

บทคัดย่อ

ในส่วนของบทความย่อ เป็นการรวบรวมจากบทความย่อของบทความทางวิชาการทั้งหมดที่เป็นผลผลิตของโครงการตลอดระยะเวลา 3 ปีที่ได้รับทุน รวมทั้งสิ้น 44 บทความ โดยเรียงลำดับตามช่วงเวลาที่ได้รับการตีพิมพ์

งานวิจัยชิ้นที่ 1: การปรับปรุงเกณฑ์การจำแนกพหุนามปฐมฐานเหนือสนามจำกัดของ ฟิตซ์เจอร์ลด์

เกณฑ์การจำแนกพหุนามปฐมฐานในบรรดาพหุนามลดทอนไม่ได้เหนือสนามจำกัด ได้รับการสร้างขึ้น เกณฑ์ดังกล่าวขึ้นอยู่กับจำนวนพจน์ที่ไม่เป็นศูนย์ในเศษส่วนของพหุนามบางประเภท การพิสูจน์เกณฑ์นี้ปรับปรุงจากเกณฑ์เดิมของฟิตซ์เจอร์ลด์ ในปี 2003 โดยมีพื้นฐานในการนับจำนวนครั้งของสมาชิกในลำดับเวียนเกิดเชิงเส้นเหนือสนามจำกัดซึ่งแสดงให้เห็น โครงสร้างเพิ่มเติมจากเดิม

คำหลัก สนามจำกัด, พหุนามปฐมฐาน, ลำดับเวียนเกิดเชิงเส้น

งานวิจัยชิ้นที่ 2: ความยาวคาบ และการกระจายสมาชิกที่เขียนเทียบกับระบบเลขโคคใน $F_q[x]$

ให้ $p(x, y) = \sum b_j(x)y^j \in F_q[x, y]$, $\mathcal{R} := F_q[x, y]/(p(x, y))$ และ

$\mathcal{N} := \{g \in F_q[x] : \deg g < \deg b_0\}$, $f \in \mathcal{R}$ เราเรียกการกระจาย $f = \sum d_i(x)y^i$ ($d_i(x) \in \mathcal{N}$) ว่าการกระจาย y -แอดิก ซีเซอร์ และ รัสวอลด์เนอร์ แสดงการจำแนกพหุนาม $p(x, y)$ ที่ก่อให้เกิดการกระจาย y -แอดิก แบบจำกัดและแบบเป็นคาบ ในงานวิจัยนี้เป็นการหาขอบเขตของความยาวของสมาชิกที่มีการกระจายเป็นแบบจำกัด และหาความยาวคาบของสมาชิกที่มีการกระจายแบบเป็นคาบ ตลอดจนหาเงื่อนไขของการกระจายแบบเป็นคาบที่กำหนดความยาวคาบมาให้ และวิเคราะห์หาสมาชิกที่มีการกระจายแบบอนันต์แต่ไม่เป็นคาบ

คำหลัก สนามจำกัด, ระบบเลขโคค

งานวิจัยชิ้นที่ 3: เกณฑ์การตรวจสอบความเป็นอตรรกยะของบรุน และแบคดี สมมูลกันในหลักการ

งานนี้เป็นการพิสูจน์ว่าเกณฑ์การตรวจสอบความเป็นอตรรกยะ สำหรับลำดับของจำนวนตรรกยะ ซึ่งพิสูจน์โดยบรุน ในปี 1910 ในหลักการแล้วสมมูลกับเกณฑ์การตรวจสอบความเป็นอตรรกยะสำหรับอนุกรมของจำนวนตรรกยะที่พิสูจน์โดยแบคดี ในปี 1993 การพิสูจน์ทำโดยการปรับปรุงเกณฑ์ของบรุน และขยายเกณฑ์ของแบคดี ไปยังอนุกรมของเศษส่วนที่ทั้งตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนอตรรกยะ

คำหลัก ความเป็นอตรรกยะ, เกณฑ์ของบรูโน, เกณฑ์ของเบคคี

งานวิจัยชิ้นที่ 4: การจำแนกสมาชิกตรรกยะโดยใช้เศษส่วนต่อเนื่องสองประเภท ในสนามฟังก์ชัน ไพรม-แอดิค

งานนี้แสดงการพิสูจน์ว่า สมาชิกในสนามฟังก์ชันที่ทำให้บริบูรณ์ด้วย ไพรม-แอดิคแวลูเอชันเป็นตรรกยะ ก็ต่อเมื่อเศษส่วนต่อเนื่องแบบรูบ์น และแบบชไนเดอร์ ก็ต่อเมื่อเศษส่วนต่อเนื่องแบบรูบ์น และแบบชไนเดอร์ของมันมีความยาวจำกัด

คำหลัก เศษส่วนต่อเนื่อง, สนามฟังก์ชัน ไพรม-แอดิค

งานวิจัยชิ้นที่ 5: ผลบวกศูนย์และพหุนาม n ด้าน

ผลบวกศูนย์ คือ สมการในรูป $u_1\alpha_1 + \dots + u_k\alpha_k = 0$ เมื่อแต่ละ α_i คือ รากที่ n^{th} ของ 1 และ $u_i \in \mathbb{Q}$ ในปี 1964 เซอนเบอร์ก ค้นพบ ฐานเหนือจำนวนเต็มที่แน่นชัด สำหรับมอดูล ที่มีสมาชิกสอดคล้องกับผลบวกศูนย์ ฐานดังกล่าวทำให้เห็นชัดเจนว่า แต่ละผลบวกศูนย์เป็นผลรวมของผลบวกศูนย์ย่อยที่ลดทอนไม่ได้ งานนี้เป็นการพิสูจน์ว่า ผลทำนองเดียวกันเป็นจริงสำหรับผลบวกศูนย์ที่สร้างจากรูป n เหลี่ยมด้านเท่าในระนาบเชิงซ้อน

คำหลัก ผลบวกศูนย์, พหุนามไซโคลโตมิก

งานวิจัยชิ้นที่ 6: การขึ้นต่อกันระหว่างคำตอบของสมการเชิงฟังก์ชันโคชีแบบทั่วไป

แนวคิดของความสัมพันธ์แบบเอเลียน และแบบวิคลีเอเลียน ในบรรดาคำตอบของสมการเชิงฟังก์ชันโคชีทั้งสี่ประเภท ได้รับการพิจารณาเป็นครั้งแรกโดย ดอมเบรส ความสัมพันธ์ดังกล่าวได้รับการศึกษาในที่นี้กับคำตอบของสมการเชิงฟังก์ชันโคชีแบบทั่วไป เมื่อฟังก์ชันคำตอบมีโดเมนเป็นจำนวนจริงบวก และเรนจ์เป็นจำนวนเชิงซ้อน

คำหลัก สมการเชิงฟังก์ชันโคชี, ความสัมพันธ์แบบเอเลียนและแบบวิคลีเอเลียน

งานวิจัยขั้นที่ 7: เกณฑ์ตรวจสอบความเป็นอรรถกษะย้อนกลับของบรูณและแบคคี

เกณฑ์ตรวจสอบความเป็นอรรถกษะ สำหรับลำดับของจำนวนตรรกยะ โดยสลับเครื่องหมาย อสมการของเกณฑ์การตรวจสอบของบรูณ และเกณฑ์ตรวจสอบสำหรับอนุกรมของจำนวนตรรกยะโดย อาศัยเกณฑ์ตรวจสอบของแบคคี ที่ปรากฏในปี 1993 ซึ่งทั้งสองเกณฑ์นี้สมมูลกัน สำหรับการสมมูลนี้นำไป พิสูจน์เอกลักษณ์ที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วนต่อเนื่อง และเกณฑ์ตรวจสอบความเป็นอรรถกษะบางชนิด

คำหลัก ความเป็นอรรถกษะ, เกณฑ์ของบรูณและแบคคี

งานวิจัยขั้นที่ 8: สมการเชิงฟังก์ชันบางประเภทที่ใช้จำแนกฟังก์ชันแทนเจนต์ตรีโกณมิติ ฟังก์ชัน แทนเจนต์ไฮเพอร์โบลิก และฟังก์ชันที่เกี่ยวข้อง

การจำแนกของฟังก์ชันแทนเจนต์ตรีโกณมิติ ที่พิสูจน์โดยคอบส์ ซึ่งมีรากฐานบนสูตรผลบวกของ ฟังก์ชันแทนเจนต์ที่รู้จักกันดี ได้รับการประยุกต์ไปใช้จำแนกฟังก์ชันโคแทนเจนต์ โดยใช้วิธีการของคอบส์ การจำแนกประเภทเดียวกันของฟังก์ชันแทนเจนต์ไฮเพอร์โบลิก และฟังก์ชันโคแทนเจนต์ไฮเพอร์โบลิก ได้รับการพิสูจน์ด้วย

คำหลัก สมการเชิงฟังก์ชัน, ฟังก์ชันแทนเจนต์

งานวิจัยขั้นที่ 9: สมการเชิงฟังก์ชันแบบไซน์-โคไซน์ ไฮเพอร์โบลิก บางประเภท

งานนี้เป็นการแก้สมการเชิงฟังก์ชันสี่จำพวก ซึ่งคล้ายกับเอกลักษณ์ของไซน์-โคไซน์ ไฮเพอร์โบลิก และสมการเชิงฟังก์ชันของเดอเลมเบิร์ต โดยใช้เทคนิคของคันทัน เมื่อปี 2003 นอกจากนี้ความสัมพันธ์ ระหว่างฟังก์ชันคำตอบได้รับการตรวจสอบด้วย

คำหลัก สมการเชิงฟังก์ชันแบบไซน์-โคไซน์ ตรีโกณมิติ, สมการเชิงฟังก์ชันแบบไซน์-โคไซน์ ไฮเพอร์โบลิก

งานวิจัยขั้นที่ 10: เกณฑ์ความเป็นอรรถกษะสำหรับผลคูณอนันต์

ในงานวิจัยนี้เราได้แสดงว่าเกณฑ์ความเป็นอรรถกษะของบรูณสำหรับลำดับของจำนวนตรรกยะคือ สิ่งเดียวกันกับเกณฑ์ความเป็นอรรถกษะสำหรับผลคูณของจำนวนตรรกยะ นอกจากนี้เรายังให้เกณฑ์อื่น ๆ ที่ ใช้สำหรับผลคูณอนันต์ของจำนวนตรรกยะอีกด้วย

คำหลัก เกณฑ์ความเป็นอรรถกยะ, ตัวแทนผลคูณ

งานวิจัยชิ้นที่ 11: ความเป็นอิสระต่อกันระหว่างสมการเชิงฟังก์ชันโคชี

ในอดีตคอมพิวเตอร์ได้นำความเป็นอิสระต่อกันแบบ ZI ไว้ ในงานวิจัยนี้เราจะวิเคราะห์คำตอบของสมการเชิงฟังก์ชันโคชีที่ประเภทที่อยู่ในรูปฟังก์ชันที่ส่งจำนวนจริงบวกไปเป็นจำนวนเชิงซ้อน โดยใช้ความเป็นอิสระต่อกันแบบ ZI

คำหลัก สมการเชิงฟังก์ชันโคชี, ความเป็นอิสระต่อกัน

งานวิจัยชิ้นที่ 12: เศษส่วนต่อเนื่องแบบนอน-เรกิวลาร์และสมบัติลักษณะเฉพาะ

งานวิจัยนี้กล่าวถึงวิธีการสร้างเศษส่วนต่อเนื่องแบบนอน-เรกิวลาร์ นอกจากนี้ยังได้มาซึ่งสมบัติพื้นฐานบางประการและสมบัติลักษณะเฉพาะของเศษส่วนต่อเนื่องเหล่านั้นอีกด้วย

คำหลัก เศษส่วนต่อเนื่องแบบนอน-เรกิวลาร์

งานวิจัยชิ้นที่ 13: ผลบวกของส่วนกลับของผลคูณของสมาชิกในลำดับเวียนเกิดทวิภาค

งานวิจัยนี้เป็นการรวบรวมเอกลักษณ์เกี่ยวกับผลบวกของส่วนกลับของผลคูณของสมาชิกซึ่งเป็นลำดับเวียนเกิดทวิภาค โดยเน้นสมาชิกที่สอดคล้องกับความสัมพันธ์เวียนเกิดเชิงเส้นอันดับสองที่มีสัมประสิทธิ์ไม่ใช่ค่าคงที่ ยกตัวอย่างเช่น พหุนามฟีโบนัชชี หรือพหุนามลูคัส

คำหลัก ทวิภาคเวียนเกิด, ผลบวกส่วนกลับ, พหุนามฟีโบนัชชี, พหุนามลูคัส

งานวิจัยชิ้นที่ 14: ภาวะความเป็นบวกของความสัมพันธ์เวียนเกิดเชิงเส้นอันดับสาม

งานวิจัยนี้ได้พิสูจน์ว่า ปัญหาความเป็นบวกสำหรับลำดับซึ่งสอดคล้องกับความสัมพันธ์เวียนเกิดเชิงเส้นอันดับสามที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม นั่นคือ การตอบคำถามว่าสมาชิกแต่ละตัวในลำดับเป็นจำนวนไม่ลบ เป็นปัญหาที่ตัดสินได้

คำหลัก ปัญหาความเป็นบวก, ลำดับเวียนเกิด, การตัดสินได้

งานวิจัยชิ้นที่ 15: ผลบวกส่วนกลับของลำดับนัยทั่วไปของความสัมพันธ์เวียนเกิดเชิงเส้นอันดับสอง

งานวิจัยนี้ เราได้ขยายทฤษฎีบทของซู ชัน และ ลิว เกี่ยวกับผลบวกส่วนกลับของลำดับที่สอดคล้องกับความสัมพันธ์เวียนเกิดเชิงเส้นอันดับสองที่มีสัมประสิทธิ์ไม่เป็นค่าคงตัว การวางนัยทั่วไปของเราสามารถนำไปหาเอกลักษณ์ที่สอดคล้องกับเศษส่วนต่อเนื่องได้

คำหลัก -

งานวิจัยชิ้นที่ 16: การกระจายอนุกรมแบบเองเกลและแบบเศษส่วนอีลิปต์ของ โคเสน

งานวิจัยนี้กล่าวถึงวิธีการสร้างตัวแทนอนุกรมของสมาชิกในฟิลด์ของจำนวนจริงและฟิลด์ที่มีแวลูเอชันแบบนอนอาร์คิมิดีสค่าวิชุด สองแบบ กล่าวคือ การกระจายเป็นอนุกรมแบบเองเกลและแบบเศษส่วนอีลิปต์ของโคเสน นอกจากนี้เรายังแสดงว่าตัวแทนทั้งสองแบบนี้จะเหมือนกันในทุกกรณียกเว้นกรณีของจำนวนจริง

คำหลัก เศษส่วนต่อเนื่องแบบนอน-เรกิวลาร์

งานวิจัยชิ้นที่ 17: ส่วนขยายของสมการเชิงฟังก์ชันของซูเวอร์

ในงานวิจัยนี้เราได้แก้หาคำตอบของสมการเชิงฟังก์ชันในรูป

$$af(x+y) + bf(x) + cf(y) = df\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$$

สำหรับสัมประสิทธิ์บางแบบ ซึ่งสมการนี้เป็นรูปทั่วไปของสมการเชิงฟังก์ชันที่ซูเวอร์ได้ศึกษาในปี ค.ศ. 1999 และปี ค.ศ. 2005 การวิเคราะห์หาคำตอบทำโดยการแบ่งกรณี โดยในกรณีแรก คำตอบทั้งหมดคือฟังก์ชันค่าคงที่ หรือฟังก์ชันเชิงการบวก โดยที่กรณีสุดท้าย ความต่อเนื่องเป็นเงื่อนไขที่เราต้องการเพื่อพิสูจน์ว่ามีเพียงฟังก์ชันค่าคงที่เท่านั้นที่เป็นคำตอบ

คำหลัก สมการเชิงฟังก์ชันแบบซูเวอร์, สมการเชิงฟังก์ชันโคชีแบบลอการิทึม

งานวิจัยชิ้นที่ 18: คอนกรูเอนซ์แบบคুমเมอร์สำหรับลำดับเวียนเกิดบางแบบ

ในงานวิจัยนี้เราได้แนะนำให้รู้จักกับคอนกรูเอนซ์แบบคুমเมอร์ และได้แสดงว่าลำดับเวียนเกิดแบบพิเศษบางลำดับสอดคล้องกับคอนกรูเอนซ์แบบคুমเมอร์ พร้อมทั้งให้ตัวอย่างอีกด้วย

คำหลัก คอนกรูเอนซ์แบบควมเมอร์, จำนวนแบร์นูลลี

งานวิจัยชิ้นที่ 19: ข้อสังเกตสองข้อเกี่ยวกับเกณฑ์ของบรุน

เกณฑ์ความเป็นอตรรกยะของบรุนในฟิลด์ของจำนวนจริงกล่าวว่า: ให้ $\{Y_n\}$ เป็นลำดับของจำนวนเต็มบวกและ $\{X_n\}$ เป็นลำดับเพิ่มของจำนวนเต็มบวกที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $\frac{Y_n}{X_n} < \frac{Y_{n+1}}{X_{n+1}}$ สำหรับ $n \geq 1$ สมมติให้ $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{Y_n}{X_n}$ ถ้า $\frac{Y_{n+2}-Y_{n+1}}{X_{n+2}-X_{n+1}} < \frac{Y_{n+1}-Y_n}{X_{n+1}-X_n}$ สำหรับทุก n ที่โตมากพอ แล้ว L เป็นจำนวน

อตรรกยะ ในงานวิจัยนี้เราพิสูจน์เกณฑ์ความเป็นอตรรกยะอื่น ซึ่งมีสมการหลักสองสมการ สลับทิศเครื่องหมาย โดยขออ้างถึงว่าเกณฑ์ของบรุนแบบย้อนกลับ เราวิเคราะห์ว่าเราได้ข้อสรุปถ้าหนึ่งในสองสมการ สลับทิศเครื่องหมาย ในปี 2007 ทาซียะ ได้พิสูจน์ว่าคอนนัตในรูป $\prod(1 + a_k/R_k)$ เป็นจำนวนอดิสัยและเบเคอร์และทอพเฟอร์ ได้พิสูจน์ในปี 1994 สำหรับอนุกรมอนันต์ในรูป $\sum a_k/R_k$ เมื่อ (a_k) เป็นลำดับของจำนวนพีชคณิตและ (R_k) ลำดับเวียนเกิดฐานสองว่าเป็นจำนวนอดิสัยเช่นกันยกเว้นบางกรณี ในงานนี้เราพิสูจน์เกณฑ์ความเป็นอตรรกยะสองเกณฑ์โดยเกณฑ์ที่หนึ่งสำหรับผลคอนนัตและเกณฑ์ที่สองสำหรับอนุกรมอนันต์ โดยประยุกต์ใช้เกณฑ์ดังกล่าวเราชี้ชัดได้ว่าผลคอนนัตและอนุกรมอนันต์ดังกล่าวเป็นจำนวนพีชคณิตที่ไม่ใช่จำนวนตรรกยะยกเว้นบางกรณี

คำหลัก -

งานวิจัยชิ้นที่ 20: ฟังก์ชันฟายออยเลอร์ขยายผ่านฟังก์ชันเมอบิอุส

รูปทั่วไปของโทเชียนออยเลอร์นิยามเหมือนกับสังวัตนาการดีรีเคลของฟังก์ชันกำลังและฟังก์ชันเมอบิอุส-ไซริอุ-ซู ซึ่งมีคุณสมบัติที่พิสูจน์ได้ดังนี้

1. เอกลักษณะที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชันตัวหารขยายที่ทอธได้พิสูจน์ไว้
2. สูตรทั่วไปของการผกผันเมอบิอุสซึ่งขยายจากสูตรของสุยานารายานาโดยประยุกต์ในสูตรการนับในสนามจำกัด
3. อธิบายลักษณะฟังก์ชันการคูณบริบูรณ์ขยายจากงานของสุยานารายานา

คำหลัก ฟังก์ชันเลขคณิต, ฟังก์ชันฟายออยเลอร์, ฟังก์ชันเมอบิอุส

งานวิจัยขั้นที่ 21: ข้อคาดการณ์ของชาร์เรมบาในฟิลด์ของอนุกรมแบบแผนเหนือฟิลด์จำกัด

ข้อคาดการณ์ของชาร์เรมบาในกรณีของจำนวนจริงกล่าวไว้ว่า สำหรับจำนวนเต็มบวก $m \geq 2$ จะมีจำนวนเต็มบวก $a \in \{1, 2, \dots, m-1\}$ ซึ่งเป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กับ m ที่ทำให้พาร์เซิลโคเซียนทั้งหมดของเศษส่วนต่อเนื่องของ a/m มีขอบเขตไม่เกิน 5 ให้ $F = \mathbb{F}_q((x^{-1}))$ เป็นฟิลด์ของอนุกรมรูปนัยเหนือฟิลด์จำกัด $\mathbb{F}_q$ ข้อคาดการณ์ของชาร์เรมบาในฟิลด์นี้กล่าวว่า สำหรับพหุนาม $g(x) \in \mathbb{F}_q[x]$ ที่มีดีกรี > 1 จะมีพหุนาม $f(x) \in \mathbb{F}_q[x]$ ซึ่งเป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กับ g และ $\deg f < \deg g$ ที่ทำให้พาร์เซิลโคเซียนทั้งหมดของเศษส่วนต่อเนื่องของ f/g เป็นพหุนามที่ดีกรีมีขอบเขตเป็นจำนวนเต็มบวก ในงานวิจัยนี้เราได้แสดงว่า สำหรับพหุนาม $g(x) \in \mathbb{F}_q[x]$ ที่มีดีกรีเป็น 1 หรือ 2 และจำนวนนับ n จะมีพหุนาม $f(x) \in \mathbb{F}_q[x]$ ซึ่งเป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กับ g และ $\deg f < n \deg g$ ที่ทำให้พาร์เซิลโคเซียนทั้งหมดของเศษส่วนต่อเนื่องของ f/g เป็นพหุนามที่ดีกรีไม่เกิน 2 โดยบทตั้งสำคัญที่ใช้ในงานวิจัยนี้คือ Folding Lemma

คำหลัก ข้อคาดการณ์ของชาร์เรมบา, ฟิลด์ของอนุกรมรูปนัยเหนือฟิลด์จำกัด

งานวิจัยขั้นที่ 22: การแปลงเชิงเส้นแบบเศษส่วนของเศษส่วนต่อเนื่องที่พาร์เซิลโคเซียนมีขอบเขตในฟิลด์ของอนุกรมรูปนัย

ให้ θ เป็นจำนวนอตรรกยะในฟิลด์ของอนุกรมรูปนัย เราได้แสดงว่าถ้าพาร์เซิลโคเซียนของเศษส่วนต่อเนื่องของ θ มีขอบเขตแล้ว พาร์เซิลโคเซียนของเศษส่วนต่อเนื่องของการแปลงเชิงเส้นแบบเศษส่วนของ θ จะมีขอบเขตด้วย

คำหลัก เศษส่วนต่อเนื่องที่พาร์เซิลโคเซียนมีขอบเขต, การแปลงเชิงเส้นแบบเศษส่วน, ฟิลด์ของอนุกรมรูปนัย

งานวิจัยขั้นที่ 23: เสถียรภาพของสมการเชิงฟังก์ชันตรีโกณมิติแบบนัยทั่วไป

ในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาเสถียรภาพของสมการเชิงฟังก์ชัน $\mathcal{F}(x+y) - \mathcal{G}(x-y) = 2\mathcal{H}(x)\mathcal{K}(y)$ เมื่อโดเมนและโคโดเมนของแต่ละฟังก์ชันคืออับเลียนกรุป G และเซตของจำนวนเชิงซ้อนตามลำดับ มีผลงานวิจัยมากมายที่เกี่ยวข้องกับสมการเชิงฟังก์ชันนี้ เช่น สมการเชิงฟังก์ชันแบบฟังก์ชันไซน์ สมการเชิงฟังก์ชันของเดอแลมปีเอร์ท และ สมการเชิงฟังก์ชันของวิลสัน โดยการเปลี่ยนโดเมนเป็นพีชคณิตบานาค จะ

คำหลัก สมการเชิงฟังก์ชันแบบตรีโกณมิติ, เสถียรภาพ, เสถียรภาพแบบยิ่งยวด

งานวิจัยชิ้นที่ 24: ควอซิพหุนามเรียงสับเปลี่ยน

ควอซิพหุนามเรียงสับเปลี่ยนเป็นพหุนามซึ่งเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งทั่วถึงจากเซตย่อยของฟิลด์จำกัดไปยังอีกเซตย่อยหนึ่งซึ่งมีจำนวนสมาชิกเท่ากัน พหุนามดังกล่าวถือว่าการวางนัยทั่วไปที่ของพหุนามเรียงสับเปลี่ยนที่เป็นที่รู้จัก สมบัติพื้นฐานของควอซิพหุนามเรียงสับเปลี่ยนได้ถูกค้นพบ และเกณฑ์การพิจารณาควอซิพหุนามเรียงสับเปลี่ยน ได้ขยายมาจากเกณฑ์ของ เฮอร์ไมต์ซึ่งเป็นเกณฑ์ที่เป็นที่รู้จักสำหรับพหุนามเรียงสับเปลี่ยน รวมทั้งได้ขยายเกณฑ์การพิจารณาอื่นๆ ที่ขึ้นอยู่กับโดเมนที่ถูกเปลี่ยนและเรขาคณิตของควอซิพหุนามเรียงสับเปลี่ยนแบบต่างๆ และปัญหาการนับควอซิพหุนามเรียงสับเปลี่ยนที่มีระดับชั้นที่ถูกตรึง

คำหลัก ฟิลด์จำกัด, พหุนามเรียงสับเปลี่ยน

งานวิจัยชิ้นที่ 25: ผลบวกของส่วนกลับของจำนวนที่สอดคล้องกับความสัมพันธ์เวียนเกิดอันดับที่ s

ในงานวิจัยนี้เราศึกษาอนุกรมอนันต์บางส่วนในรูป $\sum_{k=n}^{\infty} u_k^{-s}$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกและ u_k สอดคล้องกับความสัมพันธ์เวียนเกิดอันดับ s

$$u_n = au_{n-1} + u_{n-2} + \cdots + u_{n-s} \quad (n \geq s)$$

และมีเงื่อนไขเริ่มต้นเป็น $u_0 \geq 0, u_k \in \mathbb{N} \quad (0 \leq k \leq s-1)$ เมื่อ a และ $s(\geq 2)$ เป็นจำนวนเต็มบวก เราได้ว่า ถ้า $a = 1, s = 2$ และ $u_0 = 0, u_1 = 1$ แล้ว $u_k = F_k$ ซึ่งคือจำนวนฟีโบนัชชีตัวที่ k ผลลัพธ์ของเราได้รวมถึงการขยายผลลัพธ์ของโอดซูกะและนากามูระด้วย นอกจากนี้เรายังสนใจวิเคราะห์เศษส่วนต่อเนื่องที่ประกอบด้วยอนุกรมอนันต์บางส่วนอีกด้วย

คำหลัก จำนวนฟีโบนัชชี, ความสัมพันธ์เวียนเกิดอันดับ s , อนุกรมอนันต์บางส่วน

งานวิจัยชิ้นที่ 26: การกระจายของจำนวนจริงในฐานะที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม

ในงานวิจัยนี้เราศึกษาของเอดิซและคณะเกี่ยวกับการกระจายของ 1 ในฐานะที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม q ซึ่งเรียกว่าการกระจายในฐานะ q เราวิเคราะห์ว่าผลลัพธ์นี้ยังจริงอยู่หรือไม่สำหรับจำนวนจริงบวก x ใด ๆ เราพบว่าผลของการกระจายในฐานะ q สำหรับจำนวนจริงที่มากกว่าหรือเท่ากับ 1 มีผลคนละทิศทางการ

ง

อ

q

งานวิจัยขั้นที่ 27: จำนวนลิวอิสในกรณีนอน-อาร์คิมิดีส

ในงานวิจัยนี้เราพิสูจน์สมบัติพื้นฐานบางประการของจำนวนลิวอิสในกรณีนอน-อาร์คิมิดีสซึ่งหมายถึง พัลส์สามแบบ ได้แก่ พัลส์ของจำนวน p - แอดิก พัลส์บริบูรณ์ของฟังก์ชันเทียบกับดีกรีแวลูเอชัน และ พัลส์บริบูรณ์ของฟังก์ชันเทียบกับไพรม์- แอดิกแวลูเอชัน เรายังได้แสดงว่าผลลัพธ์ของเอดิชที่ว่าจำนวนจริงใด ๆ สามารถเขียนเป็นผลบวกและผลคูณของจำนวนลิวอิสสองจำนวนได้เสมอ ยังคงเป็นจริงในกรณีนอน-อาร์คิมิดีส นอกจากนี้เรายังศึกษาและวิเคราะห์เศษส่วนต่อเนื่องแบบลิวอิสอีกด้วย

คำหลัก จำนวนลิวอิส, แวลูเอชันแบบนอน-อาร์คิมิดีส

งานวิจัยขั้นที่ 28: สมการเวียนเกิดเชิงตรรกะที่จำแนกฟังก์ชันโคแทนเจนต์ – แทนเจนต์ และฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิกโคแทนเจนต์ – แทนเจนต์

ในงานวิจัยนี้ได้หาผลเฉลยรูปปิดของสมการเวียนเกิดเชิงตรรกะที่จำแนกฟังก์ชันโคแทนเจนต์ – แทนเจนต์ และฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิกโคแทนเจนต์ – แทนเจนต์โดยใช้เทคนิคของรุม่าห์ในปี 2005

คำหลัก สมการเวียนเกิดตรรกะ, ฟังก์ชันโคแทนเจนต์ – แทนเจนต์, ฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิกโคแทนเจนต์ – แทนเจนต์

งานวิจัยขั้นที่ 29: สมบัติการแจกแจงของฟังก์ชันการคูณบริบูรณ์

ทฤษฎีบทของเลมเบกกล่าวว่าฟังก์ชันเลขคณิตเป็นฟังก์ชันการคูณบริบูรณ์ก็ต่อเมื่อมันฟังก์ชันบนผลคูณของดีริเคลของสองฟังก์ชันเลขคณิต ให้ฟังก์ชันทั่วไปเมอบิอุสเป็นสมาชิกของผลคูณนี้ วัตถุประสงค์แรกคือพิสูจน์หลักการผลคูณดิสคริมิเนทีฟและผลคูณบางส่วนดิสคริมิเนทีฟภายใต้เงื่อนไขสมบัติการแจกแจงซึ่งเป็นเงื่อนไขจำเป็นและพอเพียงสำหรับการคูณบริบูรณ์ วัตถุประสงค์ที่สองคือ ขยายลักษณะของอวิสหาคาเนนของฟังก์ชันการคูณบริบูรณ์ตลอดทั้งหลักการผลคูณถึงดิสคริมิเนทีฟ

งานวิจัยชิ้นที่ 30: แนวทางเชิงการจัดของโทเชียนัยทั่วไปของออยเลอร์

โทเชียนัยทั่วไปของออยเลอร์ ถูกนิยามโดยหมายถึงผลคูณตรีเคลของฟังก์กำลังและผลคูณปกติของฟังก์ชันซิริเย-ซู-เมอบีอุสกับฟังก์ชันแยกคุณสมบัติแบบบริบูรณ์ สองแนวทางเชิงการจัดของโทเชียนัยทั่วไปของออยเลอร์ ถูกสืบค้นในงานวิจัยนี้ กล่าวคือเกี่ยวข้องกับโทเชียนัยอื่นๆ และสัมพันธ์กับสูตรการนับ

คำหลัก โทเชียนัยทั่วไปของออยเลอร์ โทเชียนัย สูตรการนับ

งานวิจัยชิ้นที่ 31: ค่าที่ได้จากการจัดหมู่เชิงเส้นของฟังก์ชันโคไซน์

สำหรับ $\theta, \beta \in [-\pi, \pi)$ และ $\theta \notin \{-\pi, 0\}$ จะเห็นว่าเมื่อ n แปรค่าบนจำนวนเต็มไม่เป็นลบ ลำดับไม่เป็นศูนย์ $(\cos(n\theta + \beta))$ จะเกิดค่าที่เป็นบวกและค่าที่ไม่เป็นลบจำนวนอนันต์ และถ้า $\theta = s/t$ เป็นพหุคูณตรรกยะของ π จะได้ว่าลำดับเป็นคาบโดยแท้ซึ่งคาบเล็กสุดเท่ากับ t เมื่อ s เป็นจำนวนคู่ และคาบเล็กสุดเท่ากับ $2t$ เมื่อ s เป็นจำนวนคี่ ในขณะที่ถ้า θ ไม่เป็นพหุคูณตรรกยะของ π พิสัยของค่าของลำดับจะหนาแน่นในช่วงหนึ่งหน่วย $(0, 1)$ ลำดับใดๆ ในรูปแบบ $(\sum_{r=1}^d \alpha_r \cos(2n\pi s_r/t_r) + \beta_r)$ เมื่อตรรกยะ s_r/t_r เป็นสมาชิกในช่วงหนึ่งหน่วย $(0, 1)$ จะเป็นคาบโดยแท้ซึ่งคาบเล็กสุดเท่ากับตัวคูณร่วมน้อยของ $t_1, \dots, t_d$

คำหลัก -

งานวิจัยชิ้นที่ 32: ผลบวกส่วนกลับของสมาชิกที่สอดคล้องกับความสัมพันธ์เวียนเกิดเชิงเส้นอันดับที่สอง

ให้ $\{U_n\}_{n=0}^{\infty}$ และ $\{W_n\}_{n=0}^{\infty}$ เป็นสองลำดับที่นิยามดังนี้ $U_0 = 0, U_1 = 1, U_{n+2} = pU_{n+1} + qU_n$ และ $W_{n+2} = pW_{n+1} + qW_n$ (W_0, W_1 ค่าคงตัว) โดยที่ $q \in \mathbb{R}; p^2 + 4q > 0$.

งานวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อพิสูจน์ว่า

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N \frac{(-q)^{at-1} U_{at^n(t-1)}}{W_{at^n} W_{at^{n+1}}} &= \sum_{n=1}^{\frac{at^{N+1}-at}{2}} \frac{(-q)^{at-1} p}{W_{at+2(n-1)} W_{at+2n}} \\ &= \frac{1}{W_0 W_2 - W_1^2} \left(\frac{W_{at-1}}{W_{at}} - \frac{W_{at^{N+1}-1}}{W_{at^{N+1}}} \right), \end{aligned}$$

โดยที่ $a, t \in \mathbb{N}$ และ $t \geq 2$ เอกลักษณ์ที่สามารถวางนัยทั่วไปให้กับเอกลักษณ์อื่นๆที่เป็นที่รู้จักเช่น $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{F_{2n}} = \frac{7-\sqrt{5}}{2}$, เมื่อ $\{F_n\}$ คือลำดับฟีโบนัชชี

คำหลัก ผลบวกส่วนกลับ, ความสัมพันธ์เวียนเกิดเชิงเส้น, จำนวนฟีโบนัชชี

งานวิจัยชิ้นที่ 33: ความเป็นอิสระต่อกันของอนุกรมลิวิลล์

ให้ $\mathbb{K} := K((x^{-1}))$ เป็นฟิลด์บริบูรณ์ของอนุกรมรูปนัยเทียบกับดีกรีแวลูเอชัน เรากล่าวว่า สมาชิก $\alpha \in \mathbb{K}$ เป็นอนุกรมลิวิลล์ ก็ต่อเมื่อ α มีตัวแทนในรูป $\alpha = \sum_{i=1}^{\infty} p^{-k_i}$ เมื่อ p เป็นพหุนามใน $K[x]$ ที่ไม่ใช่พหุนามจำกัด และ (k_i) เป็นลำดับเพิ่มของจำนวนเต็มบวกที่ $\lim_{N \rightarrow \infty} k_{N+1} / k_N = \infty$ ในงานวิจัยนี้เราพิสูจน์เกณฑ์สำหรับความเป็นอิสระต่อกันเชิงพีชคณิตของอนุกรมลิวิลล์ใน $\mathbb{K}$

คำหลัก ความเป็นอิสระต่อกัน, จำนวนลิวิลล์, แวลูเอชันแบบนอน-อาร์คิมิดีส, ฟิลด์ของอนุกรมรูปนัย

งานวิจัยชิ้นที่ 34: สมการเชิงฟังก์ชันโคชีแบบทั่วไปเหนือจำนวนจริงบวก $\mathbb{R}$

ในงานวิจัยนี้เราหาคำตอบของสมการเชิงฟังก์ชันในรูป

$$af(xy) + bf(x)f(y) + cf(x+y) + d(f(x) + f(y)) = 0$$

ซึ่งบรรจุสมการเชิงฟังก์ชันโคชีในรูปแบบที่เป็นที่รู้จักอย่างกว้างขวาง โดยคำตอบเป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นจำนวนจริงบวก งานนี้เป็นส่วนเสริมให้งานก่อนหน้าของคอมเบรส ในปี 1988 ซึ่งพิจารณาสมการเชิงฟังก์ชันในรูปแบบเดียวกันแต่คำตอบเป็นฟังก์ชันที่โดเมนรวมศูนย์ซึ่งทำให้ฟังก์ชันลอการิทึมไม่สอดคล้อง สมการเชิงฟังก์ชันนี้ ให้สมบูรณ์ เพราะในงานนี้นอกจากจะกลับมาพิจารณาส่วนที่เป็นฟังก์ชันลอการิทึมแล้วยังวิเคราะห์ความแตกต่างโดยสิ้นเชิงและงานนี้ขึ้นอยู่กับการศึกษาการแก้สมการเชิงผลต่างที่เหมาะสม

คำหลัก สมการเชิงฟังก์ชันโคชี

งานวิจัยชิ้นที่ 35: เศษส่วนต่อเนื่องสมมาตร

ในงานวิจัยนี้สร้างสูตรชัดเจนสำหรับเศษส่วนต่อเนื่องที่พาร์เซียนโคเซียนมีรูปแบบสมมาตร นอกจากนั้นเรายังวิเคราะห์และสร้างเศษส่วนต่อเนื่องที่พาร์เซียนมีความเหมือนกันแบบ k -โฟลด์สมมาตร โดยใช้เทคนิคของคลีเมน เมอร์ริลล์ และโรเดอร์ ซึ่งคล้ายคลึงกับงานของคอห์นในปี 1996 ที่ทำการขยายบทตั้งสำคัญชื่อ Folding Lemma ไปเป็น k -โฟลด์สมมาตร

คำหลัก : เศษส่วนต่อเนื่องสมมาตร, ฟิลด์ของอนุกรมรูปนัย

งานวิจัยชิ้นที่ 36: แนวเทียบของการกระจายอนุกรมของออฟเพนไฮม์ในฟิลด์ของอนุกรมรูปนัย

ในงานวิจัยนี้เราให้ขั้นตอนวิธีในการเขียนกระจายสมาชิกในฟิลด์บริบูรณ์ของอนุกรมรูปนัยเทียบกับ x -แอดิกแวลูเอชัน ซึ่งคล้ายคลึงกับวิธีการเขียนกระจายอนุกรมสำหรับจำนวนจริงที่ออฟเพนไฮม์ได้ให้ไว้ในปี 1971

คำหลัก การกระจายอนุกรมแบบออฟเพนไฮม์, ฟิลด์ของอนุกรมกำลัง, x -แอดิกแวลูเอชัน

งานวิจัยชิ้นที่ 37: ความไม่อิสระเชิงเส้นของฟังก์ชันเลขคณิตสองฟังก์ชัน

ในงานวิจัยชิ้นนี้ เรื่อนใจจำเป็นและเรื่อนใจเพียงพอสำหรับฟังก์ชันเลขคณิตสองฟังก์ชันที่เป็นอิสระเชิงเส้นบนฟิลด์เชิงซ้อนซึ่งเกี่ยวข้องกับสัญลักษณ์ของรอนสเกียนได้ถูกจัดตั้งขึ้น ในทำนองเดียวกัน เรื่อนใจสำหรับฟังก์ชันการคูณซึ่งมีการใช้แนวคิดจากงานของปอปเคนได้ถูกคิดค้นขึ้น

คำหลัก ฟังก์ชันพีชคณิต, อิสระเชิงเส้น, รอนสเกียน

งานวิจัยชิ้นที่ 38: ข้อสังเกตบนเสถียรภาพของสมการเชิงฟังก์ชันแบบตรีโกณมิติทั่วไป

ในงานวิจัยนี้เราได้วิเคราะห์เสถียรภาพของสมการเชิงฟังก์ชัน

$$F(x + y) - G(x - y) = 2H(x)K(y)$$

เหนือโดเมนที่เป็นกรุปสลับที่ G และพิสัยเป็นฟิลด์ของจำนวนเชิงซ้อน และฟังก์ชัน H หรือ K มีขอบเขตงานนี้เป็นส่วนเสริมให้งานก่อนหน้านี้สมบูรณ์เนื่องจากความมีขอบเขตยังไม่ได้ถูกกล่าวถึง

คำหลัก สมการเชิงฟังก์ชันแบบตรีโกณมิติ, เสถียรภาพ

งานวิจัยชิ้นที่ 39: การวัดสำหรับความเป็นอิสระของฟังก์ชันเลขคณิต

ในงานวิจัยชิ้นนี้ ความไม่อิสระเชิงพีชคณิตบนริงค์ของฟังก์ชันเลขคณิตกับการบวกและผลคูณดีรีเคลได้นำมาพิจารณา นอกจากนี้มาตรวัดสำหรับการอิสระเชิงพีชคณิตได้ถูกคิดค้น

คำหลัก ฟังก์ชันเลขคณิต, ผลคูณดีรีเคล, อนุกรมดีรีเคล, ความไม่อิสระเชิงพีชคณิต

งานวิจัยชิ้นที่ 40: ความสัมพันธ์ตรรกยะแบบ ดีไวค-และ-ค็องเคอ

ความสัมพันธ์ตรรกยะแบบ ดีไวค-และ-ค็องเคอ ซึ่งคือนัยทั่วไปของความสัมพันธ์ ดีไวค-และ-ค็องเคอแบบคลาสสิกเป็นสมการเวียนเกิดในรูป

$$f(bn) = R(f(n), f(n), \dots, f(b-1)n) + g(n),$$

เมื่อ b เป็นจำนวนเต็มบวก ≥ 2 ส่วน R เป็นฟังก์ชันตรรกยะใน $b-1$ ตัวแปร และ g เป็นฟังก์ชันที่กำหนดให้ ในงานวิจัยนี้เราจะวิเคราะห์หารูปแบบปิดของคำตอบของความสัมพันธ์ตรรกยะแบบดีไวค-และ-ค็องเคอบางแบบซึ่งสามารถนำไปใช้จำแนกฟังก์ชันคำตอบแบบตรีโกณมิติ โคแทนเจนต์-แทนเจนต์ และไฮเพอร์บอลิก โคแทนเจนต์-แทนเจนต์

คำหลัก -

งานวิจัยชิ้นที่ 41: สมการเชิงฟังก์ชันโคชีแบบทั่วไปเหนือจำนวนจริงบวก

ในงานวิจัยนี้เราหาคำตอบของสมการเชิงฟังก์ชันในรูป

$$af(xy) + bf(x)f(y) + cf(x+y) + d(f(x) + f(y)) = 0$$

ซึ่งบรรจุสมการเชิงฟังก์ชันโคชีในรูปแบบที่เป็นที่รู้จักอย่างกว้างขวาง โดยฟังก์ชันคำตอบที่มีโดเมนเป็นจำนวนจริงบวก งานนี้เป็นส่วนเสริมให้งานก่อนหน้าของคอมเบอร์ส ในปี 1988 ซึ่งพิจารณาสมการเชิงฟังก์ชันในรูปแบบเดียวกันแต่คำตอบเป็นฟังก์ชันที่โดเมนรวมศูนย์ซึ่งทำให้ฟังก์ชันลอการิทึมไม่สอดคล้อง สมการเชิงฟังก์ชันนี้ ให้สมบูรณ์ เพราะในงานนี้นอกจากจะกลับมาพิจารณาส่วนที่เป็นฟังก์ชันลอการิทึมแล้วยังวิเคราะห์ความแตกต่างโดยสิ้นเชิงและงานนี้ขึ้นอยู่กับการแก้สมการเชิงผลต่างที่เหมาะสม

คำหลัก สมการเชิงฟังก์ชันโคชี

งานวิจัยชิ้นที่ 42: ความเสถียรแบบไฮเออร์ส-อูลาม ของสมการเชิงฟังก์ชันตรีโกณมิติกำลังสองที่มีนัยทั่วไป

ความเสถียรแบบไฮเออร์ส-อูลาม ของสมการเชิงฟังก์ชันตรีโกณมิติกำลังสองที่มีนัยทั่วไป

$$F(x+y) - G(x-y) = \alpha H(x)K(y) + L(x) + M(y)$$

เหนือโดเมนของอาปีเลียนกรุป และเรนจ์ของฟิลด์เชิงซ้อน ได้รับการพิสูจน์บนสมมติฐานความเป็นฟังก์ชัน ไม่มีขอบเขตของ K ภายใต้เงื่อนไขที่เป็นธรรมชาติบางประการ รูปชัดแจ้งของฟังก์ชัน H และ K ได้รับการกำหนดผลที่เกี่ยวข้องซึ่งปรากฏมาก่อนจำนวนหนึ่ง ได้รับการแสดงว่าเป็นสิ่งที่ตามมาจากการประยุกต์ทฤษฎีบทดังกล่าว

คำหลัก สมการเชิงฟังก์ชันโคชี

งานวิจัยชิ้นที่ 43: ผลเฉลยของสมการเวียนเกิดแบบไม่เชิงเส้นจำพวกหนึ่งและการประยุกต์

ในงานวิจัยนี้ได้ศึกษากลุ่มของสมการเวียนเกิดจำพวกหนึ่งที่ขยายมาจากสมการ
$$y_n = (y_{n-2}y_{n-1} - 1) / (y_{n+2} + y_{n-1})$$
 ซึ่งกลายมาเป็นกรณีพิเศษของสมการเวียนเกิดไม่เชิงเส้นในรูป
$$x_n = cx_{n-1}^{h_1(n)} x_{n-2}^{h_2(n)} \dots x_{n-\ell+1}^{h_{\ell-1}(n)} x_{n-\ell}^{h_\ell(n)}$$
 ผลเฉลยทั่วไปของสมการดังกล่าวนี้จะหาโดยพิจารณาผ่านสมการผลต่างเชิงเส้น โดยผลที่ทราบกันดีก่อนหน้านี้จะเป็นกรณีพิเศษของเรา และในกรณีที่ $\ell=2$ ผลในงานวิจัยจะมีความเกี่ยวข้องกับเศษส่วนต่อเนื่อง

คำหลัก ผลเฉลยรูปปิด, เศษส่วนต่อเนื่อง

งานวิจัยชิ้นที่ 44: วงศ์ของไดโอแฟนไทน์ควอดคูเพิล

ไดโอแฟนไทน์ควอดคูเพิล เป็นเซตของจำนวนเต็มสี่จำนวนที่ผลคูณของสองจำนวนใดๆ ที่แตกต่างกันบวกกับหนึ่งแล้วเป็นจำนวนกำลังสองสมบูรณ์ ในงานวิจัยเรื่องนี้ เราหาวงศ์ของผลเฉลยของปัญหาไดโอแฟนไทน์ควอดคูเพิลบนฟิลด์จำนวน และบนริงค์ของพหุนามบนฟิลด์ที่มีค่าลักษณะเฉพาะเป็นศูนย์ โดยใช้วิธีการหาผลเฉลยของสมการเวียนบังเกิดอันดับที่ 2

คำหลัก ฟังก์ชันก่อกำเนิด, ความสัมพันธ์เวียนเกิดเชิงเส้นอันดับสอง

Abstracts

Paper 1: A modification of Fitzgerald's characterization of primitive polynomials over a finite field

A characterization of primitive polynomials, among irreducible polynomials, over a finite field is established. Such characterization is determined by the number of nonzero terms in certain quotient of polynomials. The proof, which is a modification of the one discovered by Fitzgerald in 2003 yet revealing more general structure, is based principally on counting the number of occurrences of elements in a linear recurring sequence over a finite field.

Keywords: finite field, primitive polynomial, linear recurring sequence.

Paper 2: Lengths, periods and expansions of elements written with respect to a digit system over $\mathbb{F}_q[x]$

Let $p(x, y) = \sum b_j(x)y^j \in \mathbb{F}_q[x, y]$, $\mathcal{R} := \mathbb{F}_q[x, y]/(p(x, y))$ and $\mathcal{N} := \{g \in \mathbb{F}_q[x] : \deg g < \deg b_0\}$. For $f \in \mathcal{R}$, the expansion $f = \sum d_i(x)y^i$ ($d_i(x) \in \mathcal{N}$) is called a y -adic expansion. Scheicher and Thuswaldner characterized those $p(x, y)$ which render finite and periodic y -adic expansions. Here bounds on the lengths of elements whose expansions are finite, on the periods of elements with periodic expansions, conditions for a periodic expansion to have a prescribed period are determined and certain elements with infinite, non-periodic expansions are investigated.

Keywords: finite field, digit system.

Paper 3: The irrationality criteria of Brun and Badea are essentially equivalent

It is shown that the classical irrationality criterion for a sequence of rational numbers due to Brun in 1910 is essentially equivalent to the one for a series of rational terms proved by Badea in 1993. This is accomplished on one hand by suitably modifying Brun's criterion and on the other hand by extending Badea's criterion to series of quotients whose numerators and denominators are rational numbers. Connections with some other irrationality criteria and applications are also discussed.

Keywords: irrationality, Brun's criterion, Badea's criterion.

Paper 4: Characterizing rational elements by two continued fractions in the prime-adic function field

It is proved that an element in the function field completed with respect to a prime-adic valuation is rational if and only if its Ruban and its Schneider continued fraction expansions are finite.

Keywords: continued fractions, prime-adic function field.

Paper 5: Vanishing sums and n -gon polynomials

A vanishing sum is an equation of the form $u_1\alpha_1 + \dots + u_k\alpha_k = 0$, where each α_i is an n^{th} root of unity and $u_i \in \mathbb{Q}$. In 1964, Schoenberg discovered an explicit $\mathbb{Z}$ -basis for the module, whose elements satisfy a vanishing sum. Such basis makes evident that each vanishing sum is a combination of irreducible sub-vanishing sums. It is shown here that similar results hold for vanishing sums constructed from a regular n -gon situated arbitrarily in the complex plane.

Keywords: vanishing sums, cyclotomic polynomials.

Paper 6: Dependence relations among solutions of a universal Cauchy's functional equation

The notions of alien and weakly alien relations among all solutions of the four classical versions of the Cauchy's functional equation were first considered by Dhombres. Such relations are investigated here among all solution functions, sending the set of positive reals into the complex field, of the universal Cauchy's functional equation.

Keywords: Cauchy's functional equation, alien and weakly alien relations.

Paper 7: The reverse irrationality criteria of Brun and Badea

An irrationality criterion for a sequence of rational numbers based on certain inequalities which are opposite to those of the classical Brun's criterion in 1910 is proved. A similar reverse criterion corresponding to Badea's irrationality criterion for series of rational terms proved by Badea in 1993 is also established and both results are shown to be equivalent. Applying this equivalence, interesting new proofs

of identities involving convergents of continued fractions are obtained and other related irrationality criteria are investigated.

Keywords: irrationality, Brun's and Badea's criteria.

Paper 8: Some functional equations characterizing trigonometric and hyperbolic tangent and allied functions

A characterization of the trigonometric tangent function, established by Dobbs, based on the well-known addition formula of the tangent function is applied to characterize the cotangent function. Using Dobbs's method, similar characterizations are derived for the hyperbolic tangent and hyperbolic cotangent functions.

Keywords: functional equation, tangent function.

Paper 9: Some hyperbolic sine-cosine type functional equations

Using a technique of Kannapan from 2003, four functional equations, resemble certain well-known hyperbolic sine-cosine identities and generalizing the classical d'Alembert functional equation, are solved and interrelations among the solution functions are investigated.

Keywords: trigonometric sine-cosine functional equations, hyperbolic sine-cosine functional equations.

Paper 10: Irrationality criteria for infinite products

An old irrationality criterion of Brun for sequences of rational numbers is shown to be equivalent to one for product of rational numbers. Some more irrationality criteria for infinite products of rational numbers are given as applications.

Keywords : irrationality criteria, product representation.

Paper 11: Independence among various versions of the Cauchy's functional equation

The notion of ZI-independence, introduced by Dhombres, among four versions of the Cauchy's functional equation is investigated for solution functions sending the positive real numbers into the complex numbers.

Keywords: Cauchy's functional equation, independence.

Paper 12: A non-regular continued fraction and its characterization property

A construction of non-regular continued fractions is introduced. Some basic properties and its characterization property are derived.

Keywords: non-regular continued fraction.

Paper 13: Reciprocal sums of elements in a binary recurrence sequence

A brief survey of identities about reciprocal sums of products of elements in a binary recurrence sequence is presented. The emphasis is on elements satisfying a second order linear recurrence relation with not necessarily constant coefficients, such as the Fibonacci or the Lucas polynomials.

Keywords: binary recurrence, reciprocal sums, Fibonacci and Lucas polynomials.

Paper 14: Positivity of third order linear recurrence sequences

It is shown that the Positivity Problem for a sequence satisfying a third order linear recurrence with integer coefficients, i.e., the problem whether each element of this sequence is nonnegative, is decidable.

Keywords: positivity problem, recurrence sequences, decidability.

Paper 15: Reciprocal sums of generalized second order recurrence sequences

In this paper we extend a theorem of Hu, Sun, and Liu on reciprocal sums of second order recurrence sequences with constant coefficients to reciprocal sums of second order recurrence sequences with non-constant coefficients. Our generalization has applications to continued fractions.

Paper 16: Engel series and Cohen-Egyptian fraction expansions

Two kinds of series representations, referred to as the Engel series and the Cohen-Egyptian fraction expansions, of elements in two different fields, namely, the real number and the discrete-valued non-archimedean fields are constructed. Both representations are shown to be identical in all cases except the case of real rational numbers.

Paper 17: An extension of a functional equation of K. J. Heuvers

The functional equation $af(x + y) + bf(x) + cf(y) = df\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$, which is a generalized form of those considered by Heuvers in 1999 and 2005, is solved subject to certain restrictions on the coefficients. The analysis is divided into two cases. In the first case, there are only constant function or the additive function solutions. In the final case, a continuity condition is needed to show that only constant function solutions are possible.

Keywords: Heuvers's functional equation, logarithmic Cauchy functional equation.

Paper 18: Kummer's congruences for certain recurrence sequences

We introduce what Kummer's congruence is and show that special recursive sequences satisfy Kummer's congruence. A few examples are also given.

Keywords: Kummer's congruence, Bernoulli numbers.

Paper 19: Two remarks related to Brun's criterion

The classical Brun's irrationality criterion states that: let $\{Y_n\}$ be a sequence of positive integers and $\{X_n\}$ an increasing sequence of positive integers satisfying $\frac{Y_n}{X_n} < \frac{Y_{n+1}}{X_{n+1}}$ for $n \geq 1$. Assume that $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{Y_n}{X_n}$ exists. If $\frac{Y_{n+2}-Y_{n+1}}{X_{n+2}-X_{n+1}} < \frac{Y_{n+1}-Y_n}{X_{n+1}-X_n}$ for all large n , then L is irrational. In a recent work another irrationality criterion with the two main inequalities being reversed, referred to as the reverse Brun's criterion, was proved. We investigate here what conclusion can be obtained should only one of the two inequality be reversed. Tachiya in 2007 proved that infinite products of the form $\prod(1 + a_k/R_k)$ and Becker and Töpfer in 1994 proved that infinite series of the form $\sum a_k/R_k$, where (a_k) is a sequence of algebraic numbers, and (R_k) is a binary recurrence, are transcendental, except for a few cases where they represent algebraic numbers. Applying two recent irrationality criteria, one for infinite products and the other for infinite series, we identify some of these exceptional cases which are algebraic but not rational.

Paper 20: Euler's phi function via generalized Möbius functions

A generalized Euler's totient is defined as a Dirichlet convolution of a power function and the Souriau- Hsu-Möbius function. Several of its properties are investigated including

1. identities relating to the divisor function extending those proved by Tóth;
2. a general Möbius inversion formula extending the one due to Suryanarayana which is applied to derive certain counting formulae in a finite field;
3. a use to characterize completely multiplicative functions extending the one by Sivaramakrishnan.

Keywords: arithmetic functions, Euler's phi function, generalized Möbius function.

Paper 21: Zaremba's conjecture in the field of formal series over a finite base field

A conjecture of Zaremba in the real number case states that for any positive integer $m \geq 2$ there is an integer $a \in \{1, 2, \dots, m-1\}$ coprime to m such that the simple continued fraction of a/m has all its partial quotients bounded by 5. Let $\mathbf{F} = \mathbb{F}_q((x^{-1}))$ be the field of formal series over a finite base field $\mathbb{F}_q$.

Zaremba's conjecture in F states that for $g \in \mathbb{F}_q[x]$ with $\deg g \geq 1$, there exists $f \in \mathbb{F}_q[x]$ relatively prime to g and $\deg f < \deg g$ such that all partial quotients in the continued fraction of f/g have degrees bounded by a small positive integer. It is shown here that for $g \in \mathbb{F}_q[x]$ with $\deg g \in \{1, 2\}$, $n \in \mathbb{N}$, there exists $f \in \mathbb{F}_q[x]$ relatively prime to g and $\deg f < n \deg g$ such that all partial quotients in the continued fraction of f/g^n have degree ≤ 2 . The main tool used is the function field analogue of the folding lemma.

Keywords: Zaremba's conjecture, field of formal series over a finite base field.

Paper 22: Linear fractional transformations of continued fractions with bounded partial quotients in the field of formal series

Let θ be an irrational element in the field of formal series. Using a modification of the 1997 technique due to Lagarias and Shallit in the real numbers case, it is shown that if the continued fraction expansion of θ has bounded partial quotients, so does its linear fractional transformation.

Keywords: continued fractions with bounded partial quotients, linear fractional transformations, fields of formal series.

Paper 23: Stability of a generalized trigonometric functional equation

The stability of the functional equation $\mathcal{F}(x+y) - \mathcal{G}(x-y) = 2\mathcal{H}(x)\mathcal{K}(y)$ over the domain of an abelian group G and the range of the complex field is investigated. Several related results extending a number of previously known ones, such as the ones dealing with the sine functional equation, the d'Alembert functional equation and Wilson functional equation, are derived as direct consequences. Applying the main result to the setting of Banach algebra, it is shown that if their operators satisfy a functional inequality and are subject to certain natural requirements, then these operators must be solutions of some well-known functional equations.

Keywords: trigonometric functional equations, stability, superstability.

Paper 24: Quasi-permutation polynomials

A quasi-permutation polynomial is a polynomial which is a bijection from one subset of a finite field onto another with the same number of elements. This is a natural generalization of the familiar permutation polynomials. Basic properties of quasi-permutation polynomials are derived. General criteria for a quasi-permutation polynomial extending the well-known Hermite's criterion for permutation polynomials as well as a number of other criteria depending on the permuted domain and range are established. Different types of quasi-permutation polynomials and the problem of counting quasi-permutation polynomials of fixed degree are investigated.

Keywords: finite fields, permutation polynomials.

Paper 25: On the sum of reciprocals of numbers satisfying a recurrence relation of order s

We discuss the partial infinite sum $\sum_{k=n}^{\infty} u_k^{-s}$ for some positive integer n , where u_k satisfies a recurrence relation of order s , $u_n = au_{n-1} + u_{n-2} + \cdots + u_{n-s}$ ($n \geq s$), with initial values $u_0 \geq 0, u_k \in \mathbb{N}$ ($0 \leq k \leq s-1$), where a and $s(\geq 2)$ are positive integers. If $a = 1, s = 2$, and $u_0 = 0, u_1 = 1$, then $u_k = F_k$ is the k -th Fibonacci number. Our results include some extensions of Ohtsuka and Nakamura. We also consider continued fraction expansions that include such infinite sums.

Keywords: Fibonacci numbers, recurrence relations of s -th order, partial infinite sum.

Paper 26: Expansions of real numbers in non-integer bases

The works of Erdős et al. about expansions of 1 with respect to a non-integer base q , referred to as q -expansions, are investigated to determine how far they continue to hold when the number 1 is replaced by a positive number x . It is found that most results about q -expansions for real numbers greater than or equal to 1 are in somewhat opposite direction to those for real numbers less than or equal to 1. The situation when a real number has a unique q -expansion, and when it has exactly two q -expansions are studied. The smallest base number q yielding a unique q -expansion is determined and a particular sequence is shown, in certain sense, to be the smallest sequence whose corresponding base number q yields exactly two q -expansions.

Keywords: expansions of numbers, non-integer bases.

Paper 27: Liouville numbers in the non-archimedean case

Basic results about real Liouville numbers are investigated in three non-archimedean settings, referred to as the non-archimedean case, comprising the field of p -adic numbers, the function field completed with respect to the degree valuation and the function field completed with respect to a prime-adic valuation. The result of Erdős that every real number is representable as a sum, and as a product of two real Liouville numbers is shown to hold in the non-archimedean case. The concept of Liouville continued fractions is also considered.

Keywords: Liouville numbers, non-archimedean valuation.

Paper 28: Rational recursive equations characterizing cotangent-tangent and hyperbolic cotangent-tangent functions

Using a technique of Rhouma in 2005, closed form solutions of certain rational recursive equations characterizing the cotangent-tangent and the hyperbolic cotangent-tangent function solutions are derived.

Keywords: rational recursive equations, cotangent-tangent functions, hyperbolic cotangent-tangent functions.

Paper 29: Distributive property of completely multiplicative functions

A classical theorem of Lambek states that an arithmetic function is completely multiplicative if and only if it distributes over the Dirichlet product of any two arithmetic functions. Taking a generalized Möbius function as an element in this product, our first objective is to investigate, through the concepts of discriminative and partially discriminative products, under which conditions such distributive property yields a necessary and sufficient condition for complete multiplicativity. Our second objective is to derive an extension of the Ivić–Haukkanen characterization of completely multiplicative functions through the concept of semi-discriminative product.

Keywords: arithmetic functions, distributivity, multiplicativity, complete multiplicativity, generalized Möbius function, von Mangoldt function.

Paper 30: Combinatorial aspects of the generalized Euler's totient

A generalized Euler's totient is defined as a Dirichlet convolution of a power function and a product of the Souriau-Hsu-Möbius function with a completely multiplicative function. Two combinatorial aspects of the generalized Euler's totient, namely, its connections to other totients and its relations with counting formulae, are investigated.

Paper 31: Values taken by linear combinations of cosine functions

For $\theta, \beta \in [-\pi, \pi)$ and $\theta \notin \{-\pi, 0\}$, it is shown that as n runs through the nonnegative integers, the nonzero sequence $(\cos(n\theta + \beta))$ takes infinitely many positive and negative values; and if $\theta = s/t$ is a rational multiple of π , the sequence is purely periodic whose least period is equal to t when s is even and equal to $2t$ when s is odd; while if θ is not a rational multiple of π , the range of values of the sequence is dense in the unit interval $(0, 1)$. Any sequence of the form $(\sum_{r=1}^d \alpha_r \cos(2n\pi s_r/t_r) + \beta_r)$, with rational s_r/t_r belonging to the unit interval $(0, 1)$, is shown to be purely periodic whose least period is equal to the least common multiple of $t_1, \dots, t_d$.

Paper 32: Reciprocal sums of elements satisfying second order linear recurrences

Let $\{U_n\}_{n=0}^{\infty}$ and $\{W_n\}_{n=0}^{\infty}$ be two sequences defined by $U_0 = 0, U_1 = 1, U_{n+2} = pU_{n+1} + qU_n$ and $W_{n+2} = pW_{n+1} + qW_n$ (W_0, W_1 arbitrary) with $p, q \in \mathbb{R}; p^2 + 4q > 0$. The aim of this paper is to prove

$$\sum_{n=1}^N \frac{(-q)^{at-1} U_{at^n(t-1)}}{W_{at^n} W_{at^{n+1}}} = \sum_{n=1}^{\frac{at^{N+1}-at}{2}} \frac{(-q)^{at-1} p}{W_{at+2(n-1)} W_{at+2n}}$$

$$= \frac{1}{W_0 W_2 - W_1^2} \left(\frac{W_{at-1}}{W_{at}} - \frac{W_{at^{N+1}-1}}{W_{at^{N+1}}} \right),$$

where $a, t \in \mathbb{N}$ and $t \geq 2$. This identity generalizes a number of known identities such as $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{F_{2^n}} = \frac{7-\sqrt{5}}{2}$, where $\{F_n\}$ is the Fibonacci sequence.

Keywords: reciprocal sum, linear recurrence, Fibonacci numbers.

Paper 33: Independence of Liouville series

An element $\alpha \in \mathbb{K} := K((x^{-1}))$, the field of formal series over a field K complete with respect to the degree valuation, is said to be Liouville if α has a representation of the form $\alpha = \sum_{v=1}^{\infty} p^{-k_v}$, where p is a non-constant polynomial in $K[x]$ and (k_v) is a strictly increasing sequence of positive integers such that $\lim_{N \rightarrow \infty} k_{N+1}/k_N = \infty$. Criteria for algebraic independence of Liouville series in $\mathbb{K}$ are derived.

Keywords: independence, Liouville numbers, field of Laurent series.

Paper 34: A universal Cauchy functional equation over the positive reals II

The functional equation $af(xy) + bf(x)f(y) + cf(x+y) + d(f(x) + f(y)) = 0$ whose shape contains all the four well-known forms of Cauchy's functional equation is solved for solutions which are functions having the positive reals as their domain. This complements an earlier work of Dhombres in 1988 where the same functional equation was solved for solutions whose domains contain zero, which leaves out the logarithmic function. Here not only the logarithmic function is recovered but the analysis is entirely different and is based on solving appropriate difference equations.

Keywords: Cauchy's functional equation.

Paper 35: Symmetric continued fractions

Explicit formulae for continued fractions with symmetric patterns in their partial quotients are constructed in the field of formal power series. Similar to the work of Cohn in 1996, which generalized the so-called folding lemma to k -fold symmetry, the notion of k -duplicating symmetric continued fractions is investigated using a modification of the 1995 technique due to Clemens, Merrill and Roeder.

Keywords: symmetric continued fractions, field of formal power series.

Paper 36: An analogue of an expansion of Oppenheim in a field of formal series

An algorithm for series representations of elements in the field of formal power series complete with the x -adic valuation, similar to the one first given by Oppenheim in 1971 for real numbers, is presented.

Keywords: Oppenheim series expansions, field of power series, x -adic valuation.

Paper 37: Linear dependence of two arithmetic functions

For two arithmetic functions a necessary and sufficient condition for their linear independence over the field of complex numbers based on the notion of Wronskian is established. For multiplicative functions using certain ideas from an old work of Popken, simpler conditions are proved.

Keywords: Arithmetic function, linearly dependent, Wronskian.

Paper 38: A note on the stability of a generalized trigonometric functional equation

The stability of the functional equation $F(x + y) - G(x - y) = 2H(x)K(y)$ over the domain of an abelian group G and the range of the complex field, with either the function H or K being bounded, is investigated. This complements an earlier similar work where such function boundedness was not treated.

Keywords: trigonometric functional equations, stability.

Paper 39: Independence measures of arithmetic functions

The notion of algebraic dependence in the ring of arithmetic functions with addition and Dirichlet product is considered. Measures for algebraic independence are derived.

Keywords: arithmetic functions, dirichlet product, dirichlet series, algebraic dependence.

Paper 40: Rational divide-and-conquer relations

A rational divide-and-conquer relation, which is a natural generalization of the classical divide-and-conquer relation, is a recursive equation of the form

$$f(bn) = R(f(n), f(n), \dots, f(b-1)n) + g(n),$$

where b is a positive integer ≥ 2 ; R a rational function in $b-1$ variables and g a given function. Closed-form solutions of certain rational divide-and-conquer relations which can be used to characterize the trigonometric cotangent-tangent and the hyperbolic cotangent-tangent function solutions are derived and their global behaviors are investigated.

Paper 41: A universal Cauchy functional equation over the positive reals

The functional equation $af(xy) + bf(x)f(y) + cf(x+y) + d(f(x) + f(y)) = 0$ whose shape contains all the four well-known forms of Cauchy's functional equation is solved for solutions which are functions having the positive reals as their domain. This complements an earlier work of Dhombres in 1988 where the same functional equation was solved for solutions whose domains contain zero, which leaves out the logarithmic function. Here not only the logarithmic function is recovered but the analysis is entirely different and is based on solving appropriate difference equations.

Keywords: Cauchy's functional equation.

Paper 42: Hyers-Ulam stability of a generalized trigonometric-quadratic functional equation

The Hyers-Ulam stability of the generalized trigonometric-quadratic functional equation $F(x+y) - G(x-y) = 2H(x)K(y) + L(x) + M(x)$ over the domain of an abelian group and the range of the complex field is established based on the assumption of the unboundedness of the function K . Subject to certain natural conditions, explicit shapes of the functions H and K are determined. Applications to several existing related results are direct consequences.

Keywords: Trigonometric functional equations, quadratic functional equations, abelian group, unboundedness, additive function, Hyers-Ulam stability.

Paper 43: Solutions of a class of nonlinear recursive equations and applications

A class of recursive equations extending those of the form $y_n = \frac{y_{n-2}y_{n-1}-1}{y_{n-2}+y_{n-1}}$ is transformed into a special case of the nonlinear recursive equation $x_n = cx_{n-1}^{h_1(n)}x_{n-2}^{h_2(n)}\dots x_{n-\ell+1}^{h_{\ell-1}(n)}x_{n-\ell}^{h_\ell(n)}$. A general solution of this equation is determined by solving its associated linear difference equation. Several known results are derived as special cases. Connections of the case $\ell = 2$ to continued fractions are elaborated.

Keywords: closed form solutions, continued fractions.

Paper 44: Some families of Diophantine quadruples

A Diophantine quadruple is a set of four positive integers such that the product of any two increased by one is a perfect square of an integer. Here we find general families of the Diophantine quadruple problem using solutions of a second order recurrence relation over a ring of integers in a number field and a polynomial ring over a field of characteristic zero.

Keywords: generating function, linear second order recurrence relation.