

# An Adaptive Step-Size LMS Chip Equaliser for Long-Code Downlink CDMA Systems

Peerapol Yuvapoositanon<sup>1</sup>, Samphan Phrompichai<sup>1</sup> and Jonathon A. Chambers<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Electronic Engineering,  
Mahanakorn University of Technology  
Nong-Chok, Bangkok, Thailand 10530

<sup>2</sup>Cardiff School of Engineering  
Cardiff University, PO. Box 925 Cardiff CF24 0YF Wales UK  
e-mail: {peerapol, samphan}@mut.ac.th, ChambersJ@Cardiff.ac.uk

## ABSTRACT

An adaptive step-size least-mean-square (AS-LMS) chip equaliser for long-code downlink direct-sequence code-division multiple access (DS-CDMA) systems is presented. The AS-LMS algorithm adaptively varies the step-size in order to minimise the mean square error (MSE) criterion in addition to the equaliser tap-weight adaptation. The ability of the algorithm to equalise multipath fading channels is assessed. Sensitivity to the various initial values of the step-size and the adaptation rates of the algorithm is also investigated.

**Keywords:** Adaptive step-size, Least-mean-square, Chip equaliser, Long-code DS-CDMA.

## 1. INTRODUCTION

In most commercial CDMA systems such as IS-95 and third generation mobile DS-CDMA systems, downlink symbols are spread by orthogonal short codes and then scrambled by cell-specific long codes prior to synchronous transmission [1]. As in many communication channels, time-dispersive channels is account for distortion of the received signals. Orthogonality among channel user codes is therefore destroyed and multiple-access interference (MAI) cannot be eliminated efficiently by the use of the matched filter (MF) currently implemented in the form of RAKE receivers. If the MAI problem is not alleviated, bit error rate may not be in acceptable levels for various services which require high speed transmission, e.g., data downloading or web browsing.

In long-code DS-CDMA, multiuser detection schemes designed for short code systems, e.g., minimum output energy of [2], cannot be applied directly since cyclostationarity at the symbol period is no longer available. Early attempt includes a blind adaptive multiuser receiver designed for both short and long spreading codes systems [3]. However, convergence to the desired user is not guaranteed. Adaptive

implementation of chip-rate equalisers is not straightforward since no continuous multi-user training chip sequence is available [4]. A recent attempt to improve tracking performance of the receiver is the introduction of the chip receiver that is updated at the chip rate [5]. However, to attain the optimum solutions, the cut-off parameter of the lowpass filter used as an MAI suppressor must be chosen manually by the designer.

We propose in this paper an adaptive step-size LMS (AS-LMS) fractionally-chip-spaced equaliser (FSE) for long-code downlink DS-CDMA systems. Despite structural similarity to those of [4, 6, 7], the proposed receiver is equipped with AS-LMS in the equalisation stage for automatic judgement of the step-size. Training information is derived from the pilot signal perpetually transmitted by the base-station and the updates of the tap-weight vector, step-size and the relevant derivative of the tap-weight vector are all performed at the symbol rate. Simulations confirm the applicability of the algorithms for multipath fading CDMA channels. Insensitivity of the algorithms to initial settings of the step-size and the rate of step-size adaptation are also shown.

For notation, we use bold lower case for vectors, bold upper case for matrices,  $*$  denotes the convolution operation,  $(\cdot)^T$  for transposition,  $(\cdot)^H$  for Hermitian transposition,  $(\cdot)^*$  for complex conjugation and  $\lceil \cdot \rceil$  for rounding up to the nearest integer.

## 2. SIGNAL MODEL

The base-band CDMA model of downlink transmission of a  $K$ -user plus a pilot channel long code CDMA system is illustrated in Fig. 1. A base station transmits a synchronous code division multiplex signal  $t(i)$  which is a result from spreading and scrambling sequences and given by

$$t(i) = s(i) \left( \sum_{l=1}^K \sum_{m=0}^{M-1} c_l(i - Nm) b_l(m) + \frac{b_0}{\sqrt{N_0}} \right), \quad (1)$$

where  $s(i)$  is the base-station scrambling long code.  $c_l(i)$  is the spreading short code of length  $N$  for the  $l$ th

This work was supported by the Thailand Research Fund (TRF) under grant TRG4680016.

user,  $b_l(m)$  is the data symbol of the  $l$ th user with window of  $M$  bits and  $b_0$  is the pilot signal with spreading gain  $N_0$ .

We consider the FIR channel model with the channel impulse response  $\{h(k)\}$ ,  $k \in \{0, \dots, L_h\}$ . The received signal  $r(i)$  is the result of a convolutional operation between the transmitted signal  $t(i)$  and  $h(i)$ , i.e.,  $r(i) = t(i) * h(i)$ . To facilitate the reception diversity, the received signal  $r(i)$  as seen at the receiver is sampled as a rate higher than the chip rate  $T_c$ , i.e.,  $T' = T_c/P$  where  $P > 1$  is the oversampling factor. At the receiver, with the notations adopted from [5], the discrete-time received signal is fractionally sampled  $r(i) = \sum_j t(j)h(i-jP) + w(i)$  where  $w(i)$  is an additive white Gaussian noise (AWGN) with variance  $\sigma_w^2$ .

The received signal  $r(i)$  can be written in the form of vector-matrix notation as

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{H}\mathbf{t}_i + \mathbf{w}_i, \quad (2)$$

where

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \begin{pmatrix} \mathbf{h}_0 & \cdots & \mathbf{h}_{L_h} & & \\ & \ddots & & \ddots & \\ & & \mathbf{h}_0 & \cdots & \mathbf{h}_{L_h} \end{pmatrix}, \\ \mathbf{h}_i &= [h^{(1)}(i), \dots, h^{(P)}(i)]^T, \\ \mathbf{t}_i &= [t(i), \dots, t(i-L_h-L_f)]^T, \\ \mathbf{w}_i &= [w(i), \dots, w(i-P(L_f+1)+1)]^T. \end{aligned}$$

At the receiver, all updates are performed every symbol  $n$  and the FSE tap-weight input is a vector consisting of  $P(L_f+1) \times 1$  chip signals

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{n,i} &= [r(nT_b + iT_c - \tau), r(nT_b + iT_c - \tau + T'), \\ &\dots, r(nT_b + iT_c - \tau + (P(L_f+1)-1)T')]^T, \end{aligned} \quad (3)$$

where  $\tau$  denotes a delay to input samples that is dependent on the pulse shaping. The FSE equaliser  $\mathbf{f}_i$  is considered to be adaptive and is defined by

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_i &= [\mathbf{f}_0^T(i), \dots, \mathbf{f}_{L_f}^T(i)]^T \quad (4) \\ &= [f_0^{(1)}(i), \dots, f_0^{(P)}(i), \dots, f_{L_f}^{(1)}(i), \dots, f_{L_f}^{(P)}(i)]^T. \end{aligned}$$

The chip estimate is given by

$$x(i) = \mathbf{f}_i^H \mathbf{r}_{n,i}. \quad (5)$$

The main function of the channel equaliser  $\mathbf{f}_i$  is to restore the orthogonality of the chip estimate  $x(i)$  prior to the despreading and descrambling. The block diagram of the proposed receiver structure is shown in Fig. 2.

## 2.1 Multi-user MMSE Receiver

The chip-level MMSE equaliser is designed to minimise the mean-squared error between the multiuser synchronous signal  $t(i)$  and is given by [8]

$$\mathbf{f}_{\text{MMSE}} = \sigma_t^2 (\sigma_t^2 \mathbf{H} \mathbf{H}^H + \sigma_w^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H} \mathbf{e}_\nu, \quad (6)$$

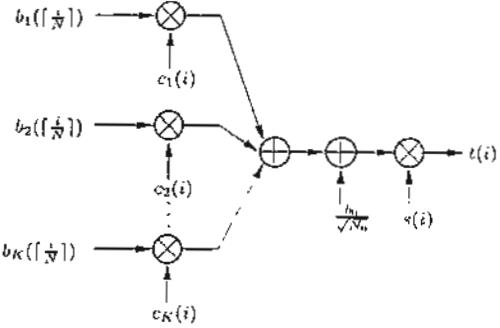


Fig.1: The downlink WCDMA system model for  $K$  users with pilot channel.

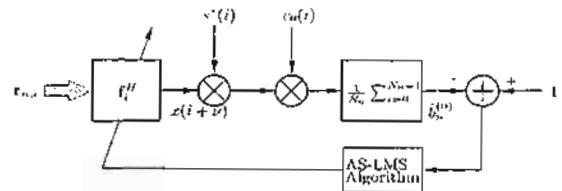


Fig.2: Linear adaptive AS-LMS receiver structure for the pilot channel. Note that the chip equaliser  $\mathbf{f}_i$  is updated by the AS-LMS algorithm at every symbol, i.e.,  $\mathbf{f}_i|_{i=nN_0+N_0-1}$

where  $\mathbf{e}_\nu = [0, \dots, 1, \dots, 0]^T$ . It should be noted that

training the MMSE equaliser above is not possible since the knowledge of signals and spreading codes of all users is required [8]. Also, training with the chip sequence of the desired user does not offer a satisfactory result due to the very low signal to interference ratio (SIR) of the chip sequence itself. Rather, we exploit the pilot signals as the training sequence which employs the spreading code of all “+1” [5, 9].

## 3. ADAPTIVE STEP-SIZE LMS (AS-LMS) RECEIVER STRUCTURE

We study the application of the adaptive step-size LMS (AS-LMS) receiver in the long-code CDMA model. We consider the adaptation based on the pilot channel. In [9], it is shown that the equaliser derived from the pilot sequence can also be applied for detection of different users within the same cell. Since all updates are done every symbol, this implies that  $\mathbf{f}_i$ ,  $\mu_i$  and the derivative of tap-weight with respect to the step-size are frozen during the symbol interval or at time  $i \neq nN + N - 1$ <sup>1</sup>. In this structure, the MSE cost  $J = E\{|e(n)|^2\}$  where  $e(n) = b_0 - \hat{b}_n^{(0)}$  is minimised with respect to  $\mathbf{f}_n$  which is a substitute of  $\mathbf{f}_i|_{i=nN+N-1}$ . The bit estimate  $\hat{b}_n^{(0)}$  is derived after the total of  $N$  chip estimates are normalised, summed and

<sup>1</sup>For the sake of notation simplicity, we shall drop the subscript 0 from  $N_0$ .

resampled again at the bit rate

$$\hat{b}_n^{(0)} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} a_{i+N-1}^{(0)} \mathbf{f}_n^H \mathbf{r}_{n,i}, \quad (7)$$

where  $a_{nN+N-1}^{(0)} \triangleq c_0(i) \times s^*(i) \Big|_{i=nN+N-1}$  eliminates the effect of the spreading code and the scrambling code of the detected bit at every symbol timing [10].

### 3.1 Updating Algorithm

The update equation of  $\mathbf{f}_n$  at the symbol time  $n$  after despreading/descrambling is given by [10].

$$\mathbf{f}_{n+1} = \mathbf{f}_n - \mu_n a_{nN+N-1}^{(0)} c_n^* \mathbf{r}_{n,nN+N-1}. \quad (8)$$

In adaptive step-size scheme of [11], the step-size is also updated in order to minimising the MSE cost  $J$  with respect to the step-size  $\mu$ , i.e.,  $\frac{\partial J}{\partial \mu} \Big|_{\mu=\mu_n}$  which gives

$$\mu_{n+1} = \left[ \mu_n + \alpha a_{nN+N-1}^{(0)} c_n^* \mathbf{r}_{n,nN+N-1}^T Y_n \right]_{\mu_-}^{\mu_+}, \quad (9)$$

where  $\alpha$  denotes the adaptation parameter and  $[\cdot]_{\mu_-}^{\mu_+}$  denotes truncation to lower and upper step-size limits.  $Y_n$  represents the derivative of  $\frac{\partial J}{\partial \mu} \Big|_{\mu=\mu_n}$  and its update equation is given by

$$Y_{n+1} = \left[ \mathbf{I} - \mu_n a_{nN+N-1}^{(0)} \mathbf{r}_{n,nN+N-1} \mathbf{r}_{n,nN+N-1}^T \right] Y_n + a_{nN+N-1}^{(0)} c_n^* \mathbf{r}_{n,nN+N-1}. \quad (10)$$

Equations (8), (9) and (10) constitute the adaptive step-size LMS chip equaliser for long-code CDMA systems.

## 4. SIMULATIONS

We considered a long-code DS-CDMA system with four active users. All signal powers are equal since perfect power control was assumed. Walsh-Hadamard codes were employed as channel short codes for all users and random codes for the cell-specific long code. The spreading gain for all users were  $N = 8$ , and fractional sampling factor  $P = 2$ . All users propagated through the same three-ray multipath channel. The first ray was assumed to be the dominant path where the probability of the location of the delay of the last two rays were uniformly distributed over  $[0, 10T_c]$  with standard deviation 0.3. Root-raised cosine chip waveform with excess bandwidth 0.22 was used as the pulse shaping filter. The additive noise was white Gaussian noise with SNR=20 dB.

First, by fixing the adaptation parameter  $\alpha$  to  $1 \times 10^{-4}$ , we examined the behaviour of the AS-LMS receiver for different settings of the initial step-size  $\mu_0$ . Fig. 3 and Fig. 4 show respectively three trajectories of different initialised step-sizes of the AS-LMS

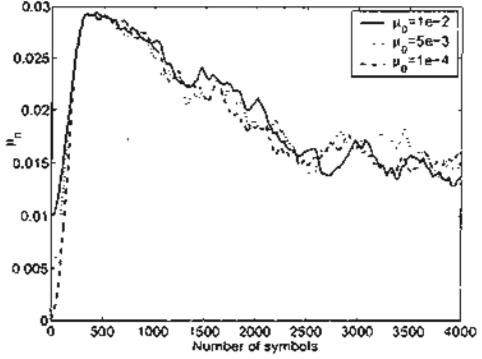


Fig. 3: The trajectories of step-sizes of AS-LMS for different  $\mu_0$  with  $\alpha = 1 \times 10^{-4}$ .

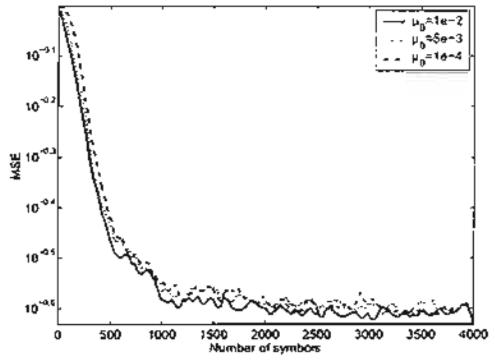


Fig. 4: MSE for different  $\mu_0$  with  $\alpha = 1 \times 10^{-4}$ . Large  $\mu_0$  setting gives a slightly faster convergence speed.

algorithm. Each plot was averaged over 50 different runs for  $4 \times 10^3$  symbols. In Fig. 3, the trajectories are driven up to the peak and gradually decrease to a small value. A decrease in the value of the step-size is associated with a decrease of the MSE of the AS-LMS receiver as shown in Fig. 4. After  $n = 2500$ , all trajectories stay at the same level. With the 100-fold variation in  $\mu_0 = \{1 \times 10^{-4}, 5 \times 10^{-3}, 1 \times 10^{-2}\}$ , all trajectories of the step-sizes for the proposed AS-LMS receiver in Fig. 3 show an approximately identical behaviour in convergence. It is noticed that the algorithm converges slightly faster at large initial setting of step-sizes. A similar result has also been observed for the standard AS-LMS algorithm shown in [12].

In order to test the effect of the adaptation gain  $\alpha$  upon the algorithm, we considered the performance of the AS-LMS chip receiver at different values of  $\alpha$ . In Fig. 5 and Fig. 6 show trajectories of  $\mu_n$  and MSE at different settings of initialisation of step-size  $\mu_0$  was set at  $1 \times 10^{-3}$  and the adaptation rates at  $\alpha = \{5 \times 10^{-4}, 1 \times 10^{-4}, 5 \times 10^{-5}\}$ . From the plots, the trajectories of the step-sizes converge to an approximately similar level despite a 10-fold difference in adaptation rate setting. The step-sizes converge to some small levels but will not go to zero. Although

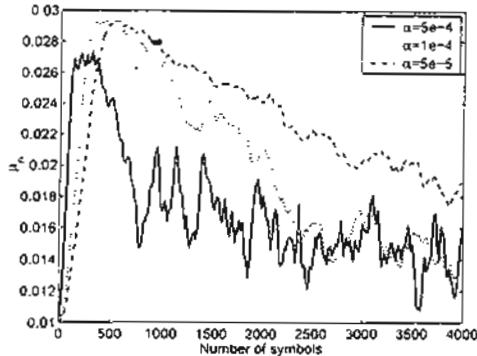


Fig. 5: The trajectories of step-sizes of AS-LMS for different  $\alpha$  with  $\mu_0 = 1 \times 10^{-3}$ .

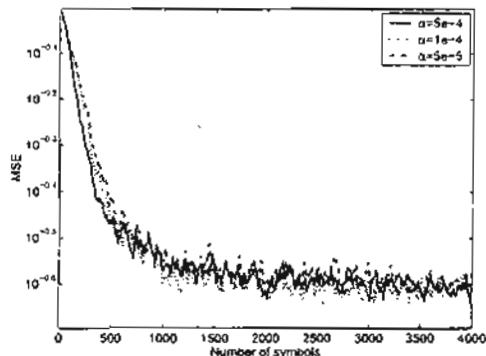


Fig. 6: MSE for different  $\alpha$  with  $\mu_0 = 1 \times 10^{-3}$ . Note that robustness is shown for different values of  $\alpha$ .

unique global convergence has not yet been proven, the consistency in convergence of different adaptation rates suggests the insensitivity of adaptation rate  $\alpha$  of the AS-LMS chip equaliser for long-code CDMA systems.

## 5. CONCLUSION

In this paper, the structure AS-LMS chip equaliser is introduced. The performance of the algorithm for long-code downlink DS-CDMA multipath fading channel is examined. The insensitivity to the wide-range initialisation points of step-size and adaptation rate of AS-LMS are also investigated. The trajectories of the step-sizes for the algorithm converge to approximately the same level with a 10-fold difference in adaptation rates. Simulation results suggest the relative insensitivity to variation of both initial step-size and adaptation rate settings of the AS-LMS algorithm.

## References

- [1] T. Ojanperä and R. Prasad, "An overview of air interface multiple access for IMT-2000/UMTS," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 36, no. 9, pp. 82–95, 1998.
- [2] M. L. Honig, U. Madhow, and S. Verdú, "Blind adaptive multiuser detection," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 41, no. 4, pp. 944–966, 1995.
- [3] K. Li and H. Liu, "A new blind receiver for downlink DS-CDMA communications," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 3, no. 7, pp. 193–195, July 1999.
- [4] F. Petré, M. Moonen, M. Engels, B. Gyselinckx, and H. de Man, "Pilot aided adaptive chip equalizer receiver for interference suppression in DS-CDMA forward link," in *Proc. IEEE Vehic. Technol. Conf. Fall*, Boston, MA, 2000, pp. 303–308.
- [5] P. Schniter and A. R. Margetts, "Adaptive chip-rate equalization of downlink multirate wideband CDMA," in *Proc. Asilomar Conf. on Signals, Systems, and Computers*, Pacific Grove, CA, 2002.
- [6] A. Klcin, "Data detection algorithms specially designed for the downlink of CDMA mobile radio systems," in *Proc. IEEE Vehic. Technol. Conf.*, Phoenix, AZ, 1997, vol. 1, pp. 203–207.
- [7] C. D. Frank, E. Visotsky, and U. Madhow, "Adaptive interference suppression for the downlink of a direct sequence cdma system with long spreading sequences," *Journal of VLSI Signal Processing, Special issue on Signal Processing for Wireless Communications: Algorithms, Performance, and Architecture*, vol. 30, no. 1, pp. 273–291, January 2002.
- [8] T. P. Krauss and M. D. Zoltowski, "Simple MMSE equalizers for CDMA downlink to restore chip sequence: Comparison to zero-forcing and RAKE," in *Proc. Int. Conf. Acoustics, Speech and Signal Processing*, Istanbul, Turkey, 2000, pp. 2865–2868.
- [9] M. Ghosh, "Adaptive chip-equalizers for synchronous DS-CDMA systems with pilot sequences," in *Proc. Global Telecommunications Conf.*, San Antonio, Texas, 2001, vol. 6, pp. 3385–3389.
- [10] A. Mirbagheri and Y. C. Yoon, "A linear MMSE receiver for multipath asynchronous random-CDMA with chip pulse shaping," *IEEE Trans. on Vehic. Technol.*, vol. 51, no. 5, pp. 1072–1086, 2002.
- [11] A. Benveniste, M. Métivier, and P. Priouret, *Adaptive Algorithms and Stochastic Approximations, Volume 22 of Applications of Mathematic*, Springer-Verlag, New York, 1990.
- [12] V. J. Matthews and Z. Xie, "A stochastic gradient adaptive filter with gradient adaptive step size," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 41, no. 6, pp. 2075–2087, 1993.

# การปรับปรุงสมรรถนะของดั้วตรวจจับแบบลายต์ AS-CMOE โดยอาศัยหลักการปริภูมิย่อสำหรับระบบ DS-CDMA ที่มีการส่งข้อมูลแบบสองอัตรา

## On the Improvement of Blind AS-CMOE Detector Via Subspace Method for Dual Rate DS-CDMA Systems

สันพันธ์ พรมพิชัย<sup>1</sup> เผ่ากัต ศิริอุฐ<sup>2</sup> และพีระพล ชาญชัยดานนท์<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ภาควิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์

<sup>2</sup>ศูนย์วิจัยดาวเทียมไทยพัฒนา

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีชั้นนำแห่งประเทศไทย 51 ถ. 教程สันพันธ์ หนองขอก กรุงเทพฯ 10530

โทรศัพท์ และ โทรสาร 02-9883655 ต่อ 239 Email: samphan@mut.ac.th

### บทคัดย่อ

บทความนี้เสนอการน้าดั้วตรวจจับหลายผู้ใช้แบบลายต์มาใช้ตรวจจับข้อมูลของผู้ใช้รายที่ส่งแบบอัตราสูงสำหรับระบบ DS-CDMA ที่มีการส่งข้อมูลแบบสองอัตรา อัลกอริธึมที่นำเสนอเป็นการประยุกต์หลักการของปริภูมิย่อของผู้ใช้รายที่ส่งแบบลายต์ AS-CMOE ผลการจำลองแสดงให้เห็นว่าภายใต้สภาพแวดล้อมแบบพลวัต อัลกอริธึมที่นำเสนอสามารถปรับปรุงสมรรถนะของดั้วตรวจจับหนึ่งกว่าดั้วตรวจจับแบบเดิมถึง 4 dB รวมทั้งนี้การสูญเสียสัญญาณของผู้ใช้รายที่ส่งแบบลายต์ ได้ลดลงอย่างมีนัยสำคัญ ซึ่งจำนวนของผู้ใช้แบบลายต์มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา

### Abstract

This paper proposes a blind Multiuser Detector (MUD) for high rate (HR) user detection. The design corresponds for the dual rate Direct Sequence Code Division Multiple Access (DS-CDMA) systems. The proposed detector is based upon the Adaptive-stepsize Constrained Minimum Output Energy (AS-CMOE) algorithm, which can achieve improvement over original AS-CMOE detector by applying a subspace concept. Simulations show that the proposed detector yields significant SINR improvement, i.e. 4dB as compared to the original algorithm. Faster convergence rate is achieved in multipath channels with dynamic environments, where the number of interfering users are time varying.

**Keywords:** Blind multiuser detection, Dual rate DS-CDMA, AS-CMOE, subspace and Time-varying.

### 1. บทนำ

ปัจจุบันระบบ DS-CDMA ได้รับความสนใจในการนำมาใช้กับระบบสื่อสารแบบไร้สายสำหรับช่องสัญญาณที่มีการแทรกสอด รวมถึงจุลพัฒนาไปใช้กับระบบสื่อสารในอนาคตที่มีแหล่งกำเนิดข้อมูลหลากหลาย ให้ข้อมูลแต่ละแหล่งมีการส่งสัญญาณที่อัตราสูงและเกิดค้างกัน เช่นส่งอีเมล หรือส่งที่ต้องการและภาระที่มีการ

เคลื่อนไหว ที่ผ่านมาเป็นทางเทคนิคที่นิยมในการกำหนดรั้สสำหรับระบบหลายอัตรา เทคนิค MPG (Multiple Processing Gain) เป็นที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายเนื่องจากอัตราชิป (chip rate) จะถูกกำหนดไว้เนื่องและไม่ต้องการความแตกต่างของรหัสสัญญาณ (spreading code) ในแต่ละชีวิตของผู้ใช้รายที่ส่งแบบอัตราสูง [1]

ดั้วตรวจจับแบบลายต์ได้รับความนิยมนำมาใช้กับระบบ DS-CDMA แบบหลายอัตราที่มีการแทรกสอดของสัญญาณ (MAI) เนื่องจากภาระที่งานจะต้องเพิ่มหักส่วนปรับลดค่าของผู้ใช้รายที่ต้องการตรวจจับเท่านั้น โดยไม่จำเป็นต้องใช้บิตเทอร์บินนิ่ง ซึ่งสามารถตอบสนองต่อระบบส่งข้อมูลหลากหลายตามมาตรฐาน 3G (third generation) ที่ต้องการเพิ่มช่วงเวลาในการส่งบิตเทอร์บินนิ่งจำนวนเล็กน้อยเท่านั้น ที่ผ่านมามีการนำดั้วตรวจจับแบบลายต์มาใช้สำหรับตรวจจับข้อมูลจากผู้ใช้รายที่ต้องการกันอย่างแพร่หลาย อัลกอริธึมหนึ่งที่ได้รับความนิยมคือ MOE (Minimum Output Energy) [2] ซึ่งพยายามที่จะลดพลังงานที่เสียต่ำที่สุดภายใต้เงื่อนไขกำหนด (constrained) อย่างไรก็ตามอัลกอริธึมดังกล่าวไม่สามารถทำงานให้ภายใต้ช่องสัญญาณที่มีผลของมัลติพาธหรือเกิดการมิสแมตช์ (mismatch) ต่ำใน [3] ได้นำเสนออัลกอริธึม CMOE (Constrained Minimum Output Energy) โดยได้ปรับปรุงจึงนิ่งให้สำหรับการลดภาระงานให้ภายใต้ช่องสัญญาณที่มีผลของมัลติพาธหรือเกิดการมิสแมตช์ (mismatch) ต่ำใน [3] ได้นำเสนออัลกอริธึม AS-CMOE (Adaptive-stepsize Constrained Minimum Output Energy) ซึ่งในการปรับหาค่าสตีบ์ให้สัมภาระน้ำหนักต่อชั้นอยู่กับการเดือดเดี่ยมใช้สตีบ์ให้เหมาะสมจึงจะได้รับสมรรถนะที่ดีกว่าได้เงื่อนไขของช่องสัญญาณแบบต่างๆ ดังนั้นใน [4-5] จึงได้เสนออัลกอริธึม AS-CMOE (Adaptive-stepsize Constrained Minimum Output Energy) ซึ่งในการปรับหาค่าสตีบ์ให้เหมาะสมสำหรับการพิชิตช่องสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงแบบพลวัต

บทความนี้เสนอดั้วตรวจจับแบบลายต์สำหรับตรวจจับผู้ใช้รายที่ต้องการที่ส่งแบบ HR โดยผ่านดั้วตรวจจับเพียงตัวเดียว โดยนำหลักการของปริภูมิย่อของผู้ใช้รายที่มีคุณสมบัติในการแยกปริภูมิของสัญญาณออกจากสัญญาณรบกวน นาประยุกต์ใช้กับอัลกอริธึม AS-CMOE ที่ทำงาน

DS18

ได้คิดการได้รับข้อมูลสัญญาณที่มีผลของมัลติเพาเวอร์และมีการเปลี่ยนแปลงแบบพาร์คต์ สำหรับรายละเอียดที่ปรากฏในบทความนี้ประกอบไปด้วยส่วนที่ 2 ก็ออบบิลของสัญญาณที่ใช้ ส่วนที่ 3 พิจารณาตัวตรวจสอบลักษณะแบบต่างๆ ส่วนที่ 4 เป็นอัลกอริทึมที่นำเสนอ ส่วนที่ 5 และสุดท้ายเป็นการสรุปผลอยู่ในส่วนที่ 6

## 2. เมมเบอร์สัญญาณ

พิจารณาแบบจำลองสัญญาณแบบส่วนตัวของระบบ DS-CDMA แบบซ้ำจังหวะ (synchronous) มีการส่งสัญญาณสองอัตรา [1] จำนวนสูงให้ในระบบเท่ากับ  $K$  ราย กำหนดให้  $K = K_1 + K_2$  โดย  $K_1$  คือจำนวนของผู้ใช้รายที่ส่งแบบอัตราต่ำ (LR) ส่วน  $K_2$  คือจำนวนของผู้ใช้รายที่ส่งแบบอัตราสูง (HR) แบบจำลองสัญญาณแบบนี้ไม่ต้องเนื่องจากเวลา ส่วนแบบ LR มีรูปแบบดังนี้

$$r_o(n) = \sum_{i=0}^{L_o} \sum_{k=0}^{K_1} A_{k,i} c_{k,i}(n - iP_0) b_{k,i}(i) \quad (1)$$

และแบบจำลองสัญญาณแบบนี้ที่ไม่ต้องเนื่องจากเวลา ส่วนแบบ HR

$$r_i(n) = \sum_{j=0}^{L_i} \sum_{k=0}^{K_2} A_{k,j,i} c_{k,i}(n - iMP_1 - jP_1) b_{k,i}(iM + j) \quad (2)$$

โดย  $A_{k,i}$  คือขนาดของสัญญาณประกายที่เครื่องรับของผู้ใช้ที่ส่งแบบ LR,  $A_{k,j,i}$  คือขนาดของสัญญาณประกายที่เครื่องรับของผู้ใช้ที่ส่งแบบ HR,  $P_0$  คืออัตราประมวลชั้ง (processing gain) ของผู้ใช้รายที่ส่งแบบ LR,  $P_1$  คืออัตราประมวลชั้งของผู้ใช้รายที่ส่งแบบ HR,  $M$  คือจำนวนเท่าของอัตราการส่งข้อมูลแบบ HR ที่สูงกว่าการส่งข้อมูลแบบ LR โดย  $P_0 = MP_1$ , รหัสสเปคต์ติ้งของการส่งแบบ LR คือ  $c_{k,i} = c_0, \dots, c_{L_o}$  แบบ HR คือ  $c_{k,i} = c_0, \dots, c_{L_i}$  ส่วนบิทข้อมูลของการส่งแบบ LR กำหนดเป็น  $b_{k,i}(i) \in \{-1, +1\}$  มีการกราดแบบ i.i.d และแบบ HR คือ  $b_{k,i}(iM + j) \in \{-1, +1\}$  สัญญาณประกายที่เครื่องรับจะมีค่าสัญญาณที่มีผลของมัลติเพาเวอร์ ( $A_{k,i}$ ) โดยแต่ละช่องสัญญาณจะมีลักษณะที่ต่างกัน กำหนดให้ความขาวของแต่ละช่องสัญญาณมีความต่างกัน  $L_o$  ดังนั้นแบบจำลองของสัญญาณประกายที่เครื่องรับสามารถเรียกในรูปแบบของเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$r_o(n) = \sum_{i=0}^{L_o} A_{k,i} G_{k,i}(n) b_{k,i}(i) \quad (3)$$

$$r_i(n) = \sum_{j=0}^{L_i} \sum_{k=0}^{K_2} A_{k,j,i} G_{k,i}(n - iMP_1 - jP_1) b_{k,i}(iM + j) \quad (4)$$

โดย  $b_{k,i}(n) = [b_{k,i}(n + L_o - 1), \dots, b_{k,i}(n)]^T$

$L_o = \left\lceil \frac{P_0 + L_o + 1}{P_0} \right\rceil, m = 0, 1$  ส่วน  $G_{k,i}$  ก็อเมตริกซ์สอนไว้ดังนี้

$$G_{k,i} = C_{k,i} H_{k,i} \quad (5)$$

เมตริกซ์หัก  $C_{k,i}$  ประกอบด้วยเมตริกซ์ขนาด  $P_0 \times L_o L_i$

$$C_{k,i} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{k,i} \\ \tilde{C}_{k,i} \\ \vdots \\ \tilde{C}_{k,i} \end{bmatrix}^T \quad (6)$$

โดย  $\tilde{C}_{k,i}$  ก็ออบกันหัวลงมาของรหัสสเปคต์ติ้ง ขนาด  $L_o \times N + L_i - 1$

$$\tilde{C}_{k,i} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & C_{k,i,1,1} & \dots & C_{k,i,1,0} \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ C_{k,i,N,1} & \dots & C_{k,i,N,0} & & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

เมื่อ  $\tilde{C}_{k,i}$  ก็ออบเมตริกซ์ของ  $C_{k,i}$  ลดลง  $L_o - 1$  ถูกตัดออก หากกำหนดให้เวกเตอร์ช่องสัญญาณของผู้ใช้แต่ละรายซึ่งมีความขาวเท่ากับ  $L_o$  คือ  $h_{k,i} = [h_{k,i,1}, \dots, h_{k,i,L_o-1}]$  จะสามารถเขียนเมตริกซ์ของสัญญาณขนาด  $L_o L_i \times L_o$  ได้ดังนี้

$$H_{k,i} = \begin{bmatrix} h_{k,i} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & h_{k,i} \end{bmatrix} \quad (8)$$

โดย  $m = 0$  หากนิยามการส่งข้อมูลแบบ LR,  $m = 1$  หากนิยามการส่งข้อมูลแบบ HR สัญญาณที่ประกายที่เครื่องรับเป็นผลรวมของสัญญาณจากผู้ใช้รายที่ส่งแบบ LR และผู้ใช้รายที่ส่งแบบ HR กับสัญญาณรบกวนแบบ AWGN ( $w(n)$ ) ดังนั้นแบบจำลองของสัญญาณประกายที่เครื่องรับ ( $r(n)$ ) แสดงได้ดังนี้

$$r(n) = r_o(n) + r_i(n) + w(n) \quad (9)$$

เมื่อ  $w(n) = [w(nP_0 + P_0 - 1), \dots, w(nP_0)]^T$

### 3. ตัวตรวจสอบแบบบันลักษณ์

### 3.1 การปรับเปลี่ยนใช้สิ่งอัจฉกริธีน CMOE

ตัวครัวจับเชิงเก็บแบบลาติส์สำหรับตรวจคุณภาพของอาหารที่ได้รับความนิยมคือ MOE [2] อย่างไรก็ตามตัวตรวจเชิงดังกล่าวไม่สามารถที่จะตรวจได้ในกรณีที่ซองสัญญาณมีผลของน้ำดีพำพ ต่อมา [3] ได้เสนออัลกอริธึม CMOE ซึ่งสามารถที่จะตรวจภาษาได้เจ็อนในไขของน้ำดีพำพ เดียวกับอัลกอริธึมแบบ CMOE สามารถตรวจที่งานขึ้นอยู่กับการเลือกสารตัวชี้วัด ดังนั้น [4-5] ให้แทนอัลกอริธึสำหรับปรับหาค่าเกณฑ์ที่เหมาะสมที่สุดสำหรับชุดของสารตัวชี้วัด ซึ่งจะส่งผลให้สามารถตรวจลักษณะแบบต่างๆ ของอาหาร ฟังก์ชันของประสาท (cosine function) ของ MOE

$$J_{\text{opt}}(\mathbf{f}) = E\{\mathbf{f}^T \mathbf{f}\} \quad (10)$$

เมื่อ  $f$  คือเก้าอี้รั้งประดิษฐ์ของค่าวาระขับ เพื่อแก้ปัญหาการเกิดมิเต้แม่ครองอัลกอริธึม MOE ดังนี้ [3] ได้เก็บอัจฉริย์ก้าหนငุ ให้ตามดิ่ว่ารายชื่อเวลาหน่วงของรหัสไปรษณีย์ดังของสู่เริ่ยวายที่ต้องการ ตรวจสอบด้วยกุญแจที่มีอยู่ทั้งหมดที่รู้ว่าหากเริ่ยวายที่ต้องการมีลักษณะที่มีขนาดสูงสุด แต่ไม่ทราบผลตอบสนองของส่วนที่ต้องการอยู่ที่ส่วนใด กำหนดเป็นร่องนี้ให้ลับนี้

$$\mathbf{f}^T \mathbf{C} = \{1, 0, \dots, 0\} \quad (11)$$

โดย C คือปริภูมิขององรหัสแปลงซึ่งใช้รายที่ต้องการตรวจสอบที่ดำเนินหน่วงหน่วงเวลาต่างๆ, P คือความถี่ขององรหัสแปลงดัง

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c(0) & 0 & \vdots \\ \vdots & \ddots & c(0) \\ c(P-1) & \vdots & \vdots \\ 0 & \ddots & c(P-1) \end{bmatrix} \quad (12)$$

ทำการตัดเปล่ง MOE ให้เข้ากันเงื่อนไข ให้ยกกำเนิดให้การเดือนที่ของ เกาะเดอร์  $f$  ( $\nabla$ ) ตั้งฉาก (orthogonal) กับปริญีช่องของหัวสากประดิ้ง (C) ตั้งนั้นจากหลักการนี้ถ้ามีผลของน้ำดลีพาร์ทในตัวเหมือนต่างๆ อัลกอริธึมจะบังคับให้ทิศทางการปรับของวงเดอร์  $f$  ถูกเข้าตามค่าหนึ่ง คือ คั่งกฎการที่ (1) สามารถปรับตัวสำหรับขั้นประสีกิจของตัวรวมจับคือ

$$\mathbf{f}(n+1) = \mathbf{f}(n) - \mu \prod \frac{1}{2} \mathbf{f}(n) \nabla_{\mathbf{f}} \{ J_{\text{MSE}}(n) \} \quad (13)$$

$$\Pi_{\epsilon}^{\perp} = I - \Pi_{\epsilon} \quad (14)$$

ແຕກ

$$[\Pi]_c = C^T [CC^T]^{-1} C \quad (15)$$

อ่างໄໄก์ຕາມສາරົດນະອົງຕົວຈົງບັນແບນ CMOE ຊັງໝົດອື່ນກັບການເລືອກສິ່ນໃຫຍ່ສີໄຫ້ເໜາະສົມເມື່ອໄຟ່ນັນນານີ້ [4] ໄດ້ເສັນອວິເສດຖານີ້ພໍໃຫຍ່ສີເພື່ອຫາກຕົ້ນໃຫຍ່ສີທີ່ເໜາະສົມເພື່ອຮອງຮັບຮ່ອງສັງຄູ່ມານີ້ແຕກຕ່າງກັນໃນຮະບົບກຮືດິຕ່າງໆ ໂດຍທ້າການຫາອຸພັນຮູ້ອີງຝຶກຂັ້ນຈຸດປະກຳ (ງ/ກ) ເທິບຂັບຕົ້ນໄປຢີສີ ( $\mu$ ) ທີ່ວາງ ກໍ ດັ່ງນີ້

$$\frac{\partial J(n)}{\partial \mu} = 2E\{Y^T(n)r(n)r^T(n)Y(n)\} \quad (16)$$

$$\text{ໄມ້ } Y(n) = \left. \frac{\partial f(n)}{\partial \mu} \right|$$

### คิงนันทนาการปรับตัวของกัมประสีกธี ๑(๑) ที่อ

$$f(n+1) = f(n) - \mu(n) \prod \frac{1}{r(n)} r(n) r'(n) \quad (17)$$

### และที่น่านับถือที่สุดคือการรับสถาเด็จไฮซีร์

$$\mu(\beta+1) = \left[ \mu(\beta) - g \Gamma^T(\beta) \Gamma(\beta) \Gamma^T(\beta) \mathbf{Y}(\beta) \right]^+ \quad (18)$$

เมื่อ  $\alpha > 0$  ก็อัตราการปรับตัว ทั่วไป  $[-\mu, \mu]$  และการจัดค่า  $\mu$  ไว้ที่ค่าสูงสุด  $\mu$  และต่ำสุด  $-\mu$  ทั่วไป  $(\mu+1)$  หาได้จาก

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(n+1) = & \left[ \mathbf{I} - \mu(n) \mathbf{r}(n) \mathbf{r}^T(n) \right] \mathbf{Y}(n) + \mu(n) \mathbf{r}^T(n) \mathbf{Y}(n) \mathbf{I}^{-1} \mathbf{r}(n) \\ & - \mathbf{r}^T(n) \mathbf{f}(n) \mathbf{I}^{-1} \mathbf{r}(n) \end{aligned} \quad (19)$$

### 3.2 หลักการของปริภูมิเชื่อม

ตามที่ว่าการที่สกประสงค์ดึงของสูตร  $K$  ราย  $\{C_i\}_{i=1}^n$  เป็นอัตราเชิงเส้นต่ออัน ดังนั้นสามารถแยกผลตัวคูณของส่วนที่ไม่ใช้สัญญาณ ประกอบกับตัวคูณของรับ ท. เป็นปริมาณมีอยู่ได้แล้วนั้น

$$\mathfrak{U} = E\{U^T\} = [U_1 \ U_n] \begin{bmatrix} \Lambda_1 & 0 \\ 0 & \Lambda_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1^T \\ U_n^T \end{bmatrix} \quad (20)$$

โดย  $U_r = [u_1, \dots, u_r]$  คือปริภูมิของชุดองค์ประกอบ  $u_1, \dots, u_r$  และ  $U_n = [u_{r+1}, \dots, u_n]$  คือปริภูมิของชุดองค์ประกอบ  $u_{r+1}, \dots, u_n$  ที่เหลือ

ที่มีส่วนประกอบที่เป็นค่าไถ่เกณ (eigen value) ของสัญญาณ และ  $\Lambda_n = \sigma^2 I_{p \times p}$  คือเมตริกซ์ที่มีส่วนประกอบที่เป็นค่าไถ่เกณ ของสัญญาณรบกวนมีค่าเท่ากัน  $\sigma^2$  อาศัยหลักการของ MOE ร่วมกัน เนื่องไปที่กำหนดคือ

$$f_{\text{opt}} = \arg \min_{\mathbf{f}} \mathbf{f}^T \mathbf{f} \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{f}^T \mathbf{c} = 1 \quad (21)$$

โดย  $\mathbf{c}$  คือเวกเตอร์รหัสเปรคติ้งของผู้ใช้รายที่ต้องการตรวจสอบ ใช้วิธีการค่าคูณลากгонซ์ (Lagrange multiplier) เพื่อจะเปลี่ยนเป็นค่าทางการที่เหมาะสมที่สุดแบบนี้ในนั้นคือ  $\mathbf{f}$  ที่ (21) เป็นแบบ ไม่มีเงื่อนไขได้คือ

$$J(\mathbf{f}) = \mathbf{f}^T \mathbf{f} + 2\zeta (\mathbf{f}^T \mathbf{c} - 1) \quad (22)$$

จากสมการข้างต้นสามารถหาค่าสัมประสิทธิ์ของ  $\mathbf{f}$  ได้โดยการกำหนดให้  $\frac{\partial J(\mathbf{f})}{\partial \mathbf{f}} = 0$  นั่นคือ

$$f_{\text{opt}} = -\zeta \mathbf{c}^T \mathbf{c}_1 = \zeta \mathbf{U}_1 \Lambda_1^{-1} \mathbf{U}_1^T \mathbf{c}_1 \quad (23)$$

$$\text{มีที่ } \zeta = -\frac{1}{\mathbf{c}_1^T \mathbf{U}_1 \Lambda_1^{-1} \mathbf{U}_1^T \mathbf{c}_1}$$

อย่างไรก็ตาม การประมาณค่าอัตตราสัมพันธ์ที่ดีที่สุดนั้นคือ ข้ามที่ต้องหา จากขนาดของข้อมูลจำนวนมาก ซึ่งจะทำให้ความซับซ้อนในการ คำนวณของอัลกอริธึมที่ต้องหลักการของปริภูมิขั้นสูง ดังนั้น [6] ได้ เสนออัลกอริธึม PASTd สำหรับใช้ประมาณค่าทางการของปริภูมิขั้นสูงโดย ใช้เทคนิคการปรับตัวทุกๆ เวลา ( $\mathbf{g}$ ) ดังนั้นสมการที่ (23) นี้จะได้เป็น

$$f_{\text{opt}}(\mathbf{g}) = \frac{1}{\mathbf{c}_1^T \mathbf{U}_1(\mathbf{g}) \Lambda_1^{-1}(\mathbf{g}) \mathbf{U}_1^T(\mathbf{g}) \mathbf{c}_1^T} \mathbf{U}_1(\mathbf{g}) \Lambda_1^{-1}(\mathbf{g}) \mathbf{U}_1^T(\mathbf{g}) \mathbf{c}_1 \quad (24)$$

#### 4. อัลกอริธึมที่นำเสนอ

อัลกอริธึมที่นำเสนออาศัยการนำอัลกอริธึมแบบ AS-CMOE ซึ่งมีข้อดีคือสามารถทำงานได้ดีกว่าให้เงื่อนไขของสัญญาณมีผลของมัลติพารามิเตอร์ของสัญญาณการเปลี่ยนแปลงของทันทีทันใด (เนื่อง จากมีการปรับตัวที่ดี) นำประยุกต์ให้ร่วมกับหลักการของปริภูมิขั้นสูง ที่มีข้อดีคือสามารถแยกและปริภูมิขั้นของสัญญาณรบกวนออกจาก ปริภูมิขั้นของสัญญาณได้ ซึ่งโดยทั่วไปมักนิยมใช้การ SVD (Singular Value Decomposition) ทำการหาปริภูมิขั้นที่เวลา  $\mathbf{g}$  ดังนี้

$$\mathbf{f}(\mathbf{g}) \mathbf{f}^T(\mathbf{g}) = [\mathbf{U}_1(\mathbf{g}) \quad \mathbf{U}_n(\mathbf{g})] \begin{bmatrix} \Lambda_1(\mathbf{g}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Lambda_n(\mathbf{g}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^T(\mathbf{g}) \\ \mathbf{U}_n^T(\mathbf{g}) \end{bmatrix} \quad (25)$$

ตามดิ่ว่าทราบข้างบนของผู้ใช้ภายในระบบ ( $K$ ) ดังนั้นสามารถหาค่า เมตริกซ์อัตตราสัมพันธ์ที่ปราศจากสัญญาณรบกวนได้ดังนี้

$$\tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{g}) \tilde{\mathbf{f}}^T(\mathbf{g}) = \mathbf{U}_1(\mathbf{g}) \Lambda_1(\mathbf{g}) \mathbf{U}_1^T(\mathbf{g}) \quad (26)$$

นำมาระบุให้ร่วมกับดั้วยั่งแบบลากซ์ AS-CMOE ซึ่งมีการ ปรับตัวทุกๆ เวลา  $\mathbf{g}$  ดังนั้นจะได้สมการปรับตัวหารบอัลกอริธึมที่ดี แทนอยู่เป็น

$$\mathbf{f}(\mathbf{g}+1) = \mathbf{f}(\mathbf{g}) - \mu(\mathbf{g}) \Gamma \tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{g}) \mathbf{U}_1(\mathbf{g}) \Lambda_1(\mathbf{g}) \mathbf{U}_1^T(\mathbf{g}) \quad (27)$$

และสมการปรับตัวหารสเกลเบ้าที่เหมาะสมคือ

$$\mu(\mathbf{g}+1) = [\mu(\mathbf{g}) - \alpha \mathbf{U}_1(\mathbf{g}) \Lambda_1(\mathbf{g}) \mathbf{U}_1^T \mathbf{Y}(\mathbf{g}) \mathbf{f}^T(\mathbf{g})] \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(\mathbf{g}+1) = & [\mathbf{I} - \mu(\mathbf{g}) \mathbf{U}_1(\mathbf{g}) \Lambda_1(\mathbf{g}) \mathbf{U}_1^T] \mathbf{Y}(\mathbf{g}) \\ & + \mu(\mathbf{g}) \Gamma \tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{g}) \mathbf{U}_1(\mathbf{g}) \Lambda_1(\mathbf{g}) \mathbf{U}_1^T \mathbf{Y}(\mathbf{g}) \\ & - \Gamma \tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{g}) \mathbf{U}_1(\mathbf{g}) \Lambda_1(\mathbf{g}) \mathbf{U}_1^T \mathbf{f}(\mathbf{g}) \end{aligned} \quad (29)$$

#### 5. การจัดการการทำงาน

กำหนดให้ระบบ DS-CDMA เป็นแบบเข้าจังหวะ มีจำนวนผู้ ใช้เท่ากับ  $K = K_1 + K_2 = 5$  ราย ให้ผู้ใช้เบ่งออกเป็นสองกลุ่มคือ กลุ่ม แรกประกอบไปด้วยผู้ใช้รายที่สั่งข้อมูลแบบ LR จำนวน  $K_1 = 3$  ราย กลุ่ม ที่สองประกอบไปด้วยผู้ใช้รายที่สั่งข้อมูลแบบ HR จำนวน  $K_2 = 2$  ราย กำหนดอัตราการส่งข้อมูลของผู้ใช้ กลุ่ม HR สูงกว่าผู้ใช้กลุ่ม LR อยู่  $M = 4$  เท่า รหัสการส่งข้อมูลของผู้ใช้กลุ่ม HR กำหนดให้ขาเท่ากับ  $P_1 = 31$  สำหรับของผู้ใช้กลุ่ม LR กำหนดให้ขาเท่ากับ  $P_2 = 4 \times 31 = 124$  โดย รหัสเปรคติ้งที่สร้างจากการรวมรหัสเปรคติ้งที่มีความขาวเท่ากับความ ขาวของผู้ใช้รายที่สั่งแบบ HR หรือรหัสไซคลิก (Cyclic code) [6] (ซึ่ง ในแต่ละช่วงบิตสัญญาลักษณ์ของ HR จะประกอบไปด้วยรหัสเปรคติ้ง รวมที่เห็นอีกต้นแต่สัมบูรณ์) ส่งผ่านช่องสัญญาณที่มีผลของบันทึก ทางจำนวน 4 เส้นทาง สมมติให้ผู้ใช้แต่ละรายมีความน่าจะเป็นของ ตัวเห็นที่น่าจะเห็นตามลักษณะตัวเห็นที่ 2 ถึง 4 กระบวนการรบกวนช่วง  $[0.4 T_c]$  มีส่วนเบี้ยนมาตราฐานเท่ากับ 0.3 โดยความขาวของช่อง สัญญาณ ( $L_c$ ) เท่ากับ  $10T_c$  ( $T_c$  คือความเวลาชิด) สมมติให้ในมีการ รบกวนสีขำในระบบ และพัฒนาของผู้ใช้รายที่ต้องการตรวจสอบคือผู้ใช้ รายที่  $k = 1, 2, 3, 4, 5$  (HR) นักวิจัยท่านนี้ เลือกใช้ตัวตรวจสอบมีความขาว เท่ากับความขาวของรหัสเปรคติ้งของ HR เพียงตัวเดียวและกำหนดว่า ทราบจำนวนของผู้ใช้ในระบบ ( $K$ )

ในการทดลองที่ทำการจัดการการทำงานโดยเปรียบเทียบ สมรรถนะของอัลกอริธึมที่นำเสนอ กับอัลกอริธึม MMSE (Minimum Mean Square Error) แบบอุดมคติ อัลกอริธึม AS-CMOE และอัลกอริ

ใน PASTd กำหนดค่าตัวเพิ่บไซส์รีมค่าน้ำหนักขั้ล กลอเรียมที่น้ำหนักอันดับ อัลกอริธึมเดิม AS-CMOE เท่ากับ  $\mu(0) = 1 \times 10^{-1}$  และกำหนดค่าของขั้นตอนของสเกลบีไซส์  $\mu^+$ ,  $\mu^-$  เท่ากับ  $1 \times 10^{-2}$  และ 0 ตามลำดับ ทดสอบสมรรถนะภายใต้เงื่อนไขที่สภาพแวดล้อมแบบพลาวัต ทำการทดสอบอย่างส่องกระจก สมรรถนะของเครื่องรับสั่งการหาค่าเฉลี่ยของ SINR

$$SINR_{av}(n) = \sum_{i=1}^M \frac{\left( f_{i,n}^T (n-j) G_{n-j}(i,1) \right)^2}{\left\| f_{i,n}^T (n-j) G_{n-j}(i,1 : X_0, M) \right\|^2 + \sigma^2 \left\| f_{i,n}^T (n-j) \right\|^2} \quad (28)$$

โดย  $x$  คือจำนวนครั้งของการจำลองการทำงาน,  $i$ , คือตัวตรวจสอบแบบบลัดค่าส่วนบุคคลที่  $i$  ( $i=1, \dots, M$ ) เวกเตอร์มีความข้าว เท่ากับ  $L_s = 31$ ,  $G(n) = [G_{1,n}(n), \dots, G_{M,n}(n), G_{1,n}(n), \dots, G_{M,n}(n)]$  และ  $G_{k,n}(n) = [G_{k,1}^T(n-1), \dots, G_{k,1}^T(n-j)]^T$ ,  $j=1 \dots M$

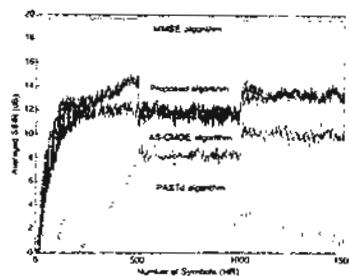
กรณีที่ 1. ทำการทดสอบสมรรถนะภายใต้เงื่อนไขสภาพแวดล้อมมีการเปลี่ยนแปลงแบบพลาวัต ที่ค่าเวลาเท่ากับ 0 ในช่องสัญญาณประกอบไปด้วยสูตรชั้นที่ 3 ราย โดยมีสูตรใช้ที่ต่อแบบ HR เท่ากับ 2 ราย รายแรกคือ สูตรรายที่ต้องการตรวจสอบค่าหนาให้มี SNR เท่ากับ 20 dB รายที่สองเป็นสูตรใช้ทรรศน์อัลกอริธึม (near-far ratio)  $10 \log \left( \frac{P_{far}}{P_{near}} \right)$

เท่ากับ 10 dB และรายที่สามเป็นสูตรใช้ทรรศน์อัลกอริธึม LR นิอัลตราไกส์ ไกลเท่ากับ 20 dB ที่ค่าเวลาบีตสัญญาณช่อง HR เท่ากับ 500 ปริมาณกว่ามีสูตรใช้ทรรศน์อัลกอริธึม LR นิอัลราไกส์ไกลเท่ากับ 20 dB จำนวนสองรายเพิ่มเข้ามาในช่องสัญญาณและที่ค่าเวลาบีตสัญญาณลักษณะของ HR เท่ากับ 1,000 สูตรใช้ทรรศน์อัลกอริธึม LR หนึ่งรายออกไปจากช่องสัญญาณ

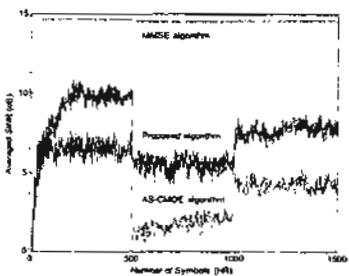
รูปที่ 1. แสดงค่าเฉลี่ยของ SINR ครอบคลุม 100 Monte-Carlo run ( $Z = 100$ ) ซึ่งจะเห็นได้ว่าสมรรถนะของอัลกอริธึมที่น้ำหนักสามารถปรับปรุงค่าของ SINR เห็นได้ว่าอัลกอริธึมเดิม AS-CMOE ได้เพิ่ง 3 dB สำหรับอัลกอริธึม PASTd ไม่สามารถทำงานภายใต้สภาพแวดล้อม

กรณีที่ 2. ทำการทดสอบสมรรถนะภายใต้เงื่อนไขสภาพแวดล้อมมีการเปลี่ยนแปลงแบบพลาวัตในสภาวะที่สว่าง ที่ค่าเวลาเท่ากับ 0 ในช่องสัญญาณประกอบไปด้วยสูตรชั้นที่ 3 ราย โดยรายแรกคือสูตรใช้รายที่ต้องการตรวจสอบค่าหนาให้มี SNR เท่ากับ 15 dB รายที่สองเป็นสูตรใช้ทรรศน์อัลกอริธึม LR นิอัลราไกส์ไกลเท่ากับ 15 dB และรายที่สามเป็นสูตรใช้ทรรศน์อัลกอริธึม LR นิอัลตราไกส์ ไกลเท่ากับ 25 dB ที่ค่าเวลาบีตสัญญาณลักษณะของ HR เท่ากับ 500 มีสูตรใช้ทรรศน์อัลกอริธึม LR นิอัลราไกส์ไกลเท่ากับ 25 dB จำนวนสองรายเพิ่มเข้ามาในช่องสัญญาณและที่ค่าเวลาบีตสัญญาณลักษณะของ HR เท่ากับ 1,000 สูตรใช้ทรรศน์อัลกอริธึม LR หนึ่งรายออกไปจากช่องสัญญาณ

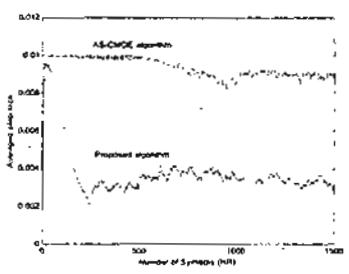
รูปที่ 2(g) แสดงค่าเฉลี่ยของ SINR ครอบคลุมการทำงาน



รูปที่ 1. ค่าเฉลี่ย SINR ของอัลกอริธึมที่น้ำหนักเปรียบเทียบกับอัลกอริธึม MMSE, AS-CMOE [4] และ PASTd [6] ที่ SNR เท่ากับ 20 dB



(b)



(c)

DS18

รูปที่ 2(g) ค่าเฉลี่ย SINR ของอัลกอริธึมที่น้ำหนักเปรียบเทียบกับอัลกอริธึม MMSE, AS-CMOE [4] และ PASTd [6] ที่ SNR เท่ากับ 15 dB และรูปที่ 2(h) ค่าเฉลี่ยของส่วนของอัลกอริธึมที่น้ำหนักเปรียบเทียบกับอัลกอริธึม AS-CMOE

แบบมอนติคาร์โล (Monte-Carlo run) 100 ครั้ง ในช่วงเวลาบีตสัญญาณลักษณะของ HR เท่ากับ 0 ถึง 500 จะเห็นได้ว่าสมรรถนะของอัลกอริธึมที่น้ำหนักสามารถอุ่นเข้าสู่ภาวะคงค่าว่าได้เร็วกว่าอัลกอริธึมเดิม

AS-CMOE ซึ่งสังเกตได้ จากการปรับตัวของเพดานไซต์ส่งในรูปที่ 2 (ข) โดยอุ่นเข้าสู่ค่าที่เหมาะสมก่อนถึงกานเวลาปิดสัญญาณของ HR เท่ากับ 500 และค่า SNR ของขั้นตอนที่ส่งจะเป็นไปได้ด้วยอัลกอริทึมแบบ MMSE มากที่สุดเมื่อเทียบกับอัลกอริทึมแบบเดิม AS-CMOE โดยสามารถปรับปรุงสมรรถนะได้เหนือกว่าอัลกอริทึมเดิมได้ถึง 4 dB ในขณะที่อัลกอริทึม PASTo ไม่สามารถทำงานได้ในสภาวะที่ส่วนร้อยตั้งกล่าว

จากการจำลองการทำงานและลองให้เห็นว่าการนำหลักการของปริภูมิอ่องประยุกต์ใช้กับอัลกอริทึม AS-CMOE สามารถปรับปรุงสมรรถนะได้ดีกว่าอัลกอริทึมแบบเดิม โดยเฉพาะในกรณีที่ช่องสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงแบบพลวัต และช่องสัญญาณมีขนาดของ การแทรกสอดจากผู้ใช้รายอื่นสูงรวมถึงมีการรบกวนจาก AWGN สูง

## 6. สรุป

ในบทความนี้ได้ประยุกต์นำหลักการของปริภูมิอ่องประยุกต์มาใช้กับอัลกอริทึม AS-CMOE เพื่อออกแบบค่าตรวจสอบผู้ใช้รายเดียวบนขนาดค่าห้องระบบ DS-CDMA แบบสองอัตราข้อมูล โดยขอแบบให้ ทำการตรวจสอบข้อมูลของผู้ใช้ที่ส่งแบบอัตราสูง โดยอาศัยตัวตรวจสอบเพียงตัวเดียว ปราศจากอัลกอริทึมเดิมที่ต้องนำเสนองานการปรับปรุงสมรรถนะ ได้เหนือกว่าอัลกอริทึมเดิมได้ถึง 4 dB กماให้สภาวะที่ช่องสัญญาณมีขนาดของผู้ใช้รายที่แทรกสอดและสัญญาณรบกวนสูง รวมถึงมีการสูง เข้าสู่สภาวะคลื่นได้รีบกว่า

## 7. เอกสารอ้างอิง

- [1] M. K. Tsatsanis, Z. Xu and X. Lu, "Blind Multiuser Detectors for Dual Rate DS-CDMA System Over Frequency Selective Channel," *Proc. European Signal Processing Conference (EUSIPCO'00)*, vol.2, pp. 631-634, September 2000.
- [2] M. Honig, U. Madhow and S. Verdú, "Blind Adaptive Multiuser Detection," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.41 pp. 944-960, July 1995.
- [3] M. K. Tsatsanis, "Inverse Filtering Criteria for CDMA Systems", *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol.45, No.1 pp. 102-112, July 1997.
- [4] P. Yuvapoositanon and J. Chamber, "An Adaptive Step-size Code-Constrained Minimum Output Energy Receiver For Nonstationary CDMA Channel", *Proc. IEEE ICASSP'2003*, pp 465-468, 2003.
- [5] S. Pampichai and P. Sirisuk, "On the Improvement of Blind MOE detector Via *A Posteriori* Adaptation and Adaptive Step-size", *Proc. IEEE ISCAS' 2003*, pp 460-463, 2003.
- [6] X. Wang and V. Poor, "Blind Multiuser Detection: A Subspace Approach," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.44, No.2, pp. 677-690, July 1998.
- [7] M. Saquib, R. Yates and N. Mandayam, "Decorrelating Detectors for a Dual Rate Synchronous DS/CDMA Channel ", *Wireless Personal communications*, vol. 9, No. 3, pp.197-216, May 1999.
- [8] P. K. P. Cheung, P. B. Rapajic and R. A. Kennedy, "Effect of new users on blind adaptive synchronous multiuser DS-CDMA detection," *Proc. ICC'98*, vol. 1, pp.48-52, 1998.
- [9] V. Krishnamurthy, G. Yin and S. Singh, "Adaptive Step-Size Algorithm for Blind Interference Suppression in DS-CDMA", *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 49, pp. 190-201, Jan. 2001.



สมพันธ์ หรรณพิชัย สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี ศิษย์ สาขาวิศวกรรมโทรคมนาคม จامعةวิทยาลัยเทคโนโลยีโลหิทมหานคร พ.ศ. 2539 สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโทจาก สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง พ.ศ. 2542 ปัจจุบันเป็นอาจารย์ประจำตู้ที่ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีโลหิทมหานคร สนใจงานวิจัยทางด้าน การสื่อสารแบบดิจิตอล (digital communication), การประมวลผลสัญญาณแบบปรับตัวได้ (adaptive signal processing) และ การออกแบบวงจรทางด้านความต้องสูง



เตี๊ยด ศิริสุข จบการศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิศวกรรมโทรคมนาคม (เกียรตินิยม) จากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง พ.ศ. 2535 และสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโท และปริญญาเอก ทางด้าน Signal Processing จาก Imperial College ประเทศอังกฤษ พ.ศ. 2537 และ 2543 ตามลำดับ ปัจจุบันเป็นอาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์และศูนย์วิจัยความทึบเที่ยมไฟฟ้า สถาบันวิจัยด้านการประมวลผลสัญญาณดิจิตอล การที่อสารความเที่ยมไฟฟ้าและออกแบบวงจรรวมสำหรับระบบสื่อสารไร้สายและการสื่อสารระบบ CDMA



พงษ์พสุ ถุกุญญาดานนท์ จบการศึกษาระดับปริญญาเอก ในสาขาวิชาการประมวลผลสัญญาณดิจิตอล จาก จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีโลหิทมหานคร หัวข้องานวิจัยที่สนใจ ให้แก่ การประมวลผลสัญญาณแบบปรับตัวได้ (adaptive signal processing) ตัวปรับแต่งช่องการสื่อสารแบบบลีนเดอร์ (blind channel equaliser) การตรวจสอบแบบพลวัตผู้ใช้งาน (multiuser detection) รวมถึงระบบประมวลผลสัญญาณแบบต่างๆเพื่อการสื่อสาร (signal processing for communications)

## SUBSPACE-BASED INTERFERENCE SUPPRESSION TECHNIQUE FOR LONG-CODE DOWNLINK CDMA ADAPTIVE RECEIVER

Samphan Phrompichai, Peerapol Yuvapoositanon, and Phaophak Sirisuk

Department of Electronic Engineering  
Mahanakorn University of Technology, Bangkok 10530, THAILAND  
Phone: +66 2988 3655, Fax: +66 2988 4040, Email: samphan, peerapol, phaophak@mut.ac.th

**Abstract**-This paper presents a novel combination of subspace method and linear adaptive step-size LMS receiver for multiuser detection (MUD) in synchronous long-code downlink DS-CDMA systems. The receiver can be operated in multipath environments with the presence of multiple access interference (MAI) and near-far problem. Simulations show that the proposed receiver is capable of MAI suppression and multipath mitigation. Specifically, the proposed receiver improves performance of the linear adaptive LMS receiver in terms of convergence speed and SINR in static environment and dynamic environment where the number of interferers are time varying.

### I. INTRODUCTION

Direct sequence code division multiple access (DS-CDMA) has received considerable interest especially in wireless communication applications, due to its efficient spectral utilization and its ability to support larger number of users and higher data transmission rate. Currently, the majority of receiver implementation is limited to short-code CDMA systems in which each user's data bit is spread by an identical short code assigned to that particular user. Nonetheless, practical systems including the existing IS-95 and the third generation (3G) systems rely on long-code sequences with very long periods. Specifically, in addition to a short orthogonal code assigned to each mobile user, a cell-specific long-code - often referred to as a scrambling code - is also employed prior to synchronous transmission [1].

In multipath environments, performance degradation of CDMA systems is mainly due to multiple access interference (MAI) and near-far problem. The latter is more pronounced in downlink than uplink since downlink power control leads to a possible near-far problem by design. Specifically, the base station transmits at higher power to mobile terminals which are further away, multipath components for the signal destined for such users can then seriously affect reception at a terminal close to the base station [2]. The multipath effect destroys orthogonality among distinct user codes. As a consequence, MAI and near-far problems cannot be efficiently alleviated by the use of matched filter (MF) implemented in the form of RAKE receivers. Therefore, bit error rate may not be in an acceptable level for various services, which require high-speed transmission. For long-code DS-CDMA, multiuser detection (MUD) schemes designed for short-code systems, e.g., the minimum output energy (MOE) algorithm [3] and the subspace method of [4] cannot be directly applied since cyclostationarity at the symbol period is no longer available.

Recently, a blind adaptive multiuser receiver designed for both short and long spreading codes systems was proposed in [5]. A more recent attempt to improve tracking performance of the receiver is the introduction of the chip receiver that is updated at the chip-rate [6]. The method exploits a code-multiplexed pilot to adapt the chip rate equalizer. Nevertheless, to attain the optimum solutions, the cut-off parameter of the low-pass filter is used as an MAI suppressor must be chosen manually by the designer.

Despread can be directly incorporated into the equalization cost function [2] which enables the use of pilot or training signal at higher SIR and direct estimation of the desired user at the symbol rate. The symbol-level equalizer measures the error after the despreading at symbol rate. Typically, the received signal is sampled faster than the chip rate to increase temporal diversity. This leads to the use of fractionally-chip-spaced equalizer (FSE) at the receiver. However, the performance of the stochastic gradient based algorithm of [2] heavily depends upon a choice of step-size. Also, FSE tap-weights achieved by pilot-based channel estimation cannot be directly applied for the desired user detection unless a scaling process on the tap-weights is performed [7].

In this paper, we propose an adaptive step-size FSE equalizer for restoring the orthogonality among the spreading sequences after descrambling. A subspace method substitutes MF in [2] for MAI suppression and near-far problem mitigation. This method is shown to be efficient in suppressing MAI in channel which orthogonality of spreading code is destroyed. The projection approximation subspace tracking (PASTd) algorithm [4] is employed to reduce computational complexity incurred by singular value decomposition (SVD) technique. An adaptive step-size least mean square (AS-LMS) algorithm is incorporated into the equalization stage in order to automatically adjust the step-size. The novel receiver structure is semi-blind in the sense that the blind MUD operates together with the non blind AS-LMS. Simulations will later confirm improvement in terms of convergence speed and SINR of the proposed receiver as compared to the linear adaptive LMS receiver [2].

The remaining of this paper is organised as follows. In Section II, a mathematical framework of synchronous long-code downlink DS-CDMA system is formulated. The proposed receiver is presented in Section III where its associated update equations are also given. Simulation results are then shown in Section IV. Finally, conclusion is drawn in Section V.

### A. Notations

Throughout this paper, we use bold lower case for vectors, bold upper case for matrices. Also,  $\otimes$  denotes the convolution operation,  $(\cdot)^T$  for transposition,  $(\cdot)^*$  for complex conjugation and  $\lceil \cdot \rceil$  for rounding up to the nearest integer.

### II. SIGNAL MODEL

Let us consider a baseband model for CDMA downlink, where a base station has  $K$  symbol-synchronous users. In addition, the base station also transmits a synchronous pilot signal to facilitate channel estimation in the mobile. Each mobile user is assigned an orthogonal Walsh code of length  $N$ , with the all-ones Walsh code reserved for the pilot. Following this, signals from all users and pilot are combined and multiplied by a long-code cell-specific (aperiodic) sequence. This gives us the long-code downlink CDMA system model as

illustrated in Fig. 1 from which a synchronous code division multiplex signal  $t(i)$  is given by

$$t(i) = s(i) \left( \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^{N_k} c_k(i - mN_k) b_k(m) + \frac{b_0}{\sqrt{N_0}} \right), \quad (1)$$

where  $s(i)$  is the base-station scrambling long code,  $c_k(i)$  is the short spreading code of length  $N_k$  for the  $k^{\text{th}}$  user. Also,  $b_k(m)$  is the data symbol for the  $k^{\text{th}}$  user and  $b_0$  is the pilot signal with spreading gain  $N_0$ . Without loss of generality, it is assumed throughout the paper that user 1 is the desired user.

In practice, the signal reaching each mobile passes through a multipath channel. Here, we consider an FIR channel model with the channel impulse response  $\{h(i), i \in \{0, \dots, L_h\}\}$ . As users in the same base-station are synchronous and go through the same channel, the received signal  $r(i)$  is then a convolution between the transmitted signal  $t(i)$  and the channel  $h(i)$ , i.e.  $r(i) = t(i) \otimes h(i)$ . To ease a synchronization process, the received signal is typically sampled faster than the chip rate  $T_c$ , i.e.  $T_c = T_s/P$ , where  $P > 1$  is the oversampling factor. Therefore, we arrive at the fractionally-spaced (FS) received signal  $r(n)$  given by

$$r(n) = \sum_i t(i)h(n - iP) + w(n) \quad (2)$$

where  $w(n)$  is an additive white Gaussian noise (AWGN) with variance  $\sigma_w^2$ . Note that the time indexes  $n$  and  $i$  are intentionally used to distinguish between symbol rate and chip rate, respectively. For convenience, the received signal  $r(n)$  is compactly written in a vector-matrix form as

$$r_i = H t_i + w_i, \quad (3)$$

where

$$H = \begin{bmatrix} h_0 & \dots & h_{L_h} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_0 & \dots & h_{L_h} \end{bmatrix},$$

$$h_i = [h^{(0)}(i), \dots, h^{(P)}(i)]^T,$$

$$t_i = [t(i), \dots, t(i - L_h - L_f)]^T,$$

$$w_i = [w(i), \dots, w(i - P(L_f + 1) + 1)]^T.$$

At the receiver, all updates are performed every symbol  $n$  and FSE tap-weight input is a vector consisting of  $P(L_f + 1)$  chip signals

$$\begin{aligned} r_{n,j} = & [r(nT_c + iT_c - \tau), r(nT_c + iT_c - \tau + T_f), \dots, \\ & r(nT_c + iT_c - \tau + (P(L_f + 1) - 1)T_f)]^T, \end{aligned} \quad (4)$$

where  $\tau$  denotes a delay to input samples that is dependent on the pulse shaping.

### III. THE PROPOSED RECEIVER

In this section, a novel adaptive receiver for the long-code CDMA downlink is introduced. Fig. 2 illustrates a block diagram of the proposed receiver. The FSE is employed to

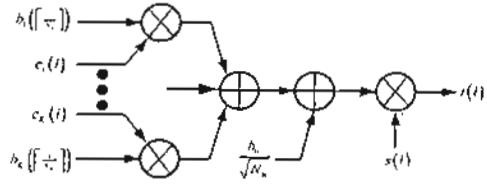


Fig. 1 The downlink CDMA system model for  $K$  users with code-multiplexed pilot.

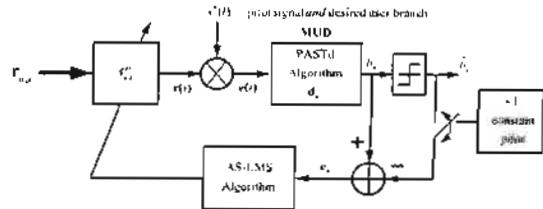


Fig. 2. The proposed subspace-based adaptive receiver for CDMA downlink.

compensate the effect of multipath and thus restore the orthogonality of distorted spreading code after descrambling. Adaptation of FSE is based on AS-LMS, which is able to automatically adjust the step-size and therefore suitable for operation in dynamic environments [8]. Following this, the subspace method [4] is applied for MAI suppression. Subspace tracking is achieved via the PASTd [4] algorithm that significantly reduces the incurred computational complexity as oppose to a traditional singular value decomposition (SVD) technique. The algorithm not only tracks the signal subspace component of the signal inside the symbol after descrambled but also updates rank of the subspace as well.

Training information is derived from the pilot signal perpetually transmitted by the base-station. The updates of the tap-weight vector, step-size and the relevant derivative of the tap-weight vector are all performed at the symbol rate. After the proposed receiver reaches a certain level of SINR, it switches to detect the desired user using only the knowledge of the user spreading code. Detection of pilot signal and the desired user can be switched by using the corresponding code as a constraint to the MUD algorithm.

Let us define the FSE equalizer tap  $f_n$ , as

$$\begin{aligned} f_n = & [f_0^{(0)}(i), \dots, f_{L_f}^{(0)}(i)]^T \\ = & [f_0^{(0)}(i), \dots, f_0^{(P)}(i), \dots, f_{L_f}^{(0)}(i), \dots, f_{L_f}^{(P)}(i)]^T \end{aligned} \quad (5)$$

Here, a mean square error (MSE) cost function is used. That is

$$J = E\{|e_n|^2\}, \quad e_n = b_n - \gamma_n, \quad (6)$$

where  $b_n$  is soft decision output obtained from the PASTd algorithm. In addition,  $\gamma_n$  is either a constant  $+1$  pilot signal or hard decision output  $b_n$  from hard limiter, depending upon the SINR condition at the time instant  $n$ . Based on the above MSE

cost, adaptation for the chip-rate equalizer tap vector  $\mathbf{f}_{n,i}$  using AS-LMS is obtained as [8]:

$$\mathbf{f}_{n+1} = \mathbf{f}_n - \mu_n \mathbf{e}_n^* \mathbf{R}_n \mathbf{d}_n, \quad (7)$$

where the matrix

$$\mathbf{R}_n = \left[ \mathbf{r}_{n,nN} \mathbf{s}_{n,nN} \dots, \mathbf{r}_{n,nN+N-1} \mathbf{s}_{n,nN+N-1} \right]$$

and the vector

$$\mathbf{d}_n = \left[ d_{n,nN}, \dots, d_{n,nN+N-1} \right]^T$$

At each recursion  $n$ , the step-size  $\mu_n$  is as well updated in a manner that the derivative of the MSE cost  $J$  with respect to the step-size  $\frac{\partial J}{\partial \mu_n}$  is minimized. Following this, we arrive at the update equation of the step-size. Specifically,

$$\mu_{n+1} = \left[ \mu_n + \alpha \mathbf{e}_n^* \left[ \mathbf{R}_n \mathbf{d}_n \right]^T \mathbf{Y}_n \right]_{\mu_n}^{u^*}, \quad (8)$$

where  $\alpha$  denotes the adaptation parameter and  $[\bullet]_{\mu_n}^{u^*}$  denotes truncation to lower and upper step-size limits. Furthermore, the vector  $\mathbf{Y}_n$  contains the derivative  $\frac{\partial J}{\partial \mu_n}$  and is adapted according to

$$\mathbf{Y}_{n+1} = \left[ \mathbf{I} - \mu_n \left[ \mathbf{R}_n \mathbf{d}_n \right] \left[ \mathbf{R}_n \mathbf{d}_n \right]^T \right] \mathbf{Y}_n + \mathbf{e}_n^* \mathbf{R}_n \mathbf{d}_n \quad (9)$$

With reference to Fig. 2, the chip estimate is readily expressed as

$$\mathbf{x}(i) = \mathbf{f}_{n,i}^T \mathbf{r}_{n,i}, \quad (10)$$

where the FSE tap vector  $\mathbf{f}_n$  and input vector  $\mathbf{r}_{n,i}$  are given by (7) and (4), respectively. After descrambling by the scrambling code  $\mathbf{s}(i)$  (c.f. Fig. 2), the overlaid scrambling code is removed. Therefore, the subspace method using the PASTd algorithm can be applied because now both cyclostationarity and orthogonality are already restored. In particular, the vector  $\mathbf{d}_n$  is computed via the PASTd algorithm:

$$\mathbf{d}_n = -\zeta \mathbf{U}_n \Lambda_n^{-1} \mathbf{U}_n^T \mathbf{c}_k, \quad (11)$$

where

$$\zeta = -\frac{1}{\mathbf{c}_k^T \mathbf{U}_n \Lambda_n^{-1} \mathbf{U}_n^T \mathbf{c}_k},$$

and  $\mathbf{c}_k$  is the  $k^{\text{th}}$  spreading code with  $k=0$  for pilot and  $k=1$  for the desired user, again depending on the condition of SINR at the time instant  $n$ . Besides, the matrix  $\mathbf{U}_n = [\mathbf{u}_{n,0}, \dots, \mathbf{u}_{n,K}]$  contains an orthonormal eigenvector of the signal subspace and  $\Lambda_n = \text{diag}[\lambda_{n,0}, \dots, \lambda_{n,K}]$  is the diagonal matrix with its diagonal elements being  $K+1$  associated eigenvalues. Both eigenvectors and eigenvalues are obtained decomposed from the decompo-

TABLE I  
THE PROPOSED ALGORITHM

---

```

FOR n = 0,1,2... DO
  FOR i = 1:N DO
    x_{n,i} = f_{n,i}^T r_{n,i}
    y_{n,i} = x_{n,i} s_{n,i}
    R_{n,i} = r_{n,i} s_{n,i}
  END
  y_n = [y_{n,1}, ..., y_{n,N}]^T
  R_n = [R_{n,1}, ..., R_{n,N}]
  FOR k = 0:K DO
    Compute u_{k,n} and \lambda_{k,n} using PASTd algorithm
  END
  U_n = [u_{n,0}, ..., u_{n,K}]
  \Lambda_n = diag[\lambda_{n,0}, ..., \lambda_{n,K}]
  d_n = -\zeta U_n \Lambda_n^{-1} U_n^T c_k
  b_n = y_n^T d_n
  IF k = k_0 THEN
    e_n = b_n - 1
  ELSE
    b_n = sgn(b_n)
    e_n = b_n - b_n
  END
  Y_{n+1} = [I - \mu_n [R_n d_n] [R_n d_n]^T] Y_n + e_n^* R_n d_n
  \mu_{n+1} = [ \mu_n + \alpha e_n^* [R_n d_n]^T Y_n ]_{\mu_n}^{u^*}
  f_{n+1} = f_n - \mu_n e_n^* R_n d_n
END

```

---

sition of the autocorrelation matrix of the symbol-rate signal after descrambled, i.e.  $\mathbf{R}_{n,i} \triangleq \mathbf{E}\{y_n y_n^T\}$ .

Finally, the output estimate can be computed from the inner product derived after the total of  $N$  chip estimations.

$$b_n = y_n^T d_n, \quad (12)$$

where the input vector

$$\mathbf{y}_n = [r_{n,nN}^T \mathbf{s}_{n,nN} \mathbf{s}_{n,nN}^T, \dots, r_{n,nN+N-1}^T \mathbf{s}_{n,nN+N-1} \mathbf{s}_{n,nN+N-1}^T]^T$$

The proposed algorithm is summarized in Table I.

#### IV. SIMULATIONS

In this section, we consider the performance of the proposed receiver in comparison with the linear adaptive LMS presented in [2] for long-code downlink DS-CDMA under multipath fading channels. The Walsh-Hadamard code was employed as the user-specific short code while a random code was used for the cell-specific long-code. A spreading gain for all users was  $N=32$ , and fractional sampling factor  $P=2$ . All users propagated through the same four-ray multipath channel. The first ray was assumed to be the dominant path where the probability of the location of the delay of the last three rays were uniformly distributed over  $[0, 10T_c]$  with standard deviation of 0.3. A root-raised cosine (RRC) chip waveform with excess bandwidth of 0.22 was used as the pulse-shaping

filter. The additive noise was white Gaussian noise with SNR=20 dB.

#### Case 1- Convergence speed:

The performance of the proposed receiver is investigated in comparison with the existing receivers under a static environment. The system with  $K+1=3$  active users was considered where user  $k=0$  and 1 are equally powered at  $P_0=P_1=P$  while user  $k=2$  is 6 dB stronger, i.e.  $P_2=4P$ . An appropriate step-size  $\mu$  of  $5 \times 10^{-3}$  was chosen for the linear adaptive LMS to ensure a stable convergence and good steady state SINR performance. For the proposed algorithm, the initial step-size  $\mu_0$  of  $1 \times 10^{-3}$  was selected. Moreover, the upper and lower step-size limits  $\mu^+$  and  $\mu^-$  were  $10^{-2}$  and 0 respectively. In this case all algorithms are designed to detect the pilot signal. Fig 3 illustrates an average MSE attained from both algorithms over 50 Monte-Carlo runs. Clearly, the proposed receiver achieves an improvement on the convergence speed over the linear adaptive LMS. In particular, while the linear adaptive LMS reaches its steady state at  $n=3000$ , the novel receiver reach steady state at as fast as  $n=300$ . Furthermore, the MSE value of the proposed receiver at the steady state is lower than that of the linear adaptive LMS receiver by 0.06 and reaches to theoretical MMSE=0.015.

#### Case 2- Effective of new users with strong MAI:

Next simulation aimed to compare tracking capability of each receiver in detecting the desired user in a dynamic environment where the number of users in the channel is time varying. Simulation parameters were identical to those of case 1 except that two additional users with equal power to the pilot signal entered the channel at  $n=0$ . The linear adaptive LMS receiver was updated by using pilot sequences. Detection of the desired user was made after despreading by using the spreading code of the desired user. For the proposed receiver, at time  $n=0$  the receiver starts to detect the pilot user, until at time  $n=200$  the receiver is switched to detect the desired user. At time  $n=400$  two users with 6 dB stronger than and three users with equal power to the desired user were presented in addition to the existing users. At time  $n=700$ , one of the 6 dB stronger user and three of the equal power users were absent from the system. Fig. 4 illustrates averaged SINR over 50 Monte-Carlo runs. The proposed receiver responds to the abrupt change of the number of users in strong MAI much better than the linear adaptive LMS. SINR improvement is approximately 4 dB.

#### V. CONCLUSIONS

In this paper, a subspace method and an adaptive step-size LMS are applied into the linear adaptive LMS receiver for long-code downlink DS-CDMA systems. The performance of the proposed receiver within nonstationary environment, multipath fading channels and strong MAI are examined. The proposed receiver works well in tracking the abrupt changes due to interfering users entering and exiting the channel. Simulation results have shown that the novel algorithm can achieve improved convergence speed and higher SINR as compared to the linear adaptive LMS receiver.

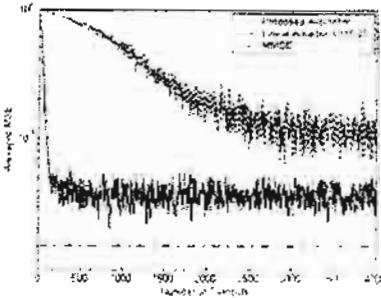


Fig. 3. Averaged MSE's obtained from the proposed receiver and the linear adaptive LMS receiver [2] in a static environment.

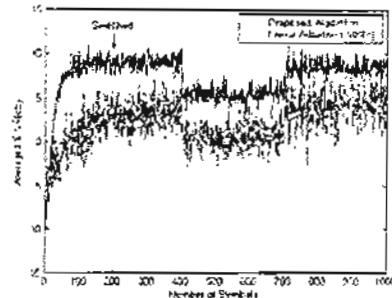


Fig 4. Averaged SINR's obtained from the proposed receiver and the linear adaptive LMS receiver [2] in sudden arrival of users and nonstationary multipath channel.

#### REFERENCES

- [1] T. Ojanpera and R. Prasad, "An overview of air interface multiple access for IMT-2000/UMTS," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 36, no. 9, pp 82-95, 1998.
- [2] C. D. Frank, E. Visotsky, U. Madhow, "Adaptive interference suppression for the downlink of direct sequence CDMA system with long spreading sequence," *Journal of VLSI Signal Processing, Special issue on Signal Processing for Wireless Communication: Algorithms, Performance, and Architecture*, Vol. 30, no. 1, pp 273-291, January 2002.
- [3] M. L. Honig, U. Madhow, and S. Verdú, "Blind adaptive multiuser detection," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 41, no. 4, pp 944-966, 1995.
- [4] X. Wang and V. Poor, "Blind Multiuser Detection: A Subspace Approach," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, no. 2, pp 677-690, July 1998.
- [5] K. Li and H. Liu, "A new blind receiver for downlink DS-CDMA communications," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 3, no. 7, pp 193-195, July 1999.
- [6] P. Schniter and A. R. Margetts, "Adaptive chip-rate equalization of downlink multirate wideband CDMA," in *Proc. Asilomar Conf. on Signals, Systems, and Computers*, Pacific Grove, CA, 2002.
- [7] M. Ghosh, "Adaptive chip-equalizers for synchronous DS-CDMA systems with pilot sequence," *GLOBECOM '01 IEEE*, vol. 16, no. 5, pp 3385-3389, 2001.
- [8] P. Yuvapoositanon and J. Chamber, "An Adaptive Step-size Code-Constrained Minimum Output Energy Receiver For Nonstationary CDMA Channel", *Proc. IEEE ICASSP' 2003*, pp 465-468, 2003.



**on Fundamentals of Electronics,  
Communications  
and Computer Sciences**

**VOL.E88-A  
NO.3  
MARCH 2005**

**A PUBLICATION OF THE ENGINEERING SCIENCES SOCIETY**



The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers  
Kikai-Shinko-Kaikan Bldg., 5-8, Shibakoen 3chome, Minato-ku, TOKYO, 105-0011 JAPAN

PAPER *Special Section on Adaptive Signal Processing and Its Applications*

# Subspace-Based Interference Suppression Technique for Long-Code Downlink CDMA Adaptive Receiver

Samphan PHROMPICHAI<sup>†</sup>, Peerapol YUVAPOOSITANON<sup>†a)</sup>, and Phaophak SIRISUK<sup>†</sup>, *Nonmembers*

**SUMMARY** This paper presents a multiple constrained subspace based multiuser detector for synchronous long-code downlink multirate DS-CDMA systems. The novel receiver adapts its fractionally-spaced equaliser tap-weights based upon two modes, namely training and decision-directed modes. Switching between two modes is achieved by changing the code constraint in the associated subspace algorithm. Moreover, detection of the desired user requires the knowledge of the desired user's spreading code only. Simulation results show that the proposed receiver is capable of multiple access interference (MAI) suppression and multipath mitigation. Besides, the results reveal the improvement in terms of convergence speed and mean square error (MSE) of the proposed receiver over the existing receiver in both static and dynamic environments.

**key words:** *DS-CDMA, cyclostationary, interference suppression, long spreading sequence, adaptive step-size*

## 1. Introduction

Direct sequence code division multiple access (DS-CDMA) has received considerable interest especially in wireless communication applications due to its efficient spectral utilisation and its ability to support larger number of users and higher data transmission rate [1]. Currently, the majority of receiver implementation is limited to short-code CDMA systems in which each user's data bit is spread by an identical short code assigned to a particular user. Nonetheless, practical systems including the existing IS-95 and the third generation (3G) mobile communication systems rely upon long-code sequences with very long periods.

In most 3G systems, downlink data-rates are expected to be much greater than uplink rates. In the downlink, the *multirate* bit-streams are multiplexed using a short orthogonal code assigned to each mobile user, a cell-specific long-code (or scrambling code) is then employed prior to synchronous transmission [2]. In multipath environments, performance degradation of CDMA systems is mainly due to multiple access interference (MAI) and near-far problem. Since the base-station transmits at higher power to mobile terminals that are further away, the near-far problem is more pronounced in downlink than uplink. This phenomenon is often referred to as a "near-far problem by design" [3]. In addition to the aforementioned difficulties, the multipath effect destroys orthogonality among distinct user codes. As

a consequence, MAI and near-far problems cannot be efficiently alleviated by the use of only matched filters (MF) implemented in the form of RAKE receivers [4]. Therefore, bit error rate may not be in an acceptable level for various services which require high-speed transmission, e.g., data downloading, web browsing and video streaming.

Recently, blind adaptive multiuser receivers designed for both short and long spreading codes systems were proposed in [5], [6]. Blind algorithms appear more attractive since the cumbersome reliance on training is avoided. However for long-code DS-CDMA, multiuser detection (MUD) schemes originally designed for short-code systems, e.g., the minimum output energy (MOE) algorithm [7], the subspace method [8] and a more recent projected subgradient method [9] cannot be directly applied since cyclostationarity at the *symbol rate* is no longer available.

Implementation of *chip-rate* zero-forcing (ZF) and minimum mean square error (MMSE) equalisers were proposed in [10]. However, the solution of these receivers rely on the total transmitted signal which is usually associated with low signal-to-interference-plus-noise ratio (SINR). A more recent attempt to improve tracking performance of a chip receiver that is updated at chip rate was proposed in [11]. The method exploits a code-multiplexed pilot to adapt the chip-rate equaliser. Nevertheless, to attain an optimum solution, the cut-off frequency parameter of the low-pass filter used as an MAI suppressor must be chosen appropriately. Moreover, tentative decisions are obtained by despreading, which requires knowledge of the spreading code of all users in the system [11].

Despreading can be incorporated directly into the equalisation cost function [3], which enables direct estimation of the desired user at the symbol rate and enables the use of pilot or training signal at higher SINRs. The symbol-level equaliser measures the error between the actual and estimated transmitted symbols after despreading at the symbol rate. Typically, the received signal is sampled faster than the chip rate to increase temporal diversity. This leads us to the use of fractionally-chip-spaced equaliser (FSE) at the receiver. A standard stochastic gradient descent (SGD) algorithm can be employed for the adaptation of the equaliser tap. However, its performance heavily depends upon a choice of step-size. The problem was addressed in [12] and [13] in which blind adaptive step-size algorithms were applied in the context of MUD. In addition to the problem of step-size, FSE tap-weights achieved by pilot-based channel estimation cannot be directly applied for the desired

Manuscript received June 26, 2004.

Manuscript revised October 2, 2004.

Final manuscript received November 18, 2004.

<sup>a)</sup>The authors are with the Department of Electronic Engineering, Mahanakorn University of Technology, Bangkok 10530, Thailand.

a) E-mail: peerapol@mut.ac.th

DOI: 10.1093/ietfec/e88-a.3.676

user detection unless a scaling process on the tap-weights is performed [14].

In this paper, we propose a multiple constrained subspace based MUD receiver which utilises the adaptive step-size LMS (AS-LMS) algorithm to improve the performance of the system. In effect, the multiple constrained subspace-based MUD substitutes an MF in the receiver presented in [3]. The projection approximation subspace tracking with deflection (PASTd) algorithm [15] is employed for signal subspace tracking to reduce computational complexity incurred by the conventional singular value decomposition (SVD) technique. The AS-LMS algorithm is incorporated into the equalisation stage in order to automatically adjust the step-size at symbol time. Since the novel algorithm operates by switching between two modes, i.e., training and decision-directed modes, it does not suffer from the problem of SINR drop resulted by the use of shared equaliser as found in the original algorithm [3]. We are aware that blind algorithms proposed in [7] and [9] can substitute an MF as well. However, the derivation of the proposed scheme is based on a multiple constrained technique which is not mentioned in [7] and [9] and performance comparison is therefore invalidated.

The remaining of this paper is organised as follows. In Sect. 2, a mathematical framework of a synchronous long-code downlink multirate DS-CDMA system is formulated. Section 3 presents three linear receivers, particularly an MMSE receiver, the AS-LMS version of the receiver presented in [3] and our proposed receiver. Besides, computational complexity of the novel receiver is addressed. Simulation results are then shown in Sect. 4. Finally, conclusion is drawn in Sect. 5.

### 1.1 Notations

Throughout this paper, we use bold lower case for vectors, bold upper case for matrices. Also,  $\otimes$  denotes the convolution operation,  $(\cdot)^T$  denotes transpose and  $\lceil \cdot \rceil$  denotes rounding up to the nearest integer.

## 2. Signal Model

Let us consider a baseband model for CDMA downlink, where a base-station has  $K$  symbol-synchronous users. The  $k$ th mobile user is assigned an orthogonal Walsh Hadamard code of length  $N_k$ , with the all-one code reserved for the pilot. Following this, signals from all users and the pilot are combined and multiplied by a cell-specific long-code sequence. This gives us the long-code downlink multirate CDMA system model as illustrated in Fig. 1, in which a synchronous code division multiplexed signal  $t(i)$  for the  $i$ th "chip" instant is given by

$$t(i) = s(i) \left( \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M c_k(i - mN_k) b_k(m) + \frac{b_0}{\sqrt{N_0}} \right), \quad (1)$$

where  $s(i)$  is the base-station long scrambling code,  $c_k(i)$  is

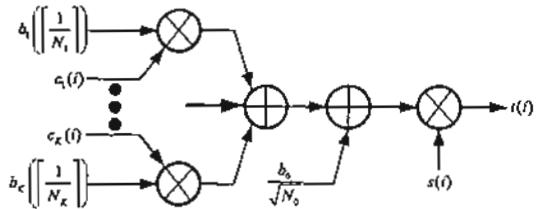


Fig. 1 The downlink multirate CDMA system model for  $K$  users with code-multiplexed pilot.

the short spreading code of length  $N_k$  for the  $k$ th user. Furthermore,  $b_k(m)$  is the data symbol for the  $k$ th user with window size of  $M$  bits and  $b_0$  is the pilot signal with spreading gain  $N_0$ . It is assumed throughout the paper that user 1 is the desired user. Although it is further assumed that all signals and the multipath channels are real-valued, the extension to a complex-system is straightforward and can be conducted without the loss of generality of the present paper.

In practice, the signal reaching each mobile passes through a multipath channel. Here, we consider an FIR channel model with the channel impulse response  $\{h(i), i \in \{0, \dots, L_h\}\}$ , where  $L_h$  is the order of channel. As users in the same base-station are synchronous and go through the same channel, the received signal  $r(i)$  is then the convolutional result of the transmitted signal  $t(i)$  and the channel  $h(i)$ , i.e.  $r(i) = t(i) \otimes h(i)$ . To increase temporal diversity, the received signal is typically sampled at the rate  $T_F$  faster than the chip rate  $T_c$ , i.e.  $T_F = T_c/P$ , where  $P > 1$  is the oversampling factor. Therefore, we arrive at the fractionally-spaced (FS) received signal  $r^{(P)}(i)$  given by

$$r^{(P)}(i) = \sum_j t(j)h(i - jP) + w(i), \quad (2)$$

where  $w(i)$  is additive white Gaussian noise (AWGN) with variance  $\sigma_w^2$ . Note that the time indices  $n$  and  $i$  are intentionally used to distinguish between the symbol rate and chip rate, respectively. For the sake of convenience, the received signal  $r(i)$  is compactly written in a vector-matrix form as

$$r_i = H t_i + w_i, \quad (3)$$

where  $r_i$  is the received signal vector and the convolutional channel matrix

$$H = \begin{bmatrix} h_0 & \dots & h_{L_h} \\ \vdots & & \vdots \\ h_0 & \dots & h_{L_h} \end{bmatrix},$$

$$h_l = [h_l^{(1)}, \dots, h_l^{(P)}]^T, \quad l = 0, \dots, L_h$$

$$t_i = [t(i), \dots, t(i - L_h - L_f)]^T,$$

$$w_i = [w(i), \dots, w(i - P(L_f + 1) + 1)]^T,$$

where  $h_l^{(p)}$ ,  $p \in \{1, \dots, P\}$  is the oversampled channel impulse response at  $l$ th chip and  $L_f$  denotes the order of equaliser  $f_i$  which is basically an FIR filter that is used to obtain chip estimator. At the receiver, the tap-weight vector

of  $f_i$  is fractionally spaced with  $P$ . Therefore, the length  $-P(L_f + 1)$  equaliser  $f_i$ ,

$$\begin{aligned} f_i &= [f_{i,0}^T, \dots, f_{i,L_f}^T]^T \\ &= [f_{i,0}^{(1)}, \dots, f_{i,0}^{(P)}, \dots, f_{i,L_f}^{(1)}, \dots, f_{i,L_f}^{(P)}]^T, \end{aligned} \quad (4)$$

is updated every symbol  $n$  using the FSE tap-weight input vector  $r_{n,i}$  of length  $P(L_f + 1)$  written as

$$r_{n,i} = [r(nT_b + iT_c - \tau), r(nT_b + iT_c - \tau + T_F), \dots, r(nT_b + iT_c - \tau + (P(L_f + 1) - 1)T_F)]^T. \quad (5)$$

where  $\tau$  denotes a delay to input samples that is dependent on the length of the pulse shaping filter.

### 3. Linear Receivers

In this section, criteria to obtain linear receivers are discussed. Throughout the paper, the terms linear receivers and equalisers are used interchangeably. First, multiuser MMSE receiver that requires both multiuser synchronous training signal and knowledge spreading code of all users is firstly developed. Subsequently, the linear receiver originally presented in [3] is modified such that the fixed step-size LMS algorithm is replaced by an adaptive step-size leading to AS-LMS receiver that updates FSE tap-weights at symbol rate. Note that in what follows, the receiver is referred to as a linear AS-LMS receiver. Finally, the proposed receiver that incorporates a multiple constrained subspace method for MAI suppression, adaptation of FSE based on AS-LMS and two modes operating are introduced. The computational complexity of the proposed receiver is also addressed.

#### 3.1 Multiuser MMSE Receiver

Theoretically, the optimal MMSE equaliser is designed to minimise the MSE criterion

$$f_{\text{MMSE}} = E \{ |f^T r_i - t(i)|^2 \}, \quad (6)$$

where  $t(i)$  is the multiuser synchronous signal as defined in (1). Following [10] we assume that  $t(i)$  is an i.i.d. random variable. Therefore the MMSE equaliser ( $f_{\text{MMSE}}$ ) is readily given by [10]

$$f_{\text{MMSE}} = \sigma_i^2 \left( \sigma_i^2 H H^H + \sigma_w^2 I \right)^{-1} H e_i, \quad (7)$$

where

$$\sigma_i^2 = \frac{b_0^2}{N_0} + \sum_{k=1}^K \frac{b_k^2}{N_k}, \quad e_i = [0, \dots, 1, \dots, 0]^T.$$

Training the above MMSE equaliser is not possible unless the knowledge of both training signals and spreading code of all users in system are available [10]. Also, the training process is difficult since the SINR of  $t(i)$  is usually low in practice.

### 3.2 Linear AS-LMS Receiver

An adaptive step-size technique [12], [13] can be applied into the linear adaptive LMS receiver originally proposed in [3]. Adaptation of the algorithm relies upon the pilot (all-one) sequence [3], [14] employed as the training sequence. In [3], [16], it was shown that the equaliser derived from the pilot sequence can also be applied for detection of different users within the same cell. Since all updates are performed every symbol, the tap-weight vector  $f_i$ , the adaptive step-size  $\mu_i$  and the derivative of tap-weight with respect to the step-size are frozen during the symbol interval or at time  $i \neq nN + N - 1$ . The algorithm attempts to minimise the MSE cost  $J_1 = E \{ |e_n|^2 \} = E \{ |b_0 - \hat{b}_n^{(0)}|^2 \}$ , with respect to

$f_{\text{LMS},i}|_{i=nN+N-1}$ , which from now on is compactly written as  $f_{\text{LMS},n}$ , where  $f_{\text{LMS}}$  is the LMS equaliser. The bit estimate  $\hat{b}_n^{(0)}$  for pilot detection and  $\hat{b}_n^{(1)}$  for detection of the desired user are derived after the total of  $N$  chip estimates are normalized, summed and resampled again at the bit rate, i.e.

$$\hat{b}_n^{(0)} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} a_{nN+i}^{(0)} f_{\text{LMS},n}^T r_{n,i}, \quad (8)$$

and

$$\hat{b}_n^{(1)} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} a_{nN+i}^{(1)} f_{\text{LMS},n}^T r_{n,i}, \quad (9)$$

where  $a_{nN+i}^{(0)} = c_0(i) \times s(nN + i)$  and  $a_{nN+i}^{(1)} = c_1(i) \times s(nN + i)$  eliminate the effect of spreading code and the scrambling code of the detected bit at every symbol timing. The update equation of  $f_n$  at the symbol time  $n$  after despreading and descrambling is given by [16]

$$f_{\text{LMS},n+1} = f_{\text{LMS},n} - \mu_n a_{nN+N-1}^{(0)} e_n r_{n,nN+N-1}, \quad (10)$$

where  $e_n \triangleq b_0 - \hat{b}_n^{(0)}$ . In the adaptive step-size scheme, at each recursion  $n$ , the step-size  $\mu_n$  is updated in a manner that the derivative of the MSE cost  $J_1$  with respect to the step-size  $\frac{\partial J_1}{\partial \mu}|_{\mu=\mu_n}$  is minimised [17]. Hence, we arrive at the update equation for the step-size

$$\mu_{n+1} = [\mu_n + \alpha a_{nN+N-1}^{(0)} e_n r_{n,nN+N-1}^T q_n]_{\mu=\mu_n}^{\mu^+}, \quad (11)$$

where  $\alpha$  denotes the adaptation parameter and  $[\cdot]_{\mu=\mu_n}^{\mu^+}$  denotes truncation to lower and upper step-size limits. Beside,  $q_n$  represents  $\frac{\partial f_{\text{LMS}}}{\partial \mu}|_{\mu=\mu_n}$  and is adapted according to

$$\begin{aligned} q_{n+1} &= [I - \mu_n a_{nN+N-1}^{(0)} r_{n,nN+N-1} r_{n,nN+N-1}^T] q_n \\ &\quad + a_{nN+N-1}^{(0)} e_n r_{n,nN+N-1}. \end{aligned} \quad (12)$$

### 3.3 The Proposed Receiver

Figure 2 illustrates the block diagram of the proposed re-

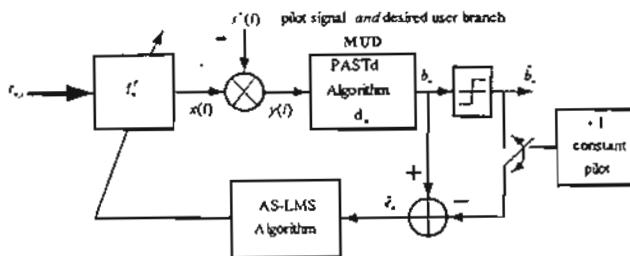


Fig. 2 The proposed subspace-based AS-LMS receiver for CDMA downlink.

ceiver. The AS-LMS equaliser ( $f_n$ ) is employed to countermeasure the effect of multipath. Following this, the subspace based MUD [8] is applied for MAI suppression. Subspace tracking is achieved via PASTd algorithm [8], [15]. The algorithm not only tracks the signal subspace components of the signal inside the symbol after descrambling but also updates rank of the subspace.

Initially, AS-LMS operates in the training mode, in which it utilises the pilot signal continuously transmitted by the base-station for adaptation. All components, namely the tap-weight vector, the step-size and the relevant derivative of the tap-weight vector, are updated at the symbol rate. After the SINR reaches a certain level, the receiver is switched to the decision-directed mode that detects the desired user using only the knowledge of the spreading code of that user. Detection of pilot signal and the desired user can be achieved by choosing appropriate constraints imposed to the subspace algorithm. Therefore, the proposed algorithm does not suffer from the shared equaliser for both pilot and desired user detection as oppose to the receiver presented in the last sub-section, which is based upon the receiver introduced in [3].

To formulate the algorithm, let us define an MSE cost function as

$$J_2 = E \{ |\bar{e}_n|^2 \}, \quad \bar{e}_n = b_n - \gamma_n, \quad (13)$$

where  $b_n$  is a soft decision output obtained from the PASTd algorithm. In addition,  $\gamma_n$  is either a constant +1 pilot signal (training mode) or hard decision output  $\hat{b}_n$  (decision-directed mode) from a hard limiter, depending upon the SINR condition at the time instant  $n$ . Based on the above MSE cost, adaptation for the chip-rate equaliser tap vector  $f_n$  using AS-LMS is obtained as:

$$f_{n+1} = f_n - \mu_n \bar{e}_n p_n, \quad (14)$$

where  $p_n = [d_{n,nN} f_{n,nN} s_{n,nN} + \dots + d_{n,nN+N-1} f_{n,nN+N-1} s_{n,nN+N-1}]^T$ . Subsequently, the step-size  $\mu_n$  is adaptively computed via

$$\mu_{n+1} = [\mu_n + \alpha \bar{e}_n p_n^T q_n]_{\mu_n}^{+}. \quad (15)$$

where vector  $q_{n+1}$  is given by

$$q_{n+1} = [I - \mu_n p_n p_n^T] q_n + \bar{e}_n p_n. \quad (16)$$

Equations (14)–(16) are essentially the modified versions of (10)–(12) with the MUD receiver  $d_n =$

$[d_{n,nN}, \dots, d_{n,nN+N-1}]^T$  incorporated. Referring to Fig. 2, the chip estimate is readily expressed as

$$x_{n,i} = f_n^T r_{n,i}, \quad (17)$$

where the FSE tap vector  $r_{n,i}$  and input vector  $f_n$  are given by (4) and (5), respectively. After descrambling by  $s^*(i)$  (c.f. Fig. 2), the overlaid scrambling code is removed. Therefore, the subspace method using the PASTd algorithm can be applied because now cyclostationarity is already restored. Following [8], the new  $d_{n+1}$  vector is computed via

$$d_{n+1} = U_{n,s} \Lambda_{n,s}^{-1} U_{n,s}^T C \xi = A_n \xi, \quad (18)$$

where  $A_n = U_{n,s} \Lambda_{n,s}^{-1} U_{n,s}^T C$  and  $\xi = (C^T U_{n,s} \Lambda_{n,s}^{-1} U_{n,s}^T C)^{-1} \beta = (C^T A_n)^{-1} \beta$  and  $\beta = [1 \ 1]^T$ . Note that the elements of the constraint matrix  $C$  are the multiple constraints used in the subspace algorithm depending on the condition of SINR at the time instant  $n$ . The matrix  $U_{n,s} = [u_{n,0}, \dots, u_{n,K}]$  contains an orthonormal eigenvector of the signal subspace and  $\Lambda_{n,s} = \text{diag}[\lambda_{n,0}, \dots, \lambda_{n,K}]$  is a diagonal matrix whose diagonal elements being  $K+1$  associated eigenvalues. They are obtained from the decomposition of the autocorrelation matrix of the symbol-rate signal after descrambling  $R_{y,y} \triangleq E\{y_n y_n^T\}$ . The PASTd algorithm is employed to track the rank and signal subspace components. Finally, the output estimate can be obtained from the inner product derived after the total of  $N$  chip estimations

$$b_n = y_n^T d_n, \quad (19)$$

where  $y_n = [f_n^T r_{n,nN} s_{n,nN}, \dots, f_n^T r_{n,nN+N-1} s_{n,nN+N-1}]^T$ . The proposed algorithm is summarized in Table 1.

### 3.3.1 Constraint Matrix $C$

The operation of the subspace method relies upon the multiple constraint matrix  $C$ . If  $C$  is appropriately chosen, our proposed receiver coincides with the MMSE receiver presented in Sect. 3.1. To this end, let us rewrite the MSE cost function in Eq. (13) as

$$J_2 = E \{ |y_n^T d_n - \gamma_n|^2 \} = E \left\{ \left| \sum_{i=0}^{N-1} f_n^T r_{n,nN+i} s_{n,nN+i} d_{n,nN+i} - \gamma_n \right|^2 \right\}. \quad (20)$$

In Appendix A, it is shown that  $f_n$  that minimises the above cost function is given by

$$f_n = \frac{b_{n,k}}{\sqrt{N_k}} D \left( \sigma_i^2 H H^T + \sigma_w^2 I \right)^{-1} H \mathcal{E}_v, \quad (21)$$

where  $b_{n,k}$  is the data of the  $k$ th user at time  $n$  and

$$D = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} d_{n,nN+i}}{\|d_n\|^2}.$$

Table 1 The proposed algorithm.

---

```

FOR n = 0,1,2... DO
    FOR i=1:N DO
         $x_{n,i} = f_n^T r_{n,i}$ 
         $y_{n,i} = x_{n,i} s_{n,i}$ 
         $p_{n,i} = d_{n,i} r_{n,i} s_{n,i}$ 
    END
     $y_n = [y_{n,1}, \dots, y_{n,N}]^T$ 
     $p_n = [p_{n,1} + \dots + p_{n,N}]$ 
    FOR k = 0 : K DO
        Track  $u_{k,n}$  and  $\lambda_{k,n}$  using PASTd algorithm [8], [15].
        Compute the  $N \times 2$  matrix  $A_{k,n} = u_{n,k} \lambda_{n,k}^{-1} u_{n,k}^T C$ .
    END
     $A_n = [A_{n,0} + \dots + A_{n,K}]$ 
     $d_{n+1} = A_n (C^T A_n)^{-1} \beta$ 
     $b_n = y_n^T d_n$ 
    IF k = k0 THEN
         $\tilde{e}_n = b_n - 1$ 
    ELSE
         $\tilde{b}_n = \text{sgn}(b_n)$ 
         $\tilde{e}_n = b_n - \tilde{b}_n$ 
    END
     $q_{n+1} = [I - \mu_n p_n p_n^T] q_n + \tilde{e}_n p_n$ 
     $\mu_{n+1} = [\mu_n + \alpha \tilde{e}_n p_n^T q_n]^{1/2}$ 
     $f_{n+1} = f_n - \mu_n \tilde{e}_n p_n$ 
END

```

---

Since in the PASTd algorithm a linear constraint  $d_n^T c_k = 1$  is imposed and  $d_n$  and  $c_k$ ,  $k \in \{0, 1\}$  are colinear, thus we have  $\|d_n\|^2 = 1$ . From Eq.(21), it is verified that the proposed receiver coincides with the MMSE receiver, i.e.  $f_n = f_{\text{MMSE}}$ , if and only if

$$D = \sum_{i=0}^{N-1} d_{n,i} N_{k,i} = \sigma_i^2 \sqrt{N_k}. \quad (22)$$

In order to make Eq. (22) holds, additional constraint on  $d_n$  must be imposed to the subspace decomposition via PASTd algorithm. Therefore, the constraint matrix  $C$  becomes [18]

$$C = [c_k \ \sigma_i^2 \sqrt{N_k} 1], \quad (23)$$

where  $1 = [1, \dots, 1]^T$  is an all-one vector of length  $N_k$ . As the receiver has two modes of operation, particularly training and decision-directed modes, two different constraint matrices are invoked. That is, the constraint matrix

$$C = [c_0 \ \sigma_i^2 \sqrt{N_0} 1] \quad (24)$$

is employed during training mode ( $k = 0$ ), and that the constraint matrix

$$C = [c_1 \ \sigma_i^2 \sqrt{N_1} 1] \quad (25)$$

is used once the receiver is switched to decision-directed mode ( $k = 1$ ), where vector  $c_0$  and  $c_1$  contain the spreading codes of pilot and desired user respectively. Clearly, construction of  $C$  according to Eqs. (24) and (25) requires the knowledge of the transmitted signal power  $\sigma_i^2$ . However, this information is often available or can be estimated in most practical systems. The performance of proposed receiver in (18) depends on the multiple constrained matrix  $C$  in Eq. (24) or Eq. (25). The derivation in Appendix B shows that the solution of the proposed subspace MUD algorithm  $d$  is identical to the MMSE multiuser detection solution  $d_{\text{MMSE}}$ .

### 3.3.2 Computational Complexity

The computational complexity of the proposed architecture is incurred by: 1) the AS-LMS algorithm and 2) the PASTd algorithm. Since calculation of symbol estimates through Eqs. (14)–(17) has the complexity of order  $O(NP(L_f + 1))$  and that of the PASTd algorithm is  $O(2N(K + 1))$ , thus the proposed algorithm possesses the computational complexity of order  $O(N(PL_f + 2K + P + 2))$ . In practical scenarios, it results in no more than two-fold increase in the complexity as compared to the linear receiver using LMS algorithm [3] and AS-LMS algorithm presented in Sect. 3.2. Note that the complexity of linear receiver using recursive least squares (RLS) algorithm in [3] is of  $O(N(P(L_f + 1))^2)$ .

## 4. Simulations

The performance of the proposed receiver is investigated in comparison with the linear AS-LMS receiver (i.e. [3] with adaptive step-size) discussed in Sect. 3.2 and adaptive chip-rate receiver [11]. The receivers were examined in the long-code downlink multirate DS-CDMA system under multipath fading channels. The Walsh-Hadamard code was employed as the user-specific short code and a random code was used for the cell-specific long-code. A fractional sampling factor was two, i.e.  $P = 2$ . All users propagated through the same four-ray multipath channel. The first ray was assumed to be the dominant path, where the probability of the location of the delay of the last three rays were uniformly distributed over  $[0, 10T_c]$  with standard deviation of 0.3. A root-raised cosine (RRC) chip waveform with excess bandwidth of 0.22 was chosen. The additive noise was white Gaussian noise with SNR=20 dB.

### 4.1 Static Environment

#### Case 1- Convergence speed:

In this simulation, the system with three active users ( $K=2$ ) was considered. The pilot ( $k=0$ ) and desired user ( $k=1$ ) were equally powered. The interference user ( $k=2$ ) is three dB stronger. The spreading gain for the desired user and interference users were 32 and 64, respectively. An initial step-size  $\mu_0$  for the proposed and linear AS-LMS algorithms were chosen as  $\mu_0 = 1 \times 10^{-3}$ . Moreover, the upper and

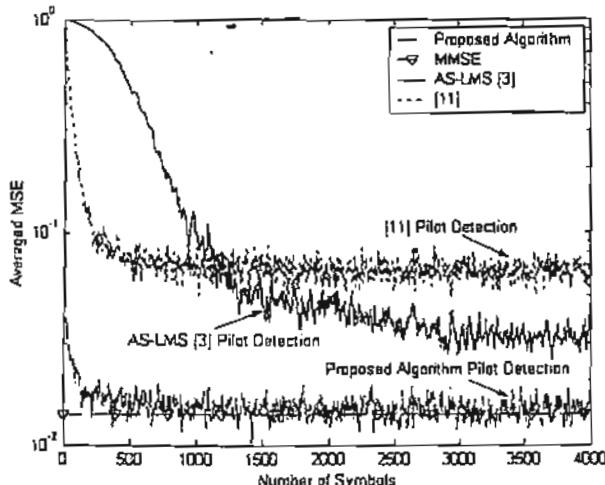


Fig. 3 Averaged MSE's obtained from the proposed, MMSE, AS-LMS and adaptive chip-rate receivers in a static environment.

lower step-size limits  $\mu^+$  and  $\mu^-$  were  $10^{-2}$  and 0, respectively. Also, the adaptation factor  $\alpha$  of  $1 \times 10^{-4}$  was selected. The adaptive chip-rate algorithm [11] parameters,  $\mu$  and  $\rho$  (pole location) were chosen through joint optimization, respectively  $\mu = 2 \times 10^{-2}$  and  $\rho = 0.8$ . All algorithms were designed to detect the pilot signal. Figure 3 illustrates an average MSE attained from the algorithms over 50 Monte-Carlo runs. Clearly, the proposed receiver achieves an improvement on the convergence speed over the linear AS-LMS. In particular, while the linear AS-LMS reaches its steady state at  $n=3000$ , the novel receiver reaches the steady state at  $n=1000$  which is the same as that of the adaptive chip-rate receiver [11]. At any rate, the MSE value of the proposed receiver at the steady state is lower than that of the linear AS-LMS and the adaptive chip-rate [11] receivers. This confirms that the proposed receiver converges to the MMSE receiver. Whereas the linear AS-LMS and the adaptive chip-rate [11] receivers suffer from large MSEs resulted by the use MF and low-pass filter (LPF).

#### Case 2- Suppression of MAI in a multirate system:

In this case, the receivers were investigated in a system consisting of multirate users with the following spreading gains: [32 64 128 256 512]. The desired user had spreading gain of 32 and was equally powered to that of the pilot. Two interference users with spreading gains of 64 and 128 were three dB stronger. Other two interference users with spreading gains 256 and 512 were six dB stronger than the desired users. Simulation parameters were identical to those of Case 1. The linear AS-LMS receiver was updated by using pilot sequences. Detection of the desired user was made after despreading by using the spreading code of the desired user. (cf. Eq. (9)). The adaptive chip-rate receiver [11] was updated by using pilot sequences at the chip-rate. Detection of the pilot and desired user at the symbol was made after despreading by using the spreading code of the pilot and desired user. At time  $n=0$ , the proposed receiver was initially started in the training mode to detect the pilot. Then at time

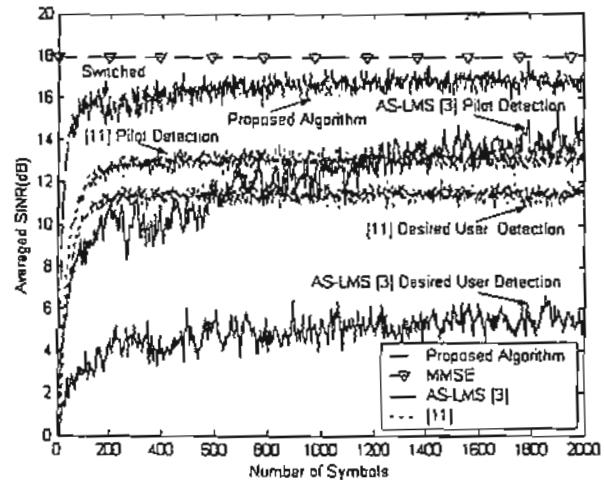


Fig. 4 Averaged SINR's obtained from the proposed, MMSE, AS-LMS and adaptive chip-rate receivers in multirate transmission and under static environment.

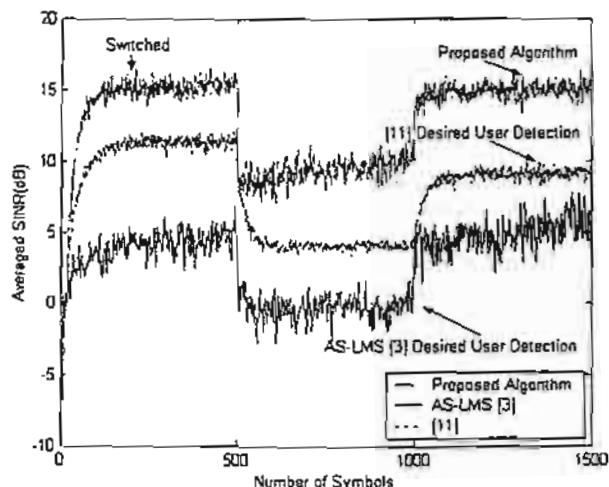


Fig. 5 Averaged SINR's obtained from the proposed, AS-LMS and adaptive chip-rate receivers in sudden arrival of users and non-stationary multipath channel.

$n=200$  the receiver was switched to the decision-directed mode to detect the desired user. Figure 4 illustrates averaged SINR obtained from all receivers over 50 Monte-Carlo runs. Note that the SINRs attained from both pilot and the desired user detections for the AS-LMS and the adaptive chip-rate [11] receivers are displayed. It is observed that the proposed receiver offers the SINR improvement of approximately five and ten dB in detection of the desired user over the adaptive chip-rate [11] and AS-LMS receivers respectively. Apparently, the performance of the AS-LMS and the adaptive chip-rate [11] receivers suffer from the SINR drop as a result of the use of the shared equalizer. In addition, performance of the proposed system is still superior to that of the AS-LMS and the adaptive chip-rate [11] receivers even in the case of the pilot detection.

## 4.2 Dynamic Environment

### Case 1- Effects of new users with strong MAI:

Next simulation aims to compare tracking capability of each receiver in detection of the desired user in a dynamic environment in which the number of users in the channel is time varying. Simulation parameters were identical to those of case 2 at  $n=0$ . At time  $n=500$ , five interference users whose spreading gains identical to those of the set of current users, but with nine dB stronger, entered the system. At time  $n=1000$ , apart from the pilot and the desired user, only one interference user with spreading gain of 32 and power being nine dB stronger still existed in the system. Figure 5 illustrates averaged SINR over 50 Monte-Carlo runs. The proposed receiver responds to the abrupt change of the number of users in strong MAI much better than the linear AS-LMS and the adaptive chip-rate.[11] receivers.

## 5. Conclusions

In this paper, a novel multiple constrained subspace-based receiver has been proposed for multiuser detection in long-code downlink multirate DS-CDMA systems. The receiver relies upon the combination of the subspace method and AS-LMS chip-rate FSE, the adaptation of which is based on training mode and decision—directed mode. It is shown that if the constraint matrices are chosen correctly, the proposed receiver becomes the MMSE receiver. In addition, extensive simulations under non-stationary environment, multipath fading channels and strong MAI were conducted. It has been revealed that the performance of the novel receiver is much superior to that of the existing receivers. Specifically, approximately five dB improvement in SINR over the existing receiver is achieved by the new receiver.

## Acknowledgments

This work was supported in part by the Thailand Research Fund (TRF) under grant TRG4680016. The authors would like to thank the anonymous reviewers for their invaluable comments on the original version of the manuscript.

## References

- [1] S. Verdú, *Multiuser Detection*, Cambridge University Press, Cambridge, 1998.
- [2] T. Ojanperä and R. Prasad, "An overview of air interface multiple access for IMT-2000/UMTS," *IEEE Commun. Mag.*, vol.36, no.9, pp.82–95, 1998.
- [3] C.D. Frank, E. Visotsky, and U. Madhow, "Adaptive interference suppression for the downlink of direct sequence CDMA system with long spreading sequence," *J. VLSI Signal Process.*, vol.30, no.1, pp.273–291, Jan. 2002.
- [4] R. Price and J.R. Green, "P.E. A communication technique for multipath channels," *Proc. IRE* 46, pp.555–570, 1958.
- [5] K. Li and H. Liu, "A new blind receiver for downlink DS-CDMA communications," *IEEE Commun. Lett.*, vol.3, no.7, pp.193–195, July 1999.
- [6] A. Mirbagheri and Y.C. Yoon, "A blind adaptive receiver for interference suppression and multipath reception in long-code DS-CDMA," *Proc. IEEE ICC 2002*, vol.1, pp.242–246, 2002.
- [7] M.L. Honig, U. Madhow, and S. Verdú, "Blind adaptive multiuser detection," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol.41, no.4, pp.944–966, 1995.
- [8] X. Wang and V. Poor, "Blind multiuser detection: A subspace approach," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol.44, no.2, pp.677–690, July 1998.
- [9] R.L.G. Cavalcante, I. Yamada, and K. Sakaniwa, "A fast blind multiple access interference reduction in DS/CDMA systems based on adaptive projected subgradient method," *IEICE Trans. Fundamentals*, vol.E87-A, no.8, pp.1973–1980, Aug. 2004.
- [10] T.P. Krauss and M.D. Zoltowski, "Simple MMSE equalizers for CDMA downlink to restore chip sequence: Comparison to zero-forcing and RAKE," *Proc. IEEE ICASSP 2000*, pp.2865–2868, Istanbul, Turkey, 2000.
- [11] P. Schniter and A.R. Margolis, "Adaptive chip-rate equalization of downlink multirate wideband CDMA," *Proc. Asilomar Conf. on Signals, Systems, and Computers*, Pacific Grove, CA, 2002.
- [12] P. Yuvapoositanon and J. Chamber, "An adaptive step-size code-constrained minimum output energy receiver for nonstationary CDMA channel," *Proc. IEEE ICASSP 2003*, pp.465–468, 2003.
- [13] S. Pampichai and P. Sirisuk, "On the improvement of blind MOE detector via *a posteriori* adaptation and adaptive step-size," *Proc. IEEE ISCAS 2003*, pp.460–463, 2003.
- [14] M. Ghosh, "Adaptive chip-equalizers for synchronous DS-CDMA systems with pilot sequence," *IEEE GLOBECOM'01*, vol.16, no.5, pp.3385–3389, 2001.
- [15] B. Yang, "Projection approximation subspace tracking," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol.43, no.1, pp.95–107, 1995.
- [16] A. Mirbagheri and Y.C. Yoon, "A linear MMSE receiver for multipath asynchronous random CDMA with chip pulse shaping," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol.51, no.5, pp.1072–1086, 2002.
- [17] A. Benveniste, M. Metivier, and P. Priouret, "Adaptive algorithms and stochastic approximation," *Appl. Math.*, vol.22, Springer-Verlag, New York, 1990.
- [18] T.K. Moon and W.C. Stirling, *Mathematical Method and Algorithms for Signal Processing*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2000.

## Appendix A: Solution of the Proposed Receiver

For the sake of convenience, let us rewrite the cost function in Eq. (20) as

$$J_2 = E \left\{ \left| \sum_{i=0}^{N-1} f_n^T r_{n,nN+i} s_{n,nN+i} d_{n,nN+i} - \gamma \right|^2 \right\}, \quad (A-1)$$

Substituting (3) into (A-1) and taking expectation yields

$$J_2 = E \left\{ \left| f_n^T \left( \sum_{i=0}^{N-1} (H t_{n,nN+i} + w_{n,nN+i}) s_{n,nN+i} d_{n,nN+i} \right) - \gamma \right|^2 \right\}$$

$$\begin{aligned}
&= f_n^T \left( \begin{array}{l} H \left( E \left( \underbrace{t_{n,nN} t_{n,nN}^T}_{\sigma_i^2 I} s_{n,nN}^2 d_{n,nN}^2 \right) \right) \\ + \dots + E \left( \underbrace{t_{n,nN+N-1} t_{n,nN+N-1}^T}_{\sigma_i^2 I} s_{n,nN+N-1}^2 d_{n,nN+N-1}^2 \right) \right) H^T f_n \\ + w_{n,nN} w_{n,nN}^T s_{n,nN}^2 d_{n,nN}^2 + \dots \\ + w_{n,nN+N-1} w_{n,nN+N-1}^T s_{n,nN+N-1}^2 d_{n,nN+N-1}^2 \\ - \gamma f_n^T H E \left( \begin{array}{l} \underbrace{t_{n,nN} s_{n,nN}}_{\frac{b_{n,k}}{\sqrt{N_k}}} d_{n,nN} + \dots \\ + \underbrace{t_{n,nN+N-1} s_{n,nN+N-1}}_{\frac{b_{n,k}}{\sqrt{N_k}}} d_{n,nN+N-1} \end{array} \right) \\ - \gamma E \left( \begin{array}{l} \underbrace{t_{n,nN} s_{n,nN}}_{\frac{b_{n,k}}{\sqrt{N_k}}} d_{n,nN} + \dots \\ + \underbrace{t_{n,nN+N-1} s_{n,nN+N-1}}_{\frac{b_{n,k}}{\sqrt{N_k}}} d_{n,nN+N-1} \end{array} \right) H^T f_n + |\gamma|^2 \end{array} \right) \\ &= f_n^T \left( \begin{array}{l} \sum_{i=0}^{N-1} d_{n,nN+i}^2 (\sigma_i^2 H H^T + \sigma_w^2 I) \\ \underbrace{\|d_n\|^2}_{\|d_n\|^2} \end{array} \right) f_n \\ &\quad - \gamma \frac{b_{n,k}}{\sqrt{N_k}} \sum_{i=0}^{N-1} d_{n,nN+i} (f_n^T H \epsilon_v - \epsilon_v^T H^T f_n) + |\gamma|^2. \end{aligned} \tag{A.2}$$

Taking the gradient of (A.2) with respect to  $f_n$  and setting the result to zero gives us

$$\begin{aligned}
\nabla_{f_n} (J_2) &= \|d_n\|^2 (\sigma_i^2 H H^T + \sigma_w^2 I) f_n \\ &\quad - \gamma \frac{b_{n,k}}{\sqrt{N_k}} \left( \sum_{i=0}^{N-1} d_{n,nN+i} \right) H \epsilon_v = 0, \end{aligned} \tag{A.3}$$

where  $d_n = [d_{n,nN}, \dots, d_{n,nN+N-1}]$ . Solving (A.3) for  $f_n$ , we finally obtain

$$f_n = \gamma \frac{b_{n,k}}{\sqrt{N_k}} \frac{\left( \sum_{i=0}^{N-1} d_{n,nN+i} \right)}{\|d_n\|^2} (\sigma_i^2 H H^T + \sigma_w^2 I)^{-1} H \epsilon_v. \tag{A.4}$$

#### Appendix B: Derivation of Proposed Multiple Constrained Subspace MUD and MMSE MUD Solutions

The solution for subspace method is given by minimising the constrained MOE criterion, i.e.

$$d = \arg \min_d d^T \mathcal{R}_{y,y} d \quad \text{subject to} \quad d^T C = \beta, \tag{A.5}$$

where

$$\mathcal{R}_{y,y} = E \{y y^T\} = U_s \Lambda_s U_s^T + U_w \Lambda_w U_w^T.$$

By setting the Lagrange cost function

$$J(d) = d^T \mathcal{R}_{y,y} d - 2(d^T C - \beta) \xi, \tag{A.6}$$

the solution is obtained by setting  $\nabla_d J(d) = 0$  as

$$d = U_s \Lambda_s^{-1} U_s^T C \xi, \tag{A.7}$$

where the Lagrange multiplier  $\xi$  is obtained as [17]

$$\xi = (C^T U_s \Lambda_s^{-1} U_s^T C)^{-1} \beta. \tag{A.8}$$

Likewise, the solution for MMSE MUD is given by minimising the constrained MMSE criterion, i.e. [8]

$$\begin{aligned}
d_{\text{MMSE}} &= \arg \min_d E \{ |A_1 b_1 - d_{\text{MMSE}}^T y|^2 \} \\ \text{subject to} \quad d_{\text{MMSE}}^T C &= \beta. \end{aligned} \tag{A.9}$$

In a fashion to the above Lagrangian method, we arrive at

$$\begin{aligned}
\tilde{J}_{\text{MMSE}}(d_{\text{MMSE}}) &= d_{\text{MMSE}}^T E \{y y^T\} d_{\text{MMSE}} - 2 A_1 d_{\text{MMSE}}^T \underbrace{E \{b_1 y\}}_{c_1} \\ &\quad + A_1^2 - 2(d_{\text{MMSE}}^T C - \beta^T) \xi. \end{aligned} \tag{A.10}$$

The solution is obtained by setting  $\nabla_d \tilde{J}_{\text{MMSE}}(d_{\text{MMSE}}) = 0$

$$d_{\text{MMSE}} = U_s \Lambda_s^{-1} U_s^T C \xi, \tag{A.11}$$

where

$$\xi = [(A_1 + \xi_1) \quad \xi_2]^T.$$

Since  $d_{\text{MMSE}}^T C = \beta$ , we arrive at

$$\xi = (C^T U_s \Lambda_s^{-1} U_s^T C)^{-1} \beta. \tag{A.12}$$

Therefore, the proposed multiple constrained subspace MUD coincides with the MMSE MUD.



Samphan Phrompichai received the B.E. degree in Electrical Engineering from Mahanakorn University of Technology in 1996, and the M.E. degree in Electrical Engineering from King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang in 1999. He is currently working towards the Ph.D. degree in Electrical Engineering at Mahanakorn University of Technology. His general research interests include digital communication, adaptive signal processing and multiuser detection.



**Peergpol Yuvapoositanon** received the Ph.D. degree in Electrical and Electronic Engineering from Imperial College, London, U.K. in 2002. He is currently a lecturer at Dept. of Electronic Engineering, Mahanakorn University of Technology, Bangkok. His research interests include adaptive signal processing, multiuser detection and signal processing for communications.



**Phaophak Sirisuk** received B.Eng. in Telecommunication Engineering from King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang in 1992, and M.Sc. and Ph.D. from Imperial College of Science, Technology and Medicine in 1994 and 2000 respectively. Since 1992 he has been with Mahanakorn University of Technology (MUT), Bangkok, Thailand, where he currently serves as the head of Computer Engineering Department. Besides, he is a research scientist at Thai-Pah Satellite Research Centre also MUT. His research interest includes digital signal processing, adaptive filtering, integrated circuit design and intelligent control.