Abstract

Project Code: TRG4580063

Project Title: Application of Groebner bases for multidimensional systems and signal processing

Investigator: Dr. Chalie Charoenlarpnopparut

Sirindhorn International Institute of Technology, Thammasat University

E-mail Address: chalie@siit.tu.ac.th

Project Period: July 1, 2002 to June 30, 2004

Over the years, the usage of Groebner basis in the field electrical engineering has grown significantly due to its constructive and algorithmic structure and the availability of computer algebra software with Groebner basis modules. Here the focus is on the applications of Groebner basis theory on the description and optimization of problems evolving around the multidimensional convolutional code construction. Although the one-dimensional convolutional code has been thoroughly understood, the multidimensional counterpart is still lack of fundamental description, characterization and efficient implementation. The goal of this research work is to construct a common ground on definition and notation as well as solve some fundamental problems by applying the Groebner basis theory.

The problems considered in this work includes: (1) Efficient implementation of the multidimensional convolutional encoder (minimal encoder problem) (2) The decoding of multidimensional convolutional code (syndrome decoding problem) and (3) The algebraic properties of multidimensional convolutional encoder matrix (characterization problem). Several applications of Groebner basis to the characterization of multidimensional convolutional encoders are proposed. Six constructive algorithms involving the encoder matrix and its realization are presented. The minimal encoder problem has been solved to a satisfactory level where the algebraic approach based on the usage of Groebner basis has been proposed to reduce the number of delay elements required for realization in the direct canonical form. From the implementation point of view, the syndrome decoder is currently the only mean for decoding the multidimensional convolutional code. Based on the usage of the theory of syzygy module, the constructive method for computing the syndrome decoding matrix is also proposed. This syndrome decoder construction algorithm can be further used for testing the performance of the multidimensional code and make a comparison to the one-dimensional code. In addition, some further study topics have been suggested in the later chapter.

บทคัดย่อ

รหัสโครงการ: TRG4580063

ชื่อโครงการ: การประยุกต์ใช้โกรบเนอร์เบซิสกับ ระบบหลายมิติ และ การประมวลผลสัญญาณแบบหลายมิติ

ชื่อนักวิจัย: ดร. ชาลี เจริญลาภนพรัตน์

E-mail Address: chalie@siit.tu.ac.th

ระยะเวลาโครงการ: 1 กรกฎาคม 2545 ถึง 30 มิถุนายน 2547

งานวิจัยทางด้านการเข้ารหัสข้อมูลแบบคอนโวลูชั่นแบบหนึ่งมิติได้ก้าวหน้าไปมากและได้ถูกนำไปใช้อย่างแพร่หลาย ในช่วงที่ผ่านมางานวิจัยทางด้านระบบหลายมิติได้ถูกนำมาประยุกต์ใช้กับงานทางด้านวิศวกรรมควบคุมและการประมวลผลสัญญาณ รวมถึงการเข้ารหัสข้อมูลแบบคอนโวลูชั่นแบบหลายมิติ แต่เนื่องจากการศึกษาเกี่ยวกับระบบเข้ารหัสแบบนี้ยังไม่แพร่หลายจึงทำให้ยังไม่มีผลงานที่สามารถนำไปใช้ได้จริง ในงานวิจัยส่วนนี้จะเน้นที่การนำโกรบเนอร์เบซิส ซึ่งเป็นทฤษฎีเกี่ยวกับพีชคณิตหลายตัวแปรมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการเข้ารหัสข้อมูลแบบคอนโวลูชั่นแบบหลายมิติ ซึ่งจะรวมถึง ปัญหาการทดสอบความสมมูลของตัวเข้ารหัสสองตัว, ปัญหาการคำนวณหาตัวถอดรหัสแบบซินโดรม, และปัญหาการสร้างตัวเข้ารหัสโดยใช้จำนวนหน่วยความจำที่น้อยที่สุด และปัญหาการออกแบบระบบเข้ารหัสที่ดีที่สุด

ในรายงานนี้จะกล่าวถึงการใช้โกรบเนอร์เบซิสเพื่อมาอธิบายและแยกแยะลักษณะของตัวเข้ารหัสแบบคอนโวลูชั่นหลายมิติและนำเสนอคำนิยามเบื้องต้นที่เกี่ยวข้อง นอกจากนี้ยังมีการนำเสนออัลกอลิทึมสำหรับทดสอบความสมมูลของตัวเข้ารหัสสองตัว และ อัลกอลิทึมอื่นๆที่เกี่ยวข้องกับการหาตัวเข้ารหัสที่เหมาะสมที่สุดอีกห้าอัลกอริทึม การแก้ปัญหาในส่วนของการหาโครงสร้างที่เหมาะสมของตัวเข้ารหัสที่มีจำนวนหน่วยความจำน้อยที่สุด (minimal encoder) นั้นได้ทำสำเร็จโดยการลดดีกรี (reduction) ของแมทริกซ์เข้ารหัสให้ต่ำที่สุดโดยอาศัยหลักการทางโกรบเนอร์เบซิสสำหรับโมดูล ซึ่งได้นำเสนอในรูปแบบของอัลกอลิทึมเช่นกัน รายละเอียดและตัวอย่างการทำงานของแต่ละอัลกอลิทึมสามารถดูได้จากบทความในภาคผนวก