

Abstract

Project Code: TRG5880216

Project Title: Development of Structure-Preserving Nonlinear Model Reduction

Investigator: Saifon Chaturantabut, Thammasat University

E-mail Address: saifon@mathstat.sci.tu.ac.th

Project Period: 2 years

Numerical simulations of many natural phenomena described by nonlinear differential equations can lead to dynamical systems with very large spatial dimension when a standard discretization scheme is applied. To reduce the computational cost for solving each of these large-scale systems, model reduction methods can be used to produce relatively low dimensional model that still provides accurate solution of the original system. In general, the accuracy of a given model reduction technique is evaluated through certain error measurements when compared with some known reference solutions. Besides considering these approximation errors, this work aims to preserve fundamental behavior of the original system, which will be done through contraction analysis.

This work develops a nonlinear model reduction approach that not only reduces the computational complexity or substantially decreases the simulation time, but also preserves monotonicity and contractivity properties of the original full-order model to ensure the stability as well as the existence and uniqueness of the solution. The proposed technique is based on using basis sets from proper orthogonal decomposition method and modifying an interpolatory projection approach, called discrete empirical interpolation method, by enforcing a symmetric structure of the approximation. The efficiency and accuracy of the proposed method are illustrated through the numerical tests on a nonlinear model describing reaction diffusion problems.

Keywords: Model order reductions, Contractivity, Ordinary differential equations (ODEs), Partial differential equations (PDEs), Proper orthogonal decomposition (POD), Discrete empirical interpolation method (DEIM)

บทคัดย่อ

รหัสโครงการ: TRG5880216

ชื่อโครงการ: การพัฒนาวิธีลดรูปโมเดลไม่เชิงเส้นที่รักษาลักษณะโครงสร้างและสมดุลของระบบ

ชื่อนักวิจัย: สายฝน จาตุรันตบุตร, มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

E-mail Address: saifon@mathstat.sci.tu.ac.th

ระยะเวลาโครงการ: 2 ปี

ในปัจจุบัน มีการศึกษาปรากฏการณ์ต่าง ๆ ในธรรมชาติหรือการทดลองทางวิทยาศาสตร์ ที่อาศัยการใช้แบบจำลอง ร่วมกับการใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข เพิ่มมากขึ้น โดยทั่วไปเมื่อปรากฏการณ์ที่เราสนใจ สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยไม่เชิงเส้น (nonlinear differential equations) การจำลองนั้นจะมีความยุ่งยากซับซ้อน และมีความจำเป็นที่จะต้องเพิ่มความละเอียดของ Discretization หรือเพิ่มจำนวนตัวแปร เพื่อให้ค่าประมาณจากผลเฉลยเชิงตัวเลขมีความแม่นยำมากขึ้น ซึ่งการเพิ่มความละเอียดนี้จะส่งผลให้ขนาดของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ที่เกิดขึ้นมีขนาดใหญ่ส่งผลให้เวลาที่ใช้ในการคำนวณแบบจำลองมากขึ้นตามไปด้วย ดังนั้นการจำลองเชิงตัวเลขนี้อาจจะยังมีประสิทธิภาพไม่เพียงพอสำหรับนำไปใช้เพื่อพยากรณ์หรือคาดการณ์ผลลัพธ์ที่จะเกิดขึ้นจริงหรือจากการทดลอง โครงการวิจัยนี้มีเป้าหมายเพื่อแก้ไขข้อจำกัดในเรื่องของเวลาที่ใช้คำนวณและขนาดของระบบที่ใช้เก็บข้อมูลตามที่กล่าวมาข้างต้น สำหรับการทำให้แบบจำลองสำหรับปัญหาไม่เชิงเส้น

โครงการวิจัยนี้ได้พัฒนาแบบจำลองลดรูป (reduced-order modeling) ที่ลดความซับซ้อนในการคำนวณเชิงตัวเลข และยังคงมีความถูกต้องแม่นยำและรักษาคุณสมบัติเดิมของระบบตั้งต้นไว้ได้ โดยใช้การวิเคราะห์คุณสมบัติการหดตัว (contractivity analysis) ของฟังก์ชันไม่เชิงเส้นที่ปรากฏอยู่ในสมการเชิงอนุพันธ์ งานวิจัยนี้ได้พิสูจน์ว่าคุณสมบัติการหดตัว (contractivity) สามารถนำมาใช้เพื่อยืนยันว่าระบบลดรูปที่สร้างขึ้น รักษาเสถียรภาพของระบบตั้งต้นได้ หลักการที่ใช้ในงานวิจัยนี้ มีแนวคิดมาจากการใช้วิธี proper orthogonal decomposition เพื่อสร้าง basis set ที่สามารถดึงลักษณะสำคัญของระบบออกมาได้อย่างแม่นยำ ร่วมกับแนวคิดของวิธี discrete empirical interpolation method ซึ่งสามารถลดความซับซ้อนในการคำนวณเชิงตัวเลขได้อย่างมีประสิทธิภาพ รูปแบบของโมเดลลดรูปที่ได้จะรักษาโครงสร้างที่มีผลต่อคุณสมบัติการหดตัว โดยเมื่อนำไปทดสอบกับสมการเชิงอนุพันธ์ที่สอดคล้องกับปัญหา nonlinear diffusion-reaction ผลลัพธ์ที่ได้แสดงถึงประสิทธิภาพและความแม่นยำของโมเดลลดรูปที่พัฒนาขึ้น