



รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

โครงการการประมาณสถานะของระบบไฟฟ้ากำลังที่มีอุปกรณ์แฟลตส์ที่มีการพิจารณา
ค่าพารามิเตอร์ไม่แน่นอน

โดย

รศ.ดร.เชวศักดิ์ รักเป็นไทย หัวหน้าโครงการวิจัย
รศ.ดร.เสริมศักดิ์ เอื้อตรงจิตต์ ผู้ร่วมวิจัย

กรกฎาคม 2557

รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

โครงการการประมาณสถานะของระบบไฟฟ้ากำลังที่มีอุปกรณ์เฟกต์สที่มีการพิจารณา
ค่าพารามิเตอร์ไม่แน่นอน

โดย

รศ.ดร.เชวศักดิ์ รักเป็นไทย มหาวิทยาลัยพะเยา

รศ.ดร.เสริมศักดิ์ เอื้อตรงจิตต์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

สนับสนุนโดยสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัยและมหาวิทยาลัยพะเยา

(ความเห็นในรายงานนี้เป็นของผู้วิจัย สกว. ไม่จำเป็นต้องเห็นด้วยเสมอไป)

รหัสโครงการ : RSA5580026

ชื่อโครงการ : การประมาณสถานะของระบบไฟฟ้ากำลังที่มีอุปกรณ์แฟกต์สที่มีการพิจารณา

ค่าพารามิเตอร์ไม่แน่นอน

State Estimation of Power System with FACTS Devices Considering
Parameter Uncertainty

ชื่อนักวิจัย :

รองศาสตราจารย์ ดร.เชวศักดิ์ รักเป็นไทย มหาวิทยาลัยพะเยา หัวหน้าโครงการ
รองศาสตราจารย์ ดร.เสริมศักดิ์ เอื้อตรงจิตต์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ผู้ร่วมวิจัย

E-mail Address : chawasak@hotmail.com

ระยะเวลาโครงการ : 16 กรกฎาคม 2555 ถึง วันที่ 15 กรกฎาคม 2557

1. บทคัดย่อภาษาไทยและภาษาอังกฤษ

บทคัดย่อภาษาไทย

งานวิจัยนี้ศึกษาการประมาณสถานะฮาร์มอนิกของระบบไฟฟ้ากำลังที่ติดตั้งระบบการส่งไฟฟ้ากระแสสลับแบบยัดหย่น (แฟกต์ส) สายส่งสามเฟสถูกแทนด้วยวงจรสมมูล π บนพื้นฐานแบบจำลองที่ขึ้นกับความถี่ อุปกรณ์แฟกต์สถูกพิจารณาให้เป็นแหล่งจ่ายฮาร์มอนิกที่ฉีดกระแสฮาร์มอนิกเข้าไปในระบบไฟฟ้ากำลัง การแพร่ของรูปคลื่นกระแสฮาร์มอนิกจะขึ้นกับพารามิเตอร์โครงข่าย งานวิจัยนี้ได้ศึกษาความไม่แน่นอนของทั้งพารามิเตอร์โครงข่ายและค่าการวัดด้วย พารามิเตอร์ของโครงข่ายจะอยู่ภายในขอบเขตความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับค่าหนึ่ง ฮาร์มอนิกของเฟสเซอร์กระแสและแรงดัน ณ ความถี่ฮาร์มอนิกที่สนใจจะถูกวัดโดยใช้หน่วยการวัดเฟสเซอร์ที่มีจำนวนเพียงพอ การประมาณสถานะฮาร์มอนิกจะถูกสร้างโดยอิงเกณฑ์กำลังสองน้อยสุดที่ถ่วงน้ำหนักเป็นรูปแบบระบบสมการเชิงเส้นแบบช่วงอิงพารามิเตอร์ ผลเฉลยได้อยู่ในรูปของจำนวนช่วงซึ่งขอบเขตด้านนอกของค่าตัวแปรสถานะ งานวิจัยนี้ยังได้เสนอวิธีปรับค่าการถ่วงน้ำหนักซึ่งนำความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์โครงข่ายมาพิจารณาด้วย หลักวิธีการประมาณสถานะฮาร์มอนิกที่น่าเสนอได้ถูกประยุกต์ไปยังระบบไฟฟ้ากำลังสามเฟส และผลลัพธ์เชิงตัวเลขที่ได้จากการทดสอบแสดงให้เห็นว่า หลักวิธีที่น่าเสนอสามารถหาขอบเขตด้านนอกได้สอดคล้องกับผลการคำนวณโดยการดำเนินการจำลองแบบมอนติคาร์โล แต่ใช้เวลาการคำนวณที่สั้นกว่ามาก

คำสำคัญ: การประมาณสถานะ การประมาณสถานะฮาร์มอนิก กำลังสองน้อยสุดที่ถ่วงน้ำหนัก ค่าพารามิเตอร์ไม่แน่นอน ระบบการส่งไฟฟ้ากระแสสลับแบบยัดหย่น

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ

This research addresses the problem of harmonic state estimation of a power system containing flexible alternating current transmission system (FACTS). Three-phase transmission lines are represented by using a π equivalent circuit based on the frequency dependence model. FACTS devices are considered as harmonic sources which inject harmonic currents into power systems. Propagation of the harmonic current waveforms is dependent on the network parameters. Uncertainty of the network parameters and the measurements are also studied in this research. The network parameters are known to be within certain tolerance bounds. The harmonic voltage and current phasors at harmonics of interest are measured by using adequate numbers of phasor measurement units. The harmonic state estimation is formulated based on the weighted least squares (WLS) criterion as a parametric interval linear system of equations. The solutions are obtained as interval numbers representing the outer bound of state variables. A method for adjusting the weight used in WLS which takes uncertain network parameters into consideration is also proposed. The proposed harmonic state estimation algorithm is applied to the three-phase power systems and the results from numerical experiments show that the bounds of state variables obtained by the proposed method agree with those estimated by performing Monte Carlo simulations but with much shorter computation time.

Keywords: state estimation, harmonic state estimation, weighted least squares method, parameter uncertainty, flexible alternating current transmission system

2. Executive Summary

ระบบไฟฟ้ากำลังที่ทันสมัยจะมีระบบการส่งไฟฟ้ากระแสสลับแบบยืดหยุ่น (Flexible Alternating Current Transmission System หรือ FACTS) หรือ อุปกรณ์แฟกต์ส เนื่องจากอุปกรณ์แฟกต์สสามารถควบคุมกำลังไฟฟ้าได้อย่างรวดเร็วโดยไม่ต้องเปลี่ยนแปลงโครงสร้างเครือข่าย อุปกรณ์แฟกต์สสามารถปรับปรุงระบบในสภาวะอยู่ตัวและชั่วคราว นอกจากนี้ยังช่วยลดการสูญเสียพลังงานและเพิ่มความสามารถในการควบคุมการถ่ายโอนกำลังไฟฟ้า เนื่องจากอุปกรณ์แฟกต์สประกอบด้วยอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์กำลังที่มีลักษณะเป็นการสวิตช์ที่มีการเปิด-ปิดวงจรที่ความถี่สูง ดังนั้น อุปกรณ์แฟกต์สจึงเป็นแหล่งกำเนิดฮาร์โมนิกของกระแสและแรงดันที่สำคัญในระบบไฟฟ้ากำลัง [1]-[2] ระดับของฮาร์โมนิกที่เกิดขึ้นจะมีความสัมพันธ์กับปัจจัยหลายอย่าง เช่น จุดทำงาน โครงสร้าง พิกัด และชนิดของอุปกรณ์แฟกต์ เป็นต้น ระดับของฮาร์โมนิกที่เกิดขึ้นในแต่ละเฟสอาจแตกต่างกันอันเนื่องมาจากความไม่สมดุลของระบบไฟฟ้ากำลัง การติดตั้งวงจรกรองฮาร์โมนิกและวิธีการต่อขดลวดหม้อแปลงอาจช่วยลดระดับของฮาร์โมนิก หรือ ขจัดฮาร์โมนิกในบางอันดับออกไปได้ [1] อย่างไรก็ตาม การออกแบบที่เหมาะสมจำเป็นต้องใช้ข้อมูลระดับของฮาร์โมนิกของกระแสและแรงดันในช่วงความถี่ที่สนใจ

แนวคิดพื้นฐานของการประมาณสถานะของระบบไฟฟ้ากำลังจะขึ้นกับความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างตัวแปรสถานะของระบบและข้อมูลการวัดที่เกิดขึ้นจริง วัตถุประสงค์ คือ เพื่อประมาณสถานะที่สำคัญของระบบไฟฟ้ากำลัง ผู้ปฏิบัติงานจะต้องมีความมั่นใจในผลที่ได้จากการประมาณสถานะก่อนที่จะทำการตัดสินใจที่สำคัญ ปกติแล้วโครงข่ายบางส่วนของระบบไฟฟ้าและข้อมูลการวัดที่เกิดขึ้นจริงจะใช้ในการกำหนดปัญหาการประมาณสถานะ โดยสมมติให้ข้อมูลพารามิเตอร์ของระบบไฟฟ้ามีความถูกต้อง และมักใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถ่วงน้ำหนัก (Weighted least squares method) ในการแก้ปัญหา ในทางปฏิบัติพารามิเตอร์ของระบบจะมีการเปลี่ยนแปลงอันเนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงของระบบไฟฟ้าโดยเฉพาะอย่างยิ่งอุปกรณ์ควบคุมการไหลกำลัง นอกจากนี้ความต้านทานและความเหนี่ยวนำของสายส่งอาจจะเปลี่ยนแปลงอย่างมีนัยสำคัญกับอุณหภูมิ ดังนั้นไม่เพียงแต่รูปแบบที่เปลี่ยนแปลงของปัจจัยความคลาดเคลื่อนของข้อมูลการวัดที่ได้จากเครื่องวัดเท่านั้น แต่ยังมีปัจจัยความแปรปรวนของพารามิเตอร์โครงข่ายด้วยที่เป็นที่มาของความไม่แน่นอนที่พบในการประมาณสถานะ

โครงการวิจัยนี้ได้พัฒนาตัวประมาณสถานะของระบบไฟฟ้ากำลังที่ติดตั้งอุปกรณ์แฟกต์สที่พิจารณาความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ ฮาร์โมนิกของกระแสและแรงดันได้มาจากหน่วยการวัดเฟสเซอร์ (Phasor Measurement Units) และถูกใช้เป็นข้อมูลการวัด ฮาร์โมนิกของแรงดันบัสจะเป็นตัวแปรสถานะที่ต้องประมาณค่า ข้อมูลพารามิเตอร์โครงข่ายที่ฮาร์โมนิกอันดับต่าง ๆ ได้มีการพิจารณาความแปรปรวนของพารามิเตอร์โครงข่ายให้มีค่าอยู่ในขอบเขตที่แน่นอน ตัวประมาณสถานะที่นำเสนอสามารถประมาณสถานะฮาร์โมนิกอันดับต่าง ๆ ที่เกิดจากอุปกรณ์แฟกต์ในระบบไฟฟ้ากำลังได้ และยังสามารถนำมาใช้ศึกษาผลกระทบของความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์โครงข่ายและค่าการวัดในระบบไฟฟ้ากำลังไม่สมดุลได้อีกด้วย

3. วัตถุประสงค์

- 3.1 เพื่อศึกษาผลกระทบของความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ในระบบไฟฟ้ากำลัง
- 3.2 เพื่อพัฒนาตัวประมาณสถานะของระบบไฟฟ้ากำลังที่มีอุปกรณ์แพกต์สที่พิจารณาความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์

4. วิธีทดลอง

ในการวิจัยได้จำลองระบบไฟฟ้ากำลังขึ้นบนโปรแกรม PSCAD/EMTDC [3] และใช้โปรแกรมคำนวณพารามิเตอร์สายส่งที่พัฒนาขึ้นโดย Prof. Neville R. Watson ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์ มหาวิทยาลัยแคนเทอร์เบอรี (University of Canterbury) ประเทศนิวซีแลนด์ การศึกษากำหนดให้อุปกรณ์แพกต์สเป็นแหล่งกำเนิดฮาร์มอนิกในระบบไฟฟ้ากำลัง [1] [4] อุณหภูมิเฉลี่ยและระยะหย่อน (Sag) ของตัวนำสายส่งแต่ละเส้นจะเปลี่ยนแปลงอยู่ในช่วงที่กำหนด และความเหนี่ยวนำรั้วของหม้อแปลงก็เปลี่ยนแปลงอยู่ในช่วงที่กำหนด ดังนั้น ความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์โครงข่ายในระบบไฟฟ้ากำลังจึงเกิดจากการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์สายส่งและพารามิเตอร์หม้อแปลง พารามิเตอร์สายส่งแต่ละเฟสและพารามิเตอร์ของหม้อแปลงจะคำนวณที่ความถี่ฮาร์มอนิกอันดับต่างๆ ในช่วงที่พิจารณา ซึ่งข้อมูลเฟสเซอร์กระแสและแรงดัน ณ ฮาร์มอนิกอันดับต่างๆ จะถูกวัดโดยหน่วยการวัดเฟสเซอร์เพื่อใช้เป็นค่าการวัด แอดมิตแตนซ์ของสายส่งและหม้อแปลง ณ ฮาร์มอนิกอันดับต่างๆ จะถูกใช้เพื่อสร้างสมการการวัด เนื่องจากในการวิจัยนี้ค่าอุณหภูมิของสายส่งมีการเปลี่ยนแปลงด้วย ดังนั้นแต่ละอันดับฮาร์มอนิกก็จะมีค่าแอดมิตแตนซ์ของสายส่งที่หลายค่าอุณหภูมิ การประมาณสถานะฮาร์มอนิกในระบบไฟฟ้ากำลังจะดำเนินการในทำนองเดียวกับการประมาณสถานะที่ความถี่มูลฐาน โดยจะใช้ข้อมูลของพารามิเตอร์โครงข่ายและค่าที่วัดได้จากฮาร์มอนิกนั้นๆ เพื่อประมาณสถานะเฟสเซอร์แรงดันบัสของฮาร์มอนิกนั้นๆ สถานะเฟสเซอร์กระแสในระบบสามารถคำนวณได้จากข้อมูลพารามิเตอร์สายส่งและสถานะเฟสเซอร์แรงดันบัสที่ประมาณได้

โดยการใช้หน่วยการวัดเฟสเซอร์ หรือ เครื่องวัดเฟสเซอร์ ในการวัดปริมาณฮาร์มอนิกของเฟสเซอร์กระแสและเฟสเซอร์แรงดัน และใช้ตัวแปรสถานะในพิกัดฉาก สมการการวัดของปัญหาการประมาณสถานะฮาร์มอนิก ณ ฮาร์มอนิกใดๆ สามารถเขียนได้เป็น

$$z = Hx + e \quad (1)$$

โดยที่

$x \in \mathbb{R}^N$ คือ เวกเตอร์ของตัวแปรสถานะ ซึ่งเป็นส่วนจริงและส่วนจินตภาพของแรงดันบัส

$H \in \mathbb{R}^{M \times N}$ คือ เมทริกซ์การวัด (Measurement matrix)

$z \in \mathbb{R}^M$ คือ เวกเตอร์ของค่าที่ได้จากเครื่องวัดเฟสเซอร์

$e \in \mathbb{R}^M$ คือ ค่าส่วนตกค้างการวัด (Measurement residue)

M คือ จำนวนของเครื่องวัด

N คือ จำนวนของตัวแปรสถานะ

สถานะที่ประมาณได้จะได้มาโดยการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันเป้าหมายแบบกำลังสองน้อยสุดที่ถ่วงน้ำหนัก ต่อไปนี้

$$J(\mathbf{x}) = (\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{x})^T \mathbf{R}_z^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{x}) \quad (2)$$

ด้วย T แทนการสลับเปลี่ยน (Transposition) และเมทริกซ์ $\mathbf{R}_z$ เรียกว่า เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมเกี่ยว (Covariance matrix)

$$\mathbf{R}_z = \begin{bmatrix} \sigma_{z,1}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{z,2}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{z,M}^2 \end{bmatrix}$$

โดยที่ $\sigma_{z,i}^2$ คือ ความแปรปรวนร่วมเกี่ยวของเครื่องวัด เครื่องที่ i

ผลเฉลยของวิธีกำลังสองน้อยสุดที่ถ่วงน้ำหนัก คือ

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}_z^{-1} \mathbf{z} \quad (3)$$

เมทริกซ์ $\mathbf{G} = \mathbf{H}^T \mathbf{R}_z^{-1} \mathbf{H}$ เรียกว่า เมทริกซ์ขยาย (Gain matrix) สังเกตว่า $\hat{\mathbf{x}}$ สามารถคำนวณได้จาก

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{H}^T \\ \mathbf{H} & \alpha \mathbf{R}_z^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} \quad (4)$$

โดยที่

$\mathbf{0}$ คือ เมทริกซ์ศูนย์

$\mathbf{y}$ คือ เมทริกซ์หุ่น (Dummy matrix)

α คือ ตัวประกอบการปรับมาตรา (Scaling factor) เพื่อช่วยปรับปรุงเลขเงื่อนไข (Condition number)

สังเกตว่า ผลเฉลยของสมการที่ (4) สามารถได้มาโดยไม่ต้องทำซ้ำ

เครื่องวัดบางเครื่องก็อาจจะให้ข้อมูลไม่ดีและส่งผลให้ค่าที่ประมาณได้มีความคลาดเคลื่อนออกไปจากค่าที่ถูกต้อง ตัวแปรสถานะที่ประมาณได้จะไม่น่าเชื่อถือ ผลเฉลยของการประมาณสถานะจึงควรต้องได้รับการตรวจสอบการมีอยู่ของข้อมูลไม่ดี ซึ่งถ้ามีข้อมูลไม่ดีอยู่ในระบบการวัดก็ควรมีวิธีการบ่งชี้ไปยังเครื่องวัดที่เกี่ยวข้อง เพื่อขจัดเครื่องวัดที่ให้ข้อมูลไม่ดีออกไปจากระบบการวัด ประสิทธิภาพในการตรวจสอบและบ่งชี้ข้อมูลไม่ดีจะขึ้นกับปัจจัยหลายอย่าง เช่น จำนวนของเครื่องวัดที่มีอยู่อย่างเหลือเฟือ ตำแหน่งติดตั้ง และชนิดของเครื่องวัด เป็นต้น ในการประมาณสถานะนิยมใช้วิธีทดสอบส่วนตกค้างปกติสูงสุด (Largest normalized residual) [5] เพื่อการตรวจสอบและบ่งชี้ข้อมูลไม่ดี ค่าส่วนตกค้างคำนวณได้จาก

$$\mathbf{r} = \mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} \quad (5)$$

เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมเกี่ยวของค่าส่วนตกค้างคำนวณได้จาก

$$\mathbf{R}_r = \mathbf{R}_z - \mathbf{H}\mathbf{G}^{-1}\mathbf{H}^T \quad (6)$$

ส่วนตกค้างปกติคำนวณได้จาก

$$\mathbf{r}_n = \left(\text{Diag} \left\{ \sqrt{R_{r,1}}, \dots, \sqrt{R_{r,M}} \right\} \right)^{-1} \mathbf{r} \quad (7)$$

โดยที่ $R_{r,k}$ คือ สมาชิกแนวทแยง ตัวที่ k ของเมทริกซ์ $\mathbf{R}_r$

ถ้าส่วนตกค้างปกติสูงสุดมีค่าน้อยกว่าค่าที่กำหนดไว้แสดงว่าไม่มีข้อมูลไม่ดีและผลเฉลยที่ได้มีความน่าเชื่อถือ แต่ถ้าส่วนตกค้างปกติสูงสุดมีค่าสูงกว่าค่าที่กำหนดไว้แสดงว่ามีข้อมูลไม่ดีปรากฏอยู่ในการประมาณสถานะ การขจัดข้อมูลไม่ดีสามารถกระทำได้โดยการขจัดเครื่องวัดที่นำส่งสัยออกไปแล้วประมาณสถานะใหม่จนกระทั่งส่วนตกค้างปกติสูงสุดมีค่าน้อยกว่าค่าที่กำหนดไว้ ปกติค่าที่กำหนดไว้มักเป็น 3.0 ซึ่งครอบคลุม 99 เปอร์เซนต์ ของระดับความเชื่อถือได้ของการกระจายปกติ [5]

โดยทั่วไปหลักวิธีการประมาณสถานะมักสมมติให้ค่าตัวแปรของโครงข่ายเป็นที่ทราบกันอย่างแน่นอน ในทางปฏิบัตินั้นสมมติฐานนี้เป็นไปได้ยากโดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อพิจารณาที่ฮาร์ดแวร์อันตบสูงๆ เนื่องจากเป็นเรื่องยากมากที่จะทราบค่าที่แน่นอนของพารามิเตอร์โครงข่าย อย่างไรก็ตาม พารามิเตอร์โครงข่ายอาจจะพิจารณาให้มีค่าอยู่ในขอบเขตที่แน่นอนได้ พารามิเตอร์สายส่งจึงสามารถแทนได้ด้วยเลขคณิตสัมพรรค (Affine arithmetic) [6] ดังนี้

$$p = p_m + \sum_{k=1}^P p_{\Delta k} \varepsilon_k \quad (8)$$

โดยที่

$$\varepsilon_k \in [-1,1]$$

p_m คือ ค่าปกติของพารามิเตอร์ p

$p_{\Delta k}$ คือ ค่าเปลี่ยนแปลงสูงสุดของพารามิเตอร์ p อันเนื่องจาก ε_k

P คือ จำนวนของพจน์ไม่แน่นอน

เมื่อใช้เลขคณิตสัมพรรคพิจารณาความไม่แน่นอนของโครงข่าย เมทริกซ์การวัดสามารถเขียนได้เป็น

$$\mathbf{H}(\mathbf{p}) = \mathbf{H}_{0m} + \sum_{k=1}^P \mathbf{H}_{\Delta k} \varepsilon_k \quad (9)$$

โดยที่

$\mathbf{p} = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_n]$ คือ เวกเตอร์ของพารามิเตอร์ที่ไม่แน่นอนของโครงข่าย

$\mathbf{H}_{0m}$ คือ เมทริกซ์การวัดที่ได้มาจากค่าปกติของพารามิเตอร์โครงข่ายทั้งหมด

$\mathbf{H}_{\Delta k}$ คือ เมทริกซ์บรรจุพจน์ไม่แน่นอนทั้งหมด อันเนื่องจาก ε_k

สมการที่ (4) อาจเขียนแยกระหว่างเมทริกซ์การวัดและพารามิเตอร์โครงข่าย ได้เป็น

$$\left(\mathbf{A}_{0m} + \sum_{k=1}^P \mathbf{A}_k \varepsilon_k \right) \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} \quad (10)$$

โดยที่

$$\mathbf{A}_{0m} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{H}_m^T \\ \mathbf{H}_m & \alpha \mathbf{R}_z \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{H}_{\Delta k}^T \\ \mathbf{H}_{\Delta k} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

กำหนดให้ $[a]$ แทนจำนวนช่วงที่มีเซตเป็นเลขจริงและมีค่าอยู่ในช่วงขอบเขตต่ำสุด $\underline{a}$ และขอบเขตสูงสุด $\bar{a}$ หรือ เขียนได้เป็น $\{a \mid \underline{a} \leq a \leq \bar{a}\}$ ดังนั้น โดยการใช้จำนวนช่วงกับสมการที่ (10) จะได้

$$\left(\mathbf{A}_{0m} + \sum_{k=1}^P \mathbf{A}_k [\varepsilon_k] \right) [\mathbf{u}] = \mathbf{b} \quad (11)$$

โดยที่

$$[\mathbf{u}]^T = \begin{bmatrix} [\hat{\mathbf{x}}]^T & [\mathbf{y}]^T \end{bmatrix}$$

และ

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{z}^T \end{bmatrix}^T$$

สังเกตว่า ε_k ถูกแทนที่ด้วย $[\varepsilon_k] \in [-1, 1]$

กรณีค่าการวัดอยู่ในขอบเขตด้วยหรือ $\underline{\mathbf{z}} \leq \mathbf{z} \leq \bar{\mathbf{z}}$ เวกเตอร์ $\mathbf{b}$ ในสมการที่ (11) สามารถเขียนเป็น เวกเตอร์ช่วง $[\mathbf{b}] = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & [\mathbf{z}]^T \end{bmatrix}^T$ ในที่นี้ $[\mathbf{z}] = [\underline{\mathbf{z}}, \bar{\mathbf{z}}]$

ผลลัพธ์ของการประมาณสถานะจะได้มาจากการหาผลเฉลยของสมการที่ (11) ในการแก้สมการที่ (11) อาจเลือกใช้วิธีที่มีการนำเสนอในบทความ [7]-[13] ในงานวิจัยนี้ได้หาผลเฉลยโดยวิธีบนพื้นฐานของ บทความ [14]

โดยทั่วไปแล้ว เมทริกซ์น้ำหนัก $\mathbf{R}_z^{-1}$ จะได้มาจากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเครื่องวัด ใน บทความ [15] ได้นำเสนอหลักวิธีการปรับเมทริกซ์น้ำหนักนี้ แต่ไม่ได้พิจารณาความไม่แน่นอนของ พารามิเตอร์โครงข่าย ในงานวิจัยนี้จะนำเสนอวิธีการปรับเมทริกซ์น้ำหนักโดยพิจารณาความไม่แน่นอน ของพารามิเตอร์โครงข่ายให้เสมือนเป็นความผิดพลาดการวัดสมมูล พิจารณารูปที่ 1 ความสัมพันธ์ของ กระแสสามารถเขียนได้เป็น

$$\mathbf{z}_m + \Delta \mathbf{z} = \mathbf{i}_{ft,m} + \Delta \mathbf{i}_{ft} + \mathbf{i}_{ff,m} + \Delta \mathbf{i}_{ff} \quad (12)$$

โดยที่ ตัวห้อย m แทน ค่าปกติ

Δ แทน การเบี่ยงเบน

$\Delta \mathbf{z}$ คือ ค่าผิดพลาดที่เกิดจากเครื่องวัด $\mathbf{z}$

$\Delta \mathbf{i}_{ft}$ คือ การเบี่ยงเบนของกระแสที่ไหลผ่าน $\mathbf{y}_{ft}$

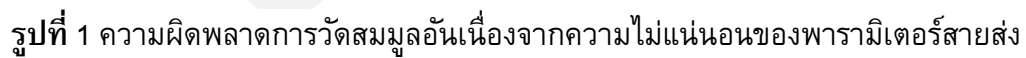
$\Delta \mathbf{i}_{ff}$ คือ การเบี่ยงเบนของกระแสที่ไหลผ่าน $\mathbf{y}_{ff}$

สังเกตว่า $\mathbf{y}_{ft}$ และ $\mathbf{y}_{ff}$ เป็นแหล่งกำเนิดความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์โครงข่าย

ต่อมา สมการการวัดสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\mathbf{z}_m + \Delta \mathbf{z} = \mathbf{H}_m \mathbf{x}_m + \Delta \mathbf{d} \quad (13)$$

โดยที่ $\Delta \mathbf{d}$ คือ การเบี่ยงเบนทั้งหมดของ $\mathbf{H}_m \mathbf{x}_m$



เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมเกี่ยวสมมูล (Equivalent covariance matrix) จึงประมาณได้จาก

โดยที่ $R_{d,i}$ คือ ความแปรปรวนของ Δd_i

$$[d] = [H][x] \quad (15)$$
$$\mathbf{R}_d = \text{Diag} \left\{ \frac{1}{3} \left[\text{rad}([d_1])^2 \dots \text{rad}([d_M])^2 \right] \right\} \quad (16)$$

9

กระบวนการปรับน้ำหนักในการประมาณสถานะอาจสรุปเป็นขั้นตอนอย่างง่ายได้ดังนี้

- คำนวณค่าปกติของ $\mathbf{x}_m$ โดยใช้ $\mathbf{R}_z^{-1}$ เป็นน้ำหนัก
 - กำหนด $[\mathbf{x}]^{(0)} \leftarrow \mathbf{x}_m$, $\mathbf{R}_{z,eq} \leftarrow \mathbf{R}_z$, และ $k \leftarrow 0$
- ทำซ้ำ
- เพิ่มค่าตัวนับรอบ $k \leftarrow k + 1$
 - คำนวณ $[\mathbf{d}] = [\mathbf{H}][\mathbf{x}]^{(k-1)}$
 - คำนวณ $\mathbf{R}_d$ โดยใช้สมการที่ (16)
 - ปรับค่าของเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมเกี่ยว $\mathbf{R}_{z,eq} = \mathbf{R}_z + \mathbf{R}_d$
 - แก้สมการที่ (11) เพื่อหา $[\mathbf{x}]^{(k)}$ โดยใช้ $\mathbf{R}_{z,eq}^{-1}$ เป็นน้ำหนัก
- จนกระทั่ง ขอบเขตของ $[\mathbf{x}]^{(k)}$ ลู่เข้า

ในงานวิจัยนี้ กำหนดให้การลู่เข้าเกิดเมื่อการเปลี่ยนแปลงของทั้งขอบเขตบนและขอบเขตล่างของ $[\mathbf{x}]$ มีค่าน้อยกว่า 10^{-4}

5. ผลการทดลอง

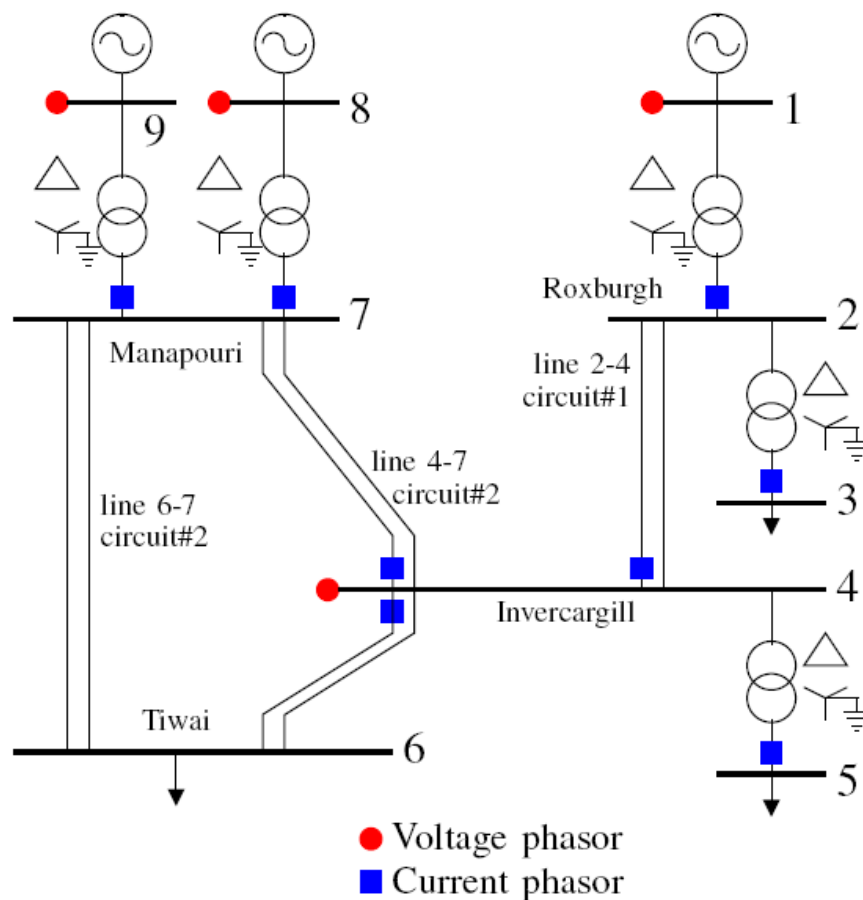
ตัวประมาณสถานะที่น่าเสนอได้รับการพัฒนาขึ้นบนโปรแกรม MATLAB [16] และใช้ INTLAB [17] ในการคำนวณจำนวนช่วง การทดสอบดำเนินการบนคอมพิวเตอร์ที่ใช้ Intel Core i3-2120, 3.30 GHz และหน่วยความจำ 4 GB ในการทดสอบใช้ข้อมูลของระบบไฟฟ้ากำลัง ขนาด 220 kV ความถี่มูลฐาน 50 เฮิร์ตซ์ ซึ่งเป็นระบบไฟฟ้ากำลังทางตอนใต้ของเกาะใต้ ประเทศนิวซีแลนด์ [18] โดยใช้ฐานกำลัง 100 MVA

รูปที่ 2 แสดงระบบไฟฟ้ากำลังที่ได้ปรับแต่งโดยการเพิ่มแหล่งจ่ายกระแสฮาร์มอนิก โคร่งข่ายของระบบไฟฟ้ากำลังประกอบด้วยสายส่งวงจรเดียว จำนวน 2 วงจร เชื่อมโยงระหว่างบัส Roxburgh และบัส Invercargill สายส่งวงจรคู่ จำนวน 3 วงจร เชื่อมโยงระหว่างบัส Manapouri บัส Invercargill และบัส Tiwai โดยมีแหล่งจ่ายกระแสฮาร์มอนิกเป็นตัวแปลงผัน 6 พัลส์ (Six-pulse converter) ต่ออยู่ที่บัส Tiwai ตัวแปลงผันมีขนาดพิกัด 600 MVA และบัส Tiwai ไม่ได้ติดตั้งวงจรกรองฮาร์มอนิก ข้อมูลกระแสฮาร์มอนิกที่เกิดจากตัวแปลงผัน 6 พัลส์ แสดงดังตารางที่ 1 ซึ่งฮาร์มอนิกอันดับ 1 จะไม่ถูกพิจารณาในงานนี้เพราะเป็นข้อมูลพื้นฐานของระบบ

ในการทดสอบ สมมติให้อุณหภูมิเฉลี่ยของตัวนำสายส่งเป็น 20 องศาเซลเซียส และระยะหย่อนของตัวนำสายส่งเป็น 2 เมตร ระบบการวัดใช้เครื่องวัดสามเฟสที่ประกอบด้วย เครื่องวัดเฟสเซอร์แรงดัน 4 เครื่อง และเครื่องวัดเฟสเซอร์กระแส 6 เครื่อง เนื่องจากสถานะที่ประมาณเป็นเฟสเซอร์แรงดันที่ทุก

บัส ดังนั้น จะได้ $M = 72$ และ $N = 54$ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเครื่องวัดเฟสเซอร์แรงดันและกระแส มีค่าเท่ากับ 1 เปอร์เซ็นต์ และ 3 เปอร์เซ็นต์ ของค่าที่อ่านได้

แบบจำลองที่ใช้เป็นแบบจำลองฮาร์โมนิกสามเฟสซึ่งพิจารณาความไม่สมดุลและคัปปลิง (Coupling) ระหว่างเฟส วงจรสมมูลแบบ π ของสายส่งคำนวณโดยใช้รายละเอียดทางกายภาพของสายส่ง ข้อมูลตัวนำ และความต้านทานดิน สำหรับความต้านทานของตัวนำจะแปรตามอุณหภูมิของตัวนำและสามารถคำนวณได้จากสูตรในบทความ [20] สัมประสิทธิ์อุณหภูมิของตัวนำที่เป็นอลูมิเนียมและสายดินที่เป็นเหล็กมีค่าเป็น 0.00403 และ 0.003 องศาเซลเซียส ตามลำดับ เนื่องจากอุณหภูมิเฉลี่ยของตัวนำและระยะหย่อนของสายส่งมีความสัมพันธ์ในลักษณะเป็นเชิงเส้น [21] [22] งานวิจัยนี้สมมติให้ระยะหย่อนเพิ่มขึ้น 0.04 เมตร ถ้าอุณหภูมิเฉลี่ยของตัวนำเพิ่มขึ้น 1 องศาเซลเซียส อย่างไรก็ตาม ในทางปฏิบัติ อุณหภูมิของสายส่งอาจได้มาโดยการเฝ้ามองระบบในเวลาจริง ในงานวิจัยพิจารณาอุณหภูมิเฉลี่ยของสายส่งเป็นพารามิเตอร์ไม่แน่นอน โดยสมมติให้อุณหภูมิแปรปรวนอยู่ในช่วง 0-40 องศาเซลเซียส และแอดมิตแตนซ์รั่วของหม้อแปลงแปรปรวนอยู่ในช่วงไม่เกิน 5 เปอร์เซ็นต์



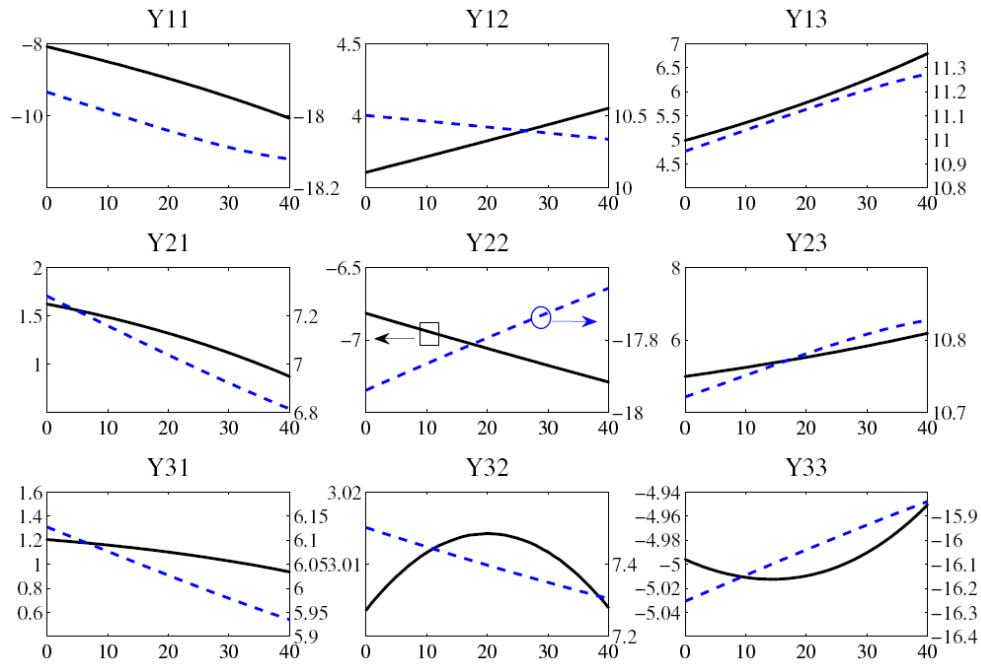
รูปที่ 2 แผนภาพเส้นเดียวของระบบทดสอบประเทศนิวซีแลนด์

ตารางที่ 1 ระดับของกระแสฮาร์มอนิก [19]

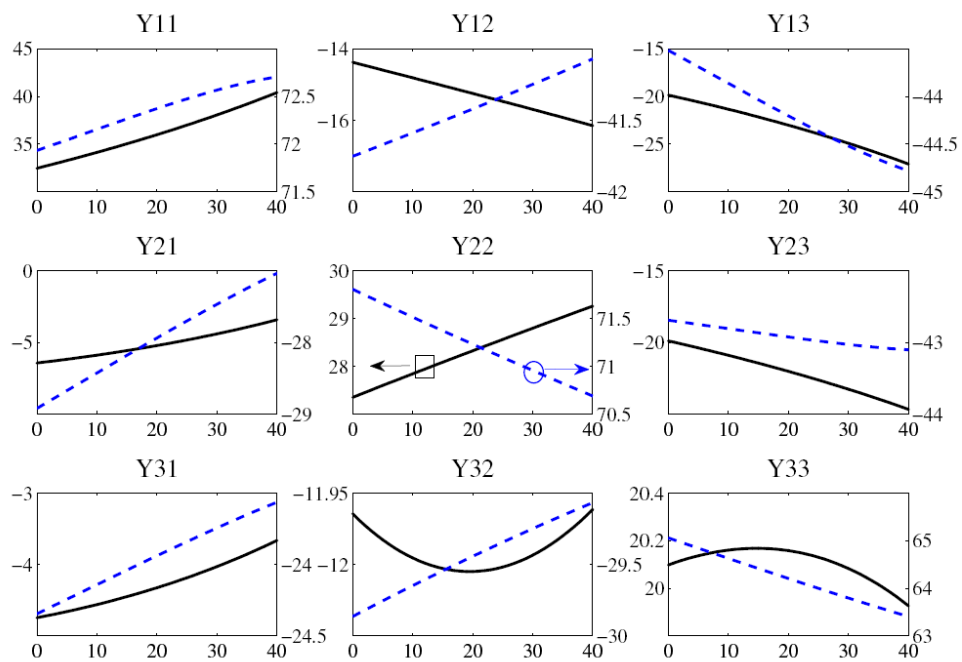
ความถี่ (เฮิรตซ์)	ฮาร์มอนิก อันดับ	ตัวแปลงผัน 6 พัลส์		รีแอกเตอร์ควบคุมด้วย ไทรสเตอร์	
		ขนาด (ต่อหน่วย)	มุม (องศา)	ขนาด (ต่อหน่วย)	มุม (องศา)
50	1	1.0000	-49.56	1.0000	46.92
250	5	0.1941	-67.77	0.0702	-124.40
350	7	0.1309	11.90	0.0250	-29.87
550	11	0.0758	-7.13	0.0136	-23.75
650	13	0.0586	68.57	0.0075	71.50
850	17	0.0379	46.53	0.0062	77.12
950	19	0.0329	116.46	0.0032	173.43
1,150	23	0.0226	87.47	0.0043	178.02
1,250	25	0.0241	159.32	0.0013	-83.45
1,450	29	0.0193	126.79	0.0040	-80.45

5.1 ผลกระทบจากความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์โครงข่าย

หัวข้อนี้นำเสนอผลลัพธ์ของการประมาณสถานะฮาร์มอนิกภายใต้การเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์โครงข่ายโดยใช้เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมเกี่ยวของเครื่องวัดเป็นค่านำหนัก เนื่องจากสายส่งระหว่างบัส Invercargill และบัส Manapouri มีความถี่เรโซแนนซ์ใกล้ความถี่ของฮาร์มอนิกอันดับ 19 ในรูปที่ 3 แสดงการเปลี่ยนแปลงของเมทริกซ์แอดมิตแตนซ์ของสายส่งระหว่าง Manapouri และ Invercargill ณ ฮาร์มอนิกอันดับ 19 (แกน x คือ อุณหภูมิเฉลี่ยของตัวนำ และแกน y คือ ค่าต่อหน่วย) สังเกตว่า เมทริกซ์แอดมิตแตนซ์ขนาดจะมีค่าแอดมิตแตนซ์และการเปลี่ยนแปลงค่อนข้างสูง ดังนั้น การทดสอบจึงแสดงผลการประมาณสถานะที่ฮาร์มอนิกอันดับ 19 ในรูปที่ 4 แสดงตัวแปรสถานะที่ประมาณได้และส่วนตกค้างปกติจากการทดสอบใช้การจำลองมอนติคาร์โล จำนวน 10,000 รอบ และพารามิเตอร์โครงข่ายปรับค่าแบบสุ่ม โดยเครื่องวัดอันดับที่ 1-12 และ 13-36 จะสัมพันธ์กับส่วนจริงของเฟสเซอร์แรงดันและเฟสเซอร์กระแส ตามลำดับ เครื่องวัดอันดับอื่นที่เหลือจะสัมพันธ์กับส่วนจินตภาพของเฟสเซอร์แรงดันและเฟสเซอร์กระแส ในรูปที่ 4 จะเห็นได้ว่า แม้ว่าเครื่องวัดจะไม่มีข้อมูลเสียเลย แต่ส่วนตกค้างปกติจำนวนมากกลับมีค่าเกิน 3.0 ซึ่งบ่งชี้ว่ามีข้อมูลไม่ดี ดังนั้นการใช้ค่าถ่วงน้ำหนักแบบนี้อาจทำให้ต้องตัดข้อมูลวัดที่ถูกต้องออกไป



(ก) แอดมิตแตนซ์อนุกรม



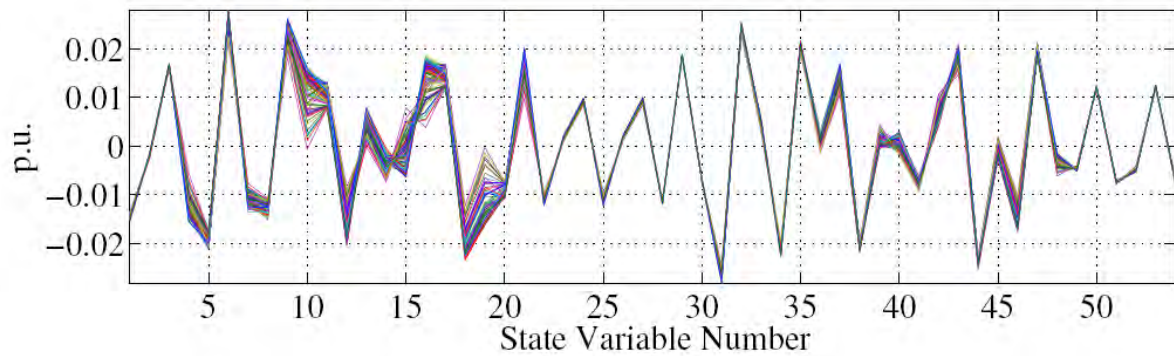
(ข) แอดมิตแตนซ์ขนาน

รูปที่ 3 การเปลี่ยนแปลงของเมทริกซ์แอดมิตแตนซ์ ณ ฮาร์โมนิกอันดับ 19

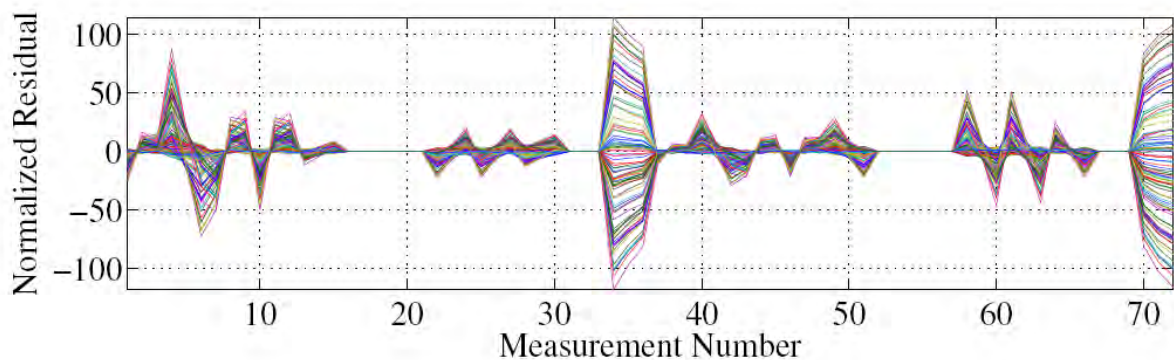
(สายส่งระหว่าง Manapouri และ Invercargill)

เส้นทึบ คือ ส่วนจริง (แกน y ด้านซ้ายมือ)

เส้นประ คือ ส่วนจินตภาพ (แกน y ด้านขวามือ)



(ก)



(ข)

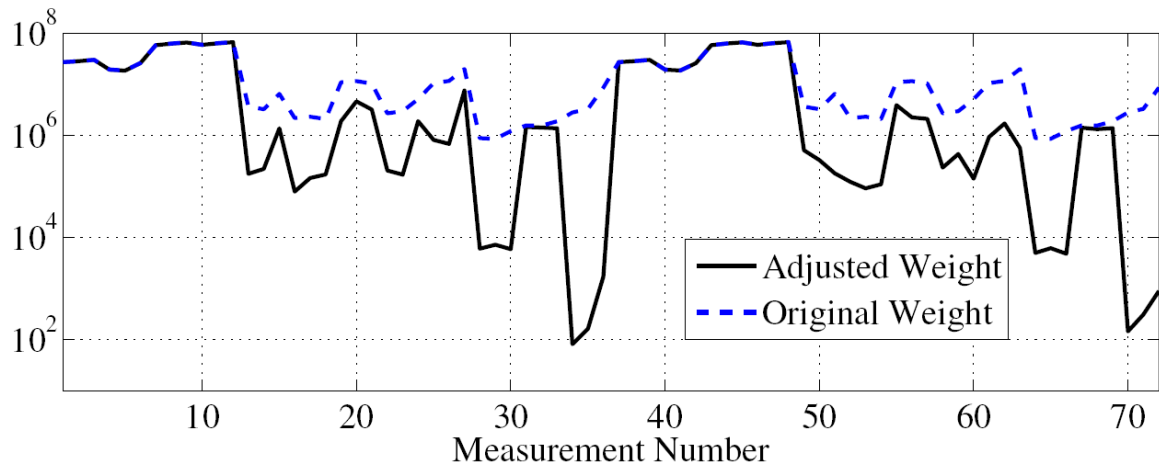
รูปที่ 4 ความแปรปรวนของตัวแปรสถานะที่ประมาณได้และส่วนตกค้างปกติ กรณีไม่ปรับค่าน้ำหนัก

(ก) ตัวแปรสถานะที่ประมาณได้

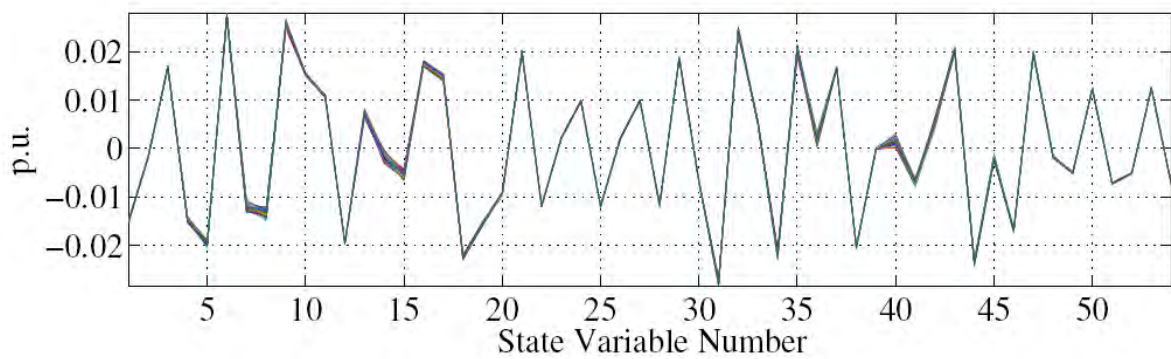
(ข) ส่วนตกค้างปกติ

5.2 การปรับค่าน้ำหนัก

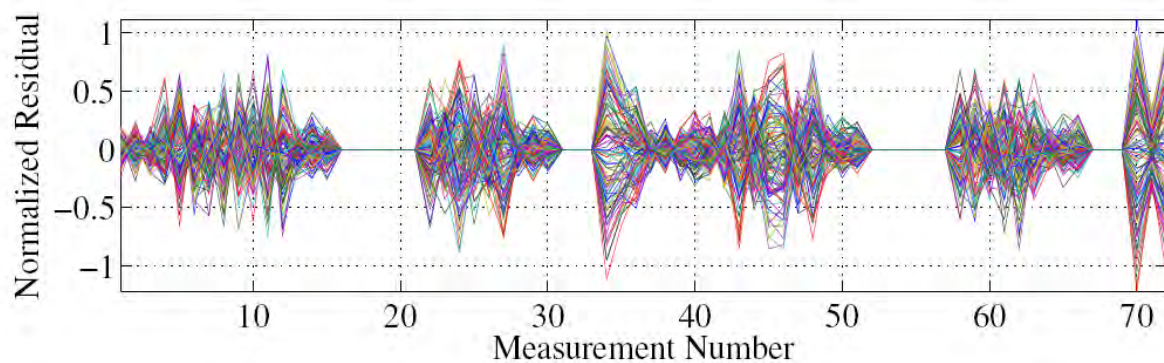
หัวข้อนี้นำเสนอผลลัพธ์ของการปรับค่าน้ำหนัก รูปที่ 5 แสดงค่าน้ำหนักดั้งเดิมและค่าน้ำหนักที่ได้มาจากหลักวิธีการปรับค่าน้ำหนัก ซึ่งค่าน้ำหนักถูกคำนวณในเพียง 3 รอบการทำซ้ำ สังเกตว่าค่าน้ำหนักของเครื่องวัดอันดับที่ 34-36 และ 70-72 จะมีค่าน้อยกว่าค่าน้ำหนักของเครื่องวัดอื่นๆ ซึ่งเครื่องวัดในอันดับเหล่านี้จะเกี่ยวข้องกับส่วนจริงและส่วนจินตภาพของเฟสเซอร์กระแส เฟส A ของ สายส่ง 4-7 ที่เชื่อมโยงระหว่างบัส Invercargill และบัส Manapouri ค่าปกติและการเบี่ยงเบนของแอดมิตแตนซ์ของสายส่งเส้นนี้มีค่าสูงกว่าสายส่งเส้นอื่นๆ ในรูปที่ 4 จะเห็นได้ว่า เครื่องวัดในอันดับเหล่านี้จะให้ส่วนตกค้างปกติค่าสูง ขณะที่ค่าน้ำหนักของเครื่องวัดแรงดันจะไม่เปลี่ยนแปลงเพราะเครื่องวัดแรงดันไม่ได้ทำให้แบบจำลองการวัดเปลี่ยนแปลง การปรับค่าน้ำหนักช่วยลดอิทธิพลของเครื่องวัดที่มีความสัมพันธ์กับการเบี่ยงเบนของพารามิเตอร์โครงข่าย รูปที่ 6 แสดงผลลัพธ์จากการประมาณสถานะที่มีการปรับค่าน้ำหนักและใช้การจำลองมอนติคาร์โล 10,000 รอบ สังเกตว่า การเบี่ยงเบนของตัวแปรสถานะจะแคบลง และส่วนตกค้างปกติสูงสุดมีค่าน้อยกว่า 1.0



รูปที่ 5 ค่าน้ำหนักดั้งเดิมและค่าน้ำหนักที่ได้มาจากหลักวิธีการปรับค่าน้ำหนัก



(ก)



(ข)

รูปที่ 6 ความแปรปรวนของตัวแปรสถานะที่ประมาณได้และส่วนตกค้างปกติ กรณีปรับค่าน้ำหนัก

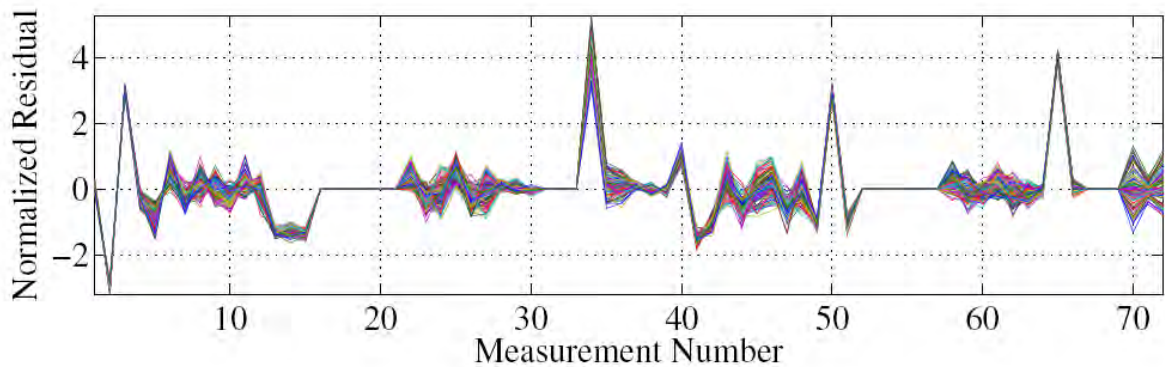
(ก) ตัวแปรสถานะที่ประมาณได้

(ข) ส่วนตกค้างปกติ

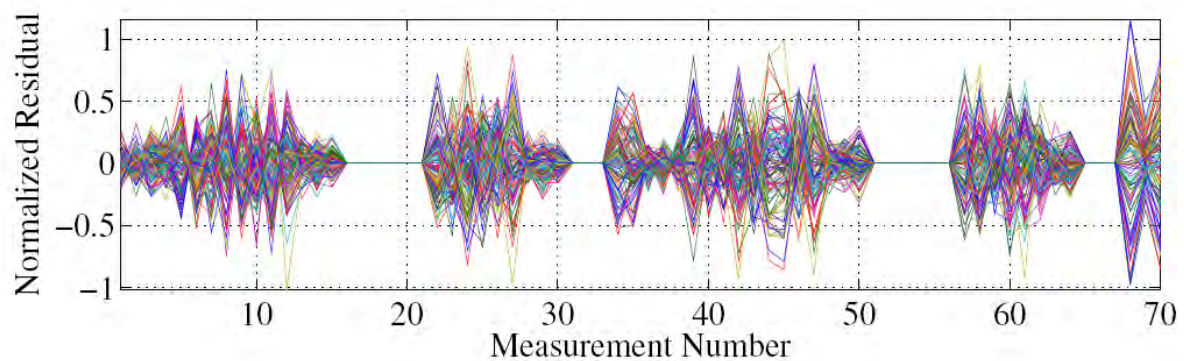
5.3 การตรวจสอบข้อมูลไม่ดี

หัวข้อนี้ทดสอบการตรวจสอบข้อมูลไม่ดีเมื่อการประมาณสถานะมีการปรับค่าน้ำหนักด้วย โดยการเพิ่มสัญญาณรบกวนที่เครื่องวัดอันดับที่ 34 และ 65 ให้เป็น 4.2 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเครื่องวัดนั้น ขณะที่เครื่องวัดอื่นๆ มีการปนเปื้อนของสัญญาณรบกวนตามส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเครื่องวัดอื่นๆ เครื่องวัดอันดับที่ 34 จะเกี่ยวข้องกับส่วนจริงของเฟสเซอร์กระแสในเฟส A ของสายส่ง 4-7 ที่เชื่อมต่อระหว่าง Invercargill และ Manapouri ขณะที่เครื่องวัดอันดับที่ 65 จะเกี่ยวข้องกับส่วนจินตภาพของเฟสเซอร์กระแสในเฟส B ของหม้อแปลงที่ต่อระหว่างบัส 1 และบัส 2

รูปที่ 7 แสดงผลการจำลองมอนติคาร์โล 10,000 รอบ ในรูปที่ 7 (ก) แสดงให้เห็นว่าข้อมูลไม่ดีได้ถูกบ่งชี้ และในรูปที่ 7 (ข) แสดงผลลัพธ์เมื่อมีการขจัดข้อมูลไม่ดีออกไปแล้ว



(ก)



(ข)

รูปที่ 7 ส่วนตกค้างปกติ กรณีปรับค่าน้ำหนัก และมีข้อมูลไม่ดี

(ก) ก่อนขจัดข้อมูลไม่ดี

(ข) ภายหลังขจัดข้อมูลไม่ดี

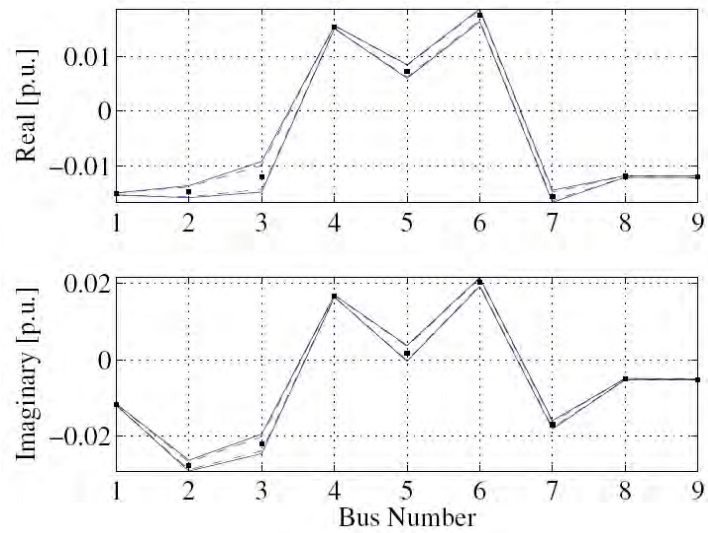
5.4 ผลกระทบจากความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์โครงข่ายและค่าการวัด

หัวข้อนี้จะแสดงผลลัพธ์ของการประมาณสถานะในกรณีที่มีการเบี่ยงเบนทั้งพารามิเตอร์โครงข่ายและค่าการวัด โดยการหาผลเฉลี่ยของสมการที่ (11) จะทำให้ได้ขอบเขตของตัวแปรสถานะที่ต้องการประมาณ ผลลัพธ์ที่ประมาณได้ถูกเปรียบเทียบกับขอบเขตของตัวแปรสถานะที่ได้จากการจำลองมอนติคาร์โล 20,000 รอบ รูปที่ 8 แสดงผลการเปรียบเทียบผลลัพธ์ของฮาร์มอนิกอันดับ 19 (เส้นทึบ แทน ผลลัพธ์จากวิธีที่นำเสนอ และ เส้นประ แทน ผลลัพธ์จากวิธีการจำลองมอนติคาร์โล) สังเกตว่า วิธีการทั้งสองให้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกันมาก วิธีที่นำเสนอสามารถให้ขอบเขตของตัวแปรสถานะที่ครอบคลุมขอบเขตของตัวแปรสถานะที่ได้มาจากการจำลองมอนติคาร์โล สำหรับเวลาที่ใช้ในการคำนวณของวิธีการจำลองมอนติคาร์โล ประมาณ 111 วินาที ขณะที่วิธีที่นำเสนอใช้เวลาในการคำนวณ 0.03 วินาที ดังนั้น วิธีที่นำเสนอจึงใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่ามากแต่ยังคงให้ผลลัพธ์ที่ดี

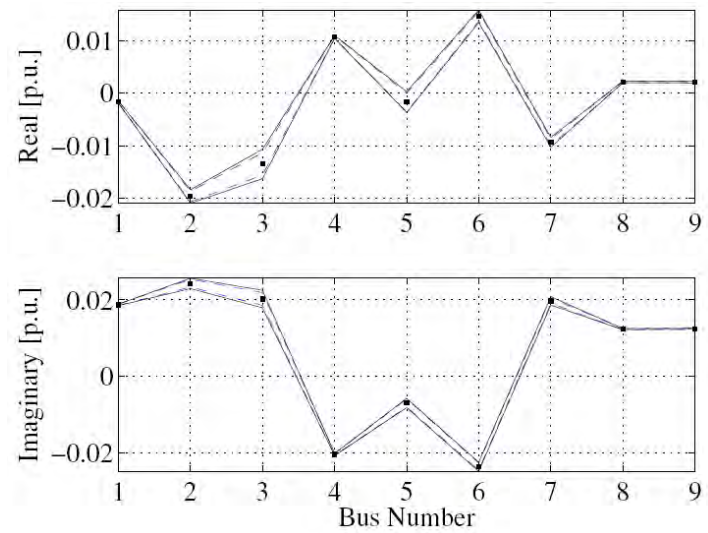
รูปที่ 9 แสดงผลลัพธ์ที่ได้จากการประมาณสถานะที่ฮาร์มอนิกอื่นๆ และเพื่อความง่ายในการสังเกตจึงแสดงผลลัพธ์เฉพาะค่าปกติและการเบี่ยงเบนสูงสุดของขนาดแรงดันบัสเท่านั้น ผลลัพธ์แสดงให้เห็นว่า ขนาดแรงดันฮาร์มอนิกของเฟส A มีค่าสูงกว่าเฟสอื่นและยังมีความไวต่อการเบี่ยงเบนของพารามิเตอร์โครงข่ายและค่าการวัดมากกว่าเฟสอื่น การเบี่ยงเบนสูงสุดเกิดขึ้นที่ฮาร์มอนิกอันดับ 5 และมีค่าน้อยกว่า 0.01 ต่อหน่วย การเบี่ยงเบนสูงสุดของบัส 1 บัส 4 บัส 8 และบัส 9 มีค่าต่ำกว่าบัสอื่นๆ ที่ทุกฮาร์มอนิก ทั้งนี้เพราะการวางเครื่องวัดเฟสเซอร์แรงดันที่บัสทั้ง 4 จะทำให้บัสเหล่านี้มีความไวน้อยต่อความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์โครงข่ายและค่าการวัด

5.5 ผลการทดสอบบนระบบขนาดใหญ่

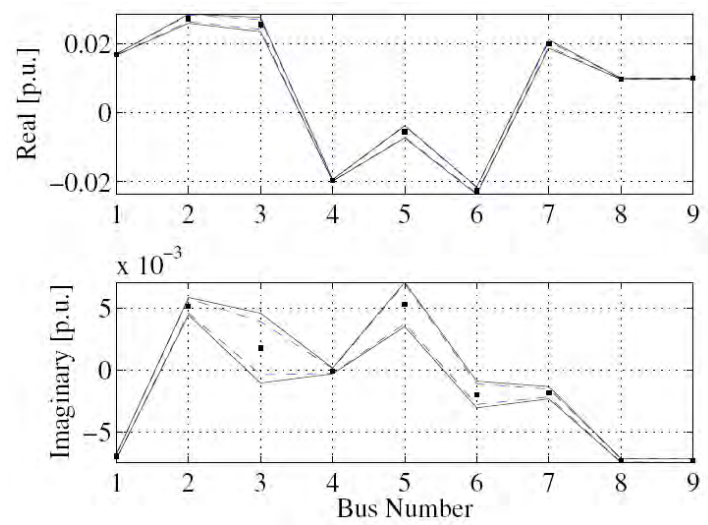
ระบบมาตรฐาน IEEE ขนาด 57 บัส [23] มีการปรับแต่งให้เป็นระบบทดสอบแบบสามเฟส ความถี่มาตรฐาน 50 เฮิร์ตซ์ ระบบประกอบด้วยเครื่องกำเนิดไฟฟ้า จำนวน 7 เครื่อง หม้อแปลง จำนวน 12 ตัว และโหลด จำนวน 42 ตำแหน่ง แหล่งกำเนิดฮาร์มอนิกขนาดใหญ่สมมติให้เป็นตัวแปลงผัน 6 พัลส์ ขนาด 500 MVA ต่ออยู่ที่บัส 8 และบัส 12 แหล่งกำเนิดฮาร์มอนิกขนาดเล็กสมมติให้เป็นรีแอกเตอร์ที่ควบคุมด้วยไทรสเตอร์ ขนาด 60 MVAR ต่ออยู่ที่บัส 3 บัส 9 บัส 18 บัส 25 และบัส 53 ในการทดสอบใช้ฐานกำลัง 100 MVA และจำลองสายส่งทุกเส้นด้วยแบบจำลองสายส่งสามเฟส แต่เนื่องจากระบบมาตรฐาน IEEE ไม่มีข้อมูลทางกายภาพของสายส่ง การจำลองจึงสมมติให้สายส่งทุกเส้นมีรายละเอียดทางกายภาพและข้อมูลตัวนำเป็นเหมือนกับข้อมูลของสายส่ง 2-4 วงจรที่หนึ่งของระบบไฟฟ้ากำลังประเทศนิวซีแลนด์ สำหรับความยาวสายส่งแต่ละเส้นถูกเลือกขึ้นมาจากพื้นฐานของค่ารีแอกแตนซ์ลำดับบวก หม้อแปลงสามเฟสมีโครงสร้างแบบวาย-เดลตา ข้อมูลการวัดจะได้มาจากการวิเคราะห์การไหลกำลังไฟฟ้าฮาร์มอนิก รูปที่ 10 แสดงโครงข่ายและตำแหน่งติดตั้งเครื่องวัด จำนวนของเครื่องวัดและจำนวนของตัวแปรสถานะเป็น $M = 384$ และ $N = 342$ ตามลำดับ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเครื่องวัดเฟสเซอร์แรงดันและกระแส เท่ากับ 1 เปอร์เซ็นต์ และ 3 เปอร์เซ็นต์ ของค่าที่อ่านได้



(ก) เฟส A

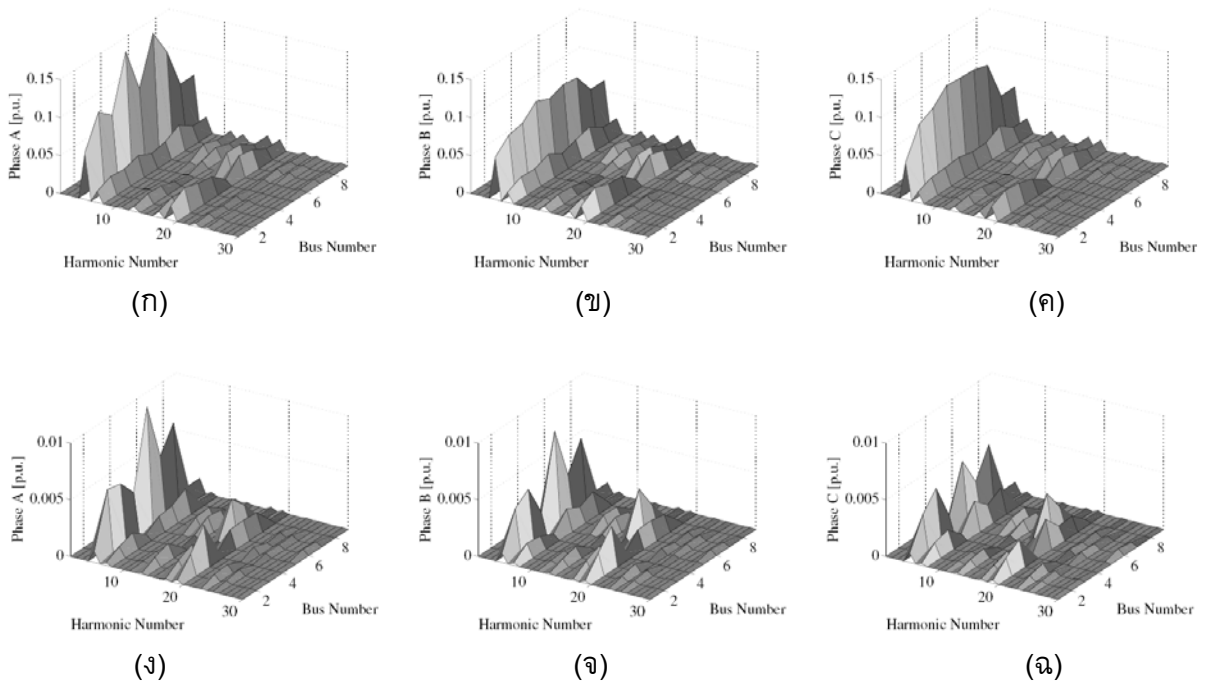


(ข) เฟส B

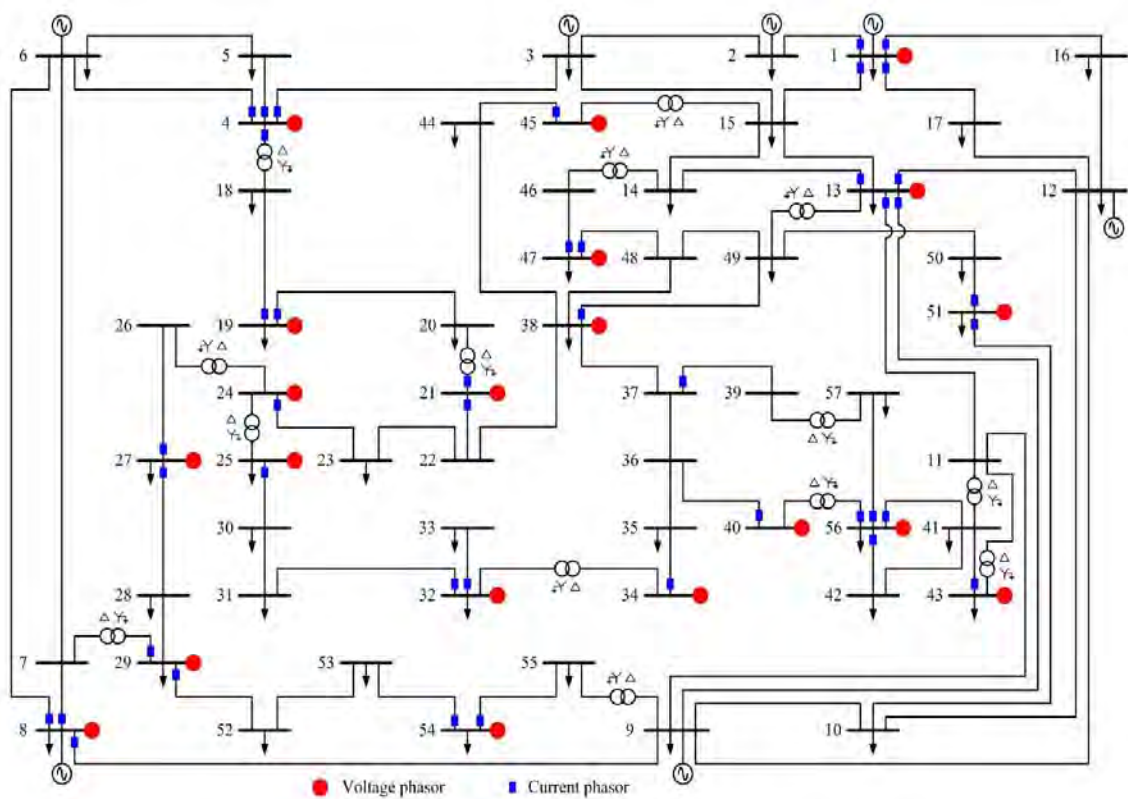


(ค) เฟส C

รูปที่ 8 ขอบเขตของเฟสเซอร์แรงดันบัสที่ฮาร์มอนิกอันดับ 19 ของระบบทดสอบประเทศนิวซีแลนด์



รูปที่ 9 ขนาดแรงดันบัสน์ที่ประมาณสถานะได้ ณ ฮาร์โมนิกต่างๆ ของระบบทดสอบประเทศนิวซีแลนด์
(ก) - (ค) คือ ค่าปกติ และ (ง) - (ฉ) คือ การแปรปรวนสูงสุด



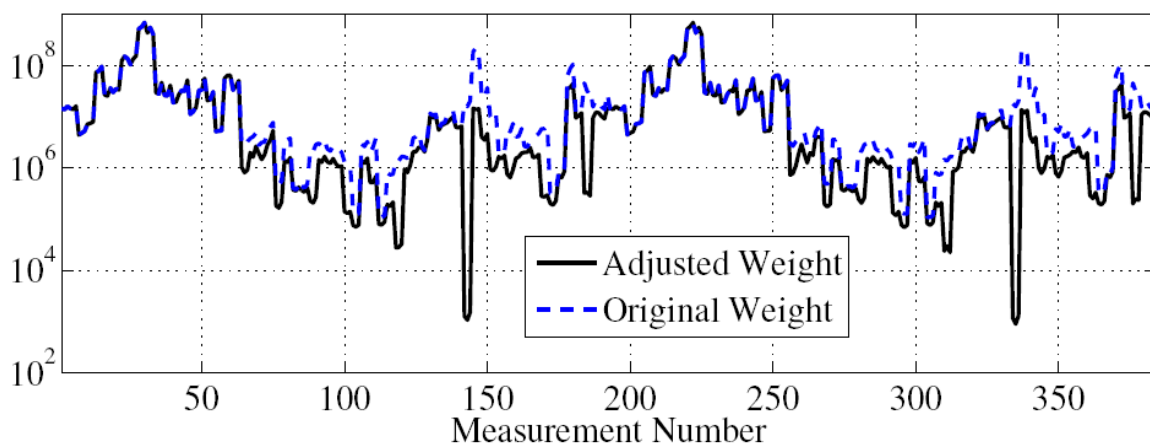
รูปที่ 10 แผนภาพของระบบ IEEE ขนาด 57 บัสน์

การทดสอบสมมติให้อุณหภูมิมีความไม่แน่นอนอยู่ในช่วง 0-40 องศาเซลเซียส และสมมติให้อัดมิตแดนซ์ร้วของหม้อแปลงเปลี่ยนแปลงอยู่ในช่วงไม่เกิน 5 เปอร์เซนต์ ของค่าปกติ การทดสอบจะแสดงผลลัพธ์เฉพาะฮาร์โมนิกอันดับที่ 5 เท่านั้น

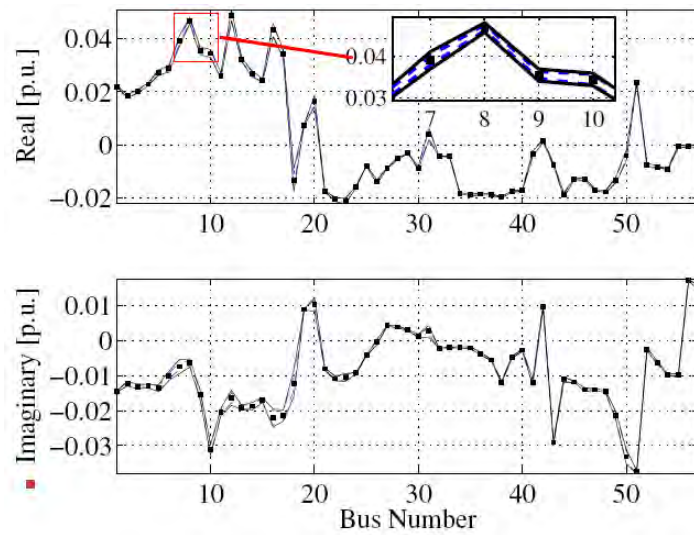
รูปที่ 11 แสดงค่าน้ำหนักดั้งเดิมและค่าน้ำหนักที่ได้มาจากหลักวิธีการปรับค่าน้ำหนัก ซึ่งค่าน้ำหนักถูกคำนวณใน 4 รอบการทำซ้ำ สังเกตว่า เครื่องวัดอันดับที่ 1-63 และ 64-192 จะสัมพันธ์กับส่วนจริงของเฟสเซอร์แรงดันและเฟสเซอร์กระแส ตามลำดับ เครื่องวัดอันดับอื่นที่เหลือจะสัมพันธ์กับส่วนจินตภาพของเฟสเซอร์แรงดันและเฟสเซอร์กระแส และจากรูปที่ 11 จะเห็นได้ว่า ค่าน้ำหนักของเฟสเซอร์กระแสมีการปรับขึ้นเนื่องจากความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์สายส่ง ค่าน้ำหนักของเครื่องวัดอันดับ 143 และ 335 ถูกปรับให้มีย่าน้ำหนักต่ำค่าเดิมมาก เครื่องวัดทั้งสองเป็นเครื่องวัดเฟสเซอร์กระแส เฟส B ที่ไหลจากบัส 32 ไปยังบัส 31 ค่าแอดมิตแดนซ์ของสายส่งนี้มีค่าสูงกว่าสายส่งอื่นๆ ซึ่งแสดงว่าสายส่งนี้ทำงานที่ใกล้ค่าความถี่เรโซแนนซ์

รูปที่ 12 แสดงขอบเขตของค่าสถานะที่ประมาณได้ด้วยวิธีที่นำเสนอเปรียบเทียบกับ การจำลองมอนติคาร์โล 40,000 รอบ สำหรับเวลาที่ใช้ในการคำนวณของวิธีการจำลองมอนติคาร์โลและวิธีที่นำเสนอประมาณ 2 ชั่วโมง และ 0.44 วินาที ตามลำดับ

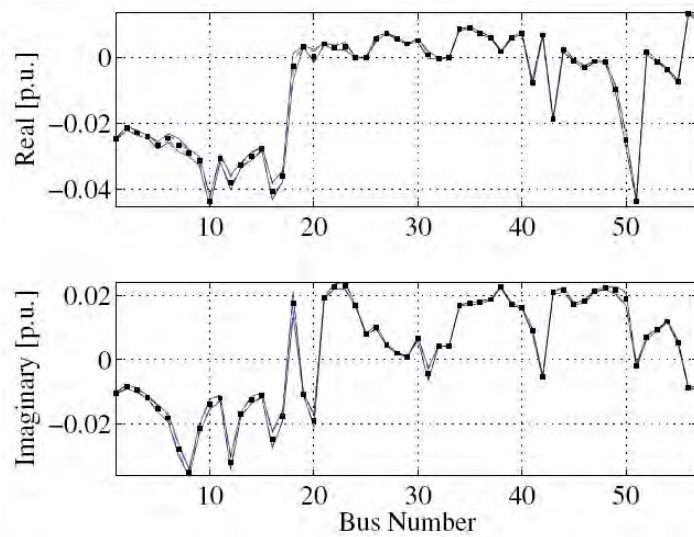
รูปที่ 13 และ รูปที่ 14 แสดงค่าปกติและการเบี่ยงเบนสูงสุดของขนาดแรงดัน ณ ฮาร์โมนิกต่างๆ เนื่องจากระบบ IEEE ขนาด 57 บัส ที่ใช้ทดสอบค่อนข้างจะสมดุล ดังนั้น ขนาดของตัวแปรสถานะในแต่ละเฟสจึงมีค่าใกล้เคียงกัน การเบี่ยงเบนสูงสุดของขนาดแรงดันเป็น 0.01 ต่อหน่วย เกิดขึ้นที่บัส 18 ในฮาร์โมนิกอันดับ 17 ทั้งนี้เพราะสายส่งระหว่างบัส 18 และ 19 จะมีความถี่เรโซแนนซ์ใกล้เคียงกับความถี่ของฮาร์โมนิกอันดับ 17 ดังนั้น ค่าแอดมิตแดนซ์ของสายส่งจะมีค่าสูงกว่าสายส่งอื่นๆ นอกจากนี้ จะเห็นได้ว่า การเบี่ยงเบนสูงสุดของขนาดแรงดันที่บัสซึ่งติดตั้งเครื่องวัดเฟสเซอร์แรงดันจะมีค่าต่ำกว่าบัสอื่นๆ ในทุกอันดับฮาร์โมนิก



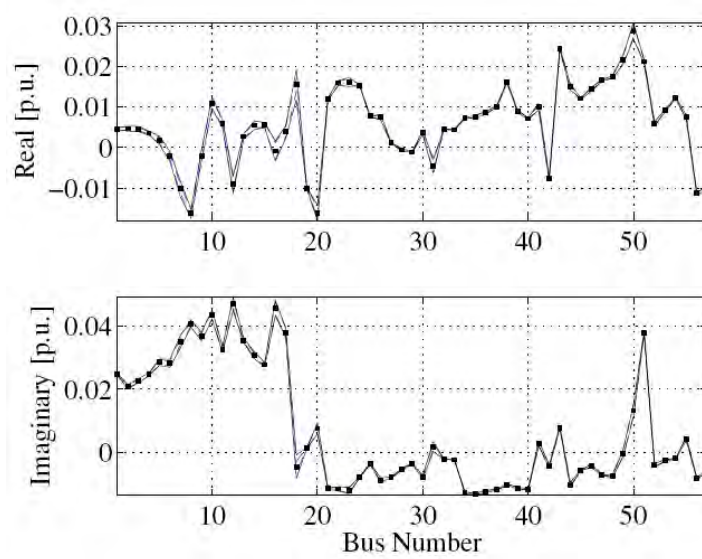
รูปที่ 11 ค่าน้ำหนักดั้งเดิมและค่าน้ำหนักจากหลักวิธีการปรับค่าน้ำหนัก (ระบบ IEEE ขนาด 57 บัส)



(ก) เฟส A

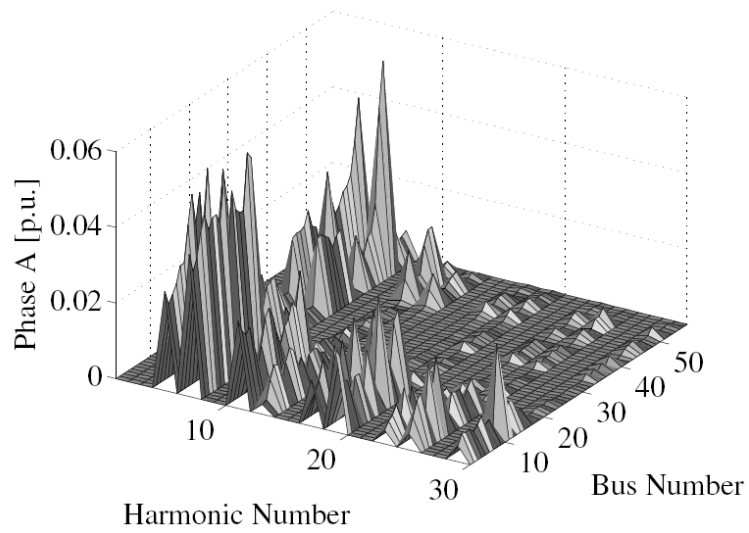


(ข) เฟส B

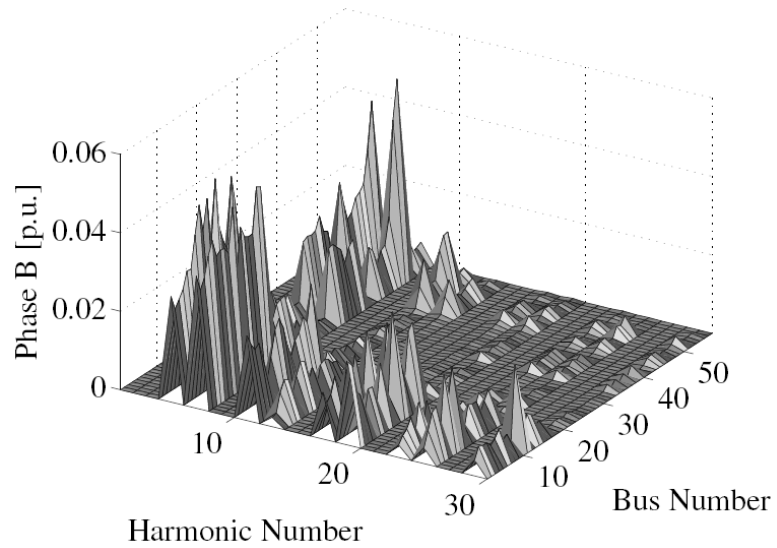


(ค) เฟส C

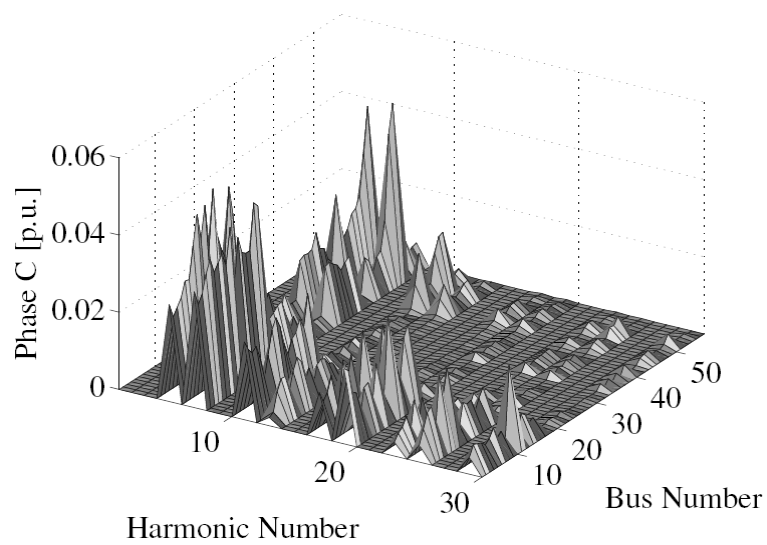
รูปที่ 12 ขอบเขตของเฟสเซอร์แรงดันบัสที่ฮาร์มอนิกอันดับ 5 (ระบบ IEEE ขนาด 57 บัส)



(ก) เฟส A

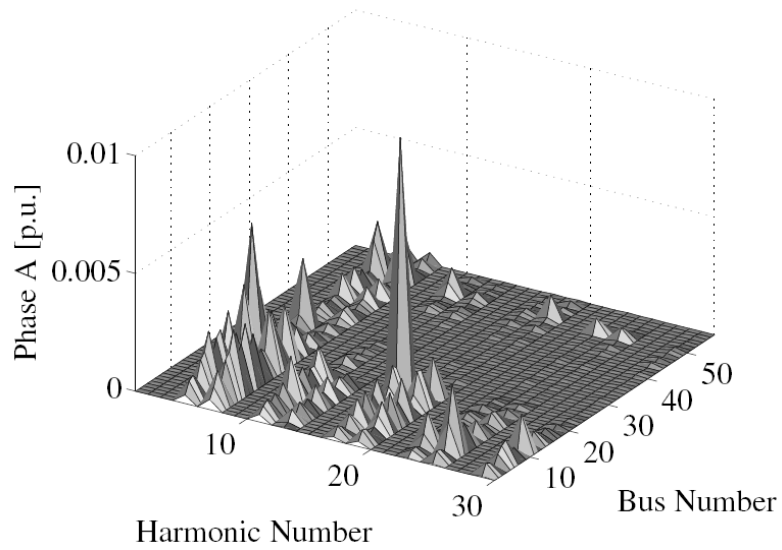


(ข) เฟส B

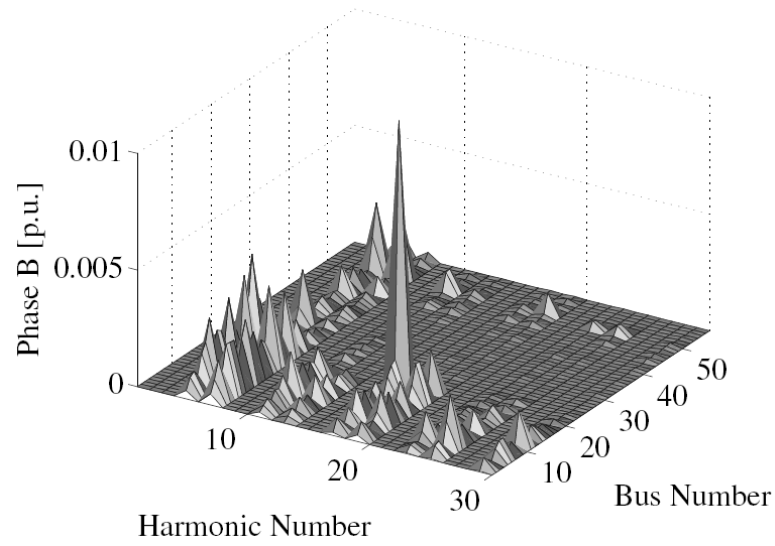


(ค) เฟส C

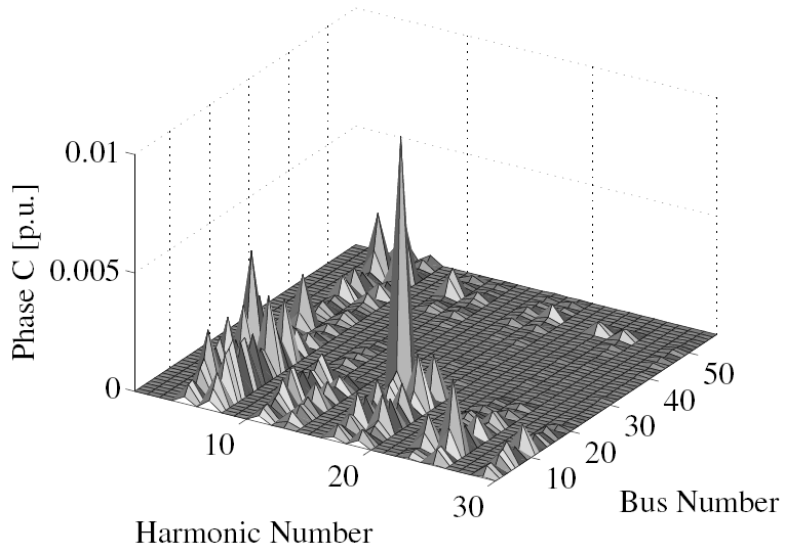
รูปที่ 13 ค่าปกติของขนาดแรงดันบั๊ส ณ ฮาร์โมนิกต่างๆ (ระบบ IEEE ขนาด 57 บั๊ส)



(ก) เฟส A



(ข) เฟส B



(ค) เฟส C

รูปที่ 14 การเบี่ยงเบนสูงสุดของขนาดแรงดันบััส ณ ฮาร์โมนิกต่างๆ (ระบบ IEEE ขนาด 57 บัส)

6. สรุปผลการทดลองและข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต

ในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอตัวประมาณสถานะที่มีการพิจารณาความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์โครงข่ายในระบบไฟฟ้ากำลังที่มีระบบการส่งไฟฟ้ากระแสสลับแบบยัดหยุน ตัวประมาณสถานะที่นำเสนออยู่บนพื้นฐานของค่ากำลังสองน้อยสุดที่ถ่วงน้ำหนักและใช้หลักการระบบเชิงเส้นแบบช่วงอิงพารามิเตอร์ในการหาผลเฉลย และเทคนิคการปรับค่าน้ำหนักที่พิจารณาความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์โครงข่ายได้มีการนำเสนอด้วย การศึกษากำหนดให้ระบบการส่งไฟฟ้ากระแสสลับแบบยัดหยุนเป็นแหล่งกำเนิดฮาร์มอนิกในระบบไฟฟ้ากำลัง กระแสฮาร์มอนิกจะแพร่กระจายในโครงข่ายของระบบไฟฟ้ากำลัง ขนาดของกระแสฮาร์มอนิกจะขึ้นกับพิกัดและจุดทำงานของระบบการส่งไฟฟ้ากระแสสลับแบบยัดหยุน ทิศทางและขนาดของกระแสฮาร์มอนิกที่แพร่กระจายจะขึ้นกับปัจจัยของพารามิเตอร์และโครงสร้างของโครงข่าย ความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์โครงข่ายในระบบไฟฟ้ากำลังเกิดจากการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์สายส่งและพารามิเตอร์หม้อแปลง การจำลองระบบใช้แบบจำลองสามเฟสไม่สมดุลที่พิจารณาความเหนี่ยวนำร่วมระหว่างเฟสของสายส่ง ตัวประมาณสถานะที่นำเสนอจะประมาณสถานะฮาร์มอนิกของแรงดันแต่ละฮาร์มอนิกแยกอิสระจากกัน ซึ่งพารามิเตอร์โครงข่ายจะมีความแปรปรวนมากภายใต้เงื่อนไขที่ศึกษา ถ้าแอดมิตแตนซ์ของสายส่งบางเส้นมีความถี่เรโซแนนซ์ของสายส่งเส้นนั้นใกล้เคียงกับความถี่ของฮาร์มอนิกที่ประมาณค่าสถานะ

การทดสอบได้ศึกษาผลกระทบของความไม่แน่นอนของทั้งพารามิเตอร์โครงข่ายและค่าการวัดต่อค่าสถานะฮาร์มอนิกแรงดันที่ประมาณได้ ณ ความถี่ต่างๆ ผลการทดสอบได้แสดงให้เห็นว่า ตัวประมาณสถานะที่นำเสนอมีประสิทธิภาพในการหาผลเฉลยได้รวดเร็วกว่าวิธีมอนติคาร์โล และเทคนิคปรับค่าน้ำหนักที่นำเสนอช่วยเพิ่มความเชื่อถือได้ของสถานะที่ประมาณได้ทั้งในกรณีที่มีและไม่มีข้อมูลไม่ดี นอกจากนี้ยังพบว่า การติดตั้งเครื่องวัดเฟสเซอร์แรงดันสามารถช่วยปรับปรุงการประมาณสถานะภายใต้ความไม่แน่นอนของทั้งพารามิเตอร์โครงข่ายและค่าการวัดได้ที่ทุกอันดับฮาร์มอนิก

แนวทางในการวิจัยในอนาคตควรศึกษาเกี่ยวกับการประมาณสถานะระบบไฟฟ้ากำลังที่มีระบบการส่งไฟฟ้ากระแสสลับแบบยัดหยุน โดยควรพิจารณาข้อมูลสภาพภูมิอากาศและข้อมูลกายภาพของระบบไฟฟ้ากำลังร่วมด้วย และอาจศึกษาในประเด็นต่อไปนี้

- (1) ความมั่นคงของสายส่งภายใต้การเพิ่มความสามารถในการควบคุมการถ่ายโอนกำลังไฟฟ้าผ่านสายส่งบางเส้น
- (2) ผลกระทบของกระแสฮาร์มอนิกที่ไหลในสายส่งต่อพิกัดความร้อนพลวัตของสายส่ง
- (3) ผลกระทบจากความไม่อิสระในการวัดและความไม่แน่นอนของตัวแปรโครงข่าย
- (4) วิธีการประมาณสถานะที่ทนทาน

เอกสารอ้างอิง

- [1] J. Arrillaga and N. R. Watson, Power system harmonics. New York, USA: Wiley, 2003.
- [2] Task force on harmonics modeling and simulation, IEEE PES harmonic working group, "Characteristics and modeling of harmonic sources - power electronic devices," IEEE Trans. on Power Del., vol. 16, no. 4, pp. 791-800, Oct. 2001.
- [3] <https://hvdc.ca/pscad/>
- [4] C. D. Collins, FACTS device modelling in the harmonic domain, PhD thesis, University of Canterbury, New Zealand, April 2006.
- [5] A. Abur and A. Gómez-Expósito, Power system state estimation: theory and implementation; Electronic version. Boca Raton, FL, USA: CRC, 2004.
- [6] A. Vaccaro, C. Canizares and D. Villacci, "An affine arithmetic-based methodology for reliable power flow analysis in the presence of data uncertainty," IEEE Trans. Power Syst., vol. 25, no. 2, pp. 624–632, May 2010.
- [7] L. V. Kolev, Interval methods for circuit analysis. Singapore: World Scientific, 1993.
- [8] R. L. Muhanna and R. L. Mullen, "Uncertainty in mechanics problems interval based approach," J. Eng. Mech., vol. 127, no. 6, pp. 557–566, 2001.
- [9] E. Popova and W. Kramer, "Inner and outer bounds for the solution set of parametric linear systems," J. Computat. Appl. Math., vol. 199, pp. 310–316, Feb. 2007.
- [10] I. Skalna, "Evolutionary optimization method for approximating the solution set hull of parametric linear systems," in Proc. of the 6th Int. Conf. on Numerical Methods and Applicat., ser. NMA'06. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2007, pp. 361–368. [Online]. Available: <http://portal.acm.org/citation.cfm?id=1764344.1764393>.
- [11] L. Kolev, "Improvement of a direct method for outer solution of linear parametric systems," Reliab. Comput., vol. 12, pp. 193–202, 2006.
- [12] I. Skalna, "A method for outer interval solution of systems of linear equations depending linearly on interval parameters," Reliab. Comput., vol. 12, pp. 107–120, Apr. 2006.
- [13] M. Hladík, "Enclosures for the solution set of parametric interval linear systems," Int. J. Appl. Math. Comput. Sci., vol. 22, no. 3, pp. 561–574, 2012.
- [14] E. D. Popova and M. Hladík, "Outer enclosures to the parametric AE solution set," Soft Comput., vol. 17, pp. 1403-1414, 2013.
- [15] S. Zhong and A. Abur, "Auto tuning of measurement weights in WLS state estimation," IEEE Trans. Power Syst., vol. 19, no. 4, pp. 2006–2013, Nov. 2004.

- [16] <http://www.mathworks.com>
- [17] <http://www.ti3.tu-harburg.de/rump/intlab/> (August 2010)
- [18] J. Arrillaga and N. R. Watson, Power systems electromagnetic transients simulation, ser. IEE Power and Energy Series. London, U.K.: Inst. Eng. Technol., 2003.
- [19] Task force on harmonics modeling and simulation, IEEE PES transmission & distribution committee, "Test systems for harmonics modeling and simulation," IEEE Trans. on Power Del., vol. 14, no. 2, pp. 579-587, April 1999.
- [20] B. S. Howington, L. S. Rathbun and D. A. Douglass, "AC resistance of ACSR—magnetic and temperature effects prepared by a task force of the working group on calculation of bare overhead conductor temperatures," IEEE Power Eng. Rev., vol. PER-5, no. 6, pp. 67–68, Jun. 1985.
- [21] S. L. Chen, W. Z. Black and M. L. Fancher, "High-temperature sag model for overhead conductors," IEEE Trans. Power Del., vol. 18, no. 1, pp. 183–188, Jan. 2003.
- [22] M. L. Lu and Z. Kieloch, "Accuracy of transmission line modeling based on aerial lidar survey," IEEE Trans. Power Del., vol. 23, no. 3, pp. 1655–1663, Jul. 2008.
- [23] University of Washington, College of Engineering. Power Systems Test Case Archive. [Online]. Available: <http://www.ee.washington.edu/research/pstca/>

Output จากโครงการวิจัยที่ได้รับทุนจาก สกว.

7. ผลงานตีพิมพ์ในวารสารวิชาการนานาชาติ

C. Rakpenthai, S. Uatrongsit, N.R. Watson, S. Premrudeepreechacharn, *On harmonic state estimation of power system with uncertain network parameters*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 28, no. 4, pp. 4829-4838, November 2013, SCImago Journal & Country Rank (SJR) กลุ่ม Q1 และมีค่า impact factor 2.921 (2012).

C. Rakpenthai, S. Uatrongsit, *Optimal worst case solutions for state estimation of power system with uncertain network parameters*, has been submitted to IEEE Transactions on Power Systems.

C. Rakpenthai, S. Uatrongsit, *A new hybrid state estimation based on pseudo-voltage measurements*, has been submitted to IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering.

8. การนำผลงานวิจัยไปใช้ประโยชน์

- การเสนอผลงานในที่ประชุมวิชาการ

C. Rakpenthai, S. Uatrongsit, *An improved initial guess of newton method for hybrid state estimation*, The 2014 International Conference on Information Science, Electronics and Electrical Engineering (ISEEE 2014), April 26-28, 2014, Sapporo City, Japan

C. Rakpenthai, S. Uatrongsit, *WLAV based state estimation of power system using pseudo-voltage measurements*, The 2014 International Electrical Engineering Congress (iEECON 2014), March 19-21, 2014, Pattaya City, Thailand

เชวศักดิ์ รักเป็นไทย, เสริมศักดิ์ เอื้อตรงจิตต์, *ความไม่แน่นอนของเครื่องวัดเทียบสำหรับการประมาณสถานะของระบบไฟฟ้ากำลัง*, การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 36, หน้า 181-184, ธันวาคม 2556

เชวศักดิ์ รักเป็นไทย, เสริมศักดิ์ เอื้อตรงจิตต์, *ผลกระทบของเครื่องวัดเฟสเซอร์เข้าจังหวะในการประมาณสถานะของระบบไฟฟ้ากำลังที่มีอุปกรณ์แฟกต์*, การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 35, หน้า 23-26, ธันวาคม 2555

ภาคผนวก

On Harmonic State Estimation of Power System With Uncertain Network Parameters

Chawasak Rakpenthai, *Member, IEEE*, Sermak Uatrongjit, *Member, IEEE*,
Neville R. Watson, *Senior Member, IEEE*, and Suttichai Premrudeepreechacharn, *Member, IEEE*

Abstract—This paper addresses the problem of harmonic state estimation (HSE) of a power system whose network parameters are known to be within certain tolerance bounds. The harmonic voltage and current phasors at harmonics of interest are measured by using adequate numbers of phasor measurement units. The HSE is formulated based on the weighted least squares (WLS) criterion as a parametric interval linear system of equations. The solutions are obtained as interval numbers representing the outer bound of state variables. A method for adjusting the weight used in WLS which takes uncertain network parameters into consideration is also proposed. The proposed HSE algorithm is applied to the three-phase power systems and the results from numerical experiments show that the bounds of state variables obtained by the proposed method agree with those estimated by performing Monte Carlo simulations but with much shorter computation time.

Index Terms—Harmonic state estimation, network parameter uncertainty, parametric interval linear system of equations, weight adjustment, weighted least squares.

I. INTRODUCTION

NOWADAYS power electronic devices and nonlinear loads are widely used in modern power systems. These devices cause power quality problems by generating harmonic current injection into the power systems [1]. The harmonic components propagating through a transmission system cause distortion in the fundamental sinusoidal waveform of voltages and currents which could damage equipment of utilities and customers. In addition, the interference in communication devices may reduce reliability of protection and control systems. Thus, the harmonic state estimation (HSE) of power systems becomes an essential tool to estimate harmonic currents and voltages propagating into the power systems. HSE provides the information needed for monitoring and analyzing the harmonic distortion due to the operation of various power system devices and loads. The levels of harmonic current and voltage are important parameters for

harmonic filter designs [1]. Several HSE algorithms have been developed [2]–[4]. Phasor measurement units (PMUs) synchronizing with a global positioning system clock can provide measurements of harmonic voltage and current phasors with high precision for HSE [5], [6]. Optimal PMUs placement methods for the HSE problem of power networks have also been studied [7]–[9].

In many previous works on HSE, it is assumed that the three-phase models and parameters of power system components, which compose the measurement matrix, are accurately known. Unfortunately, these network parameters can deviate from the assumed values due to many factors. For example, in [10], effects of line transpositions at harmonic frequencies have been reported. Transmission system unbalance is significantly affected by line geometry and the use of transpositions. Three-phase transmission lines are usually represented by using an equivalent pi circuit based on the frequency dependence model [1], [11]. Physical geometries of lines, conductor data, earth resistivities, the sag at mid-span and the conductors' height at the tower are required for calculating their series and shunt admittance matrices [11], [12]. In [13]–[15], it is reported that the variation of line sag and conductor resistance depend on conductor temperature. Therefore, the transmission line parameters may significantly differ from their assumed values due to conductor temperature variations. The impact of transmission line conductor temperature on the state estimation (SE) has also been presented [16]. The line resistance is corrected using weather conditions during the estimation process. The algorithms for SE considering uncertainty of network parameters and measurements for a power system at the fundamental frequency have been studied [17]–[20]. The power system in these works is represented by using a single-phase network model ignoring effects of coupling between phases due to unbalance environment.

In this paper, we apply the technique in [20] to the problem of HSE of three-phase power systems with uncertain but bounded network parameters. By using the measurements obtained from PMUs and the state variables in rectangular coordinates [8], the HSE problem can be formulated based on the weighted least squares (WLS) criterion as a parametric interval linear system of equations. The obtained solutions give the outer bounds, or the enclosures, of state variables under consideration. Knowing these bounds provides additional information which is useful for the operation and assessment of power systems when only imprecise network parameters are known [21]. We also propose a technique for adjusting the weights used in WLS criterion by taking both measurement and network parameter variations into consideration.

Manuscript received March 28, 2013; revised June 11, 2013; accepted July 16, 2013. Date of publication August 02, 2013; date of current version October 17, 2013. This work was supported in part by the Thailand Research Fund (TRF) under grant RSA5580026, and in part under the National Research University Project, Office of the Higher Education Commission, Thailand. Paper no. TPWRS-00373-2013.

C. Rakpenthai is with the Department of Electrical Engineering, University of Phayao, Phayao, Thailand (e-mail: chawasak@hotmail.com).

S. Uatrongjit and S. Premrudeepreechacharn are with the Department of Electrical Engineering, Chiang Mai University, Chiang Mai, Thailand (e-mail: sermsak@eng.cmu.ac.th; suttic@gmail.com).

N. R. Watson is with the Department of Electrical and Computer Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand (e-mail: neville.watson@canterbury.ac.nz).

Color versions of one or more of the figures in this paper are available online at <http://ieeexplore.ieee.org>.

Digital Object Identifier 10.1109/TPWRS.2013.2273943

The paper is organized as follows. Brief reviews of WLS based HSE for power systems using measurements obtained from PMUs is presented in the next section. Then, the proposed HSE formulation based on parametric interval linear system of equations is developed. The weight adjustment method is described next. Then some numerical experiment results on the three-phase power systems are reported. Conclusions are given in the last section.

II. WLS BASED HSE USING PMUS

With the use of PMUs, where the measured quantities are harmonics of current and voltage phasors, and the state variables expressed in rectangular forms, the measurement equation of HSE problem at the harmonic of interest can be expressed as [8]

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{e} \quad (1)$$

where $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^M$ contains PMU measurement data, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ is the vector containing the real part and the imaginary part of state variables, $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ is the measurement matrix, and $\mathbf{e} \in \mathbb{R}^M$ represents the error of the measurements which is usually assumed to be zero mean white Gaussian noise [22]. In addition, the number of measurements, M , is greater than the number of state variables, N .

A. WLS Solutions

The estimated states are obtained by minimizing the following WLS objective function:

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = (\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{x})^T \mathbf{R}_z^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{x}) \quad (2)$$

where $\mathbf{R}_z = \text{Diag}\{[\sigma_{z,1}^2 \cdots \sigma_{z,M}^2]\}$ is a diagonal matrix whose (i, i) th element is $\sigma_{z,i}^2$, the variance of the i th measurement. The superscript $\square^T$ denotes transposition of $\square$.

The solution of this unconstrained optimization problem is given by [22]

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{z} \quad (3)$$

where $\mathbf{G} = \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}$ is known as the gain matrix. Note that $\hat{\mathbf{x}}$ can also be obtained by solving

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{H}^T \\ \mathbf{H} & \alpha \mathbf{R}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} \quad (4)$$

where $\mathbf{0}$ denotes a zero matrix of appropriate dimension, $\mathbf{y}$ is a dummy vector and α is a scaling factor to improve the condition number [22]. Since the problem becomes linear, the estimated state vector $\hat{\mathbf{x}}$ of HSE can be obtained without iteration.

B. Bad Data Detection

The estimated state variables may differ from the true values due to some bad measurements. The detection and identification of bad measurements depends on many factors, for example, the redundancy of the number of measurements. In SE, one of the methods for bad data processing is the largest normalized residual test [23]. The residuals of the estimation is given by

$$\mathbf{r} = \mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} \quad (5)$$

and the covariance matrix of $\mathbf{r}$ is provided by

$$\mathbf{R}_r = \mathbf{R}_z - \mathbf{H}\mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T. \quad (6)$$

We define the normalized measurement residual $\mathbf{r}_n$ as

$$\mathbf{r}_n = \left(\text{Diag} \left\{ \sqrt{R_{r,1}}, \dots, \sqrt{R_{r,M}} \right\} \right)^{-1} \mathbf{r} \quad (7)$$

where $R_{r,k}$ is the k th diagonal element of $\mathbf{R}_r$. If the largest magnitude of a normalized residual is less than a predefined threshold, then the HSE process is finished. Otherwise the measurement corresponding to the largest magnitude of $\mathbf{r}_n$ is assumed to be bad data. This bad measurement is removed from the measurement set and the estimation is repeated until no bad measurement is left. Note that the threshold value is usually chosen as 3.0, approximately corresponding to 99% confidence level for normal distribution.

C. Measurement Model With Uncertain Network Parameters

In general, the HSE algorithm assumes that the values of network parameters are known precisely. This assumption is rather difficult to fulfill especially when dealing with high order harmonics. Although the precise value of network parameters is rarely known, in many situations, one could consider the network parameters to be within some certain bounds, i.e., the network parameter p can be represented in affine arithmetic [24] form as

$$p = p_m + \sum_{k=1}^P p_{\Delta k} \epsilon_k \quad (8)$$

where p_m is the nominal value of p , $-1 \leq \epsilon_k \leq 1$, also known as noise symbol, denotes the uncertainty term and $p_{\Delta k}$ indicates the maximum deviations of p due to ϵ_k . P is the total number of uncertain terms. With this affine approximation, the measurement matrix $\mathbf{H}$ when considering network parameter uncertainty can be expressed as

$$\mathbf{H}(\mathbf{p}) = \mathbf{H}_{0m} + \sum_{k=1}^P \mathbf{H}_{\Delta k} \epsilon_k \quad (9)$$

where $\mathbf{H}_{0m}$ is the measurement matrix computed at the nominal values of all network parameters, and $\mathbf{H}_{\Delta k}$ consists of all uncertain terms due to ϵ_k . We write $\mathbf{H}(\mathbf{p})$ to emphasis the dependency between the measurement matrix and network parameters. Thus (4) can be rewritten as

$$\left(\mathbf{A}_{0m} + \sum_{k=1}^P \mathbf{A}_k \epsilon_k \right) \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} \quad (10)$$

where

$$\mathbf{A}_{0m} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{H}_{0m}^T \\ \mathbf{H}_{0m} & \alpha \mathbf{R}_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{H}_{\Delta k}^T \\ \mathbf{H}_{\Delta k} & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

To solve (10), the technique of interval analysis [25] is applied to estimate the outer solution of $\hat{\mathbf{x}}$, i.e., one finds $\underline{\mathbf{x}}$ and $\bar{\mathbf{x}}$ such that $\underline{\mathbf{x}} \leq \hat{\mathbf{x}} \leq \bar{\mathbf{x}}$. The smaller the difference between $\bar{\mathbf{x}}$ and $\underline{\mathbf{x}}$, the better the outer solution will be achieved. Let $[a]$ denote an interval number, i.e., a set of real numbers $\{a | \underline{a} \leq a \leq \bar{a}\}$

where $\underline{a}$ and $\bar{a}$ stand for the lower and the upper bounds of a , respectively. The radius of $[a]$ is given by $\text{rad}([a]) = (\bar{a} - \underline{a})/2$.

Using interval numbers, (10) can then be expressed as

$$\left(\mathbf{A}_{0m} + \sum_{k=1}^P \mathbf{A}_k[\epsilon_k] \right) [\mathbf{u}] = \mathbf{b}, \quad (12)$$

where $\mathbf{b} = [\mathbf{0} \quad \mathbf{z}^T]^T$ and $[\mathbf{u}] = [[\hat{\mathbf{x}}]^T \quad [\mathbf{y}]^T]^T$. Notice that the uncertain term ϵ_k has been replaced by the interval number $[\epsilon_k] = [-1, 1] = \{\epsilon_k | -1 \leq \epsilon_k \leq 1\}$. In case the measurement vector $\mathbf{z}$ is known to lie within some bounds, i.e., $\underline{\mathbf{z}} \leq \mathbf{z} \leq \bar{\mathbf{z}}$, we can replace $\mathbf{b}$ in (12) with the interval vector $[\mathbf{b}] = [\mathbf{0} \quad [\mathbf{z}]^T]^T$ where $[\mathbf{z}] = [\underline{\mathbf{z}}, \bar{\mathbf{z}}]$. Many methods to estimate the solution's outer bounds, $[\mathbf{u}]$ in (12), have been studied [26]–[32]. The Bauer-Skeel method is used to solve (12) in this work.

III. WLS WEIGHT ADJUSTMENT

Usually the weight matrix $\mathbf{R}_z^{-1}$ in (2) is obtained from the measurements' standard deviation. In [33], the algorithm for tuning this weight has been addressed, however, the network parameter uncertainty is not considered. In this section, we propose a method to adjust these WLS weights by also considering the effect of network parameter uncertainty as equivalent measurement errors. Considering Fig. 1, then

$$z_m + \Delta z = i_{ft,m} + \Delta i_{ft} + i_{ff,m} + \Delta i_{ff} \quad (13)$$

here the subscript $\square_m$ indicates the nominal value of $\square$ and $\Delta\square$ represents deviation of $\square$. Hence, Δz is the error due to the measurement of z , Δi_{ft} and Δi_{ff} represent the deviation of currents following through y_{ft} and y_{ff} caused by the uncertainty of network parameters, respectively. The measurement model can be represented as

$$\mathbf{z}_m + \Delta \mathbf{z} = \mathbf{H}_m \mathbf{x}_m + \Delta \mathbf{d} \quad (14)$$

where $\Delta \mathbf{d}$ includes all deviations of $\mathbf{H}\mathbf{x}$. Following this relation, we may consider $\Delta \mathbf{z} - \Delta \mathbf{d}$ as the equivalent measurement errors. Since $\Delta \mathbf{z}$ is corresponding to the error of the measurement devices and $\Delta \mathbf{d}$ represents the uncertainty due to transmission line parameters' variations, we assume that $\Delta \mathbf{z}$ and $\Delta \mathbf{d}$ are independent. The equivalent covariance matrix can be approximated as

$$\mathbf{R}_{z,eq} = \mathbf{R}_z + \mathbf{R}_d = \mathbf{R}_z + \text{Diag} \{R_{d,1}, \dots, R_{d,M}\} \quad (15)$$

where $R_{d,i}$ denotes the variance of Δd_i . To estimate $\mathbf{R}_d$, suppose we know $[\mathbf{x}]$, i.e., all possible values of the state variables $\mathbf{x}$, then one has

$$[\mathbf{d}] = [\mathbf{H}][\mathbf{x}]. \quad (16)$$

This interval vector $[\mathbf{d}]$ encloses all possible values of $\mathbf{H}\mathbf{x}$. Assuming that the variation of $\mathbf{d}$ is uniformly distributed, its covariance matrix is given by

$$\mathbf{R}_d = \text{Diag} \left\{ \frac{1}{3} [\text{rad}([d_1])^2 \cdots \text{rad}([d_M])^2] \right\}. \quad (17)$$

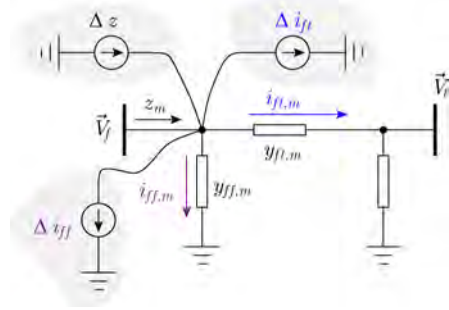


Fig. 1. Equivalent measurement error due to network parameter uncertainty.

Since $[\mathbf{x}]$ is not known at first, the nominal value $\mathbf{x}_m$ is used as an initial guess. Then we iteratively adjust the weights and the estimated bounds $[\mathbf{x}]$ until they converge. The simplified pseudo code of the proposed weight adjustment can be summarized as follows, note that the superscript $\square^{(k)}$ denotes the value of $\square$ during the k th iteration:

- 1: Compute the nominal values of $\mathbf{x}_m$ using $\mathbf{R}_z^{-1}$ as weight.
- 2: Let $[\mathbf{x}]^{(0)} \leftarrow \mathbf{x}_m$, $\mathbf{R}_{z,eq} \leftarrow \mathbf{R}_z$ and $k \leftarrow 0$.
- 3: **repeat**
- 4: $k \leftarrow k + 1$.
- 5: Compute $[\mathbf{d}] = [\mathbf{H}][\mathbf{x}]^{(k-1)}$
- 6: Compute $\mathbf{R}_d$ using (17).
- 7: Adjust covariance matrix $\mathbf{R}_{z,eq} = \mathbf{R}_z + \mathbf{R}_d$.
- 8: Solving (12) for $[\mathbf{x}]^{(k)}$ using $\mathbf{R}_{z,eq}^{-1}$ as weight.
- 9: **until** Bounds of $[\mathbf{x}]^{(k)}$ converge.

In this work, the algorithm stops if the changes of both lower and upper bounds of $[\mathbf{x}]$ are less than 10^{-4} . Numerical experiments presented in the next sections show that the algorithm converges within a few iterations.

IV. CASE STUDIES

The proposed HSE method and weight adjustment have been developed in MATLAB¹ environment. INTLAB²[34] toolbox is used for all interval computations. All numerical experiments presented in this section have been performed on a personal computer with Intel Core i3-2120, 3.30 GHz and 4 GB of main memory.

The 220-kV interconnected transmission network in the Lower South Island of New Zealand [35] shown in Fig. 2 is modified to be used as the test system. The transmission network of the system contains two single transmission lines between Roxburgh and Invercargill, and three double transmission lines between Manapouri, Invercargill and Tiwai. The harmonic source is a six-pulse converter connected to the Tiwai bus. The average temperature and the sag at the mid-span of all transmission lines under system operation are 20°C and 2

¹<http://www.mathworks.com>

²<http://www.ti3.tu-harburg.de/rump/intlab/> (August 2010)

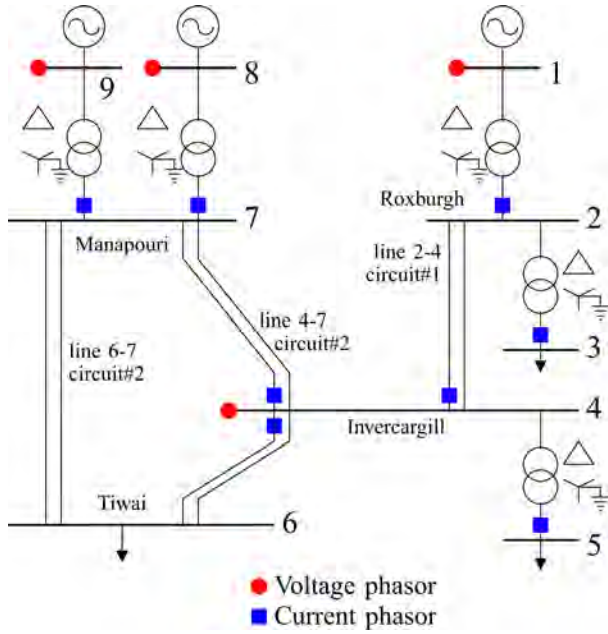


Fig. 2. Single line diagram of New Zealand test system.

m, respectively. Symmetric three-phase measurements used consist of 4 voltage and 8 current phasor measurements and the estimated states are voltage phasors of all buses, thus $M = 72$ and $N = 54$. The standard deviations of voltage and current phasor measurements are respectively set to 1% and 3% of their nominal measured values. Three-phase modeling is applied in order to consider unbalance and coupling between phases at harmonic frequencies. Details of the physical geometry of the line, conductor data, and earth resistivities are used to calculate the equivalent pi circuits of three-phase transmission lines. The conductor resistance depends on the temperature and can be calculated by using the formulas in [15]. Temperature coefficients of all aluminum conductors and steel earth wires are 0.00403 and 0.003 per $^{\circ}\text{C}$, respectively. Since relationship between the average temperature of the transmission line and the sag at mid-span can be approximated by linear relation [13], [14], in this paper, it is assumed that the sag at the mid-span increases 0.04 m for 1°C increase of the transmission line temperature. In practice, the temperature and the sag of the transmission line may be obtained through a real-time monitoring system. In this work, the average transmission lines' temperature is considered as uncertain parameters and it is assumed to be between $0 - 40^{\circ}\text{C}$. In addition, the three-phase transformer leakage admittances are assumed to vary within $\pm 5\%$ of their nominal values.

A. Effects of Network Parameter Uncertainty

This subsection investigates the results of HSE based on WLS criteria under network parameter variations using measurement covariances as weights. We use the 19th harmonic as the test case. It should be noted that the transmission line between Invercargill and Manapouri has its resonance frequency near the 19th harmonic. There have been 100 Monte Carlo simulations of

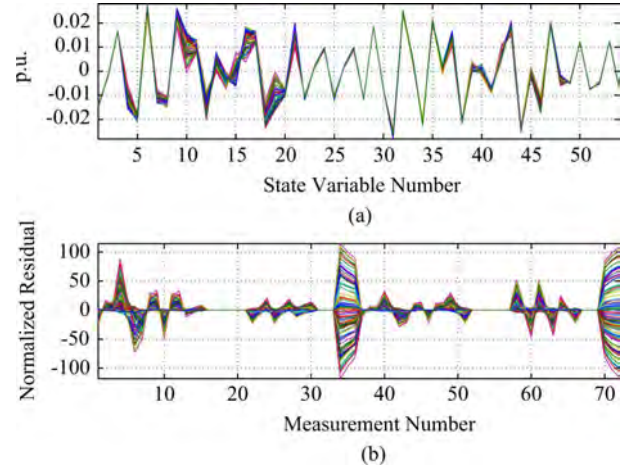


Fig. 3. Variations of (a) the estimated state variables and (b) the normalized residuals under uncertain network parameters.

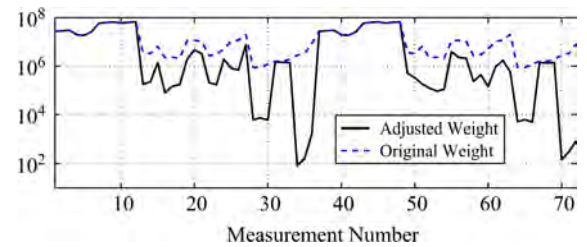


Fig. 4. Comparison of the original and the adjusted weights.

the state estimation computing at the 19th harmonic performed by randomly adjusting the values of network parameters while no noise is added to the measurement vector z . The state variables and the normalized residuals are shown in Fig. 3. It can be noticed that many normalized residuals are larger than 3.0 indicating the presence of bad data measurements although the measurement data z contains no errors.

B. WLS Weight Adjustment

This subsection shows results of the weight adjustment. After applying the weight adjusting algorithm, the adjusted weight and the original weight are shown in Fig. 4. The weight is computed within 3 iterations. It can be noticed that the weight of the 34–36th and 70–72nd measurements become very small compared to the others. These measurements correspond to the real part and the imaginary part of the current phasor flowing through phase A of the line 4–7 between Invercargill and Manapouri. The nominal values and also deviations of admittance matrices of this line are larger than other lines. We can also notice that these measurements have large normalized residuals as shown in Fig. 3. The weights of voltage measurements are not changed since there is no variation in the measurement model. The adjusted weight tends to give measurements with large network parameter variations less emphasis. Using the adjusted weight, we have performed another 100 Monte Carlo simulations of HSE. The results are shown in Fig. 5. It can be noticed that the variations of state variables become narrower and the magnitude of the normalized residual is less than 1.0.

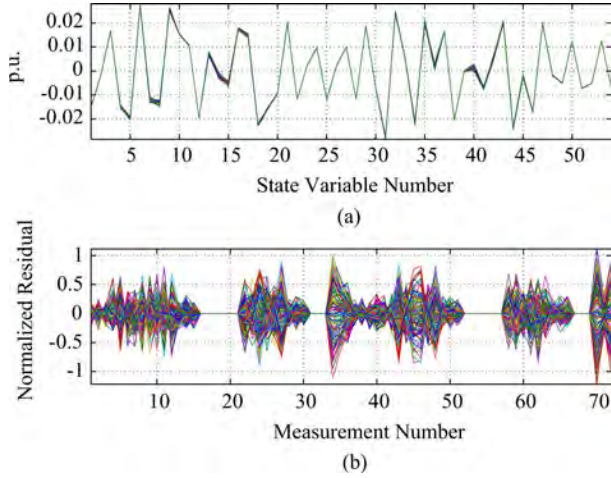


Fig. 5. Variations of (a) the estimated state variables and (b) the normalized residuals using the adjusted weights.

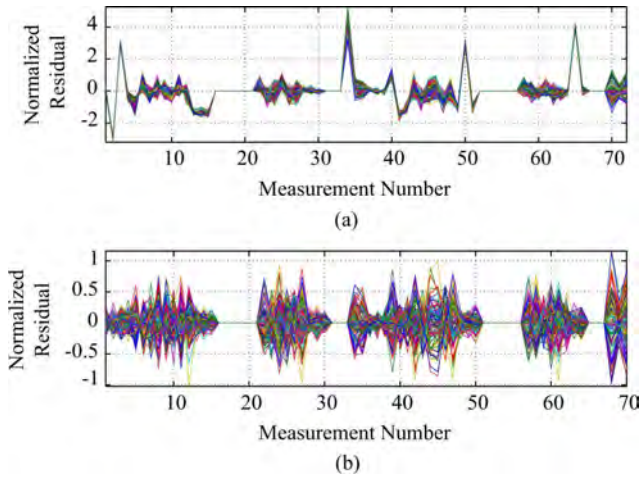


Fig. 6. Normalized residuals using the adjusted weights with bad data presence. In (a) the bad data at the 34th and 65th measurement are noticed. After applying bad data removal, the normalized residuals are less than 3.0 as shown in (b).

C. Bad Data Detections

The numerical experiments in this subsection are performed to investigate bad data detection when using the adjusted weight. We add to measurements no. 34 and 65 large deviations of 4.2 times their equivalent standard deviation while also adding Gaussian noise varying within corresponding standard deviations to other measurements. The measurement no. 34 corresponds to the real part of current phasor flowing in phase A of line 4–7 between Invercargill and Manapouri. While the 65th measurement is the imaginary part of current phasor in phase B of the transformer connecting buses no. 1 and 2. Using the adjusted weight, 100 Monte-Carlo simulations of HSE without a bad data removal stage are performed, the normalized residual is shown in Fig. 6 (a). It is noticed that the bad data at both measurements can be detected. Then, we perform another 100 Monte Carlo simulations of HSE with the bad data removal stage. The normalized residual of this test shown in Fig. 6(b) indicates that no bad data in the measurement set are used in the estimation. Note that the x -axis is 70 since two bad measurements have been removed.

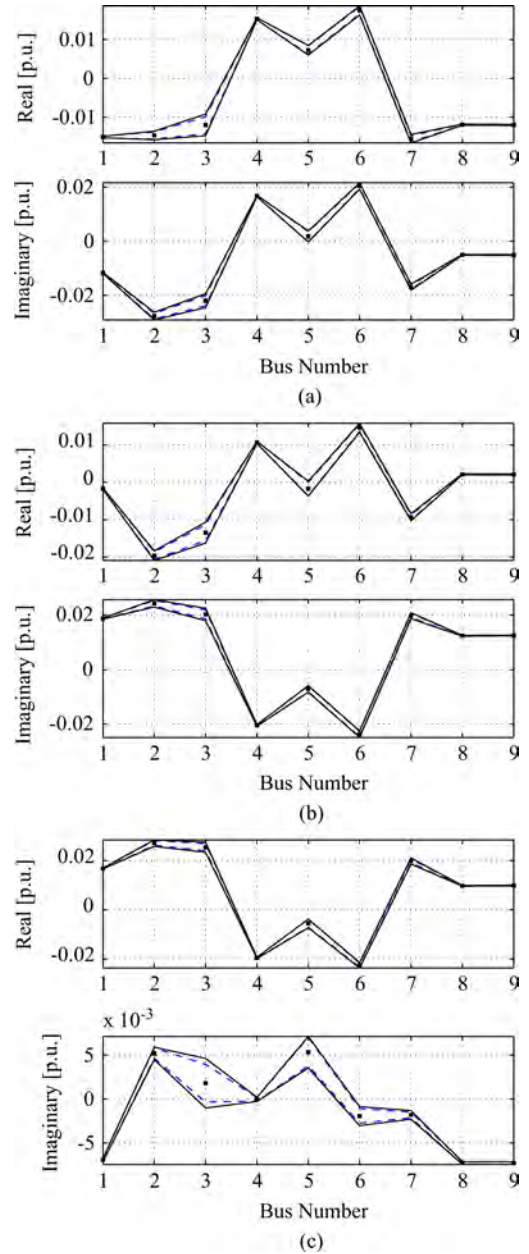


Fig. 7. Bounds of bus voltage phasors at the 19th harmonic. The solid lines and dashed lines show bounds obtained by using interval method and Monte Carlo simulations respectively. (a) Phase A; (b) Phase B; (c) Phase C.

D. Enclosure of State Variables

This subsection shows the results of HSE with measurements and network variations. We solve (12) to obtain the outer bounds, i.e., the enclosures, of all state variables. Monte Carlo analysis was performed using 20 000 HSE simulations and collect the minimum and maximum of all state variables. The results computed at the 19th harmonic are shown in Fig. 7. It can be noticed that both bounds agree well. The bounds obtained by Monte Carlo simulations, which sample only a finite number of parameter combinations, always underestimate the worst case bounds. The computation time used by the Monte Carlo simulations is about 111 s, while it takes only about 0.03 s for the interval method.

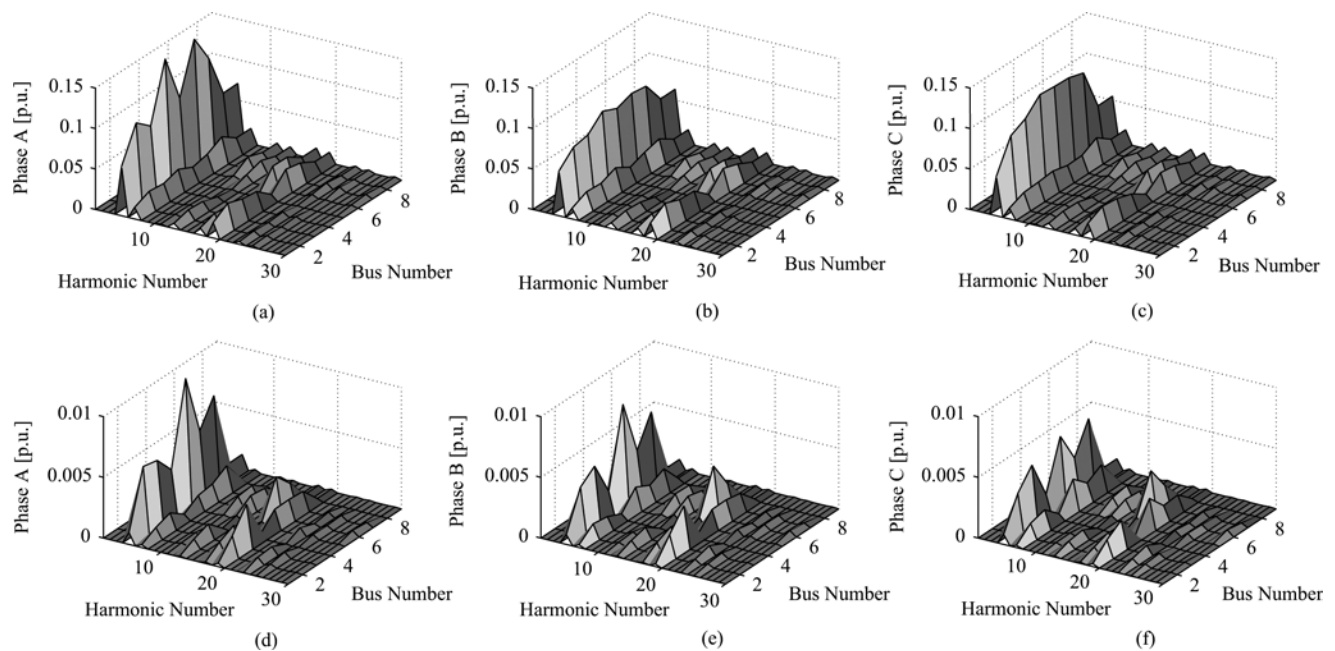


Fig. 8. Bus voltage magnitudes at various harmonics in each phase for the New Zealand test system, (a)–(c) show their nominal values and (d)–(f) show maximum deviations.

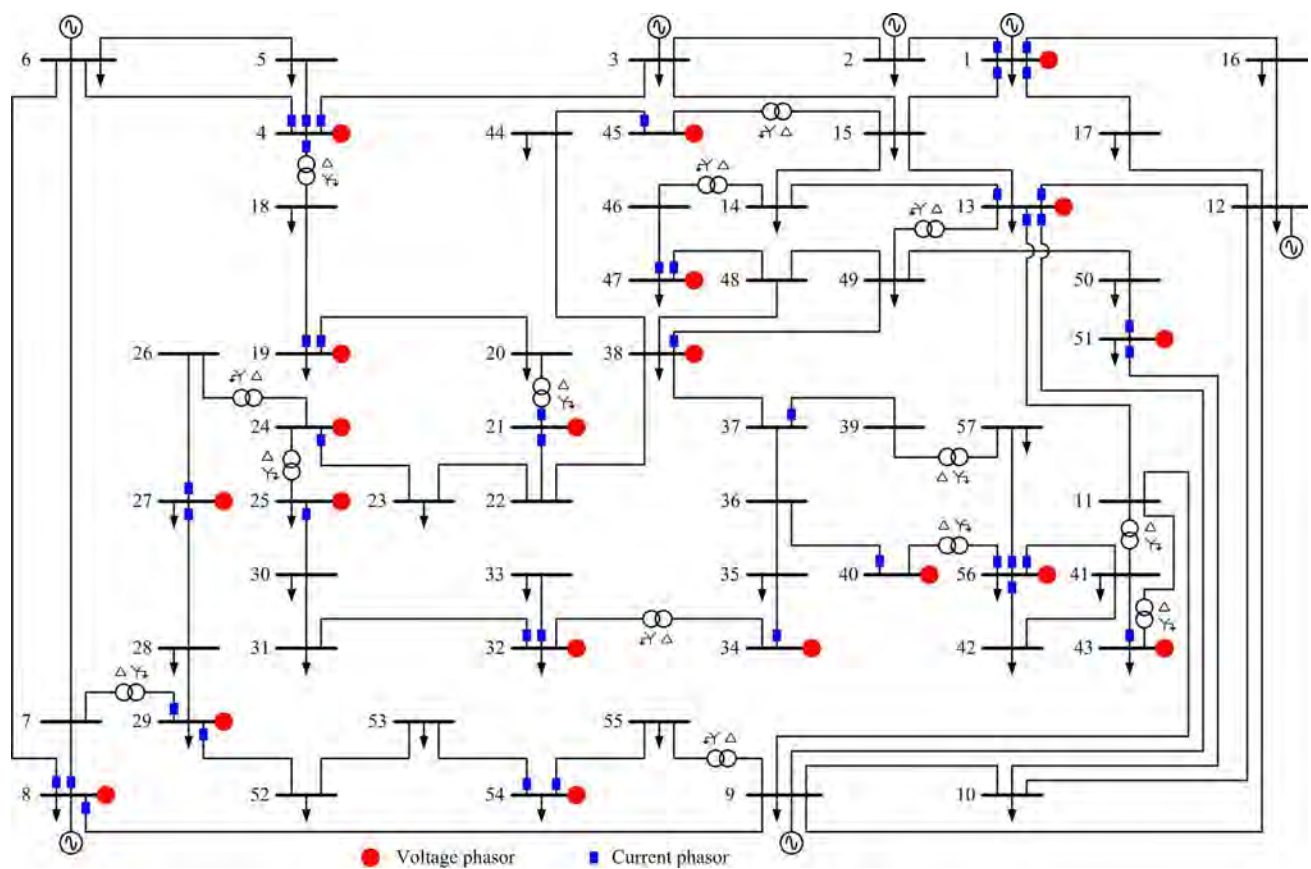


Fig. 9. Modified IEEE 57-bus system.

Results of HSE at other harmonics are shown in Fig. 8. For ease of illustration, only the nominal values of bus voltage magnitudes and their maximum deviations are presented. The results show that harmonic voltage magnitudes of phase A are higher

and more sensitive to the network parameter variations than the other phases. The maximum deviation occurring at the 5th harmonic is less than 0.01 p.u. The maximum deviations of bus voltage of buses no. 1, 4, 8, and 9 are lower than the other for

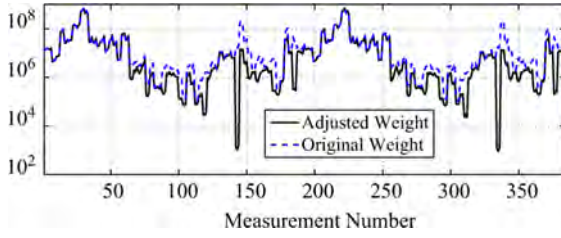


Fig. 10. Comparison of weights for the modified IEEE 57-bus system.

every harmonic order. The voltage phasor measurements placed at these buses makes them less sensitive to the network parameter uncertainty.

E. Test on Large Network

In this subsection, we test the proposed algorithm with a larger power system. The standard IEEE 57-bus system has been modified as a three-phase test system. The system consists of 7 generators, 14 transformers, and 42 loads. Large harmonic sources are represented by two six-pulse converters connected at buses no. 8 and 12. Five thyristor-controlled reactors connected at buses no. 3, 9, 18, 25, and 53 act as small harmonic sources. Every transmission line is represented by using the three-phase transmission line model. Since the physical geometry of the line is not available, the physical geometry and conductor data is assumed to be the same as the line 2–4, circuit 1 of the New Zealand system used in previous tests. The line length is chosen based on the positive sequence reactance at fundamental frequency. The transformers are simulated with star-delta winding configurations. Results computed by harmonic power flow analysis are used as measurement data. The network and measurement positions are given in Fig. 9. The number of measurements and state variables in this test are $M = 384$ and $N = 342$. The standard deviations of voltage and current phasor measurements are set to 1% and 3% of their nominal measured values, respectively. The line's temperature is assumed to vary between 0–40°C while the transformer's parameters vary within 5% of their nominal values. We show only the HSE results for the 5th harmonic.

The original and the adjusted weights are shown in Fig. 10. It takes just 4 iterations to adjust the WLS weights. The measurements no. 1–63 and 64–192 are corresponding to the real parts of the voltage and current phasors respectively. The rest are the imaginary parts of the corresponding measurements. One can notice that the weights of the current phasor measurements are adjusted due to uncertainty of transmission line parameters. The measurement no. 143 and 335, whose weights become much lower than their original weights, are the measurements of current phasor in phase B flowing from bus no. 32 to 31. The transmission line admittance of these lines are larger than others, indicating the lines are operating near their resonance frequency.

The bounds of all state variables obtained by solving the parametric interval linear system are shown in Fig. 11. Also shown in the figure are the bounds obtained by performing 40 000 Monte Carlo simulations. It should be reminded that the bounds computed by the Monte Carlo method tend to lie within the true

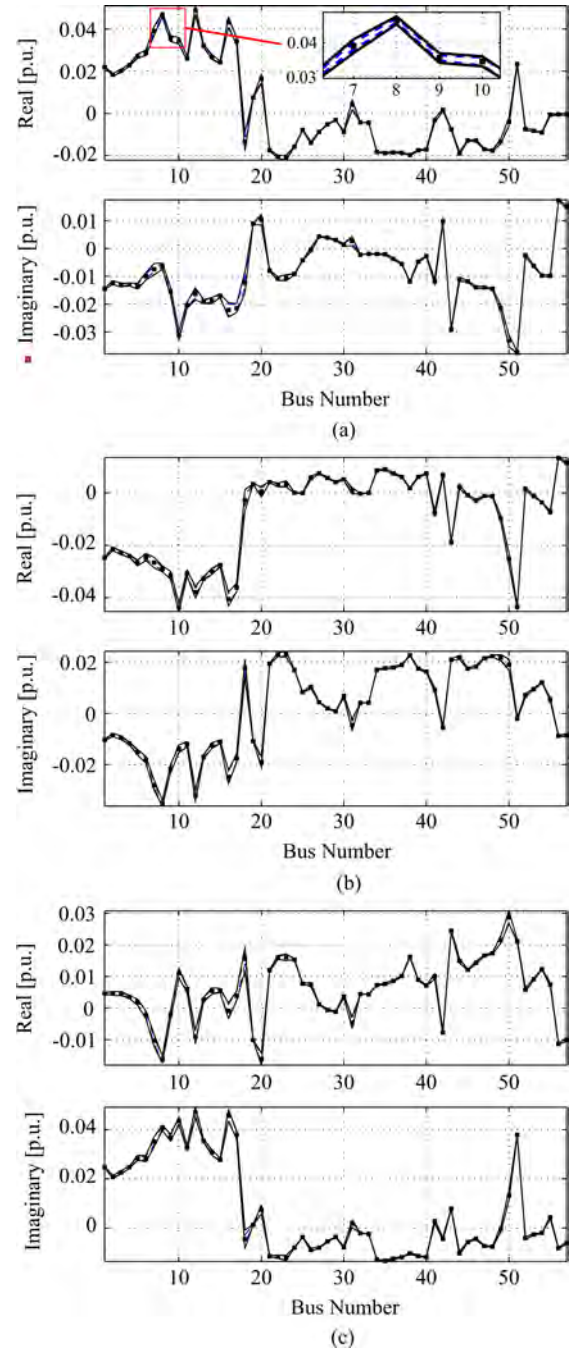


Fig. 11. Bounds of bus voltage phasors at the 5th harmonic for the modified IEEE 57-bus system. The solid lines and dashed lines show bounds obtained by the parametric interval method and Monte Carlo simulations, respectively. (a) Phase A; (b) Phase B; (c) Phase C.

worst case bounds. The computation time by the interval method is 0.44 s while the Monte Carlo method takes about 2 h.

Results of HSE at other harmonics are shown in Fig. 12. Again only the nominal values of bus voltage magnitudes and their maximum deviations are presented. Since the modified IEEE 57-bus is rather balanced, the magnitudes of state variables in each phase look similar. The maximum deviation of about 0.01 p.u. occurred on bus no. 18 at the 17th harmonic. At this harmonic, the lines connecting bus no. 18 and 19 are operating near their resonance frequency and the bus admittance's

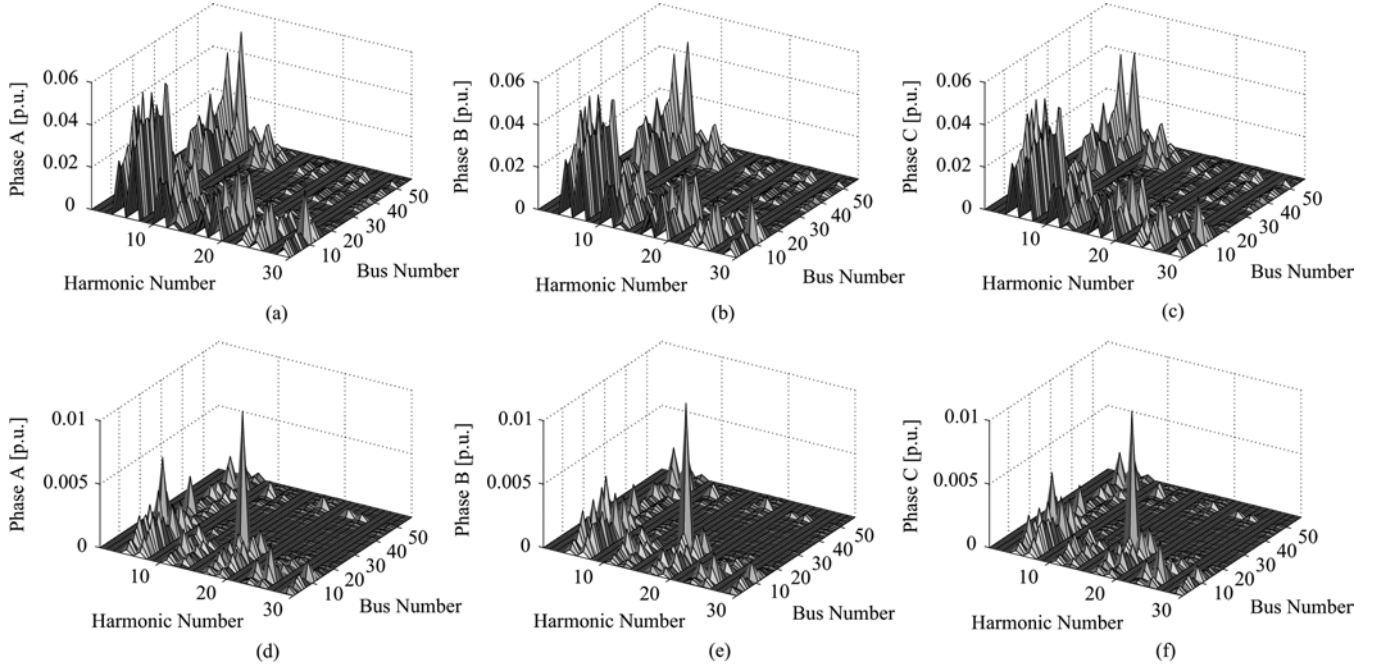


Fig. 12. Bus voltage magnitudes at various harmonics in each phase for the modified IEEE 57-bus system, (a)-(c) show their nominal values and (d)-(f) show maximum deviations.

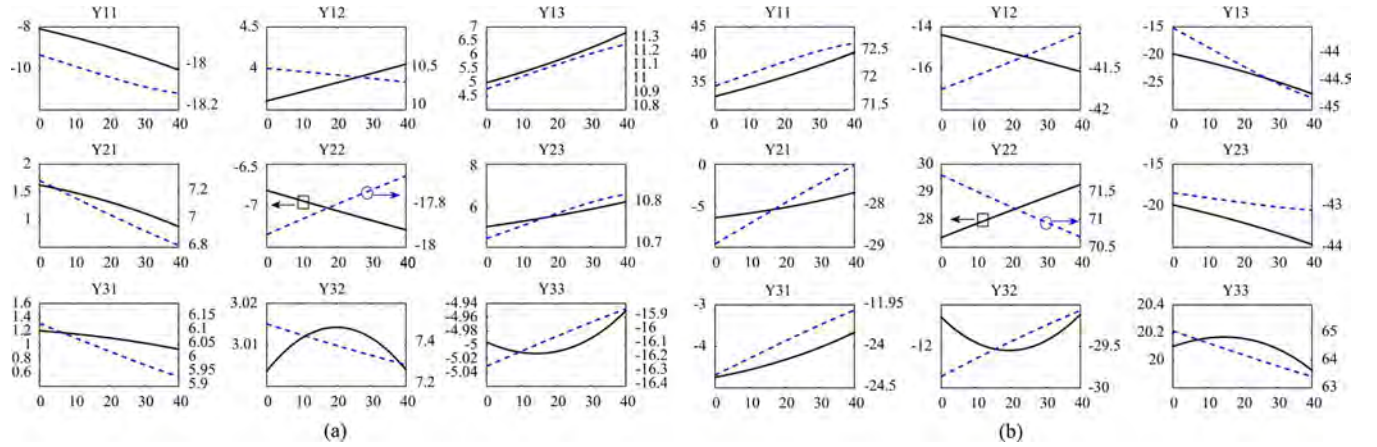


Fig. 13. Variations of admittance matrices of Manapouri-Invercargill line at the 19th harmonic for the New Zealand test system. x -axis indicates temperature in $^{\circ}\text{C}$. The solid line shows real parts (left axis) and the dashed line shows imaginary parts (right axis). (a) Series admittance. (b) Shunt admittance.

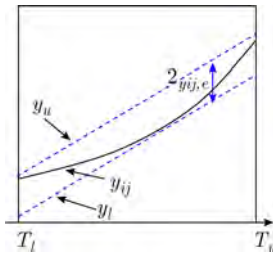


Fig. 14. Affine approximation of line admittance parameter.

V. CONCLUSIONS

In this paper, a method for HSE of a power system whose network parameters varied within known bounds has been proposed. With the use of phasor measurements and rectangular form of state variables, the HSE problem can be formulated as the parametric interval linear system of equations. The outer solutions can then be computed by using the interval arithmetic based methods. Although, only transmission line's temperature variation is presented, the technique can be applied to other parameter uncertainties by using affine approximation [24]. The algorithm for adjusting weights of WLS which takes network parameter variations into consideration to tune the covariance matrix is also presented. Numerical experiments show that the computed bounds of the estimated state variables, both real and imaginary parts, enclose the estimated bounds obtained by the Monte Carlo simulations. This information on bounds of the state variables indicates the harmonic voltage level occurring

magnitudes are larger than in other lines. As before, the maximum deviations of bus voltage, of buses where voltage phasor measurements are placed, are lower than the others for every harmonic order. One voltage phasor measurement may be added at bus no. 18 to reduce the maximum deviation of the bus voltage magnitude.

in power system under parameter uncertainty conditions. It provides useful data when dealing with harmonic related devices, such as harmonic filters, and also gives the system operators the confidence whether the true value does not exceed the system limits.

APPENDIX

NETWORK PARAMETER UNDER TEMPERATURE VARIATIONS

Temperature variations of the three-phase transmission line parameters, i.e., the series and shunt admittance matrices, computed at the 19th harmonic for the Manapouri-Invercargill transmission line of the New Zealand test system are presented in Fig. 13. The x -axis represents temperature variations from T_l to T_u . These matrices are unsymmetrical due to mutual coupling between the conductors within the double transmission lines. The 19-th harmonic is near the line resonance frequency so the magnitude of the admittance is rather high compared with other harmonic orders.

For each y_{ij} we may describe the uncertainty of admittance, as shown in Fig. 14, by using the following affine approximation [36], [37]

$$y_{ij} = y_{ij,m} + y_{ij,T}[e_T] + y_{ij,e}[e_{ij,e}] \quad (18)$$

where $y_{ij,m}$ and $y_{ij,T}$ are parameters controlling the shape of the lower and upper bound lines, $[e_T] = [-1, 1]$ is an interval number representing temperature variation, $[e_{ij,e}] = [-1, 1]$ and $y_{ij,e}$ represent the approximation error bounds.

REFERENCES

- [1] J. Arrillaga and N. R. Watson, *Power System Harmonics*. New York, NY, USA: Wiley, 2003.
- [2] A. Meliopoulos, F. Zhang, and S. Zelingher, "Power system harmonic state estimation," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 9, no. 3, pp. 1701–1709, Jul. 1994.
- [3] T. Lobos, T. Kozina, and H.-J. Koglin, "Power system harmonics estimation using linear least squares method and SVD," *Proc. Inst. Elect. Eng., Gen., Transm., Distrib.*, vol. 148, no. 6, pp. 567–572, Nov. 2001.
- [4] E. F. Arruda, N. Kagan, and P. Ribeiro, "Three-phase harmonic distortion state estimation algorithm based on evolutionary strategies," *Elect. Power Syst. Res.*, vol. 80, no. 9, pp. 1024–1032, 2010.
- [5] S. Zelingher, B. Fardanesh, E. Uzunovic, A. Meliopoulos, and G. Cokkinides, "Harmonic monitoring system via gps-synchronized measurements—update and new developments," in *Proc. 2006 IEEE Power Eng. Soc. General Meeting*, 2006, pp. 1–7.
- [6] N. Kanao, M. Yamashita, H. Yanagida, M. Mizukami, Y. Hayashi, and J. Matsuki, "Power system harmonic analysis using state-estimation method for Japanese field data," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 20, no. 2, pp. 970–977, Apr. 2005.
- [7] J. Farach, W. Grady, and A. Arapostathis, "An optimal procedure for placing sensors and estimating the locations of harmonic sources in power systems," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 8, no. 3, pp. 1303–1310, Jul. 1993.
- [8] N. R. Watson, J. Arrillaga, and Z. P. Du, "Modified symbolic observability for harmonic state estimation," *Proc. Inst. Elect. Eng., Gen., Transm., Distrib.*, vol. 147, no. 2, pp. 105–111, Mar. 2000.
- [9] C. Madtharad, S. Premrudeepreechacharn, N. R. Watson, and R. Saeng-Udom, "An optimal measurement placement method for power system harmonic state estimation," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 20, no. 2, pp. 1514–1521, Apr. 2005.
- [10] J. Arrillaga, E. Acha, T. J. Densem, and P. S. Bodger, "Ineffectiveness of transmission line transpositions at harmonic frequencies," *Proc. Inst. Elect. Eng., Gen., Transm., Distrib. C*, vol. 133, no. 2, pp. 99–104, Mar. 1986.
- [11] H. Dommel, *EMTP Theory Book*, Microtran Power System Analysis Corporation, 1996.
- [12] R. Galloway, W. Shorrocks, and L. Wedepohl, "Calculation of electrical parameters for short and long polyphase transmission lines," *Proc. Inst. Elect. Eng.*, vol. 111, no. 12, pp. 2051–2059, Dec. 1964.
- [13] S. L. Chen, W. Z. Black, and M. L. Fancher, "High-temperature sag model for overhead conductors," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 18, no. 1, pp. 183–188, Jan. 2003.
- [14] M. L. Lu and Z. Kieloch, "Accuracy of transmission line modeling based on aerial lidar survey," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 23, no. 3, pp. 1655–1663, Jul. 2008.
- [15] B. S. Howington, L. S. Rathbun, and D. A. Douglass, "AC resistance of ACSR—magnetic and temperature effects prepared by a task force of the working group on calculation of bare overhead conductor temperatures," *IEEE Power Eng. Rev.*, vol. PER-5, no. 6, pp. 67–68, Jun. 1985.
- [16] M. Bockarjova and G. Andersson, "Transmission line conductor temperature impact on state estimation accuracy," in *Proc. Power Tech, IEEE Lausanne*, Jul. 2007, pp. 701–706.
- [17] A. Al-Othman and M. Irving, "Uncertainty modelling in power system state estimation," *Proc. Inst. Elect. Eng., Gen., Transm., Distrib.*, vol. 152, no. 2, pp. 233–239, Mar. 2005.
- [18] A. Al-Othman and M. Irving, "Analysis of confidence bounds in power system state estimation with uncertainty in both measurements and parameters," *Elect. Power Syst. Res.*, vol. 76, no. 12, pp. 1011–1018, 2006.
- [19] S. Chakrabarti and E. Kyriakides, "Pmu measurement uncertainty considerations in WLS state estimation," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 24, no. 2, pp. 1062–1071, May 2009.
- [20] C. Rakkenthai, S. Uatrongjit, and S. Premrudeepreechacharn, "State estimation of power system considering network parameter uncertainty based on parametric interval linear systems," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 27, no. 1, pp. 305–313, Feb. 2012.
- [21] I. Hiskens, M. A. Pai, and T. Nguyen, "Bounding uncertainty in power system dynamic simulations," in *Proc. 2000 IEEE Power Eng. Soc. Winter Meeting*, 2000, vol. 2, pp. 1533–1537.
- [22] A. Abur and A. G. Expósito, *Power System State Estimation: Theory and Implementation; Electronic Version*. Boca Raton, FL, USA: CRC, 2004.
- [23] A. Monticelli and A. Garcia, "Reliable bad data processing for real-time state estimation," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-102, no. 5, pp. 1126–1139, May 1983.
- [24] A. Vaccaro, C. Canizares, and D. Villacci, "An affine arithmetic-based methodology for reliable power flow analysis in the presence of data uncertainty," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 25, no. 2, pp. 624–632, May 2010.
- [25] R. E. Moore, R. B. Kearfott, and M. J. Cloud, *Introduction to Interval Analysis*. Philadelphia, PA, USA: SIAM, 2009.
- [26] L. V. Koley, *Interval Methods for Circuit Analysis*. Singapore: World Scientific, 1993.
- [27] R. L. Muhanna and R. L. Mullen, "Uncertainty in mechanics problems interval based approach," *J. Eng. Mech.*, vol. 127, no. 6, pp. 557–566, 2001.
- [28] E. Popova and W. Krämerb, "Inner and outer bounds for the solution set of parametric linear systems," *J. Computat. Appl. Math.*, vol. 199, pp. 310–316, Feb. 2007.
- [29] I. Skalna, "Evolutionary optimization method for approximating the solution set hull of parametric linear systems," in *Proc. of the 6th Int. Conf. on Numerical Methods and Applicat., ser. NMA'06*. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2007, pp. 361–368. [Online]. Available: <http://portal.acm.org/citation.cfm?id=1764344.1764393>.
- [30] L. Koley, "Improvement of a direct method for outer solution of linear parametric systems," *Reliab. Comput.*, vol. 12, pp. 193–202, 2006.
- [31] I. Skalna, "A method for outer interval solution of systems of linear equations depending linearly on interval parameters," *Reliab. Comput.*, vol. 12, pp. 107–120, Apr. 2006.
- [32] M. Hladik, "Enclosures for the solution set of parametric interval linear systems," *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.*, vol. 22, no. 3, pp. 561–574, 2012.
- [33] S. Zhong and A. Abur, "Auto tuning of measurement weights in WLS state estimation," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 19, no. 4, pp. 2006–2013, Nov. 2004.
- [34] S. Rump, "INTLAB—INTERVAL LABORATORY," in *Developments in Reliable Computing*, T. Csendes, Ed. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer, 1999, pp. 77–104.

- [35] J. Arrillaga and N. R. Watson, *Power Systems Electromagnetic Transients Simulation*, ser. *IEE Power and Energy Series*. London, U.K.: Inst. Eng. Technol., 2003.
- [36] H. El-Owny, "Parametric linear system of equations, whose elements are nonlinear functions," in *Proc. 12th GAMM—IMACS Int. Symp. Scientific Computing, Computer Arithmetic and Validated Numerics, 2006 (SCAN 2006)*, Sep. 2006, p. 16.
- [37] I. Skalna, "Enclosure for the solution set of parametric linear systems with non-affine dependencies," in *Parallel Processing and Applied Mathematics*, ser. *Lecture Notes in Computer Science*, R. Wyrzykowski, J. Dongarra, K. Karczewski, and J. Wasniewski, Eds. Berlin, Germany: Springer, 2012, vol. 7204, pp. 513–522.

Chawasak Rakpenthai (M'13) received the B.Eng., M.Eng., and Ph.D. degrees in electrical engineering from Chiang Mai University, Chiang Mai, Thailand, in 1999, 2003, and 2007, respectively.

Currently, he is an Assistant Professor at the Department of Electrical Engineering, School of Engineering, University of Phayao, Phayao, Thailand. His research interests include applications of artificial intelligence in power system, power electronics, power system state estimation, and FACTS devices.

Serm Sak Uatrongjit (M'98) received the B.Eng degree in electrical engineering from Chiang Mai University, Chiang Mai, Thailand, and the M.Eng. and Ph.D. degrees from Tokyo Institute of Technology, Tokyo, Japan.

He is now an Associate Professor at the Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Chiang Mai University. His research interest is in the field of numerical techniques for circuit simulations, optimization, and state estimation.

Neville R. Watson (SM'99) received the B.E. (Hons.) and Ph.D. degrees in electrical and computer engineering from University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, in 1984 and 1988, respectively.

Currently, he is a Professor at the University of Canterbury. His main interests are in power system analysis, transient analysis, harmonics, and power quality.

Suttichai Premrudeepreechacharn (S'91–M'97) received the B.Eng. degree in electrical engineering from Chiang Mai University, Chiang Mai, Thailand, in 1988 and the M.S. and Ph.D. degrees in electric power engineering from Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY, USA, in 1992 and 1997, respectively.

Currently, he is an Associate Professor at the Department of Electrical Engineering, Chiang Mai University. His research interests include power quality, high quality utility interface, power electronics, and artificial intelligence applied power system.

Optimal Worst Case Solutions for State Estimation of Power System with Uncertain Network Parameters

Chawasak Rakpenthai, *Member, IEEE*, Sermsak Uatrongjit, *Member, IEEE*,

Abstract—This paper addresses a problem of power system state estimation under the condition that transmission line network parameters are unknown but bounded. A robust estimation in a sense of the optimal worst case solution is determined. Data collected via remote terminal units, i.e. voltage magnitude, injected and flow real and reactive power, are used as measurement quantities. The state variables are bus voltage phasors expressed in rectangular coordinates. This enables the relations between measured data and state variables be expressed as quadratic functions. The proposed formulation based on the structured robust least squares optimization yields a minimization problem with bilinear matrix inequality constraint. A solution method based on a semidefinite programming is also presented. Some testing results on the standard IEEE test systems are given.

Keywords—Power system state estimation, network parameter uncertainty, structured robust least squares.

I. INTRODUCTION

NOWADAYS, a power system has to be efficiently operated in order to cope with the increasing demand of energy consumption. One of important functions in supervisory control and planning of electric power systems is the state estimation (SE). Estimation results can be applied to monitoring the state of the grid and help the energy management systems (EMS) in operations of the power system [1]. By using the data, such as voltage magnitude, injection power, flow power, collected by the remote terminal units (RTUs) and the information about power system network topology, one can establish a mathematical relation between the measured data and state variables, usually the voltage phasors of all buses. These conventional monitoring technologies can only take non-synchronized measurements once every 2-4 seconds [2], the SE methods based on these datasets are considered as (quasi) static SE. With the emerging of synchronized phasor measurement technology [3], other types of SEs, for examples the transient SE [4], the harmonic SE [5], have also been extensively studied. Hybrid SE methods which utilizes both types of measurements have also been reported [6]–[8]. In this paper, only the static SE using conventional RTU based measurements is focused, even though the proposed methodology can be applied to the case of mixed types of measurements as well.

Given a set of appropriate measured data and the measurement function, the state variables can be estimated by optimizing an objective function with suitable constraints. One of the most common criteria used with SE is the weighted least squares (WLS). The WLS based SE leads to the iterative solution of the so-called normal equation. The method can be performed efficiently and provides good estimation results when the measurements contaminated with Gaussian noise. There are also SE methods which use other objective functions, for examples a weighted least absolute value (WLAV) [9]–[11] which gives good estimation results when measurement data contains outlier, a quadratic-linear [12], or a maximum exponential absolute value [13] which are proposed to suppress the effect of bad data.

In many SE algorithms, the transmission line parameters which constitute the measurement function are assumed to be known exactly. This assumption, however, can be violated easily since those parameters are affected by environmental changes [14]. For example, it has been reported that the line sag and conductor resistance depend on conductor temperature. Therefore, the transmission line parameters may significantly differ from their assumed values due to the sag and conductor variations [15]–[17]. In some circumstances, the characteristic of the line parameters distribution is hard to determined, and one can only specify these parameters as the nominal values with tolerances, i.e. the parameter is unknown but bounded. The SE methods which also consider network parameter variations have been investigated. In [18], a two-step method has been proposed to find the point or nominal estimation and also the bounds of the state variables. The SE method which considers the network uncertain parameters as additional state variable has been discussed in [19], this approach requires a large number of measured data since the number of state variables increased considerably. An efficient method for obtaining a guaranteed and small envelop of the state and measurement based on interval constraint propagation has been proposed [20]. In [21], the parametric form of the measurement function which explicitly shows its dependency on line parameters is employed. With the state variables in rectangular coordinate, the WLS based SE is expressed as a parametric interval linear system. The enclosure or the outer solutions representing the bounds of state variables can be efficiently computed. The application of this parametric interval linear system technique to harmonic state estimation of power systems is also described in [22]. A technique based on Tanaka's fuzzy linear regression model has been applied to estimate uncertainty level of the power system states [23].

In this paper, the SE problem which takes transmission line network parameters uncertainty into consideration is discussed.

Manuscript received MONTH XX, 20XX; revised MONTH XX, 20XX. This work was supported in part by the Thailand Research Fund (TRF) under grant XXXXXXXXXX.

C. Rakpenthai is with the Department of Electrical Engineering, School of Engineering, University of Phayao, Thailand.

S. Uatrongjit is with the Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Chiang Mai University, Thailand.

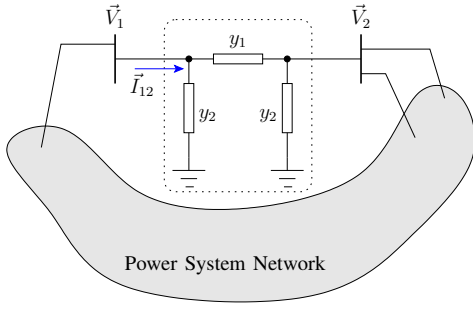


Fig. 1. Transmission line's π equivalent circuit.

These network parameters are assumed to be unknown but bounded within some tolerances. No statistically information about their distribution is assumed. In stead of finding the uncertain bounds of estimated states, i.e bus voltage phasors, the proposed method seeks a robust solution of power system SE under network parameter variations which minimizes the maximum WLS objective function, i.e. the optimal worst case solution.

This paper is organized as follows. The formulation of robust SE problem is explained in section II. A method to approximate the solution based on and semi-definite programming (SDP) [24] is presented next. The test results with some IEEE test systems are given in section IV. Some conclusions and research directions are summarized in the final section.

II. PARAMETRIC FORM OF MEASUREMENT FUNCTION AND CONVENTIONAL SE

Following notations are used in this paper. $\vec{X} = X_r + jX_i$ denotes a phasor representation of a sinusoidal signal $x(t)$, its real part and imaginary part are X_r and X_i respectively. $\vec{X}^*$ represents the complex conjugation of $\vec{X}$. Bold-face letters refer to either vectors or matrices. $\mathbf{x}^T$ is the transpose of $\mathbf{x}$. The Moore-Penrose inverse of $\mathbf{X}$ is written as $\mathbf{X}^\dagger$. $\mathbf{I}_N$ is an $N \times N$ identity matrix. $\mathbf{e}_i^{(N)}$ is the i -th column vector of $\mathbf{I}_N$. $\mathbf{0}$ and $\mathbf{1}$ denote the zero matrix and a vector of ones of appropriate dimension. $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$ means each member of $\mathbf{x}$ is non-negative number. $\mathbf{X} \succeq \mathbf{0}$ means $\mathbf{X}$ is symmetric, positive semidefinite. $\text{Diag}\{\mathbf{a}\}$ stands for a square diagonal matrix with the elements of vector $\mathbf{a}$ on the main diagonal. We write $\alpha \in [a, b]$ for $a \leq \alpha \leq b$. $\|\mathbf{x}\|_\infty$ represents the infinity norm of $\mathbf{x}$.

A. Parametric Form of Measurement Function

In this subsection, the formulation of measurement function $\mathbf{h}$ describing the relation between measured data $\mathbf{z}$, and state variables $\mathbf{x}$, in parametric form is briefly explained. We only show an example where measured quantities are power flowing between two buses and voltage magnitude measurement. The case of injection power measurement can be derived similarly.

Consider the equivalent circuit of the transmission line connected between bus no. 1 and 2 shown in Fig. 1, it can be seen that the current phasor $\vec{I}_{12}$ flowing through the line can be computed from,

$$\vec{I}_{12} = I_{12r} + jI_{12i} = y_1(\vec{V}_1 - \vec{V}_2) + y_2\vec{V}_1, \quad (1)$$

where $\vec{V}_k = V_{kr} + jV_{ki}$ denotes the voltage phasor of bus no. k . The shunt and series admittance of the line are represented by $y_1 = g_1 + jb_1$ and $y_2 = g_2 + jb_2$ respectively. This relation can be given in matrix form as,

$$\begin{bmatrix} I_{12r} \\ I_{12i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1 + g_2 & -(b_1 + b_2) & -g_1 & b_1 \\ b_1 + b_2 & g_1 + g_2 & -b_1 & -g_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1r} \\ V_{1i} \\ V_{2r} \\ V_{2i} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$= \mathbf{Y}_p \mathbf{x},$$

where $\mathbf{x}^T = [V_{1r} \ V_{1i} \ V_{2r} \ V_{2i}]$ denotes the vector of state variables which are the real parts and the imaginary parts of bus voltage phasors.

Then the complex power $\vec{S}_{12} = P_{12} + jQ_{12}$ flowing from bus no. 1 to 2 is given by

$$\begin{aligned} P_{12} + jQ_{12} &= \vec{V}_1 \vec{I}_{12}^* \\ &= (V_{1r}I_{12r} + V_{1i}I_{12i}) + j(V_{1i}I_{12r} - V_{1r}I_{12i}), \end{aligned} \quad (3)$$

where P_{12} and Q_{12} are the real power and the reactive power flowing from bus no. 1 to 2 respectively.

The relation between the voltage magnitude of bus no. 1, V_1 , and its voltage phasor can be given by

$$V_1^2 = \vec{V}_1 \vec{V}_1^* = [V_{1r} \ V_{1i}] \begin{bmatrix} V_{1r} \\ V_{1i} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

If the measurement data consists of V_1^2 , P_{12} and Q_{12} then from Eq.(3) and Eq.(4) we can combine them as

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_1^2 \\ P_{12} \\ Q_{12} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} V_{1r} & V_{1i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_{1r} & V_{1i} \\ 0 & 0 & V_{1i} & -V_{1r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1r} \\ V_{1i} \\ I_{12r} \\ I_{12i} \end{bmatrix}, \\ &= \mathbf{G}_x \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{Y}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1r} \\ V_{1i} \\ V_{2r} \\ V_{2i} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{G}_x \left(\mathbf{H}_0 + \sum_{k=1}^4 p_k \mathbf{H}_k \right) \mathbf{x}, \end{aligned} \quad (5)$$

where

$$\mathbf{G}_x = \begin{bmatrix} V_{1r} & V_{1i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_{1r} & V_{1i} \\ 0 & 0 & V_{1i} & -V_{1r} \end{bmatrix}, \mathbf{H}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

also define $\mathbf{p} = [p_1 \ p_2 \ p_3 \ p_4] = [g_1 \ b_1 \ g_2 \ b_2]$ as the parameter vector, and

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^4 p_k \mathbf{H}_k &= g_1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} + b_1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \\ &+ g_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} + b_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (7)$$

In general, for the measurement dataset consisting of squared voltage magnitude, power injection, and power flow, one can express the measurement function as,

$$\mathbf{h}_p(\mathbf{x}) = \mathbf{G}_x \left(\mathbf{H}_0 + \sum_{k=1}^P p_k \mathbf{H}_k \right) \mathbf{x}, \quad (8)$$

where $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ is the state variable vector whose elements are the real parts and the imaginary parts of bus voltage phasors. $\mathbf{G}_x \in \mathbb{R}^{M \times M}$ is a matrix which depends on $\mathbf{x}$. $\mathbf{H}_k \in \mathbb{R}^{M \times N}$ can be obtained from the network topology. We write the measurement function as $\mathbf{h}_p(\mathbf{x})$ to emphasize that it depends not only on $\mathbf{x}$ but also transmission line parameters $\mathbf{p} = [p_1 \cdots p_P]$. M, N and P stand for the number of measurements, state variables and line parameters respectively, usually $M \geq N$. For the measured data obtained from phasor measurement unit, the rows of $\mathbf{G}_x$ corresponding to that data is constant.

B. WLS State Estimation

The problem of SE under WLS criteria is to find $\mathbf{x}$ which minimizes the objective function

$$\phi(\mathbf{x}) = \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r} = (\mathbf{z} - \mathbf{h}_p(\mathbf{x}))^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{h}_p(\mathbf{x})), \quad (9)$$

where $\mathbf{r} = \mathbf{z} - \mathbf{h}_p(\mathbf{x})$ is the residue vector, and $\mathbf{z}^T = [z_1 \cdots z_M]$ is the measurement vector. Every measurement is usually assumed to be independent of each other, thus the measurement covariance matrix $\mathbf{R} = \text{Diag}\{\sigma^2\}$, ($\sigma^2 = [\sigma_1^2 \cdots \sigma_M^2]^T$), and σ_i refers to the standard deviation of the i -th measurement. In some situations, appropriate constraints can be added. Note that if the standard deviation of voltage magnitude measurement V is given by σ_V then, based on uncertainty propagation, the standard deviation of squared voltage magnitude measurement can be approximated by $2V\sigma_V$ [25].

For a fixed value of $\mathbf{p}$, the smaller value of $\phi(\mathbf{x})$ implies the better estimation. The optimal value of the state variable vectors $\mathbf{x}$ can be obtained by using the Newton based iterative method [1]. The process can be briefly described as follows.

- 1: Guess the initial solution $\mathbf{x}^{(0)}$. Let ϵ be a stop tolerance, and set iteration index $k = 0$.
- 2: **repeat**
- 3: Computing the update vector $\Delta \mathbf{x}$ by solving,

$$(\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}) \Delta \mathbf{x} = \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{z}, \quad (10)$$

where $\mathbf{H} = \partial \mathbf{h}_p(\mathbf{x}^{(k)}) / \partial \mathbf{x}^{(k)}$ is the Jacobian matrix of $\mathbf{h}_p$.

- 4: Update $\mathbf{x}^{(k+1)} \leftarrow \mathbf{x}^{(k)} + \Delta \mathbf{x}$.
- 5: $k \leftarrow k + 1$.
- 6: **until** $\|\Delta \mathbf{x}\|_\infty \leq \epsilon$.

The flat-start, i.e all bus voltage phasors are $1\angle 0$, is usually selected as the initial solution $\mathbf{x}^{(0)}$.

C. SE with Uncertain Parameters

As previously mentioned, sometimes the value of p_k can be specified with some tolerance, for example $p_k = p_{km} + p_{\Delta k} u_k$, here p_{km} is the nominal value of p_k , its maximum deviation is denoted by $p_{\Delta k} > 0$, and $u_k \in [-1, 1]$ represents the uncertainty of p_k . Hence $p_{km} - p_{\Delta k} \leq p_k \leq p_{km} + p_{\Delta k}$. Hence, $\mathbf{h}_p$ can be rewritten as

$$\mathbf{h}_p(\mathbf{x}) \equiv \mathbf{h}_u(\mathbf{x}) = \left(\mathbf{A}_0 + \sum_{k=1}^P u_k \mathbf{A}_k \right) \mathbf{x}, \quad (11)$$

where, for notational convenience, define $\mathbf{A}_k = p_{\Delta k} \mathbf{G}_x \mathbf{H}_k$; ($k = 1, \dots, P$), and $\mathbf{A}_0 = \mathbf{G}_x (\mathbf{H}_0 + \sum_{k=1}^P p_{km} \mathbf{H}_k)$. We also let $\mathbf{u}^T = [u_1 \cdots u_P]$ be a vector contains uncertain parameters and $\|\mathbf{u}\|_\infty \leq 1$. Please remind that $\mathbf{A}_i$ depends linearly on $\mathbf{x}$.

The case that the value of each measurement is unknown but bounded can be included in the formulation. Let the uncertainty of the i -th measurement be represented by $z_i = z_{im} + z_{i\Delta} w_i$, where z_{im} stands for the nominal value of z_i and $z_{i\Delta}$ is its maximum deviation $w_i \in [-1, 1]$ represents uncertain factor. Hence we can express $\mathbf{z}$ as

$$\mathbf{z} = \mathbf{z}_m + \mathbf{Z}_\Delta \mathbf{w}, \quad (12)$$

where $\mathbf{z}_m^T = [z_{1m} \cdots z_{Mm}]$, $\mathbf{Z}_\Delta = \text{Diag}\{z_{1\Delta} \cdots z_{M\Delta}\}$, and $\mathbf{w}^T = [w_1 \cdots w_M]$ represents the uncertain vector with $\|\mathbf{w}\|_\infty \leq 1$.

Combining the uncertainty vectors together as $\mathbf{t}^T = [\mathbf{w}^T \ \mathbf{u}^T]$, the residue vector $\mathbf{r}$ can be rewritten as

$$\mathbf{r} = [\mathbf{q}_x \ \mathbf{Z}_d \ -\mathbf{A}_x] \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} = [\mathbf{q}_x \ \mathbf{M}_x] \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{t} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

where $\mathbf{q}_x = \mathbf{z}_m - \mathbf{A}_0 \mathbf{x}$, $\mathbf{M}_x = [\mathbf{Z}_d \ -\mathbf{A}_x]$, and

$$\mathbf{A}_x = [\mathbf{A}_1 \mathbf{x} \ \mathbf{A}_2 \mathbf{x} \ \cdots \ \mathbf{A}_P \mathbf{x}]. \quad (14)$$

Notice that $\|\mathbf{t}\|_\infty \leq 1$. Thus the objective function $\phi(\mathbf{x})$ can be expressed as

$$\phi(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{t} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{q}_x^T \\ \mathbf{M}_x^T \end{bmatrix} \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{q}_x \ \mathbf{M}_x] \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{t} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

As an example, consider a case of one state variable with one uncertain parameter. By stepping $\mathbf{p}$ from its lower bound to the upper bound and computing $\phi(\mathbf{x})$, a set of parametric curves of $\phi(\mathbf{x})$ is obtained as shown in Fig. 2. The dashed line shows $\phi(\mathbf{x})$ computed by using the nominal value of $\mathbf{p}$. On this line, the minimum value of the objective function occurs at $\mathbf{x}_m$, which can be computed by performing SE using the nominal parameters. One can notice that, for this nominal solution $\mathbf{x}_m$, there exists a set of parameters, say $\mathbf{p}_u$, which produces the largest objective function, i.e. $\phi_u(\mathbf{x}_m)$. This implies that if the actual values of parameters equal $\mathbf{p}_u$ then the estimation results are probably far from the correct one.

Conservatively, in this work, we try to find an estimation of $\mathbf{x}$ such that for all parameter variation constraints, it gives the minimum value of $\phi_u(\mathbf{x})$. Such a solution is called the robust

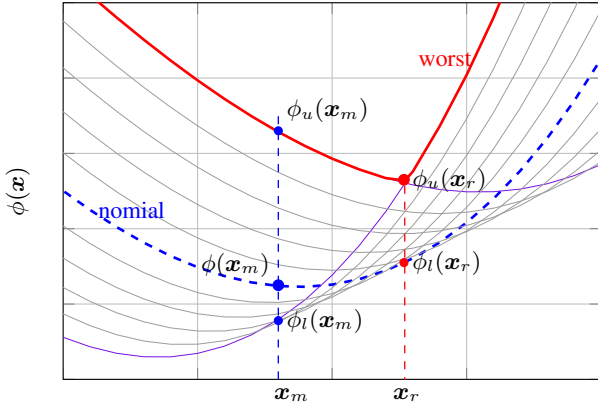


Fig. 2. Example of variation of $\phi(\mathbf{x})$ under parameter $\mathbf{p}$ variation.

estimation $\mathbf{x}_r$. From the figure, one can notice that at $\mathbf{x}_r$, for any values of $\mathbf{p}$, the objective function cannot be worse than $\phi_u(\mathbf{x}_r)$. Finding $\mathbf{x}_r$ can be expressed as the following optimization problem,

$$\mathbf{x}_r = \arg \min_{\mathbf{x}} \max_{\|\mathbf{t}\|_{\infty} \leq 1} \phi(\mathbf{x}). \quad (16)$$

III. APPROXIMATED SOLUTION METHOD

Solving Eq.(16) is generally NP hard [26], hence the approximation of its solution, the least upper bound of $\phi(\mathbf{x})$ under the constraint $\|\mathbf{t}\|_{\infty} \leq 1$ is considered instead. In other words, we solve

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\mathbf{x}} \min_{\|\mathbf{t}\|_{\infty} \leq 1} \lambda \\ \text{subject to} \quad \lambda - \phi(\mathbf{x}) \geq 0, \lambda \geq 0. \end{array} \right\} \quad (17)$$

Using $\mathcal{S}$ -procedure and Schur complement [26], the optimization problem defined in Eq.(17) can be transformed into

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\mathbf{x}, \lambda, \tau} \lambda \\ \text{subject to} \quad \lambda \geq 0, \tau \geq 0, \\ \left[\begin{array}{ccc} \lambda - \mathbf{1}^T \tau & \mathbf{0} & \mathbf{q}_x^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{T} & \mathbf{M}_x^T \\ \mathbf{q}_x & \mathbf{M}_x & \mathbf{R} \end{array} \right] \succeq 0, \end{array} \right\} \quad (18)$$

where $\tau^T = [\tau_1 \cdots \tau_{M+P}]$, $\mathbf{T} = \text{Diag}\{\tau\}$, (see appendix A.)

Since $\mathbf{q}_x$ and $\mathbf{M}_x$ depend bilinearly on $\mathbf{x}$, this problem involves the bilinear matrix inequality (BMI) constraint which has been found in many engineering applications [27]. This type of optimization can be solved by a solver called PENBMI [28] which is available from TOMLAB [29]⁽¹⁾, or PENLAB [30], a free open source software package for nonlinear optimization, linear and nonlinear SDP. Both solvers can be employed under the YALMIP toolbox [31], a modeling language for advanced modeling and solution of convex and non-convex optimization problems. If such solvers are not available, a method based on linearization of $\mathbf{q}_x$ and $\mathbf{M}_x$ can be applied to find the solution of Eq.(18).

⁽¹⁾<http://tomopt.com/>

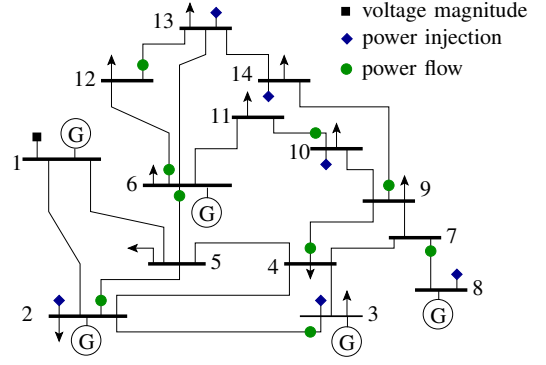


Fig. 3. IEEE 14-bus test system with measurements.

The algorithm is outlined as the following simplified pseudo code:

- 1: Guess the initial solution $\mathbf{x}^{(0)}$, let ϵ be a stop tolerance, and set the iteration counter $k = 0$.
- 2: Compute $\mathbf{Q}_i = \partial \mathbf{A}_i \mathbf{x}^{(k)} / \partial \mathbf{x}^{(k)}$, and form a matrix

$$\tilde{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \lambda - \mathbf{1}^T \tau & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{q}}^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{T} & \tilde{\mathbf{M}}^T \\ \tilde{\mathbf{q}} & \tilde{\mathbf{M}} & \mathbf{R} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

where $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{z}_m - \mathbf{A}_0 \mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{Q}_0 \Delta \mathbf{x}$, $\tilde{\mathbf{M}} = [\mathbf{Z}_d \quad -\tilde{\mathbf{A}}]$, with $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A}_{\mathbf{x}^{(k)}} + [\mathbf{Q}_1 \Delta \mathbf{x} \cdots \mathbf{Q}_P \Delta \mathbf{x}]$.

- 3: Compute $\Delta \mathbf{x}$ by solving

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \mathbf{x} = \arg \min_{\Delta \mathbf{x}, \lambda, \tau} \lambda \\ \text{subject to} \quad \lambda \geq 0, \tau \geq 0, \tilde{\mathbf{F}} \succeq 0. \end{array} \right\} \quad (20)$$

- 4: **if** $\|\Delta \mathbf{x}\| < \epsilon$ **then** Stop.

- 5: $\mathbf{x}^{(k+1)} \leftarrow \mathbf{x}^{(k)} + \Delta \mathbf{x}$, $k \leftarrow k + 1$. Goto 2.

In this work, we use $\epsilon = 10^{-5}$. The solution of the SDP problem defined in Eq.(20) is computed by the freely available SDPT3-4 solver [32].

IV. NUMERICAL EXPERIMENTS

The proposed SE method has been implemented in MATLAB environment, and applied to some IEEE test systems. In the following tests, the measurement positions are assigned such that the system can be fully observable. The standard deviation of voltage magnitude, power injection and power flow measurements are set to 0.004, 0.010 and 0.008 respectively. Bus no. 1 is chosen as the reference bus and its phase angle is 0. Measured values are assumed to be within $\pm \sigma$, their standard deviations. The solutions obtained by power flow analysis are used as the exact measurement values. We use flat start as the initial values of state variables in all tests. All numerical simulations have been conducted on a personal computer with intel Core i3-2120 CPU@3.30 GHz and 8 GB of main memory.

TABLE I. MEASUREMENT PLACEMENTS FOR IEEE 30-BUS.

Voltage magnitude	1, 27
Power injection	2, 3, 5, 6, 9, 10, 12, 16, 20, 22, 25, 30
Power flow	2-4, 4-3, 5-7, 8-28, 11-9, 12-14, 12-15, 15-18, 16-17, 19-18, 19-20, 21-22, 24-23, 25-26, 27-30, 28-6, 29-27

TABLE II. MEASUREMENT PLACEMENTS FOR IEEE 118-BUS.

Voltage magnitude	1, 10, 13, 16, 25, 38, 105, 116
Power injection	2, 5, 7, 8, 12, 20, 23, 25, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 52, 53, 54, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 69, 72, 74, 75, 76, 77, 78, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 92, 93, 94, 95, 102, 103, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 117
Power flow	1-3, 4-11, 5-4, 5-8, 7-6, 9-10, 11-13, 12-14, 12-117, 14-15, 15-33, 16-17, 17-18, 18-19, 19-34, 20-21, 21-22, 22-23, 24-72, 26-30, 27-28, 27-115, 28-29, 31-17, 32-27, 38-65, 40-39, 48-49, 49-50, 51-52, 52-53, 54-49, 58-56, 59-55, 62-60, 68-116, 69-70, 69-77, 71-70, 71-73, 75-118, 77-80, 79-78, 80-97, 81-80, 83-82, 84-85, 85-88, 89-88, 90-91, 92-93, 94-93, 94-96, 96-95, 100-98, 100-99, 100-101, 102-101, 103-104, 107-105, 110-103, 110-109, 110-111, 114-115

A. Nominal and Robust Estimations

The proposed method has been applied to the IEEE 14-bus, 30-bus and 118-bus. All transmission line parameters are assumed to be within $\pm 10\%$ of their nominal values. For IEEE 14-bus, the measurement types and positions are shown in Fig. 3. There are one voltage magnitude measurement at bus no. 1, six real and reactive power injection measurements, and nine real and reactive power flow measurements. Thus the number of measurements is $M = 31$, the number of uncertain parameters is $P = 32$, while the number of state variables is $N = 2 \times 14 - 1 = 27$. To save space, only the measurement placements for IEEE 30-bus and 118-bus are summarized in Table I and Table II, respectively. From the tables, $M = 60$ and $P = 79$ for the case of IEEE 30-bus, and $M = 264$ and $P = 485$ for IEEE 118-bus.

The Newton based conventional WLS SE [1] has been performed with all line parameters to their nominal values. And the proposed method has been applied to find the optimal worst case solutions. The nominal solutions, $\mathbf{x}_m$ and the robust estimated states, $\mathbf{x}_r$ are illustrated in Fig. 4(a)-(c) for the IEEE 14-bus, 30-bus and 118-bus, respectively.

To investigate the effect of parameter uncertainty on the nominal solutions and the robust solutions, we compute the upper and lower bounds of the objective function from,

$$\phi_l(\mathbf{x}) = \min_{\|\mathbf{t}\|_\infty \leq 1} \phi(\mathbf{x}), \text{ and, } \phi_u(\mathbf{x}) = \max_{\|\mathbf{t}\|_\infty \leq 1} \phi(\mathbf{x}), \quad (21)$$

and hence $\phi(\mathbf{x}) \in [\phi_l(\mathbf{x}), \phi_u(\mathbf{x})]$.

Finding $\phi_l(\mathbf{x})$ can be done efficiently since the problem is convex. However, $\phi_u(\mathbf{x})$ is not convex, here we apply the genetic algorithm based method [33] to estimate the upper bounds. Table III shows the bounds for all tests. It can be noticed that for the nominal solutions, the upper bounds are greater than the upper bounds of the robust estimations. This implies that there exists a set of line parameters for which using the nominal solution at the estimated states may result in larger value of objective function.

The BMI constraint optimization in Eq.(18) has been solved by using PENBMI, PENLAB and the linearized technique. All

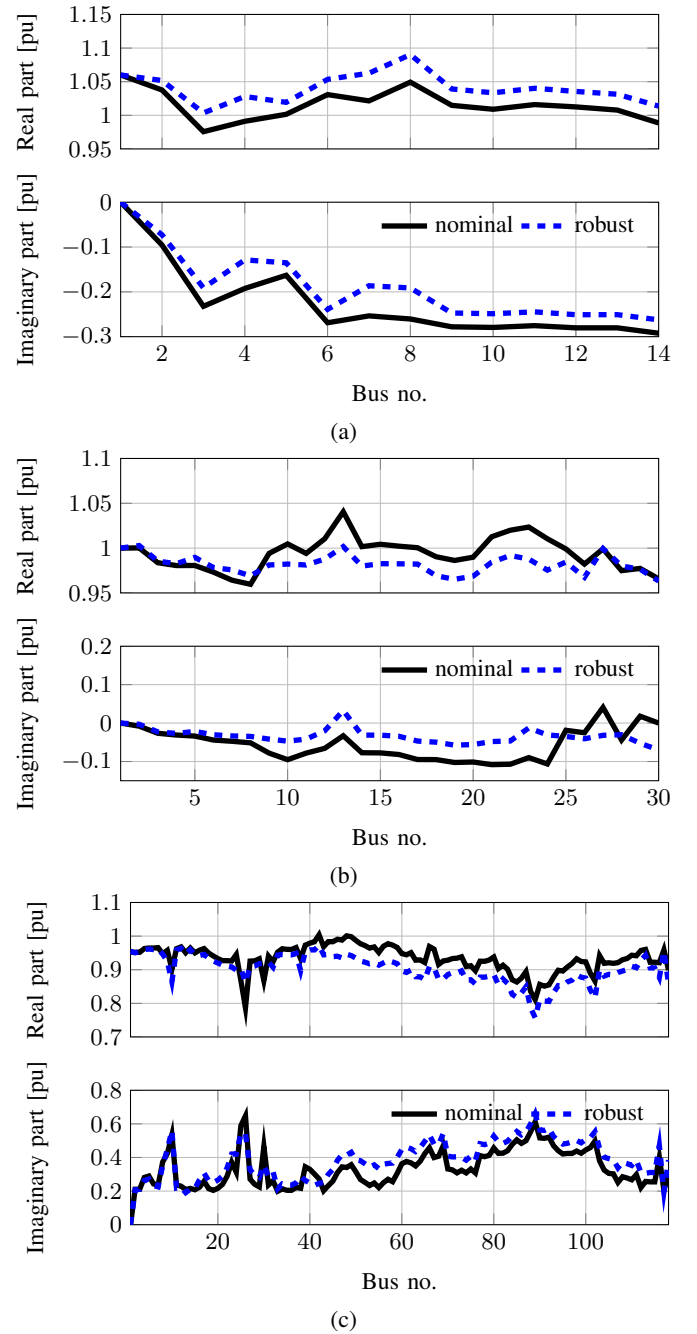


Fig. 4. Results of nominal and robust estimations for (a) IEEE 14-bus, (b) 30-bus, and (c) 118-bus.

solvers give almost the same estimations. The computation time of the nominal SE and the robust SE by these three methods are presented in Table IV. In these tests, the PENBMI solver performs better than the other two. We would like to remind that these methods are local solvers, thus the obtained estimations may not be the global solutions.

TABLE III. BOUNDS OF OBJECTIVE FUNCTIONS.

Case	Nominal	Robust
14-bus	$[0.00, 1.42 \times 10^{-3}]$	$[24.56, 1.16 \times 10^{-3}]$
30-bus	$[0.00, 6.37 \times 10^{-2}]$	$[2.04, 4.37 \times 10^{-2}]$
118-bus	$[0.75, 5.51 \times 10^{-4}]$	$[461.37, 4.64 \times 10^{-4}]$

TABLE IV. COMPARISON OF COMPUTATION TIME IN SECONDS.

Case	Nominal	PENBMI	PENLAB	Linearized
14-bus	0.15	0.75	29.18	4.80
30-bus	0.31	2.87	127.98	8.61
118-bus	9.70	134.98	4,522.37	241.27

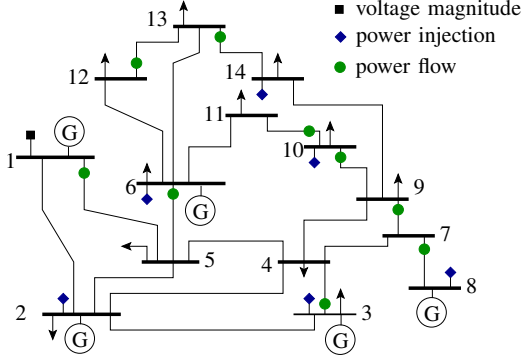


Fig. 5. IEEE 14-bus test system with measurement placement no. 2.

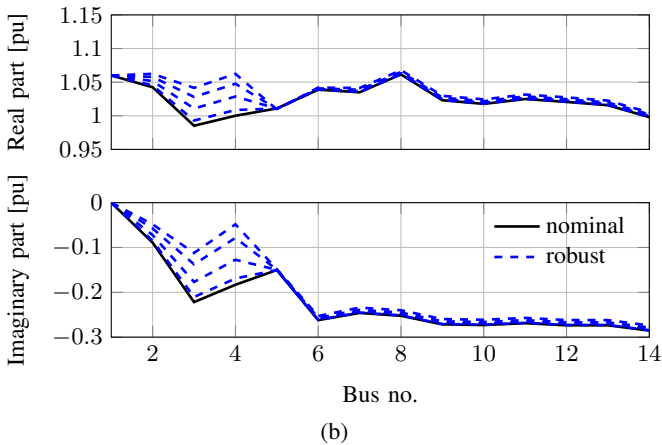
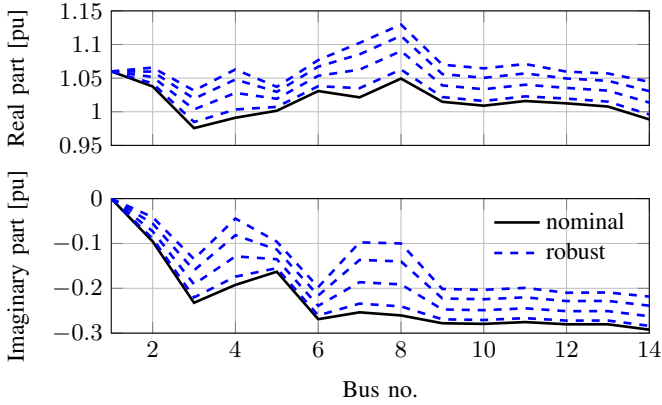


Fig. 6. Variations of state variables under various uncertainty for placement set (a) no. 1 and (b) no. 2

B. Tests on Measurement Placements

In this test, the proposed robust estimation has been applied to investigate the effect of measurement placements. The IEEE 14-bus has been selected as the test system. The line parameter variations are set to 0.05, 0.10, 0.15 and 0.20 of the nominal values. The first measurement placement set is the one used in previous subsection. The other placement is shown in Fig. 5. The voltage magnitude measurement is at bus no. 1, six power injection measurements and nine power flow measurements are employed which makes $M = 31$ and $P = 37$. Note that the number of measurements of both sets are the same but the number of uncertain parameters of set no. 2 is larger. The results for both placement sets are shown in Fig. 6(a) and (b) respectively. It can be seen that the placement set no. 2 gives less variations of the estimated states. Hence, it is more robust to network uncertainty.

V. CONCLUSIONS AND FUTURE WORKS

In this paper, the algorithm for finding the optimal worst case solution of the WLS based state estimation of power system with unknown but bounded network parameters has been proposed. The robust estimation has been formulated as the optimization problem with BMI constraint. From the numerical results, the robust solution tends to give narrower variations of the objective function under parameter variations. Without the information on distribution characteristic of parameter uncertainty, the proposed estimation computes the best value of the worst WLS objective function. The computation time for finding the robust solution is still larger than just finding the nominal SE. The application of the proposed algorithm for real time estimation requires more investigation. Nevertheless, it may be applied to the planing of the placement position that is robust to network parameter variations.

APPENDIX A

To show that Eq.(18) is equivalent to Eq.(17), we need some results related to linear matrix inequalities (LMI) manipulation. More details can be found in [24], [26], [34]. They are included here for reader's convenience.

Lemma A.1. (S-Procedure)

Define quadratic functions in the variable $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^N$, $F_k(\mathbf{t})$, as

$$F_k(\mathbf{t}) = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{t} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} v_k & \mathbf{u}_k^T \\ \mathbf{u}_k & \mathbf{T}_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{t} \end{bmatrix} = \mathbf{t}^T \mathbf{T}_k \mathbf{t} + 2\mathbf{u}_k^T \mathbf{t} + v_k, \quad (22)$$

for $k = 0, 1, 2, \dots, P$ with $\mathbf{T}_k = \mathbf{T}_k^T$. Then, the implication

$$F_1(\mathbf{t}) \geq 0, \dots, F_P(\mathbf{t}) \geq 0 \Rightarrow F_0(\mathbf{t}) \geq 0 \quad (23)$$

holds if there exist $\boldsymbol{\tau}^T = [\tau_1 \dots \tau_P] \geq \mathbf{0}$ such that

$$\begin{bmatrix} v_0 & \mathbf{u}_0^T \\ \mathbf{u}_0 & \mathbf{T}_0 \end{bmatrix} - \sum_{k=1}^P \tau_k \begin{bmatrix} v_k & \mathbf{u}_k^T \\ \mathbf{u}_k & \mathbf{T}_k \end{bmatrix} \succeq \mathbf{0}. \quad (24)$$

Lemma A.2. (Schur complements)

Let $\mathbf{X}$ be a symmetric matrix given by

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T & \mathbf{D} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

The condition $\mathbf{X} \succeq 0$ is equivalent to

$$\mathbf{D} \succeq 0, \quad \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{D}^\dagger\mathbf{B}^T \succeq 0, \quad (\mathbf{I} - \mathbf{D}^\dagger\mathbf{D})\mathbf{B}^T = 0, \quad (26)$$

and also to

$$\mathbf{A} \succeq 0, \quad \mathbf{D} - \mathbf{B}^T\mathbf{A}^\dagger\mathbf{B} \succeq 0, \quad (\mathbf{I} - \mathbf{A}^\dagger\mathbf{A})\mathbf{B} = 0. \quad (27)$$

Notice that the constraint $\lambda - \phi(\mathbf{x}) \geq 0$ can be expressed as

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{t} \end{bmatrix}^T \left(\begin{bmatrix} \lambda & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{q}_x^T \\ \mathbf{M}_x^T \end{bmatrix} \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{q}_x \quad \mathbf{M}_x] \right) \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{t} \end{bmatrix} \geq 0. \quad (28)$$

And $\|\mathbf{t}\|_\infty \leq 1$ implies $t_i^2 \leq 1$;($i = 1, 2, \dots, M + P$), which can be expressed as,

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{t} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{C}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{t} \end{bmatrix} \geq 0, \quad (29)$$

for $i = 1, 2, \dots, M + P$, where $\mathbf{C}_i = \text{Diag}\{e_i^{(M+P)}\}$.

Using $\mathcal{S}$ -procedure, we have, for $\tau_i \geq 0$,

$$\begin{bmatrix} \lambda & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{q}_x^T \\ \mathbf{M}_x^T \end{bmatrix} \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{q}_x \quad \mathbf{M}_x] - \sum_{i=1}^{M+P} \tau_i \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{C}_i \end{bmatrix} \succeq 0. \quad (30)$$

Since $\sum_{i=1}^{M+P} \tau_i \mathbf{C}_i = \mathbf{T}$ and $\sum_{i=1}^{M+P} \tau_i = \mathbf{1}^T \boldsymbol{\tau}$, then the relation can be rewritten as

$$\begin{bmatrix} \lambda - \mathbf{1}^T \boldsymbol{\tau} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{q}_x^T \\ \mathbf{M}_x^T \end{bmatrix} \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{q}_x \quad \mathbf{M}_x] \succeq 0. \quad (31)$$

Apply Schur complement to the above relation, Eq.(18) is obtained.

REFERENCES

- [1] A. Abur and A. Expósito, *Power System State Estimation: Theory and Implementation*, ser. Power Engineering (Willis). Taylor & Francis, 2004. [Online]. Available: <http://books.google.co.th/books?id=NQhbtFC6\40C>
- [2] Y.-F. Huang, S. Werner, J. Huang, N. Kashyap, and V. Gupta, "State estimation in electric power grids: Meeting new challenges presented by the requirements of the future grid," *Signal Processing Magazine, IEEE*, vol. 29, no. 5, pp. 33–43, Sept 2012.
- [3] D. Novosel, K. Vu, V. Centeno, S. Skok, and M. Begovic, "Benefits of synchronized-measurement technology for power-grid applications," in *System Sciences, 2007. HICSS 2007. 40th Annual Hawaii International Conference on*, Jan 2007, pp. 118–118.
- [4] N. Watson and K. K. C. Yu, "Transient state estimation," in *Harmonics and Quality of Power, 2008. ICHQP 2008. 13th International Conference on*, Sept 2008, pp. 1–6.
- [5] A. P. S. Meliopoulos, F. Zhang, and S. Zelingher, "Power system harmonic state estimation," *Power Delivery, IEEE Transactions on*, vol. 9, no. 3, pp. 1701–1709, Jul 1994.
- [6] V. Kirincic, S. Skok, and V. Terzija, "A two-step hybrid power system state estimator," *International Transactions on Electrical Energy Systems*, pp. n/a–n/a, 2014. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1002/etep.1894>
- [7] M. Asprou and E. Kyriakides, "Optimal pmu placement for improving hybrid state estimator accuracy," in *PowerTech, 2011 IEEE Trondheim*, June 2011, pp. 1–7.
- [8] S. K. Mallik, S. Chakrabarti, and S. N. Singh, "A robust regularized hybrid state estimator for power systems," *Electric Power Components and Systems*, vol. 42, no. 7, pp. 671–681, 2014.
- [9] L. Mili, M. Cheniae, N. S. Vichare, and P. Rousseeuw, "Robustification of the least absolute value estimator by means of projection statistics [power system state estimation]," *Power Systems, IEEE Transactions on*, vol. 11, no. 1, pp. 216–225, 1996.
- [10] R. Jabr, "Power system state estimation using an iteratively reweighted least squares method for sequential l1-regression," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 28, no. 2, pp. 86 – 92, 2006. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014206150500133X>
- [11] C. Rakpenthai, S. Uatrongjit, I. Ngamroo, and N. R. Watson, "Weighted least absolute value power system state estimation using rectangular coordinates and equivalent measurement functions," *IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, vol. 6, no. 6, pp. 534–539, 2011. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1002/tee.20692>
- [12] R. Baldick, K. Clements, Z. Pinjo-Dzagal, and P. Davis, "Implementing nonquadratic objective functions for state estimation and bad data rejection," *Power Systems, IEEE Transactions on*, vol. 12, no. 1, pp. 376–382, 1997.
- [13] Y. Chen, F. Liu, G. He, S. Mei, and Y. Fu, "Maximum exponential absolute value approach for robust state estimation," in *Power System Technology (POWERCON), 2012 IEEE International Conference on*, 2012, pp. 1–6.
- [14] M. Bockarjova and G. Andersson, "Transmission line conductor temperature impact on state estimation accuracy," in *Power Tech, 2007 IEEE Lausanne*, 2007, pp. 701–706.
- [15] S. L. Chen, W. Z. Black, and M. L. Fancher, "High-temperature sag model for overhead conductors," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 18, no. 1, pp. 183–188, jan 2003.
- [16] M. L. Lu and Z. Kieloch, "Accuracy of transmission line modeling based on aerial lidar survey," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 23, no. 3, pp. 1655–1663, july 2008.
- [17] B. S. Howington, L. S. Rathbun, and D. A. Douglass, "Ac resistance of acsr - magnetic and temperature effects prepared by a task force of the working group on calculation of bare overhead conductor temperatures," *Power Engineering Review, IEEE*, vol. PER-5, no. 6, pp. 67–68, june 1985.
- [18] A. K. Al-Othman and M. Irving, "Uncertainty modelling in power system state estimation," *Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings-*, vol. 152, no. 2, pp. 233–239, 2005.
- [19] G. D'Antona, "Uncertainty of power system state estimates due to measurements and network parameter uncertainty," in *Applied Measurements For Power Systems (AMPS), 2010 IEEE International Workshop on*, 2010, pp. 37–40.
- [20] J. Qi, G. He, S. Mei, and F. Liu, "Power system set membership state estimation," in *Power and Energy Society General Meeting, 2012 IEEE*, July 2012, pp. 1–7.
- [21] C. Rakpenthai, S. Uatrongjit, and S. Premrudeepreechacharn, "State estimation of power system considering network parameter uncertainty based on parametric interval linear systems," *Power Systems, IEEE Transactions on*, vol. 27, no. 1, pp. 305–313, 2012.
- [22] C. Rakpenthai, S. Uatrongjit, N. Watson, and S. Premrudeepreechacharn, "On harmonic state estimation of power system with uncertain network parameters," *Power Systems, IEEE Transactions on*, vol. 28, no. 4, pp. 4829–4838, Nov 2013.
- [23] A. AL-Othman, "A fuzzy state estimator based on uncertain measurements," *Measurement*, vol. 42, no. 4, pp. 628 – 637, 2009. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263224108001814>

- [24] S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2004.
- [25] H. Zhu and G. Giannakis, "Estimating the state of ac power systems using semidefinite programming," in *North American Power Symposium (NAPS), 2011*, Aug 2011, pp. 1–7.
- [26] L. El Ghaoui and H. Lebret, "Robust solutions to least-squares problems with uncertain data," *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, vol. 18, no. 4, pp. 1035–1064, 1997. [Online]. Available: <http://epubs.siam.org/doi/abs/10.1137/S0895479896298130>
- [27] J. G. VanAntwerp and R. D. Braatz, "A tutorial on linear and bilinear matrix inequalities," *Journal of Process Control*, vol. 10, no. 4, pp. 363 – 385, 2000. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152499000566>
- [28] D. Henrion, J. Löfberg, M. Kocvara, and M. Stingl, "Solving polynomial static output feedback problems with PENBMI," in *IEEE Conference on Decision and Control*, Dec. 2005. [Online]. Available: <http://control.ee.ethz.ch/index.cgi?page=publications;action=details;id=2341>
- [29] K. Holmström, "The TOMLAB Optimization Environment in Matlab," *Advanced Modeling and Optimization*, vol. 1, no. 1, pp. 47–69, 1999.
- [30] J. Fiala, M. Kocvara, and M. Stingl, "PENLAB: A MATLAB solver for nonlinear semidefinite optimization," 2013.
- [31] J. Löfberg, "Yalmip : a toolbox for modeling and optimization in matlab," in *Computer Aided Control Systems Design, 2004 IEEE International Symposium on*, 2004, pp. 284–289.
- [32] R. H. Tunc, K. C. Toh, and M. J. Todd, "Solving semidefinite-quadratic-linear programs using sdpt3," *Mathematical Programming*, vol. 95, no. 2, pp. 189–217, 2003. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1007/s10107-002-0347-5>
- [33] A. Chipperfield, P. Fleming, H. Pohlhiem, and C. Fnosec. (1994) User guide: Genetic algorithm toolbox for use with MATLAB. [Online]. Available: <http://www.shef.ac.uk/uni/projects/gaipp/gatbx.html>
- [34] G. Calafiore and L. El Ghaoui, "Ellipsoidal bounds for uncertain linear equations and dynamical systems," *Automatica*, vol. 40, pp. 773–787, 2004.

Chawasak Rakpenthai (M'13) received the B.Eng., M.Eng. and Ph.D. degrees in electrical engineering from Chiang Mai University in 1999, 2003, and 2007, respectively. Currently, he is an Associate Professor at the Department of Electrical Engineering, School of Engineering, University of Phayao, Thailand. His research interests include applications of artificial intelligence in power system, power electronics, power system state estimation, and FACTS devices.

Serm Sak Uatrongjit (M'98) received B.Eng in electrical engineering from Chiang Mai University, Thailand, M.Eng and Ph.D from Tokyo Institute of Technology, Japan. He is now an Associate Professor at the Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Chiang Mai University. His research interest is in the field of numerical techniques for circuit simulations, optimization, and state estimation.

Optimal Worst Case Solutions for State Estimation of Power System with Uncertain Network Parameters

Chawasak Rakpenthai, *Member, IEEE*, Sermsak Uatrongjit, *Member, IEEE*,

Abstract—This paper addresses a problem of power system state estimation under the condition that transmission line network parameters are unknown but bounded. A robust estimation in a sense of the optimal worst case solution is determined. Data collected via remote terminal units, i.e. voltage magnitude, injected and flow real and reactive power, are used as measurement quantities. The state variables are bus voltage phasors expressed in rectangular coordinates. This enables the relations between measured data and state variables be expressed as quadratic functions. The proposed formulation based on the structured robust least squares optimization yields a minimization problem with bilinear matrix inequality constraint. A solution method based on a semidefinite programming is also presented. Some testing results on the standard IEEE test systems are given.

Keywords—Power system state estimation, network parameter uncertainty, structured robust least squares.

I. INTRODUCTION

NOWADAYS, a power system has to be efficiently operated in order to cope with the increasing demand of energy consumption. One of important functions in supervisory control and planning of electric power systems is the state estimation (SE). Estimation results can be applied to monitoring the state of the grid and help the energy management systems (EMS) in operations of the power system [1]. By using the data, such as voltage magnitude, injection power, flow power, collected by the remote terminal units (RTUs) and the information about power system network topology, one can establish a mathematical relation between the measured data and state variables, usually the voltage phasors of all buses. These conventional monitoring technologies can only take non-synchronized measurements once every 2-4 seconds [2], the SE methods based on these datasets are considered as (quasi) static SE. With the emerging of synchronized phasor measurement technology [3], other types of SEs, for examples the transient SE [4], the harmonic SE [5], have also been extensively studied. Hybrid SE methods which utilizes both types of measurements have also been reported [6]–[8]. In this paper, only the static SE using conventional RTU based measurements is focused, even though the proposed methodology can be applied to the case of mixed types of measurements as well.

Given a set of appropriate measured data and the measurement function, the state variables can be estimated by optimizing an objective function with suitable constraints. One of the most common criteria used with SE is the weighted least squares (WLS). The WLS based SE leads to the iterative solution of the so-called normal equation. The method can be performed efficiently and provides good estimation results when the measurements contaminated with Gaussian noise. There are also SE methods which use other objective functions, for examples a weighted least absolute value (WLAV) [9]–[11] which gives good estimation results when measurement data contains outlier, a quadratic-linear [12], or a maximum exponential absolute value [13] which are proposed to suppress the effect of bad data.

In many SE algorithms, the transmission line parameters which constitute the measurement function are assumed to be known exactly. This assumption, however, can be violated easily since those parameters are affected by environmental changes [14]. For example, it has been reported that the line sag and conductor resistance depend on conductor temperature. Therefore, the transmission line parameters may significantly differ from their assumed values due to the sag and conductor variations [15]–[17]. In some circumstances, the characteristic of the line parameters distribution is hard to determined, and one can only specify these parameters as the nominal values with tolerances, i.e. the parameter is unknown but bounded. The SE methods which also consider network parameter variations have been investigated. In [18], a two-step method has been proposed to find the point or nominal estimation and also the bounds of the state variables. The SE method which considers the network uncertain parameters as additional state variable has been discussed in [19], this approach requires a large number of measured data since the number of state variables increased considerably. An efficient method for obtaining a guaranteed and small envelop of the state and measurement based on interval constraint propagation has been proposed [20]. In [21], the parametric form of the measurement function which explicitly shows its dependency on line parameters is employed. With the state variables in rectangular coordinate, the WLS based SE is expressed as a parametric interval linear system. The enclosure or the outer solutions representing the bounds of state variables can be efficiently computed. The application of this parametric interval linear system technique to harmonic state estimation of power systems is also described in [22]. A technique based on Tanaka's fuzzy linear regression model has been applied to estimate uncertainty level of the power system states [23].

In this paper, the SE problem which takes transmission line network parameters uncertainty into consideration is discussed.

Manuscript received MONTH XX, 20XX; revised MONTH XX, 20XX. This work was supported in part by the Thailand Research Fund (TRF) under grant XXXXXXXXXX.

C. Rakpenthai is with the Department of Electrical Engineering, School of Engineering, University of Phayao, Thailand.

S. Uatrongjit is with the Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Chiang Mai University, Thailand.

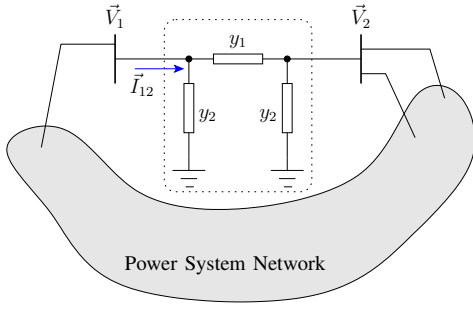


Fig. 1. Transmission line's π equivalent circuit.

These network parameters are assumed to be unknown but bounded within some tolerances. No statistically information about their distribution is assumed. In stead of finding the uncertain bounds of estimated states, i.e bus voltage phasors, the proposed method seeks a robust solution of power system SE under network parameter variations which minimizes the maximum WLS objective function, i.e. the optimal worst case solution.

This paper is organized as follows. The formulation of robust SE problem is explained in section II. A method to approximate the solution based on and semi-definite programming (SDP) [24] is presented next. The test results with some IEEE test systems are given in section IV. Some conclusions and research directions are summarized in the final section.

II. PARAMETRIC FORM OF MEASUREMENT FUNCTION AND CONVENTIONAL SE

Following notations are used in this paper. $\vec{X} = X_r + jX_i$ denotes a phasor representation of a sinusoidal signal $x(t)$, its real part and imaginary part are X_r and X_i respectively. $\vec{X}^*$ represents the complex conjugation of $\vec{X}$. Bold-face letters refer to either vectors or matrices. $\mathbf{x}^T$ is the transpose of $\mathbf{x}$. The Moore-Penrose inverse of $\mathbf{X}$ is written as $\mathbf{X}^\dagger$. $\mathbf{I}_N$ is an $N \times N$ identity matrix. $\mathbf{e}_i^{(N)}$ is the i -th column vector of $\mathbf{I}_N$. $\mathbf{0}$ and $\mathbf{1}$ denote the zero matrix and a vector of ones of appropriate dimension. $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$ means each member of $\mathbf{x}$ is non-negative number. $\mathbf{X} \succeq \mathbf{0}$ means $\mathbf{X}$ is symmetric, positive semidefinite. $\text{Diag}\{\mathbf{a}\}$ stands for a square diagonal matrix with the elements of vector $\mathbf{a}$ on the main diagonal. We write $\alpha \in [a, b]$ for $a \leq \alpha \leq b$. $\|\mathbf{x}\|_\infty$ represents the infinity norm of $\mathbf{x}$.

A. Parametric Form of Measurement Function

In this subsection, the formulation of measurement function $\mathbf{h}$ describing the relation between measured data $\mathbf{z}$, and state variables $\mathbf{x}$, in parametric form is briefly explained. We only show an example where measured quantities are power flowing between two buses and voltage magnitude measurement. The case of injection power measurement can be derived similarly.

Consider the equivalent circuit of the transmission line connected between bus no. 1 and 2 shown in Fig. 1, it can be seen that the current phasor $\vec{I}_{12}$ flowing through the line can be computed from,

$$\vec{I}_{12} = I_{12r} + jI_{12i} = y_1(\vec{V}_1 - \vec{V}_2) + y_2\vec{V}_1, \quad (1)$$

where $\vec{V}_k = V_{kr} + jV_{ki}$ denotes the voltage phasor of bus no. k . The shunt and series admittance of the line are represented by $y_1 = g_1 + jb_1$ and $y_2 = g_2 + jb_2$ respectively. This relation can be given in matrix form as,

$$\begin{bmatrix} I_{12r} \\ I_{12i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1 + g_2 & -(b_1 + b_2) & -g_1 & b_1 \\ b_1 + b_2 & g_1 + g_2 & -b_1 & -g_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1r} \\ V_{1i} \\ V_{2r} \\ V_{2i} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$= \mathbf{Y}_p \mathbf{x},$$

where $\mathbf{x}^T = [V_{1r} \ V_{1i} \ V_{2r} \ V_{2i}]$ denotes the vector of state variables which are the real parts and the imaginary parts of bus voltage phasors.

Then the complex power $\vec{S}_{12} = P_{12} + jQ_{12}$ flowing from bus no. 1 to 2 is given by

$$\begin{aligned} P_{12} + jQ_{12} &= \vec{V}_1 \vec{I}_{12}^* \\ &= (V_{1r}I_{12r} + V_{1i}I_{12i}) + j(V_{1i}I_{12r} - V_{1r}I_{12i}), \end{aligned} \quad (3)$$

where P_{12} and Q_{12} are the real power and the reactive power flowing from bus no. 1 to 2 respectively.

The relation between the voltage magnitude of bus no. 1, V_1 , and its voltage phasor can be given by

$$V_1^2 = \vec{V}_1 \vec{V}_1^* = [V_{1r} \ V_{1i}] \begin{bmatrix} V_{1r} \\ V_{1i} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

If the measurement data consists of V_1^2 , P_{12} and Q_{12} then from Eq.(3) and Eq.(4) we can combine them as

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_1^2 \\ P_{12} \\ Q_{12} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} V_{1r} & V_{1i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_{1r} & V_{1i} \\ 0 & 0 & V_{1i} & -V_{1r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1r} \\ V_{1i} \\ I_{12r} \\ I_{12i} \end{bmatrix}, \\ &= \mathbf{G}_x \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{Y}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1r} \\ V_{1i} \\ V_{2r} \\ V_{2i} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{G}_x \left(\mathbf{H}_0 + \sum_{k=1}^4 p_k \mathbf{H}_k \right) \mathbf{x}, \end{aligned} \quad (5)$$

where

$$\mathbf{G}_x = \begin{bmatrix} V_{1r} & V_{1i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_{1r} & V_{1i} \\ 0 & 0 & V_{1i} & -V_{1r} \end{bmatrix}, \mathbf{H}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

also define $\mathbf{p} = [p_1 \ p_2 \ p_3 \ p_4] = [g_1 \ b_1 \ g_2 \ b_2]$ as the parameter vector, and

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^4 p_k \mathbf{H}_k &= g_1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} + b_1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \\ &+ g_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} + b_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (7)$$

In general, for the measurement dataset consisting of squared voltage magnitude, power injection, and power flow, one can express the measurement function as,

$$\mathbf{h}_p(\mathbf{x}) = \mathbf{G}_x \left(\mathbf{H}_0 + \sum_{k=1}^P p_k \mathbf{H}_k \right) \mathbf{x}, \quad (8)$$

where $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ is the state variable vector whose elements are the real parts and the imaginary parts of bus voltage phasors. $\mathbf{G}_x \in \mathbb{R}^{M \times M}$ is a matrix which depends on $\mathbf{x}$. $\mathbf{H}_k \in \mathbb{R}^{M \times N}$ can be obtained from the network topology. We write the measurement function as $\mathbf{h}_p(\mathbf{x})$ to emphasize that it depends not only on $\mathbf{x}$ but also transmission line parameters $\mathbf{p} = [p_1 \cdots p_P]$. M, N and P stand for the number of measurements, state variables and line parameters respectively, usually $M \geq N$. For the measured data obtained from phasor measurement unit, the rows of $\mathbf{G}_x$ corresponding to that data is constant.

B. WLS State Estimation

The problem of SE under WLS criteria is to find $\mathbf{x}$ which minimizes the objective function

$$\phi(\mathbf{x}) = \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r} = (\mathbf{z} - \mathbf{h}_p(\mathbf{x}))^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{h}_p(\mathbf{x})), \quad (9)$$

where $\mathbf{r} = \mathbf{z} - \mathbf{h}_p(\mathbf{x})$ is the residue vector, and $\mathbf{z}^T = [z_1 \cdots z_M]$ is the measurement vector. Every measurement is usually assumed to be independent of each other, thus the measurement covariance matrix $\mathbf{R} = \text{Diag}\{\sigma^2\}$, ($\sigma^2 = [\sigma_1^2 \cdots \sigma_M^2]^T$), and σ_i refers to the standard deviation of the i -th measurement. In some situations, appropriate constraints can be added. Note that if the standard deviation of voltage magnitude measurement V is given by σ_V then, based on uncertainty propagation, the standard deviation of squared voltage magnitude measurement can be approximated by $2V\sigma_V$ [25].

For a fixed value of $\mathbf{p}$, the smaller value of $\phi(\mathbf{x})$ implies the better estimation. The optimal value of the state variable vectors $\mathbf{x}$ can be obtained by using the Newton based iterative method [1]. The process can be briefly described as follows.

- 1: Guess the initial solution $\mathbf{x}^{(0)}$. Let ϵ be a stop tolerance, and set iteration index $k = 0$.
- 2: **repeat**
- 3: Computing the update vector $\Delta \mathbf{x}$ by solving,

$$(\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}) \Delta \mathbf{x} = \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{z}, \quad (10)$$

where $\mathbf{H} = \partial \mathbf{h}_p(\mathbf{x}^{(k)}) / \partial \mathbf{x}^{(k)}$ is the Jacobian matrix of $\mathbf{h}_p$.

- 4: Update $\mathbf{x}^{(k+1)} \leftarrow \mathbf{x}^{(k)} + \Delta \mathbf{x}$.
- 5: $k \leftarrow k + 1$.
- 6: **until** $\|\Delta \mathbf{x}\|_\infty \leq \epsilon$.

The flat-start, i.e all bus voltage phasors are $1\angle 0$, is usually selected as the initial solution $\mathbf{x}^{(0)}$.

C. SE with Uncertain Parameters

As previously mentioned, sometimes the value of p_k can be specified with some tolerance, for example $p_k = p_{km} + p_{\Delta k} u_k$, here p_{km} is the nominal value of p_k , its maximum deviation is denoted by $p_{\Delta k} > 0$, and $u_k \in [-1, 1]$ represents the uncertainty of p_k . Hence $p_{km} - p_{\Delta k} \leq p_k \leq p_{km} + p_{\Delta k}$. Hence, $\mathbf{h}_p$ can be rewritten as

$$\mathbf{h}_p(\mathbf{x}) \equiv \mathbf{h}_u(\mathbf{x}) = \left(\mathbf{A}_0 + \sum_{k=1}^P u_k \mathbf{A}_k \right) \mathbf{x}, \quad (11)$$

where, for notational convenience, define $\mathbf{A}_k = p_{\Delta k} \mathbf{G}_x \mathbf{H}_k$; ($k = 1, \dots, P$), and $\mathbf{A}_0 = \mathbf{G}_x (\mathbf{H}_0 + \sum_{k=1}^P p_{km} \mathbf{H}_k)$. We also let $\mathbf{u}^T = [u_1 \cdots u_P]$ be a vector contains uncertain parameters and $\|\mathbf{u}\|_\infty \leq 1$. Please remind that $\mathbf{A}_i$ depends linearly on $\mathbf{x}$.

The case that the value of each measurement is unknown but bounded can be included in the formulation. Let the uncertainty of the i -th measurement be represented by $z_i = z_{im} + z_{i\Delta} w_i$, where z_{im} stands for the nominal value of z_i and $z_{i\Delta}$ is its maximum deviation $w_i \in [-1, 1]$ represents uncertain factor. Hence we can express $\mathbf{z}$ as

$$\mathbf{z} = \mathbf{z}_m + \mathbf{Z}_\Delta \mathbf{w}, \quad (12)$$

where $\mathbf{z}_m^T = [z_{1m} \cdots z_{Mm}]$, $\mathbf{Z}_\Delta = \text{Diag}\{z_{1\Delta} \cdots z_{M\Delta}\}$, and $\mathbf{w}^T = [w_1 \cdots w_M]$ represents the uncertain vector with $\|\mathbf{w}\|_\infty \leq 1$.

Combining the uncertainty vectors together as $\mathbf{t}^T = [\mathbf{w}^T \ \mathbf{u}^T]$, the residue vector $\mathbf{r}$ can be rewritten as

$$\mathbf{r} = [\mathbf{q}_x \ \mathbf{Z}_d \ -\mathbf{A}_x] \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} = [\mathbf{q}_x \ \mathbf{M}_x] \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{t} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

where $\mathbf{q}_x = \mathbf{z}_m - \mathbf{A}_0 \mathbf{x}$, $\mathbf{M}_x = [\mathbf{Z}_d \ -\mathbf{A}_x]$, and

$$\mathbf{A}_x = [\mathbf{A}_1 \mathbf{x} \ \mathbf{A}_2 \mathbf{x} \ \cdots \ \mathbf{A}_P \mathbf{x}]. \quad (14)$$

Notice that $\|\mathbf{t}\|_\infty \leq 1$. Thus the objective function $\phi(\mathbf{x})$ can be expressed as

$$\phi(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{t} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{q}_x^T \\ \mathbf{M}_x^T \end{bmatrix} \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{q}_x \ \mathbf{M}_x] \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{t} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

As an example, consider a case of one state variable with one uncertain parameter. By stepping $\mathbf{p}$ from its lower bound to the upper bound and computing $\phi(\mathbf{x})$, a set of parametric curves of $\phi(\mathbf{x})$ is obtained as shown in Fig. 2. The dashed line shows $\phi(\mathbf{x})$ computed by using the nominal value of $\mathbf{p}$. On this line, the minimum value of the objective function occurs at $\mathbf{x}_m$, which can be computed by performing SE using the nominal parameters. One can notice that, for this nominal solution $\mathbf{x}_m$, there exists a set of parameters, say $\mathbf{p}_u$, which produces the largest objective function, i.e. $\phi_u(\mathbf{x}_m)$. This implies that if the actual values of parameters equal $\mathbf{p}_u$ then the estimation results are probably far from the correct one.

Conservatively, in this work, we try to find an estimation of $\mathbf{x}$ such that for all parameter variation constraints, it gives the minimum value of $\phi_u(\mathbf{x})$. Such a solution is called the robust

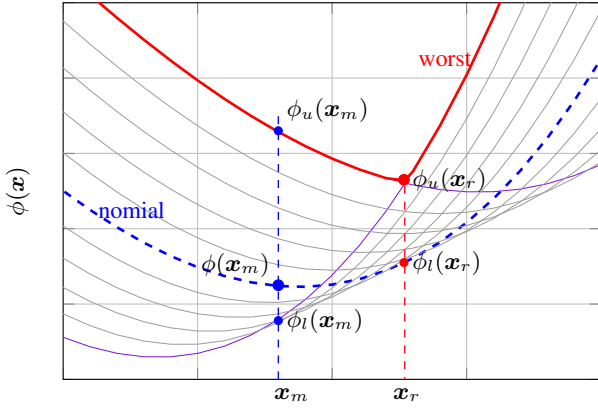


Fig. 2. Example of variation of $\phi(\mathbf{x})$ under parameter $\mathbf{p}$ variation.

estimation $\mathbf{x}_r$. From the figure, one can notice that at $\mathbf{x}_r$, for any values of $\mathbf{p}$, the objective function cannot be worse than $\phi_u(\mathbf{x}_r)$. Finding $\mathbf{x}_r$ can be expressed as the following optimization problem,

$$\mathbf{x}_r = \arg \min_{\mathbf{x}} \max_{\|\mathbf{t}\|_{\infty} \leq 1} \phi(\mathbf{x}). \quad (16)$$

III. APPROXIMATED SOLUTION METHOD

Solving Eq.(16) is generally NP hard [26], hence the approximation of its solution, the least upper bound of $\phi(\mathbf{x})$ under the constraint $\|\mathbf{t}\|_{\infty} \leq 1$ is considered instead. In other words, we solve

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\mathbf{x}} \min_{\|\mathbf{t}\|_{\infty} \leq 1} \lambda \\ \text{subject to} \quad \lambda - \phi(\mathbf{x}) \geq 0, \lambda \geq 0. \end{array} \right\} \quad (17)$$

Using $\mathcal{S}$ -procedure and Schur complement [26], the optimization problem defined in Eq.(17) can be transformed into

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\mathbf{x}, \lambda, \tau} \lambda \\ \text{subject to} \quad \lambda \geq 0, \tau \geq 0, \\ \left[\begin{array}{ccc} \lambda - \mathbf{1}^T \tau & \mathbf{0} & \mathbf{q}_x^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{T} & \mathbf{M}_x^T \\ \mathbf{q}_x & \mathbf{M}_x & \mathbf{R} \end{array} \right] \succeq 0, \end{array} \right\} \quad (18)$$

where $\tau^T = [\tau_1 \cdots \tau_{M+P}]$, $\mathbf{T} = \text{Diag}\{\tau\}$, (see appendix A.)

Since $\mathbf{q}_x$ and $\mathbf{M}_x$ depend bilinearly on $\mathbf{x}$, this problem involves the bilinear matrix inequality (BMI) constraint which has been found in many engineering applications [27]. This type of optimization can be solved by a solver called PENBMI [28] which is available from TOMLAB [29]⁽¹⁾, or PENLAB [30], a free open source software package for nonlinear optimization, linear and nonlinear SDP. Both solvers can be employed under the YALMIP toolbox [31], a modeling language for advanced modeling and solution of convex and non-convex optimization problems. If such solvers are not available, a method based on linearization of $\mathbf{q}_x$ and $\mathbf{M}_x$ can be applied to find the solution of Eq.(18).

⁽¹⁾<http://tomopt.com/>

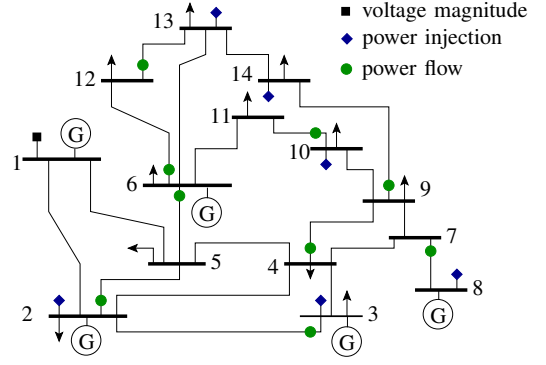


Fig. 3. IEEE 14-bus test system with measurements.

The algorithm is outlined as the following simplified pseudo code:

- 1: Guess the initial solution $\mathbf{x}^{(0)}$, let ϵ be a stop tolerance, and set the iteration counter $k = 0$.
- 2: Compute $\mathbf{Q}_i = \partial \mathbf{A}_i \mathbf{x}^{(k)} / \partial \mathbf{x}^{(k)}$, and form a matrix

$$\tilde{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \lambda - \mathbf{1}^T \tau & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{q}}^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{T} & \tilde{\mathbf{M}}^T \\ \tilde{\mathbf{q}} & \tilde{\mathbf{M}} & \mathbf{R} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

where $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{z}_m - \mathbf{A}_0 \mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{Q}_0 \Delta \mathbf{x}$, $\tilde{\mathbf{M}} = [\mathbf{Z}_d \quad -\tilde{\mathbf{A}}]$, with $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A}_{\mathbf{x}^{(k)}} + [\mathbf{Q}_1 \Delta \mathbf{x} \cdots \mathbf{Q}_P \Delta \mathbf{x}]$.

- 3: Compute $\Delta \mathbf{x}$ by solving

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \mathbf{x} = \underset{\Delta \mathbf{x}, \lambda, \tau}{\text{argmin}} \quad \lambda \\ \text{subject to} \quad \lambda \geq 0, \tau \geq 0, \tilde{\mathbf{F}} \succeq 0. \end{array} \right\} \quad (20)$$

- 4: **if** $\|\Delta \mathbf{x}\| < \epsilon$ **then** Stop.

- 5: $\mathbf{x}^{(k+1)} \leftarrow \mathbf{x}^{(k)} + \Delta \mathbf{x}$, $k \leftarrow k + 1$. Goto 2.

In this work, we use $\epsilon = 10^{-5}$. The solution of the SDP problem defined in Eq.(20) is computed by the freely available SDPT3-4 solver [32].

IV. NUMERICAL EXPERIMENTS

The proposed SE method has been implemented in MATLAB environment, and applied to some IEEE test systems. In the following tests, the measurement positions are assigned such that the system can be fully observable. The standard deviation of voltage magnitude, power injection and power flow measurements are set to 0.004, 0.010 and 0.008 respectively. Bus no. 1 is chosen as the reference bus and its phase angle is 0. Measured values are assumed to be within $\pm \sigma$, their standard deviations. The solutions obtained by power flow analysis are used as the exact measurement values. We use flat start as the initial values of state variables in all tests. All numerical simulations have been conducted on a personal computer with intel Core i3-2120 CPU@3.30 GHz and 8 GB of main memory.

TABLE I. MEASUREMENT PLACEMENTS FOR IEEE 30-BUS.

Voltage magnitude	1, 27
Power injection	2, 3, 5, 6, 9, 10, 12, 16, 20, 22, 25, 30
Power flow	2-4, 4-3, 5-7, 8-28, 11-9, 12-14, 12-15, 15-18, 16-17, 19-18, 19-20, 21-22, 24-23, 25-26, 27-30, 28-6, 29-27

TABLE II. MEASUREMENT PLACEMENTS FOR IEEE 118-BUS.

Voltage magnitude	1, 10, 13, 16, 25, 38, 105, 116
Power injection	2, 5, 7, 8, 12, 20, 23, 25, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 52, 53, 54, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 69, 72, 74, 75, 76, 77, 78, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 92, 93, 94, 95, 102, 103, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 117
Power flow	1-3, 4-11, 5-4, 5-8, 7-6, 9-10, 11-13, 12-14, 12-117, 14-15, 15-33, 16-17, 17-18, 18-19, 19-34, 20-21, 21-22, 22-23, 24-72, 26-30, 27-28, 27-115, 28-29, 31-17, 32-27, 38-65, 40-39, 48-49, 49-50, 51-52, 52-53, 54-49, 58-56, 59-55, 62-60, 68-116, 69-70, 69-77, 71-70, 71-73, 75-118, 77-80, 79-78, 80-97, 81-80, 83-82, 84-85, 85-88, 89-88, 90-91, 92-93, 94-93, 94-96, 96-95, 100-98, 100-99, 100-101, 102-101, 103-104, 107-105, 110-103, 110-109, 110-111, 114-115

A. Nominal and Robust Estimations

The proposed method has been applied to the IEEE 14-bus, 30-bus and 118-bus. All transmission line parameters are assumed to be within $\pm 10\%$ of their nominal values. For IEEE 14-bus, the measurement types and positions are shown in Fig. 3. There are one voltage magnitude measurement at bus no. 1, six real and reactive power injection measurements, and nine real and reactive power flow measurements. Thus the number of measurements is $M = 31$, the number of uncertain parameters is $P = 32$, while the number of state variables is $N = 2 \times 14 - 1 = 27$. To save space, only the measurement placements for IEEE 30-bus and 118-bus are summarized in Table I and Table II, respectively. From the tables, $M = 60$ and $P = 79$ for the case of IEEE 30-bus, and $M = 264$ and $P = 485$ for IEEE 118-bus.

The Newton based conventional WLS SE [1] has been performed with all line parameters to their nominal values. And the proposed method has been applied to find the optimal worst case solutions. The nominal solutions, $\mathbf{x}_m$ and the robust estimated states, $\mathbf{x}_r$ are illustrated in Fig. 4(a)-(c) for the IEEE 14-bus, 30-bus and 118-bus, respectively.

To investigate the effect of parameter uncertainty on the nominal solutions and the robust solutions, we compute the upper and lower bounds of the objective function from,

$$\phi_l(\mathbf{x}) = \min_{\|\mathbf{t}\|_\infty \leq 1} \phi(\mathbf{x}), \text{ and, } \phi_u(\mathbf{x}) = \max_{\|\mathbf{t}\|_\infty \leq 1} \phi(\mathbf{x}), \quad (21)$$

and hence $\phi(\mathbf{x}) \in [\phi_l(\mathbf{x}), \phi_u(\mathbf{x})]$.

Finding $\phi_l(\mathbf{x})$ can be done efficiently since the problem is convex. However, $\phi_u(\mathbf{x})$ is not convex, here we apply the genetic algorithm based method [33] to estimate the upper bounds. Table III shows the bounds for all tests. It can be noticed that for the nominal solutions, the upper bounds are greater than the upper bounds of the robust estimations. This implies that there exists a set of line parameters for which using the nominal solution at the estimated states may result in larger value of objective function.

The BMI constraint optimization in Eq.(18) has been solved by using PENBMI, PENLAB and the linearized technique. All

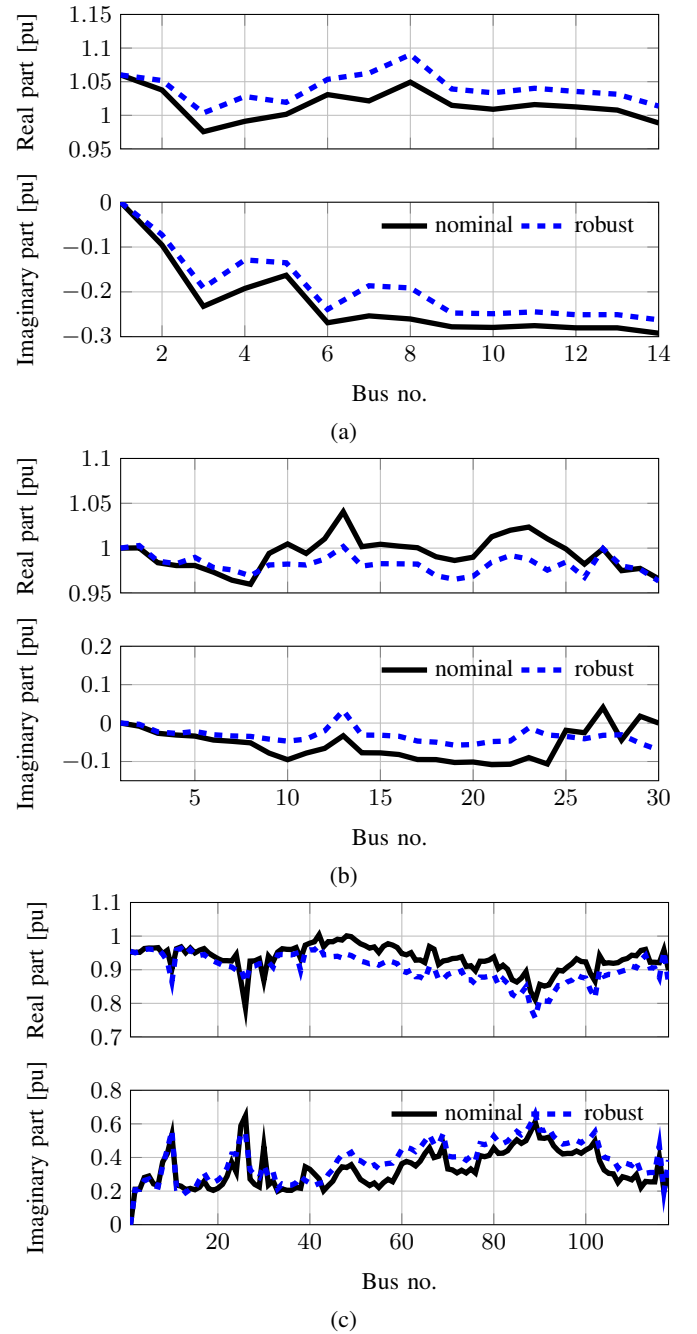


Fig. 4. Results of nominal and robust estimations for (a) IEEE 14-bus, (b) 30-bus, and (c) 118-bus.

solvers give almost the same estimations. The computation time of the nominal SE and the robust SE by these three methods are presented in Table IV. In these tests, the PENBMI solver performs better than the other two. We would like to remind that these methods are local solvers, thus the obtained estimations may not be the global solutions.

TABLE III. BOUNDS OF OBJECTIVE FUNCTIONS.

Case	Nominal	Robust
14-bus	$[0.00, 1.42 \times 10^{-3}]$	$[24.56, 1.16 \times 10^{-3}]$
30-bus	$[0.00, 6.37 \times 10^{-2}]$	$[2.04, 4.37 \times 10^{-2}]$
118-bus	$[0.75, 5.51 \times 10^{-4}]$	$[461.37, 4.64 \times 10^{-4}]$

TABLE IV. COMPARISON OF COMPUTATION TIME IN SECONDS.

Case	Nominal	PENBMI	PENLAB	Linearized
14-bus	0.15	0.75	29.18	4.80
30-bus	0.31	2.87	127.98	8.61
118-bus	9.70	134.98	4,522.37	241.27

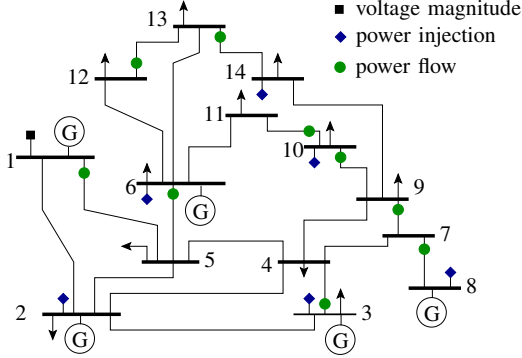


Fig. 5. IEEE 14-bus test system with measurement placement no. 2.

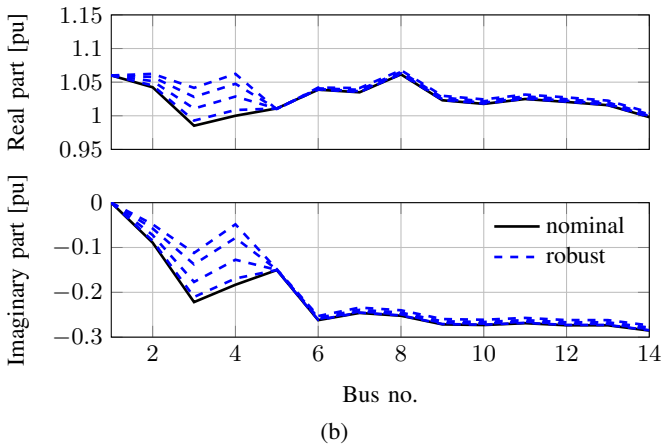
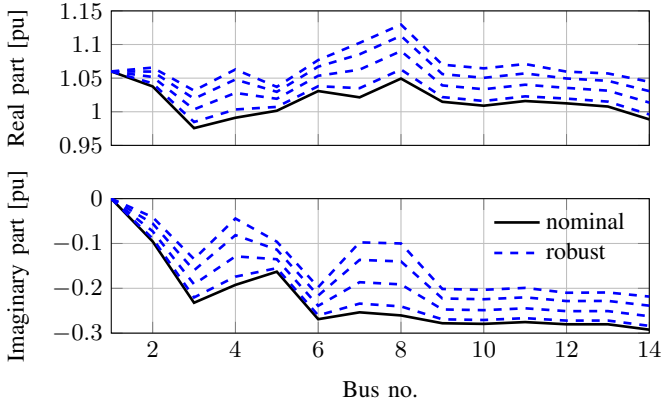


Fig. 6. Variations of state variables under various uncertainty for placement set (a) no. 1 and (b) no. 2

B. Tests on Measurement Placements

In this test, the proposed robust estimation has been applied to investigate the effect of measurement placements. The IEEE 14-bus has been selected as the test system. The line parameter variations are set to 0.05, 0.10, 0.15 and 0.20 of the nominal values. The first measurement placement set is the one used in previous subsection. The other placement is shown in Fig. 5. The voltage magnitude measurement is at bus no. 1, six power injection measurements and nine power flow measurements are employed which makes $M = 31$ and $P = 37$. Note that the number of measurements of both sets are the same but the number of uncertain parameters of set no. 2 is larger. The results for both placement sets are shown in Fig. 6(a) and (b) respectively. It can be seen that the placement set no. 2 gives less variations of the estimated states. Hence, it is more robust to network uncertainty.

V. CONCLUSIONS AND FUTURE WORKS

In this paper, the algorithm for finding the optimal worst case solution of the WLS based state estimation of power system with unknown but bounded network parameters has been proposed. The robust estimation has been formulated as the optimization problem with BMI constraint. From the numerical results, the robust solution tends to give narrower variations of the objective function under parameter variations. Without the information on distribution characteristic of parameter uncertainty, the proposed estimation computes the best value of the worst WLS objective function. The computation time for finding the robust solution is still larger than just finding the nominal SE. The application of the proposed algorithm for real time estimation requires more investigation. Nevertheless, it may be applied to the planing of the placement position that is robust to network parameter variations.

APPENDIX A

To show that Eq.(18) is equivalent to Eq.(17), we need some results related to linear matrix inequalities (LMI) manipulation. More details can be found in [24], [26], [34]. They are included here for reader's convenience.

Lemma A.1. (S-Procedure)

Define quadratic functions in the variable $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^N$, $F_k(\mathbf{t})$, as

$$F_k(\mathbf{t}) = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{t} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} v_k & \mathbf{u}_k^T \\ \mathbf{u}_k & \mathbf{T}_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{t} \end{bmatrix} = \mathbf{t}^T \mathbf{T}_k \mathbf{t} + 2\mathbf{u}_k^T \mathbf{t} + v_k, \quad (22)$$

for $k = 0, 1, 2, \dots, P$ with $\mathbf{T}_k = \mathbf{T}_k^T$. Then, the implication

$$F_1(\mathbf{t}) \geq 0, \dots, F_P(\mathbf{t}) \geq 0 \Rightarrow F_0(\mathbf{t}) \geq 0 \quad (23)$$

holds if there exist $\boldsymbol{\tau}^T = [\tau_1 \dots \tau_P] \geq \mathbf{0}$ such that

$$\begin{bmatrix} v_0 & \mathbf{u}_0^T \\ \mathbf{u}_0 & \mathbf{T}_0 \end{bmatrix} - \sum_{k=1}^P \tau_k \begin{bmatrix} v_k & \mathbf{u}_k^T \\ \mathbf{u}_k & \mathbf{T}_k \end{bmatrix} \succeq \mathbf{0}. \quad (24)$$

Lemma A.2. (Schur complements)

Let X be a symmetric matrix given by

$$X = \begin{bmatrix} A & B \\ B^T & D \end{bmatrix}. \quad (25)$$

The condition $X \succeq 0$ is equivalent to

$$D \succeq 0, \quad A - BD^\dagger B^T \succeq 0, \quad (I - D^\dagger D)B^T = 0, \quad (26)$$

and also to

$$A \succeq 0, \quad D - B^T A^\dagger B \succeq 0, \quad (I - A^\dagger A)B = 0. \quad (27)$$

Notice that the constraint $\lambda - \phi(x) \geq 0$ can be expressed as

$$\begin{bmatrix} 1 \\ t \end{bmatrix}^T \left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} q_x^T \\ M_x^T \end{bmatrix} R^{-1} \begin{bmatrix} q_x & M_x \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ t \end{bmatrix} \geq 0. \quad (28)$$

And $\|t\|_\infty \leq 1$ implies $t_i^2 \leq 1$;($i = 1, 2, \dots, M + P$), which can be expressed as,

$$\begin{bmatrix} 1 \\ t \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -C_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ t \end{bmatrix} \geq 0, \quad (29)$$

for $i = 1, 2, \dots, M + P$, where $C_i = \text{Diag}\{e_i^{(M+P)}\}$.

Using S -procedure, we have, for $\tau_i \geq 0$,

$$\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} q_x^T \\ M_x^T \end{bmatrix} R^{-1} \begin{bmatrix} q_x & M_x \end{bmatrix} - \sum_{i=1}^{M+P} \tau_i \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -C_i \end{bmatrix} \succeq 0. \quad (30)$$

Since $\sum_{i=1}^{M+P} \tau_i C_i = T$ and $\sum_{i=1}^{M+P} \tau_i = \mathbf{1}^T \tau$, then the relation can be rewritten as

$$\begin{bmatrix} \lambda - \mathbf{1}^T \tau & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} q_x^T \\ M_x^T \end{bmatrix} R^{-1} \begin{bmatrix} q_x & M_x \end{bmatrix} \succeq 0. \quad (31)$$

Apply Schur complement to the above relation, Eq.(18) is obtained.

REFERENCES

- [1] A. Abur and A. Expósito, *Power System State Estimation: Theory and Implementation*, ser. Power Engineering (Willis). Taylor & Francis, 2004. [Online]. Available: <http://books.google.co.th/books?id=NQhbtFC6\40C>
- [2] Y.-F. Huang, S. Werner, J. Huang, N. Kashyap, and V. Gupta, "State estimation in electric power grids: Meeting new challenges presented by the requirements of the future grid," *Signal Processing Magazine, IEEE*, vol. 29, no. 5, pp. 33–43, Sept 2012.
- [3] D. Novosel, K. Vu, V. Centeno, S. Skok, and M. Begovic, "Benefits of synchronized-measurement technology for power-grid applications," in *System Sciences, 2007. HICSS 2007. 40th Annual Hawaii International Conference on*, Jan 2007, pp. 118–118.
- [4] N. Watson and K. K. C. Yu, "Transient state estimation," in *Harmonics and Quality of Power, 2008. ICHQP 2008. 13th International Conference on*, Sept 2008, pp. 1–6.
- [5] A. P. S. Meliopoulos, F. Zhang, and S. Zelingher, "Power system harmonic state estimation," *Power Delivery, IEEE Transactions on*, vol. 9, no. 3, pp. 1701–1709, Jul 1994.
- [6] V. Kirincic, S. Skok, and V. Terzija, "A two-step hybrid power system state estimator," *International Transactions on Electrical Energy Systems*, pp. n/a–n/a, 2014. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1002/etep.1894>
- [7] M. Asprou and E. Kyriakides, "Optimal pmu placement for improving hybrid state estimator accuracy," in *PowerTech, 2011 IEEE Trondheim*, June 2011, pp. 1–7.
- [8] S. K. Mallik, S. Chakrabarti, and S. N. Singh, "A robust regularized hybrid state estimator for power systems," *Electric Power Components and Systems*, vol. 42, no. 7, pp. 671–681, 2014.
- [9] L. Mili, M. Cheniae, N. S. Vichare, and P. Rousseeuw, "Robustification of the least absolute value estimator by means of projection statistics [power system state estimation]," *Power Systems, IEEE Transactions on*, vol. 11, no. 1, pp. 216–225, 1996.
- [10] R. Jabr, "Power system state estimation using an iteratively reweighted least squares method for sequential l1-regression," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 28, no. 2, pp. 86 – 92, 2006. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014206150500133X>
- [11] C. Rakpenthai, S. Uatrongjit, I. Ngamroo, and N. R. Watson, "Weighted least absolute value power system state estimation using rectangular coordinates and equivalent measurement functions," *IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, vol. 6, no. 6, pp. 534–539, 2011. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1002/tee.20692>
- [12] R. Baldick, K. Clements, Z. Pinjo-Dzagal, and P. Davis, "Implementing nonquadratic objective functions for state estimation and bad data rejection," *Power Systems, IEEE Transactions on*, vol. 12, no. 1, pp. 376–382, 1997.
- [13] Y. Chen, F. Liu, G. He, S. Mei, and Y. Fu, "Maximum exponential absolute value approach for robust state estimation," in *Power System Technology (POWERCON), 2012 IEEE International Conference on*, 2012, pp. 1–6.
- [14] M. Bockarjova and G. Andersson, "Transmission line conductor temperature impact on state estimation accuracy," in *Power Tech, 2007 IEEE Lausanne*, 2007, pp. 701–706.
- [15] S. L. Chen, W. Z. Black, and M. L. Fancher, "High-temperature sag model for overhead conductors," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 18, no. 1, pp. 183–188, jan 2003.
- [16] M. L. Lu and Z. Kieloch, "Accuracy of transmission line modeling based on aerial lidar survey," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 23, no. 3, pp. 1655–1663, july 2008.
- [17] B. S. Howington, L. S. Rathbun, and D. A. Douglass, "Ac resistance of acsr - magnetic and temperature effects prepared by a task force of the working group on calculation of bare overhead conductor temperatures," *Power Engineering Review, IEEE*, vol. PER-5, no. 6, pp. 67–68, june 1985.
- [18] A. K. Al-Othman and M. Irving, "Uncertainty modelling in power system state estimation," *Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings-*, vol. 152, no. 2, pp. 233–239, 2005.
- [19] G. D'Antona, "Uncertainty of power system state estimates due to measurements and network parameter uncertainty," in *Applied Measurements For Power Systems (AMPS), 2010 IEEE International Workshop on*, 2010, pp. 37–40.
- [20] J. Qi, G. He, S. Mei, and F. Liu, "Power system set membership state estimation," in *Power and Energy Society General Meeting, 2012 IEEE*, July 2012, pp. 1–7.
- [21] C. Rakpenthai, S. Uatrongjit, and S. Premrudeepreechacharn, "State estimation of power system considering network parameter uncertainty based on parametric interval linear systems," *Power Systems, IEEE Transactions on*, vol. 27, no. 1, pp. 305–313, 2012.
- [22] C. Rakpenthai, S. Uatrongjit, N. Watson, and S. Premrudeepreechacharn, "On harmonic state estimation of power system with uncertain network parameters," *Power Systems, IEEE Transactions on*, vol. 28, no. 4, pp. 4829–4838, Nov 2013.
- [23] A. AL-Othman, "A fuzzy state estimator based on uncertain measurements," *Measurement*, vol. 42, no. 4, pp. 628 – 637, 2009. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263224108001814>

- [24] S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2004.
- [25] H. Zhu and G. Giannakis, "Estimating the state of ac power systems using semidefinite programming," in *North American Power Symposium (NAPS), 2011*, Aug 2011, pp. 1–7.
- [26] L. El Ghaoui and H. Lebret, "Robust solutions to least-squares problems with uncertain data," *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, vol. 18, no. 4, pp. 1035–1064, 1997. [Online]. Available: <http://epubs.siam.org/doi/abs/10.1137/S0895479896298130>
- [27] J. G. VanAntwerp and R. D. Braatz, "A tutorial on linear and bilinear matrix inequalities," *Journal of Process Control*, vol. 10, no. 4, pp. 363 – 385, 2000. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152499000566>
- [28] D. Henrion, J. Löfberg, M. Kocvara, and M. Stingl, "Solving polynomial static output feedback problems with PENBMI," in *IEEE Conference on Decision and Control*, Dec. 2005. [Online]. Available: <http://control.ee.ethz.ch/index.cgi?page=publications;action=details;id=2341>
- [29] K. Holmström, "The TOMLAB Optimization Environment in Matlab," *Advanced Modeling and Optimization*, vol. 1, no. 1, pp. 47–69, 1999.
- [30] J. Fiala, M. Kocvara, and M. Stingl, "PENLAB: A MATLAB solver for nonlinear semidefinite optimization," 2013.
- [31] J. Löfberg, "Yalmip : a toolbox for modeling and optimization in matlab," in *Computer Aided Control Systems Design, 2004 IEEE International Symposium on*, 2004, pp. 284–289.
- [32] R. H. Tunc, K. C. Toh, and M. J. Todd, "Solving semidefinite-quadratic-linear programs using sdpt3," *Mathematical Programming*, vol. 95, no. 2, pp. 189–217, 2003. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1007/s10107-002-0347-5>
- [33] A. Chipperfield, P. Fleming, H. Pohlhiem, and C. Fnosec. (1994) User guide: Genetic algorithm toolbox for use with MATLAB. [Online]. Available: <http://www.shef.ac.uk/uni/projects/gaipp/gatbx.html>
- [34] G. Calafiore and L. El Ghaoui, "Ellipsoidal bounds for uncertain linear equations and dynamical systems," *Automatica*, vol. 40, pp. 773–787, 2004.

Chawasak Rakpenthai (M'13) received the B.Eng., M.Eng. and Ph.D. degrees in electrical engineering from Chiang Mai University in 1999, 2003, and 2007, respectively. Currently, he is an Associate Professor at the Department of Electrical Engineering, School of Engineering, University of Phayao, Thailand. His research interests include applications of artificial intelligence in power system, power electronics, power system state estimation, and FACTS devices.

Sermak Uatrongjit (M'98) received B.Eng in electrical engineering from Chiang Mai University, Thailand, M.Eng and Ph.D from Tokyo Institute of Technology, Japan. He is now an Associate Professor at the Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Chiang Mai University. His research interest is in the field of numerical techniques for circuit simulations, optimization, and state estimation.

A New Hybrid State Estimation Based on Pseudo-Voltage Measurements

Chawasak Rakpenthai* Non-member
 Sermsak Uatrongsit** Non-member

This paper presents a new hybrid state estimation method based on the concept of pseudo-voltage measurements for a power system containing both conventional and synchronizing phasor measurements. Actual measurement data is employed to calculate the magnitude and phase of pseudo-voltage measurements. In the proposed formulation, the measurement matrix describing relations between the measured data and the state variables contains only 0 or 1. Then the state estimation problem is formulated based on the weighted least square criteria and its solution can be obtained without using iterative procedures. Comparisons with the conventional hybrid state estimation method have been performed on IEEE 14-bus and 57-bus systems. Numerical experiment results indicate that the proposed approach can yield accurate solutions with shorter computation time. Moreover, the proposed method also provides superior results in the presence of bad data.

Keywords: Hybrid state estimation, pseudo-voltage measurement, synchronizing phasor measurement, weighted least square.

1. Introduction

State estimation (SE) plays an important role in energy management systems, power system security and reliability. The state estimation is based on a mathematical relation between the actual measurements and the network topology of the power system under consideration⁽¹⁾. Using transducer transformers, bus voltage magnitudes, branch current magnitudes, and branch real and reactive powers are usually recorded by the installed remote terminal units (RTUs). The data is sent to a supervisory control and data acquisition (SCADA) system and used to determine the best estimation of power system states, i.e. voltage magnitudes and phase angles of the system buses. Since each RTU collects data at different snapshot times, recently usage of devices called phasor measurement units (PMUs), which measure voltage and current phasors at the synchronizing time via the global positioning system, became more popular^{(2)~(4)}. Each PMU can provide measurement data at a high sampling rate of up to 50 or 60 samples per second^{(5)~(6)}. In practice, PMU data is available from a phasor data concentrator at a rate of 20-30 samples per second while RTU data is usually obtained from SCADA at a rate of 2-5 samples per second⁽⁶⁾. Therefore, the synchronized measurements obtained from PMUs are very accurate and could be used to replace the conventional measurements. However, due to their high capital and communication costs, PMUs are only installed at some specific buses. For that reason, methods utilizing data from both RTUs and PMUs to estimate power

system states have gained much attention. Such methods are also referred to as the hybrid state estimations (HSE).

Several HSE algorithms based on the weighted least square (WLS) criterion have been proposed. In Ref. (7), a two-stage SE formulation has been presented. In the first stage, the measurements collected via PMUs are used to formulate a linear SE and the bus voltage phasors to be estimated are expressed in rectangular coordinates. Next, these estimated voltage phasors are converted into polar coordinates and employed either as high accuracy measurements or additional equality constraints while the SCADA measurements are formulated as a nonlinear estimation to determine the whole system states. In Ref. (8), a multi-stage SE based on multi-sensor data fusion theory to optimally combine the results independently obtained from SCADA and PMU based estimation modules has been proposed. This method is able to preserve the optimality of the HSE solution under certain conditions. In Ref. (9), three different approaches for inclusion of the current phasors data measured by PMUs have been studied. They are compared in terms of convergence properties and estimation performance. Reference (10) presents the HSE algorithm where both conventional and synchronized measurements are used directly, thus avoiding the propagation of uncertainties. Three different SE methods, i.e. (a) the SE that uses current phasors measurements in rectangular forms⁽¹¹⁾, (b) the SE that uses pseudo-voltage measurement approach, and (c) the SE where the state vector includes the magnitudes and phase angles of PMU current phasors, are investigated in terms of accuracy and convergences. The methodology to estimate the mean and uncertainties of pseudo measurements based on the unscented transformation is also proposed. In Ref. (12), the constrained formulation of the

* Department of Electrical Engineering, School of Engineering, University of Phayao, Phayao, 56000, Thailand.

** Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Chiang Mai University, Chiang Mai, 50200 Thailand.

HSE that incorporates pseudo power flow measurements obtained by combining the voltage and the current phasors provided by PMUs has been presented. Comparison results with the methods in Ref. (11) are also provided. Nevertheless, in these literatures, the measurement functions are nonlinear when RTU data are included. Therefore, a solution method based on Newton iterations is needed to find the estimated state variables of power systems. Reference (13) presents a non-iterative state estimation based on a new AC power flow formulation designated as the line flow based model. The method adopts the line flows and square of voltage magnitudes as the problem state variables and incorporates both active and reactive power quantities. Since the method solves the SE problem using a direct matrix inversion technique, the computational burden is improved.

This paper presents a novel approach for HSE where measurement set contains data collected by both RTUs and PMUs. The proposed method is based on the concept of pseudo-measurement and it uses complex numbers expressed in polar coordinate to represent both state variables and measured values. Actual current phasor and power flow measurements at one end of the transmission line are converted into the corresponding pseudo-voltage measurements at the other end of the line. Using the voltage phasors directly obtained from PMUs and the pseudo-voltage as the measurements while magnitudes and phases of all bus voltage phasors are the estimated states, the measurement function can be expressed as a linear relation between the measured quantities and the states to be estimated. Furthermore, the elements of the measurement matrix become either 0 or 1. This formulation also allows the information collected at different sampling rates from both RTUs and PMUs to be used in the estimation. The solution algorithm based on WLS criteria and bad data analysis are applied to solve the formulated problem.

This paper is organized as follows. Calculations of pseudo-voltage measurements are described in Sec. 2. The proposed HSE formulation and a solution technique are explained next. Numerical results of the proposed algorithm are illustrated and compared with the conventional HSE method in Sec. 4. And conclusions are given in the last section.

2. Pseudo-Voltage Measurements

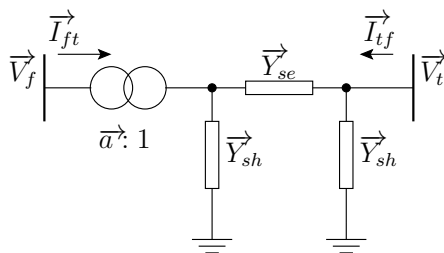


Fig. 1. Equivalent circuit of transformer.

In this section, the techniques used for converting the actual measurements into the pseudo-voltage measurements and their standard uncertainties are explained.

Each type of measurement requires different approach. Fig. 1 shows a steady-state equivalent circuit of a transformer, the relation between its branch current phasors and bus voltage phasors can be written as

$$\begin{bmatrix} \vec{I}_{ft} \\ \vec{I}_{tf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\vec{Y}_{se} + \vec{Y}_{sh})/a^2 & -\vec{Y}_{se}/\vec{a}^* \\ -\vec{Y}_{se}/\vec{a} & \vec{Y}_{se} + \vec{Y}_{sh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{V}_f \\ \vec{V}_t \end{bmatrix}, \quad (1)$$

where, $\vec{I}_{ft} = I_{ft} \angle \xi_{ft}$ denotes the phasor of branch current flowing from bus f to bus t , $\vec{V}_f = V_f \angle \theta_f$ represents bus f voltage phasor, $\vec{Y}_{se} = Y_{se} \angle \psi_{se}$ and $\vec{Y}_{sh} = Y_{sh} \angle \psi_{sh}$ are the series and shunt admittance of transformer, $\vec{a} = a \angle \phi$ is the complex turn ratio of the transformer. Note that this model can be used to represent transmission line π model if $\vec{a} = 1 \angle 0$.

2.1 Current Phasor Measurement

Assume that PMU is installed at bus f , i.e. the sending bus, thus $\vec{V}_f$ and $\vec{I}_{ft}$ are measured. Then the receiving bus voltage phasor, $\vec{V}_t$, can be given by

$$\vec{V}_t = \frac{\vec{a}^*}{\vec{Y}_{se}} \cdot \frac{\vec{Y}_{se} + \vec{Y}_{sh}}{a^2} \vec{V}_f - \frac{\vec{a}^*}{\vec{Y}_{se}} \vec{I}_{ft} = A + jB, \quad (2)$$

where

$$A = \frac{1}{a} V_f \cos \beta + \frac{Y_{sh}}{a Y_{se}} V_f \cos \alpha_1 - \frac{a}{Y_{se}} I_{ft} \cos \alpha_2,$$

$$B = \frac{1}{a} V_f \sin \beta + \frac{Y_{sh}}{a Y_{se}} V_f \sin \alpha_1 - \frac{a}{Y_{se}} I_{ft} \sin \alpha_2,$$

here $\beta = \theta_f - \phi$, $\alpha_1 = \beta + \psi_{sh} - \psi_{se}$ and $\alpha_2 = \xi_{ft} + \psi_{se} - \phi$.

The magnitude and phase angle of the receiving bus voltage phasor can be obtained by

$$V_t = \sqrt{A^2 + B^2} = f_{V_t}(\mathbf{x}), \quad (3)$$

$$\theta_t = \tan^{-1} \frac{B}{A} = f_{\theta_t}(\mathbf{x}), \quad (4)$$

where $\mathbf{x} = [V_f \ \theta_f \ I_{ft} \ \xi_{ft}]^T = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$ indicates the state vector. If the transformer's parameters, the sending bus voltage phasor, and the branch current phasor are known, the receiving bus voltage phasor can be calculated as pseudo-voltage measurement.

The partial derivatives of V_t and θ_t with respect to x_m ($m = 1, 2, 3, 4$) can be expressed as follows

$$\frac{\partial V_t}{\partial x_m} = \frac{1}{V_t} \left(A \frac{\partial A}{\partial x_m} + B \frac{\partial B}{\partial x_m} \right), \quad (5)$$

$$\frac{\partial \theta_t}{\partial x_m} = \frac{1}{V_t^2} \left(A \frac{\partial B}{\partial x_m} - B \frac{\partial A}{\partial x_m} \right). \quad (6)$$

The partial derivative of A with respect to each x_m can be expressed as follows

$$\frac{\partial A}{\partial x_1} = \frac{\partial A}{\partial V_f} = \frac{1}{a} \left(\cos \beta + \frac{Y_{sh}}{Y_{se}} \cos \alpha_1 \right), \quad (7)$$

$$\frac{\partial A}{\partial x_2} = \frac{\partial A}{\partial \theta_f} = -\frac{1}{a} \left(\sin \beta + \frac{Y_{sh}}{Y_{se}} \sin \alpha_1 \right) V_f, \quad (8)$$

$$\frac{\partial A}{\partial x_3} = \frac{\partial A}{\partial I_{ft}} = -\frac{a}{Y_{se}} \cos \alpha_2, \quad (9)$$

$$\frac{\partial A}{\partial x_4} = \frac{\partial A}{\partial \xi_{ft}} = \frac{a}{Y_{se}} I_{ft} \sin \alpha_2. \quad (10)$$

Similarly for B ,

$$\frac{\partial B}{\partial x_1} = \frac{\partial B}{\partial V_f} = \frac{1}{a} \left(\sin \beta + \frac{Y_{sh}}{Y_{se}} \sin \alpha_1 \right), \dots \quad (11)$$

$$\frac{\partial B}{\partial x_2} = \frac{\partial B}{\partial \theta_f} = \frac{1}{a} \left(\cos \beta + \frac{Y_{sh}}{Y_{se}} \cos \alpha_1 \right) V_f, \dots \quad (12)$$

$$\frac{\partial B}{\partial x_3} = \frac{\partial B}{\partial I_{ft}} = -\frac{a}{Y_{se}} \sin \alpha_2, \dots \quad (13)$$

$$\frac{\partial B}{\partial x_4} = \frac{\partial B}{\partial \xi_{ft}} = -\frac{a}{Y_{se}} I_{ft} \cos \alpha_2, \dots \quad (14)$$

By using uncertainty propagation theory⁽¹⁴⁾, the standard uncertainty of V_t and θ_t can be expressed as follows

$$u(V_t) = \sqrt{\sum_{m=1}^4 \left(\frac{\partial V_t}{\partial x_m} u(x_m) \right)^2}, \dots \quad (15)$$

$$u(\theta_t) = \sqrt{\sum_{m=1}^4 \left(\frac{\partial \theta_t}{\partial x_m} u(x_m) \right)^2}, \dots \quad (16)$$

where $u(x_m)$ indicates the standard uncertainty of the measurement x_m . If the distribution of the measurement is uniform, the uncertainty of the measurement can be given by⁽¹⁵⁾

$$u(x_m) = \frac{\Delta x_m}{\sqrt{3}}, \dots \quad (17)$$

where Δx_m denotes the maximum uncertainty of the measurement which is usually obtained from the manufacturer⁽¹⁶⁾. In addition, one may use the standard deviation of the measurement as the standard uncertainty.

2.2 Power flow measurements From Fig. 1, if the power flowing from bus f to bus t , $\vec{S}_{ft} = P_{ft} + jQ_{ft} = S_{ft} \angle \delta_{ft}$, is obtained from the RTU reading and $\vec{V}_f$ is available then we can compute the magnitude and phase angle of an equivalent current phasor, i.e. pseudo-current measurement, as follows,

$$I_{ft} = \frac{1}{V_f} \sqrt{P_{ft}^2 + Q_{ft}^2} = f_{I_{ft}}(\mathbf{y}), \dots \quad (18)$$

$$\xi_{ft} = -\tan^{-1} \frac{Q_{ft}}{P_{ft}} + \theta_f = f_{\xi_{ft}}(\mathbf{y}), \dots \quad (19)$$

where $\mathbf{y} = [V_f \ \theta_f \ P_{ft} \ Q_{ft}]^T$. The partial derivatives of I_{ft} and ξ_{ft} with respect to $\mathbf{y}$ are obtained by

$$\frac{\partial I_{ft}}{\partial \mathbf{y}} = \begin{bmatrix} -\frac{S_{ft}}{V_f^2} & 0 & \frac{P_{ft}}{V_f S_{ft}} & \frac{Q_{ft}}{V_f S_{ft}} \end{bmatrix}^T, \dots \quad (20)$$

$$\frac{\partial \xi_{ft}}{\partial \mathbf{y}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{Q_{ft}}{S_{ft}^2} & -\frac{P_{ft}}{S_{ft}^2} \end{bmatrix}^T, \dots \quad (21)$$

The standard uncertainties of these pseudo-current measurements can also be computed by using the theory of uncertainty propagation. Using these pseudo-current measurements together with the sending bus voltage phasor, $\vec{V}_f$, the pseudo-voltage measurement at the receiving bus, $\vec{V}_t$, can be calculated by using Eq.(2).

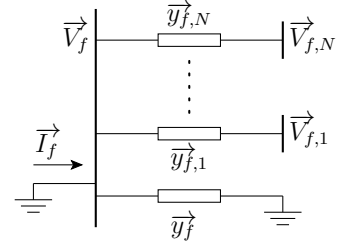


Fig. 2. Equivalent circuit of transmission line connected at bus f .

2.3 Power Injection Measurements

In order to utilize the injected power measurement data, the following technique can be applied. Consider Fig. 2, let $\vec{V}_{f,i}$ and $\vec{y}_{f,i}$ be the voltage phasor and branch admittance of the i -th bus connected to bus f . If the values of all voltage phasors, of all buses connected to bus f are available, either from the actual or pseudo-voltage measurements, the injected current $\vec{I}_f$ can be computed from,

$$\vec{I}_f = I_f \angle \xi_f = \vec{y}_f \vec{V}_f + \sum_{i=1}^N \vec{y}_{f,i} (\vec{V}_f - \vec{V}_{f,i}), \dots \quad (22)$$

where $\vec{y}_f$ represents the self admittance of bus f . The injected current in Eq.(22) can be considered as the pseudo-injected current measurement and its standard uncertainties can also be computed by using the theory of uncertainty propagation.

Now, if the injected power at bus f , $\vec{S}_f = P_f + jQ_f = S_f \angle \delta_f$ and the pseudo-injected current measurement, $\vec{I}_f = I_f \angle \xi_f$, are available then these information can be converted into the magnitude, $\tilde{V}_f$, and phase angle, $\tilde{\theta}_f$, of the pseudo-voltage measurement at bus f as follows:

$$\tilde{V}_f = \frac{1}{I_f} \sqrt{P_f^2 + Q_f^2} = f_{\tilde{V}_f}(\mathbf{w}), \dots \quad (23)$$

$$\tilde{\theta}_f = \tan^{-1} \frac{Q_f}{P_f} + \xi_f = f_{\tilde{\theta}_f}(\mathbf{w}), \dots \quad (24)$$

where $\mathbf{w} = [I_f \ \xi_f \ P_f \ Q_f]^T$.

In summary, to employ the power injection measurement at bus f , one uses the voltage phasors of bus f and all connecting buses to find the pseudo-injected current. Then the pseudo-voltage measurement at bus f can be computed from Eq.(23) and (24). These values can be employed as additional pseudo-voltage measurements of bus f .

The partial derivatives of $\tilde{V}_f$ and $\tilde{\theta}_f$ with respect to $\mathbf{w}$ are obtained from

$$\frac{\partial \tilde{V}_f}{\partial \mathbf{w}} = \begin{bmatrix} -\frac{S_f}{I_f^2} & 0 & \frac{P_f}{I_f S_f} & \frac{Q_f}{I_f S_f} \end{bmatrix}^T, \dots \quad (25)$$

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_f}{\partial \mathbf{w}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -\frac{Q_f}{S_f^2} & \frac{P_f}{S_f^2} \end{bmatrix}^T, \dots \quad (26)$$

these values are needed for computing the standard uncertainties of the pseudo-voltage measurement.

3. Proposed Hybrid State Estimation

3.1 Measurement model

The magnitudes of bus voltage phasors and branch current phasors, the

branch real and reactive powers are obtained from RTUs while, for the bus with PMU installed, the magnitudes and phase angles of bus voltage and branch current phasors are captured. Using the pseudo-voltage measurements described in the previous section and the state variables expressed in polar form, a linear measurement model of the proposed state estimation can be expressed as

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{r}, \dots\dots\dots (27)$$

where $\mathbf{z}$ is the vector containing both actual voltage measurements and pseudo-voltage measurements, $\mathbf{x}$ is the vector of state variables, i.e. magnitudes and phase angles of all bus voltage phasors, $\mathbf{H}$ is the measurement matrix whose elements are either 0 or 1, and $\mathbf{r}$ indicates the residual vector.

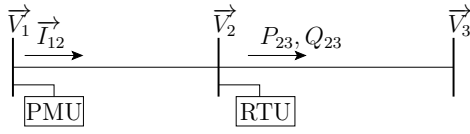


Fig. 3. Three bus example system.

As an example, consider the 3-bus system shown in Fig. 3. Let bus 1 be the reference bus and its phase is set to 0. The state variables are $\mathbf{x} = [V_1 \ V_2 \ V_3 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$. There are one PMU and one RTU placed at bus 1 and 2, respectively. The PMU measures $\vec{V}_1 = \hat{V}_1 \angle 0$ and $\vec{I}_{12}$, while the RTU measures voltage magnitude $\hat{V}_2$, real and reactive flow power P_{23}, Q_{23} and real and reactive injected power P_2, Q_2 . By using $\vec{V}_1$ and $\vec{I}_{12}$, the pseudo-voltage measurement $\vec{V}_2^P = V_2^{P,I_{12}} \angle \theta_2^{P,I_{12}}$ can be computed. Next, by using P_{23}, Q_{23} the pseudo-voltage measurement $\vec{V}_3^P = V_3^{P,S_{23}} \angle \theta_3^{P,S_{23}}$ can be computed. For the injected power, since $\vec{V}_1, \vec{V}_2^P$ and $\vec{V}_3^P$ are available, the pseudo-voltage measurement due to injected power $V_2^{P,S_2} \angle \theta_2^{P,S_2}$ can be computed. The measurement vector in this example consists of two actual voltage magnitude measurements and six pseudo-voltage measurements. The linear measurement model for state estimation of this system can be given by

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{V}_2 \\ V_2^{P,I_{12}} \\ \theta_2^{P,I_{12}} \\ V_3^{P,S_{23}} \\ \theta_3^{P,S_{23}} \\ V_2^{P,S_2} \\ \theta_2^{P,S_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} + \mathbf{r}, \quad (28)$$

notice that $\mathbf{H}$, the measurement matrix, consists of only 0 and 1. And each row contains exactly one non-zero element.

3.2 WLS Solution Method The proposed HSE is considered as the following WLS optimization problem,

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = (\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{x})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{x}), \dots\dots\dots (29)$$

where $\mathbf{R}$ stands for the measurement covariance matrix and it is given by

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{V^{PMU}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{V^{RTU}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R}_{V^P} \end{bmatrix}, \dots\dots\dots (30)$$

here $\mathbf{R}_{V^{PMU}}$ and $\mathbf{R}_{V^{RTU}}$ are the covariance matrices of measurements obtained from PMUs and RTUs, respectively. $\mathbf{R}_{V^P}$ represents the covariance matrix of the pseudo-voltage measurements whose elements are obtained by using the uncertainty propagation. Usually, these are diagonal matrices. Being linear, the solution of the optimization problem in Eq.(29) can be obtained from

$$\mathbf{x} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{z}, \dots\dots\dots (31)$$

where $\mathbf{G} = \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}$ is the gain matrix. For the proposed formulation, $\mathbf{G}$ becomes a diagonal matrix since there is only one non-zero element in each row of $\mathbf{H}$ and $\mathbf{R}^{-1}$ is a diagonal matrix. Hence $\mathbf{G}^{-1}$ can be found easily. Since $\mathbf{x}$ can be found directly, the proposed method requires no initial guess.

3.3 Bad data analysis Detecting and eliminating bad data is necessary in order to obtain the reliable estimated states. The redundancy in measurements is required for bad data detection and elimination. The technique based on Chi-squares test is usually employed to detect the presence of bad measurements in many WLS based SE⁽¹⁷⁾. The largest normal residual test⁽¹⁾ is also practical to determine bad measurements. The normalized residual, $\mathbf{r}_N$, is calculated as follows,

$$\mathbf{r}_N = \text{Diag} \{ \mathbf{\Omega} \}^{-1/2} |\mathbf{r}| \dots\dots\dots (32)$$

where $\mathbf{\Omega} = \mathbf{R} - \mathbf{H}\mathbf{G}^{-1}\mathbf{H}^T$ is the residual covariance matrix and $\text{Diag} \{ \mathbf{\Omega} \}$ denotes a diagonal matrix whose elements are from the diagonal elements of $\mathbf{\Omega}$. The measurement corresponding to the largest normalized residual which is greater than the detection threshold, usually 3.0, is identified as bad.

In the proposed method, if either the voltage magnitude or the phase angle of any pseudo-voltage measurement is identified as bad then the corresponding actual measurements, i.e. real and reactive power flows or magnitude and phase of branch current phasors, are also considered as bad measurements. The elimination of this pair reduces two corresponding rows in the measurement matrix, $\mathbf{H}$. The estimation is performed again until no bad measurement detected.

4. Case Studies

The proposed WLS based state estimator has been implemented in the MATLAB environment. The INTLAB toolbox⁽¹⁸⁾ has been applied to automatically evaluate all derivatives and Jacobian matrices. The maximum uncertainties of measurements obtained from PMUs are 0.02% and 0.03% of the readings for voltage magnitudes and current magnitudes respectively, while for the phase angle measurement the maximum uncertainty is set to 0.01°. The maximum uncertainties of branch power

and bus voltage magnitude measurements are set to 1.5% and 0.4% of the readings respectively. The values of actual measurements are computed by using MATPOWER⁽¹⁹⁾. For each measurement, the zero mean Gaussian noise with the corresponding standard deviation is added. All numerical experiments have been performed on a computer with Intel Core i5 CPU 2.27 GHz and 2 GB of main memory. We test and compare the following HSE methods:

HSE#1: the conventional HSE⁽⁹⁾, where the measurement data consists of magnitudes and phases of voltage phasors and current phasors, branch powers, and bus voltage magnitudes. Since the HSE problem is formed as a nonlinear optimization problem, the Newtons iteration process is needed to find the solution. The tolerance used to define convergence is 10^{-6} .

HSE#2: the proposed HSE.

For HSE#1 method, the elements of the measurements Jacobian matrix can become very large or undefined values for a certain range of state variables especially when there are current magnitude and phase measurements⁽¹⁾⁽⁹⁾. It may result in divergence of the estimation. In this paper, the appropriate initial guess based on power flow is used to obtain convergence of the iterative process of the HSE#1 method.

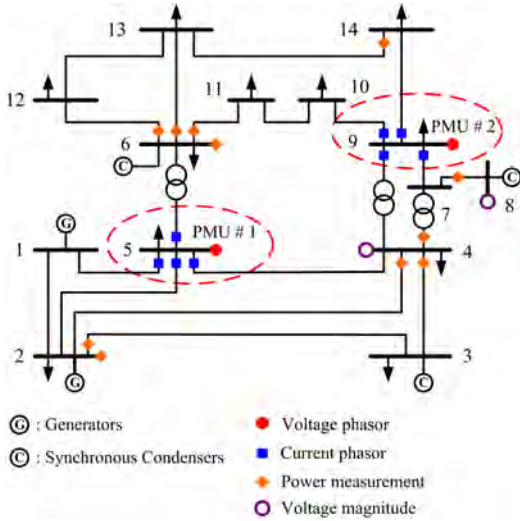


Fig. 4. IEEE 14-bus system with measurements.

4.1 Test With IEEE 14-Bus System Fig. 4 shows the IEEE 14-bus system together with the measurement types and positions. The pseudo-voltage measurements at the receiving ends of transmission lines connecting to the buses with PMUs installed (bus 5 and 9) are calculated by using the voltage and current phasor measurements as described in Sec. 2. The voltage phasors at the receiving buses are also used to calculate the pseudo-current measurements at the sending end of the transmission lines placing branch power measurements. Then, the pseudo-voltage measurements at the

other end of the transmission lines placing these power meters can be computed.

For examples, the PMU installed at bus 5 provides data of the bus voltage phasor and the current phasor flowing from bus 5-1, 5-2, 5-4 and 5-6. Hence, the pseudo-voltage measurement at bus 1, 2, 4, and 6 can be computed. Since we have computed the pseudo-voltage phasor of bus 6, the reading from the meters measuring power flowing from bus 6-11, 6-12, and 6-13 can be converted into equivalent current phasors flowing from bus 6-11, 6-12, and 6-13, respectively. And they are used to compute the pseudo-voltage phasor measurement at bus 11, 12, and 13, respectively.

Table 1. Actual Measurements of IEEE 14-Bus.

Measurement Set A (PMU#1)					
PMU	Mag.	Phase(°)	RTU	P	Q
V ₅	1.0203	-8.779	S ₂₋₃	0.7378	0.0356
I ₅₋₁	0.7140	173.250	S ₄₋₂	-0.5466	0.0340
I ₅₋₂	0.3984	168.909	S ₄₋₃	0.2355	-0.0547
I ₅₋₄	0.6237	5.197	S ₄₋₇	0.2797	-0.0951
I ₅₋₆	0.4498	-25.009	S ₆₋₁₁	0.0735	0.0347
			S ₆₋₁₂	0.0783	0.0249
			S ₆₋₁₃	0.1768	0.0712
			S ₂	0.1847	0.2941
			S ₆	-0.1106	0.0474
Mag.					
V ₄	1.0175				
Measurement Set B (PMU#2)					
PMU	Mag.	Phase(°)	RTU	P	Q
V ₉	1.0562	-14.947	S ₇₋₈	0.0000	-0.1713
I ₉₋₄	0.1531	170.821	S ₁₄₋₁₃	-0.0554	-0.0159
I ₉₋₇	0.2699	154.970	Mag.		
I ₉₋₁₀	0.0642	-54.350	V ₈	1.0928	
I ₉₋₄	0.0959	-36.173			

Table 2. Pseudo-Voltage Measurements of IEEE 14-Bus.

Measurement Set A (PMU#1)					
PMU	Mag.	Phase(°)	RTU	Mag.	Phase(°)
V ₁	1.0601	-0.005	V ₃	1.0099	-12.780
V ₂	1.0451	-4.978	V ₂	1.0452	-4.960
V ₄	1.0187	-10.321	V ₃	1.0102	-12.702
V ₆	1.0700	-14.219	V ₇	1.0622	-13.352
			V ₁₁	1.0571	-14.792
			V ₁₂	1.0552	-15.080
			V ₁₃	1.0506	-15.153
			V ₂	1.0314	-4.734
			V ₆	1.0602	-14.742
Measurement Set B (PMU#2)					
PMU	Mag.	Phase(°)	RTU	Mag.	Phase(°)
V ₄	1.0185	-10.325	V ₈	1.0903	-13.369
V ₇	1.0618	-13.369	V ₁₃	1.0503	-15.167
V ₁₀	1.0512	-15.105			
V ₁₄	1.0357	-16.040			

For this system, the total number of measurements (including pseudo-measurements) is 44 and the number of state variables is 27 since the angle of the reference bus is set to zero. Table 1 lists the actual measured data for the IEEE 14-bus system. Table 2 lists the pseudo-voltage measurements according to the actual measurements. The standard deviations of the pseudo-voltage measurements are computed by using the uncertainty

propagations as explained in Sec. 2. Although PMU captures data at higher sampling rate than RTU, in this test it is assumed that the data is collected at the same rate. The estimated voltage magnitudes and phase angles for the IEEE 14-bus system are shown in Table 3. It can be seen that the proposed HSE#2 method provides estimation results comparable to those obtained from the HSE#1 method.

Table 3. Estimated State of IEEE 14-Bus.

Bus	True value		Estimated value	
	Mag./Phase(°)	HSE#1	HSE#2	
1	1.0600/ 0.000	1.0601/ 0.000	1.0601/ 0.000	
2	1.0450/ -4.981	1.0450/ -4.979	1.0451/ -4.978	
3	1.0100/ -12.718	1.0100/ -12.695	1.0101/ -12.708	
4	1.0186/ -10.324	1.0186/ -10.323	1.0186/ -10.323	
5	1.0203/ -8.783	1.0203/ -8.781	1.0203/ -8.779	
6	1.0700/ -14.223	1.0700/ -14.221	1.0700/ -14.219	
7	1.0620/ -13.368	1.0619/ -13.368	1.0619/ -13.368	
8	1.0900/ -13.368	1.0904/ -13.368	1.0903/ -13.369	
9	1.0563/ -14.947	1.0563/ -14.945	1.0562/ -14.947	
10	1.0513/ -15.104	1.0513/ -15.103	1.0512/ -15.105	
11	1.0571/ -14.795	1.0571/ -14.795	1.0571/ -14.792	
12	1.0552/ -15.077	1.0551/ -15.083	1.0552/ -15.080	
13	1.0504/ -15.159	1.0504/ -15.161	1.0504/ -15.161	
14	1.0358/ -16.039	1.0358/ -16.038	1.0357/ -16.040	

The proposed HSE in presence of bad data has been performed and compared with the HSE#1 method. In the proposed approach, the voltage phasors obtained from PMUs are very important measurements and they are assumed to be correct. This assumption should be practically satisfied since PMU can provide measurements with high accuracy. In the following tests, bad data of branch power is set by multiplying its measured value with -1 , i.e. reversing the flow direction. Bad current phasor data is set by increasing the magnitude and phase angle by 20%. Three cases of bad data measurements are examined and the results are summarized in Table 4. The HSE#1 method can detect and eliminate bad data only for Case 2. For Case 1 and Case 3, which the magnitude and phase angle data of the current phasor are bad, the Newton iterations stop with no convergence results. The proposed method, however, is able to provide the true identification results for all test cases.

Table 4. Bad Data Identification for IEEE 14-Bus.

Case	Bad Meas.	Identify Cycle	HSE#1		HSE#2	
			r_N^{max}	Identify	r_N^{max}	Identify
1	I_{9-4}	1	Not Converge	28.13	1.06	I_{9-4}
		2				
2	S_6	1	73.38	P_6	119.16	S_6
		2	37.52	Q_6	1.06	None
		3	1.33	None		
3	I_{9-4}, S_2	1	Not Converge	153.25	28.13	S_2
		2				
		3				

4.2 Test With IEEE 57-Bus System In this subsection, the HSE in presence of bad measurements for the IEEE 57-bus system has been performed. Bad data of branch powers and current phasors are set as

in the case of the IEEE 14-bus system. Fig. 5 shows the IEEE 57-bus system including positions and types of measurements. There are 14 PMUs measuring 14 bus voltage phasors and 36 branch current phasors. Measurements collected via RTUs contain 6 voltage magnitudes, 28 branch powers, and 6 injection powers.

The results of multiple bad data detection and elimination are summarized in Table 5. It can be seen that for Case 2, where branch current magnitudes and phase angles measurements are bad, the HSE#1 method is not able to correctly identify the bad measurements. But it provides the correct identification result when only branch power is the bad measurement as shown in Case 1. On the contrary, the HSE#2 method is able to provide true identification results for both cases.

Table 5. Bad Data Identification for IEEE 57-Bus.

Case	Bad Meas.	Identify Cycle	HSE#1		HSE#2	
			r_N^{max}	Identify	r_N^{max}	Identify
1	S_{37-36}, S_{49-13}	1	235.73	Q_{49-13}	116.54	S_{49-13}
		2	230.98	P_{49-13}	12.09	S_{37-36}
		3	186.46	P_{37-36}	2.18	None
		4	122.22	Q_{37-36}		
		5	2.70	None		
2	I_{43-41}, S_{37-36}	1	262.55	P_{37-36}	12.09	S_{37-36}
		2	152.72	Q_{37-36}	4.41	I_{43-41}
		3	22.26	P_{9-11}	2.18	None
		4	18.79	Q_{41-43}		
		5	15.48	P_{41-43}		

4.3 Performance Comparisons The performances in terms of computation time and accuracy of the proposed HSE have been evaluated by performing 20,000 Monte Carlo simulations and the following metrics are computed:

$$\overline{\Delta V} = \frac{1}{n_M} \sum_{m=1}^{n_M} \frac{1}{n_b} \|\Delta V^m\|_2, \dots \dots \dots (33)$$

$$\overline{\Delta \theta} = \frac{1}{n_M} \sum_{m=1}^{n_M} \frac{1}{n_b} \|\Delta \theta^m\|_2, \dots \dots \dots (34)$$

where, $\Delta V^m = V^{true} - V^{est,m}$ and $\Delta \theta^m = \theta^{true} - \theta^{est,m}$. Here V^{true} and θ^{true} denote the vectors of true bus voltage magnitudes and phase angles, $V^{est,m}$ and $\theta^{est,m}$ are the vectors of estimated bus voltage magnitude and phase angle obtained from the m -th Monte Carlo simulation, n_b is the number of buses, and n_M is the number of Monte Carlo simulations. $\|x\|_2$ denotes two norm of vector x .

As stated above, the RTUs data obtained by SCADA is captured with slower sampling rates than PMUs data. Thus, we can utilize the higher sampling rates of PMUs to reduce the effect of Gaussian noise on the PMU readings by using the average values as the measured data to reduce the effect of Gaussian noise. In these tests, the average values of 10 PMU data samples are employed. Comparison results for the IEEE 14-bus and 57-bus systems are summarized in Table 6 and 7, respectively. In these tables, n_{PMU} indicates the number of PMU samples to be averaged, $\overline{IT}$ and $\overline{T}$ are the average number

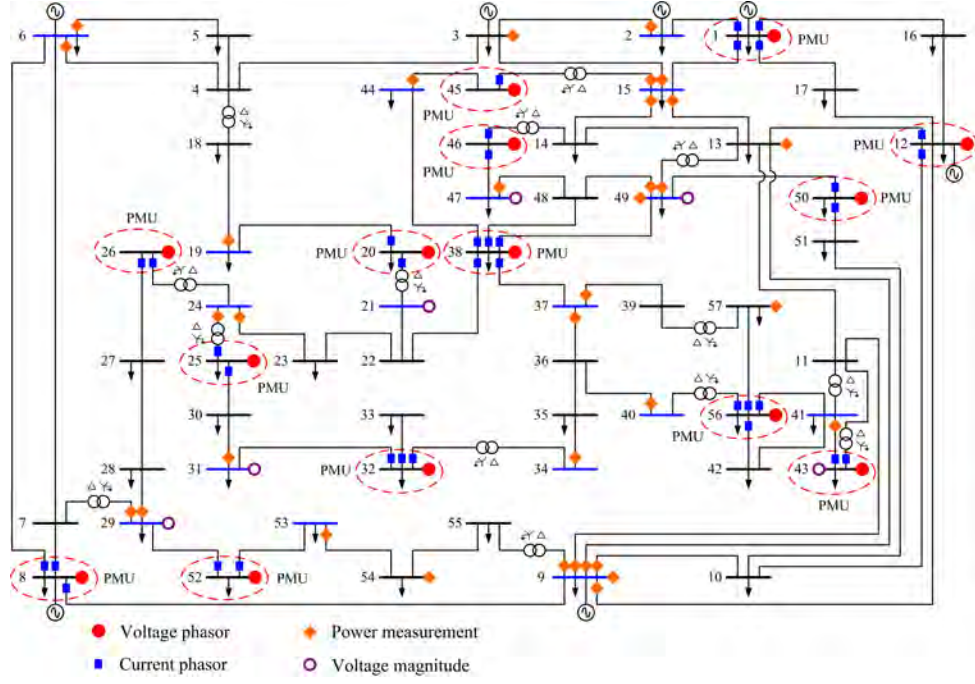


Fig. 5. The IEEE 57-bus system with measurements.

Table 6. Performance Comparisons: IEEE 14-Bus.

n_{PMU}	$\overline{IT}$	$\overline{T}$	Average Error		Maximum Error	
			$\overline{\Delta V}$	$\overline{\Delta \theta}$	ΔV^m	$\Delta \theta^m$
HSE#1						
1	4.0	0.0631	0.31E-4	0.15E-2	0.16E-2	7.61E-2
10	4.0	0.0628	0.20E-4	0.11E-2	0.08E-2	4.43E-2
HSE#2						
1	None	0.0096	0.35E-4	0.21E-2	0.16E-2	8.53E-2
10		0.0095	0.22E-4	0.16E-2	0.08E-2	6.92E-2

Table 7. Performance Comparisons: IEEE 57-Bus.

n_{PMU}	$\overline{IT}$	$\overline{T}$	Average Error		Maximum Error	
			$\overline{\Delta V}$	$\overline{\Delta \theta}$	ΔV^m	$\Delta \theta^m$
HSE#1						
1	4.0	0.1122	0.09E-4	0.07E-2	0.13E-2	6.98E-2
10	4.0	0.1115	0.05E-4	0.04E-2	0.05E-2	3.98E-2
HSE#2						
1	None	0.0476	0.15E-4	0.08E-2	0.15E-2	8.39E-2
10		0.0494	0.07E-4	0.05E-2	0.07E-2	5.12E-2

of iterations and the average computation time in seconds respectively. Also included in the tables are the results when $n_{PMU} = 1$, i.e. no average of PMU data is used and the maximum errors. It can be seen that the HSE#2 method provides comparable order of average error but with shorter computation time. Moreover, the magnitude and phase errors of bus voltage phasors decrease when using averaged PMU data.

5. Conclusion

In this paper, the new HSE estimation method for power system has been presented. The magnitudes and phase angles of all bus voltages are selected as the state variables. The method uses the measurement vector consisting of bus voltages phasors obtained from PMUs and the pseudo-voltage measurements computed from current phasors and power measurements. This makes

each element of the measurement matrix becomes either 0 or 1. The uncertainty propagation theory is applied to calculate the standard uncertainty of these pseudo measurements. The proposed HSE method offers a system of linear equations and the estimation solution can be obtained without iteration. Therefore, the method requires no initial guess. Results on the IEEE test systems show that the proposed method can yield comparable accuracy of the estimated states but with small computation time compared with the conventional HSE method. Furthermore, the proposed method shows better identification results in the presence of bad measurements under the several test cases.

Acknowledgment

The authors would like to thank the Thailand Research Fund (TRF) for supporting of this research.

References

- (1) Ali Abur and Antonio Gómez Expósito, *Power System State Estimation: Theory and Implementation*, CRC Press, 1 edition, 2004.
- (2) A.G. Phadke, "Synchronized phasor measurements in power systems," *IEEE Computer Applications in Power*, vol. 6, no. 2, pp. 10–15, April 1993.
- (3) Jr. Burnett, R.O., M.M. Butts, T. W. Cease, V. Centeno, G. Michel, R. J. Murphy, and A.G. Phadke, "Synchronized phasor measurements of a power system event," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 9, no. 3, pp. 1643–1650, Aug 1994.
- (4) A.G. Phadke, J.S. Thorp, R.F. Nuqui, and M. Zhou, "Recent developments in state estimation with phasor measurements," in *The 2009 IEEE Power Systems Conference and Exposition*, March 2009, pp. 1–7.
- (5) "Ieee standard for synchrophasor measurements for power systems," *IEEE Std C37.118.1-2011 (Revision of IEEE Std C37.118-2005)*, pp. 1–61, Dec 2011.
- (6) R. Avila-Rosales, M.J. Rice, J. Giri, L. Beard, and F. Galvan, "Recent experience with a hybrid scada/pmu on-line state es-

- timator,” in *The 2009 IEEE Power Energy Society General Meeting*, July 2009, pp. 1–8.
- (7) N.M. Manousakis, G.N. Korres, J.N. Aliprantis, G.P. Vavourakis, and G.-C.J. Makrinas, “A two-stage state estimator for power systems with pmu and scada measurements,” in *The 2013 IEEE Grenoble PowerTech (POWERTECH)*, June 2013, pp. 1–6.
 - (8) A. Simoes Costa, A. Albuquerque, and D. Bez, “An estimation fusion method for including phasor measurements into power system real-time modeling,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 2, pp. 1910–1920, May 2013.
 - (9) S. Chakrabarti, E. Kyriakides, G. Ledwich, and A. Ghosh, “Inclusion of pmu current phasor measurements in a power system state estimator,” *IET Generation, Transmission Distribution*, vol. 4, no. 10, pp. 1104–1115, October 2010.
 - (10) G. Valverde, S. Chakrabarti, E. Kyriakides, and V. Terzija, “A constrained formulation for hybrid state estimation,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 26, no. 3, pp. 1102–1109, Aug 2011.
 - (11) T.S. Bi, X.H. Qin, and Q.X. Yang, “A novel hybrid state estimator for including synchronized phasor measurements,” *Electric Power Systems Research*, vol. 78, no. 8, pp. 1343 – 1352, 2008.
 - (12) M. Asprou and E. Kyriakides, “Enhancement of hybrid state estimation using pseudo flow measurements,” in *The 2011 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, July 2011, pp. 1–7.
 - (13) Amir Safdarian, Mahmud Fotuhi-Firuzabad, and Farrokh Aminifar, “A non-iterative approach for ac state estimation using line flow based model,” *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 43, no. 1, pp. 1413 – 1420, 2012.
 - (14) W. Navidi, *Statistics for Engineers and Scientists*, McGraw Hill, 2006.
 - (15) S. Chakrabarti, E. Kyriakides, and M. Albu, “Uncertainty in power system state variables obtained through synchronized measurements,” *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 58, no. 8, pp. 2452–2458, Aug 2009.
 - (16) “Model 1133a power sentinel™ gps-synchronized power quality revenue standard,” http://www.arbiter.com/files/product-attachments/1133a_manual.pdf, [Online; accessed January-2014].
 - (17) A.J.W.B. Wollenberg, *Power Generation Operation & Control*, 2nd edition, Wiley India Pvt. Limited, 2006.
 - (18) S.M. Rump, “INTLAB - INTerval LABoratory,” in *Developments in Reliable Computing*, Tibor Csendes, Ed., pp. 77–104. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1999, <http://www.ti3.tuhh.de/rump/>.
 - (19) Carlos E. Murillo-Sánchez Ray D. Zimmerman and Deqiang (David) Gan, “Matpower,” <http://www.pserc.cornell.edu/matpower/>, [Online; accessed June-2013].

Chawasak Rakpenthai (Non-member) received the B.Eng.,

M.Eng. and Ph.D. degrees in Electrical Engineering from Chiang Mai University in 1999, 2003, and 2007, respectively. Currently, he is an associate professor at Department of Electrical Engineering, School of Engineering, University of Phayao, Thailand. His research interests include applications of artificial intelligence in power system, power electronics, power system state estimation and FACTS de-

vices.

Sermsak Uatrangjit (Non-member) received the B.Eng.

in Electrical Engineering from Chiang Mai University, Thailand, M.Eng. and Ph.D. from Tokyo Institute of Technology, Japan. He is now an associate professor at Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Chiang Mai University. His research interest is in the field of numerical techniques for circuit simulations, optimization, state estimation.



The world's largest professional association for the advancement of technology



Sign In

2014 International Conference on Information Science, Electronics and Electrical Engineering (ISEEE)

IEEE sponsors:

Sapporo Section

Other sponsors:

Xiamen University - China

The scope of the conference includes, but not limited to: Automatic Control, Artificial Intelligence, Computer Graphics, Computer network, Computer Science and Engineering, Computer simulation and modeling, Computer-aided design / manufacturing, Computer Vision, Data Warehousing, Geographical Information Systems, Cloud Computing, Image processing and acquisition, Information Management, Information Security, Internet Applications, Data Mining, Neural Networks and Genetic Algorithms, Pattern Recognition and Machine Learning, Programming Languages, Semantic Grid and Natural Language Processing, Software Engineering, Bioinformatics, Biomedical Engineering, Circuits and Systems, E-Business and E-Government, Electrical Machines and Drive Systems, Electric Vehicle Technologies, Electrotechnologies, High Voltage and Insulation Technologies, Power Electronics and Drive Systems, Power Systems, Semiconductor Technology, Signal Processing, Transmission of Numerical Images, Other Related Topics.

Conference Details

Dates	26 Apr - 28 Apr 2014
Location	Sapporo, Japan
Web site	www.iseee.org/
Contact	XiaohongJiang Future University Hakodate Hakodate Japan jiang@fun.ac.jp
Conference #	33066
Attendance	180

Please see the [conference Web site](http://www.iseee.org/) for full details.

Call for Papers for Conference Authors

Find details for paper and abstract submission.

[View call for papers](#)

Abstract submission deadline: 01 Feb 2014
 Final submission deadline: 15 Mar 2014
 Notification of acceptance date: 01 Mar 2014

Features

Tutorials

[Back to search results](#)

An Improved Initial Guess of Newton Method for Hybrid State Estimation

Chawasak Rakpenthai

Department of Electrical Engineering,
School of Engineering, University of Phayao,
Phayao 56000, Thailand
chawasak@hotmail.com

Sermak Uatrongjit

Department of Electrical Engineering,
Faculty of Engineering, Chiang Mai University,
Chiang Mai 50200, Thailand
sermak@eng.cmu.ac.th

Abstract—The hybrid state estimation of a power system, where the measured data consist of both conventional measurements and synchronizing phasor measurements, is generally formulated as a nonlinear optimization problem. It is then solved by Newton based iteration procedure whose success depends on an appropriate initial guess. This paper presents an improved method for selecting a suitable initial solution for this problem. All data obtained from both conventional and synchronizing phasor measurements are employed to estimate the initial guess. Numerical results on the IEEE 14-bus and 57-bus systems indicate that the proposed technique provides better convergence performance than the method previously proposed in Ref. [5].

Index Terms—Initial guess, hybrid state estimation, synchronizing phasor measurement, weighted least square.

I. INTRODUCTION

STATE estimation (SE) uses data collected via a supervisory control and data acquisition (SCADA) system and the mathematical model of power system to estimate the power system states which in general are voltage magnitudes and phase angles of all system buses [1]. All branch powers and currents flowing through the transmission lines can be calculated by using the estimated states and network parameters. Therefore, SE becomes an essential tool in energy management systems and supports the security system of a power system. The measured data for SE come from remote terminal units (RTUs) which collect voltage magnitudes, real powers, and reactive powers at different snapshot times, and phasor measurement units (PMUs) which provide the voltage and current phasors collected at the synchronized time via the global positioning system [2],[3]. The values obtained from PMUs are very accurate but the installation cost is high. Hence, both RTUs and PMUs are utilized in modern power systems. To utilize these mixed sources of data for estimating power system states, the weighted least square (WLS) based hybrid state estimation (HSE) has been developed [3], [4].

Three different approaches for inclusion of the current phasors measured by PMUs into the state estimator, i.e. (i) using branch current magnitudes and phase angles as measurements; (ii) using real and imaginary part of the branch current phasors as measurements; and (iii) converting measured data into pseudo-voltage measurements, have been

developed and compared in [4]. The HSE methods are formulated using state variables in polar coordinates and the problems are solved based on WLS criteria. The measurement Jacobian matrix obtained from these methods needs to be re-evaluated every iteration. The performances of the state estimators are compared in terms of the convergence properties and the variances of the estimated states. Results indicate that using the current phasor measurement expressed as real and imaginary parts gives better performance in terms of the accuracy of the estimator and convergence characteristics. Moreover, it is found that if the polar form of branch current measurement is included in the measured data and the initial guess is set to flat start, the Newton method may not converge [4],[5]. To overcome this problem, the authors [5] have proposed a technique for determining a suitable initial guess of HSE. The method calculates the initial guess using the voltage and current phasors and the voltage magnitudes obtained from PMUs and RTUs. Simulation results on the IEEE 14-bus and 57-bus systems under normal conditions have shown that the method can improve the convergence of Newton iterations even if the measurements contain branch current phasors.

In this paper, we propose a method to improve the initial solution setting technique presented in [5] for a HSE solution. In this work, all branch power measurements obtained from RTUs are also employed to adjust the initial guess.

This paper is organized as follows. The HSE with state variables in polar form is described in Section II. The proposed method for finding a good initial solution is explained in Section III. Numerical results on the IEEE test systems are shown in Section IV. Finally, some conclusions are given in Section V.

II. HYBRID STATE ESTIMATION

The nonlinear measurement model of the HSE can be expressed as

$$\mathbf{z} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (1)$$

where,

$\mathbf{z} \in \mathbb{R}^M$ is the vector of M measurements,

$\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ is the vector of N estimated state variables, i.e.

magnitudes and phase angles of all system bus voltage phasors,

$\mathbf{h}: \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^M$ denotes the nonlinear measurement function, and

$\boldsymbol{\varepsilon} \in \mathbb{R}^M$ indicates the residual errors.

Since the angle of the reference bus voltage is usually set to zero, the measured value, the measurement function, the error value, and the estimated state corresponding to this angle are not included in Eq. (1).

The HSE can be considered as to find $\mathbf{x}$ which satisfies the following optimization problem,

$$\text{Minimize } J(\mathbf{x}) = (\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}))^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})), \quad (2)$$

where $\mathbf{R}$ is the measurement covariance matrix.

The solution method based on Newton iteration begins by selecting an appropriate initial guess, $\mathbf{x}^{(0)}$, and then adjusting the state vector $\mathbf{x}^{(k)}$ for $k = 1, 2, 3, \dots$ using,

$$\Delta \mathbf{x}^{(k-1)} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}^{(k-1)})), \quad (3)$$

$$\mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{x}^{(k-1)} + \Delta \mathbf{x}^{(k-1)}, \quad (4)$$

where $\mathbf{H}$ represents the Jacobian matrix of $\mathbf{h}(\mathbf{x}^{(k-1)})$, and $\mathbf{G} = \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}$ which is known as the gain matrix. Note that the superscript k denotes the iteration number. These steps are repeated until $\|\Delta \mathbf{x}^{(k-1)}\|_2$ is less than a pre-defined tolerance value.

Bad data processing is necessary in order to obtain the reliable estimated states. The redundancy in measurements is required for bad data detection and elimination, i.e. $M > N$. The largest normal residual test [1] is usually employed in state estimators to identify bad measurements. The vector of a normalized residual, $\mathbf{r}_N$, is calculated as follows,

$$\mathbf{r}_N = \text{diag}(\boldsymbol{\Omega})^{-1/2} |\mathbf{r}|, \quad (5)$$

where $\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{R} - \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T$ is the residual covariance matrix and $\text{diag}(\boldsymbol{\Omega})$ denotes a diagonal matrix whose elements are from the diagonal elements of $\boldsymbol{\Omega}$. The measurement corresponding to the largest normalized residual, $\mathbf{r}_N^{\max} = \max\{\mathbf{r}_N\}$, which is greater than the detection threshold is identified as bad and it should be excluded from the measurement set [1]. After that, the HSE is repeated until there is no more bad data detected.

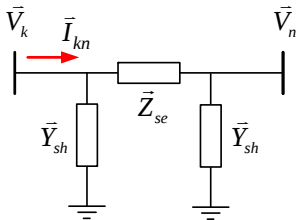


Fig. 1. Transmission line model.

III. PROPOSED TECHNIQUE FOR INITIAL GUESS

Fig. 1 shows a transmission line π model. Suppose we know the value of the bus voltage phasor at the sending end, $\vec{V}_k = V_k \angle \theta_k$, and the complex power flowing from the sending end to the receiving end, $\vec{S}_{kn} = P_{kn} + jQ_{kn}$, then the magnitude and phase of the branch current phasor, $\vec{I}_{kn} = I_{kn} \angle \theta_{kn}$, can be expressed as,

$$I_{kn} = \frac{\sqrt{P_{kn}^2 + Q_{kn}^2}}{V_k}, \quad (6)$$

$$\theta_{kn} = \tan^{-1} \left(\frac{Q_{kn}}{P_{kn}} \right) - \theta_k. \quad (7)$$

And the voltage phasor at the receiving bus $\vec{V}_n$ can be given by

$$\vec{V}_n = \vec{Z}_{se} \vec{Y}_{sh} \vec{V}_k + \vec{V}_k - \vec{Z}_{se} \vec{I}_{kn} = A + jB, \quad (8)$$

where $\vec{Z}_{se} = Z_{se} \angle \theta_{se}$ and $\vec{Y}_{sh} = Y_{sh} \angle \theta_{sh}$ denote series impedance and shunt admittance of the transmission line, respectively. It can be shown that

$$A = [Z_{se} Y_{sh} \cos \alpha_1 + \cos \theta_k] V_k - Z_{se} I_{kn} \cos \alpha_2, \quad (9)$$

$$B = [Z_{se} Y_{sh} \sin \alpha_1 + \sin \theta_k] V_k - Z_{se} I_{kn} \sin \alpha_2, \quad (10)$$

note that $\alpha_1 = \theta_{se} + \theta_{sh} + \theta_k$ and $\alpha_2 = \theta_{se} + \theta_{kn}$. The magnitude and phase angle of $\vec{V}_n$ are given by,

$$V_n = \sqrt{A^2 + B^2}, \quad (11)$$

$$\theta_n = \tan^{-1} (B/A). \quad (12)$$

The above relations can be applied to find a suitable initial guess of the corresponding bus voltages as follows,

Step 1: Set each bus voltage phasor to $1 \angle 0^\circ$.

Step 2: For the bus having a voltage magnitude measuring device installed, use the meter reading as the initial guess.

Step 3: For the line with both voltage and branch current phasors measuring devices installed at the sending end, the initial guess of the receiving bus voltage phasor is calculated by using Eq. (11) and (12).

Step 4: For the line with both voltage and branch power measuring devices installed at the sending end, the branch current phasor is calculated by using Eq. (6) and (7). Then, the initial guess of the receiving bus voltage phasor is calculated by using Eq. (11) and (12).

Note that Step 1-3 are the technique presented in Ref. [5] while Step 4 is the additional step proposed in this paper.

IV. NUMERICAL RESULTS

The proposed initial solution method has been implemented in the MATLAB environment and tested with the IEEE 14-bus and 57-bus systems [6]. The INTLAB toolbox [7] has been applied to automatically evaluate all required Jacobian matrices. The maximum uncertainties of voltage and current phasors are set to 0.02% and 0.03% of their readings, respectively, while the maximum uncertainty in the measurement of the phase angle is 0.01° . The maximum uncertainties of power and voltage magnitude measurements are 1.5% and 0.4% of the reading, respectively. Gaussian noise with zero mean is added to every measurement. Numerical experiments have been performed on a computer with Intel Core i7 CPU 3.40 GHz and 4 GB of main memory. The tolerance value used for stopping the iteration procedure is set to 10^{-6} .

A. IEEE 14-Bus System

Fig. 2 shows the network topology of the IEEE 14-bus system. The measurement data of the IEEE 14-bus system are shown in Table I. The estimated states of HSE using the proposed initial guess method are summarized in Table II. With the proposed method, the iteration number required for Newton's procedure is 3 while the method in [5] needs 4 iterations.

The proposed HSE in presence of bad data is also performed and compared to the previous method [5]. Real and reactive powers flowing through line 6-13 are simulated as bad measurements by reversing their flow directions. Bad data identification results for the IEEE 14-bus system are shown in Table III. Both methods provide true identification results with the same value of $r_N^{\max}$. It can be seen that the proposed technique requires fewer iterations than the previous one. It should be noted that, for all test cases, the Newton method does not converge when using a flat-start as initial guess.

B. IEEE 57-Bus System

Fig. 3 shows the network topology of the IEEE 57-bus system. The position and type of the measurements for the IEEE 57-bus system are summarized in Table IV. HSE in presence of bad measurements for the IEEE 57-bus system has been performed. Real and reactive powers flowing through line 37-36 are simulated as bad measurements by reversing their flow directions. Moreover, the values of real and reactive powers flowing through line 49-13 are increased by 20%. The results of multiple bad data detection and elimination are summarized in Table V. Both methods are able to provide true identification results with the same $r_N^{\max}$ under test conditions.

C. Comparison Results

The number of iterations and the average computation times for normal conditions of the IEEE 14-bus and 57-bus systems with 5,000 Monte Carlo simulations are summarized in Table VI. It can be clearly seen that the proposed method requires less iterations and also less average computation time

than the previous method [5]. In addition, when using the flat-start as initial guess, the Newton method does not converge when there are branch current measurements since some elements of the Jacobian matrix H corresponding to the current magnitude and angle measurements become undefined.

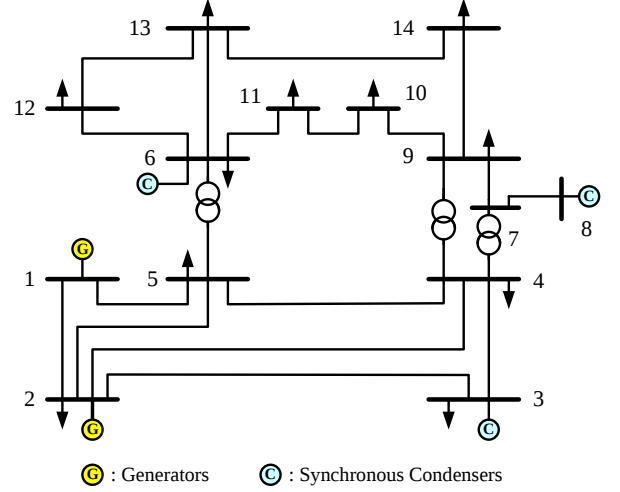


Fig. 2. IEEE 14-bus system.

TABLE I. MEASURING VALUES FOR THE IEEE 14-BUS SYSTEM

PMU			RTU		
	Mag.	Angle		P	Q
V_5	1.0204	-8.781°	S_{2-3}	0.7257	0.0354
V_9	1.0561	-14.952°	S_{4-2}	-0.5472	-0.0336
I_{5-1}	0.7139	173.255°	S_{4-3}	0.2373	-0.0542
I_{5-2}	0.3983	168.906°	S_{4-7}	0.2830	-0.0933
I_{5-4}	0.6235	5.194°	S_{6-11}	0.0731	0.0344
I_{5-6}	0.4497	-25.006°	S_{6-12}	0.0775	0.0246
I_{9-4}	0.1531	170.818°	S_{6-13}	-0.1777	0.0719
I_{9-7}	0.2700	154.969°	S_{7-8}	-0.0000	-0.1695
I_{9-10}	0.0642	-54.370°	S_{14-13}	-0.0565	-0.0157
I_{9-14}	0.0959	-36.168°		Mag.	
			V_4	1.0178	
			V_8	1.0909	

TABLE II. ESTIMATED STATES FOR THE IEEE 14-BUS SYSTEM

Bus	Magnitude/Phase Angle	
	True Value	Estimated Value
1	1.0600/ 0.000°	1.0599/ 0.000°
2	1.0450/ -4.981°	1.0449/ -4.982°
3	1.0100/-12.718°	1.0100/-12.712°
4	1.0186/-10.324°	1.0185/-10.325°
5	1.0203/ -8.783°	1.0202/ -8.783°
6	1.0700/-14.223°	1.0699/-14.223°
7	1.0620/-13.368°	1.0619/-13.370°
8	1.0900/-13.368°	1.0900/-13.370°
9	1.0563/-14.947°	1.0563/-14.949°
10	1.0513/-15.104°	1.0512/-15.107°
11	1.0571/-14.795°	1.0571/-14.793°
12	1.0552/-15.077°	1.0553/-15.075°
13	1.0504/-15.159°	1.0504/-15.153°
14	1.0358/-16.039°	1.0357/-16.042°

TABLE III. BAD DATA IDENTIFICATION FOR THE IEEE 14-BUS SYSTEM

Bad Meas.	Method	Bad Data Identify Cycle	Iteration	$r_N^{\max}$	Identify Meas.
P ₆₋₁₃ Q ₆₋₁₃	Ref. [5]	1	4	170.44	P ₆₋₁₃
		2	5	102.14	Q ₆₋₁₃
		3	4	0.91	None
	Proposed	1	3	170.44	P ₆₋₁₃
		2	3	102.14	Q ₆₋₁₃
		3	3	0.91	None

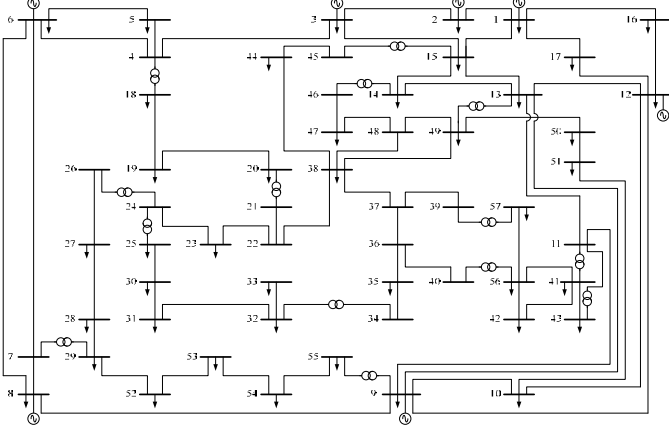


Fig. 3. IEEE 57-bus system.

TABLE IV. MEASUREMENT POSITIONS FOR THE IEEE 57-BUS SYSTEM

Meas.	Type	Position
PMU	Voltage Phasor	1, 8, 12, 20, 25, 26, 32, 38, 43, 45, 46, 50, 52, 56
	Current Phasor	1-2, 1-15, 1-16, 1-17, 8-6, 8-7, 8-9, 12-10, 12-13, 20-19, 20-21, 25-24, 25-30, 26-24, 26-27, 32-31, 32-33, 32-34, 38-22, 38-37, 38-44, 38-48, 38-49, 43-11, 43-41, 45-15, 46-14, 46-47, 50-49, 50-51, 52-29, 52-53, 56-40, 56-41, 56-42, 56-57
	Voltage Magnitude	21, 29, 31, 43, 47, 49
RTU	Power	2-3, 6-4, 6-5, 9-10, 9-11, 9-12, 9-13, 9-55, 15-3, 15-13, 15-14, 15-45, 19-18, 24-23, 24-25, 29-7, 29-28, 31-30, 34-35, 37-36, 37-39, 40-36, 41-43, 44-45, 47-48, 49-13, 49-48, 53-54

TABLE V. BAD DATA IDENTIFICATION FOR THE IEEE 57-BUS SYSTEM

Bad Meas.	Method	Bad Data Identify Cycle	Iteration	$r_N^{\max}$	Identify Meas.
P ₃₇₋₃₆ Q ₃₇₋₃₆ P ₄₉₋₁₃ Q ₄₉₋₁₃	Ref. [5]	1	4	179.78	P ₃₇₋₃₆
		2	5	88.33	Q ₃₇₋₃₆
		3	4	24.87	P ₄₉₋₁₃
		4	4	22.15	Q ₄₉₋₁₃
		5	4	1.65	None
	Proposed	1	4	179.78	P ₃₇₋₃₆
		2	4	88.33	Q ₃₇₋₃₆
		3	4	24.87	P ₄₉₋₁₃
		4	4	22.15	Q ₄₉₋₁₃
		5	4	1.65	None

TABLE VI. PERFORMANCE COMPARISON RESULTS

Method	Iteration		Average	
	Max.	Min.	Iteration	Time (sec.)
IEEE 14-Bus System				
Ref. [5]	4	4	4.00	0.0164
Proposed	3	2	2.84	0.0127
IEEE 57-Bus System				
Ref. [5]	4	4	4.00	0.0309
Proposed	4	3	3.02	0.0256

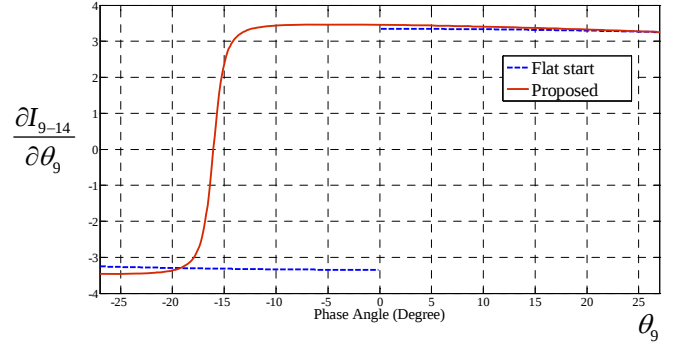
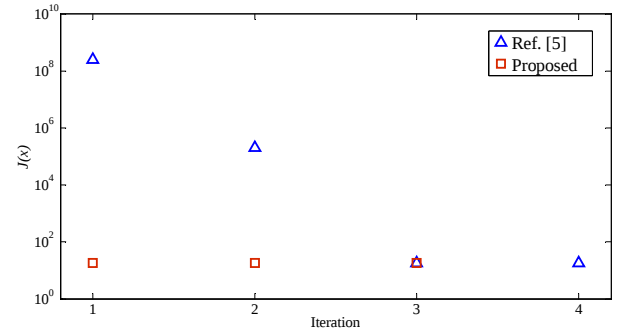
Fig. 4. Relation between $\partial I_{9-14}/\partial \theta_9$ and θ_9 for the IEEE 14-bus system.

Fig. 5. Objective function in each iteration for the IEEE 14-bus system.

Fig. 4 shows the effect of a flat-start with the variation of the partial derivative of the branch current magnitude flowing from bus no. 9 to 14 with respect to the phase angle of voltage at bus no. 9, $\partial I_{9-14}/\partial \theta_9$, in case of the IEEE 14-bus with no bad data. It can be seen that there is an abrupt change near $\theta_9 = 0$ when using a flat-start as initial guess. Moreover, at zero phase angle, the derivative becomes undefined. While using the initial guess obtained from Section III provides smooth variations.

The values of the objective functions $J(\mathbf{x})$ at each iteration are shown in Fig. 5 and 6 for the cases of IEEE 14-bus and 57-bus systems with normal conditions, respectively. It can be observed that the proposed initial guess yields a much smaller value of $J(\mathbf{x})$ than the technique in Ref. [5].

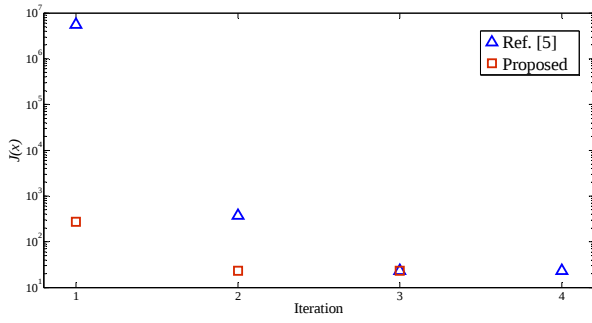


Fig. 6. Objective function in each iteration for the IEEE 57-bus system.

V. CONCLUSION

In this paper, an improved technique to determine the initial guess for the HSE has been proposed. Numerical results on the IEEE 14-bus and 57-bus systems show that the initial guess obtained by the proposed technique gives faster convergence than by the previous method [5] for the HSE utilizing mix-measurements.

ACKNOWLEDGMENT

The authors would like to thank the Thailand Research Fund (TRF) for supporting this research.

REFERENCES

- [1] A. Abur, and A. G. Expósito, *Power System State Estimation: Theory and Implementation*, U.S.A: Marcel Dekker, 2004.
- [2] R. O. Burnett Jr., M. M. Butts, T. W. Cease, V. Centeno, G. Michel, R. J. Murphy, and A. G. Phadke, "Synchronized phasor measurements of a power system event," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 9, no. 3, pp. 1643-1650, August 1994.
- [3] R. Avila-Rosales, M. J. Rice, J. Giri, L. Beard, and F. Galvan, "Recent experience with a hybrid SCADA/PMU on-line state estimator," presented at the IEEE Power & Energy Society General Meeting, 2009.
- [4] S. Chakrabarti, E. Kyriakides, G. Ledwich, and A. Ghosh, "Inclusion of PMU current phasor measurements in a power system state estimator," *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 4, no. 10, pp. 1104-1115, 2010.
- [5] C. Rakpenthai, and S. Uatrongjit, "A technique for determining initial guess of newton iterations in hybrid state estimation," submitted to *IEEE Trans. Power Syst. Letter*.
- [6] Power Systems Test Case Archive. [Online]. Available: <http://www.ee.washington.edu/research/pstca/>
- [7] S. Rump, "INTLAB-INTerval LABoratory," in *Developments in Reliable Computing*, T. Csendes, Ed. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer, 1999, pp. 77-104. [Online]. Available: <http://www.ti3.tu-harburg.de/rump>.

iEECON2014

The 2014 International Electrical Engineering Congress

MARCH 19-21, 2014

PATTAYA BEACH, THAILAND



CALL FOR PAPERS

The **International Electrical Engineering Congress (iEECON)** is a premier international conference organized by **EEAAT**, the *Electrical Engineering Academic Association (Thailand)*. The **iEECON2014** will provide a forum for researchers, engineers, and industry experts to discuss recent development, new ideas, and breakthroughs in Electrical Engineering technologies. The **iEECON2014** will be held at the **Montien Pattaya Hotel**, centrally located on Pattaya Beach Road, in the heart of Pattaya City, Thailand's premier beach destination. Participants will also experience sun with the variety of entertainment and beach activities.

IMPORTANT DATES

Special session proposal deadline:
AUGUST 30, 2013

Special session notification:
SEPTEMBER 13, 2013

Paper submission deadline:
SEPTEMBER 20, 2013

Paper acceptance notification:
NOVEMBER 8, 2013

Camera-ready submission
deadline:
DECEMBER 6, 2013

Early-bird registration deadline:
DECEMBER 13, 2013

Conference dates:
MARCH 19-21, 2014

iEECON2014 will provide parallel sessions with contributed papers on the following conferences but not preclude **other related topic areas**.

INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMMUNICATIONS

Communication Theory, Antennas and Propagation, Optical Communications, Microwaves, Wireless Communications, Signal Processing for Communication, Channel Coding, Multimedia Communications, Remote Sensing and Applications, etc.

INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRONICS & CONTROL

Analog Circuits, Filters and Data Conversion, Analog and Mixed Signal Processing, Embedded Computer System, Robotics, VLSI Design, Biomedical Electronics, Industrial Electronics and automation, Adaptive Control, Electric Circuit Technology, Fault Tolerance and Detection, etc.

INTERNATIONAL CONFERENCE ON DIGITAL SIGNAL PROCESSING

Image and Video Processing, Audio and Speech Processing, Pattern Recognition, Biomedical Signal Processing, Computer Vision and Pattern Recognition, Adaptive Signal Processing, Machine Learning for Signal Processing, etc.

INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER & ENERGY

Smart Grid: Technology, Planning, Management, Operation, and Control; **Electric Power Systems:** Generation Transmission and Distribution, Electrical Machines, Energy Conversions, Renewable Energy Sources, Power Electronics, Energy Systems, Power Quality, High Voltage Engineering, etc.

INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER & IT

Computer Networks, Cloud Communication and Networking, Data Mining, Artificial Intelligence, Computational Theory, Information System, High Performance Computing, Computer Security, Software Engineering, Distributed and Parallel Computing, Web Services and Internet Computing, Multi-agent Systems, Human Computer Interaction, etc.

For more information, please
refer to the conference
website : www.ieecon.org



WLAV Based State Estimation of Power System Using Pseudo-Voltage Measurements

Chawasak Rakpenthai

Department of Electrical Engineering,
School of Engineering, University of Phayao,
Phayao 56000, Thailand
chawasak@hotmail.com

Sermak Uatrongjit

Department of Electrical Engineering,
Faculty of Engineering, Chiang Mai University,
Chiang Mai 50200, Thailand
sermsak@eng.cmu.ac.th

Abstract—This paper presents a new power system state estimation method based on pseudo-measurements. The conventional and synchronizing phasor measurements are employed to calculate the pseudo-measurements of voltage and current phasors. Using pseudo-measurement, the measurement matrix which describes relations between measurements and state variables contains only 0 or 1. In this work, the state estimation problem is formulated based on the weighted least absolute value (WLAV) criteria. The solutions are obtained by an interior point method considering equality and inequality constraints. Comparisons with the conventional hybrid method are also performed on the IEEE 14-bus system in the presence of bad data. Results indicate that the proposed method can provide accurate solutions but with smaller computation time.

Index Terms—Pseudo-voltage measurement, power system state estimation, synchronizing phasor measurement, weighted least absolute value.

I. INTRODUCTION

NOWADAYS monitoring system in a power system control center depends on state estimators which are based on data collected via supervisory control and data acquisition (SCADA) system. The available measurements are used in order to determine the best estimation of power system states, which are usually all the bus voltage magnitudes and phase angles in the system buses [1]. State estimation plays an important role in energy management systems and supports in the security and reliability of power system operation. The measured data at substations are obtained by transducers and recorded by the remote terminal units (RTUs). Since each RTU collects data at different snapshot time, usage of devices called phasor measurement units (PMUs), which measured values are the voltage and current phasors collected at the synchronizing time of the global positioning system, becomes more popular [2]. The measured values obtained from PMUs are very accurate. In practice, PMUs are usually installed in specific buses due to their high costs. Therefore, RTUs and PMUs data should be utilized to estimate power system states and a hybrid state estimator is considered. Three different approaches to the inclusion of the current phasors measured by PMUs in a conventional state estimator, i.e. inclusion of branch current magnitude and phase angle; real and imaginary part of

the branch current phasors and the pseudo-voltage measurements, have been developed and compared in [3]. The hybrid state estimation methods are formulated using polar form of the estimated bus voltages and then the problems are solved based on weighted least squares (WLS) method. The measurement Jacobian matrix obtained from these methods need to be re-evaluated at each iteration. The performances of the state estimators are compared in terms of the convergence properties and the variance in the estimated states. Results indicate that the real and imaginary part of the current phasor give better performance in terms of the accuracy of the estimator and convergence characteristics.

It is known that WLS state estimators are not robust in the presence of bad data. To improve the robustness of power system state estimation, weighted least absolute value (WLAV) criteria may be applied to the problem since WLAV state estimators are able to handle the bad data as long as the data are not measured at leverage points [1]. However, the WLAV methods usually need more computational effort than the WLS methods. An efficient interior point based method for robust power system state estimation based on WLAV criterion has been proposed [4]. The method employs state variables in rectangular coordinates and equivalent measurements technique in order to obtain the linear measurement functions with linear constraints of state variables. The Jacobian matrix of equivalent measurement functions is constant when the estimated state variables are approaching to the solution. Results on large size systems indicate that the proposed WLAV based state estimation can be comparable with the WLS based method in term of computation burden. However, the conventional measurements are only performed.

This paper presents an alternative approach for robust power system state estimation method based on the pseudo-measurement techniques and the usage of complex numbers in polar forms to represent the state variables and the measurement values. The concept of the pseudo-measurement is employed to convert current phasors and power measurements into the pseudo-voltage quantities at the receiving end of transmission lines. Using the voltage phasors obtained from PMUs and the calculated pseudo-voltage measurements as the measurements with all bus voltages as the estimated states, the measurement model can be written as a

linear relation between the measured quantities and the states to be estimated. In addition, the elements of the measurement matrix become either 0 or 1. This formulation allows the information collected from both RTUs and PMUs to be used in the state estimation of the power system. The solution algorithm based on WLAV approach [4] is applied to solve the proposed state estimation formulation.

This paper is organized as follows. Calculations of pseudo-measurements are described in Section II. State estimation problem based on the interior point WLAV method is formulated in Section III. Numerical results of the proposed algorithm are illustrated and compared with the conventional state estimation method in Section IV. Finally, conclusion is given in Section V.

II. CALCULATION OF PSEUDO-MEASUREMENTS

A. Pseudo-Voltage Measurement

Fig.1 shows a transmission line π model, assume that we know the voltage phasor at bus k , $\vec{V}_k = V_k \angle \theta_k$, and the current phasor flowing through the transmission line from bus k to bus n , $\vec{I}_{kn} = I_{kn} \angle \theta_{kn}$, the voltage phasor at bus n can be given by

$$\vec{V}_n = \vec{Z}_{se} \vec{Y}_{sh} \vec{V}_k + \vec{V}_k - \vec{Z}_{se} \vec{I}_{kn} = A + jB, \quad (1)$$

where

$\vec{Z}_{se} = Z_{se} \angle \theta_{se}$ is the series impedance of transmission line,

$\vec{Y}_{sh} = Y_{sh} \angle \theta_{sh}$ is the admittance of the transmission line,

$$A = [Z_{se} Y_{sh} \cos \alpha_1 + \cos \theta_k] V_k - Z_{se} I_{kn} \cos \alpha_2, \quad (2)$$

$$B = [Z_{se} Y_{sh} \sin \alpha_1 + \sin \theta_k] V_k - Z_{se} I_{kn} \sin \alpha_2, \quad (3)$$

here $\alpha_1 = \theta_{se} + \theta_{sh} + \theta_k$ and $\alpha_2 = \theta_{se} + \theta_{kn}$.

The magnitude and phase angle of voltage phasor at bus n can be obtained by

$$V_n = \sqrt{A^2 + B^2}, \quad (4)$$

$$\theta_n = \tan^{-1}(B/A). \quad (5)$$

B. Pseudo-Current Measurement

Considering Fig.1, if we know the voltage phasor at bus k and the branch power flowing from bus k to bus n , $\vec{S}_{kn} = P + jQ = S \angle \phi$, then the magnitude and phase angle of current phasor (or pseudo-current measurement) can be obtained as follows

$$I_{kn} = \sqrt{P^2 + Q^2} / V_k, \quad (6)$$

$$\theta_{kn} = -\tan^{-1}(Q/P) + \theta_k. \quad (7)$$

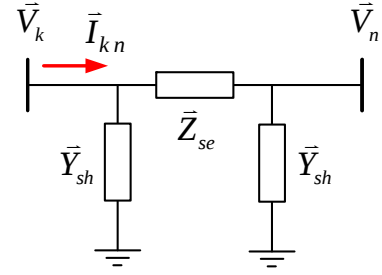


Fig. 1. Transmission line model.

The pseudo-current measurement calculated from this subsection will be used as current phasor obtained from the PMU. Then the magnitude and phase angle of the pseudo-voltage measurement can be calculated as described in subsection II-A.

III. STATE ESTIMATION FORMULATION

The magnitude of bus voltages, currents, and the branch powers can be obtained from remote terminal units while magnitude and phase angle of voltage and current phasors are captured from phasor measurement units. Using the concept of pseudo-measurements as described in Section II, a general form of the WLAV state estimation with constraints can be formulated as the following optimization problem:

$$\begin{aligned} & \text{minimize } \mathbf{w}^T |\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{x}|, \\ & \text{subject to } \begin{cases} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \leq 0, \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

where,

$\mathbf{z}$ is the vector of the measured values (magnitude and phase angle of bus voltages),

$\mathbf{x}$ is the vector of the state variables,

$\mathbf{w}$ is the vector of weighting factors,

$\mathbf{H}$ is the measurement matrix whose elements are either 0 or 1,

$\mathbf{f}(\mathbf{x})$ denotes the vector of inequality constraints,

$\mathbf{g}(\mathbf{x})$ represents the vector of equality constraints, and superscript T denotes the matrix transpose operation.

The optimization problem (8) can be converted to an equivalent problem as follows

$$\begin{aligned} & \text{minimize } \mathbf{w}^T \mathbf{r}, \\ & \text{subject to } \begin{cases} \mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{x} \leq \mathbf{r}, \\ -\mathbf{z} + \mathbf{H}\mathbf{x} \leq \mathbf{r}, \\ \mathbf{f}(\mathbf{x}) \leq 0, \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0, \\ \mathbf{r} \geq 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

where $\mathbf{r}$ is called the residue vector. The WLAV state estimation with nonlinear constraints can be solved using an efficient interior point method [4].

IV. CASE STUDIES

The proposed WLAV state estimator based on pseudo-measurements has been implemented in the MATLAB environment. The INTLAB toolbox [5] has been applied to automatically evaluate all Jacobian matrices. The maximum uncertainties of voltage and current phasors are 0.02% and 0.03% of the reading, respectively, while the maximum uncertainty in the measurement of phase angle is 0.01° . The maximum uncertainties of power measurements are 2.0% of the reading. Gaussian noise with zero mean is added to the actual measurements and the tolerance used to define convergence is 10^{-4} . The lower and the upper limits of the voltage magnitudes are 0.8 and 1.20 per unit, respectively. The bound limits are included as inequality constraints while voltage phase angle at reference bus of power system is considered as equality constraint. All numerical experiments have been performed on a computer with Intel Core i7 CPU 3.40 GHz and 4 GB of main memory. Comparisons are performed between two state estimation methods:

- (a) WLAV#1: the conventional hybrid state estimator which the measurement vector consists of the voltage and the current phasors, and powers ($P&Q$), and
- (b) WLAV#2: the proposed state estimator which the measurement vector consists of the voltage phasors and the pseudo-voltage measurements in polar form.

In this test, the interior point method [4] is applied to solve both WLAV state estimators. The IEEE 14-bus system is used as a test system. For WLAV#1 method, branch power technique based on flat start is used for the initialization of iterative process due to convergence problem. The elements of the measurement Jacobian matrix $\mathbf{H}$ in the conventional state estimation can have very large or undefined values for a certain range of voltages and phase angles, when there are current magnitude measurements [1]. In addition, these measurements may lead to multiple solutions depending on the initialization of the iterative solution [6]. However, for WLAV#2 method, the initial setting of magnitudes of all bus voltages are 1.0 per unit while their angles are 0.0° . This implies that the initialization of the proposed WLAV#2 method can be flat start without facing any convergence problem. The weighting factors of the both WLAV methods are set to 1.

The accuracy of the estimation results in the presence of measurement noise are evaluated using the following performance indices:

$$\Delta V_{avg} = \frac{1}{n_M} \sum_{m=1}^{n_M} \frac{1}{n_b} \|\Delta V^m\|_2, \quad (10)$$

$$\Delta \theta_{avg} = \frac{1}{n_M} \sum_{m=1}^{n_M} \frac{1}{n_b} \|\Delta \theta^m\|_2, \quad (11)$$

where $\Delta V^m = V^{true} - V^{est,m}$, $\Delta \theta^m = \theta^{true} - \theta^{est,m}$. Here V^{true} and θ^{true} are the vector of true bus voltage magnitude and

phase angle, $V^{est,m}$ and $\theta^{est,m}$ are the vector of estimated bus voltage magnitude and phase angle obtained from the m -th Monte Carlo simulation, n_b is the number of buses, and n_M is the number of Monte Carlo simulations.

Fig. 2 illustrates the IEEE 14-bus system including the measurements. The voltage phasors at the receiving end of transmission lines connecting with PMU bus (bus no. 5 and 9) are calculated by using the voltage and current phasor measurements as described in Section II. The voltage phasors at the receiving end are considered as the pseudo-voltage measurements and used to calculate the pseudo-current measurements at the sending end of the transmission lines placing the power measurements. Then, the pseudo-voltage measurements at the sending end are used to calculate the pseudo-voltage measurements at the receiving end of the transmission lines placing the power measurements.

Table I lists the actual measured values for the IEEE 14-bus system. Table II lists the pseudo-voltage measurements according to the actual measurements. The estimated voltage magnitudes and the estimated phase angles for the IEEE 14-bus system are shown in Table III. Note that the proposed WLAV#2 method provides the good estimation results as well as that obtained from the WLAV#1 method.

To investigate performance of the proposed state estimator in presence of bad measurements, both power measurements S_{4-3} and S_{10-11} are increased by 20%. Table IV lists the estimated values of the bad measurements.

The number of iterations and the average computation times for the IEEE 14-bus system with 1,000 Monte Carlo simulations are summarized in Table V. It can be clearly seen that the WLAV#1 method requires more iterations and the average computation time than the WLAV#2 method.

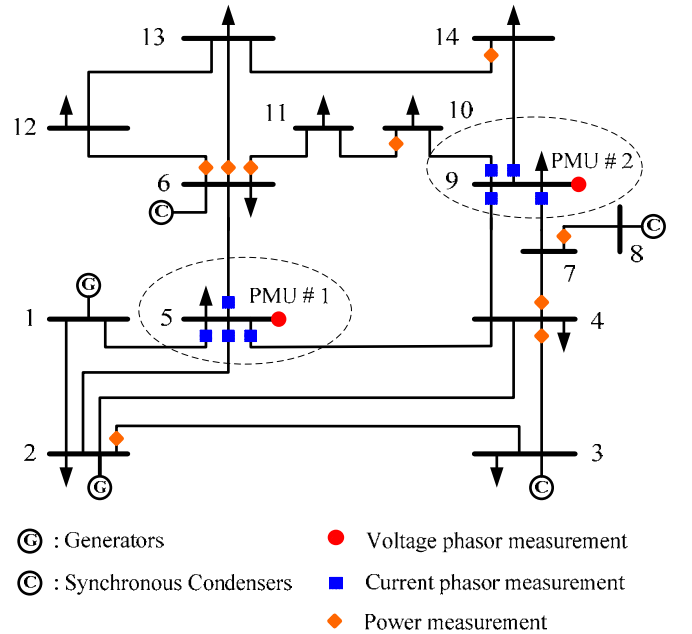


Fig. 2. IEEE 14-bus system including the measurements.

TABLE I. ACTUAL MEASUREMENTS

Phasor measurement			Power measurement		
Type	Mag.	Angle	Type	P	Q
Measurement set A					
V ₅	1.0202	-8.783°	S ₂₋₃	0.7299	0.0355
I ₅₋₁	0.7137	173.274°	S ₄₋₃	0.2383	-0.0537
I ₅₋₂	0.3984	168.910°	S ₄₋₇	0.2757	-0.0928
I ₅₋₄	0.6236	5.197°	S ₆₋₁₁	0.0741	0.0346
I ₅₋₆	0.4498	-25.009°	S ₆₋₁₂	0.0774	0.0250
			S ₆₋₁₃	0.1787	0.0727
Measurement set B					
V ₉	1.0565	-14.944°	S ₇₋₈	-0.0000	-0.1706
I ₉₋₄	0.1531	170.826°	S ₁₀₋₁₁	-0.0374	-0.0152
I ₉₋₇	0.2701	155.006°	S ₁₄₋₁₃	-0.0562	-0.0160
I ₉₋₁₀	0.0642	-54.364°			
I ₉₋₁₄	0.0959	-36.176°			

TABLE II. PSEUDO-VOLTAGE MEASUREMENTS

Type	Mag.	Angle	Type	Mag.	Angle
Measurement set A					
V ₁	1.0598	-0.000°	V ₃	1.0100	-12.697°
V ₂	1.0449	-4.981°	V ₃	1.0098	-12.730°
V ₄	1.0186	-10.325°	V ₇	1.0616	-13.314°
V ₆	1.0699	-14.223°	V ₁₁	1.0570	-14.804°
			V ₁₂	1.0552	-15.073°
			V ₁₃	1.0502	-15.165°
Measurement set B					
V ₄	1.0187	-10.321°	V ₈	1.0903	-13.365°
V ₇	1.0620	-13.365°	V ₁₁	1.0571	-14.796°
V ₁₀	1.0514	-15.101°	V ₁₃	1.0507	-15.151°
V ₁₄	1.0359	-16.036°			

TABLE III. ESTIMATED STATES

Bus	True value	Estimated value	
	Mag./Angle	WLAV#1	WLAV#2
1	1.0600/ 0.000°	1.0599/ 0.000°	1.0598/ 0.000°
2	1.0450/ -4.981°	1.0448/ -5.005°	1.0449/ -4.981°
3	1.0100/-12.718°	1.0098/-12.729°	1.0099/-12.714°
4	1.0186/-10.324°	1.0186/-10.325°	1.0186/-10.323°
5	1.0203/ -8.783°	1.0202/ -8.782°	1.0202/ -8.783°
6	1.0700/-14.223°	1.0700/-14.216°	1.0699/-14.223°
7	1.0620/-13.368°	1.0619/-13.363°	1.0618/-13.340°
8	1.0900/-13.368°	1.0902/-13.363°	1.0903/-13.365°
9	1.0563/-14.947°	1.0563/-14.942°	1.0565/-14.944°
10	1.0513/-15.104°	1.0513/-15.100°	1.0514/-15.101°
11	1.0571/-14.795°	1.0570/-14.795°	1.0571/-14.800°
12	1.0552/-15.077°	1.0552/-15.066°	1.0552/-15.073°
13	1.0504/-15.159°	1.0502/-15.157°	1.0504/-15.158°
14	1.0358/-16.039°	1.0357/-16.039°	1.0359/-16.036°

TABLE IV. ESTIMATED VALUES OF BAD DATA

Bad data	True	Measured	Estimated	
			WLAV#1	WLAV#2
P ₄₋₃	0.2370	0.2860	0.2860	0.2608
Q ₄₋₃	-0.0542	-0.0644	-0.0644	-0.0589
P ₁₀₋₁₁	-0.0377	-0.0449	-0.0448	-0.0406
Q ₁₀₋₁₁	-0.0153	-0.0183	-0.0181	-0.0165

TABLE V. PERFORMANCE COMPARISON RESULTS

Method	Average		ΔV_{avg}	$\Delta \theta_{avg}$
	Iteration	Time (sec.)		
No bad data				
WLAV#1	14.09	0.048	0.43×10^{-4}	0.37×10^{-2}
WLAV#2	9.99	0.011	0.41×10^{-4}	0.33×10^{-2}
Bad data				
WLAV#1	14.28	0.047	1.04×10^{-4}	3.57×10^{-2}
WLAV#2	9.99	0.007	0.67×10^{-4}	1.81×10^{-2}

V. CONCLUSION

In this paper, a new robust state estimation method for power system with conventional and synchronizing phasor measurements has been presented. The magnitudes and phase angles of all bus voltages are the estimated state variables. Since the algorithm uses the pseudo-voltage measurements as the measurement vector, the elements of the measurement matrix become either 0 or 1. The state estimation solution is obtained using the interior point method. Results on the IEEE 14-bus system show that the proposed algorithm provides more rapidly solution than the conventional hybrid method. Moreover, the convergence problem does not occur when there are the current magnitude measurements.

ACKNOWLEDGMENT

The authors would like to thank the Thailand Research Fund (TRF) for supporting this research.

REFERENCES

- [1] A. Abur and A. G. Expósito, Power System State Estimation: Theory and Implementation, U.S.A: Marcel Dekker, 2004.
- [2] R. O. Burnett Jr., M. M. Butts, T. W. Cease, V. Centeno, G. Michel, R. J. Murphy, and A. G. Phadke, "Synchronized phasor measurements of a power system event," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 9, no. 3, pp. 1643-1650, August 1994.
- [3] S. Chakrabarti, E. Kyriakides, G. Ledwich, and A. Ghosh, "Inclusion of PMU current phasor measurements in a power system state estimator," IET Generation, Transmission & Distribution, vol. 4, no. 10, pp. 1104-1115, 2010.
- [4] C. Rakpenthai, S. Uatrongjit, I. Ngamroo, and N. R. Watson, "Weighted least absolute value power system state estimation using rectangular coordinates and equivalent measurement functions," IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering, vol. 6, no. 6, pp. 534-539, November 2011.
- [5] S. Rump, "INTLAB-INTERVAL LABORATORY," in Developments in Reliable Computing, T. Csendes, Ed. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer, 1999, pp. 77-104. [Online]. Available: <http://www.ti3.tu-harburg.de/rump>.
- [6] A. Abur and A. G. Expósito, "Detecting multiple solutions in state estimation in the presence of current magnitude measurements," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, no. 1, pp. 370-375, February 1997.

ความไม่แน่นอนของเครื่องวัดเทียมสำหรับการประมาณสถานะของระบบไฟฟ้ากำลัง

Pseudo-Measurement Uncertainty for State Estimation of Electrical Power System

เชวศักดิ์ รักเป็นไทย¹ และ เสริมศักดิ์ เอื้อตรงจิตต์²

¹สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยพะเยา

ตำบลแม่กา อำเภอเมือง จังหวัดพะเยา 56000 โทรศัพท์ : 054-466666 E-mail: chawasak@hotmail.com

²ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

ตำบลสุเทพ อำเภอเมือง จังหวัดเชียงใหม่ 50200 โทรศัพท์ : 053-944140 E-mail: sermsak@eng.cmu.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอการประยุกต์เทคนิคการวัดเทียมเพื่อประมาณสถานะของระบบไฟฟ้ากำลัง ความไม่แน่นอนในเครื่องวัดเทียมถูกประเมินโดยใช้ทฤษฎีการแพร่กระจายความไม่แน่นอน การใช้เครื่องวัดแรงดันเทียมร่วมกับตัวแปรสถานะในพิกัดเชิงขั้วทำให้สมการการวัดอยู่ในรูปความสัมพันธ์เชิงเส้น ตัวประมาณสถานะบนพื้นฐานค่ากำลังสองน้อยสุดถ่วงน้ำหนักถูกพัฒนาขึ้นเพื่อหาผลเฉลยของค่าสถานะที่ถูกประมาณ ผลลัพธ์แสดงให้เห็นว่า วิธีที่นำเสนอให้สถานะที่ถูกประมาณได้อย่างแม่นยำสำหรับระบบไฟฟ้ากำลังที่มีเครื่องวัดเฟสเซอร์เข้าจังหวะและเครื่องวัดแบบดั้งเดิม

คำสำคัญ: ความไม่แน่นอนในการวัด เครื่องวัดเทียม การประมาณสถานะ การวัดเฟสเซอร์เข้าจังหวะ

Abstract

This paper presents an application of the pseudo-measurement techniques for state estimation of electrical power system. Uncertainties for the pseudo-measurements are evaluated by using the classical uncertainty propagation theory. Usage of the pseudo-voltage measurement and polar forms of state variables make the measurement equations linear. The weighted least squares state estimator is developed to solve the estimated state values. Numerical results show that the proposed method provides the accurate estimated states for electrical power system with synchronizing phasor and conventional measurements.

Keywords: measurement uncertainty, pseudo-measurements, state estimation, synchronizing phasor measurement

1. คำนำ

หน่วยเครื่องปลายทางไกล (Remote Terminal Units: RTUs) จะส่งข้อมูลจากสถานีไฟฟ้าย่อยไปยังศูนย์กลางการควบคุมระบบ ข้อมูลที่ได้จาก RTUs จะเป็นขนาดแรงดันและกำลังไฟฟ้าซึ่งไม่เข้าจังหวะเวลา ดังนั้นข้อมูลการวัดที่ได้จาก RTUs แต่ละเครื่องจึงมีความคลาดเคลื่อนในแง่ของเวลาที่วัด ปัจจุบันได้มีการใช้การวัดเฟสเซอร์เข้าจังหวะ

(Synchronizing phasor measurements) ในระบบไฟฟ้ากำลังสมัยใหม่กันมากขึ้น โดยใช้อุปกรณ์ที่เรียกว่า หน่วยการวัดเฟสเซอร์ (Phasor Measurement Units: PMUs) ซึ่งค่าที่ได้จะเป็นปริมาณเฟสเซอร์ของแรงดันและกระแส PMUs ใช้การเข้าจังหวะเวลาโดยความถี่ ดังนั้นค่าที่วัดได้จาก PMUs จึงมีความแม่นยำสูง [1] แต่ในทางปฏิบัติมักติดตั้ง PMUs เพียงเฉพาะบางสถานีไฟฟ้าย่อยที่จำเป็น เพราะการติดตั้ง PMUs ยังมีต้นทุนสูง ดังนั้นตัวประมาณสถานะระบบไฟฟ้ากำลังจึงควรนำข้อมูลที่ได้ทั้งจาก RTUs และ PMUs มาใช้ประโยชน์ในการประมาณค่าสถานะ

บทความ [2] ได้นำเสนอวิธีการประมาณความไม่แน่นอน (Uncertainty) ในรูปส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานในการวัดของเครื่องวัดเทียม (Pseudo-measurement) ซึ่งใช้ข้อมูลการวัดจาก PMUs เพื่อนำไปใช้กับการประมาณค่าสถานะแบบกำลังสองน้อยสุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted least squares) [3] โดยได้เปรียบเทียบวิธีการประมาณ 3 วิธี คือ ทฤษฎีการแพร่กระจายความไม่แน่นอน (Uncertainty propagation theory) วิธีมอนติคาร์โล (Monte Carlo method) และตัวแปรฟัซซี่สุ่ม (Random fuzzy variables) การทดสอบใช้ระบบ IEEE ขนาด 14 บัส ที่ติดตั้งเฉพาะ PMUs

ในบทความนี้นำเสนอการประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัดของเครื่องวัดเทียม โดยใช้ข้อมูลการวัดจากเครื่องวัดจริงทั้งแบบ RTUs และ PMUs เรายังได้นำการวัดเทียมเหล่านี้มาใช้ในการประมาณสถานะ โดยเลือกใช้ค่าการวัดเทียมเป็นเฟสเซอร์แรงดันบัสและใช้เฟสเซอร์แรงดันบัสเป็นตัวแปรสถานะ ดังนั้น เมทริกซ์การวัดจึงมีสมาชิกเป็นศูนย์และหนึ่งเท่านั้น การหาผลเฉลยจึงกระทำได้ง่ายโดยไม่ต้องอาศัยการซ้ำ

2. ความไม่แน่นอนในเครื่องวัดเทียม

2.1 การวัดแรงดันเทียม (Pseudo-voltage measurement)

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการหาขนาดและมุมเฟสของแรงดันเทียม ถ้าเราทราบเฟสเซอร์แรงดันที่บัส k และกำลังไฟฟ้าที่ไหลจากบัส k ไปยังบัส n ให้เฟสเซอร์แรงดันบัสที่ i คือ $\vec{V}_i = V_i \angle \theta_i$ และเฟสเซอร์กระแสที่ไหลจากบัส k ไปยังบัส n เป็น $\vec{I}_{kn} = I_{kn} \angle \theta_{kn}$ จากแบบจำลอง π สายส่ง เราสามารถเขียนสมการแรงดันที่บัส n ได้เป็น

$$\vec{V}_n = \vec{Z}_{se} \vec{Y}_{sh} \vec{V}_k + \vec{V}_k - \vec{Z}_{se} \vec{I}_{kn} = A + jB \quad (1)$$

โดยที่ $\vec{Z}_{se} = Z_{se} \angle \theta_{se}$ และ $\vec{Y}_{sh} = Y_{sh} \angle \theta_{sh}$ คือ อิมพีแดนซ์อนุกรมและแอดมิตแตนซ์ขนานของสายส่งตามลำดับ และได้ว่า

$$A = [Z_{se} Y_{sh} \cos \alpha_1 + \cos \theta_k] V_k - Z_{se} I_{kn} \cos \alpha_2 \quad (2)$$

$$B = [Z_{se} Y_{sh} \sin \alpha_1 + \sin \theta_k] V_k - Z_{se} I_{kn} \sin \alpha_2 \quad (3)$$

ทั้งนี้ $\alpha_1 = \theta_{se} + \theta_{sh} + \theta_k$ และ $\alpha_2 = \theta_{se} + \theta_{kn}$ ดังนั้นขนาดและมุมเฟสของ $\vec{V}_n$ จะสามารถคำนวณได้จาก

$$V_n = \sqrt{A^2 + B^2} = f_{V_n}(V_k, \theta_k, I_{kn}, \theta_{kn}) = f_{V_n}(X) \quad (4)$$

$$\theta_n = \tan^{-1}(B/A) = f_{\theta}(V_k, \theta_k, I_{kn}, \theta_{kn}) = f_{\theta}(X) \quad (5)$$

โดยที่เราให้ $X = [V_k \ \theta_k \ I_{kn} \ \theta_{kn}]^T = [X_1 \ X_2 \ X_3 \ X_4]^T$

จากสมการที่ (4) และ (5) สามารถหอนุพันธ์ย่อยของ V_n และ θ_n เทียบกับ X_m ได้เป็น

$$\frac{\partial V_n}{\partial X_m} = \frac{1}{V_n} \left(A \frac{\partial A}{\partial X_m} + B \frac{\partial B}{\partial X_m} \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial \theta_n}{\partial X_m} = \frac{1}{V_n^2} \left(A \frac{\partial B}{\partial X_m} - B \frac{\partial A}{\partial X_m} \right) \quad (7)$$

โดยการใช้ทฤษฎีการแพร่กระจายความไม่แน่นอน [4] เราสามารถคำนวณความไม่แน่นอนมาตรฐาน (Standard uncertainty) ของขนาดและมุมเฟสของแรงดันที่บัส n ได้ดังนี้

$$u(V_n) = \sqrt{\sum_{m=1}^4 \left(\frac{\partial V_n}{\partial X_m} u(X_m) \right)^2} \quad (8)$$

$$u(\theta_n) = \sqrt{\sum_{m=1}^4 \left(\frac{\partial \theta_n}{\partial X_m} u(X_m) \right)^2} \quad (9)$$

โดยที่ $u(X_m)$ แทนความไม่แน่นอนมาตรฐานในการวัด X_m ถ้าการกระจายของค่าการวัดเป็นแบบสม่ำเสมอ (Uniform distribution) ความไม่แน่นอนมาตรฐานในการวัดจะสามารถเขียนในพจน์ของความไม่แน่นอนสูงสุดในการวัดได้เป็น

$$u(X_m) = \frac{\Delta X_m}{\sqrt{3}} \quad (10)$$

โดยที่ ΔX_m คือ ความไม่แน่นอนสูงสุดในการวัด X_m ซึ่งอาจจะได้มาจากโรงงานผลิต นอกจากนี้เราอาจประมาณความไม่แน่นอนมาตรฐานในการวัดให้เป็นส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการวัดได้ [2]

2.2 การวัดกระแสเทียม (Pseudo-current measurement)

ในหัวข้อนี้อธิบายการหาขนาดและมุมเฟสของกระแสเทียมถ้าเราทราบเฟสเซอร์แรงดันที่บัส k และกำลังไฟฟ้าที่ไหลจากบัส k ไปยังบัส n กำหนดให้กำลังที่ไหลเป็น $\vec{S}_{kn} = P + jQ = S \angle \phi$ เราสามารถคำนวณขนาดและมุมเฟสของกระแสเทียมได้ ดังนี้

$$I_{kn} = \sqrt{P^2 + Q^2} / V_k = f_{I_{kn}}(V_k, \theta_k, P, Q) = f_{I_{kn}}(Y) \quad (11)$$

$$\theta_{kn} = -\tan^{-1}(Q/P) + \theta_k = f_{\theta_{kn}}(V_k, \theta_k, P, Q) = f_{\theta_{kn}}(Y) \quad (12)$$

โดยที่ $Y = [V_k \ \theta_k \ P \ Q]^T$ จากสมการที่ (11) และ (12) นั้น เราสามารถหอนุพันธ์ย่อยของขนาดและมุมเฟสของกระแสเทียมเทียบกับ Y ได้ดังนี้

$$\frac{\partial I_{kn}}{\partial Y} = \begin{bmatrix} -\frac{S}{V_k^2} & 0 & \frac{P}{V_k S} & \frac{Q}{V_k S} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\frac{\partial \theta_{kn}}{\partial Y} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{Q}{S^2} & -\frac{P}{S^2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

เราสามารถคำนวณความไม่แน่นอนมาตรฐานของขนาดและมุมเฟสของกระแสเทียมในทำนองเดียวกับการวัดแรงดันเทียม ในบทความนี้เราใช้ค่าการวัดเป็นเฟสเซอร์แรงดันเทียม (ขนาดและมุมเฟสของแรงดันบัส) ดังนั้น ขนาดและมุมเฟสของกระแสเทียมที่คำนวณได้จากหัวข้อ 2.2 จะต้องถูกนำไปใช้เสมือนเป็นเฟสเซอร์กระแสที่ได้จาก PMU สำหรับคำนวณขนาดและมุมเฟสของเฟสเซอร์แรงดันเทียม ตามวิธีในหัวข้อ 2.1

3. สมการการวัด

โดยการใช้ค่าการวัดเป็นขนาดและมุมเฟสของแรงดัน ซึ่งได้จาก PMUs และเครื่องวัดเทียม และกำหนดให้ตัวแปรสถานะเป็นขนาดและมุมเฟสของแรงดันบัสต่าง ๆ ในระบบไฟฟ้ากำลัง เราสามารถเขียนสมการการวัดในการประมาณสถานะของระบบไฟฟ้ากำลังในรูปแบบความสัมพันธ์เชิงเส้นได้ ดังนี้

$$z = Hx + \varepsilon \quad (15)$$

โดยที่ x คือ เวกเตอร์ของตัวแปรสถานะที่ต้องการประมาณค่า

H คือ เมทริกซ์การวัด ซึ่งมีสมาชิกเป็นศูนย์และหนึ่งเท่านั้น

z คือ เวกเตอร์ของปริมาณเฟสเซอร์แรงดัน (ขนาดและมุมเฟส)

ε คือ เวกเตอร์ของความผิดพลาดในการวัด

จากสมการที่ (15) เมื่อใช้การประมาณแบบกำลังสองน้อยสุดถ่วงน้ำหนัก เราจะได้ค่าสถานะเป็น

$$x = G^{-1} H^T R_z^{-1} z \quad (16)$$

โดยที่ R_z คือ เมทริกซ์โควาเรียนซ์ (Covariance matrix) ของ z

$G = H^T R_z^{-1} H$ คือ เมทริกซ์ขยาย (Gain matrix) [3]

4. ผลการจำลอง

ในหัวข้อนี้กล่าวถึงผลการทดสอบการประมาณสถานะของระบบไฟฟ้ากำลังโดยใช้ค่าการวัดเป็นเฟสเซอร์แรงดันของบัสที่ติดตั้ง PMU และเฟสเซอร์แรงดันจากเครื่องวัดเทียม ตัวประมาณสถานะบนพื้นฐานค่ากำลังสองน้อยสุดถ่วงน้ำหนักถูกพัฒนาขึ้นบนโปรแกรม MATLAB เพื่อใช้หาผลเฉลยของสมการที่ (15) และใช้ระบบทดสอบเป็นระบบมาตรฐาน IEEE ขนาด 14 บัส ดังแสดงในรูปที่ 1 ในที่นี้เราใช้ PMU 2 ชุด แยกเป็น 2 เซตเครื่องวัด ดังนี้

เซตเครื่องวัด 1:

PMU บัส 5 ให้เฟสเซอร์แรงดันของบัส 5 และให้เฟสเซอร์แรงดันเทียมบัส 1, 2, 4, และ 6

เครื่องวัดกำลังที่บัส 2 และ 4 ให้เฟสเซอร์แรงดันเทียมบัส 3

เครื่องวัดกำลังที่บัส 6 ให้เฟสเซอร์แรงดันเทียมบัส 11, 12, และ 13

เซตเครื่องวัด 2:

PMU บัส 9 ให้เฟสเซอร์แรงดันของบัส 9 และให้เฟสเซอร์แรงดันเทียมบัส 7, 10, และ 14

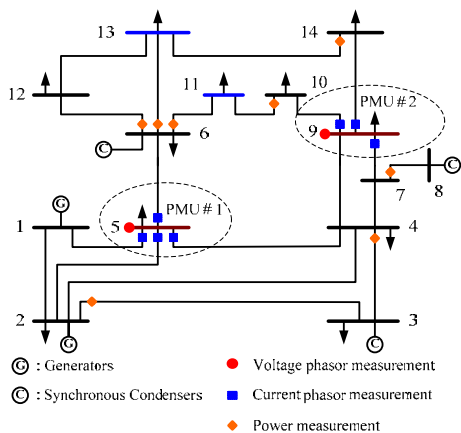
เครื่องวัดกำลังที่บัส 7 ให้เฟสเซอร์แรงดันเทียมบัส 8

เครื่องวัดกำลังที่บัส 10 ให้เฟสเซอร์แรงดันเทียมบัส 11

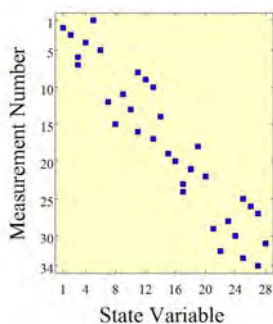
เครื่องวัดกำลังที่บัส 14 ให้เฟสเซอร์แรงดันเทียมบัส 13

ดังนั้น เซตเครื่องวัดเฟสเซอร์แรงดันสำหรับการวัด คือ {5, 1, 2, 4, 6, 3, 11, 12, 13, 9, 7, 10, 14, 8, 11, 13} ทำให้ได้สมการการวัดจำนวน 34 สมการ สังเกตว่าเฟสเซอร์แรงดันเทียมบัส 11 และ 13 จะได้จากทั้งเซตเครื่องวัด 1 และ 2

รูปที่ 2 แสดงเมทริกซ์การวัดของระบบทดสอบ ซึ่งมีสมาชิกเป็นศูนย์และหนึ่งเท่านั้น (จุดสี่เหลี่ยมแทนเลขหนึ่ง) เนื่องจากตัวแปรสถานะเป็นขนาดและมุมเฟสของบัสในระบบ ทำให้ได้ตัวแปรสถานะจำนวน 28 ตัวแปร



รูปที่ 1 ระบบมาตรฐาน IEEE ขนาด 14 บัส ที่ติดตั้งเครื่องวัด



รูปที่ 2 เมทริกซ์การวัดของระบบทดสอบ

ในการจำลองกำหนดให้ความไม่แน่นอนสูงสุดของขนาดแรงดัน ขนาดกระแส และกำลังที่ไหล มีค่าเป็น 0.02%, 0.03% และ 0.5% จากค่าที่อ่านได้ตามลำดับ และความไม่แน่นอนสูงสุดของมุมเฟสมีค่าเป็น 0.01 องศา ค่าที่วัดได้สมมติให้มีการปนเปื้อนของสัญญาณรบกวนแบบเกาส์ (Gaussian noise) ที่มีค่ากลางเป็นศูนย์และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสัมพันธ์กับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเครื่องวัด

ตารางที่ 1 เปรียบเทียบความไม่แน่นอนมาตรฐานจากเซตเครื่องวัด 1 ซึ่งผลการทดสอบได้จากการจำลองมอนติคาร์โล 50,000 รอบ สังเกตว่า ค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานของเครื่องวัดแรงดันเทียมและเครื่องวัดกระแสเทียมจากวิธีการทั้งสองมีค่าใกล้เคียงกัน ผลลัพธ์จากเซตเครื่องวัด 2 ไม่ได้แสดงไว้เนื่องจากข้อจำกัดของจำนวนหน้ากระดาษ

เพื่อทดสอบสมรรถนะของการประมาณสถานะวิธีที่นำเสนอ เราได้ทำการจำลองมอนติคาร์โล 10,000 รอบ และทดสอบ 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1: ไม่มีข้อมูลไม่ดี (สัญญาณรบกวนไม่เกินส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเครื่องวัด)

กรณีที่ 2: เครื่องวัดกำลังที่ไหล 6-13 มีข้อมูลไม่ดีในระดับต่ำ (สัญญาณรบกวนไม่เกิน 4 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเครื่องวัด)

กรณีที่ 3: เครื่องวัดกำลังที่ไหล 6-13 มีข้อมูลไม่ดีในระดับสูง (เพิ่มค่าที่อ่านได้อีก 10%)

ตารางที่ 1 ความไม่แน่นอนมาตรฐานจากเซตเครื่องวัด 1

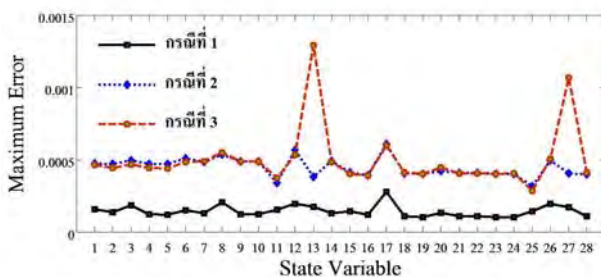
บัส	วิธีนำเสนอ		วิธีมอนติคาร์โล	
	% ขนาด (ต่อหน่วย)	มุม (องศา)	% ขนาด (ต่อหน่วย)	มุม (องศา)
เครื่องวัดแรงดันเทียม				
1	0.011828	0.005738	0.011804	0.005746
2	0.011771	0.005662	0.011751	0.005661
4	0.011780	0.005788	0.011767	0.005777
6	0.012675	0.005994	0.012665	0.005976
เครื่องวัดกระแสเทียม				
2-3	0.020108	0.012699	0.020201	0.012726
4-3	0.065634	0.051167	0.065947	0.051165
6-11	0.018372	0.090607	0.018342	0.090401
6-12	0.020123	0.068207	0.020120	0.068222
6-13	0.045018	0.081493	0.044822	0.081548
เครื่องวัดแรงดันเทียม (คำนวณโดยใช้เครื่องวัดกระแสเทียม)				
3	0.013516	0.023809	0.012649	0.023981
3	0.012438	0.008955	0.012716	0.008860
11	0.013161	0.006324	0.013066	0.006376
12	0.013386	0.006562	0.013176	0.006686
13	0.013810	0.006731	0.013487	0.006929

พิจารณาผลลัพธ์จากกรณีที่ 1 ในรูปที่ 3 สังเกตว่า ค่าผิดพลาดสูงสุดของตัวแปรสถานะมีค่าต่ำ ตัวแปรสถานะลำดับที่ 1 ถึง 14 คือ ค่าผิดพลาดสูงสุดของขนาดแรงดันบัส (ต่อหน่วย) และตัวแปรสถานะลำดับที่ 15 ถึง 28 คือ ค่าผิดพลาดสูงสุดของมุมเฟส (เรเดียน) พิจารณารูปที่ 4 จะเห็นได้ว่า ส่วนตกค้างปกติสูงสุด (Largest normalized residual) [3] มีค่าน้อยกว่า 3.0 แสดงว่า ไม่มีข้อมูลไม่ดี ดังนั้น สถานะที่ประมาณได้จึงมีความน่าเชื่อถือ

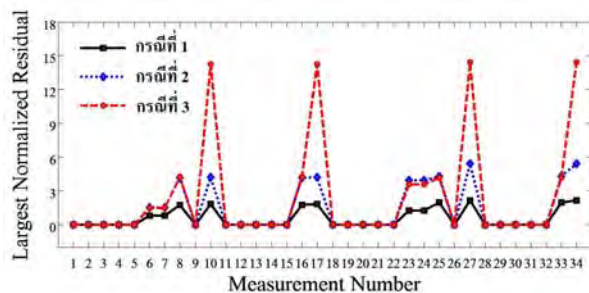
พิจารณาผลลัพธ์จากกรณีที่ 2 ในรูปที่ 3 และรูปที่ 4 จะเห็นได้ว่า ส่วนตกค้างปกติสูงสุดมีค่าเกิน 3.0 โดยค่าสูงสุดของส่วนตกค้างปกติสูงสุดจะเกิดขึ้นที่สมการการวัดลำดับที่ 27 และ 34 ซึ่งสอดคล้องกับเครื่องวัดแรงดันเทียบกับบัส 13 ดังนั้น เครื่องวัดที่เกี่ยวข้องกับเฟสเซอร์แรงดันบัส 13 จึงเป็นเครื่องวัดที่น่าสงสัยว่าจะเกิดข้อมูลไม่ดี (เครื่องวัดกำลังที่โหลด 6-13 และ 14-13)

พิจารณาผลลัพธ์จากกรณีที่ 3 ในรูปที่ 3 และรูปที่ 4 จะเห็นได้ว่า ค่าผิดพลาดสูงสุดเกิดขึ้นที่ขนาดและมุมเฟสของแรงดันบัส 13 และส่วนตกค้างปกติสูงสุดเกิดขึ้นที่สมการการวัดลำดับที่ 10, 17, 27, และ 34 ซึ่งสอดคล้องกับเครื่องวัดแรงดันเทียบกับบัส 13 ดังนั้น เครื่องวัดที่เกี่ยวข้องกับเฟสเซอร์แรงดันบัส 13 จึงเป็นเครื่องวัดที่น่าสงสัยว่าจะเกิดข้อมูลไม่ดี (เครื่องวัดกำลังที่โหลด 6-13 และ 14-13)

การจัดข้อมูลไม่ดีสามารถกระทำได้โดยการจัดเครื่องวัดที่น่าสงสัยออกไปทีละเครื่อง แล้วประมาณสถานะใหม่จนกระทั่งส่วนตกค้างปกติสูงสุดมีค่าน้อยกว่าค่าที่กำหนด นอกจากนี้ จากผลการทดสอบพบว่า เลขเงื่อนไข (Condition number) ของเมทริกซ์ชายในทั้ง 3 กรณีมีค่าต่ำและคงที่ โดยเลขเงื่อนไขมีค่าเป็น 3.83



รูปที่ 3 ค่าผิดพลาดสูงสุด



รูปที่ 4 ส่วนตกค้างปกติสูงสุด

5. สรุป

บทความนี้ได้นำเสนอเทคนิคการวัดเทียบและการคำนวณความไม่แน่นอนในเครื่องวัดเทียบสำหรับการประมาณสถานะของระบบไฟฟ้ากำลังที่ติดตั้งเครื่องวัดเฟสเซอร์เข้าจังหวะและเครื่องวัดแบบดั้งเดิม ความไม่แน่นอนในเครื่องวัดถูกใช้เป็นค่าน้ำหนักในการหาผลเฉลยบนพื้นฐานค่ากำลังสองน้อยสุดถ่วงน้ำหนักและทดสอบบนระบบ IEEE ขนาด 14 บัส เราอาจสรุปจุดเด่นของวิธีที่นำเสนอได้ ดังนี้

1. เทคนิคการคำนวณความไม่แน่นอนในการวัดที่นำเสนอมีความรวดเร็วและให้ผลลัพธ์ใกล้เคียงกับการจำลองมอนติคาร์โล
2. ตัวแปรสายส่งไม่มีอิทธิพลต่อเมทริกซ์การวัด เพราะเมทริกซ์การวัดมีสมาชิกเป็นเลขศูนย์และหนึ่งเท่านั้น
3. การหาผลเฉลยทำได้รวดเร็ว เพราะไม่ต้องใช้กระบวนการทำซ้ำ

6. กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย (สกว.) คณะผู้เขียนจึงขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

เอกสารอ้างอิง

- [1] R. O. Burnett Jr., *et al.*, "Synchronized phasor measurements of a power system event," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 9, no. 3, pp. 1643-1650, Aug. 1994.
- [2] S. Chakrabarti, E. Kyriakides, and M. Albu, "Uncertainty in power system state variables obtained through synchronized measurements," IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 58, no. 8, pp. 2452-2458, August 2009.
- [3] A. Abur and A. G. Expósito, Power System State Estimation: Theory and Implementation, Marcel Dekker: New York, USA; 2004.
- [4] W. Navidi, Statistics for Engineers and Scientists, McGraw-Hill Higher Education, 2006.



เชวศักดิ์ รักเป็นไทย สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี โทและเอก ในสาขาวิศวกรรมไฟฟ้า จากมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ขณะนี้ประจำที่สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยพะเยา สนใจงานวิจัยการประมาณสถานะของระบบไฟฟ้ากำลัง



เสริมศักดิ์ เอื้อตรงจิตต์ สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีสาขาวิศวกรรมไฟฟ้า จากมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ศึกษาต่อในปริญญาโทและเอกจากสถาบันเทคโนโลยีแห่งเอเชีย ประเทศญี่ปุ่น ขณะนี้ประจำที่ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ สนใจการประยุกต์วิธีคำนวณเชิงเลขกับงานวิเคราะห์วงจรไม่เชิงเส้น การประมาณสถานะของระบบไฟฟ้ากำลัง

ผลกระทบของเครื่องวัดเฟสเซอร์เข้าจังหวะในการประมาณสถานะของระบบไฟฟ้ากำลังที่มีอุปกรณ์แฟคต์

Effects of Synchronizing Phasor Measurements on State Estimation of Electrical Power System Containing FACTS Devices

เชวศักดิ์ รักเป็นไทย¹ และ เสริมศักดิ์ เอื้อตรงจิตต์²

¹สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยพะเยา

ตำบลแม่กา อำเภอเมือง จังหวัดพะเยา 56000 โทรศัพท์ : 054-466666 E-mail: chawasak@hotmail.com

²ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

ตำบลสุเทพ อำเภอเมือง จังหวัดเชียงใหม่ 50200 โทรศัพท์ : 053-944140 E-mail: sermsak@eng.cmu.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้เสนอการศึกษาผลกระทบของการติดตั้งเครื่องวัดเฟสเซอร์เข้าจังหวะในการประมาณสถานะของระบบไฟฟ้ากำลังที่มีอุปกรณ์แฟคต์ โดยประยุกต์วิธีการประมาณสถานะในงานวิจัย [1] ให้สามารถใช้ระบบการวัดที่มีการติดตั้งเครื่องวัดเฟสเซอร์เข้าจังหวะร่วมกับเครื่องวัดแบบดั้งเดิม โดยใช้ตัวแปรสถานะในพิกัดฉากและเทคนิคการวัดสมมูล ข้อมูลการวัดที่ได้จากเครื่องวัดดั้งเดิมจะถูกเปลี่ยนเป็นปริมาณเฟสเซอร์สมมูล ทำให้ได้ความสัมพันธ์ของการประมาณสถานะแบบเชิงเส้น ตัวประมาณสถานะที่นำเสนอถูกนำไปทดสอบกับระบบมาตรฐาน IEEE ขนาด 14 บัสที่ติดอุปกรณ์แฟคต์เพิ่ม ผลการจำลองแสดงให้เห็นว่า การติดตั้งเครื่องวัดเฟสเซอร์เข้าจังหวะในตำแหน่งที่เหมาะสมจะช่วยให้ปรับปรุงความแม่นยำของการประมาณได้

คำสำคัญ: การประมาณสถานะ เครื่องวัดเฟสเซอร์ที่เข้าจังหวะ ระบบควบคุมการส่งไฟฟ้ากระแสสลับที่มีความยืดหยุ่น

Abstract

This paper presents a study on effects of installing synchronizing phasor measurements on an electrical power system state estimation. The state estimation method in [1] is applied to a power system containing both conventional and synchronizing phasor measurements. By using rectangular coordinate form of state variables and the equivalent measurement technique, measuring data obtained from conventional measurements are transformed into equivalent phasor quantities. This allows the estimation relation to be expressed in linear form. The proposed state estimator is tested with the IEEE 14 bus system with FACTS devices installed. The simulation results show that with synchronizing phasor measurements installed at appropriate places, the accuracy of estimation can be improved.

Keywords: state estimation, synchronizing phasor measurement, flexible alternating current transmission systems

1. คำนำ

ตัวประมาณสถานะเป็นเครื่องมือที่จำเป็นในระบบการจัดการพลังงานสำหรับระบบไฟฟ้ากำลัง ข้อมูลที่วัดได้จากสถานีไฟฟ้าย่อยจะถูกส่งผ่านหน่วยเครื่องปลายทางระยะไกล (Remote Terminal Units: RTUs) ไปยังศูนย์กลางการควบคุมระบบ ตัวประมาณสถานะจะใช้ข้อมูลที่ได้ร่วมกับความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ของตัวแปร เพื่อประมาณสถานะที่เป็นไปได้ของระบบไฟฟ้ากำลัง ค่าที่ได้จาก RTUs จะเป็นขนาดแรงดันและกำลังไฟฟ้า ซึ่งไม่มีการเข้าจังหวะเวลา ดังนั้นข้อมูลการวัดที่ได้จาก RTUs แต่ละเครื่องจึงมีความคลาดเคลื่อนในแง่ของเวลาที่วัดในปัจจุบัน การใช้การวัดเฟสเซอร์เข้าจังหวะ (Synchronizing phasor measurements) ในระบบไฟฟ้ากำลังสมัยใหม่มีมากขึ้น โดยใช้อุปกรณ์ที่เรียกว่า หน่วยการวัดเฟสเซอร์ (Phasor Measurement Units: PMUs) ซึ่งค่าที่ได้จะเป็นปริมาณเฟสเซอร์ของแรงดันและกระแส PMUs ใช้การเข้าจังหวะเวลาโดยดาวเทียม ดังนั้นค่าที่วัดได้จาก PMUs จึงมีความแม่นยำสูง [2] แต่เนื่องจากต้นทุนการติดตั้ง PMUs ยังมีราคาสูงมาก ในทางปฏิบัติมักติดตั้ง PMUs เพิ่มเติมเฉพาะบางสถานีไฟฟ้าย่อยที่จำเป็น

บทความ [3]-[4] ได้นำเสนอตัวประมาณสถานะในรูปแบบต่าง ๆ สำหรับระบบไฟฟ้ากำลังที่ใช้การวัดเฟสเซอร์เข้าจังหวะร่วมกับเครื่องวัดแบบดั้งเดิม ผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่าความแม่นยำของสถานะแรงดันบัสจะแปรผันตามจำนวนเครื่องวัดเฟสเซอร์เข้าจังหวะ ในบทความ [5] ได้เปรียบเทียบวิธีการประมาณสถานะ 3 วิธี ซึ่งใช้ค่าการวัดแบบดั้งเดิมร่วมกับเฟสเซอร์กระแสที่ได้จาก PMUs ผลลัพธ์แสดงให้เห็นว่า วิธีใช้ส่วนจริงและส่วนจินตภาพของเฟสเซอร์กระแสเป็นค่าการวัดจะให้สมรรถนะที่ดีกว่าในด้านความแม่นยำและการรู้เข้าหาผลเฉลย อย่างไรก็ตาม งานวิจัยในบทความ [3]-[5] เป็นการประมาณสถานะเฉพาะระบบไฟฟ้ากำลังที่ไม่มีการติดตั้งระบบควบคุมการส่งไฟฟ้ากระแสสลับที่มีความยืดหยุ่น (Flexible Alternating Current Transmission Systems: FACTS) หรือ อุปกรณ์แฟคต์ ในบทความ [1] ได้นำเสนอเทคนิคการวัดสมมูลร่วมกับตัวแปรสถานะในรูปแบบเชิงฉาก เพื่อให้สามารถวัดของการประมาณสถานะระบบกำลังที่มีอุปกรณ์

แฟกต์มีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้น และนำเสนอวิธีจุดภายในบนพื้นฐานค่าสมมูลน้อยสุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted least absolute value) เพื่อหาผลเฉลย

ในบทความนี้เป็นการศึกษาผลกระทบของการติดตั้งเครื่องวัดเฟสเซอร์เข้าจังหวะในการประมาณสถานะของระบบไฟฟ้ากำลังที่มีอุปกรณ์แฟกต์ โดยประยุกต์วิธีการประมาณสถานะในงานวิจัย [1] ให้สามารถใช้ระบบการวัดที่มีการติดตั้งเครื่องวัดเฟสเซอร์เข้าจังหวะร่วมกับเครื่องวัดแบบดั้งเดิม

2. การประมาณสถานะ

2.1 สมการการวัด

โดยการใช้เทคนิคการวัดสมมูลร่วมกับตัวแปรสถานะในพิกัดฉาก สมการการวัดในการประมาณสถานะของระบบไฟฟ้ากำลังที่มีอุปกรณ์แฟกต์สามารถเขียนในรูปแบบความสัมพันธ์เชิงเส้น [1] ดังนี้

$$z(x) = Hx + \varepsilon \quad (1)$$

โดยที่

x คือ เวกเตอร์ของตัวแปรสถานะที่ต้องการประมาณค่า สำหรับระบบไฟฟ้ากำลังที่ติดตั้งอุปกรณ์แฟกต์ ตัวแปรสถานะที่ต้องประมาณค่าจะมีทั้งเฟสเซอร์แรงดันบัสของวงจรจ่ายและตัวแปรควบคุมของอุปกรณ์แฟกต์

H คือ เมทริกซ์การวัด

$z(x)$ คือ เวกเตอร์ของปริมาณเฟสเซอร์เทียบเท่าที่ได้จากเครื่องวัดสมมูล [1] สังเกตว่า โดยทั่วไป z จะเป็นอิสระจาก x แต่ในที่นี้ z เป็นฟังก์ชันของ x เนื่องจากการใช้เทคนิคการวัดสมมูลในระบบที่มีข้อมูลการวัดเฟสเซอร์เข้าจังหวะก็สามารถเพิ่มเติมข้อมูลเหล่านั้นใน $z(x)$ ได้เลย หรือ กล่าวได้ว่า เราสามารถใช้แบบจำลองการประมาณสถานะในสมการที่ (1) ได้ในระบบที่ใช้ค่าการวัดจาก RTUs และ PMUs โดยที่

$$z(x) = \begin{bmatrix} z(x)_{RTUs} \\ z_{PMUs} \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} H_{RTUs} \\ H_{PMUs} \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{RTUs} \\ \varepsilon_{PMUs} \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad x = \begin{bmatrix} x_{Network} \\ x_{FACTS} \end{bmatrix}$$

2.2 ปัญหาการประมาณสถานะ

เนื่องจากตัวแปรควบคุมของอุปกรณ์แฟกต์มีขอบเขตการทำงานในช่วงจำกัด อุปกรณ์แฟกต์บางชนิดมีเงื่อนไขกำลังจริงจ่ายโอนระหว่างคอนเวอร์เตอร์มีค่าเป็นศูนย์ และเงื่อนไขการลิดเป็นศูนย์ที่บางบัสก็ยังมีส่วนช่วยปรับปรุงความแม่นยำของสถานะที่ประมาณได้ ดังนั้นในการหาผลเฉลยจึงต้องพิจารณาเงื่อนไขเหล่านี้ด้วย ปัญหาการประมาณ

สถานะในที่นี้สามารถจัดให้อยู่ในรูปแบบปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดที่มีเงื่อนไขบนพื้นฐานค่าสมมูลน้อยสุดถ่วงน้ำหนัก ดังนี้

$$\begin{aligned} \min \quad & w^T |z(x) - Hx| \\ \text{subject to} \quad & \begin{cases} f(x) \leq 0 \\ g(x) = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

โดยที่ w คือ เวกเตอร์ของค่าถ่วงน้ำหนัก $f(x)$ คือ เงื่อนไขบังคับไม่เชิงเส้นไม่สมภาพ (Inequality nonlinear constraint) และ $g(x)$ คือ เงื่อนไขบังคับไม่เชิงเส้นสมภาพ (Equality nonlinear constraint)

ปัญหาการประมาณสถานะในสมการที่ (2) สามารถหาผลเฉลยได้โดยใช้วิธีจุดภายในบนพื้นฐานค่าสมมูลน้อยสุดถ่วงน้ำหนัก ดังที่ได้นำเสนอในบทความ [1] ซึ่งวิธีดังกล่าวเป็นวิธีที่มีความทนทานและสามารถประยุกต์กับปัญหาในที่นี้ได้ง่าย

3. ผลการจำลอง

ตัวประมาณสถานะที่นำเสนอถูกพัฒนาขึ้นบนโปรแกรม MATLAB และนำไปทดสอบกับระบบ IEEE ขนาด 14 บัสที่ติดตั้งอุปกรณ์แฟกต์เพิ่มเข้าไปหลายชนิด กำหนดให้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเครื่องวัดขนาดแรงดัน กำลังที่บัส และกำลังที่โหลด มีค่าเป็น 0.004, 0.008 และ 0.001 ตามลำดับ สำหรับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเครื่องวัดเฟสเซอร์แบบเข้าจังหวะมีค่าเป็น 0.001 และสมมติให้ค่าที่วัดได้มีการปนเปื้อนของสัญญาณรบกวนแบบเกาส์ (Gaussian noise) ที่มีค่ากลางเป็นศูนย์โดยสัมพันธ์กับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเครื่องวัดนั้นๆ กำหนดค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้ในการรู้ค่าหาผลเฉลยเชิงเลขเป็น 10^{-4} การทดสอบทั้งหมดกระทำบนคอมพิวเตอร์ใช้ Intel® Core™ i5 2.27 GHz และหน่วยความจำขนาด 2 GB ในการทดสอบใช้การจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo) จำนวน 500 รอบ โดยกำหนดตัวบ่งชี้ค่าผิดพลาดเฉลี่ยของขนาดแรงดันบัสและมุมเฟส ดังนี้

$$\Delta V_{avg} = \frac{1}{n_M} \sum_{M=1}^{n_M} \frac{1}{n_b} \left\| V^{true} - V^{est,M} \right\|_2 \quad (3)$$

$$\Delta \theta_{avg} = \frac{1}{n_M} \sum_{M=1}^{n_M} \frac{1}{n_b} \left\| \theta^{true} - \theta^{est,M} \right\|_2 \quad (4)$$

โดยที่

ตัว $true$ แทนค่าจริง

ตัว est, M แทนค่าประมาณที่ได้จากการจำลองครั้งที่ M

n_M คือ จำนวนรอบการจำลองมอนติคาร์โล

n_b คือ จำนวนบัส

ระบบ IEEE ขนาด 14 บัส ติดตั้งตัวปรับแรงดันที่ควบคุมด้วย
 ไทริสเตอร์บนสายส่ง 9-4 ติดตั้งตัวชดเชยกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟสถิตไว้ที่
 บัสที่ 3 และติดตั้งตัวควบคุมการไหลกำลังไฟฟ้ารวมบนสายส่ง 6-12 ใกล้
 กับบัสที่ 6 ดังรูปที่ 1 นอกจากนี้ยังพิจารณาการฉีดกำลังเป็นศูนย์ที่บัส 7
 ให้เป็นเงื่อนไขบังคับไม่เชิงเส้นสมภาพ ตารางที่ 1 แสดงเซตเครื่องวัด
 PMUs ที่ติดตั้งแทนที่เครื่องวัด RTUs สังเกตว่า กรณีที่ 3 และกรณีที่ 5
 เป็นการติดตั้ง PMUs จำนวนเท่ากันแต่ติดตั้งบางตำแหน่งที่แตกต่างกัน
 สำหรับกรณีที่ 6 เป็นการรวมเครื่องวัด PMUs ของกรณีที่ 3 และกรณีที่ 5

ตัวแปรสถานะลำดับที่ 1 ถึง 14 คือ ส่วนจริงของแรงดันบัส
 (บัสที่ 1 ถึงบัสที่ 14 ตามลำดับ) ตัวแปรสถานะลำดับที่ 15 ถึง 27 คือ ส่วน
 จินตภาพของแรงดันบัส (บัสที่ 2 ถึงบัสที่ 14 ตามลำดับ) และตัวแปร
 สถานะลำดับที่ 28 ถึง 29 คือ ตัวแปรสถานะของตัวปรับแรงดันที่ควบคุม
 ด้วยไทริสเตอร์ สำหรับตัวแปรสถานะลำดับที่ 30 ถึง 35 คือ ตัวแปร
 สถานะของตัวควบคุมการไหลกำลังไฟฟ้ารวม และตัวแปรสถานะลำดับ
 ที่ 36 คือ ตัวแปรสถานะของตัวชดเชยกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟสถิต ซึ่งเมื่อ
 พิจารณาค่าสัมบูรณ์ของเปอร์เซ็นต์ผิดพลาด (Absolute of Percentage
 Error) ของตัวแปรสถานะที่ประมาณได้ดังแสดงในรูปที่ 2 ถึงรูปที่ 7 จะ
 เห็นได้ว่าการใช้เซตของเครื่องวัดเฟสเซอร์เข้าจังหวะในบางเซตสามารถ
 ช่วยให้อัตราการผิดพลาดของเปอร์เซ็นต์ผิดพลาดของตัวแปรสถานะทั้งในส่วน
 ของวงจรรายและอุปกรณ์เฟลด์มีค่าลดลงได้

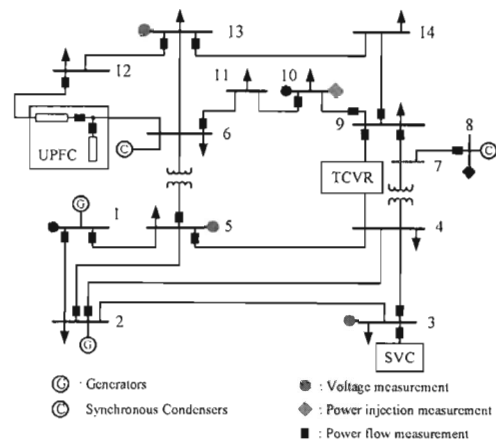
ตารางที่ 2 แสดงผลการเปรียบเทียบ สังเกตว่า เมื่อระบบติดตั้ง
 เครื่องวัดเฟสเซอร์เข้าจังหวะ ค่าผิดพลาดเฉลี่ยของแรงดันบัสจะมีค่า
 ลดลงเสมอ อย่างไรก็ตาม การเพิ่มจำนวนเครื่องวัดเฟสเซอร์เข้าจังหวะใน
 จำนวนเท่ากันแต่ติดตั้งในตำแหน่งที่ต่างกัน ก็จะช่วยปรับปรุง
 สมรรถนะของการประมาณสถานะได้แตกต่างกัน ทั้งนี้เพราะปัจจัยชนิด
 และตำแหน่งการติดตั้งก็มีผลต่อสมรรถนะของการประมาณสถานะด้วย

4. สรุป

บทความนี้ได้นำเสนอผลการทดสอบวิธีประมาณสถานะของ
 ระบบไฟฟ้ากำลังที่มีอุปกรณ์เฟลด์ ทั้งในกรณีที่ใช้ระบบการวัดเฉพาะ
 เครื่องวัดแบบดั้งเดิมและกรณีที่มีการใช้เครื่องวัดเฟสเซอร์เข้าจังหวะ
 ทดแทนเครื่องวัดแบบดั้งเดิมในบางตำแหน่ง ผลการทดสอบเบื้องต้น
 แสดงให้เห็นว่าการติดตั้ง PMUs ในตำแหน่งที่เหมาะสมจะช่วยปรับปรุง
 ความแม่นยำของตัวแปรสถานะทั้งของวงจรรายและอุปกรณ์เฟลด์ของ
 ตัวประมาณสถานะ นอกจากนี้ยังอาจช่วยปรับปรุงสมรรถนะการลู่เข้าหา
 ผลเฉลยได้ อย่างไรก็ตามการหาตำแหน่งที่เหมาะสมสำหรับการติดตั้ง
 PMUs ยังคงต้องมีการศึกษาเพิ่มเติมต่อไป

5. กิตติกรรมประกาศ

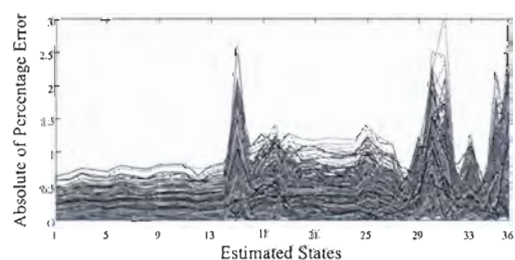
งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากสำนักงานกองทุน
 สนับสนุนการวิจัย (สกว.) คณะผู้เขียนจึงขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้



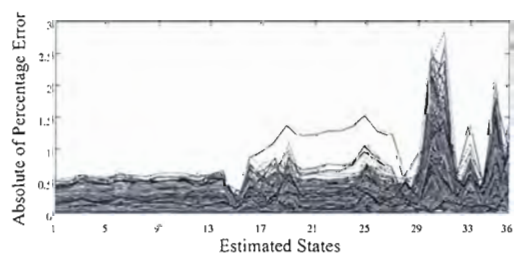
รูปที่ 1 ระบบ IEEE ขนาด 14 บัสที่ติดตั้งอุปกรณ์เฟลด์

ตารางที่ 1 เซตของเครื่องวัด PMUs ในระบบ IEEE 14 บัส

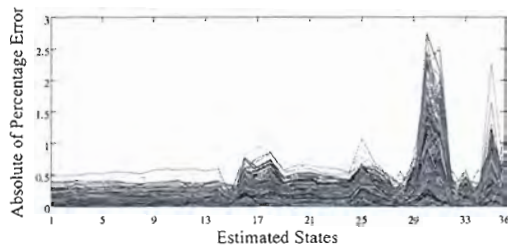
กรณี	จำนวน PMUs	ชนิดเครื่องวัด PMUs	
		เฟสเซอร์แรงดัน	เฟสเซอร์กระแส
1	0	0	0
2	1	1	1-2, 1-5
3	2	1, 5	1-2, 1-5, 5-4, 5-6
4	3	1, 6, 12	1-2, 1-5, 6-11, 6-12, 12-6
5	3	1, 3	1-2, 1-5, 3-4, 9-7, 9-10, 9-14
6	4	1, 3, 5	1-2, 1-5, 3-4, 5-4, 5-6, 9-7, 9-10, 9-14



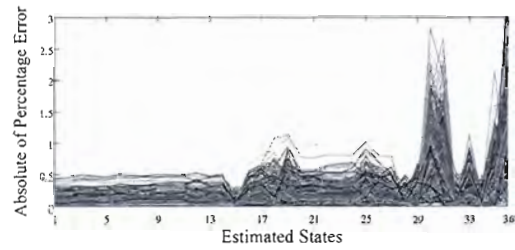
รูปที่ 2 ระบบ IEEE ขนาด 14 บัส กรณีที่ 1



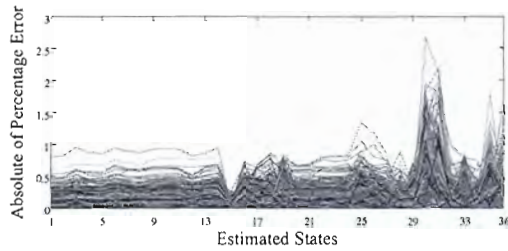
รูปที่ 3 ระบบ IEEE ขนาด 14 บัส กรณีที่ 2



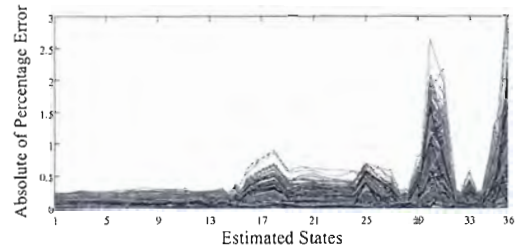
รูปที่ 4 ระบบ IEEE ขนาด 14 บัส กรณีที่ 3



รูปที่ 6 ระบบ IEEE ขนาด 14 บัส กรณีที่ 5



รูปที่ 5 ระบบ IEEE ขนาด 14 บัส กรณีที่ 4



รูปที่ 7 ระบบ IEEE ขนาด 14 บัส กรณีที่ 6

ตารางที่ 2 ผลการเปรียบเทียบ

กรณี	จำนวน PMUs	เวลาคำนวณ (วินาที)			รอบการทำซ้ำ			ค่าผิดพลาดเฉลี่ย	
		เฉลี่ย	ต่ำสุด	สูงสุด	เฉลี่ย	ต่ำสุด	สูงสุด	ΔV_{avg}	$\Delta \theta_{avg}$
1	0	0.408	0.343	0.484	13.53	12	16	4.88×10^{-4}	1.54×10^{-2}
2	1	0.419	0.343	0.530	13.68	12	17	3.61×10^{-4}	0.98×10^{-2}
3	2	0.411	0.359	0.499	13.28	12	16	2.44×10^{-4}	0.64×10^{-2}
4	3	0.420	0.359	0.499	13.62	12	16	3.51×10^{-4}	0.91×10^{-2}
5	3	0.420	0.359	0.546	13.74	12	18	2.46×10^{-4}	0.75×10^{-2}
6	4	0.407	0.343	0.499	13.22	12	16	1.82×10^{-4}	0.49×10^{-2}

เอกสารอ้างอิง

- [1] เซวศักดิ์ รักเป็นไทย และคณะ, "เทคนิคการวัดสมมูลสำหรับการประมาณสถานะระบบกำลังที่มีอุปกรณ์แยกตัว," การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 34 (EECON-34), หน้า 61-64, พ.ศ. 2554
- [2] R. O. Burnett Jr., *et al.*, "Synchronized phasor measurements of a power system event," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 9, no. 3, pp. 1643-1650, Aug. 1994.
- [3] M. Zhou, *et al.*, "An alternative for including phasor measurements in state estimators," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 21, no. 4, pp. 1930-1937, Nov. 2006.
- [4] เซวศักดิ์ รักเป็นไทย และคณะ, "การประมาณสถานะของระบบไฟฟ้ากำลังที่มีการวัดเฟสเซอร์เข้าห้วง," การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 33 (EECON-33), หน้า 165-168, ธันวาคม พ.ศ. 2553
- [5] S. Chakrabarti, *et al.*, "Inclusion of PMU current phasor measurements in a power system state estimator," IET Generation, Transmission & Distribution, vol. 4, no. 10, pp. 1104-1115, 2010.



เซวศักดิ์ รักเป็นไทย สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีโท และเอก ในสาขาวิศวกรรมไฟฟ้า จากมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ขณะนี้ประจำที่สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยพะเยา สนใจงานวิจัยด้านการประมาณสถานะและระบบไฟฟ้ากำลัง



เสริมศักดิ์ เอื้อตรงจิตต์ สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีสาขาวิศวกรรมไฟฟ้า จากมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ศึกษาต่อในปริญญาโทและเอกจากสถาบันเทคโนโลยีแห่งเอเชีย ประเทศญี่ปุ่น ขณะนี้ประจำที่ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ สนใจการประยุกต์วิธีคำนวณเชิงเลขกับงานวิเคราะห์วงจรไม่เชิงเส้น