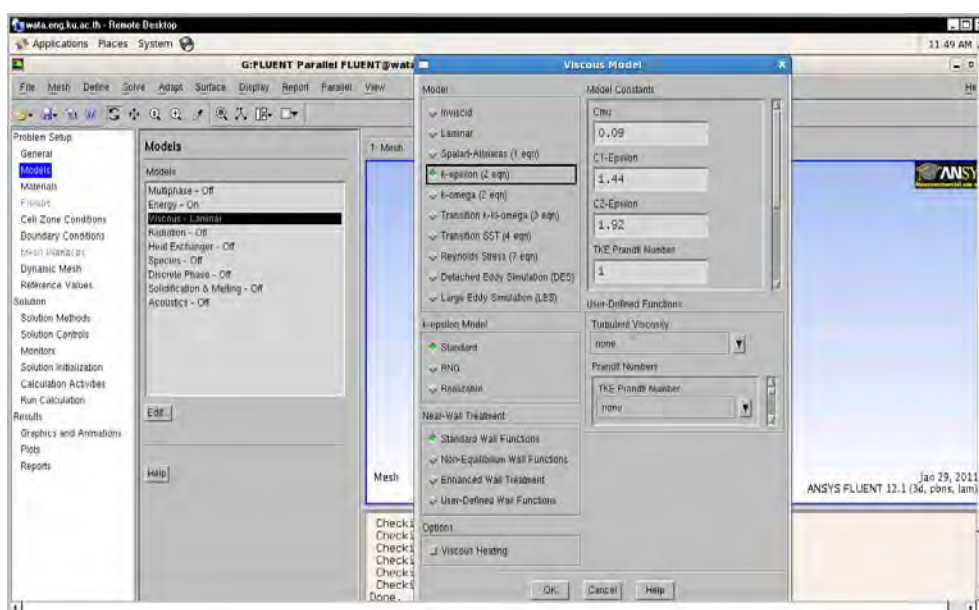
ภาพผนวกที่ ๑๗ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 17

18. เลือก Model → Energy → เลือก On



ภาพผนวกที่ ๑๘ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 18

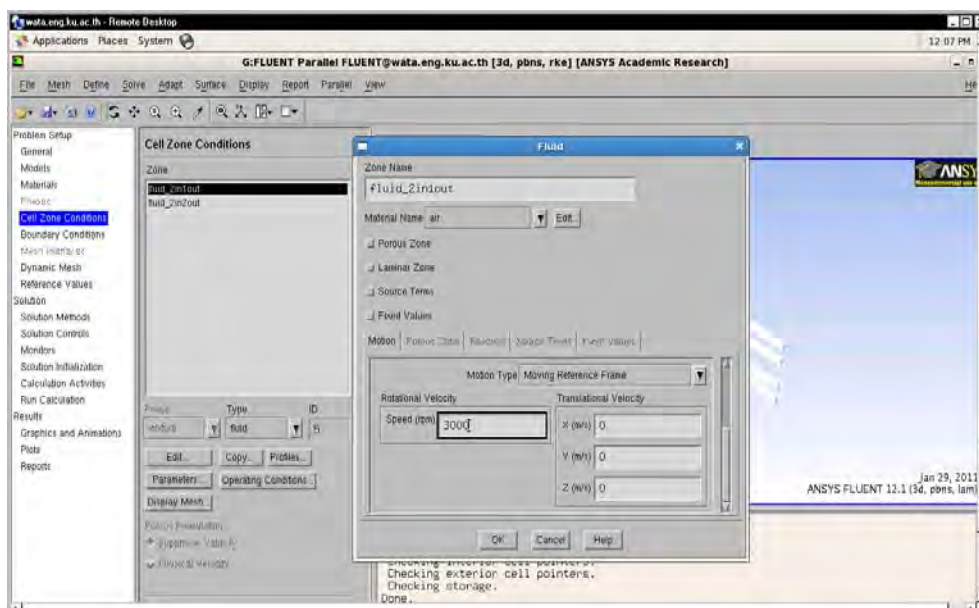
19. เลือก Model → เลือก Viscous Model



ภาพผนวกที่ ๑๙ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 19

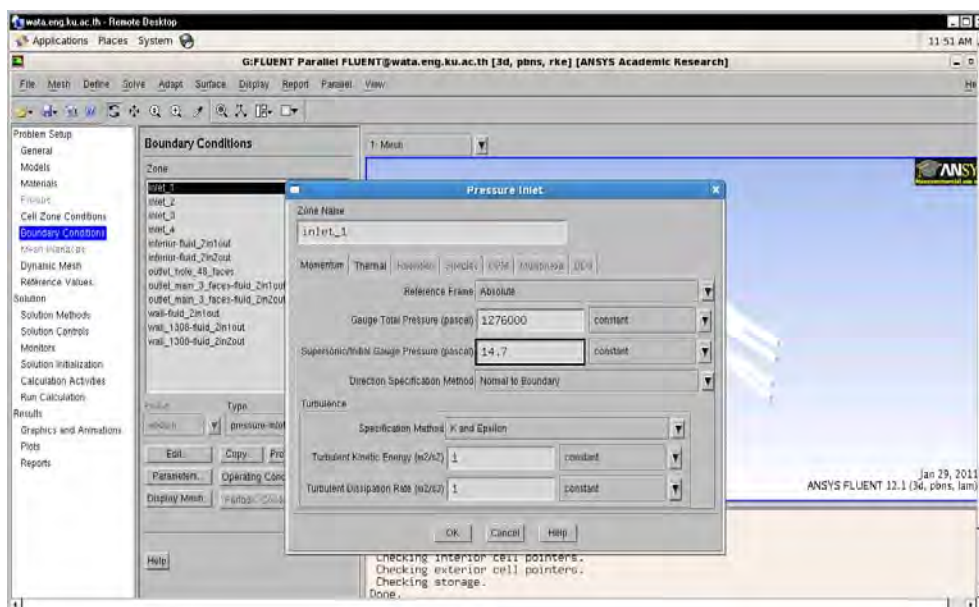
20. เลือก Cell zone conditions → เลือก Z=1 → Motion Type → Moving Reference Frame

→ Speed (rpm) ใส่ค่า 3000



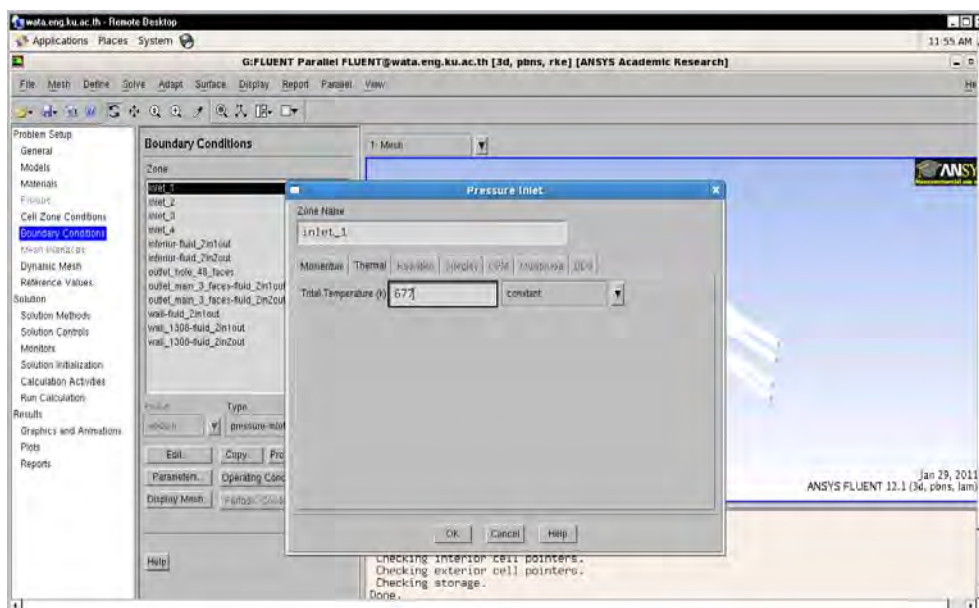
ภาพผนวกที่ ๒๒๐ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 20

21. เลือก Boundary Condition → ใส่ค่า Pressure inlet



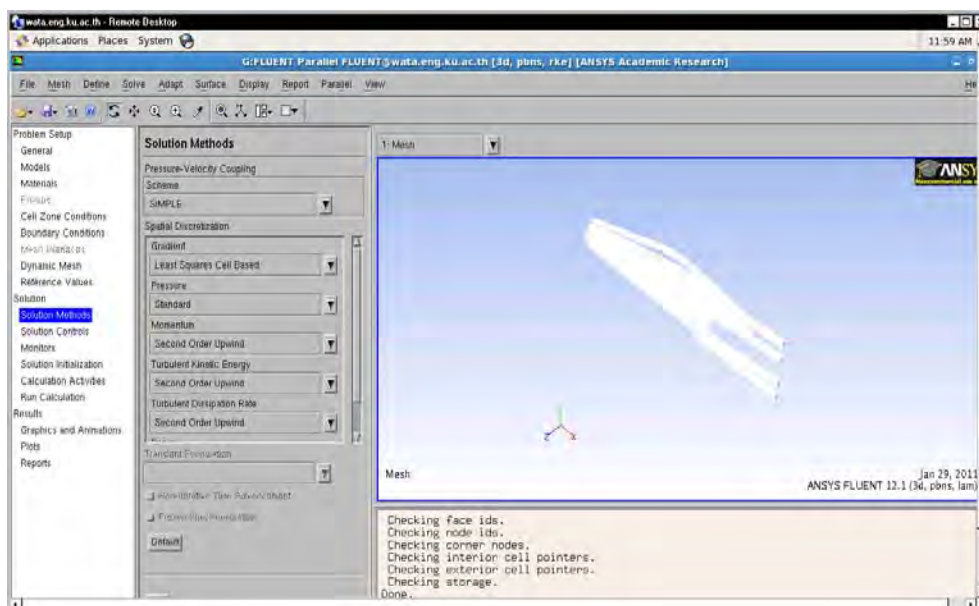
ภาพผนวกที่ ๒๒๑ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 21

22. เลือก Boundary Condition → ใส่ค่า อุณหภูมิ inlet



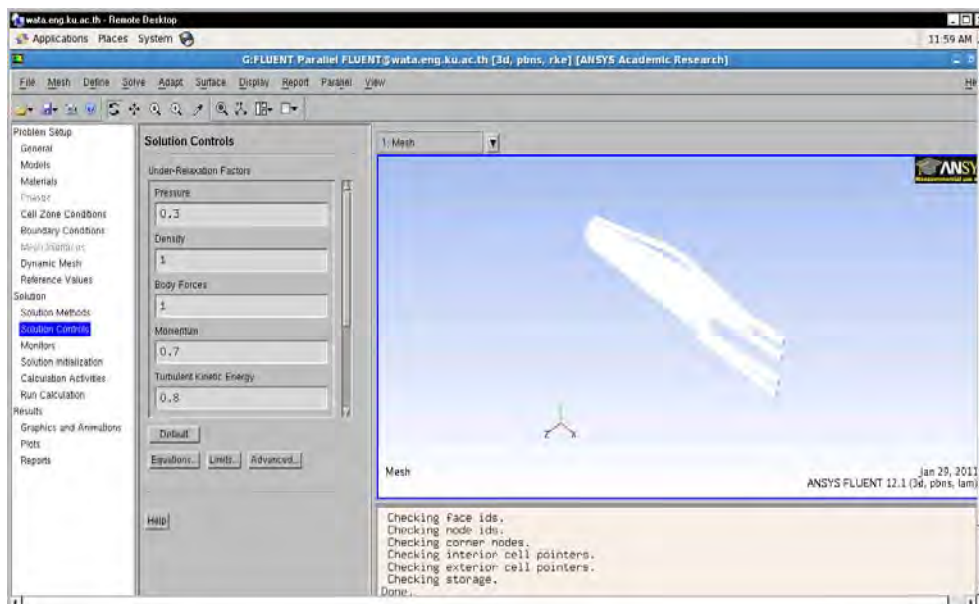
ภาพผนวกที่ ๒๒ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 22

23. เลือก Solution Methods



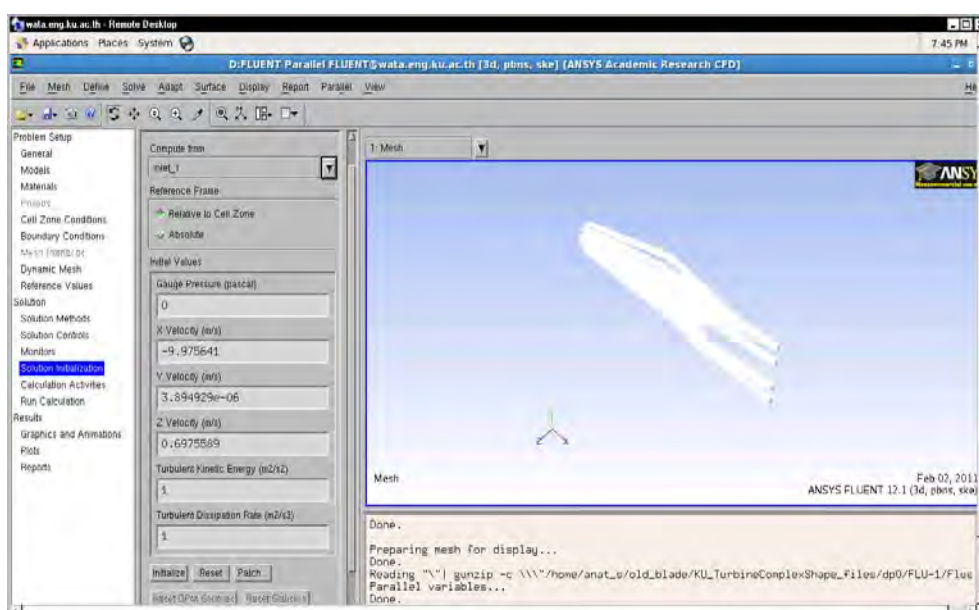
ภาพผนวกที่ ๒๓ แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 23

24. เลือก Solution Controls



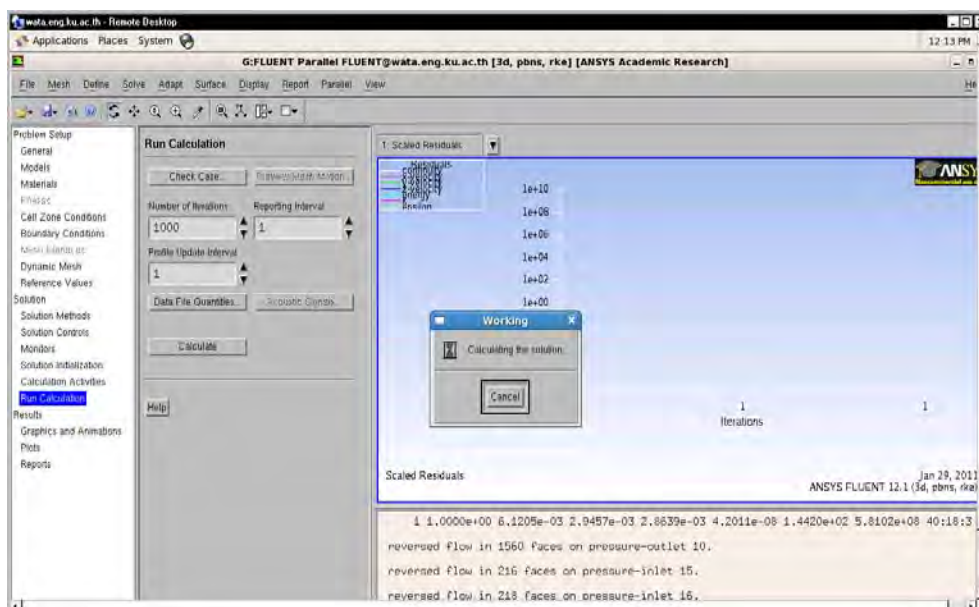
ภาพผนวกที่ 24 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 24

25. เลือก Solution Initialization → เลือก inlet



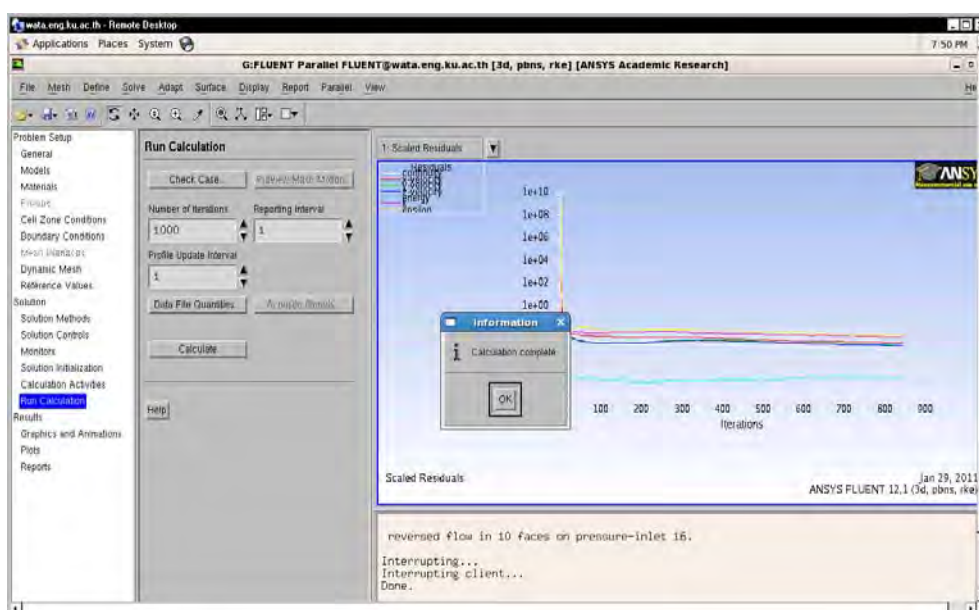
ภาพผนวกที่ 25 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 25

26. Number of Iterations เลือก 1000 → Calculate



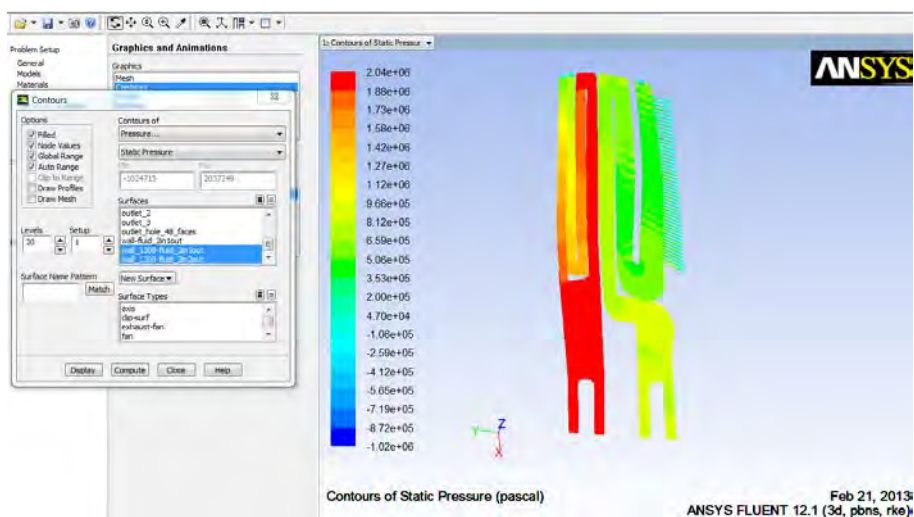
ภาพผนวกที่ 26 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 26

27. แสดง กราฟ Scaled Residuals ที่คำนวณเสร็จสมบูรณ์



ภาพผนวกที่ ฎ27 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 27

28. เลือก Contours → Static Pressure → เลือก Face



ภาพผนวกที่ ฎ28 แสดงขั้นตอนการใช้ซอฟต์แวร์ Fluent ขั้นที่ 28

ภาคผนวก ฅ

โปรแกรมของฟังก์ชันยูติลิตี้ของแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้น

โปรแกรมของฟังก์ชันยูดีเอฟสำหรับแบบจำลองความปั่นป่วนชนิดไม่เชิงเส้น

Present cubic model สำหรับระบบระบายความร้อนในใบพัดกังหันก๊าซ

```
#include "udf.h"
#include "math.h"
/* Turbulence model constants */
const real C_1=-0.1;
const real C_2=0.18;
const real C_3=0.22;
const real C_5=0.0;
// User-defined scalars : Define Reynolds stress
enum
{
UU,
VV,
WW,
UV,
UW,
VW
};
// Define source in x momentum equation
DEFINE_SOURCE(u_source, c, t, dS, eqn)
{
real source;
dS[eqn]=0.0;
source= - C_R(c,t) * ( C_UDSI_G(c,t,UU)[0] +
C_UDSI_G(c,t,UV)[1]+C_UDSI_G(c,t,UW)[2] );
return source;
}
// Define source in y momentum equation
DEFINE_SOURCE(v_source, c, t, dS, eqn)
```

```

{
real source;
dS[eqn]= 0.0;
source = - C_R(c,t)*(C_UDSI_G(c,t,UV)[0]+ C_UDSI_G(c,t,VV)[1] +
C_UDSI_G(c,t,VW)[2] ) ;
return source;
}

// Define source in z momentum equation
DEFINE_SOURCE(w_source, c, t, dS, eqn)
{
real source;
dS[eqn]= 0.0;
source= -C_R(c,t)*(C_UDSI_G(c,t,UW)[0] + C_UDSI_G(c,t,VW)[1] +
C_UDSI_G(c,t,WW)[2] );
return source;
}

DEFINE_SOURCE(k_source, c, t, dS, eqn)
{
real prod;
dS[eqn]= 0.0;
prod=-C_R(c,t)*(C_UDSI(c,t,UU)*C_DUDX(c,t)+C_UDSI(c,t,UV)*C_DVDX(c,t)+
C_UDSI(c,t,UW)*C_DWDX(c,t)+C_UDSI(c,t,UV)*C_DUDY(c,t)+C_UDSI(c,t,VV)
*C_DVDY(c,t)+C_UDSI(c,t,VW)*C_DWDY(c,t)+C_UDSI(c,t,UW)*C_DUDZ(c,t)+
C_UDSI(c,t,VW)*C_DVDZ(c,t) + C_UDSI(c,t,WW)*C_DWDZ(c,t));
return prod;
}

DEFINE_SOURCE(e_source, c, t, dS, eqn)
{
real prod;
real c_1e =1.44;

```

```

real c_2e = 1.92;
real k = C_K(c,t);
real e = C_D(c,t);
real u = C_MU_L(c,t);
real p = C_R(c,t);
real v, Ret, fe2, cc;
    v = u/p;
    Ret = k*k/(e*v);
    dS[eqn] = 0.0;
    prod = - c_1e*C_D(c,t)/C_K(c,t)* C_R(c,t)
            * ( C_UDSI(c,t,UU)*C_DUDX(c,t) +
C_UDSI(c,t,UV)*C_DVDX(c,t) + C_UDSI(c,t,UW)*C_DWDX(c,t)+
            C_UDSI(c,t,UV)*C_DUDY(c,t)
+ C_UDSI(c,t,VV)*C_DVDY(c,t) + C_UDSI(c,t,VW)*C_DWDY(c,t)+
            C_UDSI(c,t,UW)*C_DUDZ(c,t)
+ C_UDSI(c,t,VW)*C_DVDZ(c,t) + C_UDSI(c,t,WW)*C_DWDZ(c,t)
            );
    fe2 = 1.0 - 0.3*(exp(-Ret*Ret));
    return prod - (c_2e*C_R(c,t)*e*e/k) + (fe2*c_2e*C_R(c,t)*e*e/k );
}
// Define Eddy viscosity
DEFINE_TURBULENT_VISCOSITY(Craft_Mu_t,c,t)
{
real S,W,c_mu,T,mu_t;
real S11, S12, S13, S21, S22, S23, S31, S32, S33;
real W11, W12, W13, W21, W22, W23, W31, W32, W33;
// Define variable
real u = C_MU_L(c,t); //laminar viscosity
real p = C_R(c,t); //density
real v, Ret,fmu;
real k = C_K(c,t); //Turbulent kinetic energy(k)

```

```

real e = C_D(c,t); //Dissipation rate (epsilon)
      T=C_K(c,t)/C_D(c,t); // k/e
// Define stress tensor

      S11 = 0.5*( C_DUDX(c,t)+C_DUDX(c,t) );
      S12 = 0.5*( C_DUDY(c,t)+C_DVDX(c,t) );
      S13 = 0.5*( C_DUDZ(c,t)+C_DWDX(c,t) );
      S21 = 0.5*( C_DVDX(c,t)+C_DUDY(c,t) );
      S22 = 0.5*( C_DVDY(c,t)+C_DVDY(c,t) );
      S23 = 0.5*( C_DVDZ(c,t)+C_DWDY(c,t) );
      S31 = 0.5*( C_DWDX(c,t)+C_DUDZ(c,t) );
      S32 = 0.5*( C_DWDY(c,t)+C_DVDZ(c,t) );
      S33 = 0.5*( C_DWDZ(c,t)+C_DWDZ(c,t) );

S=T*sqrt(
2*(S11*S11+S12*S12+S13*S13+S21*S21+S22*S22+S23*S23+S31*S31+S32*S32
+S33*S33) );
// Define vorticity tensor

      W11 = 0.5*( C_DUDX(c,t)-C_DUDX(c,t) );
      W12 = 0.5*( C_DUDY(c,t)-C_DVDX(c,t) );
      W13 = 0.5*( C_DUDZ(c,t)-C_DWDX(c,t) );
      W21 = 0.5*( C_DVDX(c,t)-C_DUDY(c,t) );
      W22 = 0.5*( C_DVDY(c,t)-C_DVDY(c,t) );
      W23 = 0.5*( C_DVDZ(c,t)-C_DWDY(c,t) );
      W31 = 0.5*( C_DWDX(c,t)-C_DUDZ(c,t) );
      W32 = 0.5*( C_DWDY(c,t)-C_DVDZ(c,t) );
      W33 = 0.5*( C_DWDZ(c,t)-C_DWDZ(c,t) );

W=T*sqrt(
2*(W11*W11+W12*W12+W13*W13+W21*W21+W22*W22+W23*W23+W31*W
31+W32*W32+W33*W33) );
// Define kinematic viscosity
v = u/p;
// Define turbulent Reynolds number

```

```

Ret=k*k/(e*v);
// Define Constant Cmu
c_mu=(0.3/(1.0+(0.35* (MAX(S,W))*0.5)))*(1.0-exp(-0.36/(exp(-0.75* MAX(S,W)
)))));
// Define Damping function of Craft et al.(1996)
fmu=(1.0-exp(-pow((Ret/90.),0.5)-pow((Ret/400.),2) ));
// Define Eddy viscosity
mu_t=c_mu*T*C_K(c,t);
return mu_t;
}
DEFINE_ADJUST(rsm_adjust, domain)
{
Thread *t;
cell_t c;
real X;
real mu_t, c_mu;
real S11, S12, S13, S21, S22, S23, S31, S32, S33;
real W11, W12, W13, W21, W22, W23, W31, W32, W33;
real S, W, Sij, Wij;
real C_4, C_6, C_7;
real P11, P22, P33, Pkk;
real tau_w, u_tauw, u_star, y_star, Gk, u_mag;
real u ;
real p ;
real v, Ret, fmu;
real k ;
real e ;
/* Set the turbulent viscosity */
thread_loop_c(t, domain)
if (FLUID_THREAD_P(t))
{

```

```

begin_c_loop(c,t)
{
// Define variable
u= C_MU_L(c,t); //laminar viscosity
p= C_R(c,t); //density
k= C_K(c,t); //Turbulent kinetic energy(k)
e= C_D(c,t); //Dissipation rate (epsilon)
X=C_K(c,t)/C_D(c,t); // k/e
// Define stress tensor

S11 = 0.5*( C_DUDX(c,t)+C_DUDX(c,t) );
S12 = 0.5*( C_DUDY(c,t)+C_DVDX(c,t) );
S13 = 0.5*( C_DUDZ(c,t)+C_DWDX(c,t) );
S21 = 0.5*( C_DVDX(c,t)+C_DUDY(c,t) );
S22 = 0.5*( C_DVDY(c,t)+C_DVDY(c,t) );
S23 = 0.5*( C_DVDZ(c,t)+C_DWDY(c,t) );
S31 = 0.5*( C_DWDX(c,t)+C_DUDZ(c,t) );
S32 = 0.5*( C_DWDY(c,t)+C_DVDZ(c,t) );
S33 = 0.5*( C_DWDZ(c,t)+C_DWDZ(c,t) );

S=X*sqrt(
2*(S11*S11+S12*S12+S13*S13+S21*S21+S22*S22+S23*S23+S31*S31+S32*S32
+S33*S33) );
// Define vorticity tensor

W11 = 0.5*( C_DUDX(c,t)-C_DUDX(c,t) );
W12 = 0.5*( C_DUDY(c,t)-C_DVDX(c,t) );
W13 = 0.5*( C_DUDZ(c,t)-C_DWDX(c,t) );
W21 = 0.5*( C_DVDX(c,t)-C_DUDY(c,t) );
W22 = 0.5*( C_DVDY(c,t)-C_DVDY(c,t) );
W23 = 0.5*( C_DVDZ(c,t)-C_DWDY(c,t) );
W31 = 0.5*( C_DWDX(c,t)-C_DUDZ(c,t) );
W32 = 0.5*( C_DWDY(c,t)-C_DVDZ(c,t) );
W33 = 0.5*( C_DWDZ(c,t)-C_DWDZ(c,t) );

```

```

W=X*sqrt(
2*(W11*W11+W12*W12+W13*W13+W21*W21+W22*W22+W23*W23+W31*W
31+W32*W32+W33*W33) );
// Define kinematic viscosity
v = u/p;
// Define turbulent Reynolds number
Ret=k*k/(e*v);
// Define Constant Cmu
c_mu=(0.3/(1.0+(0.35* (MAX(S,W))*0.5)))*(1.0-exp(-0.36/(exp(-0.75* MAX(S,W)
)))));
// Define Damping function of Craft et al.(1996)
fmu=(1.0-exp(-pow((Ret/90.),0.5)-pow((Ret/400.),2) ));
// Define Eddy viscosity
mu_t=c_mu*fmu*C_K(c,t)*C_K(c,t)*C_D(c,t);
// Define constant of Craft et al.(1996)
C_4=-10.0*SQR(c_mu);
C_6=-5.0*SQR(c_mu);
C_7=5.0*SQR(c_mu);
// Define tensor index = SklSkl
Sij=S11*S11+S12*S12+S13*S13+S21*S21+S22*S22+S23*S23+S31*S31+S32*S32
+S33*S33;
// Define tensor index = WklWkl
Wij=W11*W11+W12*W12+W13*W13+W21*W21+W22*W22+W23*W23+W31*
W31+W32*W32+W33*W33;
//*****
**//
//***** IMPORTANT define only anisotropy tensor
*****//
//***** and multiply k in the Reynolds stress
*****//

```

```

//***** anisotropy
tensor*****//
//*****
*//
//*****
*//

// Define anisotropy tensor of normal Reynolds stress
C_UDSI(c,t,UU)=

      C_1*mu_t*X* (S11*S11+S12*S12+S13*S13-
1./3.*Sij)

      + 2.*C_2*mu_t*X* (W12*S12+W13*S13)
      + C_3*mu_t*X* (W12*W12+W13*W13-1./3.*Wij)
      -2.*C_4*mu_t*X*X*
(W12*(S11*S12+S12*S22+S13*S23)+W13*(S11*S13+S12*S23+S13*S33))
      + C_6*mu_t*X*X* (S11*Sij)
      + C_7*mu_t*X*X* (S11*Wij);

C_UDSI(c,t,VV)=

      C_1*mu_t*X* (S12*S12+S22*S22+S23*S23-
1./3.*Sij)

      + 2.*C_2*mu_t*X* (W23*S23-W12*S12)
      + C_3*mu_t*X* (W12*W12+W23*W23-
1./3.*Wij)

      + 2.*C_4*mu_t*X*X*
(W12*(S11*S12+S12*S22+S13*S23)-W23*(S12*S13+S22*S23+S23*S33))
      + C_6*mu_t*X*X* (S22*Sij)
      + C_7*mu_t*X*X* (S22*Wij);

C_UDSI(c,t,WW)=

```

$$\begin{aligned}
& C_1 \mu_t X^* (S_{13} S_{13} + S_{23} S_{23} + S_{33} S_{33} - \\
& 1./3. S_{ij}) \\
& - 2. C_2 \mu_t X^* (W_{13} S_{13} + W_{23} S_{23}) \\
& + C_3 \mu_t X^* (W_{13} W_{13} + W_{23} W_{23} - 1./3. W_{ij}) \\
& + 2. C_4 \mu_t X^* X^* \\
& (W_{13} (S_{11} S_{13} + S_{12} S_{23} + S_{13} S_{33}) + W_{23} (S_{12} S_{13} + S_{22} S_{23} + S_{23} S_{33})) \\
& + C_6 \mu_t X^* X^* (S_{33} S_{ij}) \\
& + C_7 \mu_t X^* X^* (S_{33} W_{ij});
\end{aligned}$$

// Define anisotropy tensor of shear Reynolds stress

$$\begin{aligned}
C_{UDSI}(c, t, UV) = & \\
& C_1 \mu_t X^* (S_{11} S_{12} + S_{12} S_{22} + S_{13} S_{23}) \\
& + C_2 \mu_t X^* (W_{12} (S_{22} - \\
& S_{11}) + W_{13} S_{23} + W_{23} S_{13}) \\
& + C_3 \mu_t X^* (W_{13} W_{23}) \\
& + C_4 \mu_t X^* X^* (W_{12} (S_{11} S_{11} + S_{13} S_{13} - \\
& S_{22} S_{22} - S_{23} S_{23}) - W_{13} (S_{12} S_{13} + S_{22} S_{23} + S_{23} S_{33}) - \\
& W_{23} (S_{11} S_{13} + S_{12} S_{23} + S_{13} S_{33})) \\
& + C_6 \mu_t X^* X^* (S_{12} S_{ij}) \\
& + C_7 \mu_t X^* X^* (S_{12} W_{ij});
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{UDSI}(c, t, UW) = & \\
& C_1 \mu_t X^* (S_{11} S_{13} + S_{12} S_{23} + S_{13} S_{33}) \\
& + C_2 \mu_t X^* (W_{13} (S_{33} - S_{11}) + W_{12} S_{23} - \\
& W_{23} S_{12}) \\
& - C_3 \mu_t X^* (W_{12} W_{23}) \\
& + C_4 \mu_t X^* X^* (W_{13} (S_{11} S_{11} + S_{12} S_{12} - \\
& S_{23} S_{23} - S_{33} S_{33}) - \\
& W_{12} (S_{11} S_{13} + S_{22} S_{23} + S_{23} S_{33}) + W_{23} (S_{11} S_{12} + S_{12} S_{22} + S_{13} S_{23})) \\
& + C_6 \mu_t X^* X^* (S_{13} S_{ij}) \\
& + C_7 \mu_t X^* X^* (S_{13} W_{ij});
\end{aligned}$$

```

C_UDSI(c,t,VW)=
    C_1*mu_t*X* (S12*S13+S22*S23+S23*S33)
    + C_2*mu_t*X* (W23*(S33-S22)-W12*S13-
W13*S12)
    + C_3*mu_t*X* (W12*W13)
    + C_4*mu_t*X*X* (W23*(S12*S12+S22*S22-
S13*S13-
S33*S33)+W12*(S11*S13+S12*S23+S13*S33)+W13*(S11*S12+S12*S22+S13*S2
3))
    + C_6*mu_t*X*X* (S23*Sij)
    + C_7*mu_t*X*X* (S23*Wij);

// Define memory Reynolds stress by User defined Memory
//*****
***//
//*****IMPORTANT define Linear and Nonlinear
Term*****//
//*****
**//

C_UDMI(c,t,0)=    2./3.*C_K(c,t) -2.*mu_t*S11  + C_UDSI(c,t,UU);
C_UDMI(c,t,1)=    2./3.*C_K(c,t) -2.*mu_t*S22  + C_UDSI(c,t,VV);
C_UDMI(c,t,2)=    2./3.*C_K(c,t) -2.*mu_t*S33  + C_UDSI(c,t,WW);
C_UDMI(c,t,3)=    -2.*mu_t*S12  + C_UDSI(c,t,UV);
C_UDMI(c,t,4)=    -2.*mu_t*S13  + C_UDSI(c,t,UW);
C_UDMI(c,t,5)=    -2.*mu_t*S23  + C_UDSI(c,t,VW);
}
end_c_loop(c,t)
}
}

```

Output จากโครงการวิจัยที่ได้รับทุนจาก สกว.

1. ผลงานตีพิมพ์ในวารสารวิชาการนานาชาติ

Kaewkhiaw, P., Tiaple, Y., Dechaumphai, P. and **Juntasaro, V.** (2011) “Application of Nonlinear Turbulence Models for Marine Propulsors”, ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 133, pp. 031101-1—031101-7.

Srimungkala, A. and **Juntasaro, V.** (2014) “Numerical Prediction of Gas Turbine Blade Cooling”, ASME Journal of Gas Turbine (submitted).

Juntasaro, V. and Juntasaro, E. (2014) “Turbulence Modeling via Rivlin-Ericksen Viscoelastic Model”, Journal of Fluid Mechanics (under review).

2. การนำผลงานไปใช้ประโยชน์ในเชิงวิชาการ คือ มีการนำผลงานวิจัยไปพัฒนาการเรียนการสอนใน วิชาระดับปริญญาโทในรายวิชา การจำลองการไหลแบบปั่นป่วน และพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ และ มีการสร้างนักวิจัยใหม่ในระดับปริญญาโท 2 คน และ ปริญญาตรี 12 คน

3. สิทธิบัตร

Kaewkhiaw, P., Tiaple, Y. and **Juntasaro, V.** “The new design of the marine propeller to reduce the cavitation” (Requested Patent Number 1001001225)

Prachakon Kaewkhiaw

e-mail: prachakon_k@yahoo.co.th

Yodchai Tiaple

e-mail: yodchai_tp@hotmail.com

Department of Naval Architecture and Marine
Engineering,
International Maritime College,
Kasetsart University,
Si Racha Campus,
199 ToongSukhla,
Si Racha,
Chonburi 20230, Thailand

Pramote Dechaumphai

Department of Mechanical Engineering,
Faculty of Engineering,
Chulalongkorn University,
Patumwan,
Bangkok 10330, Thailand
e-mail: fmeppdc@eng.chula.ac.th

Varangrat Juntasaro¹

Department of Mechanical Engineering,
Faculty of Engineering,
Kasetsart University,
Bangkhen,
Bangkok 10900, Thailand
e-mail: fengvrj@ku.ac.th

Application of Nonlinear Turbulence Models for Marine Propulsors

The realistic simulation of cavitation on a marine propeller is important for the efficient design of the propeller. However, the flow characteristic that occurred on the marine propeller is complicated and difficult to predict due to the combined effects of turbulence, cavitation, and multiphase phenomena. There is still currently no turbulence model that can predict these combined effects satisfactory. The nonlinear turbulence model is therefore modified and applied to predict the cavitation on a marine propeller for the first time in this work. It is found that the nonlinear turbulence model can predict the cavitation and hence the thrust and torque coefficients much more accurately than the existing Reynolds-averaged Navier–Stokes turbulence models including the Reynolds-stress model. [DOI: 10.1115/1.4003564]

Keywords: marine propeller, computational fluid dynamics, nonlinear turbulence model, turbulent flow, cavitation, multiphase flow

1 Introduction

Marine propeller researchers and designers have made numerous efforts to reduce the effect of cavitation, which degrades propeller performance, erodes blade surfaces, produces noise, and causes vibration on the ship hull. However, with increasing demand for heavily loaded propellers, the occurrence of cavitation is unavoidable nowadays. Therefore, the accurate prediction of cavitation is becoming important in the design of propellers to get good propeller efficiency.

Computational methods for cavitation have been studied for over decades. The methods can be largely categorized into two groups: single-phase modeling with cavitation interface tracking and multiphase modeling with an embedded cavitation interface. The former approach, i.e., single-phase modeling with cavitation interface tracking, has been widely adopted for inviscid flow solution methods, such as potential flow boundary element methods [1] and Euler equation solvers [2]. These methods have evolved significantly, and many successful application results have been presented, as reviewed in Kinnas et al. [3]. Still, in many cases, they require cumbersome iterative procedures and a considerable amount of preliminary knowledge, such as cavity closure conditions. The latter approach, i.e., multiphase modeling with an embedded cavitation interface, can be adopted for more general viscous flow solution methods, such as the Reynolds-averaged Navier–Stokes (RANS) equation solvers. Recently, it has become popular within the cavitation research community. This approach

is more general for three-dimensional flows, and it can include the effect of turbulence within the mixture. The present work therefore chooses the mixture multiphase model with the cavitation model of Singhal et al. [4] to simulate cavitation on a marine propeller.

In 2005, Rhee et al. [5] used the RANS k - ω turbulence model to simulate cavitation on a marine propeller to predict the thrust and torque coefficients. Later, Lifante and Frank [6] used the k - ω shear-stress transport (SST) turbulence model to simulate the same case as Rhee et al. They found that their results were more accurate than the results from Rhee et al. Therefore, it can be seen that the turbulence model plays an important role on the accuracy of the flow simulation using computational fluid dynamics (CFD). The results from Lifante and Frank are, however, not satisfactory for cavitating hydrodynamic flows. This is because the k - ω SST turbulence model used in their simulation is based on the linear Reynolds-stress expression. The conventional linear turbulence model based on the linear Reynolds-stress expression is known to have less accuracy than the nonlinear turbulence model based on the nonlinear Reynolds-stress expression especially for complex flow problems. There are currently many nonlinear turbulence models in the literature, e.g., Nisizima and Yoshizawa [7], Speziale [8], Myong and Kasagi [9], Rubinstein and Barton [10], Shih et al. [11], Lien et al. [12], Craft et al. [13], Apsley and Leschziner [14], and Abe et al. [15]. Later, Juntasaro et al. [16] found that the nonlinear turbulence model of Craft et al. was the most suitable for complex flow problems.

The RANS nonlinear turbulence model becomes more popular in the past decade. It has been applied to many complex flow problems successfully, for example, compressible flow through an S-shaped diffusing duct (Juntasaro et al. [17]) and multiphase recirculating free-surface flow over stepped spillways (Tongkratoke

¹Corresponding author.

Contributed by the Fluids Engineering Division of ASME for publication in the JOURNAL OF FLUIDS ENGINEERING. Manuscript received June 23, 2010; final manuscript received February 2, 2011; published online March 10, 2011. Assoc. Editor: Paul Durbin.

Table 1 Model constants of the modified nonlinear turbulence model for the cavitation prediction on a marine propeller

Type	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_μ
Nonlinear of Craft et al. [13]	-0.1	0.1	0.26	$-10C_\mu^2$	0	$-5C_\mu^2$	$5C_\mu^2$	$\frac{0.3}{1 + 0.35(\max(\tilde{S}, \tilde{\Omega}))^{1.5}} \times \left(1 - \exp\left(\frac{-0.36}{\exp(-0.75 \max(\tilde{S}, \tilde{\Omega}))}\right) \right)$
Modified nonlinear	-0.1	0.19	0.21	$-10C_\mu^2$	0	$-5C_\mu^2$	$5C_\mu^2$	$\frac{0.3}{1 + 0.35(\max(\tilde{S}, \tilde{\Omega}))^{0.5}} \times \left(1 - \exp\left(\frac{-0.36}{\exp(-0.75 \max(\tilde{S}, \tilde{\Omega}))}\right) \right)$

et al. [18]). It can be seen from the literature that the nonlinear turbulence model has never been applied to simulate cavitation on a marine propeller before. Moreover, there are still no suitable model constants for the cavitation on a marine propeller.

Therefore, the linear k - ε turbulence model in the CFD software FLUENT is modified in this work using the user-defined function (UDF) by replacing the linear Reynolds-stress term with the nonlinear Reynolds-stress term. The model is called the nonlinear k - ε turbulence model. The present work optimizes the constants in the nonlinear turbulence model of Craft et al. with the experimental data of Boswell [19] using the MATLAB program. The performance in predicting cavitation on a marine propeller of the linear k - ε turbulence models (standard [20], re-normalized group (RNG) [21], and realizable [22]), combined with the wall function equations (standard [23], nonequilibrium [24], and enhanced [25]), the linear k - ω turbulence models (standard [26] and SST [27]), the Reynolds-stress model (RSM) [28], the nonlinear turbulence model of Craft et al., and the modified nonlinear turbulence model, is assessed for various conditions. The large eddy simulation (LES) is not considered in this work because the LES cannot be used with the mixture multiphase model if the cavitation model is enabled in the CFD software FLUENT.

2 Nonlinear and Modified Nonlinear Turbulence Models

The RANS equations with the mixture multiphase model and the cavitation model of Singhal et al. [4] are used in the present work to simulate the cavitation on a marine propeller. The Reynolds-stress expression in the nonlinear turbulence model of Craft et al. [13] is written as

$$-\rho u'_i u'_j = -ka_{ij} - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} \quad (1)$$

where δ_{ij} is the Kronecker delta ($\delta_{ij}=1$ if $i=j$ and $\delta_{ij}=0$ if $i \neq j$) and a_{ij} (Reynolds-stress anisotropy tensor) is written as

$$\begin{aligned} a_{ij} = & -\frac{\mu_t}{k} S_{ij} + C_1 \frac{\mu_t}{\varepsilon} \left(S_{ik} S_{jk} - \frac{1}{3} S_{kl} S_{kl} \delta_{ij} \right) + C_2 \frac{\mu_t}{\varepsilon} (\Omega_{ik} S_{jk} + \Omega_{jk} S_{ik}) \\ & + C_3 \frac{\mu_t}{\varepsilon} \left(\Omega_{ik} \Omega_{jk} - \frac{1}{3} \Omega_{kl} \Omega_{kl} \delta_{ij} \right) + C_4 \frac{\mu_t k}{\varepsilon^2} (S_{ki} \Omega_{lj} + S_{kj} \Omega_{li}) S_{kl} \\ & + C_5 \frac{\mu_t k}{\varepsilon^2} \left(\Omega_{il} \Omega_{lm} S_{mj} + S_{il} \Omega_{lm} \Omega_{mj} - \frac{2}{3} S_{lm} \Omega_{mn} \Omega_{nl} \delta_{ij} \right) \\ & + C_6 \frac{\mu_t k}{\varepsilon^2} S_{ij} S_{kl} S_{kl} + C_7 \frac{\mu_t k}{\varepsilon^2} S_{ij} \Omega_{kl} \Omega_{kl} \end{aligned} \quad (2)$$

where the eddy viscosity (μ_t), the turbulent kinetic energy (k), and its rate of dissipation (ε) are written as

$$\mu_t = \rho C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - \rho \varepsilon + E_1 + E_2 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + f_{\varepsilon 1} C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} G_k \\ & - f_{\varepsilon 2} C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + E_1 + E_2 \end{aligned} \quad (5)$$

$$G_k = -\rho u'_i u'_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (6)$$

where G_k is the production term of the turbulent kinetic energy, ($C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, \sigma_k, \sigma_\varepsilon$) are model constants, ($f_{\varepsilon 1}, f_{\varepsilon 2}$) are damping functions, and (E_1, E_2) are extra terms (Launder and Sharma [29]). The C_μ and the damping function (f_μ) of Craft et al. [13] are written as

$$\begin{aligned} C_\mu = & \frac{0.3}{1 + 0.35(\max(\tilde{S}, \tilde{\Omega}))^{1.5}} \\ & \times \left(1 - \exp\left(\frac{-0.36}{\exp(-0.75 \max(\tilde{S}, \tilde{\Omega}))}\right) \right) \end{aligned} \quad (7)$$

$$f_\mu = 1 - \exp[-(\text{Re}_t/90)^{1/2} - (\text{Re}_t/400)^2] \quad (8)$$

where Re_t is the turbulent Reynolds number, $\tilde{S}$ is the nondimensional strain rate, $\tilde{\Omega}$ is the nondimensional vorticity, S_{ij} is the mean strain rate tensor, Ω_{ij} is the mean vorticity, Ω_k is the rotation rate of the coordinate system, and ε_{ijk} is the alternating tensor,

$$\text{Re}_t = \frac{\rho k^2}{\mu \varepsilon} \quad (9)$$

$$\tilde{S} \equiv \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{1/2 S_{ij} S_{ij}} \quad (10)$$

$$\tilde{\Omega} \equiv \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{1/2 \Omega_{ij} \Omega_{ij}} \quad (11)$$

$$S_{ij} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (12)$$

$$\Omega_{ij} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \varepsilon_{ijk} \Omega_k \quad (13)$$

The original model constants of Craft et al. and the modified model constants in the present work are listed in Table 1. The modified constants are found using the MATLAB program by opti-

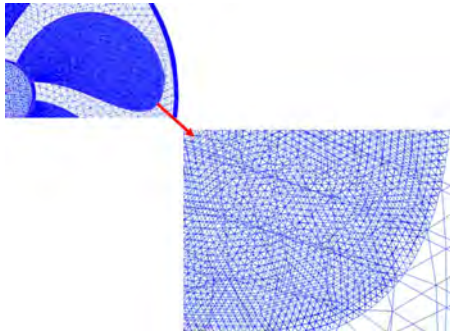


Fig. 1 Grid divisions for the propeller at advance ratio $J=0.5$ and cavitation number $\sigma=3$

mizing the model constants with the experimental data of Boswell [19].

3 Numerical Method

The computational fluid dynamics software FLUENT is employed in this work. The governing equations are discretized by using the finite volume method. The pressure-velocity coupling is achieved through the SIMPLE algorithm. The discretized equations are solved using pointwise Gauss-Seidel iterations. The technique of moving reference frame is also employed. The calculation domain is divided into discrete control volumes by the unstructured grid, which has a high flexibility to fit the complex geometry of the propeller. The grid-independent study is made for all cases. Figure 1 presents the surface mesh for the propeller at an advance ratio, $J=0.5$, and cavitation number, $\sigma=3$, to show the fineness of the grid. The nonlinear turbulence model of Craft et al. and the modified nonlinear turbulence model are implemented separately in the FLUENT using the user-defined function.

The parallel performance is indicated by the parallel relative speed-up S_p given by $S_p=t_1/t_p$, where t_p is the time required to solve the problem using p processors and t_1 is the time required to solve the problem using a single processor. The parallel relative speed-up is approximately 21 using 64 processors.

4 Test Problem Description

4.1 Noncavitation on Marine Propeller. The propeller used in this work is the DTMB4382 propeller. The propeller specifications are presented in Table 2. A wide range of advance ratios, $J = V_a/nD$, is considered at $0.384 \leq J \leq 1.025$. The values of J are varied by increasing and decreasing V_a , while n is kept constant at 7.8 rps, where V_a is the inflow speed, n is the number of rps, and D is the diameter of the propeller. The grid independence for this case is about 500,000 cells. The conditions of the computational domain are shown in Fig. 2. The inlet is $1.5D$ upstream and the exit is $3.5D$ downstream. The diameter of the domain_inner is $1.2D$, and the length is $2.5D$. The diameter of the domain_outer is $2.5D$, and the length is $5D$, where D is the propeller diameter.

Figure 3 shows the thrust coefficient (K_t), the torque coefficient

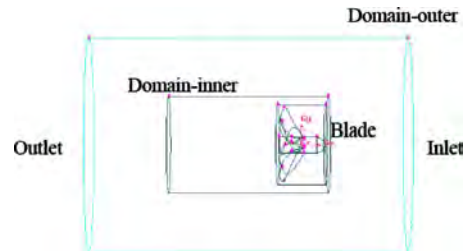


Fig. 2 Computational domain of the propeller

(K_q), and the efficiency of the propeller (η_o) at different advance ratios (J). The results predicted by the linear $k-\omega$ SST turbulence model is found to be in good agreement with the experimental data from the open water. It can be seen that as the advance ratio (J) increases, the thrust coefficient (K_t) and the torque coefficient (K_q) decrease where the thrust coefficient $K_t = \text{thrust} / \rho n^2 D^4$, the torque coefficient $K_q = \text{torque} / \rho n^2 D^5$, and the efficiency $\eta_o = (J/2\pi)(K_t/K_q)$. Thrust is the propeller thrust, torque is the propeller torque, ρ is the fluid density, n is the number of rps, and D is the diameter of the propeller. It is found that the maximum error is less than 5% for the thrust coefficient (K_t), the torque coefficient (K_q), and the efficiency (η_o).

4.2 Cavitation on Marine Propeller. The propeller used in this case and the conditions of the computational domain are the same as those in the noncavitation case. The flow specifications are presented in Table 3. Grid independence for this case is about 2,700,000 cells.

Figures 4 and 5 show the thrust coefficient (K_t) and the torque coefficient (K_q) at advance ratio $J=0.5$ for different cavitation numbers ($\sigma = (P_\infty - P_v) / 0.5 \rho V_a^2$), where P_∞ is the pressure far upstream, P_v is the vapor pressure, ρ is the fluid density, and V_a is the inflow speed. The results are predicted by various linear tur-

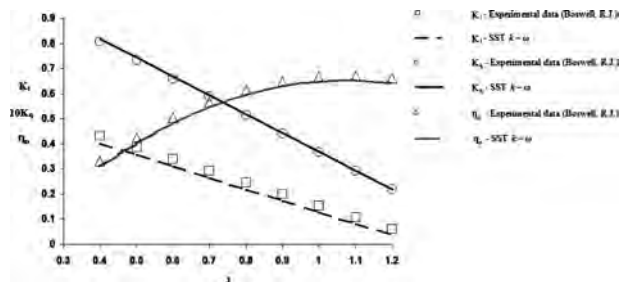


Fig. 3 Thrust coefficient (K_t), torque coefficient (K_q), and efficiency (η_o) versus advance ratio (J) for the noncavitation cases

Table 3 Flow specifications at different cavitation numbers (σ) and advance ratios (J)

Cases	Cavitation numbers (σ)	Advance ratios (J)	Speed of flow (m/s)	Number of revolutions per minute (rpm)
1	2	0.5	3.048	1200
2	2	0.6	3.657	1200
3	2	0.7	4.267	1200
4	3	0.5	3.048	1200
5	3	0.6	3.657	1200
6	3.5	0.7	4.267	1200
7	5	0.5	3.048	1200
8	5	0.6	3.657	1200
9	5	0.7	4.267	1200

Table 2 Specifications of the DTMB4382 propeller

Model name	4382
Numbers of blade	5
Diameter (mm)	304.8
Hub ratio	0.2
Expanded area ratio	0.725
Skew angles (deg)	36
Section mean line	NACA a=0.8
Section thickness distribution	NACA 66 (modified)
Design advance coefficient (J)	0.889

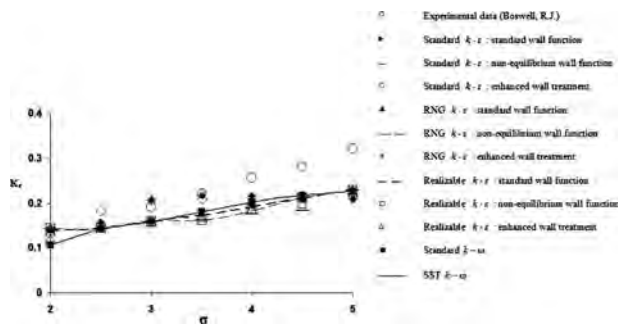


Fig. 4 Thrust coefficient (K_t) versus cavitation number (σ) at advance ratio $J=0.5$ using linear turbulence models

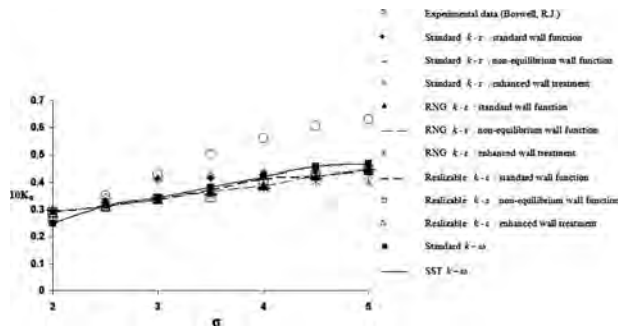


Fig. 5 Torque coefficient (K_q) versus cavitation number (σ) at advance ratio $J=0.5$ using linear turbulence models

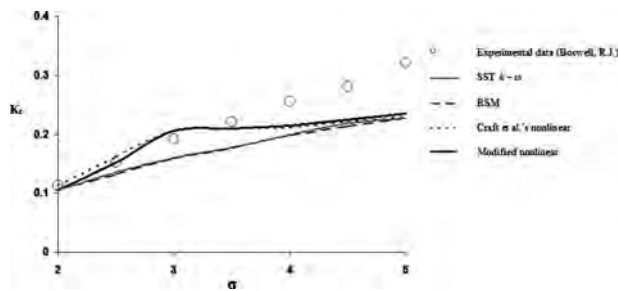


Fig. 6 Thrust coefficient (K_t) versus cavitation number (σ) at advance ratio $J=0.5$ using the modified nonlinear turbulence model

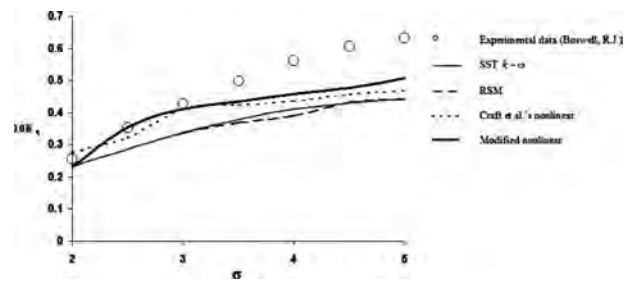


Fig. 7 Torque coefficient (K_q) versus cavitation number (σ) at advance ratio $J=0.5$ using the modified nonlinear turbulence model

bulence models: the linear $k-\varepsilon$ turbulence models (standard [20], RNG [21], and realizable [22]) combined with the wall function equations (standard [23], nonequilibrium [24], and enhanced [25]) and the linear $k-\omega$ turbulence models (standard [26] and SST [27]). It is found that the results predicted by the $k-\omega$ SST turbulence model are the closest to the experimental data from the cavitation tunnel when compared with the other linear turbulence models. However, it can also be seen that the predicted thrust coefficient (K_t) and the torque coefficient (K_q) are still far from the experiment.

The effectiveness of the nonlinear turbulence models in predicting the cavitation on a marine propeller is clearly shown in Figs. 6 and 7. The thrust coefficient (K_t) and the torque coefficient (K_q) predicted by both the nonlinear model of Craft et al. and the modified nonlinear model show a much higher accurate prediction than those predicted by the $k-\omega$ SST turbulence model and also by those predicted by the RSM [28]. However, there is still a discrepancy between the simulation and the experiment for cavitation numbers (σ) greater than 3.5. The reason for this discrepancy may be that the real flow characteristic on the propeller is not fully turbulent. The transition model may be needed to improve the accuracy of the results.

Tables 4 and 5 show the error percentages of the predicted thrust coefficient (K_t) and the torque coefficient (K_q) by various linear turbulence models at different cavitation numbers (σ) and advance ratios (J). It is clearly seen that the $k-\omega$ SST turbulence model gives the least error percentages. Tables 6 and 7 show the error percentages of the $k-\omega$ SST turbulence model, the RSM, the nonlinear turbulence model of Craft et al. and the modified nonlinear turbulence model. The results predicted by the nonlinear turbulence model of Craft et al. and the modified nonlinear turbulence model show the error percentages lesser than the $k-\omega$ SST and the RSM for every case. The contour of the pressure coeffi-

Table 4 Error percentages of the thrust coefficient (K_t) at different cavitation numbers (σ) and advance ratios (J) using linear turbulence models

Cases	Cavitation numbers (σ)	Advance ratios (J)	Error percentage = $\frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{ \text{experimental data} - \text{computational data} }{\text{experimental data}} \times 100\% \right)}{N}$										
			A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	2	0.5	26.48	26.93	26.75	27.11	27.02	27.29	23.91	27.21	23.73	4.97	5.95
2	2	0.6	27.31	30.19	27.36	26.91	26.91	27.14	27.47	27.37	27.65	25.26	24.41
3	2	0.7	36.09	37.34	36.12	38.21	36.25	35.51	36.01	39.12	36.03	38.47	34.31
4	3	0.5	7.34	16.87	6.87	17.67	17.66	16.97	16.76	17.87	17.02	18.01	16.97
5	3	0.6	36.02	36.06	36.14	35.35	35.16	36.14	35.61	39.23	35.91	33.35	27.79
6	3.5	0.7	35.67	29.73	29.71	29.41	35.56	29.95	35.56	37.59	36.11	40.38	35.85
7	5	0.5	33.02	29.61	32.11	31.93	29.72	29.24	29.98	29.78	29.31	32.47	29.21
8	5	0.6	37.02	38.16	37.41	37.23	37.53	37.95	37.02	37.62	37.27	42.35	34.02
9	5	0.7	36.56	40.12	40.08	39.61	40.01	40.05	39.79	39.91	37.15	40.62	35.85

Table 5 Error percentages of the torque coefficient (K_q) at different cavitation numbers (σ) and advance ratios (J) using linear turbulence models

Cases	Cavitation numbers (σ)	Advance ratios (J)	$\text{Error percentage} = \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{ \text{experimental data} - \text{computational data} }{\text{experimental data}} \times 100\% \right)}{N}$										
			N										
			A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	2	0.5	15.34	15.88	16.15	14.86	15.25	15.84	12.75	12.95	13.41	8.61	8.09
2	2	0.6	28.81	27.57	29.34	26.83	25.81	25.75	23.31	29.93	29.51	25.04	24.58
3	2	0.7	37.31	37.19	36.79	38.73	37.51	38.42	38.18	39.14	38.66	36.69	34.08
4	3	0.5	8.37	20.74	3.01	21.09	20.84	20.63	21.05	20.79	20.85	21.73	20.72
5	3	0.6	34.76	34.71	34.52	35.11	34.81	34.91	37.85	32.43	36.57	34.16	32.39
6	3.5	0.7	36.61	37.79	35.15	36.12	38.42	39.96	37.57	35.21	36.19	35.85	33.26
7	5	0.5	31.75	32.66	35.54	30.85	30.69	38.38	29.81	29.67	30.58	31.05	29.62
8	5	0.6	32.78	37.11	32.78	33.52	39.37	33.73	33.09	39.35	30.88	32.53	39.23
9	5	0.7	37.76	38.99	35.33	36.26	35.23	36.91	38.08	37.89	36.74	34.91	33.22

A=standard $k-\epsilon$: standard wall function
B=standard $k-\epsilon$: nonequilibrium wall function
C=standard $k-\epsilon$: enhanced wall treatment
D=RNG $k-\epsilon$: standard wall function
E=RNG $k-\epsilon$: nonequilibrium wall function
F=RNG $k-\epsilon$: enhanced wall treatment
G=realizable $k-\epsilon$: standard wall function
H=realizable $k-\epsilon$: nonequilibrium wall function
I=realizable $k-\epsilon$: enhanced wall treatment
J=standard $k-\omega$
K=SST $k-\omega$

Table 6 Error percentages of the thrust coefficient (K_t) at different cavitation numbers (σ) and advance ratios (J) using the modified nonlinear turbulence model

Cases	Cavitation numbers (σ)	Advance ratios (J)	$\text{Error percentage} = \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{ \text{experimental data} - \text{computational data} }{\text{experimental data}} \times 100\% \right)}{N}$			
			N			
			SST $k-\omega$	RSM	Nonlinear of Craft et al.	Modified nonlinear
1	2	0.5	5.95	0.06	0.97	0.86
2	2	0.6	24.21	24.75	7.02	1.86
3	2	0.7	34.31	34.13	20.8	20.17
4	3	0.5	16.97	17.28	7.33	7.33
5	3	0.6	27.79	29.49	15.64	15.15
6	3.5	0.7	35.85	35.65	29.48	28.47
7	5	0.5	29.21	29.23	28.58	26.81
8	5	0.6	34.02	37.61	27.02	26.18
9	5	0.7	35.85	34.31	29.31	28.31

Table 7 Error percentages of the torque coefficient (K_q) at different cavitation numbers (σ) and advance ratios (J) using the modified nonlinear turbulence model

Cases	Cavitation numbers (σ)	Advance ratios (J)	$\text{Error percentage} = \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{ \text{experimental data} - \text{computational data} }{\text{experimental data}} \times 100\% \right)}{N}$			
			N			
			SST $k-\omega$	RSM	Nonlinear of Craft et al.	Modified nonlinear
1	2	0.5	8.09	9.46	8.6	8.6
2	2	0.6	24.58	25.47	15.04	9.81
3	2	0.7	34.08	34.61	26.77	22.41
4	3	0.5	20.72	21.49	3.57	3.57
5	3	0.6	32.39	32.84	26.05	20.43
6	3.5	0.7	33.26	33.55	27.82	25.76
7	5	0.5	29.62	30.02	26.03	19.69
8	5	0.6	39.23	39.46	31.44	25.82
9	5	0.7	33.22	33.39	27.91	25.66

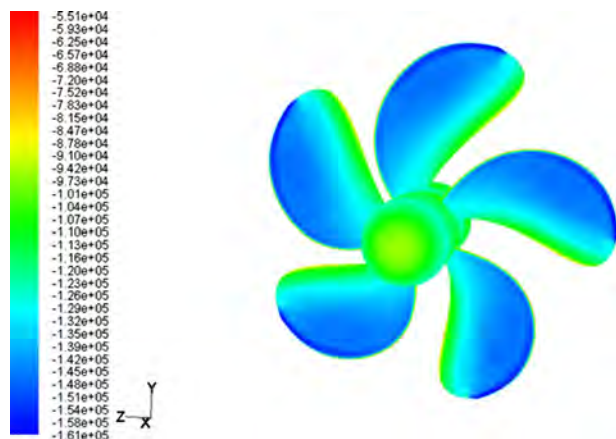


Fig. 8 Pressure coefficient contour at $\sigma=3$ and $J=0.5$

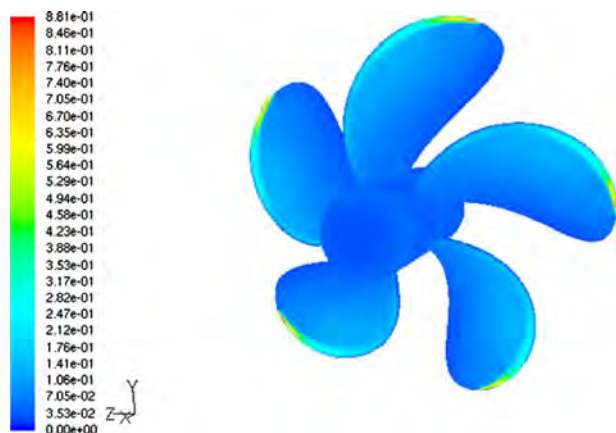


Fig. 9 Vapor volume fraction contour at $\sigma=3$ and $J=0.5$

cient at $\sigma=3$ and $J=0.5$ is shown in Fig. 8. It is clearly seen that the cavitation occurs in the tip area where the pressure is very low. The contour of the vapor volume fraction at $\sigma=3$ and $J=0.5$ is shown in Fig. 9. The area of the high vapor volume fraction closely matches the low pressure area in Fig. 8. The computed isosurfaces of vapor volume fraction on the tip blade and the observed cavity shape from the experiment are compared in Fig. 10 at $\sigma=3$ and $J=0.5$ and at $\sigma=3.5$ and $J=0.7$. It is observed that the cavity shapes on the blade are also in good agreement with the experiment.

5 Conclusions

The performance of various linear turbulence models, the RSM, the nonlinear turbulence model of Craft et al., and the modified nonlinear turbulence model in predicting the combined effects of turbulence, cavitation, and multiphase phenomena occurring on the marine propeller at various cavitation numbers and advance ratios is assessed in detail. It is found that the results predicted by the $k-\omega$ SST turbulence model are the closest to the experimental data compared with the other linear models. However, the nonlinear turbulence models show the much higher accurate prediction than the linear models. Furthermore, the nonlinear turbulence models can predict the considered flow closest to the experimental data than the more complicated RSM. It can be concluded that the nonlinear turbulence models are the most suitable turbulence models for the cavitation prediction of a marine propeller.

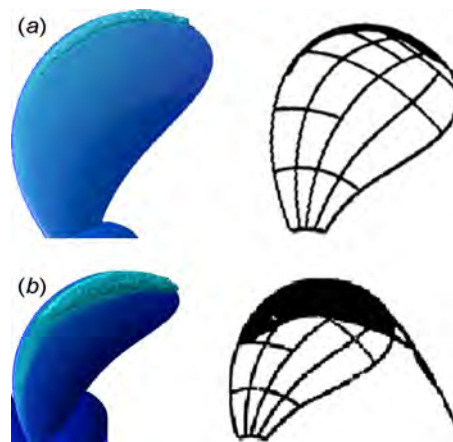


Fig. 10 (a) Comparison of the cavity shape on the propeller between the computation and the experiment at $\sigma=3$ and $J=0.5$: computation (left-hand); sketch from the experiment (right-hand). (b) Comparison of the cavity shape on the propeller between the computation and the experiment at $\sigma=3.5$ and $J=0.7$: computation (left-hand); sketch from the experiment (right-hand).

Acknowledgment

This research work is supported by the Kasetsart University Research and Development Institute (KURDI), the Commission on Higher Education, and the Thailand Research Fund (TRF). This work is performed on the WATA high performance computing cluster of Faculty of Engineering at Kasetsart University and also on the cluster at the Thai National Grid Center. These computing resources are greatly appreciated.

References

- [1] Kinnas, S. A., and Fine, N. E., 1993, "A Numerical Nonlinear Analysis of the Flow Around Two- and Three-Dimensional Partially Cavitating Hydrofoils," *J. Fluid Mech.*, **254**, pp. 151–181.
- [2] Deshpande, M., Feng, J., and Merkle, C. L., 1994, "Cavity Flow Predictions Based on the Euler Equations," *ASME J. Fluids Eng.*, **116**(1), pp. 36–44.
- [3] Kinnas, S. A., Choi, J. K., Lee, H., Young, Y. L., Gu, H., Kakar, K., and Natarajan, S., 2002, "Prediction of Cavitation Performance of Single or Multi-Component Propulsors and Their Interaction With the Hull," *Soc. Nav. Archit. Mar. Eng., Trans.*, **110**, pp. 215–244.
- [4] Singhal, A. K., Athavale, M. M., Li, H. Y., and Jiang, Y., 2002, "Mathematical Basis and Validation of the Full Cavitation Model," *ASME J. Fluids Eng.*, **124**(3), pp. 617–624.
- [5] Rhee, S. H., Kawamura, T., and Li, H., 2005, "Propeller Cavitation Study Using an Unstructured Grid Based Navier-Stokes Solver," *ASME J. Fluids Eng.*, **127**(5), pp. 986–994.
- [6] Lifante, C., and Frank, T., 2008, "Investigation of Pressure Fluctuations Caused by Turbulent and Cavitating Flow Around a P1356 Ship Propeller," *NAFEMS Seminar: Simulation komplexer Strömungsvorgänge (CFD)*.
- [7] Nisizima, S., and Yoshizawa, A., 1987, "Turbulent Channel and Couette Flows Using an Anisotropic k -Epsilon Model," *AIAA J.*, **25**, pp. 414–420.
- [8] Speziale, C. G., 1987, "On Nonlinear $k-l$ and $k-\epsilon$ Models of Turbulence," *J. Fluid Mech.*, **178**, pp. 459–475.
- [9] Myong, H. K., and Kasagi, N., 1990, "Prediction of Anisotropy of the Near-Wall Turbulence With an Anisotropic Low-Reynolds-Number $k-\epsilon$ Turbulence Model," *ASME J. Fluids Eng.*, **112**, pp. 521–524.
- [10] Rubinstein, R., and Barton, J. M., 1990, "Nonlinear Reynolds Stress Models and the Renormalization Group," *Phys. Fluids A*, **2**, pp. 1472–1476.
- [11] Shih, T. H., Zhu, J., and Lumley, J. L., 1993, "A Realizable Reynolds Stress Algebraic Equation Model," NASA, Technical Memorandum No. 105993.
- [12] Lien, F. S., Chen, W. L., and Leschziner, M. A., 1996, "Low-Reynolds-Number Eddy-Viscosity Modeling Based on Non-Linear Stress-Strain Vorticity Relations," *Engineering Turbulence Modeling and Experiments*, Vol. 3, Elsevier Science Publishers, pp. 91–100.
- [13] Craft, T. J., Launder, B. E., and Suga, K., 1996, "Development and Application of a Cubic Eddy-Viscosity Model of Turbulence," *Int. J. Heat Fluid Flow*, **17**, pp. 108–115.
- [14] Apsley, D. D., and Leschziner, M. A., 1998, "A New Low-Reynolds-Number Nonlinear Two-Equation Turbulence Model for Complex Flows," *Int. J. Heat Fluid Flow*, **19**, pp. 209–222.
- [15] Abe, K., Jang, Y. J., and Leschziner, M. A., 2003, "An Investigation of Wall-Anisotropy Expression and Length-Scale Equations for Non-Linear Eddy-

- Viscosity Models," *Int. J. Heat Fluid Flow*, **24**, pp. 181–198.
- [16] Juntasaro, V., Buranarote, J., Gururatana, S., and Juntasaro, E., 2005, "A New Reynolds-Stress Expression Based on DNS Data in Non-Linear Eddy-Viscosity Turbulence Model for Complex Flows," *Fourth International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena (TSFP 4)*, VA, Jun. 27–29.
- [17] Juntasaro, V., Dechaumphai, P., and Marquis, A. J., 2005, "Evaluation of the Damping Functions in Low-Reynolds-Number Non-Linear q - ζ Turbulence Model," *Int. J. Comput. Fluid Dyn.*, **19**, pp. 225–234.
- [18] Tongkratoke, A., Chinnarasri, C., Pornprommin, A., Dechaumphai, P., and Juntasaro, V., 2009, "Non-Linear Turbulence Models for Multiphase Recirculating Free-Surface Flow Over Stepped Spillways," *Int. J. Comput. Fluid Dyn.*, **23**(5), pp. 401–409.
- [19] Boswell, R. J., 1971, "Design Cavitation Performance and Open Water Performance of a Series of Research Skewed Propeller," *NSRDC, Report No. 3339*.
- [20] Boussinesq, J., 1877, "Theory de L'eco Reynolds Stresses Ulment Tourbillant, Memoires Presentes Par Divers Savants Sciences Mathematique at Physiques," pp. 46–50.
- [21] Choudhury, D., 1993, "Introduction to the Renormalization Group Method and Turbulence Modeling," *Fluent Inc., Technical Memorandum No. TM-107*.
- [22] Shih, T. H., Liou, W. W., Shabbir, A., Yang, Z., and Zhu, J., 1995, "A New k - ϵ Eddy Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows," *Comput. Fluids*, **24**, pp. 227–238.
- [23] Launder, B. E., and Spalding, D. B., 1974, "The Numerical Computation of Turbulent Flows," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, **3**, pp. 269–289.
- [24] Kim, S. E., and Choudhury, D., 1995, "A Near-Wall Treatment Using Wall Functions Sensitized to Pressure Gradient," *ASME FED 217*, ASME.
- [25] Kader, B., 1993, "Temperature and Concentration Profiles in Fully Turbulent Boundary Layers," *Int. J. Heat Mass Transfer*, **24**, pp. 1541–1544.
- [26] Wilcox, D. C., 1998, *Turbulence Modeling for CFD*, DCW Industries, La Canada, CA.
- [27] Menter, F. R., 1994, "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications," *AIAA J.*, **32**, pp. 1598–1605.
- [28] Launder, B. E., 1989, "Second-Moment Closure and Its Use in Modeling Turbulent Industrial Flows," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, **9**, pp. 963–985.
- [29] Launder, B. E., and Sharma, B. I., 1974, "Application of the Energy-Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow Near a Spinning Disc," *Lett. Heat Mass Transfer*, **1**, pp. 131–137.

Numerical Prediction of Gas Turbine Blade Cooling

A. Srimungkala

Department of Mechanical Engineering
Faculty of Engineering Kasetsart University,
Thailand 10900
Email: anat_sri@hotmail.com

V. Juntasaro

Department of Mechanical Engineering
Faculty of Engineering Kasetsart University,
Thailand 10900
Email: fengvrj@ku.ac.th

A practical simulation of gas turbine blade cooling is crucial for an efficient design and a lifetime of the turbine blade. Because the characteristics of gas flow in the turbine blade cooling are complicated due to many combined effects and difficult to predict, there is no turbulence model at present can predict these combined effects effectively. Hence, a cubic turbulence model is modified and implemented as a user-defined function in the computational fluid dynamics software ANSYS FLUENT to predict turbine blade cooling in this study. It is found that the modified cubic model can predict flow field more accurately than the existing Reynolds-averaged Navier-Stokes turbulence models.

1 Introduction

Gas turbines have played an increasingly important role in the global industry. While these engines are mostly used for aircraft propulsion and land-based power generation, they are also employed in marine propulsion and a variety of other industrial applications. According to continuously increasing demand for energy, in the form of power or thrust, engineers have to develop engines to achieve such demand. Although power output can be increased by raising the temperature of the gases entering the turbine, the gas temperature must be raised with caution, because the temperature of the hot mainstream gas is limited by some turbine components, which are the turbine blades and vanes, and, the extremely hot gases generate excessive thermal stress. This can result in premature failure of the blade or vane, which is harmful to the overall operation of the engine.

Various cooling techniques have been applied to the design of an engine in order to increase the lifetime of turbine components. Air, which has not passed through the combustor, is extracted from the compressor and injected into the blades and vanes of the turbine. While this coolant air is passing through internal components, it removes heat from the blade before being expelled out via discrete holes, so called film cooling holes. This relatively cool air then forms a protective film on the surface of the blade, which helps protect the blade from the hot mainstream gas. The coolant air conventionally flows through a series of channels, which connect to U-channel and decorated with ribs in order to boost heat transfer. Bending channels affect physics of the flow; while the turbulators (ribs) further the effects as they generate complex flow fields, e.g. flow separation, reattachment, and secondary flow, which yield high levels of turbulence leading to high heat transfer coefficients. The rotation of cooling passages of the turbine blade provides complication to the analysis. It contributes to the increase of Coriolis and buoyancy forces that can significantly allow more local heat transfer inside the coolant passages than those of non-rotating channels.

In 2004, Han [1] simulated gas turbine blade cooling using the Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) $k-\varepsilon$ turbulence model. Then, Silieti et al. [2] simulated the film cooling effectiveness using the realizable $k-\varepsilon$ model, the SST $k-\omega$ model, and the v^2-f turbulence model. These studies demonstrate that the accuracy of the flow

simulation using computational fluid dynamics (CFD) depends on turbulence model. However, Han and Silieti et al do not yield satisfactory outcomes for gas turbine blade cooling because the realizable $k-\varepsilon$ model, the SST $k-\omega$ model, and the v^2-f turbulence model in their simulations are based on the linear Reynolds-stress expression.

In the present work, the linear $k-\varepsilon$ turbulence model in the CFD software ANSYS FLUENT is therefore modified by replacing the linear Reynolds-stress term with the cubic Reynolds-stress term. In this study, constants in the cubic model of Craft et al. [3] will be optimized according to the experimental data and DNS data using the MATLAB program. Finally, the performances of the linear realizable $k-\varepsilon$ turbulence model [4] with enhanced wall treatment [5], the cubic model of Craft et al. [3], and the present cubic model will be analyzed for the gas turbine blade cooling prediction.

2 Cubic Turbulence Model

The Reynolds-stress expression in the cubic model of Craft et al. [3] is written as

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = -ka_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (1)$$

where δ_{ij} is the Kronecker delta ($\delta_{ij} = 1$ if $i = j$ and $\delta_{ij} = 0$ if $i \neq j$)

and a_{ij} (Reynolds stress anisotropy tensor) is written as

$$\begin{aligned} a_{ij} = & -\frac{\mu_t}{k} S_{ij} \\ & + C_1 \frac{\mu_t}{\varepsilon} \left(\delta_{ik} S_{jk} - \frac{1}{3} S_{kl} S_{kl} \delta_{ij} \right) \\ & + C_2 \frac{\mu_t}{\varepsilon} \left(+ \Omega_{ik} S_{jk} - \Omega_{jk} S_{ik} \right) \\ & + C_3 \frac{\mu_t}{\varepsilon} \left(- \Omega_{ik} \Omega_{jk} - \frac{1}{3} \delta_{kl} \delta_{kl} \delta_{ij} \right) \\ & + C_4 \frac{\mu_t k}{\varepsilon^2} \left(\Omega_{kl} S_{ij} - S_{kj} \Omega_{li} \right) \\ & + C_5 \frac{\mu_t k}{\varepsilon^2} \left(+ S_{il} \Omega_{lm} \Omega_{mj} - S_{il} \Omega_{lm} S_{mj} - \frac{2}{3} \delta_{lm} \delta_{mn} \delta_{nl} \delta_{ij} \right) \\ & + C_6 \frac{\mu_t k}{\varepsilon^2} S_{ij} \Omega_{kl} \Omega_{kl} + C_7 \frac{\mu_t k}{\varepsilon^2} S_{ij} S_{kl} S_{kl} \end{aligned} \quad (2)$$

where the eddy viscosity (μ_t), the turbulent kinetic energy (k) and its rate of dissipation (ε) are written as

$$\mu_t = \rho C_f \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - \rho \varepsilon + E_1 + E_2 \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + f_1 C_\varepsilon - G_\varepsilon - f_2 C_\varepsilon \frac{\varepsilon^2}{\rho k} + E_3 + E_4 \quad (5)$$

$$G_k = \rho \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (6)$$

where G_k is production term of turbulent kinetic energy, ($C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, C_\varepsilon$) are model constants, ($f_{\varepsilon 1}, f_{\varepsilon 2}$) are damping functions, and (E_1, E_2) are extra terms. The C_μ and the damping function (f_μ) of Craft et al. [3] are written as

$$C_\mu = \frac{0.3}{1 + 0.35 (\max(\tilde{Q}, \tilde{\omega}))^{1.5}} \times \left(1 - \exp \left(\frac{-0.36}{\exp(-0.75 \max(\tilde{Q}, \tilde{\omega}))} \right) \right) \quad (7)$$

$$f_\mu = 1 - \exp \left[- \left(Re_t / 90 \right)^{1/2} - \left(Re_t / 400 \right)^2 \right] \quad (8)$$

where Re_t is turbulent Reynolds number

$$Re_t = \frac{\rho k^2}{\mu \varepsilon} \quad (9)$$

$$\tilde{S} = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{1 / 2 S_{ij} S_{ij}} \quad (10)$$

$$\tilde{\omega} = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{1 / 2 \Omega_{ij} \Omega_{ij}} \quad (11)$$

$$S_{ij} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (12)$$

$$\Omega_{ij} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \varepsilon_{ijk} \Omega_k \quad (13)$$

The original model constants of Craft et al. and the modified model constants used in this study are listed in Table 2. The modified

constants are optimized using the MATLAB program according to the experimental data and DNS data.

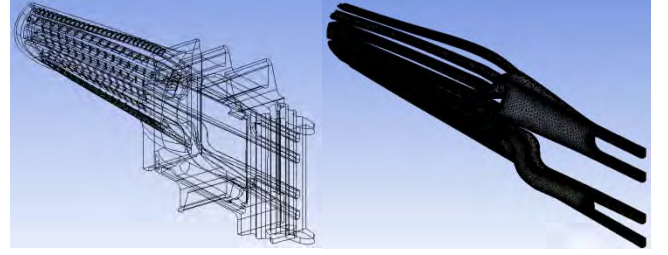


Fig. 1 Grid divisions for the gas turbine blade cooling

3 Numerical Method

In this study, the computational fluid dynamics (CFD) software ANSYS FLUENT is employed. The calculation domain is divided into discrete control volumes using the unstructured grid, which possesses high flexibility to fit the complex geometry of the gas turbine blade cooling. The grid-independent simulation is implemented for all cases. Fig. 1 illustrates the surface mesh for the gas turbine blade cooling to demonstrate the fineness of the grid. The cubic model of Craft et al. and the present cubic model are implemented separately in the ANSYS FLUENT using the user-defined function (UDF).

The performance of parallel process is specified by the parallel relative speed-up S_p , expressed as $S_p = t_1 / t_p$, where t_p is the time required to solve the problem using p processors and t_1 is the time required to solve the problem using a single processor. The parallel relative speed-up is approximately 20 times for 64 processors.

4 Problem Descriptions

4.1 Fully-developed turbulent flow through a straight square duct. The predicted results are compared with the DNS data of Gavrilakis [6] at Reynolds number of 4410 based on the bulk velocity and the hydraulic diameter with the rotating number of zero. In case of the fully-developed turbulent flow through a rotating square duct, the results are compared with the DNS data of Martensson et al. [7] at Reynolds number of 4400 based on the bulk velocity and the hydraulic diameter with the rotating numbers of 0.055 and 0.11. Fig. 2 illustrates the duct along with the three reference axes. The x -axis designates the streamwise direction. The cross-stream direction is parallel to the y -axis, while the spanwise direction is parallel to the z -axis.

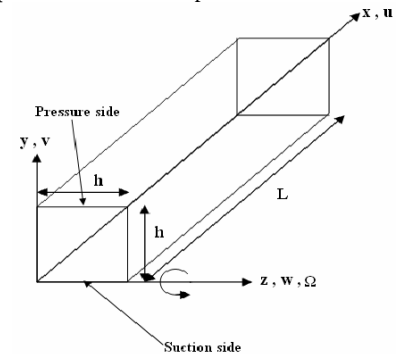


Fig. 2 Geometry and coordinate system of the fully-developed turbulent flow through a straight square duct

4.2 Turbulent flow and heat transfer in a rectangular channel with turbulator. The results are compared with the experimental data of Acharya et al. [8] at Reynolds number of 14000 based on the bulk velocity and the hydraulic diameter. Fig. 3 illustrates

the geometry of turbulent flow and heat transfer in a rectangular channel with turbulator. The rib turbulator has width (w) and height (h) equal to 6.35 mm and 6.35 mm , respectively. The distances between inlet-to-rib turbulator and rib turbulator-to-outlet are $15h$ and $30h$, respectively, with uniform heat flux equal to 280 W/m^2 and the height of the rectangular channel (H) equal to 61 mm .

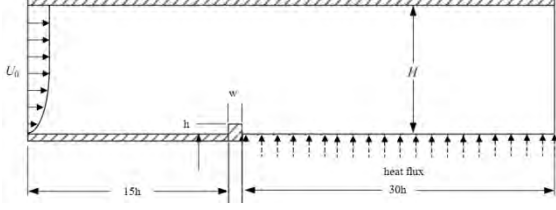


Fig. 3 Geometry of turbulent flow and heat transfer in a rectangular channel with turbulator

4.3 Turbulent flow through stationary and rotating two-pass rectangular channels. The results are compared with the experimental data of Iacovides et al. [9], where the upstream and downstream bend lengths are assumed to be $1.5D$ and $6D$, respectively. Fig. 4 illustrates the geometrical dimension of a two-pass rectangular channel. The Reynolds number is 100000 based on the width of the duct and streamwise bulk velocity. Two rotational cases are investigated in this study. One is for a positive rotation, where the rotation axis is the same as the curvature axis, and the other is for a negative rotation, where the rotation axis is opposite to the curvature axis. Note that the rotational axis is $4.5D$ away from the bend axis. The rotation numbers ($Ro = \Omega * D / U_b$) are 0.2 in the positive rotational case and 0.2 in the negative rotational case, where Ω represents the physical rotational speed of U-duct. The outer wall will be the suction side in the positive rotational case and the pressure side in the negative rotational case. Thus, Coriolis and centrifugal forces reinforce each other in the positive rotational case, and oppose each other in the negative rotational case. Non-slip boundary conditions are applied for inner, outer, and lateral walls.

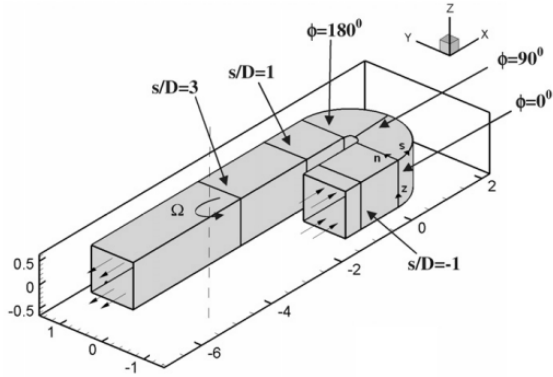


Fig. 4 Geometrical dimension of a two-pass rectangular channel

4.4 Film cooling. The results are compared with the experimental data of Gritsch and Schulz [10]. The computational domain includes the coolant supply channel (plenum), the fan-shaped cooling hole, and the main channel (cross hotflow). Fig. 5 illustrates the geometrical dimension of computational domain of film cooling and Fig. 6 illustrates the schematic diagram of film cooling. The cross flow test section is 90 mm in width and 41 mm in height, and plenum cross-section is 60 mm in width and 20 mm in height. The diameter of the

film cooling hole is 10 mm with an injection angle of 30° . The metering section is $2D$ long, while the lateral expansion is 14° resulting in a hole diameter of 30 mm at the hole exit, and the exit-to-entry area ratio is 3.0 (areas perpendicular to hole axis). The exit plane for the cross flow is located along the downstream of the cooling hole at x/D equal to 30 . The boundary conditions are chosen as close as possible to match the experimental case of Gritsch and Schulz. Total pressure and total temperature are imposed at the channel inlets, and static pressure is imposed at the outlet. The total temperature is 540 K at the primary channel (cross flow) inlet and 290 K at the secondary channel (plenum) inlet. Thus, the coolant-to-main flow temperature ratio is 0.54 , which can be assumed as a good representative for typical gas turbine applications. To achieve a blowing ratio of 1.0 , the total pressure in the plenum is set at 109750 Pa , the total pressure at the main flow inlet is 100400 Pa , and the static pressure at the outlet is 68000 Pa .

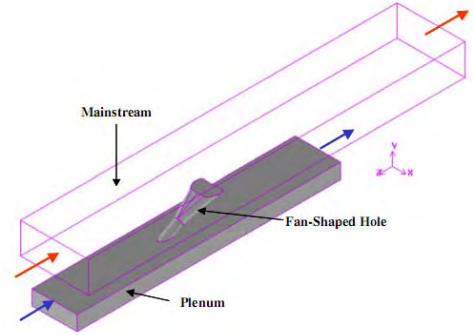


Fig. 5 Computational domain of film cooling

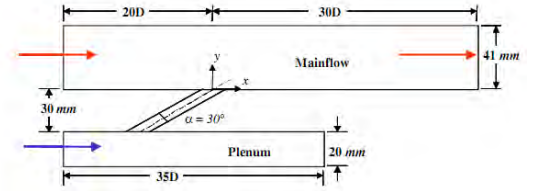


Fig. 6 Schematic diagram of film cooling

4.5 Gas turbine blade cooling.

The results are compared with the summary report of F-class combustion turbine life management (general electric 9FA+e 1st stage bucket) [11]. Fig. 7 shows the internal passage inside the blade that can be described as follow: cooling air is supplied via four inlets through the root, which separate the passage into three independent channels inside the blade. Firstly, the leading edge channel 1 is a one-pass straight channel, which is designed to cool the leading edge. Secondly, another channel 2 is a three-pass serpentine channel, which cools the region between the leading edge and the mid-chord. The first two cooling channels become fully separated after the flow passes through the shank. Thirdly, the channel 3 on the trailing side of the blade is also a three-pass serpentine channel, which cools the region between the mid-chord and trailing edge. For the trailing edge side of the channel 3, the air is branched out along the trailing edge of gas passage through bleeding holes (channel 4 BH). These bleeding holes are essential for the cooling of the trailing edge.

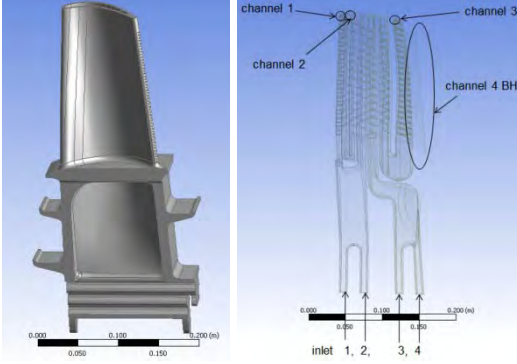


Fig. 7 Geometrical dimension of gas turbine blade cooling

5. Results

The results are predicted by the linear realizable $k-\varepsilon$ turbulence model [4] with enhanced wall treatment [5], the cubic model of Craft et al. [3], and the present cubic model for all cases.

5.1 Fully-developed turbulent flow through a straight square duct. Figs. 8 to 10 present the streamwise velocity profile for a straight square duct and a rotating square duct. The cubic models clearly better predict the velocity profile than the linear model especially in the case of a rotating square duct.

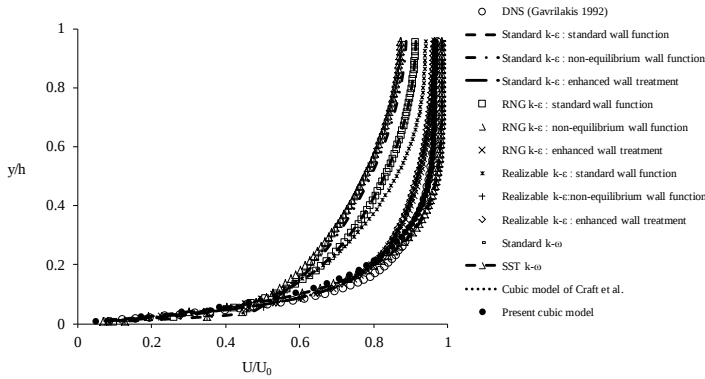


Fig. 8 Dimensionless mean streamwise velocity profiles at $y/h=0.5$ for a straight square duct

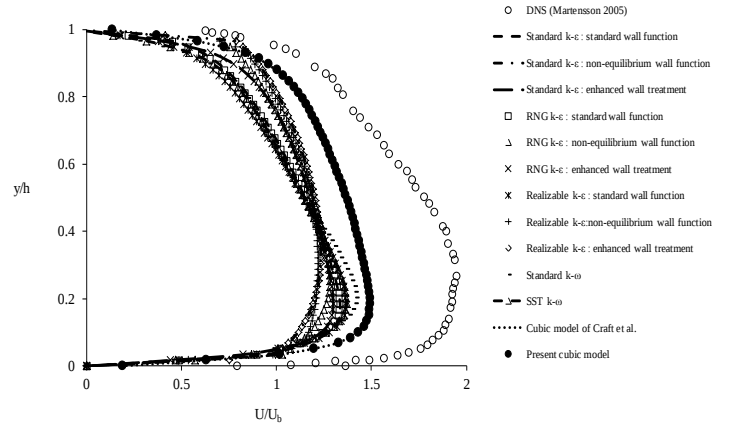


Fig. 9 Dimensionless mean streamwise velocity profiles at $z/h=0.5$ and $Ro=0.055$ for a rotating square duct

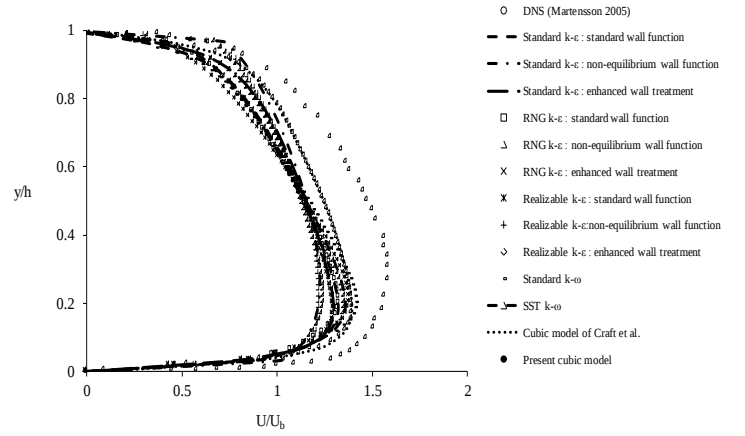


Fig. 10 Dimensionless mean streamwise velocity profiles at $z/h=0.5$ and $Ro=0.11$ for a rotating square duct

5.2 Turbulent flow and heat transfer in a rectangular channel with turbulator. Fig. 11 presents the fluid flow and heat transfer in a rectangular channel with turbulator. It can be seen that all models have comparable accuracy in this case.

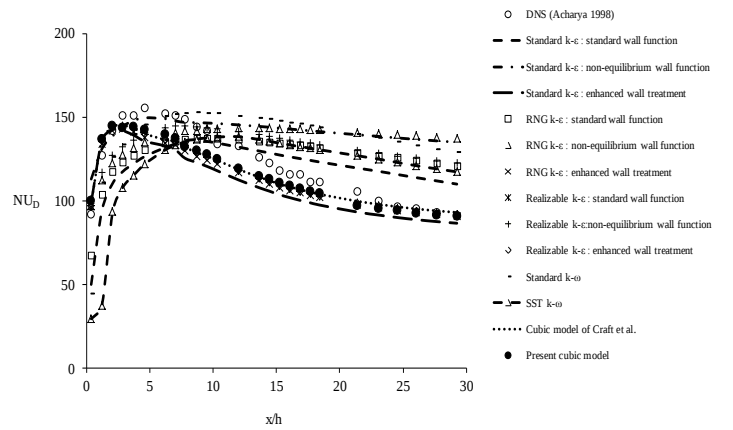


Fig. 11 Nusselt number in a rectangular channel with turbulator

5.3 Turbulent flow through stationary and rotating two-pass rectangular channels. Figs. 12 and 13 are used to show the fluid flow

Figure 1 is a plot of the velocity profile U/U_b versus the normalized distance n/d . The y-axis ranges from 0 to 2.0, and the x-axis ranges from 0 to 1.0. The plot shows experimental data (open circles) and various numerical models. The models include Standard $k-\epsilon$ with standard, non-equilibrium, and enhanced wall treatments; RNG $k-\epsilon$ with standard, non-equilibrium, and enhanced wall treatments; Realizable $k-\epsilon$ with standard, non-equilibrium, and enhanced wall treatments; SST $k-\omega$; Cubic model of Craft et al.; and the Present cubic model. The experimental data and the Present cubic model show the highest velocity values, while the Standard $k-\epsilon$ models show the lowest velocity values.

Legend:

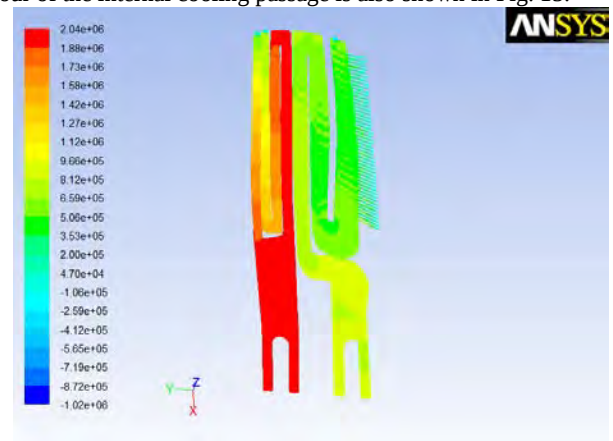
- Exp. (Iacovides 1996)
- Standard $k-\epsilon$; standard wall function
- · - Standard $k-\epsilon$; non-equilibrium wall function
- · — Standard $k-\epsilon$; enhanced wall treatment
- RNG $k-\epsilon$; standard wall function
- △ RNG $k-\epsilon$; non-equilibrium wall function
- × RNG $k-\epsilon$; enhanced wall treatment
- × Realizable $k-\epsilon$; standard wall function
- + Realizable $k-\epsilon$; non-equilibrium wall function
- ◇ Realizable $k-\epsilon$; enhanced wall treatment
- Standard $k-\omega$
- · — SST $k-\omega$
- Cubic model of Craft et al.
- Present cubic model

Figure 10 is a line graph showing the normalized velocity U/U_b on the y-axis (ranging from 0 to 2.4) versus the normalized distance n/d on the x-axis (ranging from 0 to 1). The graph compares experimental data (Exp. Iacovides 1996) with several turbulence models. The experimental data is represented by open circles. The models include: Standard k- ϵ with standard wall function (solid line), Standard k- ϵ with non-equilibrium wall function (dashed line), Standard k- ϵ with enhanced wall treatment (dash-dot line), RNG k- ϵ with standard wall function (open squares), RNG k- ϵ with non-equilibrium wall function (open triangles), RNG k- ϵ with enhanced wall treatment (crosses), Realizable k- ϵ with standard wall function (asterisks), Realizable k- ϵ with non-equilibrium wall function (open diamonds), Realizable k- ϵ with enhanced wall treatment (inverted triangles), Standard k- ω (plus signs), SST k- ω (solid line with open circles), Cubic model of Craft et al. (dotted line), and Present cubic model (filled circles). The velocity increases from about 0.5 at $n/d = 0$ to a peak of approximately 2.1 at $n/d \approx 0.9$, followed by a sharp drop to about 0.5 at $n/d = 1$.

5.4 Film cooling. The film cooling effectiveness of gas turbine is numerically studied by a variety of turbulence models. The centerline effectiveness of experimental data is used to compare with the numerical results. The cubic models show the better prediction in the region near the cooling hole as shown in Fig. 14

Figure 10 is a plot of the normalized velocity profile η versus the normalized distance x/d for a turbulent flow over a flat plate. The y-axis ranges from 0 to 1, and the x-axis ranges from 0 to 10. The plot compares experimental data (Exp. Gritsch 1998) with various numerical models. The experimental data is shown as open circles. The numerical models include: Standard $k-\epsilon$ with standard wall function (solid line), Standard $k-\epsilon$ with non-equilibrium wall function (dashed line with dots), Standard $k-\epsilon$ with enhanced wall treatment (solid line with squares), RNG $k-\epsilon$ with standard wall function (open squares), RNG $k-\epsilon$ with non-equilibrium wall function (open triangles), RNG $k-\epsilon$ with enhanced wall treatment (crosses), Realizable $k-\epsilon$ with standard wall function (crosses), Realizable $k-\epsilon$ with non-equilibrium wall function (plus signs), Realizable $k-\epsilon$ with enhanced wall treatment (asterisks), SST $k-\omega$ (solid line with triangles), and a Cubic model of Craft et al. (dotted line). The present cubic model is shown as solid circles. The velocity profile decreases from $\eta \approx 0.9$ at $x/d = 0$ to $\eta \approx 0.5$ at $x/d = 10$.

The predicted and measured mass flow rate on the main outlets (channel 1, channel 2, channel 3, channel 4 BH) of the gas turbine blade cooling are compared in Table 3. It can be seen that the predicted mass flow rate using the present cubic turbulence model is in reasonable agreement with the experimental data. The pressure contour of the internal cooling passage is also shown in Fig. 15.



In overall, it can be seen for all cases that the results predicted by the cubic model of Craft et al. and the present cubic model show a much higher accurate prediction than those predicted by the linear realizable $k-\varepsilon$ turbulence model. Table 2 shows the error percentages of the realizable $k-\varepsilon$ turbulence model, the cubic model of Craft et al. and the present cubic model. The results predicted by the present cubic model show the error percentages lesser than the realizable $k-\varepsilon$ turbulence model and the cubic model of Craft et al. for all cases.

Type	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C _μ
								$\frac{0.3}{1+0.35\left(\max(\tilde{\mathcal{S}}, \tilde{\tau})\right)^{1.5}} \times$ $\left(1-\exp\left(\frac{-0.36}{\exp\left(-0.75\max(\tilde{\mathcal{S}}, \tilde{\tau})\right)}\right)\right)$

Cubic model of
Craft et al. [3]

$$-0.1 \quad 0.1 \quad 0.26 \quad -10C_{\mu}^2 \quad 0 \quad -5C_{\mu}^2 \quad 5C_{\mu}^2$$

Present cubic model

$$-0.1 \quad 0.18 \quad 0.22 \quad -10C_{\mu}^2 \quad 0 \quad -5C_{\mu}^2 \quad 5C_{\mu}^2$$

$$\frac{0.3}{1 + 0.35 \left(\max(\tilde{S}, \tilde{\omega}) \right)^{1.5}} \times \left(1 - \exp \left(\frac{-0.36}{\exp(-0.75 \max(\tilde{S}, \tilde{\omega}))} \right) \right)$$

Table 2 Error percentages of the predicted results using the linear model, the cubic model of Craft et al. [3], and the present cubic model

Case	Ro	Error percentage = $\left(\frac{ \text{experimental data} - \text{computational data} }{\text{experimental data}} \times 100 \% \right)$		
		Realizable $k-\varepsilon$: enhanced wall treatment	Cubic model of Craft et al.	Present cubic model
1.1	0	23.17	21.85	21.09
1.2	0.055	35.03	26.66	26.03
1.3	0.11	25.18	17.55	16.61
2	0	6.7	6.41	6.4
3.1	0	8.69	8.3	6.38
3.2	0.2	13.17	3.73	3.56
4	0	8.78	6.98	6.68

where

- 1.1 = Fully-developed turbulent flow through a straight square duct (Ro=0)
- 1.2 = Fully-developed turbulent flow through a rotating square duct (Ro=0.055)
- 1.3 = Fully-developed turbulent flow through a rotating square duct (Ro=0.11)
- 2 = Turbulent flow and heat transfer in a rectangular channel with turbulator
- 3.1 = Turbulent flow through a stationary two-pass rectangular channel (Ro=0)
- 3.2 = Turbulent flow through a rotating two-pass rectangular channel (Ro=0.2)
- 4 = Film cooling

Table 3 Mass flow rate and error percentage of the gas turbine blade cooling using the present cubic model

Location	Measurement [11] (kg/s)	Present cubic model (kg/s)	Error percentage
Channel 1	0.041	0.036	12.20
Channel 2	0.045	0.036	20.00

Channel 3	0.048	0.032	33.33
Channel 4 BH	0.089	0.068	23.60

5 Conclusions

The turbulence model performances are assessed in various test cases related to gas turbine blade cooling for the linear realizable $k-\varepsilon$ model with enhanced wall treatment, the cubic model of Craft et al., and the present cubic model. It is found that the results predicted by the cubic models yield more accurate predictions than those of the linear model. Furthermore, the present cubic model gives the closest prediction to the experimental and DNS data for all cases. It can be concluded that the present cubic model is the most suitable turbulence model for analyzing the gas turbine blade cooling.

Acknowledgment

This research work is supported by the Thailand Research Fund (TRF) and the Commission on Higher Education for the Scholar Associate Professor Varangrat Juntasaro. The financial support from the Kasetsart University of Research and Development Institute (KURDI) is also acknowledged. The simulations are performed on the WATA high performance computing cluster of Faculty of Engineering at Kasetsart University as well as on the cluster at the Thai National Grid Center. Accessibility to these computational resources is greatly appreciated.

References

- [1] Han, J. C., 2004, "Recent Studies in Turbine Blade Cooling," *International Journal of Rotating Machinery*, **10**(6), pp. 443–457.
- [2] Silieti, M., Kassab, A. J., and Divo, E., 2009, "Film Cooling Effectiveness: Comparison of Adiabatic and Conjugate Heat Transfer CFD Models," *International Journal of Thermal Sciences*, **48**, pp. 2237–2248.
- [3] Craft, T. J., Launder, B. E., and Suga, K., 1996, "Development and Application of a Cubic Eddy-Viscosity Model of Turbulence," *Int. J. Heat Fluid Flow*, **17**, pp. 108–115.
- [4] Shih, T. H., Liou, W. W., Shabbir, A., Yang, Z., and Zhu, J., 1995, "A New $k-\varepsilon$ Eddy Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows," *Comput. Fluids*, **24**, pp. 227–238.
- [5] Kader, B., 1993, "Temperature and Concentration Profiles in Fully Turbulent Boundary Layers," *Int. J. Heat Mass Transfer*, **24**, pp. 1541–1544.
- [6] Gavrilakis, S., 1992, "Numerical Simulation of Low-Reynolds Number Turbulent Flow through a Straight Square Duct," *Journal of Fluid Mechanics*, **244**, pp. 101–129.
- [7] Martensson, G. E., Brethouwer, G., and Johansson, A. V., 2005, "Direct Numerical Simulation of Rotating Turbulent Duct Flow," *Proc. 4th International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena (TSFP 4)*, Virginia.
- [8] Acharya, S., Dutta, S., and Myrum, T. A., 1998, "Heat Transfer in Turbulent Flow past a Surface-Mounted Two-Dimensional Rib," *ASME Journal of Heat Transfer*, **120**, pp. 724–734.
- [9] Iacovides, H., Cheah, S.C., Jackson, D.C., Ji, H., and Launder, B. E., 1996, "LDA Investigation of the Flow Development through Rotating U-Ducts," *ASME Journal Turbomach.*, **118**(3), pp. 590–596.
- [10] Gritsch, M. A., and Schulz, S., 1998, "Adiabatic Wall Effectiveness Measurements of Film Cooling Holes with Expanded Exits," *ASME Journal Turbomach.*, **120**, pp. 549–556.

- [11] F Class Combustion Turbine Life Management: GE Frame 9FA+e Gas Turbine, EPRI, Palo Alto, 2005. TR-.

Turbulence Modeling via Rivlin-Ericksen Viscoelastic Model

Journal:	<i>Journal of Fluid Mechanics</i>
Manuscript ID:	Draft
mss type:	Standard
Date Submitted by the Author:	n/a
Complete List of Authors:	Juntasaro, Varangrat; Kasetsart University, Mechanical Engineering Juntasaro, Ekachai; King Mongkut University of Technology North Bangkok, Department of Mechanical and Process Engineering
Keyword:	Turbulence modelling < Turbulent Flows

Turbulence Modeling via Rivlin-Ericksen Viscoelastic Model

Juntasaro, V.¹ and Juntasaro, E.^{2*}

¹*Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Kasetsart University, Bangkok, Bangkok 10900, Thailand*

²*Mechanical Engineering Simulation and Design, Department of Mechanical and Process Engineering, The Sirindhorn International Thai-German Graduate School of Engineering (TGGS), King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangsue, Bangkok 10800, Thailand*

Abstract

The present work is motivated from the hypothesis of the analogy between the mean turbulent Newtonian flow and the laminar non-Newtonian flow suggested by Rivlin in 1957. The main objective of the current work is to apply the second-order Rivlin-Ericksen viscoelastic model, which was originally derived for the laminar non-Newtonian flow, to model the mean turbulent Newtonian flow. The mathematical form of the second-order Rivlin-Ericksen viscoelastic model is investigated using the direct numerical simulation (DNS) data. It is found that the modified Rivlin-Ericksen constitutive relation can accurately predict the Reynolds-shear-stress gradient and the mean velocity profiles of the fully-developed turbulent channel flow over a wide range of Reynolds numbers from 180 to 2000. Moreover, the proposed constitutive relation is a function of mean velocity gradient only and hence there is no need to solve any extra transport equation like other existing turbulence models. This leads to the conclusion that the modeling of the mean turbulent Newtonian flow via the second-order Rivlin-Ericksen viscoelastic model is promising.

Keywords: turbulence modeling, non-Newtonian model, viscoelastic model, Rivlin-Ericksen model, constitutive relation

Nomenclature

$\mathbf{A}_1$	= velocity gradient matrix
$\mathbf{A}_2$	= acceleration gradient matrix
$\mathbf{A}_n$	= (n-1) th acceleration gradient matrix
$\mathbf{C}$	= displacement gradient matrix
h	= half-height of the channel
i	= tensor index
$\mathbf{I}$	= unit matrix, $\mathbf{I} = \delta_{ij}$
j	= tensor index
k	= tensor index
p	= pressure
Re_τ	= Reynolds number based on u_τ and h ; $\text{Re}_\tau = u_\tau h / \nu$
t	= time
$\mathbf{T}$	= total viscous stress matrix
u	= mean streamwise velocity
u^+	= dimensionless mean streamwise velocity, u/u_τ
u_τ	= friction velocity; $u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho}$
$\overline{u'v'}$	= Reynolds shear stress
v_i, v_j, v_k	= velocities in tensor notation where i, j, k are tensor indices; $v_i, v_j, v_k = u, v, w$
$v_{i,j}$	= $\frac{\partial v_i}{\partial x_j}$ where i, j are tensor indices
y	= wall-normal distance
y^+	= wall normal distance expressed in wall units; $y^+ = y u_\tau / \nu$

α_n	= Rivlin-Ericksen model coefficients; $n = 1$ to 8
δ_{ij}	= Kronecker delta; $\delta_{ij} = 1$ if $i = j$ and $\delta_{ij} = 0$ if $i \neq j$
μ	= dynamic viscosity
ν	= kinematic viscosity
ρ	= density
τ_w	= wall shear stress

Introduction

Matter in the field of mechanics can be categorized by various parameters such as chemical content (e.g. H_2O , CH_4), intermolecular force between molecules (e.g. solid, liquid, gas), deformation behavior (e.g. solid, fluid), molecular structure (e.g. metal, ceramic, polymer, composite material), behavior of stress-strain relation (e.g. elasticity, plasticity, viscoelasticity), and flow pattern (e.g. laminar, turbulent). However, there is always commonness between each category. In this work, the behavior of the stress-strain relation is of interest. This is motivated from the hypothesis first proposed by Rivlin [27] suggesting that there are common characters between the mean turbulent Newtonian flow and the laminar viscoelastic flow. The shear stress is a nonlinear function of the strain rate in both viscoelastic flow and turbulent flow. This raises the question whether or not any particular viscoelastic model or constitutive equation can be applied to model turbulent flow.

There are some evidences reported by quite a few researchers showing the common physical features between the mean turbulent Newtonian flow and the laminar viscoelastic flow. The first common physical feature observed is the secondary flow in a straight square duct. Both mean turbulent flow and laminar viscoelastic flow show the existence of an eight-vortex secondary-flow structure in a square duct with the opposite directions as reported by

Schlichting [30] and Coleman et al. [2]. Another common physical feature is the viscoelastic behavior as suggested by Rivlin [27] using the analogy between the mean turbulent Newtonian flow and the laminar viscoelastic flow. The later works by Moffatt [17], Crow [6] and Lumley [16] also confirmed the viscoelastic behavior of turbulence.

Rivlin [27] published the pioneering work that used the information of the physical analogy between the mean turbulent Newtonian flow and the laminar viscoelastic flow to suggest that the Rivlin-Ericksen viscoelastic model [29] might be used to model turbulent flow. There has been no further work that evaluates this suggestion seriously. However, it can be observed that the mathematical form of the existing turbulence models has a similar form to the Rivlin-Ericksen viscoelastic model as discussed in Table 1. It should be noted from Table 1 that Speziale [32] and Huang [12] applied the material-frame-indifferent restriction in their turbulence models. The principle of the material frame indifference was proposed by Noll [19-21] in the context of continuum mechanics and was first applied to turbulence modeling by Speziale [32]. However, Speziale [33] stated later that it was not applicable to the vast majority of turbulent flows. In fact, the principle of the material frame indifference was proven earlier to give incorrect results sometimes such as the electromagnetic constitutive equations [28]. Consequently, turbulence models of Speziale [32] and Huang [12] that were developed using the material-frame-indifferent restriction could break down in many turbulent flows. Hence, the material frame indifference should not be used as the restriction to model turbulent flows because it is applicable to some types of turbulent flows only. Furthermore, it can be seen from Table 1 that none of the existing turbulence models has really adopted a complete form of the second-order Rivlin-Ericksen viscoelastic model with its own coefficients.

The main objective of the current work is therefore to adapt the complete form of the second-order Rivlin-Ericksen viscoelastic model with its own coefficient to model the mean

turbulent Newtonian flow. The complete form of the second-order Rivlin-Ericksen viscoelastic model with its own coefficients is investigated here for the first time using the direct numerical simulation (DNS) data of the fully developed turbulent channel flow over a wide range of Reynolds numbers from 180 to 2000.

General Rivlin-Ericksen Viscoelastic Model

The model of Rivlin and Ericksen [29] states, if we assume that material of the body is isotropic in its undeformed state, then the total viscous stress matrix $\mathbf{T}$ may be expressed as a matrix polynomial in the kinematic matrices $\mathbf{A}_1$ (velocity gradients), $\mathbf{A}_2$ (acceleration gradients), ..., and $\mathbf{A}_n$ ($(n-1)^{\text{th}}$ acceleration gradients). In other words, the components of stress at time t in an element of material depend only on the gradients of velocity, acceleration, second acceleration, and higher accelerations in that element at time t .

For incompressible flow, the total viscous stress in the functional form can be written according to Criminale et al. [5] as follows:

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + f(\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_n) \quad (1)$$

where

$$\mathbf{A}_1 = (A_1)_{ij} = v_{i,j} + v_{j,i} \quad (2)$$

$$\mathbf{A}_{M+1} = (A_{M+1})_{ij} = \frac{\partial (A_M)_{ij}}{\partial t} + (A_M)_{ij,k} v_k + (A_M)_{ik} v_{k,j} + (A_M)_{jk} v_{k,i} \quad (3)$$

with $M = 1, \dots, n-1$.

Second-Order Rivlin-Ericksen Viscoelastic Model

For steady viscometric flow, only the first two Rivlin-Ericksen matrices $\mathbf{A}_1$ and $\mathbf{A}_2$ are not zero [26]. The total viscous stress can be written according to Criminale et al. [5] as follows:

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + f(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2) \quad (4)$$

It was previously shown in Rivlin [25] that if $\mathbf{T}$ is expressible as a polynomial in only two of the kinematic matrices, then the Hamilton-Cayley theorem can be used to reduce the expression for $\mathbf{T}$ as a matrix polynomial of arbitrary form in these two kinematic matrices to one of closed form. For incompressible flow, the total viscous stress can be written according to Criminale et al. [5] as follows:

$$\begin{aligned} \mathbf{T} = & -p\mathbf{I} + \alpha_1\mathbf{A}_1 + \alpha_2\mathbf{A}_2 + \alpha_3\mathbf{A}_1^2 + \alpha_4\mathbf{A}_2^2 + \alpha_5(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1) + \alpha_6(\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1^2) \\ & + \alpha_7(\mathbf{A}_2^2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2) \end{aligned} \quad (5)$$

or, if expressed in tensor notation, Eq. (5) can be written as follows:

$$\begin{aligned} T_{ij} = & -p\delta_{ij} + \alpha_1(A_1)_{ij} \\ & + \alpha_2(A_2)_{ij} + \alpha_3(A_1)_{ik}(A_1)_{kj} \\ & + \alpha_4(A_2)_{ik}(A_2)_{kj} + \alpha_5[(A_1)_{ik}(A_2)_{kj} + (A_2)_{ik}(A_1)_{kj}] \\ & + \alpha_6[(A_1)_{ik}(A_1)_{kl}(A_2)_{lj} + (A_2)_{ik}(A_1)_{kl}(A_1)_{lj}] \\ & + \alpha_7[(A_2)_{ik}(A_2)_{kl}(A_1)_{lj} + (A_1)_{ik}(A_2)_{kl}(A_2)_{lj}] \end{aligned} \quad (6)$$

where α_1 to α_7 are model coefficients.

General Rivlin-Ericksen Constitutive Relation for Turbulent Flow

The equation of motion for steady incompressible laminar non-Newtonian flow is written as

$$\rho(v_j v_{i,j}) = T_{ij,j} + \rho g_i \quad (7)$$

Substituting T_{ij} from Eq. (6) into Eq. (7) yields

$$\begin{aligned} \rho(v_j v_{i,j}) = & (-p \delta_{ij})_{,j} + (\alpha_1 (A_1)_{ij})_{,j} \\ & + (\alpha_2 (A_2)_{ij})_{,j} + (\alpha_3 (A_1)_{ik} (A_1)_{kj})_{,j} \\ & + (\alpha_4 (A_2)_{ik} (A_2)_{kj})_{,j} + (\alpha_5 [(A_1)_{ik} (A_2)_{kj} + (A_2)_{ik} (A_1)_{kj}])_{,j} \\ & + (\alpha_6 [(A_1)_{ik} (A_1)_{kl} (A_2)_{lj} + (A_2)_{ik} (A_1)_{kl} (A_1)_{lj}])_{,j} \\ & + (\alpha_7 [(A_2)_{ik} (A_2)_{kl} (A_1)_{lj} + (A_1)_{ik} (A_2)_{kl} (A_2)_{lj}])_{,j} \\ & + \rho g_i \end{aligned} \quad (8)$$

Substituting $(A_1)_{ij}$ from Eq. (2) into Eq. (8) yields

$$\begin{aligned} \rho(v_j v_{i,j}) = & -p_{,i} + (\alpha_1 (v_{i,j} + v_{j,i}))_{,j} \\ & + (\alpha_2 (A_2)_{ij})_{,j} + (\alpha_3 (A_1)_{ik} (A_1)_{kj})_{,j} \\ & + (\alpha_4 (A_2)_{ik} (A_2)_{kj})_{,j} + (\alpha_5 [(A_1)_{ik} (A_2)_{kj} + (A_2)_{ik} (A_1)_{kj}])_{,j} \\ & + (\alpha_6 [(A_1)_{ik} (A_1)_{kl} (A_2)_{lj} + (A_2)_{ik} (A_1)_{kl} (A_1)_{lj}])_{,j} \\ & + (\alpha_7 [(A_2)_{ik} (A_2)_{kl} (A_1)_{lj} + (A_1)_{ik} (A_2)_{kl} (A_2)_{lj}])_{,j} \\ & + \rho g_i \end{aligned} \quad (9)$$

The Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) equation for steady incompressible mean turbulent Newtonian flow is written as

$$\rho(v_j v_{i,j}) = -p_{,i} + \left(\mu (v_{i,j} + v_{j,i}) \right)_{,j} + \left(-\rho \overline{v'_i v'_j} \right)_{,j} + \rho g_i \quad (10)$$

where $-\rho \overline{v'_i v'_j}$ is the Reynolds stresses which is unknown and needs modeling.

Comparing the RANS equation for mean turbulent Newtonian flow [Eq. (10)] with the equation of motion for laminar non-Newtonian flow [Eq. (9)] and specifying the model coefficient $\alpha_1 = \mu$, it is proposed here that the gradient of Reynolds stresses $\left(-\rho \overline{v'_i v'_j} \right)_{,j}$ in Eq. (10) can be modeled by the gradient of the non-Newtonian part of the second-order Rivlin-Ericksen viscoelastic model (the 3rd to the 8th terms on the right-hand side of Eq. (9)) as follows:

$$\begin{aligned} \left(-\rho \overline{v'_i v'_j} \right)_{,j} = & \left(\alpha_2 (A_2)_{ij} \right)_{,j} + \left(\alpha_3 (A_1)_{ik} (A_1)_{kj} \right)_{,j} \\ & + \left(\alpha_4 (A_2)_{ik} (A_2)_{kj} \right)_{,j} + \left(\alpha_5 \left[(A_1)_{ik} (A_2)_{kj} + (A_2)_{ik} (A_1)_{kj} \right] \right)_{,j} \\ & + \left(\alpha_6 \left[(A_1)_{ik} (A_1)_{kl} (A_2)_{lj} + (A_2)_{ik} (A_1)_{kl} (A_1)_{lj} \right] \right)_{,j} \\ & + \left(\alpha_7 \left[(A_2)_{ik} (A_2)_{kl} (A_1)_{lj} + (A_1)_{ik} (A_2)_{kl} (A_2)_{lj} \right] \right)_{,j} \end{aligned} \quad (11)$$

where the model coefficients are written as follows:

$$\alpha_2 = - \left(\frac{\beta_2 + \beta'_1}{\beta + \beta'} \right) \quad (12)$$

$$\alpha_3 = - \left(\frac{\beta_3 + \beta'_6}{\beta + \beta'} \right) \quad (13)$$

$$\alpha_4 = -\left(\frac{\beta_6 + \beta'_3}{\beta + \beta'}\right) \tag{14}$$

$$\alpha_5 = -\left(\frac{\beta_4 + \beta'_4}{\beta + \beta'}\right) \tag{15}$$

$$\alpha_6 = -\frac{\beta_5}{\beta + \beta'} \tag{16}$$

$$\alpha_7 = -\frac{\beta'_5}{\beta + \beta'} \tag{17}$$

where

$$\beta = K \det \mathbf{E} + K' \det \mathbf{E}' \tag{18}$$

$$\beta_i = -K \det \mathbf{E}_i - K' \det \mathbf{E}'_i \quad (i = 1, 2, 3, 4) \tag{19}$$

$$\beta_5 = -K \det \mathbf{E}_5 \tag{20}$$

$$\beta_6 = -K' \det \mathbf{E}'_5 \tag{21}$$

$$\beta_7 = -K \det \mathbf{E}_6 - K' \det \mathbf{E}'_6 \tag{22}$$

and

$$\beta' = L \det \mathbf{F} + L' \det \mathbf{F}' \quad (23)$$

$$\beta'_i = -L \det \mathbf{F}_i - L' \det \mathbf{F}'_i \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (24)$$

$$\beta'_5 = -L \det \mathbf{F}_5 \quad (25)$$

$$\beta'_6 = -L' \det \mathbf{F}'_5 \quad (26)$$

$$\beta'_7 = -L \det \mathbf{F}_6 - L' \det \mathbf{F}'_6 \quad (27)$$

where L , L' , K and K' are “arbitrary” constants, and $\mathbf{E}$ is defined as

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \text{tr} \mathbf{A}_1^2 & \text{tr} \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 & \text{tr} \mathbf{A}_1^3 & \text{tr} \mathbf{A}_1 (\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1) & \text{tr} \mathbf{A}_1 (\mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1^2) & \text{tr} \mathbf{A}_1 \\ \text{tr} \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 & \text{tr} \mathbf{A}_2^2 & \text{tr} \mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2 & \text{tr} \mathbf{A}_2 (\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1) & \text{tr} \mathbf{A}_2 (\mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1^2) & \text{tr} \mathbf{A}_2 \\ \text{tr} \mathbf{A}_1^3 & \text{tr} \mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2 & \text{tr} \mathbf{A}_1^4 & \text{tr} \mathbf{A}_1^2 (\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1) & \text{tr} \mathbf{A}_1^2 (\mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1^2) & \text{tr} \mathbf{A}_1^2 \\ \text{tr} \mathbf{A}_1 (\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1) & \text{tr} \mathbf{A}_2 (\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1) & \text{tr} \mathbf{A}_1^2 (\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1) & \text{tr} (\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1)^2 & \text{tr} (\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1) (\mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1^2) & 2 \text{tr} \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \\ \text{tr} \mathbf{A}_1 (\mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1^2) & \text{tr} \mathbf{A}_2 (\mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1^2) & \text{tr} \mathbf{A}_1^2 (\mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1^2) & \text{tr} (\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1) (\mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1^2) & \text{tr} (\mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1^2)^2 & 2 \text{tr} \mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2 \\ \text{tr} \mathbf{A}_1 & \text{tr} \mathbf{A}_2 & \text{tr} \mathbf{A}_1^2 & 2 \text{tr} \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 & 2 \text{tr} \mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2 & 3 \end{pmatrix} \quad (28)$$

Rearranging some components, $\mathbf{E}$ can be written as

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \text{tr} \mathbf{A}_1^2 & \text{tr} \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 & \text{tr} \mathbf{A}_1^3 & 2 \text{tr} \mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2 & 2 \text{tr} \mathbf{A}_1^3 \mathbf{A}_2 & \text{tr} \mathbf{A}_1 \\ \text{tr} \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 & \text{tr} \mathbf{A}_2^2 & \text{tr} \mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2 & 2 \text{tr} \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2^2 & 2 \text{tr} \mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2^2 & \text{tr} \mathbf{A}_2 \\ \text{tr} \mathbf{A}_1^3 & \text{tr} \mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2 & \text{tr} \mathbf{A}_1^4 & 2 \text{tr} \mathbf{A}_1^3 \mathbf{A}_2 & 2 \text{tr} \mathbf{A}_1^4 \mathbf{A}_2 & \text{tr} \mathbf{A}_1^2 \\ 2 \text{tr} \mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2 & 2 \text{tr} \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2^2 & 2 \text{tr} \mathbf{A}_1^3 \mathbf{A}_2 & 2 \text{tr} (\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2)^2 + 2 \text{tr} \mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2^2 & 2 \text{tr} \mathbf{A}_1^3 \mathbf{A}_2^2 + 2 \text{tr} \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2 & 2 \text{tr} \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \\ 2 \text{tr} \mathbf{A}_1^3 \mathbf{A}_2 & 2 \text{tr} \mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2^2 & 2 \text{tr} \mathbf{A}_1^4 \mathbf{A}_2 & 2 \text{tr} \mathbf{A}_1^3 \mathbf{A}_2^2 + 2 \text{tr} \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2 & 2 \text{tr} (\mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2)^2 + 2 \text{tr} \mathbf{A}_1^4 \mathbf{A}_2^2 & 2 \text{tr} \mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2 \\ \text{tr} \mathbf{A}_1 & \text{tr} \mathbf{A}_2 & \text{tr} \mathbf{A}_1^2 & 2 \text{tr} \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 & 2 \text{tr} \mathbf{A}_1^2 \mathbf{A}_2 & 3 \end{pmatrix} \quad (29)$$

and E_i is the matrix obtained by replacing the i_{th} column of E by the following column:

$trA_1T, trA_2T, trA_1^2T, tr(A_1A_2 + A_2A_1)T, tr(A_1^2A_2 + A_2A_1^2)T, trT$. Therefore, E_1 to E_6 can

be written as follows:

$$E_1 = \begin{pmatrix} trA_1T & trA_1A_2 & trA_1^3 & 2trA_1^2A_2 & 2trA_1^3A_2 & trA_1 \\ trA_2T & trA_2^2 & trA_1^2A_2 & 2trA_1A_2^2 & 2trA_1^2A_2^2 & trA_2 \\ trA_1^2T & trA_1^2A_2 & trA_1^4 & 2trA_1^3A_2 & 2trA_1^4A_2 & trA_1^2 \\ tr(A_1A_2 + A_2A_1)T & 2trA_1A_2^2 & 2trA_1^3A_2 & 2tr(A_1A_2)^2 + 2trA_1^2A_2^2 & 2trA_1^3A_2^2 + 2trA_1A_2A_1^2A_2 & 2trA_1A_2 \\ tr(A_1^2A_2 + A_2A_1^2)T & 2trA_1^2A_2^2 & 2trA_1^4A_2 & 2trA_1^3A_2^2 + 2trA_1A_2A_1^2A_2 & 2tr(A_1^2A_2)^2 + 2trA_1^4A_2^2 & 2trA_1^2A_2 \\ trT & trA_2 & trA_1^2 & 2trA_1A_2 & 2trA_1^2A_2 & 3 \end{pmatrix} \quad (30)$$

$$E_2 = \begin{pmatrix} trA_1^2 & trA_1T & trA_1^3 & 2trA_1^2A_2 & 2trA_1^3A_2 & trA_1 \\ trA_1A_2 & trA_2T & trA_1^2A_2 & 2trA_1A_2^2 & 2trA_1^2A_2^2 & trA_2 \\ trA_1^3 & trA_1^2T & trA_1^4 & 2trA_1^3A_2 & 2trA_1^4A_2 & trA_1^2 \\ 2trA_1^2A_2 & tr(A_1A_2 + A_2A_1)T & 2trA_1^3A_2 & 2tr(A_1A_2)^2 + 2trA_1^2A_2^2 & 2trA_1^3A_2^2 + 2trA_1A_2A_1^2A_2 & 2trA_1A_2 \\ 2trA_1^3A_2 & tr(A_1^2A_2 + A_2A_1^2)T & 2trA_1^4A_2 & 2trA_1^3A_2^2 + 2trA_1A_2A_1^2A_2 & 2tr(A_1^2A_2)^2 + 2trA_1^4A_2^2 & 2trA_1^2A_2 \\ trA_1 & trT & trA_1^2 & 2trA_1A_2 & 2trA_1^2A_2 & 3 \end{pmatrix} \quad (31)$$

$$E_3 = \begin{pmatrix} trA_1^2 & trA_1A_2 & trA_1T & 2trA_1^2A_2 & 2trA_1^3A_2 & trA_1 \\ trA_1A_2 & trA_2^2 & trA_2T & 2trA_1A_2^2 & 2trA_1^2A_2^2 & trA_2 \\ trA_1^3 & trA_1^2A_2 & trA_1^2T & 2trA_1^3A_2 & 2trA_1^4A_2 & trA_1^2 \\ 2trA_1^2A_2 & 2trA_1A_2^2 & tr(A_1A_2 + A_2A_1)T & 2tr(A_1A_2)^2 + 2trA_1^2A_2^2 & 2trA_1^3A_2^2 + 2trA_1A_2A_1^2A_2 & 2trA_1A_2 \\ 2trA_1^3A_2 & 2trA_1^2A_2^2 & tr(A_1^2A_2 + A_2A_1^2)T & 2trA_1^3A_2^2 + 2trA_1A_2A_1^2A_2 & 2tr(A_1^2A_2)^2 + 2trA_1^4A_2^2 & 2trA_1^2A_2 \\ trA_1 & trA_2 & trT & 2trA_1A_2 & 2trA_1^2A_2 & 3 \end{pmatrix} \quad (32)$$

$$E_4 = \begin{pmatrix} trA_1^2 & trA_1A_2 & trA_1^3 & trA_1T & 2trA_1^3A_2 & trA_1 \\ trA_1A_2 & trA_2^2 & trA_1^2A_2 & trA_2T & 2trA_1^2A_2^2 & trA_2 \\ trA_1^3 & trA_1^2A_2 & trA_1^4 & trA_1^2T & 2trA_1^4A_2 & trA_1^2 \\ 2trA_1^2A_2 & 2trA_1A_2^2 & 2trA_1^3A_2 & tr(A_1A_2 + A_2A_1)T & 2trA_1^3A_2^2 + 2trA_1A_2A_1^2A_2 & 2trA_1A_2 \\ 2trA_1^3A_2 & 2trA_1^2A_2^2 & 2trA_1^4A_2 & tr(A_1^2A_2 + A_2A_1^2)T & 2tr(A_1^2A_2)^2 + 2trA_1^4A_2^2 & 2trA_1^2A_2 \\ trA_1 & trA_2 & trA_1^2 & trT & 2trA_1^2A_2 & 3 \end{pmatrix} \quad (33)$$

$$\mathbf{E}_5 = \begin{pmatrix} tr\mathbf{A}_1^2 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^3 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_1 \\ tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_2\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_2 \\ tr\mathbf{A}_1^3 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^4 & 2tr\mathbf{A}_1^3\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_1^2 \\ 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^3\mathbf{A}_2 & 2tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2)^2 + 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1)\mathbf{T} & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 \\ 2tr\mathbf{A}_1^3\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^4\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1^3\mathbf{A}_2^2 + 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr(\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1^2)\mathbf{T} & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 \\ tr\mathbf{A}_1 & tr\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{T} & 3 \end{pmatrix} \quad (34)$$

$$\mathbf{E}_6 = \begin{pmatrix} tr\mathbf{A}_1^2 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^3 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1^3\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{T} \\ tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_2\mathbf{T} \\ tr\mathbf{A}_1^3 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^4 & 2tr\mathbf{A}_1^3\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1^4\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{T} \\ 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^3\mathbf{A}_2 & 2tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2)^2 + 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^3\mathbf{A}_2^2 + 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1)\mathbf{T} \\ 2tr\mathbf{A}_1^3\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^4\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1^3\mathbf{A}_2^2 + 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & 2tr(\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2)^2 + 2tr\mathbf{A}_1^4\mathbf{A}_2^2 & tr(\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1^2)\mathbf{T} \\ tr\mathbf{A}_1 & tr\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{T} \end{pmatrix} \quad (35)$$

and $\mathbf{E}'$ is the matrix obtained by replacing the 5^{th} row and 5^{th} column of $\mathbf{E}$ by the following column: $tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2, tr\mathbf{A}_2^3, tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2, tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1)\mathbf{A}_2^2, tr\mathbf{A}_2^4, tr\mathbf{A}_2^2$. The $\mathbf{E}'$ can be written as

$$\mathbf{E}' = \begin{pmatrix} tr\mathbf{A}_1^2 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^3 & tr\mathbf{A}_1(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1) & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_1 \\ tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_2(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1) & tr\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_2 \\ tr\mathbf{A}_1^3 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^4 & tr\mathbf{A}_1^2(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1) & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_1^2 \\ tr\mathbf{A}_1(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1) & tr\mathbf{A}_2(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1) & tr\mathbf{A}_1^2(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1) & tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1)^2 & tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1)\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 \\ tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1)\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_2^4 & tr\mathbf{A}_2^2 \\ tr\mathbf{A}_1 & tr\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_2^2 & 3 \end{pmatrix} \quad (36)$$

Rearranging some components, $\mathbf{E}'$ can be written as

$$\mathbf{E}' = \begin{pmatrix} tr\mathbf{A}_1^2 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^3 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_1 \\ tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_2 \\ tr\mathbf{A}_1^3 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^4 & 2tr\mathbf{A}_1^3\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_1^2 \\ 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^3\mathbf{A}_2 & 2tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2)^2 + 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 \\ tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_2^4 & tr\mathbf{A}_2^2 \\ tr\mathbf{A}_1 & tr\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_2^2 & 3 \end{pmatrix} \quad (37)$$

and $\mathbf{E}'_i$ is the matrix obtained by replacing the i_{th} column of $\mathbf{E}'$ by the following column:

$tr\mathbf{A}_1\mathbf{T}, tr\mathbf{A}_2\mathbf{T}, tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{T}, tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1)\mathbf{T}, tr\mathbf{A}_2^2\mathbf{T}, tr\mathbf{T}$. Therefore, $\mathbf{E}'_1$ to $\mathbf{E}'_6$ can be written as

follows:

$$\mathbf{E}'_1 = \begin{pmatrix} tr\mathbf{A}_1\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^3 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_1 \\ tr\mathbf{A}_2\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_2 \\ tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^4 & 2tr\mathbf{A}_1^3\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_1^2 \\ tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1)\mathbf{T} & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^3\mathbf{A}_2 & 2tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2)^2 + 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 \\ tr\mathbf{A}_2^2\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_2^4 & tr\mathbf{A}_2^2 \\ tr\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_2^2 & 3 \end{pmatrix} \quad (38)$$

$$\mathbf{E}'_2 = \begin{pmatrix} tr\mathbf{A}_1^2 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_1^3 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_1 \\ tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_2\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_2 \\ tr\mathbf{A}_1^3 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_1^4 & 2tr\mathbf{A}_1^3\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_1^2 \\ 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1)\mathbf{T} & 2tr\mathbf{A}_1^3\mathbf{A}_2 & 2tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2)^2 + 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 \\ tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_2^2\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_2^4 & tr\mathbf{A}_2^2 \\ tr\mathbf{A}_1 & tr\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_1^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_2^2 & 3 \end{pmatrix} \quad (39)$$

The matrices $\mathbf{F}, \mathbf{F}_i, \mathbf{F}', \mathbf{F}'_i$ are defined as the matrices obtained by interchanging $\mathbf{A}_1$ and $\mathbf{A}_2$ in the matrices $\mathbf{E}, \mathbf{E}_i, \mathbf{E}', \mathbf{E}'_i$ respectively. Therefore, the resulting matrices $\mathbf{F}, \mathbf{F}_i, \mathbf{F}', \mathbf{F}'_i$ are expressed as follows:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} tr\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 & tr\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_2(\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2) & tr\mathbf{A}_2(\mathbf{A}_2^2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2) & tr\mathbf{A}_2 \\ tr\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 & tr\mathbf{A}_1^2 & tr\mathbf{A}_2^2\mathbf{A}_1 & tr\mathbf{A}_1(\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2) & tr\mathbf{A}_1(\mathbf{A}_2^2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2) & tr\mathbf{A}_1 \\ tr\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_2^2\mathbf{A}_1 & tr\mathbf{A}_2^4 & tr\mathbf{A}_2^2(\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2) & tr\mathbf{A}_2^2(\mathbf{A}_2^2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2) & tr\mathbf{A}_2^2 \\ tr\mathbf{A}_2(\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2) & tr\mathbf{A}_1(\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2) & tr\mathbf{A}_2^2(\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2) & tr(\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2)^2 & tr(\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2)(\mathbf{A}_2^2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2) & 2tr\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 \\ tr\mathbf{A}_2(\mathbf{A}_2^2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2) & tr\mathbf{A}_1(\mathbf{A}_2^2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2) & tr\mathbf{A}_2^2(\mathbf{A}_2^2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2) & tr(\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2)(\mathbf{A}_2^2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2) & tr(\mathbf{A}_2^2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2)^2 & 2tr\mathbf{A}_2^2\mathbf{A}_1 \\ tr\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1 & tr\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 & 2tr\mathbf{A}_2^2\mathbf{A}_1 & 3 \end{pmatrix} \quad (44)$$

Rearranging some components, $\mathbf{F}$ can be written as

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} tr\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_2^3 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_2 \\ tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^2 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_1 \\ tr\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_2^4 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^4 & tr\mathbf{A}_2^2 \\ 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & 2tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2)^2 + 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 + 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^3 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 \\ 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^4 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 + 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^3 & 2tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2)^2 + 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^4 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 \\ tr\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1 & tr\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & 3 \end{pmatrix} \quad (45)$$

and $\mathbf{F}_i$ is the matrix obtained by replacing the i_{th} column of $\mathbf{F}$ by the following column:

$tr\mathbf{A}_2\mathbf{T}, tr\mathbf{A}_1\mathbf{T}, tr\mathbf{A}_2^2\mathbf{T}, tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1)\mathbf{T}, tr(\mathbf{A}_2^2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2)\mathbf{T}, tr\mathbf{T}$. Therefore, $\mathbf{F}_1$ to $\mathbf{F}_6$ can

be written as follows:

$$\mathbf{F}_5 = \begin{pmatrix} tr\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_2^3 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_2\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_2 \\ tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^2 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_1 \\ tr\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_2^4 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_2^2\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_2^2 \\ 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & 2tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2)^2 + 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1)\mathbf{T} & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 \\ 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^4 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 + 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^3 & tr(\mathbf{A}_2^2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2)\mathbf{T} & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 \\ tr\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1 & tr\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{T} & 3 \end{pmatrix} \quad (50)$$

$$\mathbf{F}_6 = \begin{pmatrix} tr\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_2^3 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_2\mathbf{T} \\ tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^2 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{T} \\ tr\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_2^4 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^4 & tr\mathbf{A}_2^2\mathbf{T} \\ 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & 2tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2)^2 + 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 + 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^3 & tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1)\mathbf{T} \\ 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^4 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 + 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^3 & 2tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2)^2 + 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^4 & tr(\mathbf{A}_2^2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2)\mathbf{T} \\ tr\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1 & tr\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{T} \end{pmatrix} \quad (51)$$

and $\mathbf{F}'$ is the matrix obtained by replacing the 5th row and 5th column of $\mathbf{F}$ by the following column: $tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2, tr\mathbf{A}_1^3, tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2, tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1)\mathbf{A}_1^2, tr\mathbf{A}_1^4, tr\mathbf{A}_1^2$. The $\mathbf{F}'$ can be written as

$$\mathbf{F}' = \begin{pmatrix} tr\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 & tr\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_2(\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2) & tr\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1^2 & tr\mathbf{A}_2 \\ tr\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 & tr\mathbf{A}_1^2 & tr\mathbf{A}_2^2\mathbf{A}_1 & tr\mathbf{A}_1(\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2) & tr\mathbf{A}_1^3 & tr\mathbf{A}_1 \\ tr\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_2^2\mathbf{A}_1 & tr\mathbf{A}_2^4 & tr\mathbf{A}_2^2(\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2) & tr\mathbf{A}_2^2\mathbf{A}_1^2 & tr\mathbf{A}_2^2 \\ tr\mathbf{A}_2(\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2) & tr\mathbf{A}_1(\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2) & tr\mathbf{A}_2^2(\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2) & tr(\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2)^2 & tr(\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2)\mathbf{A}_1^2 & 2tr\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 \\ tr\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1^2 & tr\mathbf{A}_1^3 & tr\mathbf{A}_2^2\mathbf{A}_1^2 & tr(\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2)\mathbf{A}_1^2 & tr\mathbf{A}_1^4 & tr\mathbf{A}_1^2 \\ tr\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1 & tr\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_2\mathbf{A}_1 & tr\mathbf{A}_1^2 & 3 \end{pmatrix} \quad (52)$$

Rearranging some components, $\mathbf{F}'$ can be written as

$$\mathbf{F}' = \begin{pmatrix} tr\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_2^3 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_2 \\ tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^2 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^3 & tr\mathbf{A}_1 \\ tr\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_2^4 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_2^2 \\ 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & 2tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2)^2 + 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^3\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 \\ tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^3 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^3\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^4 & tr\mathbf{A}_1^2 \\ tr\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1 & tr\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^2 & 3 \end{pmatrix} \quad (53)$$

and $\mathbf{F}'_i$ is the matrix obtained by replacing the i_{th} column of $\mathbf{F}'$ by the following column:

$tr\mathbf{A}_2\mathbf{T}, tr\mathbf{A}_1\mathbf{T}, tr\mathbf{A}_2^2\mathbf{T}, tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1)\mathbf{T}, tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{T}, tr\mathbf{T}$. Therefore, $\mathbf{F}'_1$ to $\mathbf{F}'_6$ can be written as

follows:

$$\mathbf{F}'_1 = \begin{pmatrix} tr\mathbf{A}_2\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_2^3 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_2 \\ tr\mathbf{A}_1\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_1^2 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^3 & tr\mathbf{A}_1 \\ tr\mathbf{A}_2^2\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_2^4 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_2^2 \\ tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1)\mathbf{T} & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & 2tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2)^2 + 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^3\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 \\ tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_1^3 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^3\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^4 & tr\mathbf{A}_1^2 \\ tr\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_1 & tr\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^2 & 3 \end{pmatrix} \quad (54)$$

$$\mathbf{F}'_2 = \begin{pmatrix} tr\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_2\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_2^3 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_2 \\ tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^3 & tr\mathbf{A}_1 \\ tr\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_2^2\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_2^4 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & tr\mathbf{A}_2^2 \\ 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^2 & tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1)\mathbf{T} & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2^3 & 2tr(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2)^2 + 2tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^3\mathbf{A}_2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 \\ tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_1^2\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1^3\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^4 & tr\mathbf{A}_1^2 \\ tr\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{T} & tr\mathbf{A}_2^2 & 2tr\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & tr\mathbf{A}_1^2 & 3 \end{pmatrix} \quad (55)$$

Modified Rivlin-Ericksen Constitutive Relation for Fully-Developed Turbulent Channel Flow

For fully-developed turbulent channel flow, the gradient of Reynolds shear stress modeled by the general Rivlin-Ericksen constitutive relation in Eq. (11) can be simplified into the following form:

$$\frac{\partial}{\partial y}(-\rho \overline{u'v'}) = \frac{\partial}{\partial y} \left(2\alpha_5 (v_{1,2})^3 + 4\alpha_7 (v_{1,2})^5 \right) \quad (60)$$

where α_5 and α_7 can also be simplified as

$$\alpha_5 = \frac{\mu}{2(v_{1,2})^2} \quad (61)$$

$$\alpha_7 = \mu (v_{1,2})^2 \left\{ \frac{-6L}{(K + K') - 24L(v_{1,2})^6 + L'} \right\} \quad (62)$$

After substituting Eqs. (61) and (62) into Eq. (60), the gradient of Reynolds shear stress obtained is

$$\frac{\partial}{\partial y}(-\rho \overline{u'v'}) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu (v_{1,2}) + 4\mu (v_{1,2})^7 \left\{ \frac{-6L}{(K + K') - 24L(v_{1,2})^6 + L'} \right\} \right) \quad (63)$$

Eq. (63) can be re-arranged as

$$\frac{\partial}{\partial y}(-\rho \overline{u'v'}) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \left[1 + \left\{ \frac{-24L(v_{1,2})^6}{(K + K') - 24L(v_{1,2})^6 + L'} \right\} \right] (v_{1,2}) \right) \quad (64)$$

Let

$$A = -24L \quad (65)$$

$$B = K + K' + L' \quad (66)$$

and the coefficient in the square bracket of Eq. (64) can be expressed in terms of A and B as follows:

$$F = \frac{B + 2A(v_{1,2})^6}{B + A(v_{1,2})^6} \quad (67)$$

Therefore, Eq. (64) is finally expressed as

$$\frac{\partial}{\partial y}(-\rho \overline{u'v'}) = \frac{\partial}{\partial y} (F \cdot \mu(v_{1,2})) \quad (68)$$

where in the present work A and B are chosen to be equal to y^6 and 1 respectively.

The direct numerical simulation (DNS) data of the fully-developed turbulent channel flow published by Kim et al. [14] and Moser et al. [18] at $Re_\tau = 180, 395, 590$, and del Alamo and Jimenez [7,8], del Alamo et al. [9] and Hoyas and Jimenez [11] at $Re_\tau = 550, 950, 2000$ are used to investigate the validity of of Eq. (68). The output values from the left-

hand side (the gradient of Reynolds shear stress) of Eq. (68) and the output values from the right-hand side (the gradient of non-Newtonian part of the second-order Rivlin-Ericksen viscoelastic model) of Eq. (68) are compared to examine whether or not they are equal. It is found that there is good agreement in trend but not in magnitude as shown in Fig. (1) for $Re_\tau = 180$. Therefore, the Rivlin-Ericksen constitutive relation is modified in this work to better predict the gradient of Reynolds shear stress as shown in Fig. (2) by the following expression:

$$\frac{\partial}{\partial y}(-\rho \overline{u'v'}) = \frac{\partial}{\partial y}(F \cdot \mu(v_{1,2}) + Cy) \quad (69)$$

where

$$C = \frac{\mu(v_{1,2})_{wall}}{h} \quad (70)$$

It is seen from Fig. 2 to Fig. 13 that the modified Rivlin-Ericksen constitutive relation (Eq. 69) can accurately predict the gradient of Reynolds shear stress and the mean velocity profile of fully-developed turbulent channel flow at various Reynolds numbers. It is highly possible that the viscoelastic model of Rivlin and Ericksen [29] can be applied as the constitutive relation for Reynolds stresses to model more complex turbulent flows that the existing turbulence models still cannot predict accurately such as turbulence-induced secondary flows in a non-circular duct.

Conclusions

The second-order Rivlin-Ericksen viscoelastic model with its original coefficients is adopted to model the mean turbulent Newtonian flow for the first time in this work. It is

found that the modified Rivlin-Ericksen constitutive relation can accurately predict the gradient of Reynolds shear stress and the mean velocity profile of the fully-developed turbulent channel flow accurately at various Reynolds numbers. The modified Rivlin-Ericksen constitutive relation has an advantage over other turbulence constitutive relations in the sense that the proposed constitutive relation is a function of mean velocity gradient only and hence there is no need to solve any extra transport equation such as an equation for turbulent kinetic energy (k) and an equation for the dissipation rate of turbulent kinetic energy (ϵ). This leads to the conclusion that modeling the mean turbulent Newtonian flow via the second-order Rivlin-Ericksen viscoelastic model is promising.

Acknowledgement

This research work is supported by the Thailand Research Fund (TRF) and the Commission on Higher Education for the Scholar Associate Professor Varangrat Juntasaro. The financial support from the Kasetsart University of Research and Development Institute (KURDI) is also acknowledged.

References

- [1] Apsley, D.D., Leschziner, M.A. : A new low-Reynolds-number nonlinear two equation turbulence model for complex flows. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 19, 209-222 (1998)
- [2] Coleman, B.D., Markovitz, H., Noll, W. : *Viscometric flows of non-Newtonian fluids: Theory and experiment*. Springer Tracts in Natural Philosophy. 5, Springer-Verlag (1966)

[3] Coleman, B.D., Noll, W. : An approximation theorem for functionals, with applications in continuum mechanics. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*. 6, 355-370 (1960)

[4] Craft, T.J., Launder, B.E., Suga, K. : Development and application of a cubic eddy-viscosity model of turbulence. *International Journal of Heat and Fluid*. 17, 1996, 108-115 (1996)

[5] Criminale, W.O., Jr., Ericksen, J.L., Filby, G.L. : Steady shear flow of non-Newtonian fluids. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*. 1, 410-417 (1958)

[6] Crow, S.C. : Viscoelastic properties of fine grained incompressible turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*. 33, 1968, 1-20 (1968)

[7] del Alamo, J.C., Jimenez, J. : Spectra of the very large anisotropic scales in turbulent channels. *Physics of Fluids*. 15, L41-L44 (1998)

[8] del Alamo, J.C., Jimenez, J. : Direct numerical simulation of the very large anisotropic scales in a turbulent channel. *Center for Turbulence Research Annual Research Briefs*, Stanford University, 329-341 (2001)

[9] del Alamo, J.C., Jimenez, J., Zandonade, P., Moser, R.D. : Scaling of the energy spectra of turbulent channels. *Journal of Fluid Mechanics*. 500, 135-144 (2004)

[10] Gatski, T.B., Speziale, C.G. : On explicit algebraic stress models for complex turbulent flows. *Journal of Fluid Mechanics*. 254, 59-78 (1993)

[11] Hoyas, S., Jimenez, J. : Scaling of velocity fluctuations in turbulent channels up to $Re_\tau = 2000$. *Physics of Fluids*. 18 (2006)

[12] Huang, Y.N. : On modelling the Reynolds stress in the context of continuum mechanics. *Communications in Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*. 9, 543-559 (2004)

- [13] Jongen, T., Gatski, T.B. : General explicit algebraic stress relations and best approximation for three-dimensional flows. *International Journal in Engineering Sciences*. 36, 739-763 (1998)
- [14] Kim, J., Moin, P., Moser, R. : Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*. 177, 133-166 (1987)
- [15] Knoell, J., Taulbee, D.B. : A nonlinear stress-strain model for wall-bounded turbulent flows. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 22, 402-408 (2001)
- [16] Lumley, J. L. : Toward a turbulent constitutive relation. *Journal of Fluid Mechanics*. 41, 413-434 (1970)
- [17] Moffatt, H.K. : The interaction of turbulence with rapid uniform shear. Stanford Technical Report. 242, Stanford University (1965)
- [18] Moser, R.D., Kim, J., Mansour, N.N. : DNS of turbulent channel flow up to $Re_\tau = 590$. *Physics of Fluids*. 11, 943-945 (1998)
- [19] Noll, W. : On the continuity of the solid and fluid states. *Journal of Rational Mechanics Analysis*. 4, 13-81 (1955)
- [20] Noll, W. : A mathematical theory of the mechanical behavior of continuous media. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*. 2, 197-226 (1958)
- [21] Noll, W. : La mecanique classique, basee sur un axiome d' objectivite. La methode axiomatique dans les mecaniques classiques et nouvelles, Gauthier-Villars, Colloque International Paris (1963)
- [22] Pope, S.B. : A more general effective-viscosity hypothesis. *Journal of Fluid Mechanics*. 72, 331-340 (1975)
- [23] Reiner, M. : A mathematical theory of dilatancy. *American Journal of Mathematics*. 67, 350-362 (1945)

- [24] Rivlin, R.S. : Hydrodynamics of non-Newtonian fluids. *Nature*. 160, 611-613 (1945)
- [25] Rivlin, R.S.: Further remarks on the stress-deformation relations for isotropic materials. *Journal of Rational Mechanics Analysis*. 4, 681-702 (1955)
- [26] Rivlin, R.S. : Solution of some problems in the exact theory of visco-elasticity. *Journal of Rational Mechanics Analysis*. 5, 179-188 (1956)
- [27] Rivlin, R.S. : The relation between the flow of non-Newtonian fluids and turbulent Newtonian fluids. *Quarterly in Applied Mathematics*. 15, 212-215 (1957)
- [28] Rivlin, R.S. : Red herrings and sundry unidentified fish in nonlinear continuum mechanics. *Inelastic Behavior of Solids*, McGraw-Hill (1970)
- [29] Rivlin, R.S., Ericksen, J.L. : Stress-deformation relations for isotropic materials. *Journal of Rational Mechanics Analysis*. 4, 323-425 (1955)
- [30] Schlichting, H. : *Boundary-Layer Theory*, McGraw-Hill (1955)
- [31] Shih, T.H., Lumley, J.L. : Remarks on turbulent constitutive relations. *Mathematical Computations and Modelling*. 18, 9-16 (1993)
- [32] Speziale, C.G. : On nonlinear $k-l$ and $k-\varepsilon$ models of turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*. 178, 459-475 (1987)
- [33] Speziale, C.G. : On a generalized nonlinear $k-\varepsilon$ model and the use of extended thermodynamics in turbulence. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*. 13, 161-166 (1999)
- [34] Taulbee, D.B. : An improved algebraic Reynolds stress model and corresponding nonlinear stress model. *Physics of Fluids A*. 4, 2555-2561 (1992)
- [35] Wallin, S., Johansson, A.V. : An explicit algebraic Reynolds stress model for incompressible and compressible flows. *Journal of Fluid Mechanics*. 403, 89-132 (2000)

[36] Wallin, S., Johansson, A.V. : Modelling streamwise curvature effects in explicit algebraic Reynolds stress turbulence models. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 23, 721-730 (2002)

Table 1 Mathematical commonness between turbulence models and Rivlin-Ericksen viscoelastic model

Turbulence models	Mathematical commonness to Rivlin-Ericksen model
Linear	The linear turbulence model is recovered by using just the first-order Rivlin-Ericksen tensor in the Rivlin-Ericksen model [29]. This simplified form of the Rivlin-Ericksen model is called the Reiner-Rivlin model [23,24]. The Reiner-Rivlin model gives rise to isotropic normal stresses contrary to the experiments. This is analogous to the linear turbulence model in the sense that they both cannot predict the difference among normal stresses.
Lumley [16]	The form of the Lumley model is similar to that of the second-order fluid model [3] which is obtained from the orderly truncation of the general theory of simple-fluid model. The second-order Rivlin-Ericksen viscoelastic model can also be simplified to the second-order fluid model.
Pope [22]	The Pope model is similar to the Lumley model [16], except that the strain rate and the vorticity are used instead of the first-order and second-order Rivlin-Ericksen tensors. There are generally two approaches to find the coefficients of the model leading to the nonlinear turbulence models and the explicit algebraic Reynolds-stress models (EARSM). The coefficients or the model constants in the nonlinear models are found from the calibration with the experimental and DNS data while the EARSM are developed from the (implicit) algebraic Reynolds stress model. The examples of the nonlinear models are Shih and Lumley [31] and the cubic model of Craft et al. [4] whereas the examples of the EARSM are Pope [22], Taulbee [34], Gatski and Speziale [10], Apsley and Leschziner [1], Jongen and Gatski [13], Wallin and Johansson [35,36] and Knoell and Taulbee [15].
Speziale [31]	Speziale derived his nonlinear turbulence model using a similar approach to the Rivlin-Ericksen model, except that he selected the Oldroyd derivative, instead of the second-order Rivlin-Ericksen tensor, with the material-frame-indifferent restriction. Moreover, the model was truncated to just the quadratic term and the empirical constants were used in the model, instead of using the original coefficients of Rivlin and Ericksen model.
Huang [12]	The model was derived using a similar approach to the Rivlin-Ericksen model, except that the material-frame-indifferent restriction and the relaxation effect were taken into account in the model.

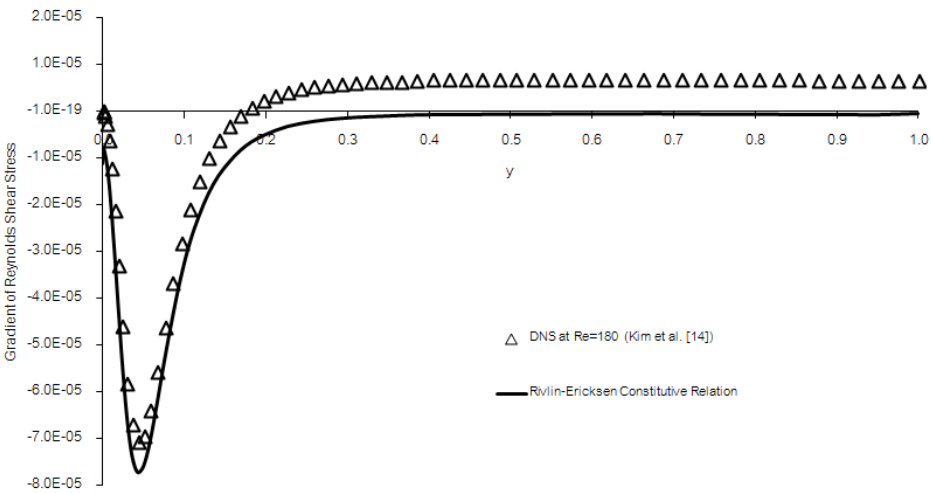


Fig. 1 Gradient of Reynolds shear stress for the fully developed turbulent channel flow at $Re_\tau = 180$ using the Rivlin-Ericksen constitutive relation

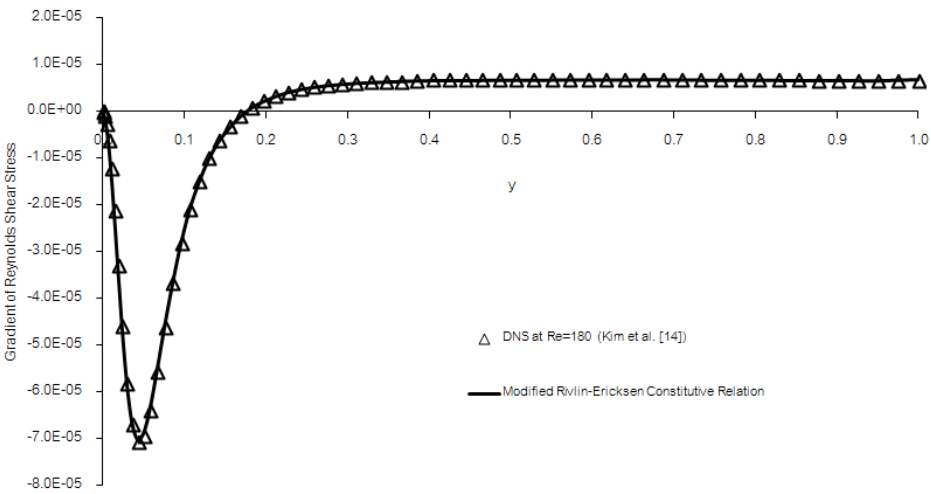


Fig. 2 Gradient of Reynolds shear stress for the fully developed turbulent channel flow at $Re_\tau = 180$ using the modified Rivlin-Ericksen constitutive relation

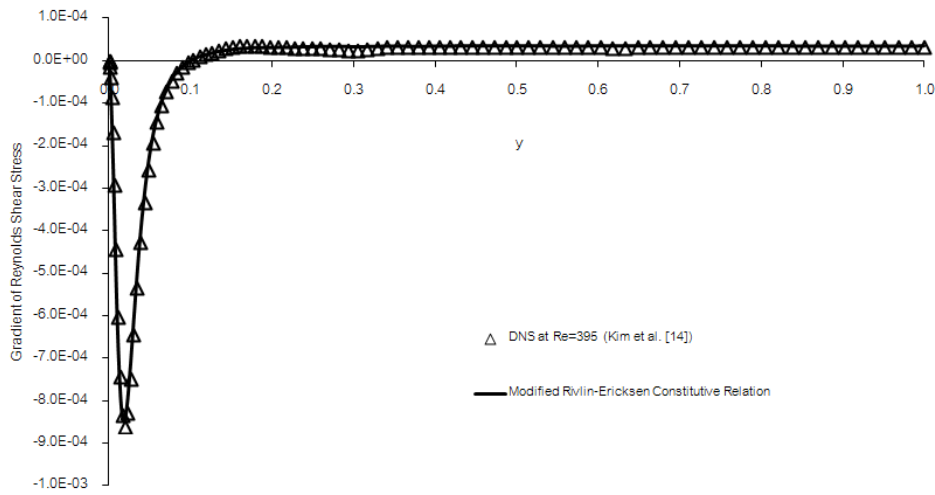


Fig. 3 Gradient of Reynolds shear stress for the fully developed turbulent channel flow at $Re_\tau = 395$

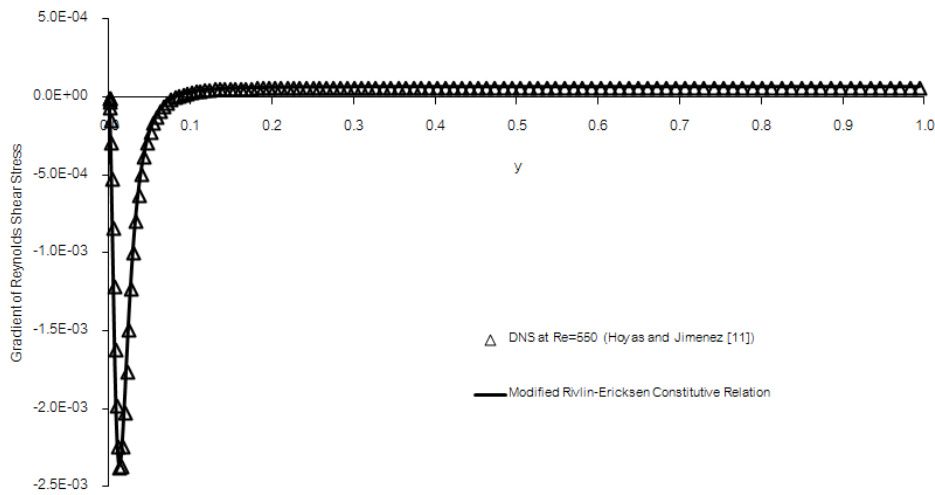


Fig. 4 Gradient of Reynolds shear stress for the fully developed turbulent channel flow at $Re_\tau = 550$

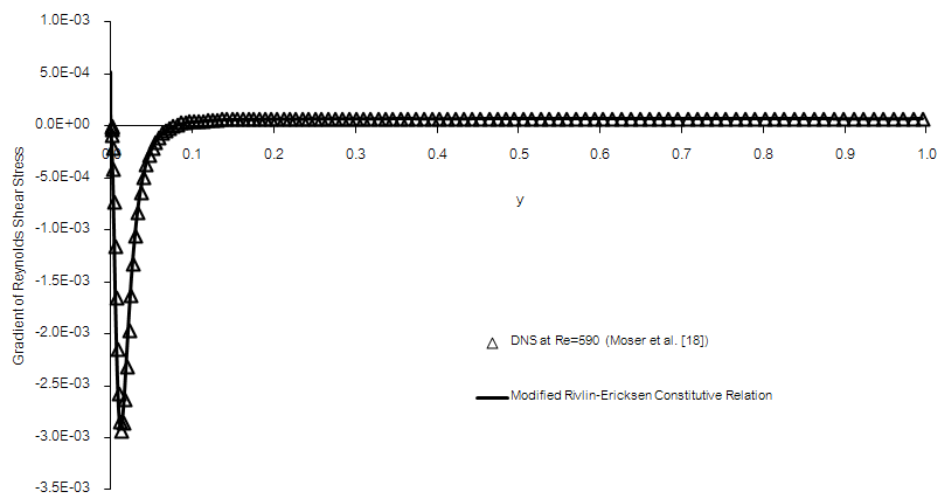


Fig. 5 Gradient of Reynolds shear stress for the fully developed turbulent channel flow at $Re_\tau = 590$

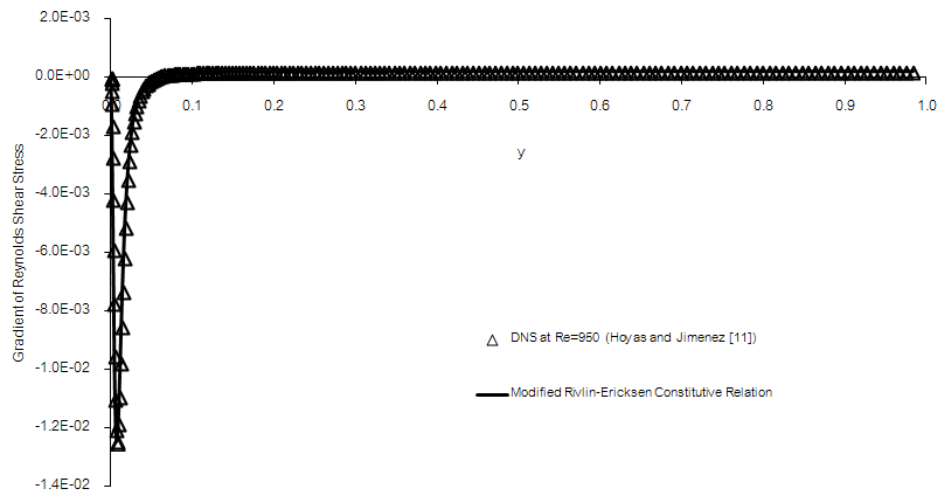


Fig. 6(a) Gradient of Reynolds shear stress for the fully developed turbulent channel flow at $Re_\tau = 950$

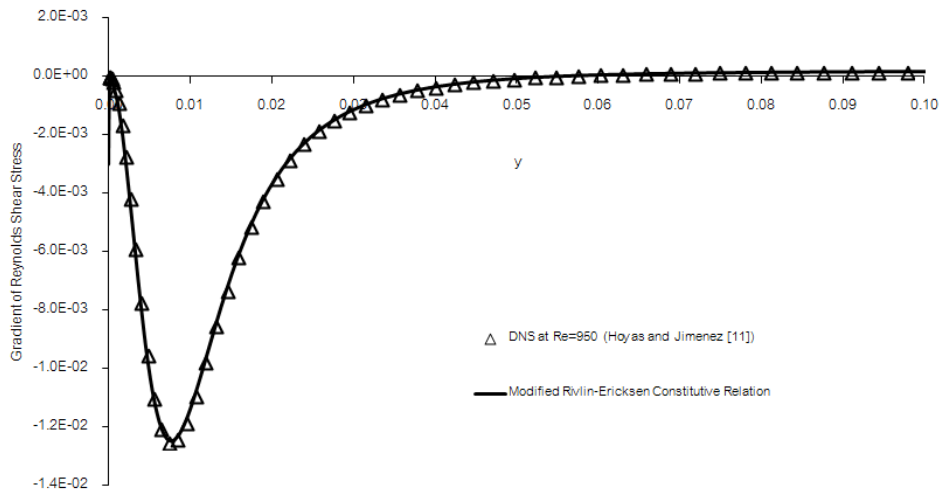


Fig. 6(b) Gradient of Reynolds shear stress for the fully developed turbulent channel flow at $Re_\tau = 950$ (near wall)

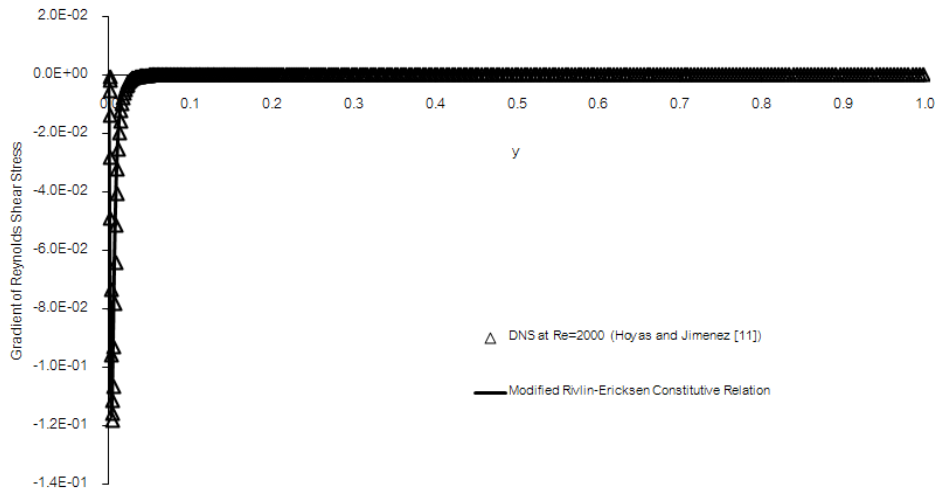


Fig. 7(a) Gradient of Reynolds shear stress for the fully developed turbulent channel flow at $Re_\tau = 2000$

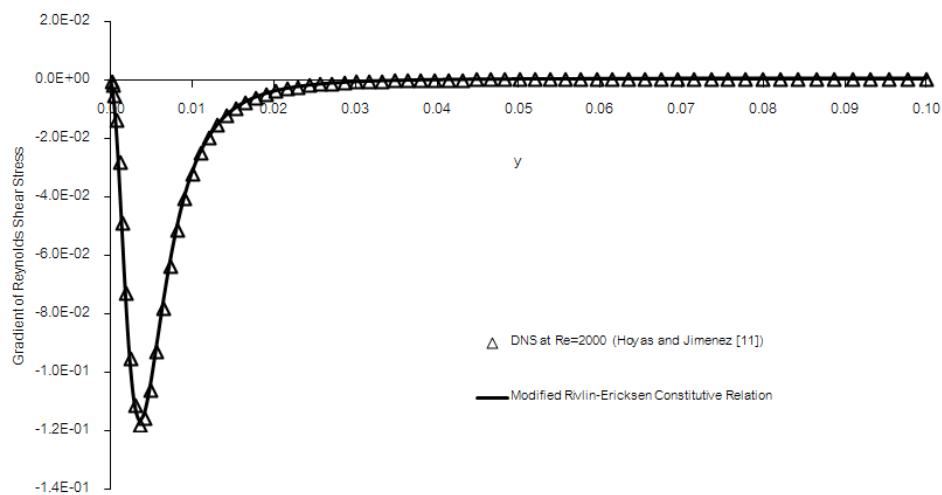


Fig. 7(b) Gradient of Reynolds shear stress for the fully developed turbulent channel flow at $Re_\tau = 2000$ (near wall)

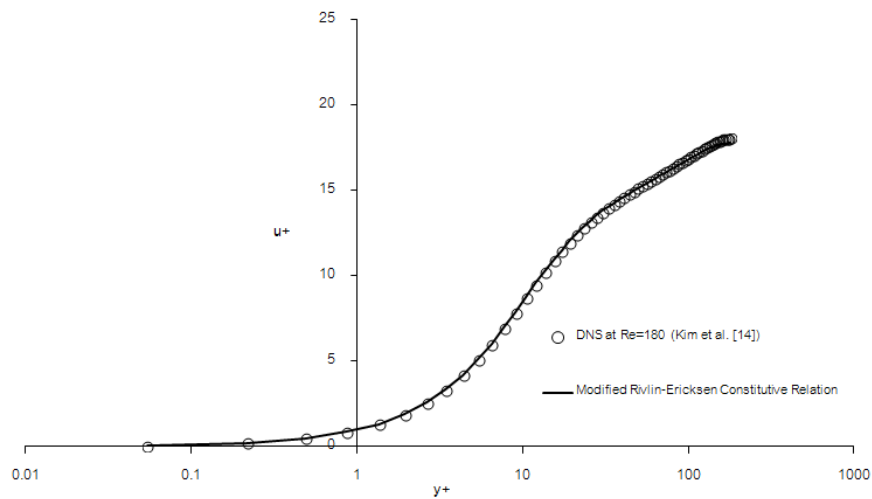


Fig. 8 Mean velocity profile for the fully developed turbulent channel flow at $Re_\tau = 180$

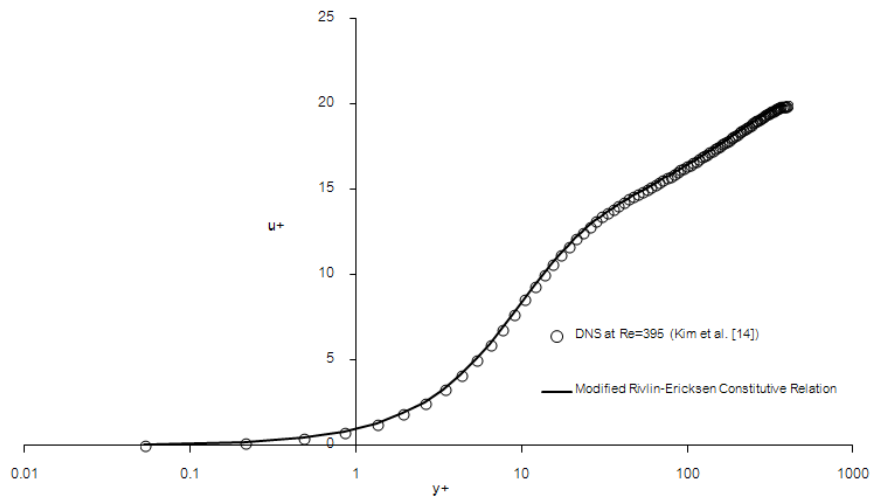


Fig. 9 Mean velocity profile for the fully developed turbulent channel flow at $Re_\tau = 395$

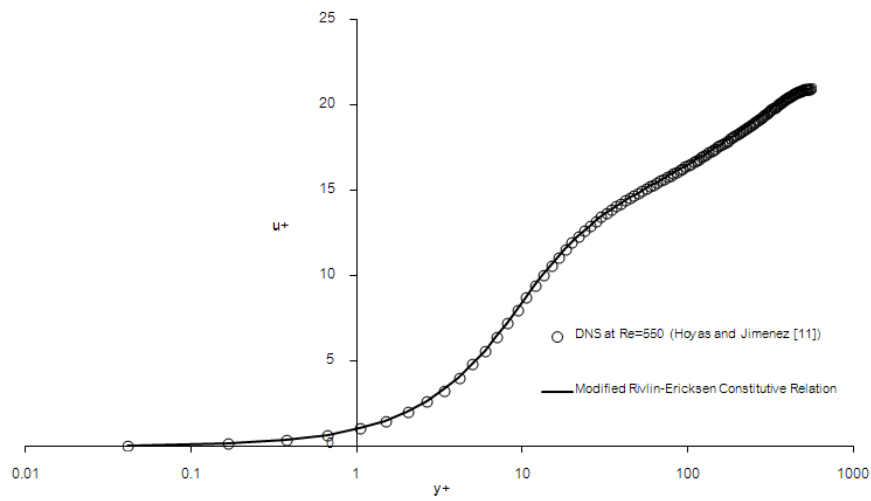


Fig. 10 Mean velocity profile for the fully developed turbulent channel flow at $Re_\tau = 550$

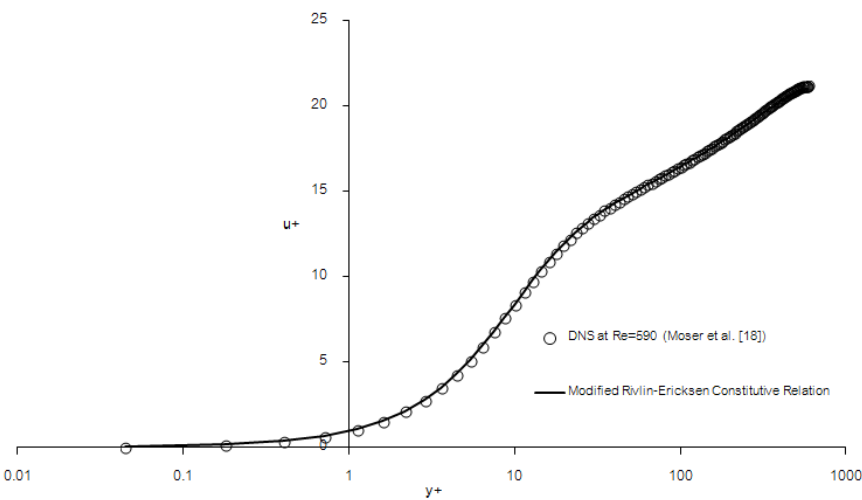


Fig. 11 Mean velocity profile for the fully developed turbulent channel flow at $Re_\tau = 590$

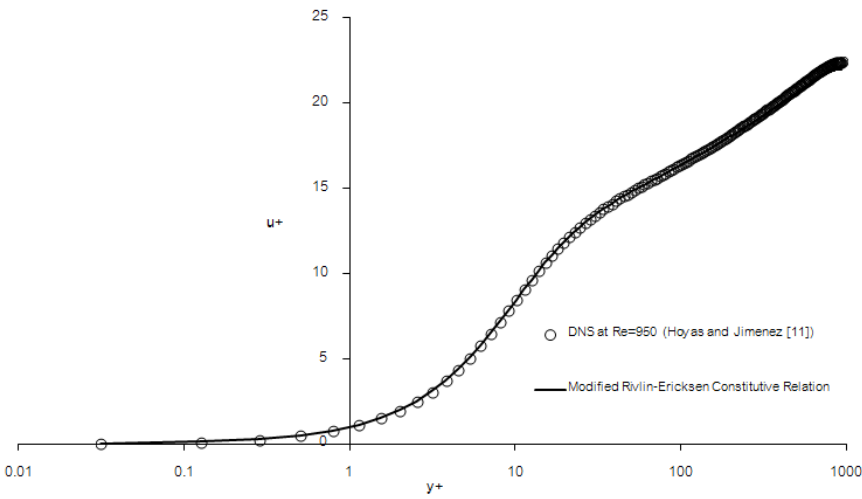


Fig. 12 Mean velocity profile for the fully developed turbulent channel flow at $Re_\tau = 950$

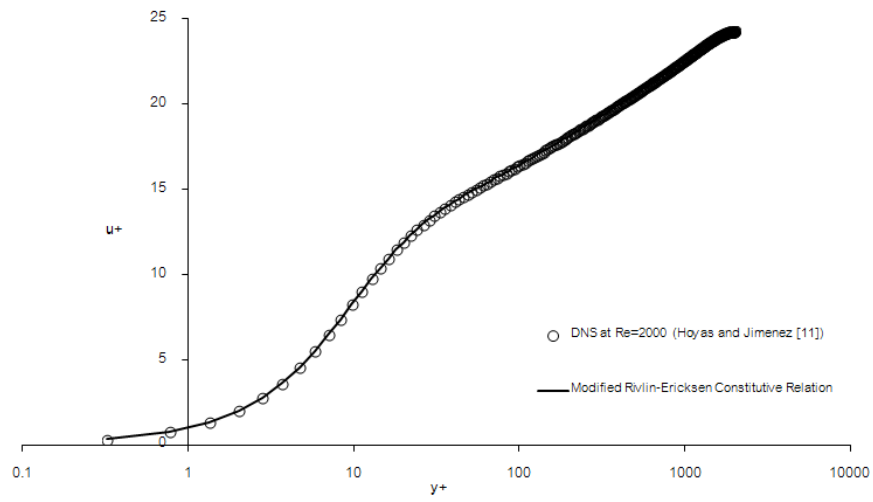


Fig. 13 Mean velocity profile for the fully developed turbulent channel flow at $Re_\tau = 2000$